Барыкин В.Н.

ТАИНСТВА
ОБЪЕКТНОЙ
МАТЕМАТИКИ

Что мы сажаем, сажая леса?
Мачты и реи держать паруса,
Рубку и палубу, ребра и киль
Странствовать в море по буре и в штиль.

Что мы сажаем, сажая леса?
Легкие крылья лететь в небеса.
Стол, за которым ты будешь писать,
ручку, линейку, пенал и тетрадь…

Что мы сажаем, сажая леса?
Чащу, где бродит барсук и лиса,
Чащу, где белка скрывает бельчат,
Чащу, где пестрые дятлы стучат.

Что мы сажаем, сажая леса?
Лист, на который ложится роса,
Свежесть лесную, и влагу, и тень…
Вот что сажаем в сегодняшний день!

С.Я. Маршак

УДК 530.12

Барыкин В.Н. Таинства объектной математики / Барыкин В.Н. : Ковчег, 2025. – 364 с.

Исследованы квазиполя на моделях объектных множеств разной размерности со структурно сложными элементами и спектром ассоциативных и неассоциативных операций. Предложены представления квазиполей и подмножеств на них. Найдены псевдоевклидовы и неевклидовы 4-метрики объектных множеств, а также объектные аффинные и проективные конечные геометрии, в частности, геометрия Фано. Выполнена объектная модификация геометрических тканей. Предложено обобщение в форме многослойной ткани. Дано объектное представление конфигураций Рейдемейстера и Томсена, дополняющих конфигурации Паппа и Дезарга. Представлены нелиевы нелинейные объектные алгебры Мальцева, Сейгла, Акивиса. Указаны качественно новые магические квадраты. Найдены решения когомологических уравнений на циклических объектных функциях.Задан спектр аргументно инвариантных функций. Развита теория триграмм и философии Востока, базирующейся на них. Доказано, конечные множества объектов разной структуры «владеют» счетным числом сложных законов состояния, динамики и эволюции.

Материалы представлены в форме, доступной для широкого круга лиц, стремящихся к познанию мира объектов с телесным и информационным взаимодействием и законов, которые в нём управляют.

Содержание

Введение

Идея фундаментальной значимости чисел для познания Реальности и самих себя, пришедшая из глубокой старины, во-первых, сущностно развита за тысячелетия практики, обоснована и закреплена ею, во-вторых, и теперь, имеет спектр сторон и ростковых точек.

Числа, так или иначе, есть символы для математического творчества, направленного на создание ментальной картины изделий Реальности и их жизни, генерируя действующие и возможные законы, в частности, систему активных отношений. При этом удается описывать не только количественные параметры объектов и явлений, но и их качественные перемены в той или иной динамической модели. Новые числа, если удалось их найти и применить в новых расчетах, способны изменить не только картину Реальности, но и часть ментальной практики. Таков итог применения комплексных чисел и кватернионов как элементов из гиперкомплексных их системы.

Анализируемые в монографии объектные числа предъявляют новую ветвь из множества возможных чисел. Они названы так потому, что имеют сходство с изделиями Реальности. Все такие изделия, начиная от атомов и бактерий, и кончая Супергалактиками, структурно сложны и конечны на спектре базовых слагаемых. Объектные множества заданы конечным числом матриц со сложной структурой. Эти матрицы названы объектными числами. Понятно, что их состав и количество можно менять, образуя новые множества.

Наличие чисел есть только начало, материал для ментальных картин. Без операционного наполнения они, можно сказать, пусты. Числа превращаются в инструмент анализа только при их «замыкании» спектром операций и функциональных свойств. Примерно 3 последних столетия применяемые операции типа произведения и суммирования были ассоциативны. Они дополнительно согласовывались, например, в теории векторных пространств, условием дистрибутивности, когда влияние числа на аддитивно связанную пару отождествлялось с его суммарным влиянием на каждый элемент.

Почти все расчетные модели создавались в такой парадигме на действительных или на гиперкомплексных числах, обеспечив расчеты, согласующиеся с экспериментом в макромире и в доступном микромире. Парадигма моделирования придавала экспериментам решающую роль в верификации расчетов.

Объектные числа замкнуты на спектре ассоциативных и неассоциативных операций, что свидетельствует об их новом качестве, инициируя синтез многократных и многоуровневых операций с принципиально непривычными и неожиданными функциональными следствиями. В частности, допускается деление на объектный ноль, выводятся законы, невозможные в границах привычных чисел и иногда выходящие за границы привычной логики.

Условие дистрибутивности не выполняется в моделях объектных чисел, что инициирует развитие теории векторных пространств.

Замена точек пространств элементами объектного множества и замена воображаемых линий функциональными условиями обобщает все известные виды геометрий. Естественно генерируются проективные и аффинные объектные геометрии.

Расстановка скобок в мультипликативных алгебраических выражениях рассматривается в качестве свойств связей слагаемых у реальных изделий, представленных набором матриц. По этой причине генерируется спектр объектных квазиполей, замкнутых на принятых операциях, что является неассоциативным обобщением математической теории полей.

В монографии предложен алгоритм конструирования объектных динамик. Суть их в том, что сначала «строится» операционная алгебраическая модель жизни подмножества, в которой независимый элемент принимает участие с целью достижения некоторого итога. Приведены примеры решений объектных когомологических уравнений.

Аспекты новой математики

На базе обобщения ассоциативных моделей классических и гиперкомплексных чисел, подчиненных условиям дистрибутивности, предложены модели новых, объектных чисел.

Они названы садами.

Это конечные множества с элементами в форме матриц разной размерности и сложной структуры, замкнутые, в частности, на частично неассоциативных операциях. Они не имеют дистрибутивности, что сущностно отличает их от привычных множеств.

Они имеют аналоговые связи с моделями полей Галуа и их расширений, превосходя их по критерию прямой генерации функциональных связей, действующих в множестве.

На основе исследования свойств таких моделей найдены не только нетривиальные алгебраические законы и новые алгебры, но и решения, недостижимые классическими средствами. Например, в них обобщается теорема Пифагора, по-новому решается проблема Ферма. На модульной операции произведения и на комодульном суммирования элементов объектные множества подчинены условию Диофанта-Фибоначчи-Брахмагупты.

Анализ свидетельствует, что в них содержатся «семена» известных алгебр Лейбница, Мальцева, Сейгла, Акивиса…, инициируя их углубление и применения на практике.

Отсутствие дистрибутивности предполагает, в перспективе, обобщение моделей векторных пространств Гаусса, а также алгебр Гамильтона, Клиффорда и Грассмана.

Объектные множества позволяют интерпретировать числовые магические квадраты как проекты технологических устройств, способных при разных условиях «производить» одни и те же изделия. Указаны объектные магические квадраты не на сумме элементов, а на их произведении.

Объектная математика «расширила» 8 триграмм Китая до 27 триграмм, позволив на их основе действительно задавать законы жизни, соединив мифологию с аналитикой Запада.

По-новому проявляет себя в объектных множествах тема деления «клеток»: алгоритм их самоорганизации включает конструирование оболочки «клетки» по ее ядру при простых условиях во внешней среде.

Существенно обобщена проективная геометрия, в которой теперь точки заменены на элементы объектного множества, а линии задаются функциональными условиями разных видов. Найдены объектные аналоги теорем Паппа и Дезарга.

Обосновано, что конечная объектная геометрия Фано не подчинена условиям Дезарга. Указаны объектные, не точечные, квазигрупповые модели Томсена и Рейдемейстера.

Найдены разнообразные аргументно инвариантные функции, в частности, циклические объектные экспоненты, обобщая модель экспоненты Эйлера.

Предложены алгоритмы генерации спектра ассоциативных и неассоциативных операций, позволяющих математическими средствами учитывать разнообразие физиологических и информационных взаимодействий между живыми изделиями, к категории которых отнесены объектные множества.

Проиллюстрировано множество алгоритмов кодирования информации, а также средств для управление информацией.

Принята точка зрения, что ассоциативные операции «ближе» и удобнее для учета и описания Тел и их физиологии, а неассоциативные операции «ближе» к информационному взаимодействию. По этой идее объектная математика со сложными структурными матрицами может рассматриваться как эскиз будущей математики для описания и управления живыми изделиями, их Сознаниями и Чувствами.

ТИХАЯ БУРЯ

Введение

Объектные числа со спектром ассоциативных и неассоциативных операций можно рассматривать в качестве материала для ментального творчества. Они могут найти приложение в задачах и моделях, привычных для ассоциативной математики.

Почти с первых шагов такого применения обнаруживаются новые грани классических задач. Например, при обозначении объектных чисел натуральными числами мы получаем полумагический квадрат не на операции суммирования, а на операции произведения.

Качественно меняется конечная геометрия Фано, теперь в ей содержатся не 7 точек, а 7 объектных чисел, а место линий представлено функционально. В такой модели геометрия не подчинена условиям Дезарга.

Объектные числа в форме матриц инициируют и продолжают разработку структурных теорий света и гравитации. Следуя первичным моделям атомов света и гравитации в форме изделий из 2 гравитационных предзарядов с разными знаками и 2 электрических предзарядов с разными, объектные числа косвенно подтверждают такую возможность.

В этой главе представлены функциональные аргументы в пользу структурной гипотезы для света и гравитации как единой сущности в двух ее видах. В частности, с 4 предзарядами можно сопоставить 4 квазиполя на множестве триграмм, состоящем из 27 элементов.

Известное объединение группы Галилея и группы Лоренца согласно алгебре Йордана базируется на введении в физику нормированного скалярного поля, названного показателем отношения. Этот же параметр в ассоциативной теории неассоциативно связывает между собой скорости источников излучения со скоростями сред. При рассмотрении света в форме частиц мы вправе искать их «проявления» в моделях объектных чисел с неассоциативными операциями.

Алгебраические уравнения в объектных числах имеют новое качество по сравнению с обычными алгебраическими уравнениями. В частности, квадрат любого числа есть единица объектного множества. Объектные числа с новыми операциями подчинены на комодульных операциях классическому закону Диофанта-Брахмагупта-Фибоначчи. С другой стороны, они задают решения диофантовых уравнений Ферма, что невозможно в классической теории.

Известные матричные решения стандартных алгебраических уравнений расширили наше представление о размерности и структуре пространства их решений. Так, уже квадратные уравнения имеют не 2 решения, а счетное их количество. Полевой алгоритм решения таких уравнений по Галуа, поскольку квазиполя их обобщают, инициирует поиск неассоциативных граней у алгебраических уравнений.

Алгебраические законы, действующие в объектных множествах, имеют неожиданные и нетривиальные черты. Например, есть спектр аргументно инвариантных законов, задающих один и тот же результат на разных аргументах. Такие функции удобно применять при решении объектных когомологических уравнений.

Принята идея наличия объектной динамики в форме функциональной связи нескольких алгебраических выражений с независимыми переменными. Для их решения требуются объектные ключи, структура которых частично представлена в этой главе.

В главе представлены объектные аффинные и проективные геометрии, структура и свойства которых исследованы частично. Есть также объединение геометрий, а также есть возможности взаимного превращения геометрий.

Работа с объектными числами приближает нас к моделированию живых изделий. Которые взаимодействуют не только «телесно», что понятно и привычно для нас, но, также, и информационно, что далеко не всегда доступно и понятно. Выводы из теории объектных чисел могут быть, наверно, применены для анализа духовной практики.

Новое качество магических квадратов п объектных множествах

В обозначении элементов натуральными числами множество M^{16} предъявляет матрицу в форме квадрата с магическим числом 10:

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 11 & 5 \\ 10 & 2 & 6 & 12 \\ 15 & 7 & 3 & 13 \\ 8 & 16 & 14 & 4 \end{pmatrix}.$$

С одной стороны, его уникальность в том, что он содержит 44 модели подмножеств из 4 элементов, имеющих симметрию расположения в квадрате, с магическим числом 10.

С другой стороны, матрица есть полумагический квадрат на неассоциативной операции произведения, с результатами по строкам и столбцам в форме числа 15, а по диагоналям получим число 11:

$$\begin{array}{cccccccc} 11 & & 15 & 15 & 15 & 15 & & 11 \\ & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\ 15 & \leftarrow & 1 & 9 & 11 & 5 & \rightarrow & 15 \\ 15 & \leftarrow & 10 & 2 & 6 & 12 & \rightarrow & 15 \\ 15 & \leftarrow & 15 & 7 & 3 & 13 & \rightarrow & 15 \\ 15 & \leftarrow & 8 & 16 & 14 & 4 & \rightarrow & 15 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\ 11 & & 15 & 15 & 15 & 15 & & 11 \end{array}.$$

В-третьих, уникально расположение элементов по диагоналям с последовательностью в расположении натуральных чисел.

Обратная ситуация по выборке у квадрата объектного множества M^{25} с магическим числом 20, представляющим объектный ноль этого множества:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
22	23	24	25	21

.

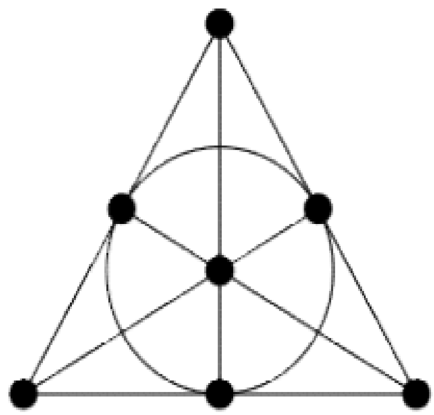
5 элементов этой матрицы не генерируют элемент с номером 20 в других выборках.

Уникален функциональный закон, действующий только на триграммах этого множества: при любом x мы имеем закон функционального «сохранения» конкретного элемента

$$a = (a - x)(a + x)(a - x).$$

Конечная объектная проективная геометрия Фано

Расположение элементов в стандартной модели этой конечной геометрии задается рисунком



Такова геометрия $PG(2,2)$, в структуре которой есть 7 точек и 7 линий.

Заменив точки элементами объектных множеств, мы получаем конечную объектную геометрию, если обеспечим операционное согласование между ними.

Для удобства представления данных зададим их рисунками. Например, получим

				a				
			f		b			
				g				
e				d			c

$\rightarrow$

				9				
			2		11			
				4				
10				12			3

.

Уникальны функциональные свойства этой геометрии:

$$ed = c, \qquad cb = a, \qquad ef = a, \qquad cg = f, \qquad eg = b,$$

$$cd = e, \qquad ab = c, \qquad af = e, \qquad fg = c, \qquad bg = e.$$

«Внутренние» точки операционно согласованы между собой другими законами:

$$(de)(ef) = b,$$
$$(fa)(af) = g,$$
$$(bc)(cg) = f.$$

Следовательно, конечные объектные геометрии не являются геометриями Дезарга. Есть и дополнительные законы

$$a + d = e + b = c + f.$$

Новая физика света и гравитации

Фундаментальными слагаемыми жизни являются Свет и Гравитация. Углубление или расширение их теорий, хотя бы в форме ростковых точек, инициирует развитие парадигмы естествознания.

Главным препятствием для их развития с начала 20 века была и остается гипотеза, авторитарно закрепленная гениями, что Свет и Гравитация не имеют структуры в форме частиц, состоящих из взаимодействующих микрочастиц со своей структурой.

Эта гипотеза имеет 2 «измерения». С одной стороны, развитие тормозит относительность по Эйнштейну: частицы света не могут иметь размеры из-за сингулярности длин при скорости света в вакууме. Преодоление такого «препятствия» в теории требует обобщения электродинамики Максвелла, позволяя объяснить все доступные эксперименты без границ из предыдущих моделей. Такая теория существует в моих работах с 1986 года. Суть ее в том, что в теорию введена нормированная скалярная величина – показатель отношения, а также обобщены связи между полями и индукциями с учетом не только скорости среды, но, еще и источника излучения. Тогда преодолеваются сингулярности, а релятивистские эффекты Доплера и аберрации получают динамическую интерпретацию. Есть зависимость скорости света от скорости источника излучения, а также возможность ее «исчезновения» на основе перемены частоты света.

Динамика перемены параметров света имеет стадии: её начало описывается группой Галилея, а конечной стадии (не в полной мере) соответствует группа Лоренца, согласно ей неплохо описываются итоги взаимодействия. Эти группы принадлежат единому семейству по показателю отношения. Доказано, что такое семейство задает алгебру Йордана.

С другой стороны, развитие теории тормозила гипотеза, что микромир и макромир не имеют структурной аналогии: в макромире изделия структурны, а в микромире реализуются только непрерывные волновые функции. Дискретность обеспечивается не структурностью, а дополнительными граничными условиями. Мною доказано, что уравнение Шрёдингера есть следствие уравнений движения вязкой жидкости в приближении очень малых скоростей. По этой причине нет реальных оснований для отрицания возможности структуры у световых частиц, инициируя исследование их слагаемых и алгоритмов внутреннего взаимодействия.

Первые модели частиц света предложены мною в начале 21 века. Их идеология имеет представленные мною истоки в матричной модели электродинамики, заданной на паре единичных кватернионов. Нейтральные по сумме знаков матрицы размерности 4 достаточны для понимания гравитационной и электрической нейтральности ожидаемых частиц света.

Анализ ситуации привел к модели атомов света в форме аналога планетных систем. В них пара гравитационных предзарядов с разными знаками расположена в центре, а пара электрических предзарядов согласованно двигается на периферии. Такая картина многое объясняет по новому: нет точечных частиц света (нет нуля размеров), нет бесконечности размеров (невозможно «удержать» очень много атомов света). Меняется понимание эффекта дифракции: это итоги взаимодействия среды со структурными частицами с «поперечником».

Дифференциальное продолжение уравнений электродинамики Максвелла позволило сконструировать систему дифференциальных уравнений порядка 3 и ввести в анализ не только поля электродинамики, но и симметричный тензор гравитации.

На этой основе сформулирована гипотеза о существовании атомов гравитации в форме скрытого света: в таких частицах гравитационные предзаряды движутся на периферии, а электрические предзаряды «скрыты» в центре.

Это другой мир, который совсем не познан нами. Есть над чем поработать.

Детали и специфика объединения групп Галилея и Лоренца

В обобщенной модели классической электродинамики Максвелла со спектром разных скоростей и динамическим скалярным показателем отношения группа Галилея задает связи величин на начальной стадии динамических процессов взаимодействия поля со средой. Она физически согласуется с группой Лоренца, задающей связи величин на конечной стадии таких динамических процессов. Их математическое объединение обеспечивает не алгеброй Ли, а симметричной алгеброй Йордана. Кроме этого, есть другие группы, на которые обычно не обращают внимания, хотя они важны с физической точки зрения.

Проанализируем спектр групп и алгоритм их алгебраического объединения.

Ньютон ограничил анализ механики и оптики ситуациями в физическом пространстве-времени, полагая, что координаты и время для разных «наблюдателей» едины по своей сути, но могут отличаться множителем, учитывающим их относительность. Математически такую возможность зададим преобразованиями координат и времени, которые назовем группой Ньютона

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \to x' = \gamma x, t' = \gamma t.$$

Учтем возможность разных масштабов для координат и времени с дополнительным условием: отношения временных интервалов, ассоциированных с изменением частоты, могут зависеть от координат, скоростей и других параметров. Пусть они образуют группу, которую назовем группой Барыкина:

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{u}{c} w & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \to x' = \gamma x, t' = \gamma \left(t + \frac{u}{c} w x \right).$$

Галилей принял модель единого времени для разных наблюдателей и возможную зависимость координат исследуемого явления от безразмерной скорости:

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \to x' = \gamma \left(x + \frac{u}{c} t \right), t' = \gamma t.$$

Такова в простейшем виде группа Галилея.

Лорентц анализировал симметрийные пространственно-временные свойства *вакуумных уравнений* электродинамики Максвелла. Он доказал их инвариантность при преобразованиях

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \to x' = \gamma \left(x + \frac{u}{c} t \right), t' = \gamma \left(t + \frac{u}{c} x \right), \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Они задают группу Лорентца.

На первый взгляд этот «спектр» групп не имеет алгоритма объединения. Однако это не так. Из анализа следует, что объединение групп естественно как с математической, так и с физической точки зрения. В частности, известно их параметрическое объединение, предложенное Игнатовским, Франком и Роттом (позднее оно было применено мною в релятивистской электродинамике):

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \to x' = \gamma^* \left(x + \frac{u}{c} t \right), t' = \gamma^* \left(t + \frac{u}{c} wx \right), \gamma^* = \frac{1}{\sqrt{1 - w\frac{u^2}{c^2}}}$$

Эти преобразования *не образуют группу*, хотя они принадлежат группе специальных линейных преобразований. Новый параметр w в электродинамике, названный показателем отношения поля к веществу, объединяет в одно семейство неизоморфные группы.

Преобразования с показателем отношения можно рассматривать как суперпозицию указанных выше групп с мультипликативными множителями в их аддитивной форме:

$$\gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} = \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} - \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем их несколько иначе:

$$\gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} + \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix}.$$

Морфологическое представление спектра групп допускает формальную запись

Лорентц + Ньютон=Галилей + Барыкин.

С одной стороны, уникальность ситуации, в том, что преобразования, которые не являются группой, могут быть представлены в форме аддитивно-мультипликативной суперпозиции групп.

С другой стороны, показатель отношения может быть отрицательным или комплексным числом, что позволяет качественно по новому оценивать и применять пространственно-временные симметрии.

Мною доказано, что указанное параметрическое объединение симметрий реализуется в модели нелинейной алгебры Йордана, что недостижимо в модели линейной алгебры Ли.

Кроме этого, что важно с физической точки зрения, система групп управляется новым скалярным нормированным параметром, названным показателем отношения. Он задает условия реализации группы Галилея в начале динамических процессов и характеризует его в конце динамики посредством группы Лоренца.

Дифференциальное расширение полевых уравнений электродинамики Максвелла

Стандартная форма уравнений электродинамики Максвелла такова:

$$\partial_y E_z - \partial_z E_y + \frac{1}{c}\partial_\tau B_x = 0,$$
$$\partial_z E_x - \partial_x E_z + \frac{1}{c}\partial_\tau B_y = 0,$$
$$\partial_x E_y - \partial_y E_x + \frac{1}{c}\partial \;\, B_z = 0,$$
$$\partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0.$$

Введем антисимметричный и симметричный тензоры ранга 2. С одной стороны, они задают функциональную связь с 4-потенциалами электромагнитной и гравитационной сущностей. С другой стороны, они объединяют в единые множества пару векторов электромагнитного поля и тройку векторов гравитации:

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m, \qquad G_{mn} = \partial_m S_n + \partial_n S_m,$$

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & -B_z & B_y & -E_x \\ B_z & 0 & -B_x & -E_y \\ -B_y & B_x & 0 & -E_z \\ E_x & E_y & E_z & 0 \end{pmatrix}, G_{mn} = \begin{pmatrix} P_x & K_z & K_y & L_x \\ K_z & P_y & K_x & L_y \\ K_y & K_x & P_z & L_z \\ L_x & L_y & L_z & P_\tau \end{pmatrix}.$$

Выполним дифференциальное расширение уравнений электродинамики для свободного поля, получив слагаемые функционального уравнения для пары указанных тензоров:

$$\partial_x(\partial_y E_z - \partial_z E_y + \frac{1}{c}\partial_\tau B_x = 0) \leftrightarrow \partial_1(\partial_2 F_{03} + \partial_0 F_{32} + \partial_3 F_{20} = 0),$$
$$\partial_y(\partial_z E_x - \partial_x E_z + \frac{1}{c}\partial_\tau B_y = 0) \leftrightarrow \partial_2(\partial_3 F_{01} + \partial_0 F_{13} + \partial_1 F_{30} = 0),$$
$$\partial_z(\partial_x E_y - \partial_y E_x + \frac{1}{c}\partial \;\, B_z = 0) \leftrightarrow \partial_3(\partial_1 F_{02} + \partial_0 F_{21} + \partial_2 F_{10} = 0),$$
$$\partial_\tau(\partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0) \leftrightarrow \partial_0(\partial_1 F_{32} + \partial_3 F_{21} + \partial_2 F_{13} = 0).$$

Сумма указанных элементов объединяется в функциональное уравнение, которое верное для антисимметричного и симметричного тензора:

$$\partial_m\left(\partial_k \Phi_{nl} - \partial_n \Phi_{kl}\right) + \partial_l\left(\partial_n \Phi_{km} - \partial_n \Phi_{km}\right) = 0.$$

Так на дифференциальных уравнениях порядка 3 обеспечивается начальное и простое функциональное объединение полевых моделей электромагнетизма и гравитации.

Многомерное пространство счетного числа решений квадратного уравнения

От Евдокса идет понимание экспериментального факта, что линии и плоскости есть не одно и то же, и что это различие требует корректного отношения к ситуациям с множествами разных измерений, а потому и с функциями в таких множествах.

Следуя этой точке зрения, имеются основания для фундаментально нового понимания форм и сути решений квадратичных алгебраических уравнений с одной переменной.

Действительно, зададим на евклидовой плоскости выражение для «активной» площади

$$S^* = (a+x)(b+y).$$

Примем линейное согласование пары независимых переменных в форме связи

$$y = \alpha x + \beta.$$

Получим

$$S^* = (a+x)(a+\alpha x+\beta) = ab + a\alpha x + a\beta + xa + x\alpha x + x\beta.$$

При условии независимости произведений от порядка множителей и корректности закона дистрибутивности имеем базовое алгебраическое уравнение степени 2

$$f(x) = x^2 + Ax + B.$$

Здесь

$$A = a + \frac{b+\beta}{\alpha}, B = \beta + \frac{ab}{\alpha}.$$

Формальное решение уравнения $f(x) = x^2 + Ax + B = 0$ обеспечивает значение независимой переменной, при котором имеет место «равновесие» квадратичного слагаемого и его линейной «тени»:

$$x^2 = -(Ax+B).$$

Эта задача представляет определенный интерес, но данного решения недостаточно, чтобы учесть и проанализировать спектр возможных значений второй независимой переменной, а также указанных параметров, ассоциированных с анализируемым спектром ситуаций.

Понимание предлагаемой специфики алгебраического уравнения степени 2 проясняет известную из расчетов структуру его решений.

С одной стороны, имеем пару решений. С другой стороны, есть решения, которые выходят «за границы» множества коэффициентов уравнения. Таковы квадратные корни из отрицательных чисел.

«Экспериментально» доказано, что размерность пространства решений для квадратного уравнения в 2 раза больше размерности пространства коэффициентов.

Естественно принять точку зрения, что в общем случае, действуя чисто алгебраически, мы получаем не просто скалярные, а матричные решения, представленные в скалярном виде.

В этом легко убедиться, записав известные решения в матричном виде, устраняя из теории «мистику» комплексных чисел и обеспечивает расширение спектра решений. Понятно, что речь идет об изменении понятия решения в радикалах.

Проиллюстрируем ситуацию примером. Запишем решения квадратного уравнения

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

в стандартном и матричном виде. Получим две формы их представления:

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-1} = -2 \pm i,$$
$$x_{1,2} = (-2)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$x_1 = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, x_{1T} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Комплексная единица вошла в математику как «свидетель» существования невидимого мира чисел и получила применение при решении ряда задач естествознания в модели векторного пространства, предложенного Гауссом. Решение квадратного уравнения по формуле Виета стало катализатором для аналогичных решений в радикалах алгебраических уравнений более высоких степеней.

С физической точки зрения этот подход плох, в первую очередь, тем, что комплексные единицы не допускают экспериментального измерения.

С математической точки зрения мы фактически изначально понимаем, что размерность числового пространства решений превосходит размерность пространства коэффициентов базового уравнения. В матричном преставлении решения эта тонкость естественно и просто учтена.

Убедимся в корректности представленного матричного решения:

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}^2 + 4\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}^2 + 4\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ -4 & -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Речь идет не о том, что решение задает координаты точки. Имеет место решение в форме пар точек, если принять их координаты числами абсцисс и ординат этих точек. Фактически так задаются две пары линий на евклидовой плоскости взамен одной линии на «комплексной», воображаемой плоскости.

Координаты точек, представленные матрицами, имеют единые функциональные свойства:

$$Spx_1 = Spx_{1T} = -a = -4,$$
$$Detx_1 = Detx_{1T} = b = 5.$$

Пару решений образует пара взаимно транспонируемых матриц. Такова специфика темы.

Согласно специфике, найдем другие пары решений с аналогичными свойствами для шпуров и детерминантов.

Имеем, в частности, спектр решений:

$$\underset{x_2}{\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}, \underset{x_2^2}{\begin{pmatrix} -5 & 20 \\ -4 & 11 \end{pmatrix}}, \qquad \underset{x_{2T}}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}}, \underset{x_T^2}{\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 20 & 11 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} -5 & 20 \\ -4 & 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -20 \\ 4 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 20 & 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -20 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\underset{x_3}{\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}}, \underset{x_3^2}{\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}}, \qquad \underset{x_{3T}}{\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}}, \underset{x_{3T}^2}{\begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -8 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -8 \\ 4 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\underset{x_4}{\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x_4^2}{\begin{pmatrix} 11 & 20 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}} \qquad \underset{x_{4T}}{\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x_{4T}^2}{\begin{pmatrix} 11 & -4 \\ 20 & -5 \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} 11 & 20 \\ -4 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -16 & -20 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 11 & -4 \\ 20 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -16 & 4 \\ -20 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\underset{x_5}{\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}}, \underset{x_5^2}{\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}} \qquad \underset{x_2}{\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}, \underset{x}{\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -12 & 4 \\ -8 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -12 & -10 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Только первая пара решений квадратного уравнения издавна принята в качестве спектра «возможностей» квадратного алгебраического уравнения.

Учет свойств этого уравнения позволяет расширить общепринятый спектр и обобщить модель алгебраических решений.

Запишем эти решения квадратного уравнения в форме таблицы:

$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

.

Проанализируем по принятому алгоритму решения алгебраического уравнения

$$x^2 + 4x - 5 = 0.$$

Запишем его решение в скалярном и матричном виде:

$$x_{1,2} = -2 \pm 3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} = X \to X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}.$$

Подстановка полученных значений в исходное уравнение обеспечивает тождество

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Согласно принятой концепции матриц как «картины» отношений между объектами, мы имеем модель «самовоздействия», подчиненного функциональному условию.

В рассматриваемом случае решение управляется парой величин

$$SpX = -4, DetX = -5.$$

Принимая модель управления решениями в качестве «катализатора» спектра решений, получим новые матричные решения, которые были «скрыты» в скалярном подходе.

Например, получим

$$X = \begin{pmatrix} -2 & a \\ b & -2 \end{pmatrix}, DetX = 4 - ba = -5, ba = 9.$$

Соответственно получим 3 решения: одно решение совпадает с транспонированным, зато второе решение отличается от транспонированного:

$$a = b = 3 \to \begin{pmatrix} 13 & -12 \\ -12 & 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 12 \\ 12 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a = 1, b = 9 \to \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 9 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 13 & -4 \\ -36 & 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 36 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a = 9, b = 1 \to \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 13 & -36 \\ -4 & 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 36 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Квадратное алгебраическое уравнение имеем счетное количество матричных решений, если они конструируются согласно алгоритму управления ими. В частности, таковы модели

$$X_p \to \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -7 & -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \ldots$$

Известно, что алгебраические уравнения имеют счетное множество решений в форме матриц, слагаемые которых зависят от натуральных чисел.

Так, матричные решения X уравнения степени 2 вида $x^2+4x+5=0$ при функциональном управлении

$$SpX=-4, DetX=5$$

имеют, например, слагаемые, ассоциированные с натуральными числами в верхнем углу матриц.

Частичное множество решений выглядит так:

n	1	2	3	4	5
X	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -10 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -17 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -26 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -37 & -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -50 & -9 \end{pmatrix}$,

n	6	7	8	9	10
X	$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -65 & -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -82 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -101 & -12 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ -122 & -13 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ -145 & -14 \end{pmatrix}$,...

Абсолютные значения сумм элементов матриц образуют числовую последовательность:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$-\sum_i x_i$	13	20	29	40	53	68	85	104	125	148

,...

Она генерирует функциональный закон

$$X_{n+1}=X_n+2(n-1)+5.$$

Для уравнения $x^2+4x-5=0$ числовая последовательность

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$-\sum_i x_i$	3	10	19	30	43	58	75	94	115	138

,...

генерирует аналогичный закон с той же константой

$$X_{n+1}=X_n+2(n-1)+5.$$

Разности соседних элементов каждой последовательности образуют геометрическую прогрессию.

Это же свойство имеет сумма элементов пары последовательностей, соответствующих одним номерам. Данный спектр свойств не исчерпывает всей совокупности.

Решения в матричном виде обеспечивают условия для применения к ним неассоциативных операций. В частности, в форме произведения строк на строки.

Матричное решение уравнения

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

в его общем виде

$$x = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

на неассоциативном произведении строк на строки генерирует его квадрат

$$x^2 = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & ac + bd \\ ac + bd & c^2 + d^2 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, требуется выполнение условий

$$\begin{pmatrix} a^2 + b^2 + 4a & ac + bd + 4b \\ ac + bd + 4c & c^2 + d^2 + 4d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

Согласованы между собой уравнения

$$a^2 + b^2 + 4a = -5 = c^2 + d^2 + 4d,$$

$$ac + bd + 4b = 0 = ac + bd + 4c,$$

$$b = c = n.$$

Имеем условия

$$a^2 + 4a + 5 + n^2 = 0 = d^2 + 4d + 5 + n^2.$$

Спектр параметрически зависимых решений квадратного уравнения имеет такой вид

$$x_n = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + i\sqrt{1 + n^2} & n \\ n & -2 + i\sqrt{1 + n^2} \end{pmatrix}.$$

Например, получим для любых значений параметра n

$$a^2 + b^2 + 4a = -5 \to 4 - 4\sqrt{1 + n^2} - 1 - n^2 + n^2 - 8 + 4\sqrt{1 + n^2}\,i = -5,$$

$$c^2 + d^2 + 4d = -5 \to n^2 + 4 + 4\sqrt{1 + n^2}\,i - 1 - n^2 - 8 - 4\sqrt{1 + n^2}\,i = -5,$$

$$ac + bd + 4b = 0 \to \left(-2 + \sqrt{1 + n^2}\,i\right)n + n\left(-2 - \sqrt{1 + n^2}\,i\right) + 4n = 0.$$

Исходя из наличия спектра решений алгебраических квадратных уравнений, естественно найти спектр алгоритмов для их генерации.

Назовем каждый алгоритм генерации решений алгебраических уравнений размерностью пространства решений. Поскольку их несколько, пространство решений многомерно.

Укажем несколько измерений пространства решений квадратного алгебраического уравнения.

Исторически на первое место выходит пара «скалярных» решений Виета

$$x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4b}.$$

Сумма корней равна первому коэффициенту с обратным знаком, произведение корней равно свободному члену.

В матричном представлении решений из такого алгоритмы мы получаем условия

$$Spx_i = -a, Detx_i = b.$$

Решения в матричном виде с выполнением указанных условий задают 2-параметрическое счетное их множество вида

$$x_1 = \begin{pmatrix} n & p \\ \sigma & -(a+n) \end{pmatrix}, x_z = \begin{pmatrix} n & \sigma \\ p & -(a+n) \end{pmatrix},$$

$$\sigma = -\frac{1}{p}\left(b + n(a+n)\right).$$

В частности, ранее указана модель с $n = 1, p = n$, достаточная для генерации числовой последовательно по абсолютной сумме чисел, входящих в матричные решения.

Следовательно, в спектре решений квадратного алгебраического уравнения есть место для 2-параметрического алгоритма генерации решений, задавая второе измерение пространства решений.

Третье измерение пространства решений задает алгоритм конструирования решений по коэффициентам уравнения на основе теоремы Гамильтона-Кели.

Решения имеют простую новую структуру:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 0 & -b \\ 1 & -a \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b & -a \end{pmatrix},$$

$$x_1^2 = \begin{pmatrix} -b & ab \\ -a & a^2 - b \end{pmatrix}, x_2^2 = \begin{pmatrix} -b & -a \\ ab & a^2 - b \end{pmatrix}.$$

Естественно инициируется задача нахождения пространств решений для алгебраических уравнений более высокого порядка.

Матричные решения в радикалах алгебраических уравнений больших степеней

Проиллюстрируем ситуацию на примере алгебраического уравнения степени 5. Найдем одно решение общего уравнения в матричном виде.

Одно уравнение такой степени после преобразований имеет вид

$$f = x^5 + ax + b = 0.$$

Найдем его матричное решение на основе алгоритма произведений сопутствующей матрицы. Имеем 5 матриц:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{x},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{x^2}, \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{x^3},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix}}_{x^4}, \underbrace{\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 & 0 & ab \\ -a & -b & 0 & 0 & a^2 \\ 0 & -a & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \end{pmatrix}}_{x^5}.$$

Подставим полученные значения в начальное уравнение. Получим тождество

$$\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 & 0 & ab \\ -a & -b & 0 & 0 & a^2 \\ 0 & -a & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -ab \\ a & 0 & 0 & 0 & -a^2 \\ 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \end{pmatrix} +$$

$$
+b\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
$$

Проанализируем ситуацию на основе графа в форме «домика», который ассоциирован с решением базового алгебраического уравнения, иллюстрируя спектр взаимных отношений элементов каждой строки с элементами других строк:

$$
\underset{x^5 + ax + b = 0}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}} \leftrightarrow \quad \begin{array}{ccc} & 1 & \\ \swarrow & & \nwarrow \\ 5 & \leftarrow & 2 \\ \downarrow & & \uparrow \\ 4 & \rightarrow & 3 \end{array}.
$$

Один цикл отношений не затрагивает элемент под номером 1 и задается матрицей, которая при взаимных произведениях генерирует циклическую группу

$$
\underset{(\alpha)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}},
\underset{(\alpha^2)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}},
\underset{(\alpha^3)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}},
\underset{(\alpha^4 = E)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}.
$$

Другой цикл отношений задается матрицей

$$
\underset{(\beta)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}.
$$

Такова матрица полного цикла, в которой мономиально задействованы все 5 элементов. В модели цикла с 4 элементами один элемент отсутствует. Косвенно пара графов иллюстрирует проблему Лагранжа: на группе перестановок 5 элементов нет функций, которые генерируют только 4 значения.

Взаимные ее произведения генерируют циклическую групп с элементами

$$\underset{\beta^2}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{\beta^3}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{\beta^4}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{\beta^5=E}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}}.$$

Указанной пары матриц и их взаимных произведений недостаточно для генерации всей группы перестановок из пяти элементов. Это очевидно, так как такие произведения не могут «произвести» все требуемое подмножество с единичным элементом в первой строке и в первом столбце. Кроме этого, на основе графа нет генерации цикла из 3 элементов.

Проиллюстрируем наличие спектра решений у анализируемых уравнений на простом примере. Пусть

$$x^5-5x+4=0.$$

Базовый матричный корень этого уравнения и его степени таковы:

$$\underset{x}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&-4\\1&0&0&0&5\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{x^2}{\begin{pmatrix}0&0&0&-4&0\\0&0&0&5&-4\\1&0&0&0&5\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}}$$

$$\underset{x^3}{\begin{pmatrix}0&0&-4&0&0\\0&0&5&-4&0\\0&0&0&5&-4\\1&0&0&0&5\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{x^4}{\begin{pmatrix}0&-4&0&0&0\\0&5&-4&0&0\\0&0&5&-4&0\\0&0&0&5&-4\\1&0&0&0&5\end{pmatrix}},\underset{x^5}{\begin{pmatrix}-4&0&0&0&-20\\5&-4&0&0&25\\0&5&-4&0&0\\0&0&5&-4&0\\0&0&0&5&-4\end{pmatrix}}.$$

Суммируя эти значения, получим доказательство корректности значения матричного корня.

Второе базовое матричное решение получается при рассмотрении транспонированной матрицы. Тогда ситуация выглядит так:

$$\underset{x_T}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\-4&5&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_T^2}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\-4&5&0&0&0\\0&-4&5&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 5 \\ -20 & 25 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$x_T^3 \qquad\qquad x_T^4 \qquad\qquad x_T^5$$

Наличие пары базовых матричных решений является стартовой точкой для конструирования других возможных решений. Для этого требуется дополнить алгоритм поиска, учитывая некоторую специфику модели корней анализируемого степенного уравнения. Кроме этого, можно принять во внимание тот факт, что транспонированные матрицы также есть решения алгебраического уравнения.

В анализируемой ситуации матричное решение задает значения следа и определителя

$$Spx = 0, Detx = -b.$$

При выполнении условия $\alpha\beta = b$ генерируется спектр решений вида

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Действительно, получим

$$x^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -\alpha\beta \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -\alpha\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -\alpha\beta \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$x^4 = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & -\alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -\alpha\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -\alpha\beta \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix},$$

$$x^5 = \begin{pmatrix} -\alpha\beta & 0 & 0 & 0 & \alpha a \\ -a\beta & -\alpha\beta & 0 & 0 & a^2 \\ 0 & -a & -\alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -\alpha\beta & \\ 0 & 0 & 0 & -a & -\alpha\beta \end{pmatrix}.$$

Соответственно мы имеем спектр решений общего уравнения $y = x^5 + ax + b = 0$.

В частности, есть решение

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ b & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Наличие спектра матричных решений иллюстрирует модель спектра отношений между пятью элементами объектного множества, *допуская их динамику*.

Проанализируем возможность спектра матричных решений алгебраического уравнения порядка 5 на условии:

$$\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \beta & -a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

x

$$\underset{x^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \beta & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta\alpha & -a & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \beta & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta\alpha & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta\alpha & -a & 0 \end{pmatrix}}$$

$$\underset{x^4}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \\ \beta & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta\alpha & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta\alpha & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta\alpha & -a \end{pmatrix}}, \underset{x^5}{\begin{pmatrix} \beta\alpha & -a\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta\alpha & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta\alpha & -a & \\ 0 & 0 & 0 & \beta\alpha & -a \\ -\varepsilon a & a^2 & 0 & 0 & \beta\alpha \end{pmatrix}}.$$

Так как имеем

$$ax = a\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \beta & -a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}},$$

$$b \to b\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

выполнение анализируемых условий очевидно. Спектр решений обеспечивается условием

$$\alpha\beta = -b.$$

Проиллюстрируем ситуацию примерами. Рассмотрим, в частности,

$$\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ b & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \\ b & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \\ b & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{ax}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a \\ ab & 0 & 0 & 0 & -a^2 \\ 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^4}{\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \\ b & 0 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix}}, \underset{x^5}{\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 & 0 & a \\ -ab & -b & 0 & 0 & a^2 \\ 0 & -a & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & -b \end{pmatrix}}.$$

Выполним транспонирование предложенной матрицы.

Получим новое решение, так как

$$\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -a & 0 & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & -a & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x^4}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b \\ -1 & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b & -a \end{pmatrix}},$$

$$\underset{ax}{\begin{pmatrix} 0 & ab & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a \\ -a & -a^2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x}{\begin{pmatrix} -b & -ab & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b & -a \\ a & a^2 & 0 & 0 & -b \end{pmatrix}}.$$

В 1764 году Эйлер доказал, что решения в радикалах имеет уравнение $x^5 - 5px^3 + 5p^2x + q = 0$. По предложенному алгоритму проанализируем структуру слагаемых его решения вида

$$\underset{(x)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -q \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -5p^2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5p \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}.$$

Получим

$$\underset{(x^2)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5p^2 & -q \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -5p^2 \\ 0 & 1 & 0 & 5p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5p \end{pmatrix}}, \underset{(x\ )}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -q & 0 & -5pq \\ 0 & 0 & -5p^2 & -q & -25p^3 \\ 0 & 0 & 0 & -5p^2 & -q \\ 1 & 0 & 5p & 0 & 20p^2 \\ 0 & 1 & 0 & 5p & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -q & 0 & -5pq & 0 \\ 0 & -5p^2 & -q & -25p^3 & -5pq \\ 0 & 0 & -5p^2 & -q & -25p^3 \\ 0 & 5p & 0 & 20p^2 & -q \\ 1 & 0 & 5p & 0 & 20p^2 \end{pmatrix},$$

$$\left(x^4\right)$$

$$\begin{pmatrix} -q & 0 & -5pq & 0 & -20qp^2 \\ -5p^2 & -q & -25p^3 & -5pq & -100p^4 \\ 0 & -5p^2 & -q & -25p^3 & -5pq \\ 5p & 0 & 20p^2 & -q & 75p^3 \\ 0 & 5p & 0 & 20p^3 & -q \end{pmatrix}.$$

$$\left(x^5\right)$$

Простая проверка подтверждает корректность предложенного решения. Характерно в нем то, что фактически указан спектр уравнений с единой формой матричного решения.

Очевидная сложность слагаемых может рассматриваться в качестве «препятствия» для получения решения в числовой, а не в матричной форме.

Кроме этого, так «упускается» тот факт, что анализируемые алгебраические уравнения характеризуют не столько числовые решения, сколько структуру спектра отношений между 5 абстрактными объектами.

Проанализируем алгебраическое уравнение $f = x^5 + ax^2 + b = 0$.

Найдем его матричное решение на основе алгоритма произведения сопутствующей матрицы:

$$\underset{x^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & -a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & -a & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & -a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^4}{\begin{pmatrix} 0 & -b & 0 & 0 & ab \\ 0 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 & -b & a^2 \\ 0 & 0 & -a & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & -a & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x^5}{\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 & ab & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 & ab \\ -a & 0 & -b & a^2 & 0 \\ 0 & -a & 0 & -b & a^2 \\ 0 & 0 & -a & 0 & -b \end{pmatrix}}.$$

Подставим полученные значения в начальное уравнение. Получим тождество

$$\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 & ab & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 & ab \\ -a & 0 & -b & a^2 & 0 \\ 0 & -a & 0 & -b & a^2 \\ 0 & 0 & -a & 0 & -b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -ab & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -ab \\ a & 0 & 0 & -a^2 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 & -a^2 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+b\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение со слагаемым третьей степени имеет вид

$$f = x^5 + ax^3 + b = 0.$$

Найдем его матричное решение на основе алгоритма произведения сопутствующей матрицы. Имеем 5 матриц:

$$\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -a \end{pmatrix}}, \underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -b & 0 & ab \\ 0 & 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & -a & 0 & a^2 \\ 0 & 1 & 0 & -a & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^4}{\begin{pmatrix} 0 & -b & 0 & ab & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 & ab \\ 0 & 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & -a & 0 & a^2 & -b \\ 1 & 0 & -a & 0 & a^2 \end{pmatrix}}, \underset{x^5}{\begin{pmatrix} -b & 0 & ab & 0 & -ba^2 \\ 0 & -b & 0 & ab & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 & ab \\ -a & 0 & a^2 & -b & -a^3 \\ 0 & -a & 0 & a^2 & -b \end{pmatrix}}.$$

Подставим полученные значения в начальное уравнение. Получим тождество

$$\begin{pmatrix} -b & 0 & ab & 0 & -ba^2 \\ 0 & -b & 0 & ab & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 & ab \\ -a & 0 & a^2 & -b & -a^3 \\ 0 & -a & 0 & a^2 & -b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -ab & 0 & a^2b \\ 0 & 0 & 0 & -ab & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -ab \\ a & 0 & -a^2 & 0 & a^3 \\ 0 & a & 0 & -a^2 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+b\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение со слагаемым четвертой степени имеет вид $f = x^5 + ax^4 + b = 0$. Найдем его матричное решение на основе алгоритма произведения сопутствующей матрицы. Имеем 5 матриц:

$$\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -b & ab \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a & a^2 \end{pmatrix}}, \underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -b & ab & -a^2b \\ 0 & 0 & 0 & -b & ab \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -a & a^2 & -a^3 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^4}{\begin{pmatrix} 0 & -b & ab & -ba^2 & ba^3 \\ 0 & 0 & -b & ab & -ba^2 \\ 0 & 0 & 0 & -b & ab \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & -a & a^2 & -a^3 & a^4 \end{pmatrix}}, \underset{x^5}{\begin{pmatrix} -b & ab & -a^2b & ba^3 & -ba^4 \\ 0 & -b & ab & -a^2b & ba^3 \\ 0 & 0 & -b & ab & -a^2b \\ 0 & 0 & 0 & -b & ab \\ -a & a^2 & -a^3 & a^4 & -a^5 \end{pmatrix}}.$$

Подставим полученные значения в начальное уравнение. Получим тождество

$$\begin{pmatrix} -b & ab & -a^2b & ba^3 & -ba^4 \\ 0 & -b & ab & -a^2b & ba^3 \\ 0 & 0 & -b & ab & -a^2b \\ 0 & 0 & 0 & -b & ab \\ -a & a^2 & -a^3 & a^4 & -a^5 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 & -b & ab & -ba^2 & ba^3 \\ 0 & 0 & -b & ab & -ba^2 \\ 0 & 0 & 0 & -b & ab \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & -a & a^2 & -a^3 & a^4 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Муавр и Эйлер нашли разрешимые в радикалах алгебраические уравнения степени 5 вида

$$x^5 + ax^2 + bx + c = 0.$$

Найдем спектр матричных решений в общей ситуации при разных коэффициентах уравнения:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -c \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{x},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b & -c \\ 1 & 0 & 0 & -a & -b \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{x^2}, \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & -c & 0 \\ 0 & 0 & -a & -b & -c \\ 1 & 0 & 0 & -a & -b \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix}}_{x^3},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -c & 0 & 0 & ac \\ 0 & -b & -c & 0 & ba \\ 0 & -a & -b & -c & a^2 \\ 0 & 0 & -a & -b & -c \\ 1 & 0 & 0 & -a & -b \end{pmatrix}}_{x^4}, \underbrace{\begin{pmatrix} -c & 0 & 0 & ac & bc \\ -b & -c & 0 & ba & ac+b^2 \\ -a & -b & -c & a^2 & 2ab \\ 0 & -a & -b & -c & a^2 \\ 0 & 0 & -a & -b & -c \end{pmatrix}}_{x^5}.$$

Объединив их в уравнение, мы получаем тождество:

$$\begin{pmatrix} -c & 0 & 0 & ac & bc \\ -b & -c & 0 & ba & ac+b^2 \\ -a & -b & -c & a^2 & 2ab \\ 0 & -a & -b & -c & a^2 \\ 0 & 0 & -a & -b & -c \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b & -c \\ 1 & 0 & 0 & -a & -b \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+b\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -c \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем существование матричного «корня» для алгебраического уравнения общего вида степени 5 $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Получим

$$\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -e \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -d \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -c \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a \end{pmatrix}}, \quad \underset{x^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -e & ae \\ 0 & 0 & 0 & -d & -e+ad \\ 1 & 0 & 0 & -c & -d+ac \\ 0 & 1 & 0 & -b & -c+ab \\ 0 & 0 & 1 & -a & -b+a^2 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -e & ae & -e\left(-b+a^2\right) \\ 0 & 0 & -d & -e+ad & ae+(-d)\left(-b+a^2\right) \\ 0 & 0 & -c & -d+ac & -e+ad+(-c)\left(-b+a^2\right) \\ 1 & 0 & -b & -c+ab & -d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right) \\ 0 & 1 & -a & -b+a^2 & -c+ab+(-a)\left(-b+a^2\right) \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^4}{\begin{pmatrix} 0 & -e & ae & (-e)\left(-b+a^2\right) & -e\Omega \\ 0 & -d & -e+ad & ae+(-d)\left(-b+a^2\right) & -e\left(-b+a^2\right)+(-d)\Omega \\ 0 & -c & -d+ac & -e+ad+(-c)\left(-b+a^2\right) & ae+(-d)\left(-b+a^2\right)+(-c)\Omega \\ 0 & -b & -c+ab & -d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right) & -e+ad+(-c)\left(-b+a^2\right)+(-b)\Omega \\ 1 & -a & -b+a^2 & -c+ab+(-a)\left(-b+a^2\right) & -d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right)+(-a)\Omega \end{pmatrix}},$$

$$\Omega = \left[-c + ab + (-a)\left(-b + a^2\right)\right],$$

$$\begin{pmatrix} -e & ae & (-e)\left(-b+a^2\right) & -e\Omega & B_1 \\ -d & -e+ad & ae+(-d)\left(-b+a^2\right) & (-e)\left(-b+a^2\right)-d\Omega & B_2 \\ -c & -d+ac & -e+ad+(-c)\left(-b+a^2\right) & ae+(-d)\left(-b+a^2\right)-c\Omega & B_3 \\ -b & -c+ab & -d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right) & -e+ad+(-c)\left(-b+a^2\right)-b\Omega & B_4 \\ -a & -b+a^2 & -c+ab+(-a)\left(-b+a^2\right) & -d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right)-a\Omega & B_5 \end{pmatrix},$$

$$x^5$$

$$B_1 = -e\left\{-d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right)+(-a)\Omega\right\},$$

$$B_2 = -e\Omega - d\left\{-d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right)+(-a)\Omega\right\},$$

$$B_3 = -e\left(-b+a^2\right)-d\Omega-c\left\{-d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right)+(-a)\Omega\right\},$$

$$B_4 = ae+(-d)\left(-b+a^2\right)-c\Omega-b\left\{-d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right)+(-a)\Omega\right\},$$

$$B_5 = -e+ad+(-c)\left(-b+a^2\right)-b\Omega-a\left\{-d+ac+(-b)\left(-b+a^2\right)+(-a)\Omega\right\}.$$

Свободный член в алгебраическом выражении имеет матричный вид

$$e \to \begin{pmatrix} e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e \end{pmatrix}.$$

Объединим элементы строк по всем слагаемым. Значения первой строки задаются таблицей

0	1	2	3	4	5
x^5	$-e$	ae	$eb-ea^2$	$ce-eab-aeb+ea^3$	$ed-eac-eb^2+eba^2+$ $-eac+ea^2b+ea^2b-ea^4$
ax^4	0	$-ae$	a^2e	$aeb-ea^3$	$aec-ea^2b-ea^2b+ea^4$
bx^3	0	0	$-be$	bae	eb^2-eba^2
cx^2	0	0	0	$-ce$	cae
dx	0	0	0	0	$-de$
e	e	0	0	0	0

.

Таблица второй строки несколько сложнее:

0	1	2	3	4	5
x^5	$-d$	$-e+ad$	$ae+db-da^2$	$eb-ea^2+dc-$ $-dab-dab+da^3$	$ec-eab-eab+ea^3+$ $+d^2-dac-db^2+dba^2-$ $-dac+da^2b+dba^2-da^4$
ax^4	0	$-da$	$-ae+a^2d$	$a^2e+adb-da^3$	$aeb-ea^3+dac-da^2b-$ $-da^2b+da^4$
bx^3	0	0	$-db$	$-be+bad$	$aeb+db^2-dba^2$
cx^2	0	0	0	$-cd$	$-ce+cad$
dx	d	0	0		$-d^2$
e	0	e	0		0

.

0	1	2	3	4	5
x^5	$-c$	$-d+ac$	$-e+ad+cb-ca^2$	$ae+db-da^2+c^2-$ $-cab-cab+ca^3$	$eb-ea^2+dc-dab+$ $+da^3+cd-ac^2-cb^2+$ $+cba^2-ac^2+ca^2b+ca^2b+$ $+ca^4$
ax^4	0	$-ac$	$-ad+ca^2$	$-ae+da^2+cab-ca^3$	$a^2e+adb-da^3+ac^2-$ $-ca^2b-a^2bc-ca^4$
bx^3	0	0	$-bc$	$-bd+bac$	$-eb+adb+cb^2-bca^2$
cx^2	c	0	0	$-c^2$	$-cd+ac^2$
dx	0	d	0	0	$-cd$
e	0	0	e	0	0

,

0	1	2	3	4	5
x^5	$-b$	$-c+ab$	$-d+ac+b^2-ba^2$	$-e+ad+cb-ca^2+$ $+bc-ab^2-ab^2+ba^3$	$ae+db-da^2+c^2-$ $-cab-cab+ca^3+bd-$ $-bac-b^3+b^2a^2-bac+$ $+a^2b^2+a^2b^2-ba^4$
ax^4	0	$-ba$	$-ac+a^2b$	$-ad+a^2c+ab^2-ba^3$	$-ae+a^2d+cab-ca^3+$ $+bca-a^2b^2-a^2b^2+ba^4$
bx^3	b	0	$-b^2$	$-bc+ab^2$	$-bd+acb+b^3-b^2a^2$
cx^2	0	c	0	$-bc$	$-c^2+cab$
dx	0	0	d	0	$-db$
e	0	0	0	e	0

,

0	1	2	3	4	5
x^5	$-a$	$-b+a^2$	$-c+ab+ab-a^3$	$-d+ac+b^2-a^2b+$ $+ac-a^2b-a^2b+a^4$	$-e+ad+cb-a^2c+$ $+bc-ab^2-ab^2+ba^3+$ $+ad-a^2c-ab^2+ba^3-$ $-a^2c+a^3b+a^3b-a^4$
ax^4	a	$-a^2$	$-ab+a^3$	$-ac+a^2b+a^2b-a^4$	$-ad+a^2c+ab^2-ba^3+$ $+a^2c-ba^3-ba^3+a^4$
bx^3	0	b	$-ab$	$-b^2+a^2b$	$-bc+ab^2+ab^2-ba^3$
cx^2	0	0	c	$-ac$	$-cb+ca^2$
dx	0	0	0	d	$-ad$
e	0	0	0	0	e

.

«Компенсация» слагаемых доказана. Сейчас нужно понять, что это значит.

Легко проверить, что уравнения $x^5+ax^p+b=0, p=1,2,3,4$ имеют транспонированные матричные решения. Убедимся в этом, объединив соответствующие матрицы. Для уравнения $x^5+ax+b=0$ получим:

$$\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & -a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -a & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & -a & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{x^4}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b & -a \end{pmatrix}}, \underset{x^5}{\begin{pmatrix} -b & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b & -a \\ ba & a^2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}.$$

Уравнение $x^5 + ax^2 + b = 0$ имеет несколько другой корень:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & -a & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$x$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & -a & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 & -a \end{pmatrix},$$

$$x^2 \qquad\qquad\qquad x^3$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 & -a \\ ab & 0 & a^2 & -b & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -b & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 & -a \\ ab & 0 & a^2 & -b & 0 \\ 0 & ab & 0 & a^2 & -b \end{pmatrix}.$$

$$x^4 \qquad\qquad\qquad x^5$$

Уравнение $x^5 + ax^3 + b = 0$ имеет новый корень и более сложную структуру его степеней:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 & -a & 0 \end{pmatrix},$$

$$x$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 & -a & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 & -a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 & -a & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 & -a \\ ba & 0 & -b & a^2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$x^2 \qquad\qquad\qquad x^3$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 & -a & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 & -a \\ ba & 0 & -b & a^2 & 0 \\ 0 & ba & 0 & -b & a^2 \end{pmatrix}}_{x^4}, \underbrace{\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 & -a & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 & -a \\ ba & 0 & -b & a^2 & 0 \\ 0 & ba & 0 & -b & a^2 \\ -ba & 0 & ba & -a^3 & -b \end{pmatrix}}_{x^5}.$$

Уравнение $x^5 + ax^4 + b = 0$ имеет свой корень и еще более сложную структуру его степеней:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix}}_{x},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 & 0 & -a \\ ba & -b & 0 & 0 & a^2 \end{pmatrix}}_{x^2}, \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 & 0 & -a \\ ba & -b & 0 & 0 & a^2 \\ -ba^2 & ba & -b & 0 & -a^3 \end{pmatrix}}_{x^3},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 & 0 & -a \\ ba & -b & 0 & 0 & a^2 \\ -ba^2 & ba & -b & 0 & -a^3 \\ ba^3 & -ba^2 & ba & -b & a^4 \end{pmatrix}}_{x^4},$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ ba & -b & 0 & 0 & a^2 \\ -ba^2 & ba & -b & 0 & -a^3 \\ ba^3 & -ba^2 & ba & -b & a^4 \\ -ba^4 & ba^3 & -ba^2 & ba & -a^5 \end{pmatrix}}_{x^5}.$$

Проанализируем корректность решения в форме транспонированного корня для уравнения

$$x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$$

$$x=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -e & -d & -c & -b & -a \end{pmatrix}.$$

Получим степени этого корня:

$$x^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -e & -d & -c & -b & -a \\ ea & -e+ad & -d+ac & -c+ab & -b+a^2 \end{pmatrix},$$

$$x^3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -e & -d & -c & -b & -a \\ ae & -e+ad & -d+ac & -c+ab & -b+a^2 \\ be-a^2e & bd-a^2d+ae & \begin{matrix} bc-a^2c+ \\ +ad-e \end{matrix} & \begin{matrix} b^2-a^2b+ \\ +ac-d \end{matrix} & \begin{matrix} ba-a^3+ \\ +ab-c \end{matrix} \end{pmatrix},$$

$$x^4=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -e & -d & -c & -b & -a \\ ae & -e+ad & -d+ac & -c+ab & -b+a^2 \\ be-a^2e & \begin{matrix} bd-a^2d+ \\ +ae \end{matrix} & \begin{matrix} bc-a^2c+ \\ ad-e \end{matrix} & \begin{matrix} b^2-a^2b+ \\ +ac-d \end{matrix} & \begin{matrix} ba-a^3+ \\ +ab-c \end{matrix} \\ \begin{matrix} ce-bae- \\ -bae+a^3e \end{matrix} & \begin{matrix} cd+be- \\ -abd-abd+ \\ a^3d-a^2e \end{matrix} & \begin{matrix} c^2+bd-abc- \\ -abc+a^3c- \\ -a^2d+ae \end{matrix} & \begin{matrix} -e+bc+bc- \\ -ab^2-ab^2+ \\ +a^3b-a^2c+ad \end{matrix} & \begin{matrix} -d+ac+b^2- \\ -ba^2-ba^2+a^4- \\ -a^2b+ac \end{matrix} \end{pmatrix},$$

$$
x^5=\begin{pmatrix}
-e & -d & -c & -b & -a \\
ae & -e+ad & -d+ac & -c+ab & -b+a^2 \\
be-a^2e & \begin{array}{l} bd-a^2d+ \\ +ae \end{array} & \begin{array}{l} bc-a^2c+ \\ ad-e \end{array} & \begin{array}{l} b^2-a^2b+ \\ +ac-d \end{array} & \begin{array}{l} ba-a^3+ \\ +ab-c \end{array} \\
\begin{array}{l} ce-bae- \\ -abe+a^3e \end{array} & \begin{array}{l} dc+be- \\ -bad-abd+ \\ +a^3d-a^2e \end{array} & \begin{array}{l} -abc+a^3c- \\ -a^2d+ae+c^2+ \\ +bd-bac \end{array} & \begin{array}{l} bc+bc-e- \\ -ab^2-ab^2+ \\ +a^3b-a^2c+ad \end{array} & \begin{array}{l} ca+b^2-ba^2- \\ -ba^2+a^4-a^2b+ \\ ac-d \end{array} \\
\begin{array}{l} ed-cea- \\ -b^2e+ba^2e- \\ -ace+ba^2e+ \\ +ba^2e-a^4e \end{array} & \begin{array}{l} d^2-cad- \\ -b^2d+ba^2d- \\ -bae-acd- \\ -abe+a^2bd+ \\ +a^2bd-a^4d+ \\ +a^3e \end{array} & \begin{array}{l} cd+cd- \\ -ac^2-b^2c+ \\ +ba^2c-bad+ \\ +be-ac^2- \\ -abd+a^2bc+ \\ +a^2bc-a^4c+ \\ +a^3d-a^2d \end{array} & \begin{array}{l} bd+c^2- \\ -cab-b^3+ \\ +a^2b^2-bac+ \\ +bd+ae- \\ -abc-abc+ \\ +a^2b^2+a^2b^2- \\ -a^4b+a^3c-a^2d \end{array} & \begin{array}{l} -e+bc- \\ -ca^2-b^2a+ \\ +ba^3-ab^2+ \\ +bc+ad-a^2c- \\ -ab^2+ba^3+ba^3- \\ -a^5+a^3b-a^2c \end{array}
\end{pmatrix}.
$$

Найдем характеристические полиномы для пары матричных решений:

$$
A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \det\begin{pmatrix} -x & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & -x & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -x \end{pmatrix} = f_A(x),
$$

$$
A^T=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & -a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \det\begin{pmatrix} -x & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x & 1 \\ -b & -a & 0 & 0 & -x \end{pmatrix} = f_{A^T}(x).
$$

В обоих случаях получим одинаковый результат

$$
f_A(x)=x^2+ax+b=f_{A^T}.
$$

Этот результат соответствует общему свойству квадратных матриц

$$
f_A(x)=\det A(x)=\det A^T(x)=f_{A^T}(x).
$$

Следовательно, алгебраическое уравнение степени 5 всегда имеет начальную пару решений в их матричном представлении сопровождающей матрицей, характеристический полином которой генерирует анализируемое уравнение.

Ситуация полностью соответствует теореме Гамильтона-Кэли: квадратная матрица генерирует нулевое решение на выражении в форме её характеристического полинома. Этот результат был получен сначала на матрицах размерности 4. Позднее Фробениус обобщил её на квадратные матрицы конечной размерности.

Конструкция сопровождающей матрицы для алгебраического уравнения, которая задает матричное решение уравнения, состоит из его коэффициентов со знаком минус при расположении их в последнем столбце или строке квадратной матрицы с дополнением этих величин единицами в определенном порядке.

Значит, любые алгебраические уравнения конечных степеней имеют решения в форме матриц, элементы которых могут быть как числами, так и радикалами.

Эти радикалы появляются сами по себе, если мы преобразуем уравнение общего вида в некую частную форму. Например, это может быть «удаление» слагаемых определенной степени. Даже при линейных преобразованиях новые коэффициенты алгебраических уравнений получают сложную структуру.

Уравнение степени 5 имеет после преобразований 4 формы :

$$x^5+ax+b=0, x^5+ax^2+b=0, x^5+ax^3+b=0, x^5+ax^4+b=0.$$

Соответственно, есть еще 8 матричных решений. Всех решений 10 и они разные.

Проиллюстрируем наличие спектра скрытых матричных решений у алгебраических уравнений степени 5

$$x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0.$$

Применим двухпараметрическое их преобразование $x=\alpha y+\beta$. При выборе параметра $\beta=\frac{a}{5}$ из уравнения «исключаются» слагаемые со степенью 4:

$$y_\alpha^5+\frac{1}{\alpha^2}\left(10\beta^2+4a\beta+b\right)y_\alpha^3+\frac{1}{\alpha^3}\left(10\beta^3+6a\beta^2+3b\beta+c\right)y_\alpha^2+$$
$$+\frac{1}{\alpha^4}\left(d+2c\beta+3b\beta^2+4a\beta^3+5\beta^4\right)y_\alpha+\frac{1}{\alpha^5}\left(d\beta+c\beta^2+b\beta^3+a\beta^4+\beta^5+e\right)=0.$$

У нас есть спектр алгебраических уравнений с полиномиальными коэффициентами, пары матричных решений для которых нам известны. Поскольку параметр α произволен, мы получаем возможность генерации спектра решений:

$$x=\alpha y+\beta,$$
$$x^2=\alpha^2y^2+2\alpha\beta y+\beta^2,$$
$$x^3=\alpha^3y^3+3\beta\alpha^2y^2+3\beta^2\alpha y+\beta^3,$$
$$x^4=\alpha^4y^4+4\beta\alpha^3y^3+6\beta^2\alpha^2y^2+4\beta^3\alpha y+\beta^4,$$
$$x^5=\alpha^5\beta^5+5\beta\alpha^4y^4+10\beta^2\alpha^3y^3+10\beta^3\alpha^2y^2+5\beta^4\alpha y+\beta^5.$$

Проиллюстрируем ситуацию простыми примерами. Для матричного решения уравнения

$$x^5 + ax + b = 0$$

достаточно взять пару канонических матриц

$$x = \begin{pmatrix} 0. & 0. & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad x^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b & -a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Характеристические полиномы, генерируемых из них образуют указанный полином. Так, получим

$$y = Det \begin{pmatrix} -x & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & -x & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -x \end{pmatrix} =$$

$$= -xDet \begin{pmatrix} -x & 0 & 0 & -a \\ 1 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -x \end{pmatrix} + \left(-b\right) Det \begin{pmatrix} 1 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} +$$

$$+ x^2 Det \begin{pmatrix} -x & 0 & 0 \\ 1 & -x & 0 \\ 0 & 1 & -x \end{pmatrix} - xaDet \begin{pmatrix} 1 & -x & 0 \\ 0 & 1 & -x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \left(-b\right) Det \begin{pmatrix} 1 & -x & 0 \\ 0 & 1 & -x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} +$$

$$+ - x^3 \begin{pmatrix} -x & 0 \\ 1 & -x \end{pmatrix} - ax \begin{pmatrix} 1 & -x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \left(-b\right) \begin{pmatrix} 1 & -x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(-1\right)\left(x^5 + ax + b\right).$$

Счетный спектр решений данного матричного уравнения обеспечивается выражениями

$$x = \begin{pmatrix} 0. & 0. & 0 & 0 & \alpha \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, x^T = \begin{pmatrix} 0 & \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \alpha & -a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

при условии $\alpha\beta = -b$.

Комодульное объектное прочтение диофантовых условий Ферма

В 1637 году Ферма принял точку зрения, инициированную «своим» доказательством, что уравнения

$$x^n + y^n = z^n$$

не имеют решений на множестве натуральных чисел, исключая ноль, при степенях, больших числа 2.

После многовековых исследований Эндрю Уэльс в 1993 году доказал, что эта точка зрения верна.

Ситуация меняется на обратную при введении в математику комодульных операций для произведения и суммирования натуральных чисел:

уравнения Ферма имеют сложный спектр решений.

Проиллюстрируем это факт на примерах.

Определим комодульные операции произведения и суммирования условием нахождения остатка от соответствующих величин после их деления на комодульный фактор в форме некоторого натурального числа. сохраняя применяемый кофактор.

На кофакторе $m = 2$ реализуются таблицы сумм и произведений

+	1	2
1	2	1
2	1	2

,

×	1	2
1	1	2
2	2	2

.

Степени натуральных чисел преобразуются в пару чисел:

$$\begin{array}{cccc} 1^2 = 1 & 7^2 = 1 & 13^2 = 1 & 19^2 = 1 \\ 2^2 = 2 & 8^2 = 2 & 14^2 = 2 & 20^2 = 2 \\ 3^2 = 1 & 9^2 = 1 & 15^2 = 1 & 21^2 = 1 \\ 4^2 = 2 & 10^2 = 2 & 16^2 = 2 & 22^2 = 2 \\ 5^2 = 1 & 11^2 = 1 & 17^2 = 1 & 23^2 = 1 \\ 6^2 = 2 & 12^2 = 2 & 18^2 = 2 & 24^2 = 2 \end{array} \ldots$$

Новый вид получает простая связь квадратов натуральных чисел 3,4,5 с бесконечным кофактором, сохраняющем натуральные числа без изменений:

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \to 9 + 16 = 25,$$

$$\Downarrow$$

$$1 + 2 = 1.$$

Появляются основания по-новому подойти к решению связей степенных уравнений Ферма. Это возможно без введения дополнительных чисел, «родственных» натуральным числам.

Комодульные произведения на кофакторах натуральных чисел цикличны.
Представим ситуацию значениями и моделями решений уравнений Ферма:

$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$
$1^3 = 1 = 1$	$1^4 = 1 = 1$	$1^5 = 1 = 1$
$2^3 = 8 = 2$	$2^4 = 16 = 4$	$2^5 = 32 = 2$
$3^3 = 27 = 3$	$3^4 = 81 = 1$	$3^5 = 243 = 3$
$4^3 = 64 = 1$	$4^4 = 256 = 4$	$4^5 = 1024 = 4$
$5^3 = 125 = 2$	$5^4 = 625 = 1$	$5^5 = 3125 = 5$
$6^3 = 216 = 3$	$6^4 = 1296 = 4$	$6^5 = 7776 = 1$
$7^3 = 343 = 1$	$7^4 = 2401 = 1$	$7^5 = 16807 = 2$
$8^3 = 512 = 2$	$8^4 = 4096 = 4$	$8^5 = 32768 = 3$
$9^3 = 729 = 3$	$9^4 = 6561 = 1$	$9^5 = 59049 = 4$
$10^3 = 1000 = 1$	$10^4 = 10000 = 4$	$10^5 = 100000 = 5$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
$x^3 + y^3 = z^3$	$x^4 + y^4 + z^4 + p^4 = s^4$	$x^5 + y^5 = z^5$

$$
\begin{gathered}
m = 6 \\
1^6 = 1 = 1 \\
2^6 = 64 = 4 \\
3^6 = 729 = 3 \\
4^6 = 4096 = 4 \\
5^6 = 15625 = 1 \\
6^6 = 46656 = 6 \\
7^6 = 117649 = 1 \quad \ldots \\
8^6 = 262144 = 4 \\
9^6 = 531441 = 3 \\
10^6 = 1000000 = 4 \\
11^6 = 1771561 = 1 \\
12^6 = 2985984 = 6 \\
\downarrow \\
x^6 + y^6 = z^6
\end{gathered}
$$

Следовательно, уравнения Ферма имеют спектр решений на комодульных операциях. Он не исчерпывается только указанными функциональными связями.

В частности, на комодульных значениях порядка 6 имеет место равенства

$$x^6 + y^6 + z^6 = p^6.$$

Подтвердим примерами тот факт, что натуральные числа на комодульных операциях подчинены закону Диофанта-Брахмагупты-Фибоначчи

$$A = \left(a^2 + b^2\right)\left(c^2 + d^2\right) = \left(ac + bd\right)^2 + \left(ad - bc\right)^2 .$$

В частности, имеем таблицу значений, подтверждающую этот факт на элементах

$$a = 7, b = 1, c = 14, d = 15$$

m	a^2	b^2	c^2	d^2	ac	bd	ad	bc	A	B
*	49	1	196	225	98	15	105	14	21950	21050
4	1	1	4	1	2	3	1	2	2	2
5	4	1	1	5	3	5	5	4	5	5
6	1	1	4	3	2	3	3	2	2	2
7	7	1	7	1	7	1	7	7	1	1
8	1	1	4	1	2	7	1	6	2	2
9	4	1	7	9	8	6	6	5	8	8
20	9	1	16	5	18	15	5	14	10	10
50	49	1	46	25	48	15	5	14	5	5
100	49	1	96	25	98	15	5	14	50	50

.

Следовательно, натуральные числа на комодульных операциях «остаются» натуральными числами согласно единому закону функциональной связи квадратов чисел и их взаимных произведений.

Естественно выполнить обобщение модели натуральных чисел, объединив их в столбцы с последующим подчинением элементов произведениям и суммам по строкам.

Закон Диофанта-Брахмагупты-Фибоначчи выполняется на матрицах модели объектных множеств, когда суммы и произведения осуществляются по строкам.

Проиллюстрируем ситуацию примером, представив матрицы столбцами с номерами мест значимых элементов, суммируя и умножая по кофактору 4:

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$a^2 = \begin{pmatrix} \\ 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + b^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, c^2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + d^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$\sigma = ac = \begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix} + bd = \begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\2\\1\\4\end{pmatrix}, \mu = ad = \begin{pmatrix}3\\2\\1\\4\end{pmatrix} - bc = \begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix},$$

$$\sigma^2 = \begin{pmatrix}1\\4\\1\\4\end{pmatrix}, \mu^2 = \begin{pmatrix}1\\4\\1\\4\end{pmatrix}, \qquad B = \sigma^2 + \mu = \begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix}.$$

$$A = B.$$

Комодульные произведения и суммы элементов объектных множеств генерируют их расширение до полного набора элементов согласно комбинаторике распределения 4 единиц на 16 элементах матрицы размерности 4 множества M^{16}.

Имеем квазиполе с максимальным количеством элементов в виде матриц.

Проиллюстрируем частное произведение 4 матриц объектного множества:

$\times$	$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\1\\4\\3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\4\\1\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\3\\2\\1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\4\\1\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\2\\4\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\4\\3\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\2\\2\\4\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}2\\1\\4\\3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\2\\4\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\1\\4\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\3\\4\\3\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}3\\4\\1\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\4\\3\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\4\\4\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\4\\1\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\4\\2\\2\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}4\\3\\2\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\2\\2\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\3\\4\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\4\\2\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\1\\4\\3\end{pmatrix}$

.

Законы «жизни» на триграммах

Проанализируем суммы алгебраических выражений, зеркальных относительно знака равенства, заданных парами элементов, на примере объектного множества триграмм.

Например, получим

$$ax + xa = 8,$$

$$10 \cdot 2 + 2 \cdot 10 = 27 + 23 = 8,$$
$$10 \cdot 21 + 21 \cdot 10 = 22 + 25 = 8,$$
$$10 \cdot 1717 \cdot 10 = 3 + 5 = 8.$$

$$axaxax + xaxaxa = 8,$$

$$10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2 + 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 = 23 + 27 = 8,$$
$$10 \cdot 21 \cdot 10 \cdot 21 + 21 \cdot 10 \cdot 21 \cdot 10 = 25 + 22 = 8,$$
$$10 \cdot 17 \cdot 10 \cdot 17 + 17 \cdot 10 \cdot 17 \cdot 10 = 5 + 3 = 8.$$

$$axaxax + xaxaxa = 8,$$

$$10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2 + 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 = 7 + 7 = 8,$$
$$10 \cdot 21 \cdot 10 \cdot 21 \cdot 10 \cdot 21 + 21 \cdot 10 \cdot 21 \cdot 10 \cdot 21 \cdot 10 = 7 + 7 + 8,$$
$$10 \cdot 17 \cdot 10 \cdot 17 \cdot 10 \cdot 17 + 17 \cdot 10 \cdot 17 \cdot 10 \cdot 17 \cdot 10 = 7 + 7 = 8.$$

Из расчета следуют такие законы:

$$xyx = yxy,$$
$$axaxaxax = ax,$$
$$xaxaxaxa = xa.$$

Первый нетривиальный закон триграмм состоит в том, что симметричное «смешение» элементов в их произведениях дает одинаковый результат.

Второй закон иллюстрируется примерами на единстве итогов для отдельного элемента при действиях согласованно с ним любых других элементов, утверждая «пригодность» разных объектов для одного объекта в рамках принятого правила взаимодействия.

Третий закон, если «прочитать» его формально на русском языке, согласовывает негативные «ах-ах» с позитивными «ха-ха», объединяя проблемы и успехи в закон сохранения жизни.

Четвертый закон состоит в том, что наличие квадратичных слагаемых выстроено в форме некой «пирамиды», иллюстрируя уровни жизни пар анализируемых объектов.

Пятый закон, уравнивая несколько пар «переживаний» с отдельной парой, свидетельствует об ограниченности мощности «эмоций» анализируемых объектов, заданных элементами объектного множества триграмм.

Шестой закон иллюстрирует разумность возможных ограничений: научиться «пить чай из пустой кружки», не пытаясь за свою жизнь охватить все возможные переживания и все возможные радости.

Конечно, речь идет о косвенной и формальной возможности интерпретации математики и некоторых ее законов в терминах жизни реальных изделий со своими условиями, связями и возможностями.

Аргументно инвариантная функция

Проанализируем на спектре объектных множеств значения функции

$$(ax)(bx)=(ab)(xx).$$

Получим доказательство ее аргументной инвариантности на примерах:

$$M^{16}\to(xx)=9,$$

$$(14\cdot5)(10\cdot5)=2\cdot6=13\to(14\cdot10)9=13,$$
$$(14\cdot7)(10\cdot7)=4\cdot8=13\to(14\cdot10)9=13,$$
$$(14\cdot11)(10\cdot11)=16\cdot12=13\to(14\cdot10)9=13.$$

$$M^{36}\to(xx)=13,$$

$$(14\cdot5)(10\cdot5)=4\cdot20=5\to(14\cdot10)13=5,$$
$$(14\cdot7)(10\cdot7)=12\cdot16=5\to(14\cdot10)13=5,$$
$$(14\cdot11)(10\cdot11)=10\cdot14=5\to(14\cdot10)13=5.$$

$$M^{25}\to(xx)=16,$$

$$(14\cdot10)(18\cdot10)=1\cdot8=12\to(14\cdot18)16=12,$$
$$(14\cdot17)(18\cdot17)=24\cdot20=5\to(14\cdot18)16=12,$$
$$(14\cdot18)(18\cdot18)=25\cdot16=12\to(14\cdot18)16=12$$

$$M^{25}\to(xx)=16,$$

$$(14\cdot10)(18\cdot10)=1\cdot8=12\to(14\cdot18)16=12,$$
$$(14\cdot17)(18\cdot17)=24\cdot20=5\to(14\cdot18)16=12,$$
$$(14\cdot18)(18\cdot18)=25\cdot16=12\to(14\cdot18)16=12$$

$$S^{27}\to(xx)=7,$$

$$(14\cdot10)(18\cdot10)=15\cdot4=22\to(14\cdot18)7=22,$$
$$(14\cdot17)(18\cdot17)=27\cdot9=22\to(14\cdot18)7=22,$$
$$(14\cdot18)(18\cdot18)=25\cdot7=22\to(14\cdot18)7=22$$

Наличие аргументно инвариантных законов, характеризующих отношения живых изделий, свидетельствует о возможностях достижения парой изделий одного и того же результата при взаимодействии с объектами разной структуры согласно управляющему функциональному правилу. Другими словами, суть взаимодействия не в структуре, а в законе.

Специфика решений объектных алгебраических уравнений

Квадратные объектные уравнения объектного множества M^{16} линейны в силу закона

$$y = x^2 + ax + b = [0] \leftrightarrow y = ax = [0] - b - 9.$$

По этой причине объектное квадратное уравнение, в указанной его форме, имеет только одно решение.

Ситуация меняется на модели, скрытой от разложения на бинарные произведения:

$$(x-a)(x-b) - ba = [0].$$

Это уравнение имеет решения на каждом элементе объектного множества, оно аргументно инвариантно.

Проиллюстрируем ситуацию примером при $a = 5, b = 6, ba = 14$:

x	$x-5=\alpha$	$x-6=\beta$	$\alpha\cdot\beta$
1	$1-5=16$	$1-6=11$	$16\cdot 11=14$
2	$2-5=9$	$2-6=16$	$9\cdot 16=14$
3	$3-5=14$	$3-6=9$	$14\cdot 9=14$
4	$4-5=11$	$4-6=14$	$11\cdot 14=14$
5	$5-5=12$	$5-6=15$	$12\cdot 15=14$
6	$6-5=13$	$6-6=12$	$13\cdot 12=14$
7	$7-5=10$	$7-6=13$	$10\cdot 13=14$
8	$8-5=15$	$8-6=10$	$15\cdot 10=14$
9	$9-5=8$	$9-6=7$	$8\cdot 7=14$
10	$10-5=1$	$10-6=4$	$1\cdot 4=14$
11	$11-5=6$	$11-6=5$	$6\cdot 5=14$
12	$12-5=3$	$12-6=2$	$3\cdot 2=14$
13	$13-5=4$	$13-6=3$	$4\cdot 3=14$
14	$14-5=5$	$14-6=8$	$5\cdot 8=14$
15	$15-5=2$	$15-6=1$	$2\cdot 1=14$
16	$16-5=7$	$16-6=6$	$7\cdot 6=14$

Объектное уравнение третьего порядка в указанной форме имеет одно решение, так как первая пара его компонент есть объектное число:

$$(x-a)(x-b)(x-c) = ba(x-c) = [0].$$

Ситуация усложняется с увеличением количества множителей. Уравнение порядка 4 имеет уже множество решений, так как оно не имеет алгоритма его сведения к линейному виду.

Все указанные «непривычные» свойства фундаментальны по двум причинам: во-первых, мы имеем дело с частично ассоциативным множеством элементов, во-вторых, множество не дистрибутивно.

С появлением нового качества отношений между элементами реальна новая логика.

Укажем аргументно инвариантную модель объектного уравнения

$$\theta=(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$$

на элементах $a=2, b=4, c=6, d=8$.

Получим на разных значениях независимой переменной спектр элементов :

$$x=3, x+x=14:(3-2)(3-4)(3-6)(3-8)=13\cdot 15\cdot 9\cdot 11=9\to 15-14=9,$$
$$x=5, x+x=14:(5-2)(5-4)(5-6)(5-8)=11\cdot 9\cdot 15\cdot 13=9\to 15-14=9,$$
$$x=10, x+x=12:(10-2)(10-4)(10)(10-8)=8\cdot 6\cdot 4\cdot 2=15\to 15-12=15,$$
$$x=11, x+x=10:(11-2)(11-4)(11-6)(11-8)=1\cdot 3\cdot 5\cdot 7=13\to 15-10=13,$$
$$x=12, x+x=12:(12-2)(12-4)(12-6)(12-8)=6\cdot 8\cdot 2\cdot 4=15\to 15-12=15,...$$

Здесь

$$abcd=\omega=dcba,$$

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)-\omega+(x+x)=[0].$$

Каждый элемент объектного множества есть решение этого обобщенного уравнения.

Укажем аргументно инвариантную модель объектного уравнения

$$\theta=(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$$

на элементах $a=12, b=7, c=14, d=2, \qquad \sigma=12+7+14+2=11.$

Получим на разных значениях независимой переменной спектр элементов :

$$x=3, x+x=14:(3-12)(3-7)(3-14)(3-2)=3\cdot 16\cdot 5\cdot 13=16\to 14\cdot 11=16,$$
$$x=5, x+x=14:(5-12)(5-7)(5-14)(5-2)=5\cdot 10\cdot 3\cdot 11=16\to 14\cdot 11=16,$$
$$x=9, x+x=10:(9-12)(9-7)(9-14)(9-2)=9\cdot 6\cdot 15\cdot 3=12\to 10\cdot 11=12,$$
$$x=11, x+x=10:(11-12)(11-7)(11-14)(11-2)=11\cdot 8\cdot 13\cdot 11=12\to 10\cdot 11=12,$$
$$x=12, x+x=12:(12-12)(12-7)(12-14)(12-2)=12\cdot 1\cdot 14\cdot 6=10\to 12\cdot 11=10,$$
$$x=14, x+x=12:(14-12)(14-7)(14-14)(13-2)=14\cdot 7\cdot 12\cdot 4=10\to 12\cdot 11=10,...$$

Аргументно инвариантное уравнение теперь имеет вид

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)-(x+x)(a+b+c+d)=[0].$$

На элементах $a=11, b=1, c=10, d=2$ выполняется аргументно инвариантное уравнение

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)-(x+x)-x^2=[0].$$

Очевидно наличие спектра функциональных условий. Например, есть вариант

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)-(x+x)-(abcd)^2=[0].$$

Аргументно инвариантное уравнение для объектного алгебраического уравнения

$$\theta=(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)\equiv ba(x-c)(x-d)(x-e)$$

имеет такую структуру: $\theta+\omega(x)-\Omega(a,b,c,d,e)=[0]$.

Проиллюстрируем ситуацию примерами. Пусть $a=16, b=1, c=15, d=2, e=14$. Получим величины на разных значения независимых переменных:

$$x=1: \quad 2(1-15)(1-2)(1-14)=2\cdot 2\cdot 15\cdot 7=5, \quad 16-7=5,$$
$$x=2: \quad 2(2-15)(2-2)(2-14)=2\cdot 3\cdot 12\cdot 8=6, \quad 16-6=6,$$
$$x=13: \quad 2(13-15)(13-2)(13-14)=2\cdot 10\cdot 7\cdot 11=9, \quad 16-15=5,$$
$$x=14: \quad 2(14-15)(14-2)(14-14)=2\cdot 11\cdot 4\cdot 12=10, \quad 16-14=10,...$$
$$\omega(x)=x+x+x, \quad \omega(1)=7, \omega(2)=6, \omega(13)=15, \omega(14)=14,$$
$$\Omega(a,b,c,d,e)=a+b+c+d+e=16.$$

Пусть

$$a=1, b=2, c=3, d=4, e=5.$$

Получим

$$x=3: \quad 14(3-3)(3-4)(3-5)=14\cdot 12\cdot 15\cdot 14=16, \quad 1-5=16,$$
$$x=10: \quad 14(10-3)(10-4)(10-5)=14\cdot 7\cdot 6\cdot 1=3, \quad 1-10=3,$$
$$x=9: \quad 14(9-3)(9-4)(9-5)=14\cdot 2\cdot 1\cdot 8=6, \quad 1-11=6,$$
$$x=12: \quad 14(12-3)(12-4)(12-5)=14\cdot 5\cdot 8\cdot 3=1, \quad 1-12=1,...$$
$$\omega(x)=x+x+x, \quad \omega(3)=5, \omega(10)=10, \omega(9)=11, \omega(12)=12,$$
$$7=(a+b+c+d+e)=abcde=edcba=7, 7+7+7=1,$$
$$\Omega(a,b,c,d,e)=(a+b+c+d+e)+abcde+edcba=1.$$

Пусть

$$a=1, b=2, c=1, d=2, e=1.$$

Получим

$$x=5: \quad 14(5-1)(5-2)(5-1)=14\cdot 16\cdot 11\cdot 16=14, \quad 5-3=14,$$
$$x=7: \quad 14(7-1)(7-2)(7-1)=14\cdot 14\cdot 9\cdot 14=16, \quad 5-1=16,$$
$$x=8: \quad 14(8-1)(8-2)(8-1)=14\cdot 11\cdot 14\cdot 11=9, \quad 5-4=9,$$

$$x=12: \qquad 14(12-1)(12-2)(12-1)=14\cdot 7\cdot 6\cdot 7=5, \qquad 5-12=5,\ldots$$
$$\omega(x)=x+x+x, \qquad \omega(5)=3, \omega(7)=1, \omega(8)=4, \omega(12)=12,$$
$$3=(a+b+c+d+e)=abcde=edcba=3, 3+3+3=5,$$
$$\Omega(a,b,c,d,e)=(a+b+c+d+e)+abcde+edcba=5.$$

Объектные алгебраические уравнения генерируют аргументно инвариантные функции.

$$\omega(x)=x+x+x, \qquad \omega(3)=5, \omega(10)=10, \omega(9)=11, \omega(12)=12,$$
$$7=(a+b+c+d+e)=abcde=edcba=7, 7+7+7=1,$$
$$\Omega(a,b,c,d,e)=(a+b+c+d+e)+abcde+edcba=1.$$

Объектные алгебраические уравнения, имеющие структуру с плюсами и минусами, не едины с точки зрения множества решений.

Так, при нечетном количестве аргументов выполняются условия

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)+(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)(x+e)-(x+x)=0^{*}.$$

Например, получим

$$A=(7-18)(7-21)(7-5)(7-36)(7-20)=7\cdot 34\cdot 26\cdot 19\cdot 35=3,$$
$$B==(7+18)(7+21)(7+5)(7+36)(7+20)=7\cdot 4\cdot 18\cdot 19\cdot 3=35,$$
$$A+B-(7+7)=3+35-26=0^{*},$$

$$A=(11-18)(11-21)(11-5)(11-36)(11-20)=11\cdot 32\cdot 30\cdot 23\cdot 33=1,$$
$$B==(11+18)(11+21)(11+5)(11+36)(11+20)=11\cdot 2\cdot 16\cdot 23\cdot 1=33,$$
$$A+B-(11+1)=1+33-28=0^{*},\ldots$$

При четном количестве аргументов условия равновесия управляются уравнением

$$A=(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)(x-f),$$
$$B=(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)(x+e)(x+f),$$
$$A+B-14=0^{*}.$$

В частности, имеем

$$A=(10-16)(10-30)(10-31)(10-23)(10-24)(10-8)=12\cdot 4\cdot 21\cdot 35\cdot 34\cdot 14=17,$$
$$B=(10+16)(10+30)(10+31)(10+23)(10+24)(10+8)=8\cdot 34\cdot 23\cdot 3\cdot 4\cdot 30=15,$$
$$A+B-14=(17+15)-14=0^{*}.$$

Количество решений равно количеству элементов объектного множества во всех случаях. Это принципиально различает стандартные и объектные алгебраические уравнения.

Убедимся в корректности законов, последовательно уменьшая количество элементов частной модели.

Получим такие данные:

$$A=(10-16)(10-30)(10-31)(10-23)(10-24)(10-8)=12\cdot 4\cdot 21\cdot 35\cdot 34\cdot 14=17,$$
$$B=(10+16)(10+30)(10+31)(10+23)(10+24)(10+8)=8\cdot 34\cdot 23\cdot 3\cdot 4\cdot 30=15,$$
$$A+B-14=(17+15)-14=14-14=0^{*}.$$

$$A=(10-16)(10-30)(10-31)(10-23)(10-24)=12\cdot 4\cdot 21\cdot 35\cdot 34=16,$$
$$B=(10+16)(10+30)(10+31)(10+23)(10+24)=8\cdot 34\cdot 23\cdot 3\cdot 4=28,$$
$$A+B-(10+10)=(16+28)-26=26-26=0^{*}.$$

$$A=(10-16)(10-30)(10-31)(10-23)=12\cdot 4\cdot 21\cdot 35=31,$$
$$B=(10+16)(10+30)(10+31)(10+23)=8\cdot 34\cdot 23\cdot 3=31,$$
$$A+B-14=(31+31)-14=14-14=0^{*}.$$

$$A=(10-16)(10-30)(10-31)(10-23)=12\cdot 4\cdot 21\cdot 35=31,$$
$$B=(10+16)(10+30)(10+31)(10+23)=8\cdot 34\cdot 23\cdot 3=31,$$
$$A+B-14=(31+31)-14=14-14=0^{*}.$$

$$A=(10-16)(10-30)(10-31)=12\cdot 4\cdot 21=27,$$
$$B=(10+16)(10+30)(10+31)=8\cdot 34\cdot 23=17,$$
$$A+B-(x+x)=(17+27)-26=26-26=0^{*}.$$

$$A=(10-16)(10-30)=12\cdot 4=23,$$
$$B=(10+16)(10+30)=8\cdot 34=27,$$
$$A+B-14=(23+27)-14=14-14=0^{*}.$$

$$A=(10-16)=12,$$
$$B=(10+16)=8,$$
$$A+B-(x+x)=(12+8)-26=26-26=0^{*}.$$

Естественно можно конструировать объектные алгебраические уравнения в обратном порядке: с малого количества элементов в произведениях. Тогда мы получим аналог объектной пирамиды.

В частности, когда такие пирамиды образуются из 4 квазиполей объектного множества S^{27}, будет иметь место их «изготовление» из разных элементов, хотя в каждом квазиполе будут 3 элемента с номерами 7,8,9.

В «пирамидах» с малым количеством элементов в объектном множестве, их «мозаика» будет содержать большее количество одинаковых сомножителей.

Естественно проанализировать аналог предыдущих объектных уравнений с изменением знаков в их множителях. Из расчета следует, что суть отношений равновесия остается без изменений. При нечетном количестве множителей требуется «компенсация» на сумме пар независимой переменной. При четном их количестве «компенсация» достигается элементом с номером 14 для множества M^{36}.

Получим иллюстрацию этих фактов, двигаясь в направлении увеличения количества сомножителей с разными знаками.

Например, получим такую картину перемен:

$$A = (1-2) = 17,$$
$$B = (1+2) = 21,$$
$$A + B = 17 + 21 = 20 = 1 + 1,$$

$$A = (1-2)(1+10) = 17 \cdot 17 = 13,$$
$$B = (1+2)(1-10) = 21 \cdot 21 = 13,$$
$$A + B = 13 + 13 = 16,$$

$$A = (1-2)(1+10)(1-26) = 17 \cdot 17 \cdot 35 = 35,$$
$$B = (1+2)(1-10)(1+26) = 21 \cdot 21 \cdot 9 = 9,$$
$$A + B = 35 + 9 = 20,$$

$$A = (1-2)(1+10)(1-26)(1+29) = 17 \cdot 17 \cdot 35 \cdot 12 = 20,$$
$$B = (1+2)(1-10)(1+26)(1-29) = 21 \cdot 21 \cdot 9 \cdot 32 = 30,$$
$$A + B = 20 + 30 = 14,$$

$$A = (1-2)(1+10)(1-26)(1+29)(1-11) = 17 \cdot 17 \cdot 35 \cdot 12 \cdot 20 = 13,$$
$$B = (1+2)(1-10)(1+26)(1-29)(1+11) = 21 \cdot 21 \cdot 9 \cdot 32 \cdot 18 = 19,$$
$$A + B = 13 + 19 = 20,$$

$$A = (1-2)(1+10)(1-26)(1+29)(1-11)(1+29) = 17 \cdot 17 \cdot 35 \cdot 12 \cdot 20 \cdot 12 = 12,$$
$$B = (1+2)(1-10)(1+26)(1-29)(1+11)(1-29) = 21 \cdot 21 \cdot 9 \cdot 32 \cdot 18 \cdot 32 = 2,$$
$$A + B = 12 + 2 = 14,$$

$$A = (1-2)(1+10)(1-26)(1+29)(1-11)(1+29)(1-7) = 31,$$
$$B = (1+2)(1-10)(1+26)(1-29)(1+11)(1-29)(1+7) = 7,$$
$$A + B = 31 + 7 = 20,$$

$$A = (1-2)(1+10)(1-26)(1+29)(1-11)(1+29)(1-7)(1+9) = 34,$$
$$B = (1+2)(1-10)(1+26)(1-29)(1+11)(1-29)(1+7)(1-9) = 34,$$
$$A + B = 34 + 34 = 14, \ldots$$

Следовательно, пара функций с переменными, но дополнительными знаками в структуре множителей подчинена тем же законам, что и пара функций, у которых множители имеют одни и те же знаки.

Странная модель подмножеств объектного множества s^{27}

Распределим натуральные числа 1 по матрице размерности 3×3 таким образом, чтобы в каждой строке находился только один такой элемент.

Из анализа следует, что так генерируется объектное множество s^{27}**.** Представим его элементы натуральными числами в соответствии с ранее принятыми обозначениями в форме трех подмножеств из 9 объектов.

Получим подмножества с натуральными числами:

A	1	4	7	10	13	18	20	24	26
B	2	5	8	11	14	16	21	22	27
C	3	6	9	12	15	17	19	23	25

.

Составим таблицы комодульных сумм и произведений для таких подмножеств.

В частности, имеем таблицы

$$A + A = B, \qquad A \times A = A.$$

+	1	4	7	10	13	18	20	24	26
1	5	8	2	16	27	22	4	11	21
4	8	2	5	22	21	11	27	16	14
7	2	5	8	11	14	16	21	22	27
10	16	22	11	14	8	27	5	21	2
13	27	21	14	8	11	2	22	5	16
18	22	11	16	27	2	21	8	14	5
20	14	27	21	5	22	8	16	2	11
24	11	16	22	21	5	14	2	27	8
26	21	14	27	2	16	5	11	8	22

,

×	1	4	7	10	13	18	20	24	26
1	24	13	1	24	13	13	24	1	1
4	13	18	4	18	13	4	4	13	18
7	1	4	7	10	13	18	20	24	26
10	24	18	10	7	13	4	26	1	20
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
18	13	4	18	4	13	18	18	13	4
20	24	4	20	26	13	18	7	1	10
24	1	13	24	1	13	13	1	24	24
26	1	18	26	20	13	4	10	24	7

.

Подмножество «странно» ведет себя на паре комодульных операций.

Подмножество B генерирует на комодульных операциях элементы подмножества A

$$B + B = A, \qquad B \times B = A.$$

на базе известных таблиц получим новые таблицы:

+	2	5	8	11	14	16	21	22	27
2	4	7	1	18	26	24	13	10	20
5	7	1	4	24	20	10	26	18	13
8	1	4	7	10	13	18	20	24	26
11	18	24	10	13	7	26	4	20	1
14	26	20	13	7	10	1	24	4	18
16	24	10	18	26	1	20	7	13	4
21	13	26	20	4	24	7	18	1	10
22	10	18	24	20	4	13	1	26	7
27	20	13	26	1	18	4	10	7	24

,

×	2	5	8	11	14	16	21	22	27
2	18	13	4	13	18	4	4	18	13
5	13	24	1	13	24	24	13	1	1
8	4	1	7	13	10	20	18	26	24
11	13	13	13	13	13	13	13	13	13
14	18	24	10	13	7	26	4	20	1
16	4	24	20	13	26	7	18	10	1
21	4	13	18	13	4	18	18	4	13
22	18	1	25	13	20	10	4	7	24
27	13	1	24	13	1	1	13	24	24

.

Странность имеет только таблица произведений, поскольку разные пары элементов дают в ряде случаев одинаковые результаты.

Странно также «подчинение» результатов произведений и сумм генерации элементов другого множества, что привычно в теории множеств, если такое множество имеет свойства нормального подмножества, чего в рассматриваемом случае нет.

Странность общего характера в том, что пара анализируемых подмножеств не задает элементов третьего подмножества.

Все эти данные не предоставляют возможностей для получения законов объектного множества, хотя операционно задействованы 18 элементов.

Надежду на наличие привычных сторон и свойств предоставляет оставшееся еще подмножество из элементов

C	3	6	9	12	15	17	19	23	25

.

Предполагаемая надежда частично достижима в модели данного подмножества, так как выполняются условия

$$C + C = C, \qquad C \times C = C.$$

Таблицы сумм и произведений подтверждают эти свойства:

+	3	6	9	12	15	17	19	23	25
3	6	9	3	17	25	23	15	12	19
6	9	3	6	23	19	12	25	17	15
9	3	6	9	12	15	17	19	23	25
12	17	23	12	15	9	25	6	19	3
15	25	19	15	9	12	3	23	6	17
17	23	12	17	25	3	19	9	15	6
19	15	25	19	6	23	9	17	3	12
23	12	17	23	19	6	15	3	25	9
25	19	15	25	3	17	6	12	9	23

,

×	3	6	9	12	15	17	19	23	25
3	12	15	9	3	6	17	19	25	23
6	15	12	9	6	3	19	17	23	25
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
12	3	6	9	12	15	17	19	23	25
15	6	3	9	15	12	19	17	25	23
17	17	19	9	17	19	19	17	9	9
19	19	17	9	19	17	17	19	9	9
23	25	23	9	23	25	9	9	25	23
25	23	25	9	25	23	9	9	23	25

.

Замкнутость данного подмножества не обеспечивает условий его расположения в разряд привычных подмножеств. Мы имеем группу на операции суммирования, но не на операции произведения. Это не поле на паре операций и не квазигруппа, так как нет единого решения ряда бинарных уравнений. Однако множество имеет «ноль» на произведении и на сумме в форме элемента с номером 9. Есть также единица, заданная элементом с номером 12.

Замкнутость подмножества на операциях суммы и произведения гарантирует выполнение законов объектного множества, которые выполняются в полном множестве, что невозможно на паре предыдущих подмножеств.

Подмножество данного вида не содержит элементов с номерами 7,8, необходимых для подмножеств, имеющих свойства квазигрупп на операции суммы в соединении с операцией неассоциативного произведения.

Скорее всего, эти 3 подмножества есть вспомогательные для основных подмножеств.

Элементы этики в структуре естествознания живых изделий

При анализе поведения физических объектов не принято говорить о Сознании и Чувствах этих объектов. Данные аспекты деятельности обычно соотносятся только с «живыми» объектами. Более того, до настоящего времени отсутствуют уравнения, посредством которых можно было бы описывать Сознание и Чувства. Доказательство факта, что материальный мир подчинен этике, было бы хорошим шагом в направлении построения моделей Сознаний и Чувств, ассоциированных с физическими объектами. Ведь объективное наличие этики у каждого объекта дает шанс на преодоление кажущейся пропасти между живым и неживым миром.

Покажем, что возможно введение законов этики для любых объектов и явлений. Анализ базируется на использовании для системы матриц, представляющих структурные объекты, множества операций. В монографии стандартная матричная операция дополнена частично неассоциативными операциями, которые названы ментальными и чувственными операциями. В этом случае генерируется спектр алгебр, в частности обобщается известная алгебра Буля для этики.

Поскольку любые физические системы, как показал анализ, могут быть выражены через матрицы, новые алгебры переводят этику в категорию фундаментальных свойств системы объектов, по-разному оценивая уровень и нормы поведения объектов.

Поведение любого физического объекта, владеющего информационным обменом, как свидетельствует практика, подчинено определенным правилам, часть из которых есть законы этики. Возникает вопрос: является ли Этика столь же фундаментальным свойством Реальности как Пространство и Время? И если это так, присуща ли Этика каждому объекту ?

С физической точки зрения, базирующейся на информации, полученной посредством измерений, ответ на этот вопрос получить невозможно, так как нам недоступны не только все объекты Реальности, но даже недоступна малая часть их. Более того, имеющаяся информация часто неполна или даже ошибочна.

С математической точки зрения ситуация для ответа на данный вопрос выглядит совсем иначе. Математика имеет средства для получения информации о любых объектах Реальности и свойствах их взаимодействий между собой. Для этого применяются самые различные числа, функции, операции и операторы, модели групп и функциональных алгебр. Но среди всех указанных элементов есть одно важное, фундаментальное звено. Из всего наличного опыта мы имеем вывод, что энергетические обмены и взаимодействия подчинены и управляются ассоциативной математикой. Информационное взаимодействие, с какой стороны его ни рассматриваешь, подчинено неассоциативной математике. По этой причине моделью физического тела с информационным взаимодействием становится модель неких объектов, которые образуют замкнутое множество, как на ассоциативных операциях, так и на неассоциативных операциях.

Модель объектных чисел, частично представляющая реальные структурные физические объекты, имеет такое свойство. По этой причине простейшие ответы на вопросы этики объектов можно получить, если подчинить математические объекты ассоциативным и неассоциативным операциям.

На начальной стадии анализа возьмем в качестве средства для ответа на поставленный вопрос определенную базовую модель. Фактически речь идет о некоторой системе логических правил, заданных системой чисел и операций. Алгебра Буля естественна для решения задач указанного типа. Она достаточно хорошо развита, что позволяет учесть не только базовые черты этики, но и разнообразные тонкости.

Однако в ней отсутствуют элементы неассоциативной математики. По этой причине алгебра Буля принципиально недостаточна для полного и глубокого ответа на поставленный вопрос.

Можно пойти по другому пути, приняв за основу алгебру совести Лефевра. Эта алгебра анализирует *две этические системы*, имеющие разное математическое представление в формализме алгебры Буля. Обозначим «добро» в абстрактном его понимании символом в форме числа 1. Аналогично обозначим «зло» символом числа 0. Операцию суммы будем интерпретировать как алгоритм их объединения, а операции произведения придадим смысл взаимодействия, борьбы. Символ равенства применим в качестве указателя итога объединения или борьбы пары введенных факторов.

Тогда объединение и борьба противоположных начал имеет «решение» в форме двух канонических моделей этического типа:

а) математическое представление модели «капиталистического» типа

$$1 + 0 = 0,$$
$$1 \times 0 = 1,$$

(объединение добра со злом есть зло; борьба добра со злом есть добро),

б) математическое представление модели «социалистического» типа

$$1 + 0 = 1,$$
$$1 \times 0 = 0.$$

(объединение добра со злом есть добро; борьба добра со злом есть зло)

Рассмотрим математическую модель, из которой указанные «сценарии» получаются как частные случаи.

Зададим сумму и произведение величин однопараметрическими зависимостями, которые аналогичны используемым в электродинамике без ограничения скорости. В ней скорость первичного источника излучения $\vec{u}_{fs}$ и скорость вторичного источника излучения $\vec{u}_m$ объединены формулой:

$$\vec{u} = (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m = (1-w)a + wb.$$

По аналогии с указанной зависимостью зададим сумму и произведение величин в алгебре с парой переменных в форме чисел 0,1:

$$a \overset{f}{+} b = fa + (1-f)b,$$
$$a \overset{f}{\times} b = (1-f)a + fb \pm f(1-f)(ab+ba)^p.$$

Определим фактор внутренней мотивации поведения объектов функцией f. Назовем ее «состраданием» с предельными нормированными значениями

$$\{\theta_i\} \to f = 0, f = 1.$$

Они соответствуют предложенным Лефевром двум этическим схемам поведения людей. Согласно законам сложения и произведения «без сострадания» при $f=0$ получим законы

$$1\overset{f}{+}0\ \Big|_{f=0} \to 1+0=0,$$

$$1\overset{f}{\times}0\ \Big|_{f=0} \to 1\times 0=1.$$

Согласно законам сложения и произведения «с состраданием» при $f=1$ получим законы

$$1\overset{f}{+}0\ \Big|_{f=1} \to 1+0=1,$$

$$1\overset{f}{\times}0\ \Big|_{f=1} \to 1\times 0=0.$$

Изменение параметра f в указанных пределах (что естественно для нормированных функций) позволяет осуществлять переход от одной этической модели к другой. Этот переход может быть подчинен динамическим законам и наделен физическим смыслом. Нормы этики, согласно данному подходу, динамичны и не исчерпываются каноническими параметрами «сострадания».

Противоположные этики являются асимптотическими значениями параметрического семейства этик. Следовательно, есть процессы изменения этики, что прекрасно подтверждает практика. Теперь этот факт получил начальное математическое выражение.

Указанный алгоритм сложения эффективно применяется в электродинамике движущихся сред, что косвенно свидетельствует о *наличии у частиц света элементов логики* в отношении к скоростям.

В частности, в электродинамике Максвелла без относительности Эйнштейна «работает» фундаментальная связь скорости первичного источника $\vec{u}_{fs}$ и скорости среды $\vec{u}_m$ с фактором управления w :

$$\vec{u} = \left(1 - w\right)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m$$

Заметим, что в теории конечных полей «за» символами чисел 0,1 «спрятаны» конечные множества различных свойств и структуры, что позволяет по-новому взглянуть на простые канонические свойства этического поведения.

Если рассматривать связь скоростей как модель их произведения, из простого анализа следует, что ассоциативная математика инициирует неассоциативность триады величин.

Естественно придавать указанным каноническим числам новые величины и возможные их свойства. Этот алгоритм расширяет возможности рассматриваемой этической системы. Не только иллюстрируя их, но и инициируя новые горизонты этики.

Обобщение этики реализуется естественно на моделях объектных чисел, применяя их в функциональных условиях разного вида.

В частности, на элементах объектного множества M^{16} $a = 4, b = 5$ с параметром σ введем условия

$$A = \left(1^* - \sigma\right)a + \sigma b, \qquad B = \sigma a + \left(1^* - \sigma\right)b.$$

Анализ свидетельствует, что эти величины равны и не зависят от управляющих параметров:

σ	$\left(1^* - \sigma\right)$	$\left(1^* - \sigma\right)a$	σb	A	σa	$\left(1^* - \sigma\right)b$	B
1	8	13	13	10	14	16	10
2	7	12	10	10	11	11	10
3	6	15	15	10	16	14	10
4	5	10	12	10	9	9	10
5	4	9	9	10	10	12	10
6	3	16	14	10	15	15	10
7	2	11	1	10	12	10	10
8	1	14	16	10	13	13	10
9	16	5	1	10	6	4	10
10	15	4	6	10	3	7	10
11	14	7	3	10	8	2	10
12	13	2	8	10	1	5	10
13	12	1	5	10	2	8	10
14	11	8	2	10	7	3	10
15	10	3	7	10	4	6	10
16	9	6	4	10	5	1	10

.

На элементах $a = 4, b = 5$ таблица иллюстрирует их связь с A, B общего вида

$$A = B = 15 - \left(a + b\right).$$

Если те же условия проанализировать на модульном, ассоциативном произведении, получим

$$A \neq B \Rightarrow A + B = a + b.$$

На примере объектного множества S^{27} проиллюстрируем этот закон

σ	$\left(1^* - \sigma\right)$	$\left(1^* - \sigma\right)a$	σb	A	σa	$\left(1^* - \sigma\right)b$	B
10	15	25	27	22	18	17	20
11	14	21	13	23	11	24	19
12	13	13	19	24	23	11	21

.

Имеем условия: $4 + 5 = 7 = 22 + 20 = 23 + 19 = 24 + 21$.

Неассоциативность релаксационных связей величин

В модели электродинамики Максвелла без релятивистских ограничений действует пара законов для связи скорости первичного источника излучения $\vec{u}_{fs}$ и скорости среды $\vec{u}_m$

$$\vec{u}_v = (1 - w_u)\vec{u}_{fs} + w_u \vec{u}_m,$$
$$\vec{u}_\omega = \vec{u}_{fs} + w_\omega \vec{u}_m.$$

Они имеют единую структуру релаксационных параметров, управляемых безразмерной плотностью среды и константами взаимодействия излучения со средой:

$$w_u = 1 - \exp\left(-P_v \frac{\rho}{\rho_0}\right), \qquad w_\omega = 1 - \exp\left(-P_\omega \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

Эти выражения получены на основе решения релаксационного уравнения для скоростей

$$\frac{d\vec{u}}{d\xi} = -P_\xi\left(\vec{u} - \vec{u}_*\right), \xi = \frac{\rho}{\rho_0}$$

с разными значениями релаксационных скоростей для внешних, кинематических, а также для внутренних, частотных уравнений

$$\vec{u}_{*v} = \vec{u}_m, \qquad \vec{u}_{*\omega} = \vec{u}_{fs} + \vec{u}_m.$$

Физическая природа этих ограничений проста: скорость первичного источника «исчезает» при взаимодействии со средой (с точки зрения кинематики), она «сохраняется» в частотном проявлении итога взаимодействия.

Понятно, что данная модель недостаточна для описания всех деталей взаимодействия света со средой в кинематическом и динамическом, частотном его проявлении.

Однако релаксационная связь параметров не только проясняет и уточняет физическую сторону взаимодействия. Она имеет фундаментальную математическую сущность. Суть ее в том, что в модели ассоциативной реальности проявляются контуры неассоциативности.

Действительно, получим, например, условия

$$a \mathbin{\widehat{+}} b = \alpha a + \beta b, (a \mathbin{\widehat{+}} b) \mathbin{\widehat{+}} c = \alpha(\alpha a + \beta b) + \beta c,$$
$$b \mathbin{\widehat{+}} c = \alpha b + \beta c, a \mathbin{\widehat{+}} (b \mathbin{\widehat{+}} c) = \alpha a + \beta(\alpha b + \beta c),$$

$$(a \mathbin{\widehat{+}} b) \mathbin{\widehat{+}} c \neq a \mathbin{\widehat{+}} (b \mathbin{\widehat{+}} c).$$

Релаксационное суммирование неассоциативно.

Аналогично проявляет себя неассоциативность на релаксационном произведении. Конечно, модели могут иметь частичное изменение, затрагивая только один элемент в суммировании и в произведении.

Сад S^{27}

Рассмотрим объектное множество, состоящее из 27 элементов:

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(2)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(3)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(4)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(5)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(6)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(7)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(9)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(10)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(11)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(12)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(13)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(14)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(15)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(16)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(17)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(18)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(19)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(20)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(21)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(22)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(23)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(24)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(25)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(26)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(27)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}.$$

Они получены посредством циклических перестановок значимых элементов из 9 матриц:

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(4)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(7)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}}.\underset{(10)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(13)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(16)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(19)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(22)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}}.\underset{(25)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}.$$

Дополним их обозначениями в форме чисел, указывающих номера мест значимых элементов в строках и поставим на отдельное место элементы с номерами 7,8,9:

$$\underset{(1)}{\overset{123}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(2)}{\overset{231}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}},\underset{(3)}{\overset{312}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}}},\quad\underset{(4)}{\overset{132}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(5)}{\overset{213}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(6)}{\overset{321}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}}},$$

$$\underset{(7)}{\overset{111}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}}},\underset{(8)}{\overset{222}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(9)}{\overset{333}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}}},$$

$$\underset{(10)}{\overset{122}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(11)}{\overset{233}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(12)}{\overset{311}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}}},\quad\underset{(13)}{\overset{133}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(14)}{\overset{211}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}}},\underset{(15)}{\overset{322}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}}},$$

$$\underset{(16)}{\overset{212}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(17)}{\overset{323}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(18)}{\overset{131}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}},\quad\underset{(19)}{\overset{313}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(20)}{\overset{121}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}}},\underset{(21)}{\overset{232}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}}},$$

$$\underset{(22)}{\overset{221}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}}},\underset{(23)}{\overset{332}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(24)}{\overset{113}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\quad\underset{(25)}{\overset{331}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}},\underset{(26)}{\overset{112}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(27)}{\overset{223}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}}.$$

Обратим внимание на «зеркальность» в расположении значимых мест элементов в строках таблицы. Распределим элементы по подмножествам:

$$\alpha=\begin{pmatrix}7&8&9\\22&23&24\\25&26&27\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}7&8&9\\16&17&18\\19&20&21\end{pmatrix},\gamma=\begin{pmatrix}7&8&9\\10&11&12\\13&14&15\end{pmatrix},\delta=\begin{pmatrix}7&8&9\\1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}.$$

Они образуют аналоги полей F_9.

Таблица модульных произведений объектного множества S^{27} такова:

$\underset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	24	11	17	13	27	19	1	5	9	24	11	17	13	27
2	11	18	23	21	13	25	2	4	9	21	13	25	11	18
3	17	23	12	25	19	15	3	6	9	6	9	3	9	3
4	13	21	25	18	11	23	4	2	9	18	11	23	13	21
5	27	13	19	11	24	17	5	1	9	27	13	19	11	24
6	19	25	15	23	17	12	6	3	9	3	9	6	9	6
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	5	4	6	2	1	3	8	7	9	14	13	15	11	10
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	24	21	6	18	27	3	10	14	9	7	11	15	13	8
11	11	13	9	11	13	9	11	13	9	11	13	9	11	13
12	17	25	3	23	19	6	12	15	9	15	9	12	9	12
13	13	11	9	13	11	9	13	11	9	13	11	9	13	11
14	27	18	3	21	24	6	14	10	9	8	13	12	11	7

$\underset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	19	23	6	25	17	3	15	12	9	12	9	15	9	15
16	27	4	12	2	24	15	16	20	9	22	13	3	11	26
17	19	9	17	9	17	19	17	19	9	19	9	17	9	17
18	13	2	23	4	11	25	18	21	9	4	11	25	13	2
19	17	9	19	9	19	17	19	17	9	17	9	19	9	19
20	24	2	15	4	27	12	20	16	9	26	11	6	13	22
21	11	4	25	2	13	23	21	18	9	2	13	23	11	4
22	5	18	15	21	1	12	22	26	9	16	13	6	11	20
23	9	23	25	25	9	23	23	25	9	25	9	23	9	23
24	1	11	19	13	5	17	24	27	9	1	11	19	13	5
25	9	25	23	23	9	25	25	23	9	23	9	25	9	25
26	1	21	12	18	5	15	26	22	9	20	11	3	13	16
27	5	13	17	11	1	19	27	24	9	5	13	17	11	1

$\times$ m	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	19	27	19	13	17	24	11	5	9	1	9	1	5
2	23	4	9	2	9	2	4	18	23	11	25	21	13
3	6	12	17	23	19	15	25	15	25	19	23	12	17
4	25	2	9	4	9	4	2	21	25	13	23	18	11
5	17	24	17	11	19	27	13	1	9	5	9	5	1
6	3	15	19	25	17	12	23	12	23	17	25	15	19
7	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
8	12	20	19	21	17	16	18	26	25	27	23	22	24
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	12	22	19	4	17	26	2	16	25	1	23	20	5
11	9	13	9	11	9	11	13	13	9	11	9	11	13
12	15	3	17	25	19	6	23	6	23	19	25	3	17
13	9	11	9	13	9	13	11	11	9	13	9	13	11
14	15	26	17	2	19	22	4	20	23	5	25	16	1

$\times$ m	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
15	12	6	19	23	17	3	25	3	25	17	23	6	19
16	6	7	17	21	19	8	18	10	25	5	23	14	1
17	19	17	19	9	17	19	9	19	9	17	9	17	19
18	23	21	9	18	9	18	21	2	23	13	25	4	11
19	17	19	17	9	19	17	9	17	9	19	9	19	17
20	3	8	19	18	17	7	21	14	23	1	25	10	5
21	25	18	9	21	9	21	18	4	25	11	23	2	13
22	3	10	19	2	17	14	4	7	23	27	25	8	24
23	25	25	9	23	9	23	25	23	25	9	23	25	9
24	17	5	17	13	19	1	11	27	9	24	9	24	27
25	23	23	9	25	9	25	23	25	23	9	25	23	9
26	6	14	17	4	19	10	2	8	25	24	23	7	27
27	19	1	19	11	17	5	13	24	9	27	9	27	24

Имеем таблицу модульного суммирования элементов объектного множества S^{27}:

$+_m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1	16	17	18	27	25
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2	17	18	16	25	26
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	18	16	17	26	27
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4	22	23	24	21	19
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5	23	24	22	19	20
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	24	22	23	20	21
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7	11	12	10	14	15
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8	12	10	11	15	13
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	16	17	18	22	23	24	11	12	10	14	15	13	8	9
11	17	18	16	23	24	22	12	10	11	15	13	14	9	7
12	18	16	17	24	22	23	10	11	12	13	14	15	7	8
13	27	25	26	21	19	20	14	15	13	8	9	7	11	12
14	25	26	27	19	20	21	15	13	14	9	7	8	12	10

$+_m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	26	27	25	20	21	19	13	14	15	7	8	9	10	11
16	23	24	22	12	10	11	17	18	16	25	26	27	3	1
17	24	22	23	10	11	12	18	16	17	26	27	25	1	2
18	22	23	24	11	12	10	16	17	18	27	25	26	2	3
19	13	14	15	26	27	25	20	21	19	4	5	6	24	22
20	14	15	13	27	25	26	21	19	20	5	6	4	22	23
21	15	13	14	25	26	27	19	20	21	6	4	5	23	24
22	12	10	11	17	18	16	23	24	22	19	20	21	6	4
23	10	11	12	18	16	17	24	22	23	20	21	19	4	5
24	11	12	10	16	17	18	22	23	24	21	19	20	5	6
25	20	21	19	13	14	15	26	27	25	1	2	3	18	16
26	21	19	20	14	15	13	27	25	26	2	3	1	16	17
27	19	20	21	15	13	14	25	26	27	3	1	2	17	18

$+_m$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	26	23	24	22	13	14	15	12	10	11	20	21	19
2	27	24	22	23	14	15	13	10	11	12	21	19	20
3	25	22	23	24	15	13	14	11	12	10	19	20	21
4	20	12	10	11	26	27	25	17	18	16	13	14	15
5	21	10	11	12	27	25	26	18	16	17	14	15	13
6	19	11	12	10	25	26	27	16	17	18	15	13	14
7	13	17	18	16	20	21	19	23	24	22	26	27	25
8	14	18	16	17	21	19	20	24	22	23	27	25	26
9	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
10	7	25	26	27	4	5	6	19	20	21	1	2	3
11	8	26	27	25	5	6	4	20	21	19	2	3	1
12	9	27	25	26	6	4	5	21	19	20	3	1	2
13	10	3	1	2	24	22	23	6	4	5	18	16	17
14	11	1	2	3	22	23	24	4	5	6	16	17	18

$+_m$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
15	12	2	3	1	23	24	22	5	6	4	17	18	16
16	2	20	21	19	8	9	7	13	14	15	5	6	4
17	3	21	19	20	9	7	8	14	15	13	6	4	5
18	1	19	20	21	7	8	9	15	13	14	4	5	6
19	23	8	9	7	17	18	16	2	3	1	12	10	11
20	24	9	7	8	18	16	17	3	1	2	10	11	12
21	22	7	8	9	16	17	18	1	2	3	11	12	10
22	5	13	14	15	2	3	1	26	27	25	8	9	7
23	6	14	15	13	3	1	2	27	25	26	9	7	8
24	4	15	13	14	1	2	3	25	26	27	7	8	9
25	17	5	6	4	12	10	11	8	9	7	23	24	22
26	18	6	4	5	10	11	12	9	7	8	24	22	23
27	16	4	5	6	11	12	10	7	8	9	22	23	24

Наличие пары операций достаточно для конструирования алгебр. В рассматриваемом случае мы имеем ассоциативную операцию произведения и операцию дистрибутивного суммирования. По этой причине, с формальной точки зрения, расчетные ситуации кажутся простыми. Анализ свидетельствует, что это не так.

Подтвердим анализ фактами. Например, объектное множество S^{27} подчинено условию функционального равновесия $(ab)(cb)=(ac)(bb)$. Имеет место функциональное равновесие вида «геометрического» типа $(ac)(bd)=(ad)(bc)$. Проиллюстрируем его таблицей:

a	b	c	d	$(ac)(bd)$	$(ad)(bc)$
1	5	7	14	1	1
17	3	10	2	9	9
8	11	15	26	9	9
6	7	8	9	9	9
1	3	5	15	19	19
4	12	20	23	25	25

.

В объектном множестве S^{27} частично выполняется закон Сейгла

$$\Lambda=J(x,y,z)w=J(w,x,yz)+J(w,y,zx)+J(w,z,xy)=\Pi,\ J(x,y,z)=xyz+yzx+zxy.$$

Проиллюстрируем его таблицей:

x	y	z	w	Λ	Π
5	16	21	10	11	11
7	10	14	22	9	9
10	10	20	20	9	9
26	10	16	20	9	9
1	8	27	15	9	9

.

Функциональное условие Сейгла выполняет дополнительно функцию концентратора, так как во многих ситуациях преобразует набор из 4 элементов в один элемент под номером 9, который выполняет функцию объектного нуля в объектном множестве. Условия

$$a(a+b)b=b(b+a)a,\ J(x,y,z)w=J(x,y,xz)$$

выполняются частично, только на определенных наборах величин.

Элементы

ξ	$\to$	7	8	10	14	16	20	22	26

имеют свойство многократной «защиты» от их влияния для любого элемента x объектного множества в форме условий

$$\xi x\xi = x,\left(\xi\left(\xi x\xi\right)\xi\right)=x,\left(\xi\left(\xi\left(\xi x\xi\right)\xi\right)\xi\right)=x,\ldots$$

Из предыдущего анализа следует вывод, что множества анализируемого вида имеет спектр функциональных законов.

Проанализируем свойства конечного подмножества с номерами элементов

7	8	10	14	16	20	22	26

.

Их матричная структура такова:

$$\underset{(7)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(10)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(14)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(16)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(20)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(22)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(26)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}}.$$

Таблица модульных произведений номеров значимых мест имеет вид

×	7	8	10	14	16	20	22	26
7	7	8	10	14	16	20	22	26
8	8	7	14	10	20	16	26	22
10	10	14	7	8	22	26	16	20
14	14	10	8	7	26	22	20	16
16	16	20	22	26	7	8	10	14
20	20	16	26	22	8	7	14	10
22	22	26	16	20	10	14	7	8
26	26	22	20	16	14	10	8	7

.

Обратим внимание на алгоритм конструирования матричного множества размерности 3×3 в записи S^{27} на основе матриц размерности 2×2 при использовании только чисел 0,1:

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\to\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(20)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(10)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\qquad \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\to\underset{(6)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(15)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&\end{pmatrix}},\underset{(17)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}\to\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(26)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(24)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\qquad \begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}\to\underset{(22)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(27)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}\ldots$$

Он назван ранее алгоритмом структурного конструирования множеств одинаковой или разной размерности при дополнении элементов новыми элементами.

Заметим, что таблица суммирования номеров значимых мест по модулю числа 2 в рассматриваемом случае такова:

+	7	8	10	14	16	20	22	26
7	8	7	14	10	20	16	26	22
8	7	8	10	14	16	20	22	26
10	14	10	8	7	26	22	20	16
14	10	14	7	8	22	26	16	20
16	20	16	26	22	8	7	14	10
20	16	20	22	26	7	8	10	14
22	26	22	20	16	14	10	8	7
26	22	26	16	20	10	14	7	8

.

С точностью до знаков она аналогична таблице произведений для спектра базовых октонионов $e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7$.

Запишем её в индексах базисных элементов:

$i \times j$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	–0	3	–2	5	–4	–7	6
2	2	–3	–0	1	6	7	–4	–5
3	3	2	–1	–0	7	–6	5	–4
4	4	–5	–6	–7	–0	1	2	3
5	5	4	–7	6	–1	–0	–3	2
6	6	7	4	–5	–2	3	–0	–1
7	7	–6	5	–4	–3	–2	1	–0

.

Совпадение таблиц номерами индексов (без учета знаков) обеспечивается обозначениями

0	1	2	3	4	5	6	7
e_0	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
8	7	14	10	20	16	22	27

.

Мы пришли к представлению базовых октонионов матрицами с сопровождающими их индексами, которые при перемножении генерируют знаки октониона:

$$e_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sigma_0, e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sigma_1, e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sigma_2, e_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sigma_3, ...$$

$$\sigma_i\sigma_j = (+) if \to i=0, j=0, \sigma_i\sigma_j = -\delta_{ij}\sigma_0 + \varepsilon_{ijk}\sigma_k.$$

Анализ свидетельствует о подчинении множества объектной алгебре Сейгла с условиями

$$J(x,y,z) = xyz + yzx + zxy,$$
$$\Lambda = J(x,y,z)w = J(w,x,yz) + J(w,y,zx) + J(w,z,xy) = \Pi.$$

Проиллюстрируем выполнение этого условия таблицей:

x	y	z	w	Λ	Π
7	10	14	22	26	26
8	8	8	8	7	7
26	10	16	20	16	16
10	10	20	20	7	7

.

Элементы объектного множества S^{27} имеют группировки в форме подмножеств со свойствами группы, которая изоморфна группе Клейна. Представим анализ таблицами, для которых верна одна ассоциативная конформация с элементами

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Матрицы и таблицы таковы:

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(5)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(24)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(27)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},$$

$\times$	1	5	24	27
1	24	27	1	5
5	27	24	5	1
24	1	5	24	27
27	5	1	27	24

,

$$\begin{array}{cccc}\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\\ (2) & (4) & (18) & (21)\end{array}$$

×	2	4	18	21
2	18	21	2	4
4	21	18	4	2
18	2	4	18	21
21	4	2	21	18

,

$$\begin{array}{cccc}\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\\ (3) & (6) & (12) & (15)\end{array}$$

×	3	6	12	15
3	12	15	3	6
6	15	12	6	3
12	3	6	12	15
15	6	3	15	12

.

Заметим, что перестановка элементов не меняет структуры ассоциированной конформации:

×	24	27	5	1
24	24	27	5	1
27	27	24	1	5
5	5	1	24	27
1	1	5	27	27

,

×	1	24	5	27
1	24	1	27	5
24	1	24	5	27
5	27	5	24	1
27	5	27	1	24

,

×	1	27	24	5
1	24	5	1	27
27	5	24	27	1
24	1	27	24	5
5	27	1	5	24

,…

Объектное множество содержит пары элементов, модульное произведение для которых аналогично суммированию элементов поля F_2 :

×	13	11
13	13	11
11	11	13

,

×	19	17
19	19	17
17	17	19

,

×	25	23
25	25	23
23	23	25

$\rightarrow$

+	0	1
0	0	1
1	1	0

.

$$\begin{array}{cccccc}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}.\\ (13) & (11) & (19) & (17) & (25) & (23)\end{array}$$

Операционный базис объектного множества S^{27}

При исследовании свойств конечного множества представляет интерес задача нахождения его операционного базиса: подмножества, которое достаточно для генерации всего множества на основе применения к элементам операций однократного произведения и такого же суммирования.

Проиллюстрируем такую возможность на примере подмножества, состоящего из 8 элементов с номерами

7	8	10	14	16	20	22	26

.

Таблица произведений замкнута на операции модульного произведения:

$\underset{m3}{\times}$	7	8	10	14	16	20	22	26
7	7	8	10	14	16	20	22	26
8	8	7	14	10	20	16	26	22
10	10	14	7	8	22	26	16	20
14	14	10	8	7	26	22	20	16
16	16	20	22	26	7	8	10	14
20	20	16	26	22	8	7	14	10
22	22	26	16	20	10	14	7	8
26	26	22	20	16	14	10	8	7

.

Генерирует новые элементы операция модульного суммирования:

$\underset{m3}{+}$	7	8	10	14	16	20	22	26
7	8	9	11	15	17	21	23	27
8	9	7	12	13	18	19	24	25
10	11	12	14	9	25	5	19	2
14	15	13	9	10	1	23	4	17
16	17	18	25	1	20	9	13	6
20	21	19	5	23	9	16	3	11
22	23	24	19	4	13	3	26	9
26	27	25	2	17	6	11	9	22

.

Представим распределение новых элементов в их полном наборе:

1	2	3	4	5	6	⊙	⊙	9
⊙	11	12	13	⊙	15	⊙	17	18
19	⊙	21	⊙	23	24	25	⊙	27

.

Без номеров записаны базовые элементы, которые инвариантны относительно операции модульного произведения. Модульная сумма эффективно генерирует 19 новых элементов.

Специфика матричной операции в объектном множестве S^{27}

Таблица матричных произведений элементов объектного множества S^{27} такова:

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	2	3	1	6	4	5	7	8	9	22	23	24	25	26
3	3	1	2	5	6	4	7	8	9	16	17	18	19	20
4	4	5	6	1	2	3	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	4	3	1	2	7	8	9	16	17	18	19	20
6	6	4	5	2	3	1	7	8	9	22	23	24	25	26
7	7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8
8	8	9	7	9	7	8	7	8	9	8	9	7	9	7
9	9	7	8	8	9	7	7	8	9	8	9	7	9	7
10	10	11	12	13	14	15	7	8	9	10	11	12	13	14
11	11	12	10	15	13	14	7	8	9	8	9	7	9	7
12	12	10	11	14	15	13	7	8	9	14	15	13	12	10
13	13	14	15	10	11	12	7	8	9	10	11	12	13	14
14	14	15	13	12	10	11	7	8	9	14	15	13	12	10

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	15	13	14	11	12	10	7	8	9	8	9	7	9	7
16	16	17	18	19	20	21	7	8	9	16	17	18	19	20
17	17	18	16	21	19	20	7	8	9	8	9	7	9	7
18	18	16	17	20	21	19	7	8	9	20	21	19	18	16
19	19	20	21	16	17	18	7	8	9	16	17	18	19	20
20	20	21	19	18	16	17	7	8	9	20	21	19	18	16
21	21	19	20	17	18	16	7	8	9	8	9	7	9	7
22	22	23	24	25	26	27	7	8	9	22	23	24	25	26
23	23	24	22	27	25	26	7	8	9	8	9	7	9	7
24	24	22	23	26	27	25	7	8	9	26	27	25	24	22
25	25	26	27	22	23	24	7	8	9	22	23	24	25	26
26	26	27	25	24	22	23	7	8	9	26	27	25	24	22
27	27	25	26	23	24	22	7	8	9	8	9	7	9	7

$\overset{m}{\times}$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
2	27	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
3	21	22	23	24	25	26	27	10	11	12	13	14	15
4	15	22	23	24	25	26	27	16	17	18	19	20	21
5	21	10	11	12	13	14	15	22	23	24	25	26	27
6	27	16	17	18	19	20	21	10	11	12	13	14	15
7	9	8	9	7	9	7	8	8	9	7	9	7	8
8	8	7	8	9	7	8	9	8	9	7	9	7	8
9	8	8	9	7	9	7	8	7	8	9	7	8	9
10	15	14	15	13	12	10	11	8	9	7	9	7	8
11	8	10	11	12	13	14	15	14	15	13	12	10	11
12	11	8	9	7	9	7	8	10	11	12	13	14	15
13	15	8	9	7	9	7	8	14	15	13	12	10	11
14	11	10	11	12	13	14	15	8	9	7	9	7	8

$\overset{m}{\times}$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
15	8	14	15	13	12	10	11	15	11	12	13	14	15
16	21	20	21	19	18	16	17	8	9	7	9	7	8
17	8	16	17	18	19	20	21	20	21	19	18	16	17
18	17	8	9	7	9	7	8	16	17	18	19	20	21
19	21	8	9	7	9	7	8	20	21	19	18	16	17
20	17	16	17	18	19	20	21	8	9	7	9	7	8
21	8	20	21	19	18	16	17	16	17	18	19	20	21
22	27	26	27	25	24	22	23	8	9	7	9	7	8
23	8	22	23	24	25	26	27	26	27	25	24	22	23
24	23	8	9	7	9	7	8	22	23	24	25	26	27
25	27	8	9	7	9	7	8	26	27	25	24	22	23
26	23	22	23	24	25	26	27	8	9	7	9	7	8
27	8	26	27	25	24	22	23	22	23	24	25	26	27

.

Множество имеет 4 подмножества:

α	$\to$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
β	$\to$	10	11	12	13	14	15	7	8	9
γ	$\to$	16	17	18	19	20	21	7	8	9
δ	$\to$	22	23	24	25	26	27	7	8	9

.

Это легко проверить по структуре таблиц матричного произведения и модульного суммирования. Есть и другие подмножества.

В частности получим таблицы подмножества из 9 элементов:

$\overset{m}{\times}$	1	5	9	11	13	17	19	24	27
1	1	5	9	11	13	17	19	24	27
5	5	1	9	17	19	11	13	24	27
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
11	11	13	9	9	9	11	13	13	11
13	13	11	9	11	13	9	9	13	11
17	17	19	9	9	9	17	19	19	17
19	19	17	9	17	19	9	9	19	17
24	24	27	9	27	24	9	9	24	27
27	27	24	9	9	9	27	24	24	27

$\underset{m}{+}$	1	5	9	11	13	17	19	24	27
1	5	9	1	17	27	24	13	11	19
5	9	1	5	24	19	11	27	17	13
9	1	5	9	11	13	17	19	24	27
11	17	24	11	13	9	27	5	19	1
13	27	19	13	9	11	1	24	5	17
17	24	11	17	27	1	19	9	13	5
19	13	27	19	5	24	9	17	1	11
24	11	17	24	19	5	13	1	27	9
27	19	13	27	1	17	5	11	9	24

Это подмножество получается на основе расширения подмножества, замкнутого на матричной операции вида

$\overset{m}{\times}$	11	19	9	13	17
11	9	13	9	9	11
19	17	9	9	19	9
9	9	9	9	9	9
13	11	9	9	13	9
17	9	19	9	9	17

Мы замечаем принципиальное различие матричной операции и других операций. Теперь у нас есть 2 ассоциативные операции произведения и пара неассоциативных, комбинаторных операций. Они дополнены операцией модульного суммирования. На такой основе можно получить спектр функциональных условий равновесия.

Имеем таблицы для элементов 4 квазиполей

7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	16	17	18	19	20	21
7	8	9	22	23	24	25	26	27

на матричной операции произведения:

$\overset{m}{\times}$	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	7	8	9	7	8	9	7	8	9
8	7	8	9	8	9	7	9	7	8
9	7	8	9	9	7	8	8	9	7
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	7	8	9	2	3	1	6	4	5
3	7	8	9	3	1	2	5	6	4
4	7	8	9	4	5	6	1	2	3
5	7	8	9	5	6	4	3	1	2
6	7	8	9	6	4	5	2	3	1

,

$\overset{m}{\times}$	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	7	8	9	7	8	9
8	7	8	9	8	9	7	9	7	8
9	7	8	9	8	9	7	9	7	8
10	7	8	9	10	11	12	13	14	15
11	7	8	9	8	9	7	9	7	8
12	7	8	9	14	15	13	12	10	1
13	7	8	9	10	11	12	13	14	15
14	7	8	9	14	15	13	12	10	11
15	7	8	9	8	9	7	9	7	8

,

$\overset{m}{\times}$	7	8	9	6	17	18	19	20	21
7	7	8	9	8	9	7	9	7	8
8	7	8	9	7	8	9	7	8	9
9	7	8	9	8	9	7	9	7	8
16	7	8	9	20	21	19	18	16	17
17	7	8	9	16	17	18	19	20	21
18	7	8	9	8	9	7	9	7	8
19	7	8	9	8	9	7	9	7	8
20	7	8	9	16	17	18	19	20	21
21	7	8	9	20	21	19	18	16	17

,

$\overset{m}{\times}$	7	8	9	22	23	24	25	26	27
7	7	8	9	8	9	7	9	7	8
8	7	8	9	8	9	7	9	7	8
9	7	8	9	7	8	9	7	8	9
22	7	8	9	8	9	7	9	7	8
23	7	8	9	26	27	25	24	22	23
24	7	8	9	22	23	24	25	26	27
25	7	8	9	26	27	25	24	22	23
26	7	8	9	8	9	7	9	7	8
27	7	8	9	22	23	24	25	26	27

.

Следовательно, замкнутость 4 квазиполей на операциях косуммирования и копроизведения дополнена их замкнутостью на операции матричного произведения. Фактически так учтены не только информационные аспекты объединения элементов обобщенных триграмм, но и их физиологическое, телесное объединение.

Матричные таблицы различаются по своей структуру, инициируя идею различия «тел» предзарядов.

Возможность взаимного превращения предзарядов на структуре 4 квазиполей

Проанализируем генерацию обобщенных триграмм при операционном взаимодействии пар предзарядов посредством «внешних» элементов.

Получим таблицы «зеркальной» структуры:

$\overset{s}{+}$	1	2	3	4	5	6
10	16	17	18	22	23	24
11	17	18	16	23	24	22
12	18	16	17	24	22	23
13	27	25	26	21	19	20
14	25	26	27	19	20	21
15	26	27	25	20	21	19

,

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6
10	26	27	25	20	21	19
11	25	26	27	19	20	21
12	27	25	26	21	19	20
13	18	16	17	24	22	23
14	17	18	16	23	24	22
15	16	17	18	22	23	24

,

$\overset{s}{+}$	22	23	24	25	26	27
16	13	14	15	5	6	4
17	14	15	13	6	4	5
18	15	13	14	4	5	6
19	2	3	1	12	10	11
20	3	1	2	10	11	12
21	1	2	3	11	12	10

,

$\overset{k}{\times}$	22	23	2	25	26	27
16	1	2	3	1	12	10
17	2	3	1	10	11	12
18	2	3	1	12	10	11
19	15	13	14	4	5	6
20	14	15	13	6	4	5
21	13	14	15	5	6	4

,

Заметим, что элементы, имеющие одинаковые значения на операции суммирования и на операции произведения в сумме дают единицу $\xi_i + \eta_i = 7 = 16 + 21, \ldots$

Информационная самоорганизация в объектном множестве S^{27}

Рассмотрим алгоритм присоединения элементов объектного множества S^{27} к некоторой паре элементов (a,b) при последовательном действии неассоциативной, комбинаторной операции произведения с условием, что с новым элементом «взаимодействует» элемент, который расположен перед ним.

Получим последовательность элементов $a \cdot b = c, b \cdot c = d, c \cdot d = e, \ldots$
Исследуем вариант, когда такая последовательность элементов замыкается на начальный элемент. Поскольку неассоциативное произведение мы ассоциируем с информационным обменом, мы рассматриваем простой вариант информационной самоорганизации.

Согласно таблице комбинаторного произведения получим, например, согласованное множество, которое на принятом алгоритме состоит из 6 элементов:

$$18 \cdot 6 = 25, 6 \cdot 25 = 20, 25 \cdot 20 = 2, 20 \cdot 2 = 22, 2 \cdot 22 = 18, 22 \cdot 18 = 6,$$
$$18 \cdot 22 = 2, 22 \cdot 2 = 20, 2 \cdot 20 = 25, 20 \cdot 25 = 6, 25 \cdot 6 = 18, 6 \cdot 18 = 22, \ldots$$

Множество удобно проиллюстрировать рисунком

		18		
	⤢		⤡	
22				6
↕				↕
2				25
	⤡		⤢	
		20		

.

Проанализируем расширение данного множества в форме нового рисунка, приняв взаимное произведение элементов, расположенных напротив друг друга.

Получим модель

						18						
						↑						
22						20						6
	↖					↑					↗	
		25				18				2		
			↖		⤢		⤡		↗			
				22				6				
				↕				↕				
				2				25				
			↙		⤡		⤢		↘			
		6				20				22		
	↙					↓					↘	
2						18						25
						↓						
						20						

.

Рисунок соответствует произведениям

$$18 \cdot 20 = 18, 20 \cdot 18 = 20, 6 \cdot 2 = 6, 2 \cdot 6 = 2, 25 \cdot 22 = 25, 22 \cdot 25 = 25, ...$$

Каждый последующий уровень рисунка дублирует начальное множество с точностью до перемен в расположении элементов .

Проанализируем другой вариант произведений элементов начального множества, когда элементы находятся друг от друга на «отдалении» в один элемент. Получим дополнительно конечное множество, состоящее из 2 элементов:

$$18 \cdot 25 = 12, 6 \cdot 20 = 14, 25 \cdot 2 = 12, 20 \cdot 22 = 14, 2 \cdot 18 = 12, 22 \cdot 6 = 14,$$
$$18 \cdot 2 = 14, 22 \cdot 20 = 12, 2 \cdot 25 = 14, 20 \cdot 6 = 12, 25 \cdot 18, 6 \cdot 22 = 12.$$

Представим ситуацию рисунком:

			14				12			
	14				18				12	
				⤢		⤡				
12			22				6			14
			↕				↕			
12			2				25			14
				⤡		⤢				
	14				20				12	
				14		12				

.

Элементы множества, расположенного в центре рисунка, удобно объединить с элементами на периферии. В этом случае обнаруживаются новые связи между элементами:

$$6,12,14 \to 12 \cdot 6 = 20, 6 \cdot 12 = 18, 14 \cdot 6 = 22, 6 \cdot 14 = 18,$$
$$2,12,14 \to 2 \cdot 12 = 22, 12 \cdot 2 = 25, 2 \cdot 14 = 20, 14 \cdot 2 = 18,$$
$$20,12,14 \to 20 \cdot 12 = 22, 12 \cdot 20 = 22, 20 \cdot 14 = 2, 14 \cdot 20 = 6,$$
$$22,12,14 \to 22 \cdot 12 = 2, 12 \cdot 22 = 6, 22 \cdot 14 = 18, 14 \cdot 22 = 20,$$
$$25,14,12 \to 25 \cdot 14 = 6, 14 \cdot 15 = 2, 25 \cdot 12 = 20, 12 \cdot 25 = 18,$$
$$18,12,14 \to 18 \cdot 12 = 6, 12 \cdot 18 = 2, 18 \cdot 14 = 22, 14 \cdot 18 = 25.$$

Периферические элементы подчинены произведениям $12 \cdot 14 = 12, 14 \cdot 12 = 14$.

Тройки элементов вида $r^{123} = xyz, r^{231} = yzx, r^{312}$ на коммутаторах подчинены закону

$$\left[r^{123}, r^{231}\right] + \left[r^{231}, r^{312}\right] + \left[r^{312}, r^{123}\right] = \left[0\right] = 9.$$

Он является функциональным аналогом закона Янга-Бакстера. Заметим, что это множество уже не является группой.

Обоснование и расширение триграмм Востока на модели сада S^{27}

Распределим элементы сада S^{27} на три подмножества с принятыми для них номерами:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\quad(10),\qquad \begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\quad(11),\qquad \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\quad(12),$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\quad(26),\qquad \begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad(27),\qquad \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\quad(25),$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\quad(20),\qquad \begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\quad(21),\qquad \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad(19),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\quad(14),\qquad \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\quad(15),\qquad \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\quad(13),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\quad(16),\qquad \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad(17),\qquad \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\quad(18),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\quad(22),\qquad \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\quad(23),\qquad \begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad(24),$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\quad(7),\qquad \begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\quad(8),\qquad \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\quad(9),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\quad(8),\qquad \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\quad(9),\qquad \begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\quad(7).$$

Матрицы можно записать в форме триграмм, если поставить в соответствие элементами в столбцах их образ в рисунке: $1 \to \underline{\qquad}, 2 \to - - -, 3 \to ....$ Тогда получим соответствия:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{\qquad} \\ - - - \\ - - - \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \\ - - - \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \underline{\qquad} \\ - - - \\ \underline{\qquad} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} - - - \\ \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} - - - \\ \underline{\qquad} \\ - - - \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \\ - - - \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} - - - \\ - - - \\ - - - \end{pmatrix}.$$

Эти базовые триграммы есть в «Книге перемен» как символ мудрости живой Реальности.

На них сконструированы различные приемы и алгоритмы трактовки разных жизненных ситуаций и правил поведения в быту и в бою. Их позитивное влияние на формирование людей доказано многолетней практикой.

Теперь они выведены в модели неассоциативного множества с элементами сложной структуры. Появилась возможность математического анализа взаимодействия триграмм, что может рассматриваться как приложение теории садов к жизненной практике.

Известные триграммы соответствуют номерам $[7, 9, 12, 13, 18, 19, 24, 25]$.

Таблицы произведений и суммирований введенных 3 подмножеств таковы:

×	7	8	10	14	16	20	22	26
7	7	8	10	14	16	20	22	26
8	8	7	14	10	20	16	26	22
10	10	14	7	8	22	26	16	20
14	14	10	8	7	26	22	20	16
16	16	20	22	26	7	8	10	14
20	20	16	26	22	8	7	14	10
22	22	26	16	20	10	14	7	8
26	26	22	20	16	14	10	8	7

,

+	7	8	10	14	16	20	22	26
7	8	9	11	15	17	21	23	27
8	9	8	12	13	18	19	24	25
10	11	12	14	9	25	5	19	2
14	15	13	9	10	1	23	4	17
16	17	18	25	1	20	9	13	6
20	21	19	5	23	9	16	3	11
22	23	24	19	4	13	3	26	7
26	27	25	2	17	6	11	7	22

,

×	8	9	11	15	17	21	23	27
8	7	9	13	12	19	18	25	24
9	9	9	9	9	9	9	9	9
11	13	9	13	9	9	13	9	13
15	12	9	9	12	19	25	25	19
17	19	9	9	19	19	9	9	19
21	18	9	13	25	9	18	25	13
23	25	9	9	25	9	25	25	9
27	24	9	13	19	19	13	9	24

,

+	8	9	11	15	17	21	23	27
8	7	8	10	14	16	20	22	26
9	8	9	11	15	17	21	23	27
11	10	11	13	8	27	4	21	1
15	14	15	8	12	3	22	5	16
17	16	17	27	3	19	7	15	5
21	20	21	4	22	7	18	2	10
23	22	23	21	5	15	2	25	8
27	26	27	1	16	5	10	8	24

,

×	7	9	12	13	18	19	24	25
7	7	9	12	13	18	19	24	25
9	9	9	9	9	9	9	9	9
12	12	9	12	9	25	19	19	25
13	13	9	9	13	13	9	13	9
18	18	9	25	13	18	9	13	25
19	19	9	19	9	9	19	19	9
24	24	9	19	13	13	19	24	9
25	25	9	25	9	25	9	9	25

,

+	7	9	12	13	18	19	24	25
7	8	7	10	14	16	20	22	26
9	7	9	12	13	18	19	24	25
12	10	12	15	7	26	6	20	3
13	14	13	7	11	2	24	5	18
18	16	18	26	2	21	9	14	4
19	20	19	6	24	9	17	1	12
24	22	24	20	5	14	1	27	7
25	26	25	3	18	4	12	7	23

.

Специфика ситуации в том, что каждое из 3 подмножеств на ассоциативной операции суммирования генерирует все 27 элементов анализируемого сада S^{27}.

Таблицы произведений вторичных подмножеств с базовым множеством таковы:

×	8	9	11	15	17	21	23	27
7	8	9	11	15	17	21	23	27
8	7	9	13	12	19	18	25	24
10	14	9	11	12	19	2	25	5
14	10	9	13	15	17	4	23	1
16	20	9	13	6	17	18	25	1
20	16	9	11	3	19	21	23	5
22	26	9	13	3	19	4	23	24
26	22	9	11	6	17	2	25	27

,

×	7	9	12	13	18	19	24	25
7	7	9	12	13	18	19	24	25
8	8	9	15	11	21	17	27	23
10	10	9	15	13	4	17	1	23
14	14	9	12	11	2	19	5	25
16	16	9	3	11	21	19	5	23
20	20	9	6	13	18	17	1	25
22	22	9	6	11	2	17	27	25
26	26	9	3	13	4	19	24	23

,

×	7	8	10	14	16	20	22	26
8	8	7	14	10	20	16	26	22
9	9	9	9	9	9	9	9	9
11	11	13	11	13	13	11	13	11
15	15	15	12	15	6	3	3	6
17	17	19	19	17	17	19	19	17
21	21	18	2	4	18	21	4	2
23	23	25	25	23	25	23	23	25
27	27	24	5	1	1	5	24	27

,

×	7	8	10	14	16	20	22	26
7	7	8	10	14	16	20	22	26
9	9	9	9	9	9	9	9	9
12	12	15	15	12	3	6	6	3
13	13	11	13	11	11	13	11	13
18	18	21	4	2	21	18	2	4
19	19	17	17	19	19	17	17	19
24	24	27	1	5	5	1	27	24
25	25	23	23	25	23	25	25	27

.

Тонкость ситуации в том, что в рассматриваемых случаях генерируются все элементы анализируемого сада. Базовое множество при взаимодействии с парой других множество имеет максимальную «творческую» силу, сохраняя себя при «взаимодействии» с собой.

Следовательно, три подмножества не только формально содержат в своей «власти» элементы сада, они имеют также дополнительное свойство: генерации всех элементов при взаимодействии пар с участием базового подмножества.

Но этого свойства нет при взаимодействии вторичных подмножеств. Их таблицы произведений иные:

×	7	9	12	13	18	19	24	25
8	8	9	15	11	21	17	27	23
9	9	9	9	9	9	9	9	9
11	11	9	9	11	11	9	11	9
15	15	9	15	9	23	17	17	23
17	17	9	17	9	9	17	17	9
21	21	9	23	11	21	9	11	23
23	23	9	23	9	23	9	9	23
27	27	9	17	11	11	17	27	9

,

×	8	9	11	15	17	21	23	27
7	8	9	11	15	17	21	23	27
9	9	9	9	9	9	9	9	9
12	15	9	9	15	17	23	23	17
13	11	9	11	9	9	11	9	11
18	21	9	11	23	9	21	23	11
19	17	9	9	17	17	9	9	17
24	27	9	11	17	17	11	9	27
25	23	9	9	23	9	23	23	9

.

Обозначим подмножества натуральными числами для визуального удобства записи таблицы их произведений. Пусть

$$1 \rightarrow [7,8,10,14,16,20,22,26],$$

$$2 \rightarrow [8,9,11,15,17,21,23,27],$$

$$3 \rightarrow [7,9,12,13,18,19,24,25].$$

Обозначим ситуацию с генерацией всего множества буквой Φ.

Таблица произведения подмножеств получит вид

×	1	2	3
1	1	Ф	Ф
2	Ф	3	2
3	Ф	2	3

.

Нетривиальность таблицы произведений очевидна, что инициирует более полный анализ возможностей анализируемого сада.

Принимая выверенный жизнью закон, что живые объекты (а сады ассоциированы с ними) имеют физические Тела, Сознания и Чувства, мы можем попытаться анализировать данный сад с этой точки зрения.

Тогда первое, базовое подмножество иллюстрирует закон жизни, что Тела сохраняют себя и это их фундаментальное свойство.

Пара других подмножеств отображает свойства Сознаний и Чувств: Чувства рождают Сознание, и Сознание тоже рождает Сознание. Этот вывод согласуется с жизненной практикой в фундаментальном ее смысле.

Понятно, что одной триграммы для отображения любых изделий Реальности недостаточно. Тройка триграмм имеет не только большее количество структурных объектов, но и свойства взаимодействия элементов множества между собой.

Взаимодействие на базе ассоциативной операции модульного произведения значимых мест элементов в строках матриц достаточно необычно. Операция генерирует, например, одинаковость значений для разных пар элементов анализируемого множества, повторяя и дублируя их в разных «пропорциях».

Проанализируем свойства сада S^{27} на неассоциативной комбинаторной операции. Получим такие таблицы:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6	24	22	23
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5	23	24	22
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4	22	23	24
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3	18	16	17
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2	17	18	16
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1	16	17	18
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8	12	10	11
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7	11	12	10
10	26	27	25	20	21	19	13	14	15	7	8	9
11	25	26	27	19	20	21	15	13	14	9	7	8
12	27	25	26	21	19	20	14	15	13	8	9	7

,

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	18	16	17	24	22	23	10	11	12	13	14	15
14	17	18	16	23	24	22	12	10	11	15	13	14
15	16	17	18	22	23	24	11	12	10	14	15	13
16	15	13	14	25	26	27	19	20	21	6	4	5
17	14	15	13	27	25	26	21	19	20	5	6	4
18	13	14	15	26	27	25	20	21	19	4	5	6
19	22	23	24	11	12	10	16	17	18	27	25	26
20	24	22	23	10	11	12	18	16	17	26	27	25
21	23	24	22	12	10	11	17	18	16	25	26	27
22	19	20	21	15	13	14	25	26	27	3	1	2
23	21	19	20	14	15	13	27	25	26	2	3	1
24	20	21	19	13	14	15	26	27	25	1	2	3
25	11	12	10	16	17	18	22	23	24	21	19	20
26	10	11	12	18	16	17	24	22	23	20	21	19
27	12	10	11	17	18	16	23	24	22	19	20	21

,

$\overset{k}{\times}$	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	20	21	19	11	12	10	25	26	27	16	17	18	15	13	14
2	19	20	21	10	11	12	27	25	26	18	16	17	14	15	13
3	21	19	20	12	10	11	26	27	25	17	18	16	13	14	15
4	26	27	25	22	23	24	15	13	14	11	12	10	19	20	21
5	25	26	27	24	22	23	14	15	13	10	11	12	21	19	20
6	27	25	26	23	24	22	13	14	15	12	10	11	20	21	19
7	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
8	15	13	14	18	16	17	21	19	20	24	22	23	27	25	26
9	14	15	13	17	18	16	20	21	19	23	24	22	26	27	25
10	10	11	12	2	3	1	23	24	22	5	6	4	17	18	16
11	12	10	11	1	2	3	22	23	24	4	5	6	16	17	18
12	11	12	10	3	1	2	24	22	23	6	4	5	18	16	17

,

$\overset{k}{\times}$	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
13	7	8	9	27	25	26	6	4	5	21	19	20	3	1	2
14	9	7	8	26	27	25	5	6	4	20	21	19	2	3	1
15	8	9	7	25	26	27	4	5	6	19	20	21	1	2	3
16	23	24	22	7	8	9	16	17	18	1	2	3	11	12	10
17	22	23	24	9	7	8	18	16	17	3	1	2	10	11	12
18	24	22	23	8	9	7	17	18	16	2	3	1	12	10	11
19	2	3	1	19	20	21	7	8	9	15	13	14	4	5	6
20	1	2	3	21	19	20	9	7	8	14	15	13	6	4	5
21	3	1	2	20	21	19	8	9	7	13	14	15	5	6	4
22	17	18	16	4	5	6	11	12	10	7	8	9	22	23	24
23	16	17	18	6	4	5	10	11	12	9	7	8	24	22	23
24	18	16	17	5	6	4	12	10	11	8	9	7	23	24	22
25	5	6	4	15	13	14	1	2	3	25	26	27	7	8	9
26	4	5	6	14	15	13	3	1	2	27	25	26	9	7	8
27	6	4	5	13	14	15	2	3	1	26	27	25	8	9	7

.

Эти значения получены согласно таблице произведения номеров мест в строках матриц

$\overset{k}{\times}$	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	2	3	1

.

Убедимся в том, что множеству S^{27} присущи законы множеств $M^9, M^{16}, M^{25}, M^{36}, \ldots$ с другими структурными свойствами элементов.

$$\frac{x}{y} = xy \to \frac{17}{6} = 26, \qquad 17 \cdot 6 = 26, \ldots$$

$$a - b + c = abc \to 14 - 10 + 6 = 24, \qquad 14 \cdot 10 \cdot 6 = 24, \ldots$$

$$xy + yx = const \to 14 \cdot 10 + 10 \cdot 14 = 8, 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 8, \ldots$$

$$abc = cba \to 14 \cdot 10 \cdot 6 = 24 = 6 \cdot 10 \cdot 14, \ldots$$

$$a - b + c - d + e = abcde \to 3 - 15 + 8 - 23 + 6 = 2, \qquad 3 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 23 \cdot 6 = 2, \ldots$$

$$xa - xb = a - b \to 14 \cdot 2 - 14 \cdot 7 = 1, 2 - 7 = 1, \ldots$$

$$ax - xb = x(a+b)x \to 8 \cdot 4 - 4 \cdot 20 = 22, \qquad 4(8+20)4 = 22, \ldots$$

$$xa = (xax)x \to 12 \cdot 20 = 22, \qquad (12 \cdot 20 \cdot 12)12 = 22, \ldots$$

$$(xa)b(cy) = ab(c(xy)) \to (1 \cdot 14)5(16 \cdot 8) = 24, \qquad 14 \cdot 5(16(1 \cdot 8)) = 24, \ldots$$

Множество генерирует спектр аргументно инвариантных функций. Проиллюстрируем ситуацию примерами.

$$\frac{ax+b}{cx+d} = (ab)(cd) = (ax+b)(cx+d),$$

$$(8 \cdot 4 + 17)(12 \cdot 4 + 3) = 12, \qquad (8 \cdot 17)(12 \cdot 3) = 12, \ldots$$

$$\frac{xa+b}{xc+d} = (a+b)(c+d) = (xa+b)(xc+d),$$

$$(4 \cdot 8 + 17)(4 \cdot 12 + 3) = 8, \qquad (8+17)(12+3) = 8, \ldots$$

$$(xa + yb + c)(xd + ye + f) \neq \varphi(x, y),$$

$$a = 2, b = 10, c = 13, d = 6, e = 5, f = 1,$$

$$x = 1, y = 15 \to (1 \cdot 2 + 15 \cdot 10 + 13)(1 \cdot 6 + 15 \cdot 5 + 1) = 11 \cdot 18 = 3,$$

$$x = 5, y = 27 \to (5 \cdot 2 + 27 \cdot 10 + 13)(5 \cdot 6 + 27 \cdot 5 + 1) = 16 \cdot 24 = 3,$$

$$x = 17, y = 4 \to (17 \cdot 2 + 4 \cdot 10 + 13)(17 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 1) = 27 \cdot 20 = 3, \ldots$$

Проанализируем комбинаторное «самовоздействие» подмножества с элементами

$$[7, 8, 10, 14, 16, 2, 22, 26].$$

Получим таблицу значений

$\overset{k}{\times}$	7	8	10	14	16	20	22	26
7	7	8	10	14	16	20	22	16
8	9	7	12	13	18	19	24	25
10	13	14	7	11	2	24	5	18
14	12	10	15	7	26	6	20	3
16	19	20	6	24	7	17	1	12
20	18	16	26	2	21	7	14	4
22	25	26	3	18	4	12	7	23
26	24	22	20	5	14	1	27	7

.

Просуммируем, соответственно, элементы строк и столбцов:

7	8	10	14	16	20	22	26
+	9	10	9	16	9	22	9

,

7	9	13	12	19	18	25	24
+	7	14	8	21	9	25	7

,

9	7	12	13	18	19	24	25
+	7	10	8	17	9	24	7

,

8	7	14	10	20	16	26	22
+	9	14	9	20	9	26	9

,

13	14	7	11	2	24	5	18
+	12	10	15	27	9	5	12

,

10	12	7	15	6	26	3	20
+	13	14	11	22	9	3	13

,

12	10	15	7	26	6	20	3
+	13	10	11	3	9	20	13

,

14	13	11	7	24	2	18	5
+	12	14	15	4	9	18	12

,

19	20	6	24	7	17	1	12
+	18	10	21	19	9	1	18

,

16	18	2	26	7	21	4	14
+	19	14	17	18	9	4	19

,

18	16	26	2	21	7	14	4
+	19	10	17	8	9	14	19

,

20	19	24	6	17	7	12	1
+	18	14	21	8	9	12	18

,

25	26	3	18	4	12	7	23
+	24	10	27	15	9	7	24

,

22	24	5	20	1	14	7	27
+	25	14	23	10	9	7	25

,

24	22	20	5	14	1	27	7
+	25	10	23	5	9	27	25

,

26	25	18	3	12	4	23	7
+	24	14	27	2	9	23	24

.

Суммирование элементов строк генерирует триграммы объектного множества S^{27}. При кажущемся «хаосе» в распределении элементов множества по таблице в ней действуют свои уникальные законы взаимных связей.

Проанализируем комбинаторное «самовоздействие» подмножества с элементами

$$[7, 9, 12, 13, 18, 19, 24, 25].$$

Получим таблицу значений

$\overset{k}{\times}$	7	9	12	13	18	19	24	25
7	7	9	12	13	18	19	24	25
9	8	7	10	14	16	20	22	26
12	14	13	7	11	2	24	5	18
13	10	12	15	7	26	6	20	3
18	20	19	6	24	7	17	1	12
19	16	18	26	2	21	7	14	4
24	26	25	3	18	4	12	7	23
25	22	24	20	5	14	1	27	7

.

Просуммируем, соответственно, элементы строк и столбцов:

7	9	12	13	18	19	24	25
+	7	10	8	17	9	24	7

,

7	8	14	10	20	16	26	22
+	9	14	9	20	9	26	9

,

8	7	10	14	16	20	22	26
+	9	10	9	16	9	22	9

,

9	7	13	12	19	18	25	24
+	7	14	8	21	9	25	7

,

14	13	7	11	2	24	5	18
+	12	10	15	27	9	5	12

,

12	10	7	15	6	26	3	20
+	13	14	11	22	9	3	13

,

10	12	15	7	26	6	20	3
+	13	10	11	3	9	20	13

,

13	14	11	7	24	2	18	5
+	12	14	15	4	9	18	12

,

20	19	6	24	7	17	1	12
+	18	10	21	19	9	1	18

,

18	16	2	26	7	21	4	14
+	19	14	17	18	9	4	19

,

16	18	26	2	21	7	14	4
+	19	10	17	8	9	14	19

,

19	20	24	6	17	7	12	1
+	18	14	21	8	9	12	18

,

26	25	3	18	4	12	7	23
+	24	10	27	15	9	7	24

,

24	22	5	20	1	14	7	27
+	25	4	23	10	9	7	25

,

22	24	20	5	14	1	27	7
+	25	10	23	5	9	27	25

,

25	26	18	3	12	4	23	7
+	24	14	27	2	9	23	24

.

Суммирование элементов строк генерирует триграммы объектного множества S^{27}. Снова при кажущемся «хаосе» в распределении элементов множества по таблице в ней действуют аналогичные законы взаимных связей.

Проанализируем комбинаторное «самовоздействие» подмножества с элементами

$$[7, 9, 12, 13, 18, 19, 24, 25].$$

Получим таблицу значений

$\overset{k}{\times}$	8	9	11	15	17	21	23	27
8	7	8	10	14	16	20	22	26
9	9	7	12	13	18	19	24	25
11	13	14	7	11	2	24	5	18
15	12	10	15	7	26	6	20	3
17	19	20	6	24	7	17	1	12
21	18	16	26	2	21	7	14	4
23	25	26	3	18	4	12	7	23
27	24	22	20	5	14	1	27	7

.

Просуммируем, соответственно, элементы строк и столбцов:

7	8	10	14	16	20	22	26
+	9	10	9	16	9	22	9

,

9	7	12	13	18	19	24	25
+	7	10	8	17	9	24	7

,

13	14	7	11	2	24	5	18
+	12	10	15	27	9	5	12

,

12	10	15	7	26	6	20	3
+	13	10	11	3	9	20	13

,

19	20	6	24	7	17	1	12
+	18	10	21	19	9	1	18

,

18	16	26	2	21	7	14	4
+	19	10	17	8	9	14	19

,

25	26	3	18	4	12	7	23
+	24	10	27	15	9	7	24

,

24	22	20	5	14	1	27	7
+	25	10	23	5	9	27	25

,

7	9	13	12	19	18	25	24
+	7	14	8	21	9	25	7

,

8	77	14	10	20	16	26	22
+	9	14	9	20	9	26	9

,

10	12	7	15	6	26	3	20
+	13	14	11	22	9	3	13

,

14	13	11	7	24	2	18	5
+	12	14	15	4	9	18	12

,

16	18	2	26	7	21	4	14
+	19	14	17	18	9	4	19

,

20	19	24	6	17	7	12	1
+	18	14	21	8	9	12	18

,

22	24	5	20	1	14	7	27
+	25	14	23	10	9	7	25

,

26	25	18	3	12	4	23	7
+	24	14	27	2	9	23	24

.

Анализ «самовоздействия» триаграм на комбинаторной операции свидетельствует об их операционном единстве. Оно дополнено едиными законами суммирования элементов таблиц по их строкам или столбцам, которые генерируют элементы триаграмм.

Заметим, что множество S^{27} имеет спектр дополнительных свойств. Укажем некоторые из них.

На модульном суммировании элемент с номером 9 выполняет функцию объектного нуля. Элемент с номером 7 на модульном произведении действует в роли левой и правой единицы. На неассоциативной комбинаторной операции этот элемент сохраняет функции левой единицы.

Таблицы сумм и пары произведений элементов $\left[7,8,9\right]$ иллюстрируют их «замыкание»:

$\overset{m}{\times}$	7	8	9
7	7	8	9
8	8	7	9
9	9	9	9

,

$\overset{m}{+}$	7	8	9
7	8	9	7
8	9	7	8
9	7	8	9

,

$\overset{k}{\times}$	7	8	9
7	7	8	9
8	9	7	8
9	8	9	7

.

Первая таблица генерирует «дикую» конформацию:

$$7 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 8 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 9 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья таблицы генерируют конформацию в форме группы перестановок из трех элементов, если действует стандартная матричная операция произведения.

Сконструируем матрицы размерности 3×3 со значимой единицей в левом верхнем углу по предложенному ранее алгоритму с суммированием по модулю числа 3:

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=2 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+3=1 \\ 1+3=1 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выполним расширение множества на основе единой трансляции значимых элементов по строкам. Получим 9 матриц, обозначим их натуральными числами:

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{(2)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(3)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(4)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(5)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{(6)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(7)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(8)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(9)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Картина распределения элементов множества S^{27} состоит из 4 подмножеств:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

,

7	8	10	14	16	20	22	26

,

7	9	12	13	18	19	24	25

,

8	9	11	15	17	21	23	24

.

Таблицы комбинаторного произведения по строкам матриц и модульного суммирования номеров значимых мест для первого подмножества таковы:

$\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7

,

$+$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

.

Следовательно, модель сада M^9 гармонично встроена в структуру множества S^{27}.

Сравним ее с моделью поля F_9.Для удобства сравнения в согласии со свойствами модульного суммирования мест значимых элементов матриц заменим обозначения матриц натуральными числами на новые обозначения с формальной величиной x:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x+1$	x	$x+2$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$	2	1	0

.

Таблица модульного суммирования матриц по сумме мест значимых элементов в строках идентична таблице сумм элементов поля F_9:

$+$	$x+1$	x	$x+2$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$	2	1	0
$x+1$	$2x+2$	$2x+1$	$2x$	1	0	2	x	$x+2$	$x+1$
x	$2x+1$	$2x$	$2x+2$	0	2	1	$x+2$	$x+1$	x
$x+2$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$	2	1	0	$x+1$	x	$x+2$
$2x$	1	0	2	x	$x+2$	$x+1$	$2x+2$	$2x+1$	$2x$
$2x+2$	0	2	1	$x+2$	$x+1$	x	$2x+1$	$2x$	$2x+2$
$2x+1$	2	1	0	$x+1$	x	$x+2$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$
2	x	$x+2$	$x+1$	$2x+2$	$2x+1$	$2x$	1	0	2
1	$x+2$	$x+1$	x	$2x+1$	$2x+2$	$2x$	0	2	1
0	$x+1$	x	$x+2$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$	2	1	0

.

Специфика ситуации в том, что мы выполняем привычные и понятные действия с матрицами размерности 3 взамен «воображаемых» чисел теории поля. Это позволяет конструировать расчетные матричные модели для описания физической Реальности на основе элементов сада. На основе «воображаемых» чисел, хотя они удобны для развития математической чувствительности истин, речь может идти только о ментальной практике.

Проиллюстрируем ситуацию примерами. Произведение элементов поля задается таблицей:

$\times$	0	1	2	x	$x+1$	$x+2$	$2x$	$2x+1$	$2x+2$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	x	$x+1$	$x+2$	$2x$	$2x+1$	$2x+2$
2	0	2	1	$2x$	$2x+2$	$2x+1$	x	$x+2$	$x+1$
x	0	x	$2x$	2	$x+2$	$2x+2$	1	$x+1$	$2x+1$
$x+1$	0	$x+1$	$2x+2$	$x+2$	$2x$	1	$2x+1$	2	x
$x+2$	0	$x+2$	$2x+1$	$2x+2$	1	x	$x+1$	$2x$	2
$2x$	0	$2x$	x	1	$2x+1$	$x+1$	2	$2x+2$	$x+2$
$2x+1$	0	$2x+1$	$x+2$	$x+1$	2	$2x$	$2x+2$	x	1
$2x+2$	0	$2x+2$	$x+1$	$2x+1$	x	2	$x+2$	1	$2x$

.

Таблица комбинаторных произведений с учетом введенных обозначений для матриц имеет такой вид:

$\overset{k}{\times}$		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
		$x+1$	x	$x+2$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$	2	1	0
(1)	$x+1$	2	1	0	$x+1$	x	$x+2$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$
(2)	x	0	2	1	$x+2$	$x+1$	x	$2x+1$	$2x$	$2x+2$
(3)	$x+2$	1	0	2	x	$x+2$	$x+1$	$2x+2$	$2x+1$	$2x$
(4)	$2x$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$	2	1	0	$x+1$	x	$x+2$
(5)	$2x+2$	$2x+1$	$2x$	$2x+2$	0	2	1	$x+2$	$x+1$	x
(6)	$2x+1$	$2x+2$	$2x+1$	$2x$	1	0	2	x	$x+2$	$x+1$
(7)	2	$x+1$	x	$x+2$	$2x$	$2x+2$	$2x+1$	2	1	0
(8)	1	$x+2$	$x+1$	x	$2x+1$	$2x$	$2x+2$	0	2	1
(9)	0	x	$x+2$	$x+1$	$2x+2$	$2x+1$	$2x$	1	0	2

.

Она сущностно отличается от таблицы произведений для элементов поля, не исключая, и не запрещая ее. Особое отличие в действии объектного нуля: ноль в операции модульного суммирования не выполняет функции нуля в комбинаторном произведении.

Кроме этого, таблица произведений на «блоках» произведений генерирует конформацию с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эти элементы образуют группу на матричной операции, иллюстрируя ассоциативность «блоков» таблицы неассоциативного произведения.

В объектном множестве S^{27} выполняется тождество Брахмагупты-Фибоначчи

$$A=\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac+bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2=B.$$

Анализируемые подмножества генерируют на его основе с элементами циклических подмножеств разные наборы элементов.

Проанализируем ситуацию на примере подмножества с элементами

$$\xi_i\to\left[7,8,10,14,16,20,22,26\right],\xi_i^2=7,$$

с циклическими подмножествами согласно рисунку

$$\begin{array}{ccccc} & 26 & \to & 7 & \\ \nearrow & & & & \searrow \\ 22 & & & & 8 \\ \uparrow & & & & \downarrow. \\ 20 & & & & 10 \\ \nwarrow & & & & \swarrow \\ & 16 & \leftarrow & 14 & \end{array}$$

На всех подмножествах генерируется один элемент с номером 7, так как

$$A=\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(7+7\right)\left(7+7\right)=8\cdot 8=7.$$

У подмножества

$$\left[8,9,11,15,17,21,23,27\right]$$

другие свойства. В частности, квадраты элементов генерируют новое подмножество в форме триграмм:

x	8	9	11	15	17	21	23	27
x^2	7	9	13	12	19	18	25	24

.

Следуя рисунку с распределением элементов

$$\begin{array}{ccccc} & 27 & \to & 8 & \\ \nearrow & & & & \searrow \\ 23 & & & & 9 \\ \uparrow & & & & \downarrow \\ 21 & & & & 11 \\ \nwarrow & & & & \swarrow \\ & 17 & \leftarrow & 15 & \end{array}$$

Получим последовательность в генерации элементов множества. Она такова:

$$[8,9,11,15]\to 7,[9,11,15,17]\to 9,[11,15,17,21]\to 7,[15,17,21,23]\to 23,$$
$$[17,21,23,27]\to 7,[21,23,27,8]\to 21,[23,27,8,9]\to 7,[27,8,9,11]\to 11,$$
$$[8,27,23,21]\to 21,[27,23,21,17]\to 7,[23,21,17,15]\to 23,[21,17,15,11]\to 7,$$
$$[17,15,11,9]\to 9,[15,11,9,8]\to 7,[11,9,8,27]\to 11,[9,8,27,23]\to 7,\ldots$$

Кроме базового элемента с номером 7 на тождестве Брахмагупты-Фибоначчи генерируются элементы «своего» подмножества с номерами 9,11,21,23.

Третье подмножество с рисунками «своих» триграмм отличается уже тем, что квадраты его элементов на операции модульного произведения равны элементам

x	7	9	12	13	18	19	24	25
x^2	7	9	12	13	18	19	24	25

.

Циклические подмножества из его рисунка

$$\begin{array}{ccccc} & 25 & \to & 7 & \\ \nearrow & & & & \searrow \\ 24 & & & & 9 \\ \uparrow & & & & \downarrow \\ 19 & & & & 12 \\ \nwarrow & & & & \swarrow \\ & 18 & \leftarrow & 13 & \end{array}$$

генерируют элементы из трех подмножеств. Проиллюстрируем ситуацию значениями:

$$[7,9,12,13]\to 7,[9,12,13,18]\to 25,[12,13,18,19]\to 9,[13,18,19,24]\to 11,$$
$$[18,19,24,25]\to 7,[19,24,25,7]\to 1,[24,25,7,9]\to 7,[25,7,9,12]\to 3,\ldots$$

Подмножество с элементами $[1,2,3,4,5,6,7,8,9]$ и рисунком без элемента 9

$$\begin{array}{ccccc} & 8 & \to & 1 & \\ \nearrow & & & & \searrow \\ 7 & & & & 2 \\ \uparrow & & & & \downarrow \\ 6 & & & & 3 \\ \nwarrow & & & & \swarrow \\ & 5 & \leftarrow & 4 & \end{array}$$

генерирует элементы первого подмножества: $[8,10,14,16,24,27]$.

Проанализируем базовую триграмму с числовой и объектной точек зрения. Учтем, что Лейбниц указал аналогию между структурой триграмм и числами в их двоичной и обычной, десятичной форме. В этом случае мы получим 8 десятичных чисел с номерами от нуля до числа 7.

Расположив их в форме циклического рисунка, изменив привычный порядок, мы получим одинаковые суммы «противоположных» чисел типа

$$1+6=7, 2+5=7, 3+4=7, 7+0=7, ::$$

$$
\begin{array}{ccccc}
 & 6 & \rightarrow & 7 & \\
\nearrow & & & & \searrow \\
5 & & & & 3 \\
\uparrow & & & & \downarrow . \\
4 & & & & 2 \\
\nwarrow & & & & \swarrow \\
 & 0 & \leftarrow & 1 &
\end{array}
$$

Объектные числа представлены матрицами с формально представленными им номерами. Но и в этом случае аналоги объектных сумм генерируют на указанных триграммах единое значение в форме объектного нуля с номером 9:

$$7+8=9, 10+14=9, 16+20=9, 22+26=9.$$

Сопоставив значимому элементу в первом столбце прерывистую линию, а элементу во втором столбце сплошную линию, мы можем представить элементы триграммы в их визуальном единстве:

$$\begin{pmatrix} - - - \\ - - - \\ - - - \end{pmatrix} \quad 000 \quad 0 \quad 7 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \underline{\hspace{2em}} \\ - - - \\ - - - \end{pmatrix} \quad 001 \quad 1 \quad 14 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} - - - \\ \underline{\hspace{2em}} \\ - - - \end{pmatrix} \quad 010 \quad 2 \quad 20 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \underline{\hspace{2em}} \\ \underline{\hspace{2em}} \\ - - - \end{pmatrix} \quad 011 \quad 3 \quad 22 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} - - - \\ - - - \\ \underline{\hspace{2em}} \end{pmatrix} \quad 100 \quad 4 \quad 26 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \underline{\hspace{2em}} \\ - - - \\ \underline{\hspace{2em}} \end{pmatrix} \quad 101 \quad 5 \quad 16 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} - - - \\ \underline{\hspace{2em}} \\ \underline{\hspace{2em}} \end{pmatrix} \quad 110 \quad 6 \quad 10 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \underline{\hspace{2em}} \\ \underline{\hspace{2em}} \\ \underline{\hspace{2em}} \end{pmatrix} \quad 111 \quad 7 \quad 8 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблицы модульных сумм и произведений при расстановке матриц в указанном порядке по Лейбницу таковы:

+	7	14	20	22	26	16	10	8
7	8	15	21	23	27	17	11	9
14	15	10	23	4	17	1	9	13
20	21	23	16	3	11	9	5	19
22	23	4	3	26	9	13	19	24
26	27	14	11	9	22	6	2	25
16	17	2	9	13	6	20	25	18
10	11	9	5	19	2	25	14	12
8	9	13	19	24	25	18	12	7

,

×	7	14	20	22	26	16	10	8
7	7	14	20	22	26	16	10	8
14	14	7	22	20	16	26	8	10
20	20	22	7	14	10	8	26	16
22	22	20	14	7	8	10	16	26
26	26	16	10	8	7	14	20	22
16	16	26	8	10	14	7	22	20
10	10	8	26	16	20	22	7	14
8	8	10	16	26	22	20	14	7

.

Таблица сумм обеспечивает аналог суммирования натуральных чисел

$$7+8=9, 10+14=9, 16+20=9, 22+26=9.$$

Таблица произведений распределяет элементы с условием на матричной операции $\xi_i^2 = E$ согласно конформации

$$\underset{(7)}{\begin{pmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}}, \underset{(14)}{\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{(20)}{\begin{pmatrix} 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \end{pmatrix}}, \underset{(22)}{\begin{pmatrix} 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0 \end{pmatrix}}, \underset{(26)}{\begin{pmatrix} 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}.$$
$$\qquad (16) \qquad\qquad\qquad\qquad (10) \qquad\qquad\qquad\qquad (8)$$

Таблица комбинаторных произведений

$\overset{k}{\times}$	7	14	20	22	26	16	10	8
7	7	14	20	22	26	16	10	8
14	12	7	6	20	3	26	15	10
20	8	2	7	14	4	21	26	16
22	25	18	12	7	23	4	3	26
26	24	5	1	27	7	14	20	22
16	19	24	17	1	12	7	6	20
10	13	11	24	5	18	2	7	14
8	9	13	19	24	25	18	12	7

генерирует (как и операция модульного суммирования) все элементы объектного множества S^{27}. Есть явное различие в функциональных свойствах разных операций при их действии на матричные элементы, по новому представляющие триграммы.

Из анализа следует, что мы действуем в модели конечного числового множества при наличии в нем 27 элементов.

Базовые триграммы Книги Перемен частично отображают на подмножестве этого множества структурные параметры элементов, но не в состоянии представить глубинные их свойства. Конечно, ничем и никак, кроме авторитарного влияния, не исключен спектр морфологических и ментальных интерпретации триграмм, а также прямых или косвенных связей с математикой и жизненной практикой.

Объектное множество S^{27} содержит базовую триграмму и еще 3 «звена» в форме 2 аналогичных триграмм, дополненных самостоятельным множеством из 9 элементов. Они имеют не только представление в форме рисунка с линиями, теперь эти рисунки корректно составлять из 3 цветов: красный и зеленый, зеленый и синий, синий и красный. Множество с дополнительными элементами для 6 элементов будет иметь для них 3 цвета.

Матричное представление триграмм и всех элементов множества обеспечивает действие на них операционного и функционального свойства. Функционально данное множество можно рассматривать как конечное числовое множество, которому присущ, согласно анализу, спектр законов.

Сами 4 подмножества могут рассматриваться в качестве «строительного» материала для образования 4 структурных предзарядов в моделях частиц света и частиц гравитации. А из них при объединении разных предзарядов естественно конструировать 6 кварков.

Элементы триграмм, представленные в Книге Перемен, следуя расположению их согласно двоичным и десятичным числам по Лейбницу, дополненные спектром матриц с их ранее принятыми номерами, которые расположены слева от них, таковы:

$$\begin{pmatrix} \circ\circ\circ\circ \\ \circ\circ\circ\circ \\ \circ\circ\circ\circ \end{pmatrix} \quad 000 \quad 0 \quad 7 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \circ\circ\circ\circ \\ \circ\circ\circ\circ \end{pmatrix} \quad 001 \quad 1 \quad 14 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \circ\circ\circ\circ \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \circ\circ\circ\circ \end{pmatrix} \quad 010 \quad 2 \quad 20 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \circ\circ\circ\circ \end{pmatrix} \quad 011 \quad 3 \quad 22 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \circ\circ\circ\circ \\ \circ\circ\circ\circ \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \end{pmatrix} \quad 100 \quad 4 \quad 26 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \circ\circ\circ\circ \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \end{pmatrix} \quad 101 \quad 5 \quad 16 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \circ\circ\circ\circ \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \end{pmatrix} \quad 110 \quad 6 \quad 10 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \end{pmatrix} \quad 111 \quad 7 \quad 8 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значимые элементы в первом столбце заданы светлыми точками, для элементов второго столбца приняты обозначения темными точками, элементы третьего столбца представлены «звездочками».

Удобно представить триграммы в цветовой гамме на основе 3 цветов: красного, зеленого и синего. С другой стороны, представляет интерес задание триграмм нотами.

Объектное множество S^{27} дополняет базовую триграмму еще двумя триграммами с указанными номерами во втором и третьем столбце матриц.

$$(1)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\circ\circ\circ\circ\\\bullet\bullet\bullet\bullet\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},\quad (7)=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\circ\circ\circ\circ\\\circ\circ\circ\circ\\\circ\circ\circ\circ\end{pmatrix},\quad (8)=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet\bullet\bullet\bullet\\\bullet\bullet\bullet\bullet\\\bullet\bullet\bullet\bullet\end{pmatrix},$$

$$(2)=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet\bullet\bullet\bullet\\\ast\ast\ast\ast\\\circ\circ\circ\circ\end{pmatrix},\quad (9)=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\ast\ast\ast\ast\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},\quad (9)=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\ast\ast\ast\ast\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},$$

$$(3)=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\circ\circ\circ\circ\\\bullet\bullet\bullet\bullet\end{pmatrix},\quad (12)=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\circ\circ\circ\circ\\\circ\circ\circ\circ\end{pmatrix},\quad (11)=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet\bullet\bullet\bullet\\\ast\ast\ast\ast\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},$$

$$(4)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\circ\circ\circ\circ\\\ast\ast\ast\ast\\\bullet\bullet\bullet\bullet\end{pmatrix},\quad (13)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\circ\circ\circ\circ\\\ast\ast\ast\ast\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},\quad (15)=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\bullet\bullet\bullet\bullet\\\bullet\bullet\bullet\bullet\end{pmatrix},$$

$$(5)=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet\bullet\bullet\bullet\\\circ\circ\circ\circ\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},\quad (18)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\circ\circ\circ\circ\\\ast\ast\ast\ast\\\circ\circ\circ\circ\end{pmatrix},\quad (17)=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\bullet\bullet\bullet\bullet\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},$$

$$(6)=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\bullet\bullet\bullet\bullet\\\circ\circ\circ\circ\end{pmatrix},\quad (19)=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\circ\circ\circ\circ\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},\quad (21)=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet\bullet\bullet\bullet\\\ast\ast\ast\ast\\\bullet\bullet\bullet\bullet\end{pmatrix},$$

$$(7)=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\circ\circ\circ\circ\\\circ\circ\circ\circ\\\circ\circ\circ\circ\end{pmatrix},\quad (24)=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\circ\circ\circ\circ\\\circ\circ\circ\circ\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix},\quad (23)=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\ast\ast\ast\ast\\\bullet\bullet\bullet\bullet\end{pmatrix},$$

$$(8)=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet\bullet\bullet\bullet\\\bullet\bullet\bullet\bullet\\\bullet\bullet\bullet\bullet\end{pmatrix},\quad (25)=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\ast\ast\ast\ast\\\ast\ast\ast\ast\\\circ\circ\circ\circ\end{pmatrix},\quad (27)=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet\bullet\bullet\bullet\\\bullet\bullet\bullet\bullet\\\ast\ast\ast\ast\end{pmatrix}.$$

Это множество замкнуто на операции модульного суммирования и модульного произведения, что является неассоциативным аналогом поля F_9.

Квазиполя S^{27} неассоциативной операцией произведения (А-модель)

Проанализируем подмножество из 9 элементов S^{27}

$$\underset{(7)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(9)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(2)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(3)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(4)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(5)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(6)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}}.$$

Таблицы комодульного суммирования и неассоциативного произведения элементов таковы:

+	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	8	9	7	2	3	1	5	6	4
8	9	7	8	3	1	2	6	4	5
9	7	8	9	1	2	3	4	5	6
1	2	3	1	5	6	4	8	9	7
2	3	1	2	6	4	5	9	7	8
3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	4	8	9	7	2	3	1
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	4	5	6	7	8	9	1	2	3

,

×	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	7	8	9	1	2	3	4	5	6
8	9	7	8	3	1	2	6	4	5
9	8	9	7	2	3	1	5	6	4
1	4	5	6	7	8	9	1	2	3
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	5	6	4	8	9	7	2	3	1
4	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	2	3	1	5	6	4	8	9	7

.

Запишем элементы квазиполя в стандартном виде:

0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
9	7	8	1	5	2	6	3	4
9	7	8	6	3	4	1	5	2

.

Квазиполя S^{27} с неассоциативной операцией произведения (B-модель)

Проанализируем подмножество из 9 элементов S^{27}

$$\underset{(7)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(9)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(10)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(11)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(12)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(13)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(14)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(15)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}}.$$

Получим

+	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	7	11	12	10	14	15	13
8	9	7	8	12	10	11	15	13	14
9	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	11	12	10	14	15	13	8	9	7
11	12	10	11	15	13	14	9	7	8
12	10	11	12	13	13	15	7	8	9
13	14	15	13	8	9	7	11	12	10
14	15	13	14	9	7	8	12	10	11
15	13	14	15	7	8	9	10	11	12

,

×	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15
8	9	7	8	12	10	11	15	13	14
9	8	9	7	11	12	10	14	15	13
10	13	14	15	7	8	9	10	11	12
11	15	13	14	9	7	8	12	10	11
12	14	15	13	8	9	7	11	12	10
13	10	11	12	13	14	15	7	8	9
14	12	10	11	15	13	14	9	7	8
15	11	12	10	14	15	13	8	9	7

.

Анализ подтверждает выполнение всех условий, присущих полям кроме условия отсутствия делителей нуля. По этой причине мы имеем модель квазиполя.

Его элементы можно представить линейными слагаемыми согласно таблице

0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
9	7	8	10	14	11	15	12	13
9	7	8	15	12	13	10	14	11

.

Квазиполя S^{27} с неассоциативной операцией произведения (С-модель)

Проанализируем подмножество из 9 элементов S^{27}

$$\underset{(7)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(8)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(9)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{(16)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(17)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{(18)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(19)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{(20)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(21)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}.$$

Получим таблицы:

$+$	7	8	9	16	17	18	19	20	21
7	8	9	7	17	18	16	20	21	19
8	9	7	8	18	16	17	21	19	20
9	7	8	9	16	17	18	19	20	21
16	17	18	16	20	21	19	8	9	7
17	18	16	17	21	19	20	9	7	8
18	16	17	18	19	20	21	7	8	9
19	20	21	19	8	9	7	17	18	16
20	21	19	20	9	7	8	18	16	17
21	19	20	21	7	8	9	16	17	8

,

$\times$	7	8	9	16	17	18	19	20	21
7	7	8	9	16	17	18	19	20	21
8	9	7	8	18	16	17	21	19	20
9	8	9	7	17	18	16	20	21	19
16	19	20	21	7	8	9	16	17	18
17	21	19	20	9	7	8	18	16	17
18	20	21	19	8	9	7	17	18	16
19	16	17	18	19	20	21	7	8	9
20	18	16	17	21	19	20	9	7	8
21	17	18	16	20	21	19	8	9	7

.

Его элементы можно представить линейными слагаемыми согласно таблице

0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
9	7	8	22	26	23	27	2	25
9	7	8	23	25	24	26	22	27

.

Квазиполя S^{27} с неассоциативной операцией произведения (D-модель)

Проанализируем подмножество из 9 элементов **c**

$$\underset{(7)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(9)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(22)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(23)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(24)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(25)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(26)}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(27)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}.$$

+	7	8	9	22	23	24	25	26	27
7	8	9	7	23	24	22	26	27	25
8	9	7	8	24	22	23	27	25	26
9	9	7	8	22	23	24	25	26	27
22	23	24	22	26	27	25	8	9	7
23	24	22	23	27	25	26	9	7	8
24	22	23	24	25	26	27	7	8	9
25	26	27	25	8	9	7	23	24	22
26	27	25	26	9	7	8	24	22	23
27	25	26	27	7	8	9	22	23	24

,

×	7	8	9	22	23	24	25	26	27
7	7	8	9	22	23	24	25	26	27
8	9	7	8	24	22	22	27	25	26
9	8	9	7	23	24	22	26	27	25
22	25	26	27	7	8	9	22	23	24
23	27	24	26	9	7	8	24	22	23
24	26	27	25	8	9	7	23	24	22
25	22	23	24	25	26	27	7	8	9
26	24	22	23	27	25	26	9	7	8
27	23	24	22	26	27	25	8	9	7

.

Его элементы можно представить линейными слагаемыми согласно таблице

0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
9	7	8	22	26	23	27	24	25
9	7	8	23	25	24	26	22	27

.

Операция суммирования на подмножествах имеет структуру абелевой группы.

Визуальный «плюс» на множестве из 4 квазиполей

Представим объектное множество S^{27}, которое содержит 4 квазиполя с 3 одинаковыми элементами, имеющими номера 7,8,9 в каждом квазиполе, в форме рисунка

							1							
							2							
							3							
							4							
							5							
							6							
							7							
(27	26	25	24	23	22	7	8	9	10	11	12	13	14	15)
							9							
							16							
							17							
							18							
							19							
							20							
							21							

Из начальных соображений следует, что так представлены первичные слагаемые модели 4 предзарядов: пары гравитационных предзарядов с разными знаками и пары электрических предзарядов с противоположными знаками.

С философской точки зрения таков символ «плюса» или «креста», используемого в математике и в социологии, а также в религии.

Совпадение номеров объектов с порядком натуральных чисел не «подгонялось» под них, а получилось случайно, на интуитивном уровне.

Возможно именно так великие ученые предсказывают новые законы или идеи. Может быть, действует другой механизм: наш мозг как совершенный компьютер наводит порядок в хаосе наших мыслей и поведений, подсказывая картины красоты и будущих построений и находок.

Мультипликативная генерация квазиполей по «ядру» и любому их элементу

Назовем «ядром» квазиполей тройку элементов с номерами 7,8,9 .Они есть в каждом квазиполе, инициируя идею существования атомов предзарядов, имеющих указанное «ядро» и 6 периферических элементов, дополняющих квазиполя.

Анализ свидетельствует, что на неассоциативном произведении «ядра» и одного элемента квазиполя достаточно для генерации всего множества, иллюстрируя возможный или реально существующий механизм генерации «снежинок» в форме атомов предзарядов.

Проиллюстрируем ситуацию примерами. Получим

$\overset{k}{\times}$	7	8	9	1
7	7	8	9	1
8	9	7	8	3
9	8	9	7	2
1	4	5	6	7

, ∘ ∘ ∘

$\overset{k}{\times}$	7	8	9	6
7	7	8	9	6
8	9	7	8	5
9	8	9	7	4
6	2	3	1	7

,

$\overset{k}{\times}$	7	8	9	10
7	7	8	9	10
8	9	7	8	12
9	8	9	7	11
10	13	14	15	7

, ∘ ∘ ∘

$\overset{k}{\times}$	7	8	9	6
7	7	8	9	6
8	9	7	8	5
9	8	9	7	4
6	2	3	1	7

,

$\overset{k}{\times}$	7	8	9	16
7	7	8	9	16
8	9	7	8	18
9	8	9	7	17
16	19	20	21	7

, ∘ ∘ ∘

$\overset{k}{\times}$	7	8	9	21
7	7	8	9	21
8	9	7	8	20
9	8	9	7	19
21	17	18	16	7

,

$\overset{k}{\times}$	7	8	9	22
7	7	8	9	22
8	9	7	8	23
9	8	9	7	24
22	25	26	27	7

, ∘ ∘ ∘

$\overset{k}{\times}$	7	8	9	27
7	7	8	9	27
8	9	7	8	26
9	8	9	7	25
27	23	24	22	7

.

Дополнительно можно учесть, что на периферии атомов предзарядов расположены и имеют отношения пары элементов объектного множества, которые могут характеризоваться как самовоздействиями, так и взаимными отношениями.

По этой причине на алгоритме связей между парами объектных множеств реализуется спектр алгебраических уравнений второго порядка и спектр возможный характеристик самих объектных множеств, приближая модель живых предзарядов.

Магические квадраты суммирования на элементах моделей квазиполей S^{27}

Каждое из 4 квазиполей объектного множества S^{27} имеют по 9 элементов:

$A \rightarrow$	7	8	9	1	2	3	4	5	6
$B \rightarrow$	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$C \rightarrow$	7	8	9	16	17	18	19	20	21
$D \rightarrow$	7	8	9	22	23	24	25	26	27

Магические квадраты типа Ло Шу с элементами первой модели достаточны для генерации новых магических квадратов на операции суммирования согласно расположению элементов в других моделях. Проиллюстрируем ситуацию примерами с магическим числом 9:

$$\begin{pmatrix} 4. & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 9 \\ 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 1 & 8 \\ 7 & 5 & 3 \\ 2 & 9 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 13 & 9 & 11 \\ 12 & 14 & 7 \\ 8 & 10 & 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 12 & 13 \\ 10 & 14 & 9 \\ 15 & 7 & 11 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 15 & 10 & 8 \\ 7 & 14 & 12 \\ 11 & 9 & 13 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 & 7 & 15 \\ 9 & 14 & 10 \\ 13 & 12 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 19 & 9 & 17 \\ 18 & 20 & 7 \\ 8 & 16 & 21 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 18 & 19 \\ 16 & 20 & 9 \\ 21 & 7 & 17 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 21 & 16 & 8 \\ 7 & 20 & 18 \\ 17 & 9 & 19 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 17 & 7 & 21 \\ 9 & 20 & 16 \\ 19 & 18 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 25 & 9 & 23 \\ 24 & 26 & 7 \\ 8 & 22 & 27 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 24 & 25 \\ 22 & 26 & 9 \\ 27 & 7 & 23 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 27 & 22 & 8 \\ 7 & 26 & 24 \\ 23 & 9 & 25 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 23 & 7 & 27 \\ 9 & 26 & 22 \\ 25 & 24 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 \\ 9 & 2 & 4 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 & 15 & 8 \\ 9 & 11 & 13 \\ 14 & 7 & 12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 16 & 21 & 8 \\ 9 & 17 & 19 \\ 20 & 7 & 18 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 22 & 27 & 8 \\ 9 & 23 & 25 \\ 26 & 7 & 24 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 1 \\ 7 & 2 & 6 \\ 3 & 4 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 14 & 9 & 10 \\ 7 & 11 & 15 \\ 12 & 13 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 20 & 9 & 16 \\ 7 & 14 & 21 \\ 18 & 19 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 26 & 9 & 22 \\ 7 & 23 & 27 \\ 24 & 25 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 4 & 2 & 9 \\ 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 & 7 & 14 \\ 13 & 11 & 9 \\ 8 & 15 & 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 19 & 17 & 9 \\ 8 & 21 & 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 24 & 7 & 26 \\ 25 & 23 & 9 \\ 8 & 27 & 22 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 7 \\ 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 13 & 12 \\ 15 & 11 & 7 \\ 10 & 9 & 14 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 19 & 18 \\ 21 & 17 & 7 \\ 16 & 9 & 20 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 25 & 24 \\ 27 & 23 & 7 \\ 22 & 9 & 26 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}6&7&2\\1&5&9\\8&3&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}15&7&11\\10&14&9\\8&12&13\end{pmatrix},\begin{pmatrix}21&7&17\\16&20&9\\8&18&19\end{pmatrix},\begin{pmatrix}27&7&23\\22&26&9\\8&24&25\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}8&1&6\\3&5&7\\4&9&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&10&15\\12&14&7\\13&9&11\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&16&21\\18&20&7\\19&9&17\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&22&27\\24&26&7\\25&9&23\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}4&3&8\\9&5&1\\2&7&6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}13&12&8\\9&14&10\\11&7&15\end{pmatrix},\begin{pmatrix}19&18&8\\9&20&16\\17&7&21\end{pmatrix},\begin{pmatrix}25&27&8\\9&26&22\\23&7&27\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}2&9&4\\7&5&3\\6&1&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&9&13\\7&14&12\\15&10&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}17&9&19\\7&20&18\\21&16&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}23&9&25\\7&26&24\\27&22&8\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}6&1&8\\7&5&3\\2&9&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}15&10&8\\7&14&12\\11&9&13\end{pmatrix},\begin{pmatrix}21&16&8\\7&20&18\\17&9&19\end{pmatrix},\begin{pmatrix}27&22&8\\7&26&24\\23&9&25\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}2&7&6\\9&5&1\\4&3&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}11&7&15\\9&14&10\\13&12&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}17&7&21\\9&20&16\\19&18&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}23&7&27\\9&26&22\\25&24&8\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}4&9&2\\3&5&7\\8&1&6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}13&9&11\\12&14&7\\8&10&15\end{pmatrix},\begin{pmatrix}19&9&17\\18&20&7\\8&16&21\end{pmatrix},\begin{pmatrix}25&9&23\\24&26&7\\8&22&27\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}8&3&4\\1&5&9\\6&7&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&12&13\\10&14&9\\15&7&11\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&18&19\\16&20&9\\21&7&17\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&24&25\\22&26&9\\27&7&23\end{pmatrix}.$$

Согласно таблице суммирования элементов объектного множества S^{27} мы получили спектр магических квадратов с магическим числом 9. Это число соответствует нулю объектного множества. В физической интерпретации магические квадраты представляют собой при суммировании элементов по строкам, столбцам или диагоналям состояния вакуума в его объектном проявлении.

Заметим, что суммирование элементов согласно условиям, действующим в магических квадратах, как натуральных чисел по модулю числа 9, генерирует элемент в форме объекта с номером 6. Его структура «зеркальна» структуре единичной матрицы с номером 1.

$$\sum \xi_i \left(\bmod 9\right) = 6 \Rightarrow \begin{pmatrix}8&3&4\\1&5&9\\6&7&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&12&13\\10&14&9\\15&7&11\end{pmatrix},\ldots$$

Функциональное единство триады алгебр объектного множества S^{27}

Проанализируем функции

$$\vec{Q}(\xi) = abcd + bcda + cdab + dabc,$$
$$\bar{Q}(\xi) = dcba + cbad + badc + adbc$$

на 3 операциях:

$$\vec{Q}(-) \to ab = a \cdot b - ba, \bar{Q}(-) \to ba = b \cdot a - ab,$$
$$\vec{Q}(\cdot) \to ab = a \cdot b, \bar{Q}(\cdot) \to ba = b \cdot a,$$
$$\vec{Q}(+) \to ab = a \cdot b + ba, \bar{Q}(+) \to ba = b \cdot a + ab.$$

При свободном выборе аргументов получим равенство значений «прямых» и «обратных» функций, принадлежащих одному типу произведений:

$$\vec{Q}(-) = \bar{Q}(-), \qquad \vec{Q}(-) - \bar{Q}(-) = 9,$$
$$\vec{Q}(\cdot) = \bar{Q}(\cdot) = 7,$$
$$\vec{Q}(+) = \bar{Q}(+) = 8.$$

Фактически мы установили функциональное единство 3 алгебр: алгебры Ли, алгебры для произведений и алгебры Йордана в анализируемом объектном множестве с неассоциативной операцией произведения элементов и при комодульном суммировании.

Эти функции, как и отдельные элементы, генерируют спектр аргументно инвариантных условий:

$$x \cdot 7 + x = 8,$$
$$x \cdot 8 + x = 9,$$
$$x \cdot 9 + x = 7.$$

Имеет место функциональная концентрация элементов объектного множества относительно триады элементов с номерами 7,8,9.

На триаде алгебр выполняется также единый функциональный закон

$$(ac - ca)(bd - db) - (bd - db)(ac - ca) = (db - bd)(ca - ac) - (ca - ac)(db - bd),$$
$$(a \cdot c) \cdot (b \cdot d) = (d \cdot b)(c \cdot a),$$
$$(ac + ca)(bd + db) + (bd + db)(ac + ca) = (db + bd)(ca + ac) + (ca + ac)(db + bd).$$

Обратим внимание на новый вид аргументно инвариантных условий для одинаковых элементов объектного множества с элементами в форме матриц размерности 3:

$$x - x = 3,$$
$$1 - 1 = 2 - 2 = 3 - 3 = \ldots = 3.$$

Эта разность едина для всех элементов и равна размерности матриц объектных множеств.

«Башня» функциональных свойств объектного множества S^{27}

Анализ свидетельствует о концентрации значений циклических функций на четном количестве элементов.

Например, выполняются аргументно инвариантные законы

$$ab + ba = 8,$$
$$abcd + bcda + cdab + dabc = 7,$$
$$abcdef + bcdefa + cdefab + defabc + efabcd + fabcde = 9.$$

Проиллюстрируем на конкретных значениях функцию со значением 9:

$$18 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 13 \cdot 25 \cdot 10 = 4,$$
$$6 \cdot 1 \cdot 13 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 18 = 1,$$
$$1 \cdot 13 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 6 = 4,$$
$$13 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 6 \cdot 1 = 1,$$
$$25 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 13 = 4,$$
$$10 \cdot 18 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 13 \cdot 25 = 1.$$

Сумма пары близких значений есть элемент с номером 8. В данном случае $4 + 1 = 8$. По этой причине имеем $8 + 8 + 8 = 9$.

Указанное свойство выполняется для каждой пары последовательно соединенных функций. Так, например, получим

$$P_n^1 = a_1 a_2 a_3 \ldots a_{n-1} a_n,$$
$$P_n^2 = a_2 a_3 a_4 \ldots a_n a_1,$$
$$P_n^1 + P_n^2 = 8.$$

В силу этого нетривиального свойства объектного множества имеет место цикличность повторения тройки значений элементов 7,8,9, которое можно назвать «концентрацией» пар по «глюонным» элементам.

При нечетном количестве элементов сумма циклических функций равна сумме базовых элементов, генерируя функциональные условия вида

$$abc + bca + cab = a + b + c,$$
$$abcde + bcdea + cdeab + deabc + eabcd = a + b + c + d + e, \ldots$$

Принципиальное различие циклических законов при нечетном и четном количестве элементов для функций фундаментально для объектного множества S^{27}.

При четном количестве базовых элементов есть спектр условий равновесия к элементу 9. Например, выполняются законы

$$abcd + bcda + cdab + dabc + acbd + dbca = 9,$$
$$abcd + bcda + cdab + dabc + a\left(cbd\right) + d\left(bca\right) = 9.$$

Функциональные тонкости объектного множества S^{27}

На триграммах объектного множества действует пара аргументно инвариантных законов

$$(a-x)(a+x)(a-x) = a = (a+x)(a-x)(a+x).$$

Подтвердим законы расчетом:

$$(18-1)(18+1)(18-1) = 12\cdot 22\cdot 12 = 18 = 22\cdot 12\cdot 22 = (18+1)(18-1)(18+1),$$

$$(18-5)(18+5)(18-5) = 22\cdot 12\cdot 22 = 18 = 12\cdot 22\cdot 12 = (18+5)(18-5)(18+5),$$

$$(18-14)(18+14)(18-14) = 27\cdot 3\cdot 27 = 18 = 3\cdot 27\cdot 3 = (18+14)(18-14)(18+14),,...$$

Фактически подтвержден закон $xyx = yxy$.

В объектном множестве действует пара компенсационных условия недистрибутивности:

$$A = (a+b)(c+d) \neq \mu = ab + ad + bc + bd.$$

Корректны условия

$$A + A + 8 = \mu = A + A - 7.$$

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$A = (14+8)(21+16) = 13 + 7 = 10, \qquad 10 + 10 = 14,$$

$$\mu = 14\cdot 21 + 14\cdot 16 + 8\cdot 21 + 8\cdot 16 = 4 + 26 + 20 + 18 = 13,$$

$$14 + 8 = 13, \qquad 13 + 7 = 14,$$

$$A = (25+27)(17+1) = 22\cdot 24 = 9, \qquad 9 + 9 = 9,$$

$$\mu = 25\cdot 17 + 25\cdot 1 + 27\cdot 17 + 27\cdot 1 = 13 + 11 + 14 + 12 = 8,$$

$$9 + 8 = 8, \qquad 8 + 7 + 9, \ldots$$

Корректна пирамида отношений

$$\begin{array}{cc} abc - cba = 9, & ab + ba = 8, \\ abcde - edcba = 9, & abcd + dcba = 8, \\ abcdefg - gfdcba = 9, & abcdef + fedcba = 8, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

Эти свойства могут операционно объединяться и реализовывать себя в разных ситуациях.

Единство связей и превращений проективных и аффинных объектных геометрий

Классические, числовые конечные проективные геометрии размерности n имеют равное количество точек P_1 и соединяющих их линий P_2 (проявляясь, например, в модели Фано):

$$P_1 = n^2 + n + 1 = P_2 .$$

У конечных аффинных геометрий количество параллельных линий и точек различно

$$P_1 = n^2 , P_2 = n^2 + n .$$

В проективной геометрии нет параллельных линий, в аффинной геометрии линии обладают свойством параллельности.

Возможностей единого описания и взаимных связей данной пары геометрий в обычной теории нет.

Ситуация качественно меняется в моделях конечных геометрий на элементах объектных множеств.

Проиллюстрируем ситуацию на модели объектного множества S^{27} с 9 элементами

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d & e & f & g & h & k \end{bmatrix}.$$

Зададим 8 линий согласно условиям для тройки элементов, расположив элементы в форме матрицы размерности 3×3 :

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{pmatrix} \to \begin{array}{l} ab = c, cb = a, \quad de = f, fe = d, \quad gh = k, kh = g, \\ ad = g, gd = a, \quad be = h, he = b, \quad cf = k, kf = c, \\ \qquad ae = k, ke = a, \quad ge = c, ce = g. \end{array}$$

С одной стороны, мы сконструировали объектный магический квадрат на произведении элементов по строкам, столбцам и диагоналям.

С другой стороны, возможен выбор элементов таким образом, что выполняются условия

$$ca = d, \qquad ac = f, \qquad kg = d, \qquad gk = f .$$

8 объектных линий, дополненных 4 указанными линиями, образуют аналог классической конечной аффинной геометрии с корректным соотношением количеств точек и линий. Так визуально представляется четырехугольник с «крыльями».

8 объектных линий, дополненных одной из указанных линий, образуют аналог классической проективной геометрии с одинаковым количеством точек и линий, однако их число не соответствует принятым условиям.

Следовательно, объектные конечные геометрии имеют аналогии с классическими моделями, не только отличаясь от них, но и взаимно объединяясь от одного качества к иному качеству.

Кроме этого, обнаруживается спектр объектных геометрий, природа которого в том, что есть разные подмножества объектного множества, на которых реализуются «родственные» геометрии.

Объектное множество S^{27} имеет 4 квазиполя с 3 одинаковыми элементами

$$\begin{matrix} 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 7 & 8 & 9 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 \\ 7 & 8 & 9 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 \end{matrix}.$$

Анализ свидетельствует, что магические квадраты на суммах и произведениях для элементов одного из квазиполей имеют аналоги с теми же номерами по столбцам для других квазиполей. По этой причине решение некоторых задач на элементах одного квазиполя задает решения для системы из квазиполей.

Например, имеем 4 магические квадрата на комбинаторном произведении:

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 9 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 14 & 19 & 15 \\ 9 & 7 & 8 \\ 11 & 13 & 12 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 20 & 16 & 21 \\ 9 & 7 & 8 \\ 17 & 19 & 18 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 26 & 22 & 27 \\ 9 & 7 & 8 \\ 23 & 25 & 24 \end{pmatrix}.$$

С физической точки зрения так задаются 4 физические изделия с разными свойствами, так как они состоят из элементов разной структуры.

Заметим, что магические квадраты с одним и тем же магическим числом реализуются на разной комбинаторике расположения элементов в матрицах. Например, магическое число 9 генерируется на паре матриц вида

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Произведения и суммы магических чисел согласуются со свойствами матриц, полученных при произведении или суммировании элементов матриц, расположенных на одинаковых местах.

Например, получим

$$\underset{A\,=\,7}{\begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 9 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}} \overset{k}{\times} \underset{B\,=\,7}{\begin{pmatrix} 14 & 10 & 15 \\ 9 & 7 & 8 \\ 11 & 13 & 12 \end{pmatrix}} = \underset{C\,=\,7}{\begin{pmatrix} 26 & 24 & 26 \\ 7 & 7 & 7 \\ 24 & 26 & 24 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{A\,=\,7}{\begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 9 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}} + \underset{B\,=\,7}{\begin{pmatrix} 14 & 10 & 15 \\ 9 & 7 & 8 \\ 11 & 13 & 12 \end{pmatrix}} = \underset{C\,=\,8}{\begin{pmatrix} 20 & 16 & 10 \\ 9 & 8 & 7 \\ 18 & 21 & 17 \end{pmatrix}}.$$

В объектном множестве S^{27} есть аддитивные магические квадраты с магическим числом 9, соответствующим состоянию «объектный ноль» или объектный вакуум.

Их элементы образуют «симметричный» рисунок на линии расположения элементов квазиполей:

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \bullet & \circ & \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \circ & \circ \\ \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \circ \\ \circ & \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet \end{array} \to \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \to \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}}.$$

Произведения магических квадратов с магическим числом 9 согласно расположению элементов в матрицах генерируют магический квадрат с тем же магическим числом. Например, получим

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}} \overset{k}{\times} \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Эти же матрицы при неассоциативном произведении элементов в строках, столбцах и по диагоналям генерируют элементы, расположенные в магическом квадрате в форме знака «плюс».

Проиллюстрируем ситуацию рисунками:

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & & 3 & 5 & 7 & & 5 \\ & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\ 9 & \leftarrow & 4 & 9 & 2 & \rightarrow & 9 \\ 5 & \leftarrow & 3 & 5 & 7 & \rightarrow & 5 \\ 1 & \leftarrow & 8 & 1 & 6 & \rightarrow & 1 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\ 5 & & 3 & 5 & 7 & & 5 \\ & & & \Downarrow & & & \\ & & & 9 & & & \\ & & 3 & 5 & 7 & & \\ & & & 2 & & & \end{array}, \qquad \begin{array}{ccccccc} 5 & & 4 & 5 & 6 & & 5 \\ & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\ 2 & \leftarrow & 1 & 2 & 3 & \rightarrow & 2 \\ 5 & \leftarrow & 4 & 5 & 6 & \rightarrow & 5 \\ 8 & \leftarrow & 7 & 8 & 9 & \rightarrow & 8 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\ 5 & & 4 & 5 & 6 & & 5 \\ & & & \Downarrow & & & \\ & & & 2 & & & \\ & & 4 & 5 & 6 & & \\ & & & 8 & & & \end{array}.$$

Неассоциативное произведение действует в качестве инструмента, позволяющего из аддитивного объектного магического квадрата «выделить» элементы, которые расположены в его центре.

Проанализируем ситуации, индуцированные циклическими перестановками элементов аддитивного магического квадрата Ло Шу

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$
$$[9]$$

Первая пара перестановок генерирует элементы, не являющими магическими квадратами, но их сумма по элементам с одинаковыми местами в матрицах, а также произведения задают нестандартные магические квадраты.

Представим ситуацию рисунками и итогами:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & & 9 & 9 & 9 & & 1 \\ & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\ 1 & \leftarrow & 6 & 4 & 9 & \rightarrow & 1 \\ \alpha_1 = 1 & \leftarrow & 2 & 3 & 5 & \rightarrow & 1 \\ 1 & \leftarrow & 7 & 8 & 1 & \rightarrow & 1 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\ 1 & & 9 & 9 & 9 & & 1 \end{array}, \quad \begin{array}{ccccccc} 5 & & 9 & 9 & 9 & & 5 \\ & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\ 5 & \leftarrow & 1 & 6 & 4 & \rightarrow & 5 \\ \alpha_2 = 5 & \leftarrow & 9 & 2 & 3 & \rightarrow & 5 \\ 5 & \leftarrow & 5 & 7 & 8 & \rightarrow & 5 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\ & & 9 & 9 & 9 & & 5 \end{array},$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}.$$
$$[9]$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & & 9 & 9 & 9 & & 1 \\ & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\ 1 & \leftarrow & 5 & 9 & 5 & \rightarrow & 1 \\ \alpha_1 \overset{K}{\times} \alpha_2 = 1 & \leftarrow & 5 & 9 & 5 & \rightarrow & 1 \\ 1 & \leftarrow & 5 & 9 & 5 & \rightarrow & 1 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\ 1 & & 9 & 9 & 9 & & 1 \end{array}, \quad \begin{array}{ccccccc} 5 & & 9 & 9 & 9 & & 5 \\ & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\ 5 & \leftarrow & 3 & 8 & 3 & \rightarrow & 5 \\ \alpha_2 \overset{K}{\times} \alpha_1 = 5 & \leftarrow & 3 & 8 & 3 & \rightarrow & 5 \\ 5 & \leftarrow & 3 & 8 & 3 & \rightarrow & 5 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\ & & 9 & 9 & 9 & & 5 \end{array},$$

$$\alpha_1 \overset{k}{\times} \alpha_2 + \alpha_2 \overset{k}{\times} \alpha_1 = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}.$$
$$[9]$$

Анализ свидетельствует, что поэлементное комбинаторное произведение аддитивных магических квадратов с магическим числом 9 генерирует новые аддитивные квадраты с тем же магическим числом 9.

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}} \overset{k}{\times} \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 7 \\ 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}} \overset{k}{\times} \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 9 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}}.$$

Они согласованы между собой перестановками строк и столбцов

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 7 \\ 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}} \Rightarrow \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 4 & 1 & 7 \\ 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}} \Rightarrow \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 9 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}}.$$

Проанализируем другую модель. Получим пару аддитивных магических квадратов с магическим числом 9 при другом механизме взаимной их трансформации:

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 4 & 8 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}} \overset{k}{\times} \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}} \overset{k}{\times} \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 4 & 8 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 \\ 8 & 7 & 9 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}}.$$

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}} \Rightarrow \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 9 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}} \Rightarrow \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 \\ 8 & 7 & 9 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Зададим спектр конечных проективных и аффинных геометрий на первом квазиполе объектного множества триграмм. Сгруппируем их согласно единству по элементу в первом столбце первой строки.

Получим 48 базовых матриц на одном базовом квазиполе:

$$\begin{pmatrix}1&2&8\\3&7&5\\9&6&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&3&9\\2&7&6\\8&5&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&5&2\\9&7&8\\6&3&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&6&3\\8&7&9\\5&2&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&8&5\\6&7&2\\3&9&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&9&6\\5&7&3\\2&8&4\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}2&1&9\\3&7&5\\8&4&6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&3&8\\1&7&4\\9&5&6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&4&3\\9&7&8\\5&2&6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&5&1\\8&7&9\\4&3&6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&8&4\\5&7&3\\1&9&6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&9&5\\4&7&1\\3&8&6\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}3&1&8\\2&7&6\\9&4&5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&2&9\\1&7&4\\8&6&5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&4&2\\8&7&9\\6&1&5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&6&1\\9&7&8\\4&2&5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&8&6\\4&7&1\\2&9&5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&9&4\\6&7&2\\1&8&5\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}4&2&5\\9&7&8\\3&6&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&3&6\\8&7&9\\3&6&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&5&8\\6&7&2\\9&3&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&6&9\\5&7&3\\8&2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&8&2\\3&7&5\\6&9&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&9&3\\2&7&6\\5&8&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}5&1&6\\9&7&8\\2&4&3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5&2&4\\8&7&9\\1&6&3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5&4&9\\6&7&2\\8&1&3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5&6&8\\4&7&1\\9&2&3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5&8&1\\2&7&6\\4&9&3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5&9&2\\1&7&4\\6&8&3\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}6&1&5\\8&7&9\\3&4&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}6&5&4\\9&7&8\\1&5&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}6&4&8\\5&7&3\\9&1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}6&5&9\\4&7&1\\8&3&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}6&8&3\\1&7&4\\5&9&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}6&9&1\\3&7&5\\4&8&2\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}8&1&3\\6&7&2\\5&4&9\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&2&1\\5&7&3\\4&6&9\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&3&2\\4&7&1\\6&5&9\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&4&6\\3&7&5\\2&1&9\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&5&4\\2&7&6\\1&3&9\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8&6&5\\1&7&4\\3&2&9\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}9&1&2\\5&7&3\\6&4&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}9&2&3\\4&7&1\\5&6&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}9&3&1\\6&7&2\\4&5&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}9&4&5\\2&7&6\\3&1&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}9&5&6\\1&7&4\\2&3&8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}9&6&4\\3&7&5\\1&2&8\end{pmatrix}.$$

Повороты матриц с полным набором элементов вокруг центра повторяют эти матрицы. Так можно действовать и в других ситуациях и с другими множествами. Предъявленный алгоритм дополнительно подтверждает неполноту проведенного исследования и потребность в нем, а также в построении методик и приемов согласования расчетов с экспериментами.

Ассоциативные матричные произведения строк на столбцы, а также неассоциативные произведения строк на строки на множестве матриц, ассоциированных с конечными проективными и аффинными геометриями, генерируют аддитивные магические квадраты с магическим числом 9.

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 9 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 6 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 5 & 1 & 9 \\ 1 & 9 & 5 \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix}}, \qquad \begin{pmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 6 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 9 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 7 & 9 & 8 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 9 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 6 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 6 & 9 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}}, \qquad \begin{pmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 6 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 9 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 1 \\ 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}}.$$

Суммирование пар значений, соответствующих разным произведениям, генерирует одинаковый результат:

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 6 & 9 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}} + \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 1 \\ 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 2 & 9 & 4 \\ 4 & 2 & 9 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 5 & 1 & 9 \\ 1 & 9 & 5 \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix}} + \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 7 & 9 & 8 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 2 & 9 & 4 \\ 4 & 2 & 9 \end{pmatrix}}.$$

Заметим, дополнительно, что вращения «геометрических» матриц вокруг их центра или относительно главной и второй диагоналей, а также относительно центральной строки и центрального столбца обеспечивают генерацию еще 7 «геометрических» матриц из базового множества:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 7 & 5 \\ 9 & 6 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 6 & 7 & 2 \\ 4 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 3 \\ 8 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 5 & 4 \\ 2 & 7 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 2 & 7 & 6 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 \\ 6 & 7 & 2 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 5 & 7 & 3 \\ 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 5 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Подтвердим расчет еще одним примером. Например, получим такие значения на матричном произведении пары базовых матриц для конечных проективных и аффинных геометрий, не являющимися магическими квадратами:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 2 & 7 & 6 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 4 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 6 & 3 & 9 \\ 3 & 9 & 6 \\ 9 & 6 & 3 \end{pmatrix}},$$

$$3 \cdot 6 + 1 \cdot 4 + 8 \cdot 8 = 1 + 1 + 7 = 6,$$
$$3 \cdot 5 + 1 \cdot 7 + 8 \cdot 3 = 3 + 4 + 2 = 3,$$
$$3 \cdot 9 + 1 \cdot 1 + 8 \cdot 2 = 4 + 7 + 1 = 9,$$

$$2 \cdot 6 + 7 \cdot 4 + 6 \cdot 8 = 2 + 4 + 3 = 3, \qquad 9 \cdot 6 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 8 = 4 + 7 + 1 = 9,$$
$$2 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 6 \cdot 3 = 1 + 7 + 4 = 9, \qquad 9 \cdot 5 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 3 = 6 + 1 + 5 = 6,$$
$$2 \cdot 9 + 7 \cdot 1 + 6 \cdot 2 = 5 + 1 + 6 = 6, \qquad 9 \cdot 9 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 7 + 4 + 4 = 3.$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 4 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 2 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 2 & 7 & 6 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 5 & 9 & 1 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}},$$

$$6 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 9 \cdot 9 = 4 + 4 + 7 = 3,$$
$$6 \cdot 1 + 5 \cdot 7 + 9 \cdot 4 = 5 + 3 + 5 = 4,$$
$$6 \cdot 8 + 5 \cdot 6 + 9 \cdot 5 = 3 + 8 + 6 = 5,$$

$$4 \cdot 3 + 7 \cdot 2 + 1 \cdot 9 = 6 + 2 + 6 = 5, \qquad 8 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 9 = 2 + 9 + 5 = 7,$$
$$4 \cdot 1 + 7 \cdot 7 + 1 \cdot 4 = 4 + 7 + 1 = 9, \qquad 8 \cdot 1 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 4 = 3 + 5 + 3 = 2,$$
$$4 \cdot 8 + 7 \cdot 6 + 1 \cdot 5 = 2 + 6 + 2 = 1, \qquad 8 \cdot 8 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 5 = 7 + 1 + 1 = 6.$$

Матричное произведение генерирует пару аддитивных магических квадратов. Их сумма по элементам на одинаковых местах задает новый магический квадрат

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 6 & 3 & 9 \\ 3 & 9 & 6 \\ 9 & 6 & 3 \end{pmatrix}} + \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 5 & 9 & 1 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 9 & 7 & 8 \\ 8 & 9 & 7 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}}.$$

Ситуация аналогична по результатам расчета модели, которая указана ранее.

Выполним расчеты на неассоциативной операции, в которой последовательно идут произведения строк предыдущей матрицы на строки последующей матрицы.

Получим такие результаты:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 2 & 7 & 6 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 4 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & 4 \\ 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}},$$

$$3 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 8 \cdot 9 = 1 + 2 + 8 = 5,$$
$$3 \cdot 4 + 1 \cdot 7 + 8 \cdot 1 = 2 + 4 + 3 = 3,$$
$$3 \cdot 8 + 1 \cdot 3 + 8 \cdot 2 = 6 + 9 + 1 = 7,$$

$$2 \cdot 6 + 7 \cdot 5 + 6 \cdot 9 = 2 + 5 + 1 = 2, \qquad 9 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 9 = 4 + 8 + 2 = 8,$$
$$2 \cdot 4 + 7 \cdot 7 + 6 \cdot 1 = 3 + 7 + 5 = 9, \qquad 9 \cdot 4 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 1 = 5 + 1 + 6 = 6,$$
$$2 \cdot 8 + 7 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 4 + 3 + 6 = 4, \qquad 9 \cdot 8 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 = 9 + 6 + 4 = 1.$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 4 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 2 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 2 & 7 & 6 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 6 & 9 & 3 \\ 8 & 2 & 5 \end{pmatrix}},$$

$$6 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 9 \cdot 8 = 4 + 6 + 9 = 1,$$
$$6 \cdot 2 + 5 \cdot 7 + 9 \cdot 6 = 6 + 3 + 4 = 4,$$
$$6 \cdot 9 + 5 \cdot 4 + 9 \cdot 5 = 1 + 9 + 6 = 7,$$

$$4 \cdot 3 + 7 \cdot 1 + 1 \cdot 8 = 6 + 1 + 5 = 6, \qquad 8 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 8 = 2 + 8 + 4 = 8,$$
$$4 \cdot 2 + 7 \cdot 7 + 1 \cdot 6 = 5 + 7 + 3 = 9, \qquad 8 \cdot 2 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 6 = 1 + 5 + 2 = 2,$$
$$5 \cdot 9 + 7 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 3 + 4 + 2 = 3, \qquad 8 \cdot 9 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 8 + 2 + 1 = 5.$$

Сумма пары магических квадратов, индуцированных неассоциативной операцией та же, что и при умножении пары базовых матриц на матричной операции:

$$\underset{[9]}{\begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & 4 \\ 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}} + \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 6 & 9 & 3 \\ 8 & 2 & 5 \end{pmatrix}} = \underset{[9]}{\begin{pmatrix} 9 & 7 & 8 \\ 8 & 9 & 7 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}}.$$

Дополнительные магические квадраты генерируются из указанных магических квадратов на аддитивной операции.

Представим пару геометрических матриц и пару аддитивных магических квадратов в форме матриц размерности 9×9, указав их реальную структуру:

$$
\begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 2 & 7 & 6 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix}
\qquad\qquad
\begin{pmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 4 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 2 \end{pmatrix}
$$

$$
\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow
$$

$$
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix},
\quad
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{pmatrix},
$$

$$
\begin{pmatrix} 9 & 7 & 8 \\ 8 & 9 & 7 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}
\qquad\qquad
\begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & 4 \\ 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
[9] \qquad\qquad\qquad\qquad [9]
$$

$$
\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow
$$

$$
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix},
\quad
\begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix}.
$$

При всей кажущейся простоте базовых «геометрических» матриц и спектра магических квадратов, представленных матрицами с натуральными числами, мы фактически «владеем» достаточно сложными структурными изделиями. Суммирование и произведение таких новых «изделий» подчинено операциям, которые задаются нетривиальным, «блоковым» методом. По этой причине, в частности, получаются непривычные и нетривиальные законы и связи, которые естественны в «своем» множестве операций.

Квазиполя (сады) на аддитивных объектных магических квадратах

Множество аддитивных объектных магических квадратов объектного множества S^{27} с магическим числом 9 для элемента с номером 1 в начале квадрата имеет порядок 8:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 2 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 \\ 5 & 7 & 3 \\ 9 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 2 & 8 & 5 \\ 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 5 & 3 & 7 \\ 9 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 2 & 7 & 6 \\ 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

Образуем множества из 9 элементов в форме магических квадратов, замкнутых на операциях косуммирования и на неассоциативной операции поэлементного произведения, приняв в качестве образующего элемента один из указанных выше элементов.

Пусть

$$\underset{\alpha_1^{+} = \alpha}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}} + \underset{\alpha_1^{-}}{\begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix} = \langle 9 \rangle,$$

$$\underset{\alpha_2^{+} = \alpha + \langle 7 \rangle}{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \\ 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}} + \underset{\alpha_2^{-}}{\begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ 7 & 9 & 8 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix} = \langle 9 \rangle, \qquad \underset{\alpha_3^{=} = \alpha + \langle 8 \rangle}{\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & 5 \\ 9 & 7 & 8 \end{pmatrix}} + \underset{\alpha}{\begin{pmatrix} 6 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix} = \langle 9 \rangle,$$

$$\langle 7 \rangle = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}, \langle 8 \rangle = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}.$$

На другом элементе из начального множества магические квадраты будут другие:

$$(1) \to \begin{pmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 5 & 7 & 3 \\ 9 & 4 & 2 \end{pmatrix}, (2) \to \begin{pmatrix} 2 & 9 & 4 \\ 6 & 1 & 8 \\ 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}, (3) \to \begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 4 & 2 & 9 \\ 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}, (4) \to \begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix},$$

$$(5) \to \begin{pmatrix} 5 & 7 & 3 \\ 1 & 6 & 8 \\ 9 & 2 & 4 \end{pmatrix}, (6) \to \begin{pmatrix} 6 & 8 & 1 \\ 2 & 4 & 9 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}, (7) \to \begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}, (8) \to \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}, (9) \to \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}.$$

Прямой проверкой можно убедиться в том, что поэлементное суммирование и произведение оставляют множества замкнутыми. Следовательно, они образуют квазигруппы (сады) на магических квадратах с разной структурой.

В анализируемом случае, следуя принятым обозначениям магических квадратов числами, имеем пару таблиц, подтверждающих замкнутость множеств:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	9	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

,

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	1	2	3
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7

.

Известно, что объектное множество S^{27} имеет 4 квазиполя с 3 одинаковыми элементами 7,8,9:

$$\begin{array}{ccccccccc} 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 7 & 8 & 9 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 \\ 7 & 8 & 9 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 \end{array}.$$

На основе выполненного анализа мы имеем спектр квазиполей на множестве магических квадратов, меняя их структуру согласно указанным визуальным связям между элементами.

Конкретизируем модель квазиполя на основе его аддитивной генерации посредством пары геометрических матриц, ассоциированных с последовательностью триграмм

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 & 3 & 7 & 5 & 9 & 6 & 4 \end{bmatrix},$$

обеспечивающей их наличие вида

$$A = \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 7 & 5 \\ 9 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \overleftarrow{\alpha} = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 3 \\ 8 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Специфика их неассоциативных произведений такова:

$$A \overset{k}{\times} B = A, B \overset{k}{\times} A = B.$$

На операции поэлементного косуммирования эта пара матриц дополняется 7 матрицами:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 1 & 8 & 6 \\ 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 \\ 6 & 8 & 1 \\ 9 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 \\ 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}.$$

В рассматриваемом случае пара геометрических матриц образует с магическими квадратами на операциях произведения и суммы модель квазиполя.

Отношения между элементами в форме таблиц произведения и суммирования задаются таблицами между отношениями начальных элементов множества матриц:

+	1	4	5	8	9	3	2	6	7
1	5	8	9	3	1	4	6	7	2
4	8	2	3	6	4	7	9	1	5
5	9	3	1	4	5	8	7	2	6
8	3	6	4	7	8	2	1	5	9
9	1	4	5	8	9	3	2	6	7
3	4	7	8	2	3	6	5	9	1
2	6	9	7	1	2	5	4	8	3
6	7	1	2	5	6	9	8	3	4
7	2	5	6	9	7	1	3	4	8

,

×	1	4	5	8	9	3	2	6	7
1	7	1	2	5	6	9	8	3	4
4	4	7	8	2	3	6	5	9	1
5	6	9	7	1	2	5	4	8	3
8	3	6	4	7	8	2	1	5	9
9	2	5	6	9	7	1	3	4	8
3	8	2	5	6	4	7	9	1	5
2	9	3	1	4	5	8	7	5	6
6	5	8	9	3	1	4	6	7	2
7	1	4	5	8	9	3	2	6	7

.

Принятое расположение матриц в таблицах иллюстрирует порядок их генерации при суммировании, которое продублировано на операции произведения.

Модель квазиполя на паре геометрических матриц имеет расширение при объединении пары магических квадратов или геометрической матрицы и магического квадрата.

Новая объектная проективная и аффинная геометрии

Прямые объектной геометрии заданы нами ранее согласно условию для пары точек на линии, подчиненных условию генерации третьей точки согласно равенствам

$$ab = c \leftrightarrow cb = a.$$

В модели геометрического квадрата для пары фундаментальных геометрий эти условия должны выполняться по строкам, столбцам и диагоналям соответствующей матрицы. Такова, например, матрица

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}.$$

Сумма и произведение таких матриц генерирует иные объекты:

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 6 & 9 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}.$$

На тройке элементов генерируется новое свойство:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix},$$
$$ab = \alpha, \alpha c = G_0 = \alpha a, \beta = cb.$$

При этом константа одна и та же на строках, столбцах и диагоналях. Например, получим на матрице

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 6 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

такие условия:

$$\begin{aligned}
&5 \cdot 7 = 3, \quad 3 \cdot 1 = 8, \quad 1 \cdot 7 = 4, \quad 4 \cdot 5 = 8, \\
&3 \cdot 8 = 6, \quad 6 \cdot 4 = 8, \quad 4 \cdot 8 = 2, \quad 2 \cdot 3 = 8, \\
&6 \cdot 9 = 3, \quad 3 \cdot 2 = 8, \quad 2 \cdot 9 = 5, \quad 5 \cdot 6 = 8, \\
&5 \cdot 8 = 1, \quad 1 \cdot 2 = 8, \quad 2 \cdot 8 = 4, \quad 4 \cdot 5 = 8, \\
&1 \cdot 8 = 5, \quad 5 \cdot 6 = 8, \quad 6 \cdot 8 = 3, \quad 3 \cdot 1 = 8, \\
&5 \cdot 3 = 5, \quad 5 \cdot 6 = 8, \quad 6 \cdot 3 = 4, \quad 4 \cdot 5 = 8, \\
&7 \cdot 8 = 8, \quad 8 \cdot 9 = 8, \quad 9 \cdot 8 = 9, \quad 9 \cdot 7 = 8, \\
&1 \cdot 4 = 1, \quad 1 \cdot 2 = 8, \quad 2 \cdot 4 = 3, \quad 3 \cdot 1 = 8, \\
&5 \cdot 1 = 6, \quad 6 \cdot 4 = 8, \quad 1 \cdot 5 = 2, \quad 2 \cdot 3 = 8, \\
&2 \cdot 6 = 2, \quad 2 \cdot 3 = 8, \quad 6 \cdot 2 = 6, \quad 6 \cdot 4 = 8.
\end{aligned}$$

Матрицы новой геометрии образуют множество, замкнутое на поэлементной сумме и произведениях в рамках простого алгоритма генерации.

Получим, например, алгоритм

$$a=\begin{pmatrix}1&8&5\\6&7&2\\3&9&4\end{pmatrix}, A=a+a=\begin{pmatrix}5&7&1\\3&8&4\\6&9&2\end{pmatrix},$$

$$a\cdot\langle 7\rangle=b=\begin{pmatrix}4&9&3\\2&7&6\\5&8&1\end{pmatrix}, B=b+b=\begin{pmatrix}2&9&6\\4&8&3\\1&7&5\end{pmatrix},$$

$$A+B=\langle 7\rangle, a+b=\langle 8\rangle, b+A=\begin{pmatrix}3&7&4\\5&9&1\\2&8&6\end{pmatrix},$$

$$a\cdot\langle 8\rangle=\begin{pmatrix}5&7&1\\3&8&4\\6&9&2\end{pmatrix}, \langle 8\rangle\cdot a=\begin{pmatrix}3&7&4\\5&9&1\\2&8&6\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}3&7&4\\5&9&1\\2&8&6\end{pmatrix}\cdot\langle 8\rangle=\begin{pmatrix}6&8&2\\1&9&5\\4&7&3\end{pmatrix}, \langle 8\rangle\cdot\begin{pmatrix}3&7&4\\5&9&1\\2&8&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&9&6\\4&8&3\\1&7&5\end{pmatrix}.$$

В итоге получим множество из 9 элементов, замкнутое на операциях суммирования и произведения, образуя квазиполе (сад):

$$\begin{pmatrix}1&8&5\\6&7&2\\3&9&4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2&9&6\\4&8&3\\1&7&5\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3&7&4\\5&9&1\\2&8&6\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}4&9&3\\2&7&6\\5&8&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5&7&\\3&8&4\\6&9&2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}6&8&2\\1&9&5\\4&7&3\end{pmatrix},$$

$$\langle 7\rangle=\begin{pmatrix}7&7&7\\7&7&7\\7&7&7\end{pmatrix}, \langle 8\rangle=\begin{pmatrix}8&8&8\\8&8&8\\8&8&8\end{pmatrix}, \langle 9\rangle=\begin{pmatrix}9&9&9\\9&9&9\\9&9&9\end{pmatrix}.$$

Суммирование и произведение геометрических матриц в форме квазигрупп (садов) задает класс новых решений и новых представлений математических ситуаций.

Принимая точку зрения, что указанные матрицы есть «рисунок» физических изделий, мы получаем новые возможности для их конструирования и приложений на практике.

Укажем несколько геометрий со структурой из разных квазиполей. Заметим, что для генерации подмножеств объектного множества в качестве начального элемента удобно брать элемент проективной геометрии с заданием прямых на основе 3 согласованных «точек».

Например, есть такие модели:

$$\begin{pmatrix} 1 & 11 & 23 \\ 19 & 8 & 18 \\ 26 & 14 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 12 & 24 \\ 20 & 9 & 16 \\ 27 & 15 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 10 & 22 \\ 21 & 7 & 17 \\ 25 & 13 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 15 & 27 \\ 16 & 9 & 20 \\ 23 & 12 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 13 & 25 \\ 17 & 2 & 21 \\ 22 & 10 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 14 & 26 \\ 18 & 8 & 19 \\ 23 & 11 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 16 & 27 & 12 \\ 2 & 9 & 4 \\ 15 & 24 & 20 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 17 & 25 & 10 \\ 3 & 7 & 5 \\ 13 & 22 & 21 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 18 & 26 & 11 \\ 1 & 8 & 6 \\ 14 & 23 & 19 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 19 & 23 & 14 \\ 6 & 8 & 1 \\ 11 & 26 & 18 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 20 & 24 & 15 \\ 4 & 9 & 2 \\ 12 & 27 & 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 21 & 22 & 13 \\ 5 & 7 & 3 \\ 10 & 25 & 17 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 22 & 16 & 6 \\ 11 & 9 & 13 \\ 3 & 20 & 26 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 23 & 17 & 4 \\ 12 & 7 & 14 \\ 1 & 21 & 27 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 24 & 18 & 5 \\ 10 & 8 & 15 \\ 2 & 19 & 25 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 25 & 19 & 2 \\ 15 & 8 & 10 \\ 5 & 18 & 24 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 26 & 20 & 3 \\ 13 & 9 & 12 \\ 6 & 16 & 22 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 27 & 21 & 1 \\ 14 & 7 & 12 \\ 4 & 17 & 23 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix},$$

«Смешение» элементов объектного множества подсинено алгоритму генерации спектра проективных и аффинных объектных геометрий.

Геометрические матрицы имеют дополнительные свойства на суммах и произведениях элементов: суммы задают объектный ноль в форме элемента с номером 9, произведения их элементов в прямом и обратном порядке одинаковы и равны значению элемента в центре геометрической матрицы.

Проиллюстрируем ситуацию на примере множества с матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 11 & 23 \\ 19 & 8 & 18 \\ 26 & 14 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 12 & 24 \\ 20 & 9 & 16 \\ 27 & 15 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 10 & 22 \\ 21 & 7 & 17 \\ 25 & 13 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 15 & 27 \\ 16 & 9 & 20 \\ 23 & 12 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 & 13 & 25 \\ 17 & 2 & 21 \\ 22 & 10 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 6 & 14 & 26 \\ 18 & 8 & 19 \\ 23 & 11 & 1 \end{pmatrix},$$

Суммы элементов таковы:

$$\begin{gathered} 1+11+23+19+8+26+14+6=3+6=9, \\ 2+12+24+20+9+16+27+15+4=2+4=9, \\ 3+10+22+21+7+17+25+13+5=1+5=9, \\ 4+15+27+16+9+20+24+12+2=4+2=9, \\ 5+13+25+17+7+21+22+10+3=6+3=9, \\ 6+14+26+18+8+19+23+11+1=5+1=9. \end{gathered}$$

Произведения в последовательности элементов одинаковы в обоих направлениях и равны элементу в центре анализируемой матрицы:

$$\begin{gathered} 8=1\cdot 11\cdot 23\cdot 19\cdot 8\cdot 26\cdot 14\cdot 6=8, \\ 9=2\cdot 12\cdot 24\cdot 20\cdot 9\cdot 16\cdot 27\cdot 15\cdot 4=9, \\ 7=3\cdot 10\cdot 22\cdot 21\cdot 7\cdot 17\cdot 25\cdot 13\cdot 5=7, \\ 9=4\cdot 15\cdot 27\cdot 16\cdot 9\cdot 20\cdot 24\cdot 12\cdot 2=9, \\ 7=5\cdot 13\cdot 25\cdot 17\cdot 7\cdot 21\cdot 22\cdot 10\cdot 3=7, \\ 8=6\cdot 14\cdot 26\cdot 18\cdot 8\cdot 19\cdot 23\cdot 11\cdot 1=8. \end{gathered}$$

Аналогичные свойства имеют геометрические матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix},$$

С одной стороны, геометрические матрицы указывают подмножества, элементы которых в сумме генерируют объектный ноль. С другой стороны, мы имеем спектр аддитивных и мультипликативных объектных функций с реально и просто предсказуемыми значениями в их суммах и произведениях. В-третьих, возможны разнообразные «сплетения» объектных функций, ассоциированных с геометрическими моделями подмножеств. В-четвертых, сами геометрические матрицы и их объединения представляют эскизы структурных изделий с системой свойств.

Сад на паре садов (квазиполей) с геометрическими матрицами

Согласно определению, сад есть множество, замкнутое на ассоциативной операции косуммирования и на неассоциативной, комбинаторной операции. Известно, что матрицы с геометрическими свойствами объединяются в сад (квазиполе).

Анализ свидетельствует, что такие квазиполя могут быть дополнены элементами таким образом, что новое множество тоже образует сад (квазиполе) на геометрических матрицах.

Представим три ряда матриц, конечное множество которых объединяет элементы пары садов (квазиполей) с новыми элементами, полученными при суммированиях и произведениях элементов этих квазиполей.

Последовательность из 27 элементов с элементами $\langle 7 \rangle, \langle 8 \rangle, \langle 9 \rangle$ такова:

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 11 & 23 \\ 19 & 8 & 18 \\ 26 & 14 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 14 & 20 \\ 23 & 9 & 25 \\ 16 & 10 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 9 & 6 \\ 4 & 8 & 3 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 12 & 24 \\ 20 & 9 & 16 \\ 27 & 15 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 15 & 21 \\ 27 & 7 & 26 \\ 17 & 11 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 5 & 9 & 1 \\ 2 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 10 & 22 \\ 21 & 7 & 17 \\ 25 & 13 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 13 & 19 \\ 22 & 8 & 27 \\ 18 & 12 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ 2 & 7 & 6 \\ 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 15 & 27 \\ 16 & 9 & 20 \\ 23 & 12 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 12 & 18 \\ 17 & 8 & 22 \\ 19 & 13 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 6 & 9 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 & 13 & 25 \\ 17 & 7 & 21 \\ 22 & 10 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 & 10 & 16 \\ 25 & 9 & 23 \\ 20 & 14 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 2 \\ 1 & 9 & 5 \\ 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 6 & 14 & 26 \\ 18 & 8 & 19 \\ 23 & 11 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 6 & 11 & 17 \\ 26 & 7 & 24 \\ 21 & 15 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 13 & 15 \\ 10 & 9 & 14 \\ 12 & 11 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 10 & 11 \\ 13 & 8 & 12 \\ 14 & 15 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 14 & 13 \\ 11 & 7 & 15 \\ 10 & 12 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & 11 & 12 \\ 14 & 9 & 10 \\ 15 & 13 & 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 15 & 14 \\ 12 & 8 & 13 \\ 11 & 10 & 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 12 & 10 \\ 15 & 7 & 11 \\ 13 & 14 & 8 \end{pmatrix}.$$

Уникальность геометрических матриц в наличии спектра граней. В частности, в моделях квазиполей элементы сосуществуют» парами, в которых одна последовательность элементов матриц «записана» в прямом или обратном порядке.

Например, имеем пару матриц на одной последовательности

$$
\begin{bmatrix} 1 & 8 & 5 & 6 & 7 & 2 & 3 & 9 & 4 \end{bmatrix},
$$
$$
\begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ 2 & 7 & 6 \\ 5 & 8 & 1 \end{pmatrix},
$$
$$
\begin{bmatrix} 3 & 7 & 4 & 5 & 9 & 1 & 2 & 8 & 6 \end{bmatrix},
$$
$$
\begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 5 & 9 & 1 \\ 2 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 6 & 8 & 2 \\ 1 & 9 & 5 \\ 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \ldots
$$

Суммы элементов последовательностей из элементов геометрических матриц генерируют элемент с номером 9 (объектный ноль). Произведения элементов таких последовательностей из 9 элементов в прямом или в обратном направлении задают элемент, который расположен в центральной части этой последовательности.

Назовем «сплетением» ситуацию, когда элементы множеств объединяются посредством операций. В простейшем случае элементы пары подмножеств объединяются на суммировании и произведении.

Выполним «сплетение» элементов пары объектных квазиполей из геометрических матриц.

Анализ свидетельствует о наличии алгоритма генерации элементов, дополнительных к базовым элементам согласно паре алгоритмов единой природы. Проиллюстрируем его на 3 матрицах

$$
\underset{a}{\begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}}, \quad \underset{b}{\begin{pmatrix} 1 & 11 & 23 \\ 19 & 8 & 18 \\ 26 & 14 & 6 \end{pmatrix}}, \quad \underset{x}{\begin{pmatrix} 1 & 14 & 20 \\ 23 & 9 & 25 \\ 14 & 0 & 5 \end{pmatrix}}.
$$

При поэлементном произведении действует функциональное правило $abx = b$. Подтвердим его таблицей:

a	1	8	5	6	7	2	3	9	4
ab	7	10	11	13	8	12	14	15	9
b	1	11	23	19	8	18	26	14	6
x		1	20	23	9	25	14	10	5
abx	1	11	23	19	8	18	26	1	6

Есть еще один алгоритм. Он базируется на функциональном поэлементном законе

$$
a + b + x = 9.
$$

Представим алгоритмы несколько в другом виде. Проанализируем ситуацию сплетения

$$\underset{a}{\begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ 2 & 7 & 6 \\ 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}} * \underset{b}{\begin{pmatrix} 5 & 13 & 25 \\ 17 & 7 & 21 \\ 22 & 10 & 3 \end{pmatrix}} \Rightarrow \underset{x}{\begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{pmatrix}}.$$

Имеем А-модель: $a + b + x = 9$. Получим

$$\begin{gathered} 4+5+6=9, \quad 9+13+11=9, \quad 3+25+17=9, \\ 2+17+26=9, \quad 7+7+7=9, \quad 6+21+24=9, \\ 5+22+21=9, \quad 8+10+15=9, \quad 1+3+2=9, \end{gathered}$$

$$x = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 17 \\ 26 & 7 & 24 \\ 21 & 15 & 2 \end{pmatrix}.$$

Имеем В-модель: $abx = b$. Получим

$$\begin{gathered} 4 \cdot 5 \cdot 6 = 5, \quad 9 \cdot 13 \cdot 11 = 13, \quad 3 \cdot 25 \cdot 17 = 25, \\ 2 \cdot 17 \cdot 26 = 17, \quad 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7, \quad 6 \cdot 21 \cdot 24 = 21, \\ 5 \cdot 22 \cdot 21 = 22, \quad 8 \cdot 10 \cdot 15 = 10, \quad 1 \cdot 3 \cdot 2 = 3, \end{gathered}$$

$$x = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 17 \\ 26 & 7 & 24 \\ 21 & 15 & 2 \end{pmatrix}.$$

Имеем С-модель: $bax = a$. Получим

$$\begin{gathered} 5 \cdot 4 \cdot 6 = 4, \quad 13 \cdot 9 \cdot 11 = 9, \quad 25 \cdot 3 \cdot 17 = 3, \\ 17 \cdot 2 \cdot 26 = 2, \quad 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7, \quad 21 \cdot 6 \cdot 24 = 6, \\ 22 \cdot 5 \cdot 21 = 5, \quad 10 \cdot 8 \cdot 15 = 8, \quad 3 \cdot 1 \cdot 2 = 1, \end{gathered}$$

$$x = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 17 \\ 26 & 7 & 24 \\ 21 & 15 & 2 \end{pmatrix}.$$

Три алгоритма задают один результат. Триада алгоритмов может быть полезна и в других ситуациях.

Удобство генерации «сплетения» пары квазиполей (садов) на геометрических матрицах одной конформации обеспечивается таблицами:

+ *	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	3	2	7	9	8	4	6	5
2	3	2	1	9	8	7	6	5	4
3	2	1	3	8	7	9	5	4	6
4	7	9	8	4	6	5	1	3	2
5	9	8	7	6	5	4	3	2	1
6	8	7	9	5	4	6	2	1	3
7	4	6	5	1	3	2	7	9	8
8	6	5	4	3	2	1	9	8	7
9	5	4	6	2	1	3	8	7	9

,

+ *	10	11	12	13	14	15	7	8	9
10	10	12	11	7	9	8	13	15	14
11	12	11	10	9	8	7	15	14	13
12	11	10	12	8	7	9	14	13	15
13	7	9	8	13	15	14	10	12	11
14	9	8	7	15	14	13	12	11	10
15	8	7	9	14	13	15	11	10	12
7	13	15	14	10	12	11	7	9	8
8	15	14	13	12	11	10	9	8	7
9	14	13	15	11	10	12	8	7	9

,

+ *	16	17	18	19	20	21	7	8	9
16	16	18	17	7	9	8	19	21	20
17	18	17	16	9	8	7	21	20	19
18	17	16	18	8	7	9	20	19	21
19	7	9	8	19	21	20	16	18	17
20	9	8	7	21	20	19	18	17	16
21	8	7	9	20	19	21	17	16	18
7	19	21	20	16	18	17	7	9	8
8	21	20	19	18	17	16	9	8	7
9	20	10	21	17	16	18	8	7	9

,

+ *	22	23	24	25	26	27	7	8	9
22	22	24	23	7	9	8	25	27	26
23	24	23	22	9	8	7	27	26	25
24	23	22	24	8	7	9	26	25	27
25	7	9	8	25	27	26	22	24	23
26	9	8	7	27	26	25	24	23	22
27	8	7	9	26	25	27	23	22	24
7	25	27	26	22	24	23	7	9	8
8	27	26	25	24	23	22	9	8	7
9	26	25	27	23	22	24	8	7	9

.

Новая модель объектных геометрий проективного и аффинного типа

Примем модель объектных линий в форме множества из трех «точек» x, y, z с законом

$$xyz = \theta = zyx.$$

Сконструируем на этом условии спектр проективных и аффинных геометрий на 9 элементах объектного множества S^{27}.

Рассмотрим конструкцию геометрий в форме матриц размерности 3×3 с элементом в центре, рассматриваемым в качестве «конденсата» данного подмножества.

Проиллюстрируем искомые возможности на примере:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & p \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 7 & 13 & 15 \\ 10 & 9 & 14 \\ 12 & 11 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll}
abc = e = cba & 7 \cdot 13 \cdot 15 = 9 = 15 \cdot 13 \cdot 7 \\
aep = e = pea & 7 \cdot 9 \cdot 8 = 9 = 8 \cdot 9 \cdot 7 \\
def = e = fed & 10 \cdot 9 \cdot 14 = 9 = 14 \cdot 9 \cdot 10 \\
ghp = e = pgh & 12 \cdot 11 \cdot 8 = 9 = 8 \cdot 11 \cdot 12 \\
ceg = e = gec & 15 \cdot 9 \cdot 12 = 9 = 12 \cdot 9 \cdot 15 \\
adg = e = gda & 7 \cdot 10 \cdot 12 = 9 = 12 \cdot 10 \cdot 7 \\
heb = e = beh & 11 \cdot 9 \cdot 13 = 9 = 13 \cdot 9 \cdot 11 \\
cfp = e = pfc & 5 \cdot 14 \cdot 8 = 9 = 8 \cdot 14 \cdot 15
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
cad = e = dac & 15 \cdot 7 \cdot 10 = 9 = 10 \cdot 7 \cdot 15 \\
acf = e = fca & 7 \cdot 15 \cdot 14 = 9 = 14 \cdot 15 \cdot 7 \\
pgd = e = dgp & 8 \cdot 12 \cdot 10 = 9 = 10 \cdot 12 \cdot 8 \\
gpf = e = fpg & 12 \cdot 8 \cdot 14 = 9 = 14 \cdot 8 \cdot 12.
\end{array}$$

4 линии, указанные в таблице, дополняют 8 линий в матрице по строкам, по столбцам и по паре диагоналей, образуя в сумме модель аффинной объектной геометрии

$$n^2 = 9 = 3^2, n^2 + n = 9 + 3 = 12.$$

Свойство проективной геометрии по равному количеству линий и точек в форме закона

$$\sigma = n^2 + n + 1$$

в анализируемом случае не имеет места. Определить можно новый вариант проективной объектной геометрии с условие равенства количества точек и линий (имеем 4 такие геометрии)

$$\sigma = n^2.$$

Три объектных геометрии функционального типа

Известен функциональный закон, действующий на паре элементов объектного множества

$$xy\left(y-x\right)=0^{*}.$$

Проиллюстрируем его корректность в S^{27}:

$$1\cdot 2\left(2-1\right)=8\cdot 7=9=0^{*},\qquad 15\cdot 27\left(27-15\right)=3\cdot 2=9=0^{*},$$
$$14\cdot 10\left(10-14\right)=15\cdot 14=9=0^{*},\qquad 16\cdot 15\left(15-16\right)=22\cdot 24=9=0^{*},\ldots$$

Определим объектную геометрию функционального типа условием с наличием разных операций в базовом законе, генерирующем объектный ноль.

В качестве первой модели рассмотрим закон для 3 элементов объектного множества

$$\theta\left(-\right)=ab\left(b-a\right)+bx\left(x-b\right)+xa\left(a-x\right)=9.$$

Он выполняется в силу наличия указанного закона.

В качестве второй модели рассмотрим закон

$$\theta\left(\cdot\right)=ab\left(ba\right)+bx\left(xb\right)+xa\left(ax\right)=9.$$

Пусть $a=1, b=7, x=25$. Получим

$$\theta\left(\cdot\right)=1\cdot 7\left(7\cdot 1\right)+7\cdot 25\left(25\cdot 7\right)+25\cdot 1\left(1\cdot 25\right)=4+25+11=9.$$

Пусть $a=18, b=24, x=6$. Получим

$$\theta\left(\cdot\right)=18\cdot 24\left(24\cdot 18\right)+24\cdot 6\left(6\cdot 24\right)+6\cdot 18\left(18\cdot 6\right)=1+15+22=9.$$

На модели с изменением знака минус на знак плюс искомое равенство достигается на паре функций. Имеем условия

$$\theta\left(+\right)=ab\left(b+a\right)+bx\left(x+b\right)+xa\left(a+x\right),\qquad p=a+b+x,$$
$$\theta\left(+\right)+p=9.$$

Подтвердим ситуацию расчетом. Пусть $a=11, b=20, x=13$. Получим

$$\theta\left(+\right)=11\cdot 20\left(20+11\right)+20\cdot 13\left(13+20\right)+13\cdot 11\left(11+13\right)=13+16+11=16,$$

$$p=11+20+13=20,$$

$$\theta\left(+\right)+p=16+20=9.$$

Усложним анализируемые функции. На элементах $x = 1, y = 2, z = 10$ найдем

$$xy\left(yx + \left(y - x\right)\right) = 1 \cdot 2\left(2 \cdot 1 + \left(2 - 1\right)\right) = 8\left(9 + 7\right) = 8 \cdot 7 = 9,$$
$$yz\left(zy + \left(z - y\right)\right) = 2 \cdot 10\left(10 \cdot 2 + \left(10 - 2\right)\right) = 23\left(27 + 22\right) = 23 \cdot 7 = 27,$$
$$zx\left(xz + \left(x - z\right)\right) = 10 \cdot 1\left(1 \cdot 10 + \left(1 - 10\right)\right) = 26\left(24 + 25\right) = 26 \cdot 7 = 24,$$
$$xy\left(yx + \left(y - x\right)\right) + yz\left(zy + \left(z - y\right)\right) + zx\left(xz + \left(x - z\right)\right) = 9 + 27 + 24 = 9,$$
$$ab + \left(b - a\right) \equiv a^2 = b^2 = 7.$$

На элементах свободного выбора $x = 15, y = 25, z = 16$ ситуация такая же:

$$15 \cdot 25\left(25 \cdot 15 + \left(25 - 15\right)\right) = 1\left(4 + 3\right) = 1 \cdot 7 = 4,$$
$$25 \cdot 16\left(16 \cdot 25 + \left(16 - 25\right)\right) = 15\left(11 + 14\right) = 15 \cdot 7 = 11,$$
$$16 \cdot 15\left(15 \cdot 16 + \left(15 - 16\right)\right) = 22\left(25 + 24\right) = 22 \cdot 7 = 25,$$
$$4 + 11 + 25 = 9.$$

Вторичное дополнение слагаемого с разностью в скобках генерирует аргументно инвариантную константу в форме элемента с номером 7

$$7 = xy\left(yx + \left(y - x\right) + y - x\right) = yz\left(zy + \left(z - y\right) + \left(z - y\right)\right) = zx\left(xz + \left(z - x\right) + \left(z - x\right)\right) = 7.$$

Применяя параметры предыдущих примеров, получим подтверждения этого закона:

$$8\left(9 + 7 + 7\right) = 8 \cdot 8 = 7, \qquad 1 \cdot \left(4 + 3 + 3\right) = 1 \cdot 1 = 7,$$
$$23\left(27 + 22 + 22\right) = 23 \cdot 23 = 7, \qquad 15\left(11 + 14 + 14\right) = 15 \cdot 15 = 7,$$
$$26\left(24 + 25 + 25\right) = 26 \cdot 26 = 7, \qquad 22\left(25 + 24 + 24\right) = 22 \cdot 22 = 7.$$

Проще выглядит ситуация при мультипликативном дополнении базовых уравнений. Так, на базе предыдущих примеров получим

$$xy\left(yx + yx\right) = 8\left(9 + 9\right) = 8, \qquad 1\left(4 + 4\right) = 1 \cdot 2 = 8,$$
$$yz\left(zy + zy\right) = 23\left(27 + 27\right) = 8, \qquad 15\left(11 + 11\right) = 15 \cdot 13 = 8,$$
$$zx\left(xz + xz\right) = 26\left(24 + 24 = 8\right), \qquad 22\left(25 + 25\right) = 22 \cdot 23 = 8.$$

Выполняются условия

$$8 = xy\left(yx + yx\right) = yz\left(zy + zy\right) = zx\left(xz + xz\right) = 8,$$

$$8 + 8 + 8 = 9.$$

На паре базовых примеров проанализируем функции с дополнениями их в скобках суммой элементов:

$$xy\left(yx+\left(y+x\right)\right)\to 8\left(2\cdot 1+\left(2+1\right)\right)=8\left(9+6\right)=8\cdot 6=5,$$
$$yz\left(zy+\left(z+y\right)\right)\to 23\left(10\cdot 2+\left(10+2\right)\right)=23\left(27+17\right)=23\cdot 5=15,$$
$$zx\left(xz+\left(x+z\right)\right)\to 26\left(1\cdot 10+\left(1+10\right)\right)=26\left(24+16\right)=26\cdot 15=6,$$
$$A=xy\left(yx+\left(y+x\right)\right)+yz\left(zy+\left(z+y\right)\right)+zx\left(xz+\left(x+z\right)\right)=5+15+6=27,$$
$$p=1+2+10=24,$$
$$A+p=9=0^{*}.$$

$$xy\left(yx+\left(y+x\right)\right)\to 1\left(4+\left(25+15\right)\right)=1\left(4+17\right)=1\cdot 10=24,$$
$$yz\left(zy+\left(z+y\right)\right)\to 15\left(11+\left(16+25\right)\right)=15\left(11+5\right)=15\cdot 24=21,$$
$$zx\left(xz+\left(x+z\right)\right)\to 22\left(25+\left(15+16\right)\right)=22\left(25+2\right)=22\cdot 21=10,$$
$$A=xy\left(yx+\left(y+x\right)\right)+yz\left(zy+\left(z+y\right)\right)+zx\left(xz+\left(x+z\right)\right)=24+21+10=18,$$

$$p=15+25+16=21,$$
$$A+p=9=0^{*}.$$

Выполним функциональное обобщение последнего примера, дополняя выражения в скобках суммами или произведениями элементов:

$$xy\left(yx+\left(y+x\right)+\left(y+x\right)\right)\to=1\left(4+17+17\right)=1\cdot 26=13,$$
$$yz\left(zy+\left(z+y\right)+\left(z+y\right)\right)\to 15\left(11+5+5\right)=15\cdot 17=26,$$
$$zx\left(xz+\left(x+z\right)+\left(x+z\right)\right)\to 22\left(25+2+2\right)=22\cdot 13=17,$$
$$\sigma_1=13+26+17=21.$$

$$xy\left(yx+yx+\left(y+x\right)\right)\to=1\left(4+4+17\right)=1\cdot 22=16,$$
$$yz\left(zy+zy+\left(z+y\right)\right)\to 15\left(11+11+5\right)=15\cdot 19=4,$$
$$zx\left(xz+zx+\left(x+z\right)\right)\to 22\left(25+25+2\right)=22\cdot 11=1,$$
$$\sigma_1=16+4+1=18.$$

Объединение в форме суммы пары полученных выражений генерирует объектный ноль

$$\sigma_1+\sigma_2=9=0^{*}.$$

Следовательно, первичные функциональные объектные законы на триграммах для триады геометрий имеют не только функциональные обобщения. На их основе конструируется ряд аргументно инвариантных выражений, имеющих самостоятельное значение.

Сравнение моделей объектных вакуумов на триграммах

На разностях между элементами объектного множества известны три модели вакуумов

$$xy\left(y-x\right)\equiv 9=0^{*},$$
$$\left(x-y\right)+\left(y-z\right)+\left(z-x\right)\equiv 9=0^{*},$$
$$xy\left(y-x\right)+yz\left(z-y\right)+zx\left(x-z\right)\equiv 9=0^{*},$$
$$x\to\varphi\left(\alpha,\beta,\gamma,\ldots\right),y=\psi\left(\alpha,\beta,\gamma,\ldots\right),z=\phi\left(\alpha,\beta,\gamma,\ldots\right),\ldots$$

Эти модели действенны на любом конечном количестве пар элементов, генерируемых различными функциями.

Модель на произведениях элементов

$$xy\left(yx\right)+yz\left(zy\right)+zx\left(xz\right)=9=0^{*}$$

допускает обобшения с дополнением произведений в скобках другими слагаемыми.

Корректен более простой закон $A=xy+yz+zx=9=0^{*}$:

x	y	z	xy	yz	zx	A
1	2	3	8	8	8	9
11	21	17	24	21	6	9
7	14	10	14	15	13	9
15	8	23	12	22	18	9
7	19	24	19	14	26	9

.

Известный закон генерации объектных нулей на паре функций с операцией суммирования элементов дополняется простым законом с тем же механизмом генерации «нулей»:

$$\left(x+y\right)+\left(y+z\right)+\left(z+x\right)=r,\qquad x+y+z=n,\qquad r+n=9=0^{*}:$$

x	y	z	$x+y$	$y+z$	$z+x$	r	n	$r+n$
1	2	3	6	5	4	9	9	9
11	21	17	4	8	27	14	10	9
7	14	10	15	9	11	8	7	9
15	8	23	14	22	6	1	5	9
7	19	24	20	1	22	4	2	9

.

Объектные нули косвенно «независимы» при аддитивной операции, они активны на операциях произведения.

Спектр аргументно инвариантных законов на триграммах

На элементах объектного множества S^{27} выполняется закон

$$xa\left(9-\left(x+a\right)\right)=a.$$

Проиллюстрируем ситуацию на примере для элемента $a=10$:

$$\begin{aligned}
x=1: &\quad 1\cdot10\left(9-\left(1+10\right)\right)=24\cdot20=10,\\
x=2: &\quad 2\cdot10\left(9-\left(2+10\right)\right)=23\cdot19=10,\\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
x=22: &\quad 22\cdot10\left(9-\left(22+10\right)\right)=3\cdot17=10,\\
x=23: &\quad 23\cdot10\left(9-\left(23+10\right)\right)=2\cdot16=10,\\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
x=27: &\quad 27\cdot10\left(9-\left(27+10\right)\right)=19\cdot6=10.
\end{aligned}$$

С экспериментальной точки зрения закон информационно фундаментален. Согласно ему, наличия информации об изделии недостаточно, чтобы ответить на вопрос: каково его состояние в рассматриваемый момент, так как без знания закона его «материализации» и сопутствующих элементов нет полноты и ясности картины «эксперимента».

Второй аргументно инвариантный закон в анализируемом объектном множестве имеет такой вид:

$$\left(a-x\right)\left(a+x\right)\left(a-x\right)=a.$$

Подтвердим его расчетом на элементе $a=10$:

$$\begin{aligned}
x=1: &\quad \left(10-1\right)\left(10+1\right)\left(10-1\right)=23\cdot16\cdot23=10,\\
x=2: &\quad \left(10-2\right)\left(10+2\right)\left(10-1\right)=22\cdot17\cdot22=10,\\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
x=22: &\quad \left(10-22\right)\left(10+22\right)\left(10-22\right)=2\cdot19\cdot2=10,\\
x=23: &\quad \left(10-23\right)\left(10+23\right)\left(10-23\right)=1\cdot20\cdot1=10,\\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
x=27: &\quad \left(10-27\right)\left(10+27\right)\left(10-27\right)=21\cdot3\cdot2=10.
\end{aligned}$$

Соответственно генерируется пара объектных вакуумных состояний, базирующихся на указанных законах:

$$xa\left(9-\left(x+a\right)\right)-a=9=0^{*},$$
$$\left(a-x\right)\left(a+x\right)\left(a-x\right)-a=9=0^{*}.$$

Примеры такого вида инициируют идею, что «за» каждым вакуумным объектным законом может «стоять» закон генерации не только одного элемента, но и некоторых функций, среди которых есть место для фундаментальных объектных функций.

Выполняются законы на парах элементов (подтверждаемые примерами):

$$x(y-x)=y(x-y), \qquad (y-x)x=(x-y)y.$$

$$1(2-1)=4=2(1-2), \qquad (2-1)1=1=(1-2)2,$$

$$1(10-1)=17=10(1-10), \qquad (10-1)1=21=(1-10)10,$$

$$1(13-1)=25=13(1-13), \qquad (13-1)1=22=(1-13)13,$$

$$27(14-27)=16=14(27-14), \qquad (14-27)27=19=(27-14)14,\ldots$$

$$x(yx)=yx^2, \qquad (yx)x=y.$$

$$1(14\cdot 1)=12=14\cdot 7, \qquad (14\cdot 1)1=14,$$

$$25(3\cdot 25)=5=3\cdot 7, \qquad (3\cdot 25)25=3,$$

$$18(19\cdot 18)=16=19\cdot 7, \qquad (19\cdot 18)18=19,$$

$$27(1\cdot 27)=4=1\cdot 7, \qquad (1\cdot 27)27=1,\ldots$$

$$y(x+x)=x(y+y), \qquad (x+x)y=(y+y).$$

$$15(2+2)=22=2(15+15), \qquad (2+2)15=25=(15+15)2,$$

$$27(3+3)=16=3(27+27), \qquad (3+3)27=19=(27+27),$$

$$1(23+23)=15=23(1+1), \qquad (23+23)1=11=(1+1)23,$$

$$17(18+18)=17=18(17+17), \qquad (18+18)17=21=(17+17)18,\ldots$$

Специфика ситуации в том, что указанные законы не имеют места в объектных множествах

$$M^{16}, M^{25}, M^{36},\ldots$$

$$x(y-x)\neq y(x-y), \qquad (y-x)x\neq(x-y)y,$$

$$x(yx)\neq yx^2, \qquad (yx)x\neq y,$$

$$y(x+x)\neq x(y+y), \qquad (x+x)y\neq(y+y).$$

Элемент функциональной специфики триграмм

На триграммах, как и на геометрических матрицах, объектное множество S^{27} подчинено функциональным условиям

$$(ab)(ba)=ab, \qquad (ba)(ab)=ba.$$

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$13\cdot12=15, \quad 12\cdot13=11, \quad 15\cdot11=15, \quad 11\cdot15=11,$$
$$6\cdot7=2, \quad 7\cdot6=6, \quad 2\cdot6=2, \quad 6\cdot2=6,$$
$$27\cdot4=17, \quad 4\cdot27=21, \quad 17\cdot21=17, \quad 21\cdot17=21,\ldots$$

$$\begin{pmatrix}5&6&8\\4&7&1\\9&2&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}8&4&6\\3&7&5\\2&1&9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&8&5\\6&7&2\\3&9&4\end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix}8&4&6\\3&7&5\\2&1&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5&6&8\\4&7&1\\9&2&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&9&3\\2&7&6\\5&8&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&8&5\\6&7&2\\3&9&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&9&3\\2&7&6\\5&8&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&8&5\\6&7&2\\3&9&4\end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix}4&9&3\\2&7&6\\5&8&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&8&5\\6&7&2\\3&9&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&9&3\\2&7&6\\5&8&1\end{pmatrix}.$$

На других объектных множествах эти законы не выполняются:

$$M^{16}$$

$$10\cdot7=8, \quad 7\cdot10=2, \quad 8\cdot2=15, \quad 2\cdot8=15,$$
$$1\cdot2=16, \quad 2\cdot1=14, \quad 16\cdot14=11, \quad 14\cdot16=11,$$
$$3\cdot15=5, \quad 15\cdot3=1, \quad 5\cdot1=13, \quad 1\cdot5=13,\ldots$$

$$(ab)(ba)\doteq ab, \qquad (ba)(ab)\neq ba,$$
$$(ab)(ba)=(ba)(ab).$$

$$M^{25}$$

$$17\cdot11=15, \quad 11\cdot17=22, \quad 15\cdot22=9, \quad 22\cdot15=4,$$
$$5\cdot16=8, \quad 16\cdot5=5, \quad 8\cdot5=24, \quad 5\cdot8=13,\ldots$$

$$(ab)(ba)\doteq ab, \qquad (ba)(ab)\neq ba,$$
$$(ab)(ba)\neq(ba)(ab).$$

Множество триграмм специфично. Оно имеет законы, которые не реализуются на других множествах объектного типа. Эти тонкости актуально учитывать на условиях применения множеств в решении практических задач.

Эффект суммирования объектных геометрий

Спектр объектных геометрий базируется на геометрических матрицах с единым условием по строкам столбцам и диагоналям

$$ab = c \leftrightarrow cb = a.$$

Сконструируем пары геометрических матриц на разных объектных множествах и найдем их суммы. Анализ свидетельствует, что полученный объект есть магический квадрат на операции произведения.

Проиллюстрируем ситуацию:

$$M^{16}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 15 \\ 7 & 13 & 3 \\ 11 & 7 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 10 & 15 \\ 12 & 11 & 10 \\ 13 & 12 & 14 \end{pmatrix} = \underset{[12]}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 10 \\ 7 & 16 & 1 \\ 16 & 7 & 7 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 14 & 6 \\ 16 & 11 & 14 \\ 8 & 16 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 & 11 \\ 5 & 13 & 1 \\ 15 & 5 & 7 \end{pmatrix} = \underset{[12]}{\begin{pmatrix} 10 & 7 & 1 \\ 1 & 16 & 7 \\ 7 & 1 & 16 \end{pmatrix}}.$$

$$M^{25}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 17 \\ 5 & 16 & 8 \\ 20 & 6 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 22 & 16 & 15 \\ 10 & 1 & 23 \end{pmatrix} = \underset{[17]}{\begin{pmatrix} 6 & 18 & 5 \\ 12 & 17 & 22 \\ 10 & 16 & 4 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 18 & 10 \\ 22 & 16 & 15 \\ 3 & 19 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 20 & 16 & 17 \\ 25 & 6 & 21 \end{pmatrix} = \underset{[17]}{\begin{pmatrix} 7 & 5 & 21 \\ 22 & 17 & 12 \\ 13 & 10 & 3 \end{pmatrix}}.$$

$$S^{27}$$

$$\begin{pmatrix} 9 & 1 & 2 \\ 5 & 7 & 3 \\ 6 & 4 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 9 & 7 & 8 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \underset{[8]}{\begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 5 & 8 & 2 \\ 3 & 7 & 6 \end{pmatrix}}.$$

Сумма пары геометрий генерирует мультипликативный объектный магический квадрат.

Закон Диофанта-Брахмагупты-Фибоначчи в объектном множестве M^{25}

На натуральных числах выполняется закон

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac+bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2 .$$

Проверим его выполнение на элементах объектного множества M^{25}

$$\underset{a=10}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},\underset{b=2}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{c=25}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{d=11}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}}.$$

На операциях комодульного произведения и суммирования получим

$$\underset{a^2}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}}+\underset{b^2}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}}=\underset{a^2+b^2}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{c^2}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}}+\underset{d^2}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}}=\underset{c^2+d^2}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{a^2+b^2}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}}\cdot\underset{c^2+d^2}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}}=\underset{\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}}.$$

$$\underset{ac}{\begin{pmatrix} 0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0\\ 1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1 \end{pmatrix}} + \underset{bd}{\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0\\ 0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1\\ 0&0&1&0&0 \end{pmatrix}} = \underset{ac+bd}{\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0\\ 0&0&1&0&0\\ 1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{ad}{\begin{pmatrix} 0&0&0&1&0\\ 0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1 \end{pmatrix}} = \underset{bc}{\begin{pmatrix} 0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1\\ 0&0&1&0&0 \end{pmatrix}} = \underset{ad-bc}{\begin{pmatrix} 0&0&0&1&0\\ 1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1\\ 0&1&0&0&0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{(ac+bd)^2}{\begin{pmatrix} 0&0&0&1&0\\ 0&0&0&1&0\\ 1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0 \end{pmatrix}} + \underset{(ad-bc)^2}{\begin{pmatrix} 1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&1&0 \end{pmatrix}} = \underset{(ac+bd)^2+(ad-bc)^2}{\begin{pmatrix} 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0 \end{pmatrix}}.$$

$$\underset{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{\begin{pmatrix} 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0 \end{pmatrix}} = \underset{(ac+bd)^2+(ad-bc)^2}{\begin{pmatrix} 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0 \end{pmatrix}}.$$

Тонкость ситуации в том, что при модульном произведении генерируются элементы, которых нет в стандартной модели на неассоциативной операции и комодульной сумме.

Комодульное произведение существенно расширяет объектное множество, инициируя более полное и глубокое его исследование.

Однако и в такой модели свойства закона, привычного для натуральных чисел, имеют место, что дает основания называть элементы множества числами.Наличие большого количества новых алгебраических законов свидетельствует о наличии нового «языка» в математической Реальности.

Таблицы сумм и произведений для «триад» объектного множества S^{27}

Разобъем объектное множество на подмножества из 3 элементов, указав их посредством натуральных чисел

$$\theta \to (7,8,9),$$

$$a_1 \to (1,2,3), a_2 \to (4,5,6), b_1 \to (10,11,12), b_2 \to (13,14,15),$$

$$c_1 \to (16,17,18), c_2 \to (19,20,21), d_1 \to (22,23,24), d_2 \to (25,26,27).$$

Таблица сумм выглядит так:

$+$	a_1	a_2	θ	b_1	b_2	c_1	c_2	d_1	d_2
a_1	a_2	θ	a_1	c_1	d_2	d_1	b_2	b_1	c_2
a_2	θ	a_1	a_2	d_1	c_2	b_1	d_2	c_1	b_2
θ	a_1	a_2	θ	b_1	b_2	c_1	c_2	d_1	d_2
b_1	c_1	d_1	b_1	b_2	θ	d_2	a_2	c_2	a_1
b_2	d_2	c_2	b_2	θ	b_1	a_1	d_1	a_2	c_1
c_1	d_1	b_1	c_1	d_2	a_1	c_2	θ	b_2	a_2
c_2	b_2	d_2	c_2	a_2	d_1	θ	c_1	a_1	b_1
d_1	b_1	c_1	d_1	c_2	a_2	b_2	a_1	d_2	θ
d_2	c_2	b_2	d_2	a_1	c_1	a_2	b_1	θ	d_1

.

Таблица произведений такова:

$\times$	a_1	a_2	θ	b_1	b_2	c_1	c_2	d_1	d_2
a_1	θ	a_1	a_2	d_1	c_2	b_1	d_2	c_1	b_2
a_2	a_2	θ	a_1	c_1	d_2	d_1	b_2	b_1	c_2
θ	a_1	a_2	θ	b_1	b_2	c_1	c_2	d_1	d_2
b_1	d_2	c_2	b_2	θ	b_1	a_1	d_1	a_2	c_1
b_2	c_1	d_1	b_1	b_2	θ	d_2	a_2	c_2	a_1
c_1	b_2	d_2	c_2	a_2	d_1	θ	c_1	a_1	b_1
c_2	d_1	b_1	c_1	d_2	a_1	c_2	θ	b_2	a_2
d_1	c_2	b_2	d_2	a_1	c_1	a_2	b_1	θ	d_1
d_2	b_1	c_1	d_1	c_2	a_2	b_2	a_1	d_2	θ

.

Элементы конформации таблицы сумм объектных «триад» множества S^{27}

Обозначим 9 элементов натуральными числами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(1)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(2) \qquad\qquad (3)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(4) \qquad\qquad (5)$$

$$\begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix},$$

(6) (7)

$$\begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0 \end{pmatrix},$$

(8)

$$\begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}.$$

(9)

Обозначения элементов подмножеств натуральными числами соответствует таблице

1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_2	θ	a_1	c_1	d_2	d_1	b_2	b_1	c_2

.

Элементы конформации таблицы неассоциативных произведений объектных триад

Обозначим элементы конформаций латинскими буквами:

$$\underset{(a)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{(b)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(c)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{(d)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(e)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0 \end{pmatrix},$$

(f) (g)

$$\begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0 \end{pmatrix}.$$

(h) (p)

Соответствия между обозначениями и элементами подмножеств таковы:

a	b	c	d	e	f	g	h	p
θ	a_1	a_2	d_1	c_2	b_1	d_2	c_1	b_2

Анализ свидетельствует, что 18 элементов, 8 из которых обозначены натуральными числами и 8 из которых обозначены латинскими буквами, объединены между собой на матричной операции произведения.

Таблица матричных произведений элементов пары конформаций

У нас есть 18 элементов в форме матриц размерности 9×9, обозначенных числами и латинскими буквами.

Составим таблицу их матричных произведений, согласно которой данные элементы есть группа:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*p*
1	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*p*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	*c*	*a*	*b*	*h*	*g*	*d*	*p*	*f*	*e*	2	3	1	6	9	8	5	4	7
3	*b*	*c*	*a*	*f*	*p*	*h*	*e*	*d*	*g*	3	1	2	8	7	4	9	6	5
4	*g*	*e*	*p*	*a*	*f*	*b*	*d*	*c*	*h*	4	6	8	7	2	5	1	9	3
5	*h*	*d*	*f*	*p*	*a*	*g*	*c*	*e*	*b*	5	9	7	2	8	3	6	1	4
6	*p*	*g*	*e*	*c*	*d*	*a*	*h*	*b*	*f*	6	8	4	5	3	9	2	7	1
7	*d*	*f*	*h*	*g*	*b*	*e*	*a*	*p*	*c*	7	5	9	1	6	2	4	3	8
8	*e*	*p*	*g*	*b*	*h*	*c*	*f*	*a*	*d*	8	4	6	9	1	7	3	5	2
9	*f*	*h*	*d*	*e*	*c*	*p*	*b*	*g*	*a*	9	7	5	3	4	1	8	2	6
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*p*
b	3	1	2	8	7	4	9	6	5	*b*	*c*	*a*	*f*	*p*	*h*	*e*	*d*	*g*
c	2	3	1	6	9	8	5	4	7	*c*	*a*	*b*	*h*	*g*	*d*	*p*	*f*	*e*
d	7	5	9	1	6	2	4	3	8	*d*	*f*	*h*	*g*	*b*	*e*	*a*	*p*	*c*
e	8	4	6	9	1	7	3	5	2	*e*	*p*	*g*	*b*	*h*	*c*	*f*	*a*	*d*
f	9	7	5	3	4	1	8	2	6	*f*	*h*	*d*	*e*	*c*	*p*	*b*	*f*	*a*
g	4	6	8	7	2	5	1	9	3	*g*	*e*	*p*	*a*	*f*	*b*	*d*	*c*	*h*
h	5	9	7	2	8	3	6	1	4	*h*	*d*	*f*	*p*	*a*	*g*	*c*	*e*	*b*
p	6	8	4	5	3	9	2	7	1	*p*	*g*	*e*	*c*	*d*	*a*	*h*	*b*	*f*

.

Следовательно, элементы конформаций пары таблиц на суммах и произведениях имеют внутреннее согласование между собой, скрытое при анализе только внешнего проявления связи между тройками элементов.

Тройка неассоциативных суммирований на паре конформаций

У нас есть пара конформаций по 9 элементов, ассоциированных с таблицами сумм и произведений подмножеств объектного множества на обобщенных триграммах.

Конформации обозначены натуральными числами и латинскими буквами $\left[n_i, a_j\right]$.

Соответственно имеем 3 варианта их объединения:

$$\left[n_i, n_j\right], \qquad \left[n_i, a_j\right], \qquad \left[a_i, a_j\right].$$

На базе таблицы произведения этих элементов введем 3 операции суммирования:

$$n_i + n_j = n_j + n_i, \qquad n_i + a_j = a_j + n_i, \qquad a_i + a_j = a_j + n_i.$$

С предлагаемыми условиями согласуются 3 модели

$$n_i + n_j = n_i n_j n_i = n_j n_i n_j = n_j + n_i \to n_k,$$

$$n_i + a_j = n_i a_j n_i a_j = a_j n_i a_j n_i = a_j + n_i \to n_k, a_n,$$

$$a_i + a_j = \left(a_i a_j\right)\left(a_i a_j\right) = \left(a_j a_i\right)\left(a_j a_i\right) = a_j + a_i \to a_s.$$

Первая и третья модели неассоциативны, вторая модель частично ассоциативна. Подтвердим анализ примерами:

$$\begin{aligned}(4+5)+8 &= 454+8 = 3+8 = 383 = 9,\\ 4+(5+8) &= 4+585 = 4+1 = 414 = 7,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5+g)+6 &= (5g5g)+6 = a+6 = a6a6 = a,\\ 5+(g+6) &= 5+g6g6 = 5+a = 5a5a = a,\\ (5+g)+h &= (5g5g)+h = a+h = (ah)(ah) = e,\\ 5+(g+h) &= 5+(gh)(gh) = 5+b = 5b5b = a,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(c+d)+b &= (cd)(cd)+b = c+b = (cb)(cb) = a,\\ c+(d+b) &= c+(db)(db) = c+p = (cp)(cp) = h,\end{aligned}$$

Аналогично «проявляется» отсутствие дистрибутивности

$$n_i\left(a_i + a_j\right) \neq n_i a_i + n_i a_j.$$

Зависимость операций суммирования от принадлежности элементов к разным множествам есть косвенный учет «социального» расслоения в живой Реальности.

Мультипликативное «суммирование» в группе перестановок из 3 элементов

Группа перестановок из 3 элементов содержит 6 слагаемых

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{(2)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(3)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \qquad \underset{(4)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(5)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{(6)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}.$$

Элементы с номерами 1,2,3 образуют нормальную подгруппу, элементы с номерами 4,5,6 задают смежный класс.

Ассоциативная таблица матричных произведений такова:

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	1	6	4	5
3	3	1	2	5	6	4
4	4	5	6	1	2	3
5	5	6	4	3	1	2
6	6	4	5	2	3	1

Анализ свидетельствует, что мультипликативное суммирование едино для всех элементов группы перестановок на условии

$$x + y = xyx = yxy = y + x.$$

На этой операции суммирование ассоциативно. Подтвердим этот факт примерами:

$$(2 + 4) + 6 = 242 + 6 = 4 + 6 = 464 = 5,$$
$$2 + (4 + 6) = 2 + 464 = 2 + 5 = 252 = 5,$$

$$(3 + 4) + 5 = 345 + 5 = 4 + 5 = 454 = 6,$$
$$3 + (4 + 5) = 3 + 454 = 3 + 6 = 363 = 6.$$

Введенное суммирование не нарушает дистрибутивность:

$$3\,(4 + 5) = 4\,(454) = 3 \cdot 6 = 4,$$

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 5 + 6 = 565 = 4.$$

Четыре элемента $11, 12, 13, 15$ из первого множества имеют делители нуля. Представим их таблицей

×	11	12	13	15
11	13	9	11	9
12	9	12	9	15
13	1	9	13	9
15	9	15	9	12

.

Четыре элемента $17, 18, 19, 21$ из второго множества имеют делители нуля. Представим их таблицей

×	17	18	19	21
17	19	9	17	9
18	9	18	9	21
19	17	9	19	9
21	9	21	9	18

.

Четыре элемента $23, 24, 25, 27$ из второго множества имеют делители нуля. Представим их таблицей

×	23	24	25	27
23	25	9	23	9
24	9	24	9	27
25	23	9	25	9
27	9	27	9	24

.

Элементы $7, 8, 9 \leftrightarrow 1, 2, 0$. Имеем таблицы:

+	7	8	9
7	8	9	7
8	9	7	8
9	7	8	9

$\leftrightarrow$

+	1	2	0
1	2	0	1
2	0	1	2
0	1	2	0

,

×	7	8	9
7	7	8	9
8	8	7	9
9	9	9	9

$\leftrightarrow$

×	1	2	0
1	1	2	0
2	2	1	0
0	0	0	0

.

Матричное поле F_3 дополнено 3 квазиполями с 9 элементами, образуя квазиполе с 27 элементами, представляющими множество триграмм Китая.

Спектр объектных магических квадратов Ло Шу (Фэн Шуй)

Числовой магический квадрат на натуральных числах имеет такую структуру

4	9	2
3	5	7
8	1	6

.

Сумма всех чисел равна 45. Сумма элементов в строках, столбцах и по диагоналям одна: она равна числу 15.

Объектное множество S^{27} содержит 4 объектных магических квадрата в форме аналогов квадрата Ло Шу с *единым* магическим числом 9, задающим ноль (вакуумное состояние):

4	9	2
3	5	7
8	1	6

, $(A,9)$

13	9	11
12	14	7
8	10	15

, $(B,9)$

19	9	17
18	20	7
8	16	21

, $(C,9)$

25	9	23
24	26	7
8	22	27

. $(D,9)$

Объектное множество M^{36} задает полумагические квадраты с отличием по главной их диагоналям:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

, $(A,3,33)$

13	9	11
12	14	7
8	10	15

, $(B,27,2)$

19	9	17
18	20	7
8	16	21

, $(C,3,18)$

25	9	23
24	26	7
8	22	27

. $(D,9,18)$

Таблица комодульного произведения объектов S^{27}

Задача состоит в том, чтобы найти матрицы размерности 3×3 со значимыми элементами ноль и единица, обозначив объекты натуральными числами, чтобы на комодульных произведениях они соответствовали такой таблице:

×	7	8	9	1	2	3	4	5	6	11	12	13	15	17	18	19	21	23	24	25	27
7	7	8	9	1	2	3	4	5	6	11	12	13	15	17	18	19	21	23	24	25	27
8	8	7	9	5	4	6	2	1	3	13	15	11	12	19	21	17	18	25	27	23	24
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
1	1	5	9	24	11	17	13	27	19	11	17	13	19	19	13	17	1	9	1	9	5
2	2	4	9	11	18	23	21	13	25	13	25	11	23	9	2	9	4	23	11	25	13
3	3	6	9	17	23	12	25	19	15	9	3	9	6	17	23	19	25	25	19	23	17
4	4	2	9	13	21	25	18	11	23	11	23	13	25	9	4	9	2	25	13	23	11
5	5	1	9	27	13	19	11	24	17	13	19	11	17	17	11	19	13	9	5	9	1
6	6	3	9	19	25	15	23	17	12	9	6	9	3	19	25	17	23	23	17	25	19
11	11	13	9	11	13	9	11	13	9	13	9	11	9	9	11	9	13	9	11	9	13
12	12	15	9	17	25	3	23	19	6	9	12	9	15	17	25	19	23	23	19	25	17
13	13	11	9	13	11	9	13	11	9	11	9	13	9	9	13	9	11	9	13	9	11
15	15	12	9	19	23	6	25	17	3	9	15	9	12	19	23	17	25	25	17	23	19
17	17	19	9	19	9	17	9	17	19	9	17	9	19	19	9	17	9	9	17	9	19
18	18	21	9	13	2	23	4	11	25	11	25	13	23	9	18	9	21	23	13	25	11
19	19	17	9	17	9	19	9	19	17	9	19	9	17	17	9	19	9	9	19	9	17
21	21	18	9	11	4	25	2	13	23	13	23	11	25	9	21	9	18	25	11	23	13
23	23	25	9	9	23	25	25	9	23	9	23	9	25	9	23	9	25	25	9	23	9
24	24	27	9	1	11	19	13	5	17	11	19	13	17	17	13	19	11	9	24	9	27
25	25	23	9	9	25	23	23	9	25	9	25	9	23	9	25	9	23	23	9	25	9
27	27	24	9	5	13	17	11	1	19	13	17	11	19	19	11	17	13	9	27	9	24

Согласно условиям, элемент с номером 7 выполняет функцию единицы на комодульном произведении, а элемент с номером 9 есть объектный ноль на операции комодульного суммирования. Согласно таблице, множество имеет делители нуля.

Это не группа и не квазигруппа. Это замкнутое множество с новыми функциональными свойствами. Оно не замкнуто на операции комодульного суммирования. По этой причине это не поле и не квазиполе.

В то же время, это множество можно рассматривать как составную часть некоторого полного множества, образующего квазиполе порядка 27.

Алгебра флага Южной Кореи

На флаге Южной Кореи есть 4 триграммы с элементами объектного множества

$$\begin{matrix}\circ&\circ&\circ\\ \circ&\circ&\circ\\ \bullet&\bullet&\bullet\end{matrix}\to 7,\quad \begin{matrix}\bullet&\bullet&\bullet\\ \bullet&\bullet&\bullet\\ \bullet&\bullet&\bullet\end{matrix}\to 8,\quad \begin{matrix}\bullet&\bullet&\bullet\\ \circ&\circ&\circ\\ \bullet&\bullet&\bullet\end{matrix}\to 16,\quad \begin{matrix}\circ&\circ&\circ\\ \bullet&\bullet&\bullet\\ \circ&\circ&\circ\end{matrix}\to 20.$$

Их комодульные суммы и неассоциативные произведения дополняют это подмножество до подмножества из 9 элементов

+	7	8	16	20
7	8	9	17	21
8	9	7	18	19
16	17	18	20	9
20	21	19	9	16

,

×	7	8	16	20
7	7	8	16	20
8	9	7	18	19
16	19	20	7	17
20	18	16	21	7

.

Оно замкнуто на этих операциях. Получим таблицы:

+	7	8	9	16	17	18	19	20	21
7	8	9	7	17	18	16	20	21	19
8	9	7	8	18	16	17	21	19	20
9	7	8	9	16	17	18	19	20	21
16	17	18	16	20	21	19	8	9	7
17	18	16	17	21	19	20	9	7	8
18	16	17	18	19	20	21	7	8	9
19	20	21	19	8	9	7	17	18	16
20	21	19	20	9	7	8	18	16	17
21	19	20	21	7	8	9	16	17	8

,

×	7	8	9	16	17	18	19	20	21
7	7	8	9	16	17	18	19	20	21
8	8	7	9	20	19	21	17	16	18
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
16	16	20	9	7	17	21	19	8	18
17	17	19	9	17	18	9	17	19	9
18	18	21	9	21	9	18	9	18	21
19	19	17	9	19	17	9	19	17	9
20	20	16	9	8	19	18	17	7	21
21	21	18	9	18	9	21	9	21	18

.

Элементы $\begin{bmatrix}7 & 8 & 9 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21\end{bmatrix}$ образуют базовый магический квадрат в форме аналога классического квадрата Ло Шу с числами 1,2,3,4,5,6,7,8,9 :

$$\begin{pmatrix}19 & 9 & 17\\ 18 & 20 & 7\\ 8 & 16 & 21\end{pmatrix}.$$
$$[9]$$

Следовательно, флаг содержит в себе скрытую энергетику магического квадрата Ло Шу.

Алгебра флага Чоссона

Флаг Чоссона содержит 8 триграмм из книги перемен, которые являются элементами объектного множества S^{27} в форме матриц размерности 3×3, обозначенных натуральными числами:

$$\underset{(10)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(14)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(16)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(20)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(22)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(26)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{(7)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(8)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(9)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Их комодульная сумма и неассоциативное произведение одинаково достаточны для генерации всего объектного множества S^{27}. Имеем таблицы:

+	7	8	9	10	14	16	20	22	26
7	8	9	7	11	15	17	21	23	27
8	9	7	8	12	13	18	19	24	25
9	7	8	9	10	14	16	20	22	26
10	11	12	10	14	9	25	5	19	2
14	15	13	14	9	10	1	23	4	17
16	17	18	16	25	1	20	9	13	6
20	21	19	20	5	23	9	16	3	1
22	23	24	22	19	4	13	3	26	11
26	27	25	26	2	7	6	1	9	22

,

×	7	8	9	10	14	16	20	22	26
7	7	8	9	10	1	16	20	22	26
8	9	7	8	12	13	18	19	24	25
9	8	9	7	11	15	17	21	23	27
10	13	14	15	7	11	2	24	5	18
14	12	10	11	15	7	26	6	20	3
16	19	20	21	6	24	7	17	1	12
20	18	16	17	26	2	21	7	14	4
22	25	26	27	3	18	4	12	7	23
26	24	22	23	20	5	14	1	27	7

.

Начальное множество замкнуто на комодульном произведении мест значимых элементов в соответствующих строках, образуя группу.

Генерация полного объектного множества из 27 элементов, как на суммировании, так и на произведении, свидетельствует о «гармонии» подмножества из 8 элементов, дополненных «нулем» с номером 9, и его достаточности для учета и применения всех возможностей, которые представляет данный подход к Реальности.

Обилие и нетривиальность законов, ассоциированных с данным объектным множеством, свидетельствует о физиологическом и энергетическом могуществе Чоссона.

Специфика объектных магических квадратов на комодульной сумме

Рассмотрим объектное множество, состоящее из 9 элементов

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$
$$(1)\qquad(2)\qquad(3)\qquad(4)\qquad(5)\qquad(6)$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}.$$
$$(7)\qquad(8)\qquad(9)$$

Таблица комодульного суммирования элементов такова:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

.

При выборке элементов для их сумм согласно структуре указанных матриц имеем спектр объектных магических квадратов с магическим числом 9, таковы и суммы в строках:

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&9&4\\5&3&7\\8&6&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&9&6\\4&1&7\\8&5&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&9&2\\3&5&7\\8&1&6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5&8&2\\1&4&7\\9&3&6\end{pmatrix},\ldots$$

В модели на натуральных числах магический квадрат задает только китайская матрица Ло Шу с магическим числом 15 и числом 4 на первом месте в таблице.

Объектные матрицы задают свойства объектов, они выходят за границы свойств чисел.

Приложение группы знаков в объектном множестве S^{27}

Элементы объектного множества триграмм заданы матрицами размерности 3×3 с числами 0,1. Принимая гипотезу, что они отображают (под управлением операциями) спектр законов объективной и живой Реальности, мы не только вправе, но мы обязаны учесть то, что есть знаки, они образуют группы на операции произведения и на операции суммирования.

На матрицах размерности 3×3 группа знаков имеет порядок 8:

+	+	+	−	−	−	+	−
+	+	−	+	−	+	−	−
+	−	+	+	+	−	−	−

.

Соответственно могут и должны быть изменены элементы объектных множеств и итоги их взаимных отношений в форме алгебраических законов. К операционным переменам матриц на комодульных и неассоциативных операциях мы обязаны выполнить перемены знаков н операциях для них. Мультипликативное изменение знаков сохраним в привычном виде, а для аддитивного изменения применим две модели: итог суммирования пусть зависит от критерия приоритета. Если приоритет отдан первому знаку, он соответствует суммированию, если он отдан второму знаку, тогда он соответствует суммированию. Следуя принятому подходу, мы вводим в расчетную модель бинарность знаковых расчетов и ситуаций.

Проиллюстрируем предлагаемый алгоритм знакового расширения примером:

$$\underset{(15)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}}\underset{(2)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}+\underset{(2)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}\underset{(15)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}}=\underset{(21)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}}+\underset{(17)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}=\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(15^*)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&-1&0\\0&-1&0\end{pmatrix}}\underset{(2^*)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&-1\\1&0&0\end{pmatrix}}+\underset{(2^*)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&-1\\1&0&0\end{pmatrix}}\underset{(15^*)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&-1&0\\0&-1&0\end{pmatrix}}=\underset{(21^*)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-1&0\end{pmatrix}}+\underset{(17^*)}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}}=\underset{(8^*)}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&-1&0\end{pmatrix}}.$$

В указанной ситуации аддитивность знаков проиллюстрирована на одинаковых знаках.
В более общей ситуации требуется учитывать бинарность в суммах знаков:

$$+(+)+=+,\qquad \begin{cases}\alpha \to +(+)-=+,-(+)+=-,\\ \beta \to +(+)-=-,-(+)+=+,\end{cases}\qquad -(+)-=-.$$

Знаковое расширение объектных моделей, в границах предложенного алгоритма, имеет «фундамент» в форме алгебраических моделей только на знаках «плюс».

Физические изделия из элементов объектного множества S^{27}

Назовем физическим изделием объединение элементов объектного множества в систему со спектром функциональных свойств.

Например, найдем произведения элемента множества с элементами некоторой конформации. Далее перемножим полученную пару элементов. Анализ свидетельствует, что реализуемые последовательности элементов цикличны. На комбинаторном произведении есть крайняя пара, произведение которых генерирует базовый, первичный элемент. В ряду элементов есть 5 элементов, повторяющихся в столбце значений. Кроме этого, сумма элементов каждого столбца есть объектный ноль. Реализуется дополнительное свойство: сумма повторяющегося элемента и базового элемента одинакова в разных ситуациях.

Так получается объединение циклических мультипликативных последовательностей с тем элементом, который является аналогом «физического ядра» получаемой конструкции.

Представим несколько физических изделий с указанными свойствами:

$$\overset{ks}{+}\rightarrow \begin{matrix} 4 & 16 & 12 & 2 & 20 & 15 & 24 \\ 4 & 17 & 10 & 2 & 19 & 4 & 22 \\ 4 & 18 & 11 & 2 & 2 & 13 & 23 \\ 4 & 19 & 26 & 2 & 17 & 22 & 14 \\ 4 & 20 & 27 & 2 & 16 & 24 & 15 \\ 4 & 21 & 25 & 2 & 18 & 23 & 13 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 & 16 \\ 4 & 17 \\ 4 & 18 \\ 4 & 19 \\ 4 & 20 \\ 4 & 21 \end{matrix},$$

$$\overset{k}{\times}\rightarrow \begin{matrix} 4 & 16 & 22 & 1 & 19 & 25 \\ 4 & 17 & 23 & 1 & 21 & 27 \\ 4 & 18 & 24 & 1 & 20 & 26 \\ 4 & 19 & 15 & 1 & 16 & 11 \\ 4 & 20 & 13 & 1 & 18 & 10 \\ 4 & 21 & 14 & 1 & 17 & 12 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 & 16 & 22 \\ 4 & 17 & 23 \\ 4 & 18 & 24 \\ 4 & 19 & 15 \\ 4 & 20 & 13 \\ 4 & 21 & 14 \end{matrix},$$

$$\overset{k}{\times}\rightarrow \begin{matrix} 4 & 12 & 17 & 1 & 14 & 21 \\ 4 & 23 & 12 & 1 & 27 & 14 \\ 4 & 1 & 22 & 1 & 19 & 25 \\ 4 & 2 & 5 & 1 & 6 & 3 \\ 4 & 7 & 1 & 1 & 7 & 4 \\ 4 & 20 & 13 & 1 & 18 & 10 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 & 12 & 17 \\ 4 & 23 & 12 \\ 4 & 16 & 22 \\ 4 & 2 & 5 \\ 4 & 7 & 1 \\ 4 & 20 & 13 \end{matrix},\ldots$$

Циклические свойства физических изделий имеют место как при воздействии одного элемента на элементы конформации, так и при аналогичном влиянии на хаотический набор элементов.

При ограничении расчета отдельным циклическим звеном, мы получаем некую модель в форме объектных атомов с единичным элементом в центре и с 6 периферическими звеньями.

Если же продолжать расчет далее, получается аналог цепи с одинаковыми элементами.

Специфика объектного множества M^{25}

Матрицы, посредством которых задаются элементы объектного множества, имеют одинаковые значения, которые равны единице на каждом из мест в матрицах. Этот метод применен для того, чтобы исследовать общие свойства и стороны системы объектов без учета ряда деталей, которые задаются величинами. В частности, так учитывается независимость от пространственных размеров, а также от «могущества» исследуемых объектов. Конечно, так формулируется качественно новая задача: найти законы, которые не зависят от индивидуальных свойств объектов, таких как размеры и величины, которые задают их жизненные свойства.

По сути дела, учитывается только структурность объектов и наличие отношений между ними. Они могут иметь разную размерность и разные виды взаимных отношений.

С математической точки зрения для решения задачи в такой постановке требуется найти множества матриц, которые могут иметь любую конечную размерность, а также учесть требование, что это множество должно быть замкнуто относительно ассоциативной операции суммирования и неассоциативной операции произведения.

В частности, это могут быть, соответственно, операции структурного суммирования и операция комбинаторного произведения. Они обозначаются в модели символами суммы и произведения.

Конечно, не исключаются и не запрещаются другие операции суммирования и произведения. Их наличие и анализ дополнит то, что получается, если применяются указанные операции суммирования и произведения.

Сконструируем систему, состоящую из матриц размерности 5:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применим к ним операцию трансляции значимых мест. Проиллюстрируем ее примером

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \ldots$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

На указанной операции имеем систему матриц размерности 5:

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(2)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(3)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(4)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(5)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(6)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(7)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(9)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(10)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(11)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(12)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(13)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(14)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(15)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(16)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(17)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(18)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(19)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(20)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(21)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(22)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(23)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(24)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(25)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}}.$$

По строкам расположены 5 подмножеств объектного множества, каждое из которых заполняет все значимые места в матрицах своей размерности. Мы имеем 5 конформаций.

Они едины с позиции их трансляционного конструирования. Кроме этого, как легко проверить, они образуют замкнутую систему на матричном произведении.

Матрицы обозначены номерами для удобства их представления в таблицах произведений и комбинаторного суммирования.

Идея генерации системы отношений между объектами основана на номерах значимых мест в системе матриц. В зависимости от того, как они расположены друг к другу, а также в зависимости от алгоритма сопоставления паре элементов третьего элемента зависит таблица отношений, которую можно рассматривать как программу функционального поведения в системе объектов.

Представим номера значимых элементов таблицей:

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 13 & 19 & 25 \\ 1 & 10 & 14 & 18 & 22 \\ 1 & 9 & 12 & 20 & 23 \\ 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 1 & 8 & 15 & 17 & 24 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 8 & 14 & 20 & 21 \\ 2 & 6 & 15 & 19 & 23 \\ 2 & 10 & 13 & 16 & 24 \\ 2 & 7 & 12 & 17 & 22 \\ 2 & 9 & 11 & 18 & 25 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 9 & 15 & 16 & 22 \\ 3 & 7 & 11 & 20 & 24 \\ 3 & 6 & 14 & 17 & 25 \\ 3 & 8 & 13 & 18 & 23 \\ 3 & 10 & 12 & 19 & 21 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 10 & 11 & 17 & 23 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 25 \\ 4 & 7 & 15 & 18 & 21 \\ 4 & 9 & 14 & 19 & 24 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 & 6 & 12 & 18 & 24 \\ 5 & 9 & 13 & 17 & 21 \\ 5 & 8 & 11 & 19 & 22 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \\ 5 & 7 & 14 & 16 & 23 \end{vmatrix}.$$

Выбор отношений основан на расположении элементов в строках. Так, например, получим

$$\begin{vmatrix} 1 & \times & 7 & = & 13 \\ 1 & \times & 10 & = & 14 \\ 1 & \times & 9 & = & 12 \\ 1 & \times & 6 & = & 11 \\ 1 & \times & 8 & = & 15 \end{vmatrix}.$$

Возможен выбор разных значений для одной пары элементов в зависимости от того, какой строке придается статус выбора итогового значения

$$\begin{vmatrix} 13 & \times & 15 & = & 16 \\ 13 & \times & 15 & = & 9 \\ 13 & \times & 15 & = & 18 \\ 13 & \times & 15 & = & 20 \\ 13 & \times & 15 & = & 8 \end{vmatrix}.$$

В отдельном блоке произведения могут конструироваться по следующему элементу, стоящему после пары предыдущих элементов:

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 12 & 18 & 24 \\ 5 & 9 & 13 & 17 & 21 \\ 5 & 8 & 11 & 19 & 22 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \\ 5 & 7 & 14 & 16 & 23 \end{vmatrix}.$$

«Программное» произведение по строкам генерирует одну из таблиц отношений:

k $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
2	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
3	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
4	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
5	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
6	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
7	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
8	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
9	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
10	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
11	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
12	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
13	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18

k $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
15	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
16	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
17	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
18	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
19	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
20	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
21	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
22	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
23	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
24	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
25	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16

$\overset{k}{\times}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	17	19	21	23	25	22	24	7	3	5	2	4
2	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
3	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
4	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
5	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
6	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
7	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
8	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
9	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
10	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
11	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
12	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
13	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2

$\overset{k}{\times}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
15	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
16	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
17	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
18	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
19	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
20	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
21	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
22	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
23	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
24	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
25	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5

Это произведение некоммутативное и оно частично ассоциативно. Проиллюстрируем эти свойства:

$$2\cdot 3=9, 3\cdot 2=6, 5\cdot 6=12, 6\cdot 5=9,$$

$$(14\cdot 2)3=6, 14(2\cdot 3)=6, (18\cdot 12)10=14, 18(12\cdot 10)=18, \ldots$$

Некоммутативность и неассоциативность потребуются нам для описания возможностей информационного обмена между исследуемыми структурными объектами.

Дополнительно введем в практику модели авторитарных операций. Определим их как алгоритм перемены системы отношений между объектами согласно намерению или воле некоторого внешнего фактора. Это фактор может не учитывать ни предыдущую практику, ни объективные условия существования и взаимодействия объектов.

Представим один из вариантов авторитарного суммирования, который удобно сравнивать с последующей операцией структурного суммирования:

$\overset{a}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	12	13	14	15	11	2	3	4
2	23	24	25	21	22	13	14	15	11	12	3	4	5
3	24	25	21	22	23	14	15	11	12	13	4	5	1
4	25	21	22	23	24	13	11	12	13	14	5	1	2
5	21	22	23	24	25	11	12	13	14	15	1	2	3
6	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16	7	8	9
7	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17	8	9	10
8	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18	9	10	6
9	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19	10	6	7
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	6	7	8
11	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
12	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
13	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11

$\overset{a}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
16	7	8	9	10	6	22	23	24	25	21	17	18	19
17	8	9	10	6	7	23	24	25	21	22	18	19	20
18	9	10	6	7	8	24	25	21	22	23	19	20	16
19	10	6	7	8	9	25	21	22	23	24	20	16	17
20	6	7	8	9	10	21	22	23	24	25	16	17	18
21	17	18	19	20	16	2	3	4	5	1	22	23	24
22	18	19	20	16	17	3	4	5	1	2	23	24	25
23	19	20	16	17	18	4	5	1	2	3	24	25	21
24	20	16	17	18	19	5	1	2	3	4	25	21	22
25	16	17	18	19	20	1	2	3	4	5	21	22	23

a +	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	5	1	7	8	9	10	6	17	18	19	20	16
2	1	2	8	9	10	6	7	18	19	20	16	17
3	2	3	9	10	6	7	8	19	20	16	17	18
4	3	4	10	6	7	8	9	20	16	17	18	19
5	4	5	6	7	8	9	10	16	17	18	19	20
6	10	6	22	23	24	25	21	2	3	4	5	1
7	6	7	23	24	25	21	22	3	4	5	1	2
8	7	8	24	25	21	22	23	4	5	1	2	3
9	8	9	25	21	22	23	24	5	1	2	3	4
10	9	10	21	22	23	24	25	1	2	3	4	5
11	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
12	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
13	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23

a +	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
15	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	20	16	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1
17	16	17	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2
18	17	18	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3
19	18	19	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4
20	19	20	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
21	25	21	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6
22	21	22	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7
23	22	23	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8
24	23	24	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9
25	24	25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Естественно, что введенное нами авторитарное суммирование будет генерировать новые функциональные законы. Ниоткуда не следует, что привычная для практики система отношений максимально полезна и эффективна. У неё могут быть свои достоинства и недостатки, которые подтверждаются только практикой жизни. Однако даже формальное наличие пары суммирований позволяет расширить рассматривать спектр функциональных условий, которые полностью или частично выполняются в границах объектного многообразия.

Структурное суммирование определено так: суммируются по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц, номера мест значимых элементов по строкам матриц. Такой подход достаточно необычен, однако он не выводит модель за рамки системы конформаций.

Представим стандартную таблицу структурного суммирования:

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10
2	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6
3	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7
4	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8
5	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9
6	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23
7	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24
8	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25
9	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21
10	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22
11	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4
12	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5
13	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1

,

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2
15	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3
16	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
17	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11
19	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
21	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19
22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20
23	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16
24	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17
25	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18

,

$\overset{st}{+}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
2	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12
3	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
4	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	4
5	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
6	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
7	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1
8	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
9	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
10	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
11	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16
12	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
13	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18

,

$\overset{st}{+}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
15	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
16	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
17	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
18	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
20	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7
22	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
23	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
24	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
25	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6

.

Таблица не только удобна для применений. Она позволяет получить качественно новые функциональные условия и результаты, относящиеся к структуре и свойствам алгебр.

Заметим, что на этой основе обнаруживаются новые грани теории перестановок.

Например, обратим внимание на вариант ожидаемой и объективной аналогии в связях и переменах матриц.

При трансляционной операции значимые элементы сдвигаются в каждой строке по заданному алгоритму.

При матричной операции базовая матрица рассматривается в разных степенях. Анализ показал, что в некоторых случаях обе указанные операции генерируют одни и те же множества.

Проиллюстрируем различие этих операций на конкретном примере. Трансляционная операция может генерировать цикл:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ldots$$

Та же исходная матрица при многократном матричном произведении генерирует группу:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Отметим специфику этой циклической группы. Количество матриц в данном случае больше размерности матриц. Кроме этого, значимые элементы не образуют одной конформации. Это пара незавершенных конформаций.

Однако множество размерности 5 имеет такие множества, у которых трансляционная и матричная операция генерирую одинаковый результат. Их мы находим в представленном ранее множестве. Таковы конформации A, B, C, D.Здесь $A-$циклическая группа, $A+B-$ группа диэдра.

Все элементы в совокупности образуют метациклическую группу порядка 20 (группу Фробениуса). Именно эти группы являются единственными транзитивными группами в группе перестановок из 5 элементов.

Укажем несколько циклических групп порядка 5 на группе перестановок из 5 элементов:

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Все эти группы не получаются при действии трансляционной операции над исходной матрицей. По этой причине можно понять, что они не относятся к категории транзитивных групп. Эти группы коммутативны и потому разрешима. Заметим, что группа перестановок из 5 элементов содержит много циклических групп малого порядка.

Ситуация операционно и функционально обогащается при расширении спектра операций. Это естественно с физической точки зрения, так как Реальность предъявляет ряд отношений и взаимодействий, для описания которых всегда будет недостаточно того, что мы имеем в распоряжении сегодня.

Комбинаторное произведение строк на строки задается таблицей:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
2	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
3	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
4	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
5	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
7	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
8	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14
9	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
10	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6
12	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
13	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
14	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
15	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
17	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
20	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
23	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18
24	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
25	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16

Аналогично комбинаторным произведениям имеем таблицу матричных произведений:

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
2	2	3	4	5	1	10	6	7	8	9	14	15	11	12	13	16	17	18	19	20	23	24	25	21	22
3	3	4	5	1	2	9	10	6	7	8	12	13	14	15	11	16	17	18	19	20	25	21	22	23	24
4	4	5	1	2	3	8	9	10	6	7	15	11	12	13	14	16	17	18	19	20	22	23	24	25	21
5	5	1	2	3	4	7	8	9	10	6	13	14	15	11	12	16	17	18	19	20	24	25	21	22	23

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	23	24	25	21	22	16	17	18	19	20	14	15	11	12	13
7	7	8	9	10	6	5	1	2	3	4	21	22	23	24	25	16	17	18	19	20	11	12	13	14	15
8	8	9	10	6	7	4	5	1	2	3	24	25	21	22	23	16	17	18	19	20	13	14	15	11	12
9	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14
10	10	6	7	8	9	2	3	4	5	1	25	21	22	23	24	16	17	18	19	20	12	13	14	15	11

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	11	12	13	14	15	25	21	22	23	24	7	8	9	10	6	16	17	18	19	20	1	2	3	4	5
12	12	13	14	15	11	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9	16	17	18	19	20	3	4	5	1	2
13	13	14	15	11	12	23	24	25	21	22	8	9	10	6	7	16	17	18	19	20	5	1	2	3	4
14	14	15	11	12	13	22	23	24	25	21	6	7	8	9	10	16	17	18	19	20	2	3	4	5	1
15	15	11	12	13	14	21	22	23	24	25	9	10	6	7	8	16	17	18	19	20	4	5	1	2	3

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	16	17	18	19	20	20	16	17	18	19	16	17	18	19	20	16	17	18	19	20	16	17	18	19	20
17	17	18	19	20	16	19	20	16	17	18	19	20	16	17	18	16	17	18	19	20	18	19	20	16	17
18	18	19	20	16	17	18	19	20	16	17	17	18	19	20	16	16	17	18	19	20	20	16	17	18	19
19	19	20	16	17	18	17	18	19	20	16	20	16	17	18	19	16	17	18	19	20	17	18	19	20	16
20	20	16	17	18	19	16	17	18	19	20	18	19	20	16	17	16	17	18	19	20	19	20	16	17	18

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	21	22	23	24	25	15	11	12	13	14	1	2	3	4	5	16	17	18	19	20	7	8	9	10	6
22	22	23	24	25	21	14	15	11	12	13	4	5	1	2	3	16	17	18	19	20	9	10	6	7	8
23	23	24	25	21	22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	16	17	18	19	20	6	7	8	9	10
24	24	25	21	22	23	12	13	14	15	11	5	1	2	3	4	16	17	18	19	20	8	9	10	6	7
25	25	21	22	23	24	11	12	13	14	15	3	4	5	1	2	16	17	18	19	20	10	6	7	8	9

Она сущностно отличается от таблицы комбинаторных произведений.

Заключение

Факты, представленные в этой главе, иллюстрируют не только дополнительность выводов и следствий объектной математики к итогам и результатам привычной, ассоциативной математики, они инициируют новые исследования, и указывают также новые перспективы.

Вероятно, можно говорить о приближении анализа к реальным взаимодействиям и новым системам отношений.

С одной стороны, мы замечаем конструктивность и согласованность конечной системы матриц со сложной структурой. В частности, алгоритмы их самовоздействия достаточны для формирования периферической оболочки, аналогичной «ядру» изделия, что приближает расчет к закону деления клеток.

Тот факт, что взаимодействие имеет неассоциативную грань, свидетельствует о наличии возможности не только телесного, но и информационного взаимодействия между базовыми слагаемыми, из которых изготовлено большинство изделий Реальности. Но тогда следует значительно более глубоко и тщательно исследовать и эволюцию, и динамику, и отношения, и структуры.

Установленный факт наличия счетного множества операций, в том числе и операций неассоциативного типа, естественно трактовать как наличие счетного множества «языков» для общения между объектами, что инициирует решение проблем их изучения для того, чтобы достигать взаимопонимания и взаимной помощи в направлении развития жизни и служения Вселенной.

Поскольку Чувства и Сознания функционируют на системе базовых телесных и духовных изделий, стоит задача создать их алфавиты и тексты идентификации и управления. К решению этих проблем в настоящее время пригодны модели объектных множеств, которые уже, на начальной стадии, соединяют телесные и информационные отношения в единый и не единственный «комплекс».

Объектная математика принимает наличие и фундаментальность духовной практики для каждого изделия и катализирует деятельность в направлении ее изучения и развития.

Конкретная реализация усилий в этом направлении проиллюстрирована в этой главе на примере объектного множества триграмм. 8 триграмм из китайской Книги Перемен записаны в матрицах и дополнены ещё 19 триграммами. Следуя духу восточной философии и развивая его решен ряд задач, иллюстрирующих полезность предлагаемого подхода.

С другой стороны, анализ функциональных законов в объектных множествах доказывает безграничность связей и отношений в конечных множествах, что подсказывает нам поиск новых путей и решений, если мы попали в «сеть» жизненных проблем. Мы все конечны по структуре, но бесконечны и безграничны, следуя законам объектных множеств, наши дела и возможности. Понятно, что не все так просто и не так уж легко. Главное, что нет границ для перемен к лучшему.

Приложение моделей объектных множеств к решению задач естествознания позволяет улучшить и постановку, и качество итогов. В главе даны модели объектных проективных и аффинных геометрий с условиями их взаимных превращении и операционных связей. Это уже не точки и визуально ощущаемые линии, а реальные объекты и взаимодействия между ними.

Многие из полученных в этой главе законов выходят за границы привычной логики, базирующейся на многолетней практике оценки ситуаций и выводов по критериям системы классических чисел.

Объектная математика инициирует сущностное обобщение моделей и концепции логик.

УРОКИ

ОТНОШЕНИЙ

Введение

Есть объекты. Они разные, их много. И свойства у них разные, и их тоже много. Более того, все объекты по-своему живые. Это разные жизни и в разных условиях.

Практика жизни инициирует такую задачу: требуется математика, хотя бы в начальном виде, достаточная хотя бы для частичного описания системы разных объектов в сочетании с законами и условиями их жизни.

В этой главе представлены и частично проанализированы модели объектных множеств. Они заданы конечным набором матриц со сложной структурой разной размерности, который замкнут на спектре ассоциативных и неассоциативных операций. Среди них есть также и многократные, и многоуровневые операции.

Принята и проиллюстрирована примерами точка зрения, что на основе множеств такого типа могут быть описаны не только телесные, физиологические взаимодействия, с которыми принято работать в границах ассоциативной математики, но и информационные отношения в форме действующих Сознаний и Чувств с применением неассоциативной математики.

Модели объектных множеств не только неассоциативны, они еще и некоммутативны, что усложняет решение задач, но инициирует представленную возможность функциональной или иной компенсации некоммутативности. Задачи усложняются еще и потому, что теперь не выполняются условия дистрибутивности, привычные для моделей векторных пространств.

Привычные для теории алгебраические уравнения на классических числах и операциях теперь дополнены объектными их аналогами со сложными матрицами и со спектром разных операций, предоставляя не только материал для исследований, но и иллюстрируя понятную из практики сложность Реальности, частично «охватываемую» новыми моделями.

Фундаментальное отличие объектных алгебраических уравнений от моделей на числах из классического репертуара состоит в том, что их элементы могут быть на любом этапе заданы функциями, обобщая привычный анализ и его следствия.

В главе указаны нелиевы, нелинейные алгебры Мальцева и Сейгла, а также объектное обобщение алгебры Акивиса для квазигрупп. Представлен ряд объектных квазигрупповых циклических равенств, которые обобщают модели Муфанг, Бола, Брака-Тойоды. Рассмотрены квазигруповые равенства на 5 элементах. Представлены бинарные объектные три-ткани в форме физических изделий.

Исследованы с объектной точки зрения конфигурации Томсена и Рейдемейстера, которые дополняют конфигурации Паппа и Дезарга.

Предложена модель многослойной объектной ткани.

Дано функциональное представление возможной модели 4 предзарядов, требуемых в теории структурных атомов и молекул Света и Гравитации.

Рассмотрена модель вторичных квазиполей, часть которых базируется на первичной их модели.

Впервые сконструированы представления для квазиполей и для подмножеств объектных множеств. Введены зеркальные объектные функции и частично проанализированы их свойства и применения в качестве решений объектных динамических уравнений с когомологической структурой.

Выполнено расширение производной Ли до их триады в объектном множестве на тройке действующих операций.

Проиллюстрировано также функциональное различие нечетного и четного количества элементов в алгебраических уравнениях объектной теории.

Объектное множество M^{36}

Практика убедила нас в том, что тела могут быть подчинены ассоциативной математике, а сознанию присуща неассоциативная математика, посредством которой естественно описывается активный обмен информацией. Чувства, выполняющие функцию связи между телами и сознаниями, могут и должны управляться частично ассоциативной математикой. Эти аспекты практики индуцируют потребность в решении проблемы связи между указанными разделами математики и её приложениями в решении прикладных задач.

Одна из проблем состоит в том, чтобы разобраться, *могут ли физические тела внутренним образом генерировать сознание и чувства.*

С математической точки зрения эта задача сводится к проблеме генерации неассоциативных или частично ассоциативных множеств, согласованных, по меньшей мере, с парой ассоциативных множеств. Рассмотрим такую возможность, применив в качестве операций стандартную матричную операцию и операцию суммирования мест значимых элементов по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц.

Примем в качестве базового множества объекты 4 систем конформаций, обозначим их натуральными числами:

$$1\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$5\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},6\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},7\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},8\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$9\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},10\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},11\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},12\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$13\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},14\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},15\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},16\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Проанализируем действие на множестве пары «смешанных» произведений:

$$a*b(+)=(a+b)\times b, a*b(\times)=(a\times b)+b.$$

Следуя указанным правилам, получим таблицы введенных «сумм» и «произведений»:

$(x*y)(+)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	12	14	12	12	16	12	16	9	10	11	12	15	14	13	16
2	11	14	11	14	15	9	15	9	9	10	11	12	13	16	15	14
3	16	10	16	10	10	14	10	14	9	10	11	12	15	14	13	16
4	9	13	9	13	13	11	13	11	9	10	11	12	13	16	15	14
5	10	13	10	13	16	12	16	12	9	10	11	12	15	14	13	16
6	15	11	15	11	11	13	11	13	9	10	11	12	13	16	15	14
7	12	15	12	15	14	10	14	10	9	10	11	12	15	14	13	16
8	13	9	13	9	9	15	9	15	9	10	11	12	13	16	15	14
9	6	8	6	8	8	8	8	8	9	10	11	12	11	10	9	12
10	3	3	3	3	3	1	3	1	9	10	11	12	9	12	11	10
11	8	6	8	6	6	6	6	6	9	10	11	12	11	10	9	12
12	1	1	1	1	1	3	1	3	9	10	11	12	9	12	11	10
13	2	4	2	4	4	4	4	4	9	10	11	12	11	10	9	12
14	7	7	7	7	7	5	7	5	9	10	11	12	9	12	11	10
15	4	2	4	2	2	2	2	2	9	10	11	12	11	10	9	12
16	5	5	5	5	5	7	5	7	9	10	11	12	9	12	11	10

,

$(x*y)(\times)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	16	14	16	14	16	14	16	10	12	10	12	10	12	10	12
2	11	11	11	11	9	9	9	9	10	12	10	12	12	10	12	10
3	16	14	16	14	16	14	16	14	10	12	10	12	10	12	10	12
4	9	9	9	9	11	11	11	11	10	12	10	12	12	10	12	10
5	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12
6	15	15	15	15	13	13	13	13	10	12	10	12	12	10	12	10
7	12	10	12	10	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12
8	13	13	13	13	15	15	15	15	10	12	10	12	12	10	12	10
9	6	4	6	4	2	8	2	8	10	12	10	12	14	16	14	16
10	3	7	3	7	5	1	5	1	10	12	10	12	16	14	16	14
11	8	2	8	2	4	6	4	6	10	12	10	12	14	16	14	16
12	1	5	1	5	7	3	7	3	10	12	10	12	16	14	16	14
13	2	8	2	8	6	4	6	4	10	12	10	12	14	16	14	16
14	7	3	7	3	1	5	1	5	10	12	10	12	16	14	16	14
15	4	6	4	6	8	2	8	2	10	12	10	12	14	16	14	16
16	5	1	5	1	3	7	3	7	10	12	10	12	16	14	16	14

.

Таблицы эти некоммутативны и частично ассоциативны. Следовательно, ассоциативная пара операций «способна» внутренним образом генерировать пару частично ассоциативных множеств на исходной системе объектов.

Другими словами, система объектов приобретает новое качество: получает свойства, присущие информационному обмену или чувствам.

Согласно первой таблице система сумм обнаруживает неассоциативные свойства:

$$(8+11)+2=6, 8+(11+2)=15,$$
$$(8+10)+3=3, 8+(10+3)=13,$$
$$(8+9)+4=15, 8+(9+4)=8...$$

Аналогичные свойства на операции произведения есть у второй таблицы:

$$(8\times 11)\times 2=6, 8\times(11\times 2)=15,$$
$$(8\times 10)\times 3=3, 8\times(10\times 3)=13,$$
$$(8\times 9)\times 4=15, 8\times(9\times 4)=8...$$

Модель, в которой реализуется объединение рассматриваемых неассоциативных операций, на этих элементах не только ассоциативна, но и дает одинаковые значения:

$$(8\circ 11)\circ 2=14, 8\circ(11\circ 2)=14,$$
$$(8\circ 10)\circ 3=14, 8\times(10\times 3)=14,$$
$$(8\circ 9)\circ 4=14, 8\circ(9\circ 4)=14...$$

Системы имеют множество функциональных свойств:

$$x+(y\times x)=x\times y\times y\times x\rightarrow 2+(8\times 2)=2\times 8\times 8\times 2=13,$$
$$(x+y)\times x=x\times y\times x\rightarrow(2+8)\times 2=2\times 8\times 2=4,...$$
$$zf(x,y,z)=f(x,y,zz)\rightarrow x=3, y=7, z=15,...$$
$$(x+(y\times x))^2=((x+y)\times x)^2\rightarrow x=1, y=2,$$
$$x^2+(y^2\times x^2)=(x^2+y^2)\times x^2, x+(y\times x)\neq(x+y)\times x\rightarrow x=5, y=13,$$
$$(x+(y\times x))(y^2+(x^2+y^2))=((x+y)\times x)((y^2+x^2)\times y^2)\rightarrow x=7, y=8.$$

Выполняются законы типа Брахмагупты:

$$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=\begin{cases}(cd)^2(ab)^2,\\(ac+bd)^2+(ad+bc)^2...\end{cases}\rightarrow a=7, b=1, c=10, d=15.$$

На этих же элементах выполняется циклический закон

$$af(b,c,d)-bf(c,d,a)+cf(d,a,b)-df(a,b,c)=0,$$
$$f(a,b,c)=a(bc)+b(ca)+c(ab).$$

Для функции $\varphi(a,b) = ab + ba$ на указанных элементах имеет место закон

$$\left(ab\varphi(c,d)\right)\left(bc\varphi(d,a)\right)\left(cd\varphi(a,b)\right)\left(da\varphi(b,c)\right) = abcd.$$

Следовательно, неассоциативные операции индуцируют на базовой системе объектов систему новых нелинейных законов, которые указывают на изменение условий равновесия в системах, состоящих из конечного числа объектов. Рассматриваемые новые операции могут быть инициированы внешними или внутренними условиями. Между объектами есть также соотношения по законам, ассоциированных с их самовоздействием.

Пара элементов имеет также сложную систему законов. Например, имеет место «сплетение» кос

$$\left((x+y)x(x+y)\right)^k = \left(x(x+y)x\right)^k.$$

В частности, получим

$$\left((x+y)x(x+y)\right)^2 = \left(x(x+y)x\right)^2 \to x = 16, y = 2, x + y = 5,$$

$$\left((x+y)x(x+y)\right)^4 = \left(x(x+y)x\right)^4 \to x = 2, y = 15, x + y = 15.$$

Норма «сплетения» кос может измениться, если поменять порядок расположения базовых элементов

$$\left((x+y)x(x+y)\right)^4 = \left(x(x+y)x\right)^4 \to x = 1, y = 2, x + y = 12,$$

$$\left((x+y)x(x+y)\right)^2 = \left(x(x+y)x\right)^2 \to x = 2, y = 1, x + y = 11.$$

Есть элементы, которые не укладываются в модель «сплетения» кос:

$$x = 1, y = 13, x + y = 15,$$
$$x = 13, y = 1, x + y = 2.$$

Анализ показал, что ассоциативные множества «одинаковы» своей простотой, а неассоциативные множества «одинаковы» своей сложностью. Чем больше элементов учитывается в законе, тем обычно сложнее закон для их равновесия.

Представляет интерес анализ функциональных свойств многообразий на модели когомологий Хохшильда. Общий вид базовых функций

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2) g_3 = \sigma(f)$$

допускает разный их выбор. В частности, будем рассматривать

$$f(\xi,\eta) = \xi\eta - \eta\xi,$$
$$\varphi(\xi,\eta) = \xi\eta.$$

Получим ряд частных законов:

$$f - g_1\varphi = 0 \to g_1 = 1, g_2 = 2, g_3 = g_1 + g_2 = 12,$$
$$1 \cdot (f - \varphi)^2 = 0 \to g_1 = 7, g_2 = 9, g_3 = g_1 + g_2 = 9,$$
$$g_2 (f - \varphi)^2 \neq 0 \to g_1 = 7, g_2 = 9, g_3 = g_2 + g_1 = 8,$$
$$f \cdot 9 = (11 - 9)9 = 0 \to g_1 = 15, g_2 = 13, g_3 = g_1 + g_2 = 14$$

Для функции

$$g_1 f(g_2 g_3, g_4) - g_4 f(g_1 g_2, g_3) + g_3 f(g_4 g_1, g_2) - g_2 f(g_3 g_4, g_1) = \pi$$

$$(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16)\pi = 0, \pi(12,14,16) = 0,$$
$$g_1 = 3, g_2 = 5, g_1 g_2 = g_3 = 16, g_1 g_2 g_3 = g_4 = 14.$$

Соотношения

$$\pi(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,13,15) \neq 0$$

задают модель устойчивого «неравновесия».

Имеет место закон

$$f_1 = f_2$$

$$f_1 \to g_1 = 3, g_2 = 5, g_1 + g_2 = 10,$$

$$f_2 \to g_1 = 3, g_2 = 5, g_1 \cdot g_2 = 10.$$

Изучим частично свойства функции Якоби $f(x,y,z) = x(yz) + z(xy) + y(zx)$ на паре неассоциативных операций. Пусть $x = 4, y = 8, z = 7.$ Тогда

$$f(4,8,7) = 3 + 3 + 1 = 5,$$

$$xf(x,y,z) = 12, yf(x,y,z) = 16, zf(x,y,z) = 11,$$

$$f(x,y,z)x = 10, f(x,y,z)y = 14, f(x,y,z)z = 11,$$

$$zf(x,y,z) = f(x,y,z)z,$$

$$xf(x,y,z) = f(xx,y,z)...$$

Ситуация меняется при объединении комбинаторного произведения и модульной суммы на значимых элементах матриц в строках.

Таблицы для комбинаторного произведения и структурной суммы теперь таковы:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	9	16	11	14	13	12	15	10	1	8	3	6	5	4	7	2
2	14	9	16	11	10	13	12	15	2	5	4	7	6	1	8	3
3	11	14	9	16	15	10	13	12	3	6	1	8	7	2	5	4
4	16	11	14	9	12	15	10	13	4	7	2	5	8	3	6	1
5	13	12	15	10	9	16	11	14	5	4	7	2	1	8	3	6
6	10	13	12	15	14	9	16	11	6	1	8	3	2	5	4	7
7	15	10	13	12	11	14	9	16	7	2	5	4	3	6	1	8
8	12	15	10	13	16	11	14	9	8	3	6	1	4	7	2	5
9	5	8	7	6	1	4	3	2	9	12	11	10	13	16	15	14
10	2	1	4	3	6	5	8	7	10	9	12	11	14	13	16	15
11	7	6	5	8	3	2	1	4	11	10	9	12	15	14	13	16
12	4	3	2	1	8	7	6	5	12	11	10	9	16	15	14	13
13	1	4	3	2	5	8	7	6	13	16	15	14	9	12	11	10
14	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
15	3	2	1	4	7	6	5	8	15	14	13	16	11	10	9	12
16	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9

,

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	11	16	9	10	15	12	13	6	3	8	1	2	7	4	5
2	11	16	9	14	15	12	13	10	7	4	5	2	3	8	1	6
3	16	9	14	11	12	13	10	15	8	1	6	3	4	5	2	7
4	9	14	11	16	13	10	15	12	5	2	7	4	1	6	3	8
5	10	15	12	13	14	11	16	9	2	7	4	5	6	3	8	1
6	15	12	13	10	11	16	9	14	3	8	1	6	7	4	5	2
7	12	13	10	15	16	9	14	11	4	5	2	7	8	1	6	3
8	13	10	15	12	9	14	11	16	1	6	3	8	5	2	7	4
9	6	7	8	5	2	3	4	1	10	11	12	9	14	15	16	13
10	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
11	8	5	6	7	4	1	2	3	12	9	10	11	16	13	14	15
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	2	3	4	1	6	7	8	5	14	15	16	13	10	11	12	9
14	7	8	5	6	3	4	1	2	15	16	13	14	11	12	9	10
15	4	1	2	3	8	5	6	7	16	13	14	15	12	9	10	11
16	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12

.

«Снежинки» 4 предзарядов на элементах объектного множества M^{16}

По аналогии с физическими изделиями объектного множества M^{25} укажем их аналоги в этом объектном множестве.

Получим данные, которые косвенно подтверждают возможность генерации 4 предзарядов новой структуры:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
1 & \to & 5 & 13 & 1 & 1 & 9 & \to & 1\cdot 9=1, & 9\cdot 1=5, & \\
1 & \to & 6 & 12 & 3 & 2 & 14 & \to & 2\cdot 14=1, & 14\cdot 1=6, & \\
1 & \to & 7 & 15 & 1 & 3 & 11 & \to & 3\cdot 11=1, & 11\cdot 1=7 & 16+16=12, \\
1 & \to & 8 & 10 & 3 & 4 & 16 & \to & 4\cdot 16=1, & 16\cdot 1=8, & \\
 & \sum & 10 & 10 & 12 & 10 & 10 & & & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc}
5 & \to & 5 & 9 & 5 & 1 & 13 & \to & 1\cdot 13=5, & 13\cdot 5=5, & \\
5 & \to & 6 & 16 & 7 & 2 & 10 & \to & 2\cdot 10=5, & 10\cdot 5=6, & \\
5 & \to & 7 & 11 & 5 & 3 & 15 & \to & 3\cdot 15=5, & 15\cdot 5=7, & 16+16=12, \\
5 & \to & 8 & 14 & 7 & 4 & 12 & \to & 4\cdot 12=5, & 12\cdot 5=8, & \\
 & \sum & 10 & 10 & 12 & 10 & 10 & & & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc}
9 & \to & 5 & 1 & 13 & 5 & 5 & \to & 5\cdot 5=9, & 5\cdot 9=5, & \\
9 & \to & 6 & 4 & 15 & 6 & 6 & \to & 6\cdot 6=9, & 6\cdot 9=6, & \\
9 & \to & 7 & 3 & 13 & 7 & 7 & \to & 7\cdot 7=9, & 7\cdot 9=7, & 12+12+12, \\
9 & \to & 8 & 2 & 15 & 8 & 8 & \to & 8\cdot 8=9, & 8\cdot 9=8 & \\
 & \sum & 10 & 10 & 12 & 10 & 10 & & & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
13 & \to & 5 & 5 & 9 & 5 & 1 & 5\cdot 1=13, & 1\cdot 13=5, & \\
13 & \to & 6 & 8 & 11 & 6 & 2 & 6\cdot 2=13, & 2\cdot 13=6, & \\
13 & \to & 7 & 7 & 9 & 7 & 3 & 7\cdot 3=13, & 3\cdot 13=7, & 12+12=12. \\
13 & \to & 8 & 6 & 11 & 8 & 4 & 8\cdot 4=13, & 4\cdot 13=8. & \\
 & \sum & 10 & 10 & 12 & 10 & 10 & & &
\end{array}$$

В рассматриваемых случаях один элемент из 4 конформаций, задающих всё множество, мультипликативно влияет на одну из конформаций. Получаются новые 4 элемента. Далее предыдущие элементы построчно умножаются на последующие с генерации подмножества из новых 4 элементов. Расчет иллюстрирует цикличность объектных последовательностей.

При этом структура получаемых «снежинок» различна, что может рассматриваться в качестве аргумента о структурном различии предзарядов.

Кроме этого, она «разбивается» на пары по критерию аддитивной генерации элементов с номером 12, косвенно свидетельствуя о возможности естественно-научной реализации пар предзарядов.

Мультипликативные и аддитивные последовательности объектного множества M^{36}

Проанализируем возможность существования и структуру «снежинок» объектного множества на операции частично ассоциативного произведения и ассоциативной суммы с комодульной структурой.

Получим такие данные на частично ассоциативной операции произведения:

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & 1 & 13 & 7 & 7 & 13 & 1 & \to & 1 & 13 & 7 \\
 & 1 & 14 & 8 & 7 & 18 & 6 & \to & 1 & 14 & 8 \\
 & 1 & 15 & 9 & 7 & 17 & 5 & \to & 1 & 15 & 9 \\
\overset{k}{\times} \to & 1 & 16 & 10 & 7 & 16 & 4 & \to & 1 & 16 & 10\ldots \\
 & 1 & 17 & 11 & 7 & 15 & 3 & \to & 1 & 17 & 11 \\
 & 1 & 18 & 12 & 7 & 14 & 2 & \to & 1 & 18 & 12 \\
 & \sum 18 & 15 & 15 & 18 & 15 & 15 & \to & 18 & 15 & 15
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & 36 & 13 & 32 & 32 & 13 & 36 & \to & 36 & 32 & 32 \\
 & 36 & 14 & 33 & 32 & 18 & 35 & \to & 36 & 3 & 32 \\
 & 36 & 15 & 34 & 32 & 17 & 34 & \to & 36 & 34 & 32 \\
\overset{k}{\times} \to & 36 & 16 & 35 & 32 & 16 & 33 & \to & 36 & 35 & 32\ldots \\
 & 36 & 17 & 36 & 32 & 15 & 32 & \to & 36 & 36 & 32 \\
 & 36 & 18 & 31 & 32 & 14 & 31 & \to & 36 & 31 & 32 \\
 & \sum 18 & 15 & 15 & 18 & 15 & 15 & \to & 18 & 15 & 15
\end{array}
$$

Объектные циклы на операции комодульного суммирования состоят из 24 столбцов:

$$
\begin{array}{cccccccccccccc}
 & 1 & 13 & 2 & 3 & 23 & 32 & 7 & 21 & 4 & 31 & 29 & 6 & 11 \\
 & 1 & 14 & 3 & 5 & 20 & 31 & 9 & 22 & 1 & 35 & 30 & 5 & 11 \\
 & 1 & 15 & 4 & 1 & 23 & 36 & 11 & 23 & 4 & 33 & 25 & 4 & 11 \\
\overset{ks}{+} \to & 1 & 16 & 5 & 3 & 20 & 35 & 7 & 24 & 4 & 31 & 26 & 3 & 11 \\
 & 1 & 17 & 6 & 5 & 23 & 34 & 9 & 19 & 1 & 35 & 27 & 2 & 11 \\
 & 1 & 18 & 1 & 1 & 20 & 33 & 11 & 20 & 4 & 33 & 28 & 1 & 11 \\
 & \sum 18 & 15 & 15 & 18 & 15 & 15 & 18 & 15 & 15 & 18 & 15 & 15 & 18
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccccccccc}
 & 17 & 10 & 9 & 25 & 34 & 5 & 27 & 8 & 35 & 19 & 12 & 1 & 13 \\
 & 16 & 9 & 7 & 28 & 35 & 3 & 26 & 11 & 31 & 24 & 7 & 1 & 14 \\
 & 15 & 8 & 11 & 25 & 36 & 1 & 25 & 8 & 33 & 23 & 8 & 1 & 15 \\
\overset{ks}{+} \to & 14 & 7 & 9 & 28 & 31 & 5 & 30 & 11 & 35 & 22 & 9 & 1 & 16\ldots \\
 & 13 & 12 & 7 & 25 & 32 & 3 & 29 & 8 & 31 & 21 & 10 & 1 & 17 \\
 & 18 & 11 & 11 & 28 & 33 & 1 & 28 & 11 & 33 & 20 & 11 & 1 & 18 \\
 & \sum 15 & 15 & 18 & 15 & 15 & 18 & 15 & 15 & 18 & 15 & 15 & 18 & 15
\end{array}
$$

Структура, картина отношений и таблицы объектного множества M^{36}

Сконструируем по предложенному алгоритму множество, состоящее из 6 конформаций по 6 элементов на матрицах размерности 6.

Конформация A:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\end{pmatrix},$$
$$(1)\qquad\qquad(2)\qquad\qquad(3)$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\end{pmatrix}.$$
$$(4)\qquad\qquad(5)\qquad\qquad(6)$$

Конформация B:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\end{pmatrix},$$
$$(7)\qquad\qquad(8)\qquad\qquad(9)$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$
$$(10)\qquad\qquad(11)\qquad\qquad(12)$$

Конформация C:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\end{pmatrix},$$
$$(13)\qquad\qquad(14)\qquad\qquad(15)$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}.$$
$$(16)\qquad\qquad(17)\qquad\qquad(18)$$

Конформация D:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0\end{pmatrix},$$
$$(19)\qquad\qquad(20)\qquad\qquad(21)$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\end{pmatrix}.$$
$$(22)\qquad\qquad(23)\qquad\qquad(24)$$

Конформация E:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\end{pmatrix},$$

(25) (26) (27)

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

(28) (29) (30)

Конформация F:

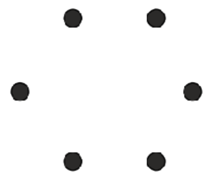
$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

(31) (32) (33)

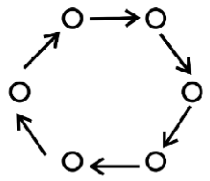
$$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

(34) (35) (36)

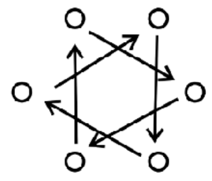
Конформация A:



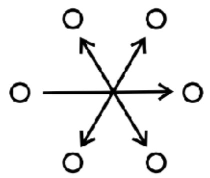
1



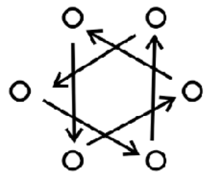
2



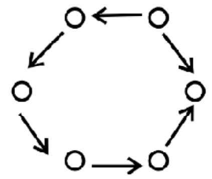
3



4

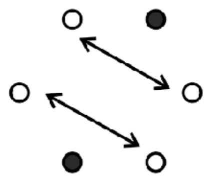


5

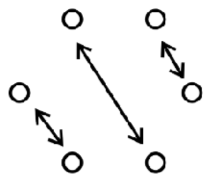


6

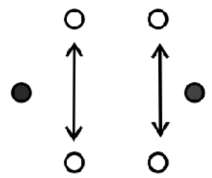
Конформация B:



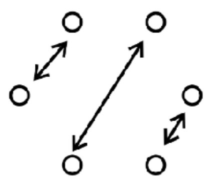
7



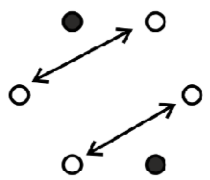
8



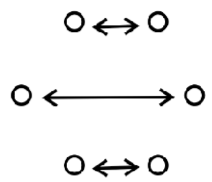
9



10

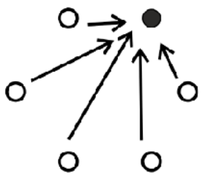


11

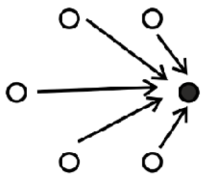


12

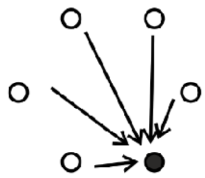
Конформация C:



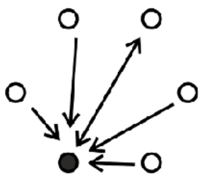
13



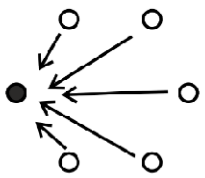
14



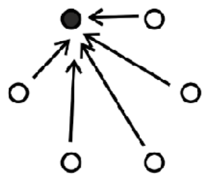
15



16

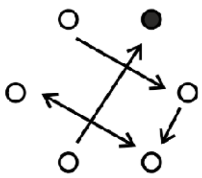


17

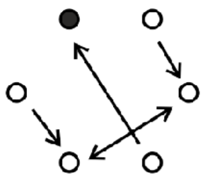


18

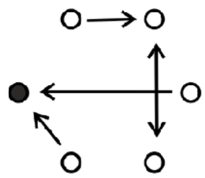
Конформация D:



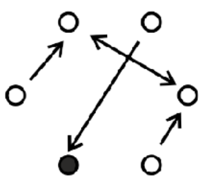
19



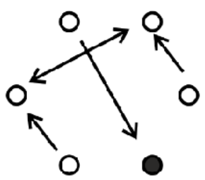
20



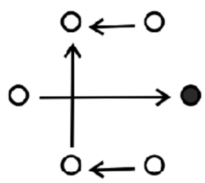
21



22

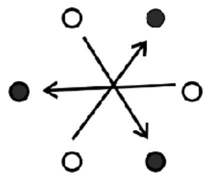


23

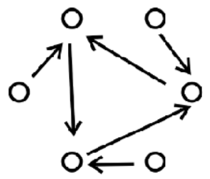


24

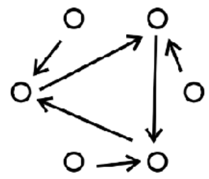
Конформация E:



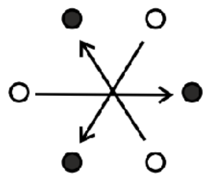
25



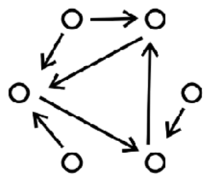
26



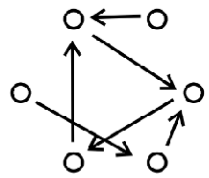
27



28

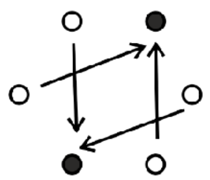


29

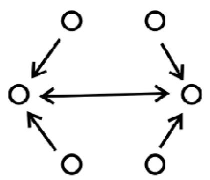


30

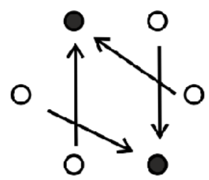
Конформация F:



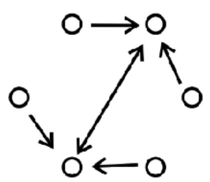
31



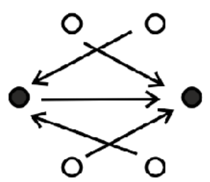
32



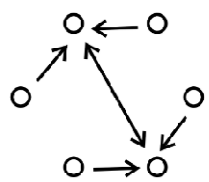
33



34



35



36

Множество M^{36} подчинено таблице структурного суммирования:

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	20	21	22	23	24	19	14	15	16	17	18	13	2	3	4	5	6	1
2	21	22	23	24	19	20	15	16	17	18	13	14	3	4	5	6	1	2
3	22	23	24	19	20	21	16	17	18	13	14	15	4	5	6	1	2	3
4	23	24	19	20	21	22	17	18	13	14	15	16	5	6	1	2	3	4
5	24	19	20	21	22	23	18	13	14	15	16	17	6	1	2	3	4	5
6	19	20	21	22	23	24	13	14	15	16	17	18	1	2	3	4	5	6
7	14	15	16	17	18	13	26	27	28	29	30	25	8	9	10	11	12	7
8	15	16	17	18	13	14	27	28	29	30	25	26	9	10	11	12	7	8
9	16	17	18	13	14	15	28	29	30	25	26	27	10	11	12	7	8	9
10	17	18	13	14	15	16	29	30	25	26	27	28	11	12	7	8	9	10
11	18	13	14	15	16	17	30	25	26	27	28	29	12	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	25	26	27	28	29	30	7	8	9	10	11	12
13	2	3	4	5	6	1	8	9	10	11	12	7	14	15	16	17	18	13
14	3	4	5	6	1	2	9	10	11	12	7	8	15	16	17	18	13	14
15	4	5	6	1	2	3	10	11	12	7	8	9	16	17	18	13	14	15
16	5	6	1	2	3	4	11	12	7	8	9	10	17	18	13	14	15	16
17	6	1	2	3	4	5	12	7	8	9	10	11	18	13	14	15	16	17
18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

,

$\overset{st}{+}$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	32	33	34	35	36	31	8	9	10	11	12	7	26	27	28	29	30	25
2	33	34	35	36	31	32	9	10	11	12	7	8	27	28	29	30	25	26
3	34	35	36	31	32	33	10	11	12	7	8	9	28	29	30	25	26	27
4	35	36	31	32	33	34	11	12	7	8	9	10	29	30	25	26	27	28
5	36	31	32	33	34	35	12	7	8	9	10	11	30	25	26	27	28	29
6	31	32	33	34	35	36	7	8	9	10	11	12	25	26	27	28	29	30
7	2	3	4	5	6	1	32	33	34	35	36	31	20	21	22	23	24	19
8	3	4	5	6	1	2	33	34	35	36	31	32	21	22	23	24	19	20
9	4	5	6	1	2	3	34	35	36	31	32	33	22	23	24	19	20	21
10	5	6	1	2	3	4	35	36	31	32	33	34	23	24	19	20	21	22
11	6	1	2	3	4	5	36	31	32	33	34	35	24	19	20	21	22	23
12	1	2	3	4	5	6	31	32	33	34	35	36	19	20	21	22	23	24
13	20	21	22	23	24	19	26	27	28	29	30	25	32	33	34	35	36	31
14	21	22	23	24	19	20	27	28	29	30	25	26	33	34	35	36	31	32
15	22	23	24	19	20	21	28	29	30	25	26	27	34	35	36	31	32	33
16	23	24	19	20	21	22	29	30	25	26	27	28	35	36	31	32	33	34
17	24	19	20	21	22	23	30	25	26	27	28	29	36	31	32	33	34	35
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

,

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	32	33	34	35	36	31	2	3	4	5	6	1	20	21	22	23	24	19
20	33	34	35	36	31	32	3	4	5	6	1	2	21	22	23	24	19	20
21	34	35	36	31	32	33	4	5	6	1	2	3	22	23	24	19	20	21
22	35	36	31	32	33	34	5	6	1	2	3	4	23	24	19	20	21	22
23	36	31	32	33	34	35	6	1	2	3	4	5	24	19	20	21	22	23
24	31	32	33	34	35	36	1	2	3	4	5	6	19	20	21	22	23	24
25	8	9	10	11	12	7	32	33	34	35	36	31	26	27	28	29	30	25
26	9	10	11	12	7	8	33	34	35	36	31	32	27	28	29	30	25	26
27	10	11	12	7	8	9	34	35	36	31	32	33	28	29	30	25	26	27
28	11	12	7	8	9	10	35	36	31	32	33	34	29	30	25	26	27	28
29	12	7	8	9	10	11	36	31	32	33	34	35	30	25	26	27	28	29
30	7	8	9	10	11	12	31	32	33	34	35	36	25	26	27	28	29	30
31	26	27	28	29	30	25	20	21	22	23	24	19	32	33	34	35	36	31
32	27	28	29	30	25	26	21	22	23	24	19	20	33	34	35	36	31	32
33	28	29	30	25	26	27	22	23	24	19	20	21	34	35	36	31	32	33
34	29	30	25	26	27	28	23	24	19	20	21	22	35	36	31	32	33	34
35	30	25	26	27	28	29	24	19	20	21	22	23	36	31	32	33	34	35
36	25	26	27	28	29	30	19	20	21	22	23	24	31	32	33	34	35	36

,

$\overset{st}{+}$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
19	26	27	28	29	30	25	14	15	16	17	18	13	8	9	10	11	12	7
20	27	28	29	30	25	26	15	16	17	18	13	14	9	10	11	12	7	8
21	28	29	30	25	26	27	16	17	18	13	14	15	10	11	12	7	8	9
22	29	30	25	26	27	28	17	18	13	14	15	16	11	12	7	8	9	10
23	30	25	26	27	28	29	18	13	14	15	16	17	12	7	8	9	10	11
24	25	26	27	28	29	30	13	14	15	16	17	18	7	8	9	10	11	12
25	14	15	16	17	18	13	20	21	22	23	24	19	2	3	4	5	6	1
26	15	16	17	18	13	14	21	22	23	24	19	20	3	4	5	6	1	2
27	16	17	18	13	14	15	22	23	24	19	20	21	4	5	6	1	2	3
28	17	18	13	14	15	16	23	24	19	20	21	22	5	6	1	2	3	4
29	18	13	14	15	16	17	24	19	20	21	22	23	6	1	2	3	4	5
30	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6
31	8	9	10	11	12	7	2	3	4	5	6	1	14	15	16	17	18	13
32	9	10	11	12	7	8	3	4	5	6	1	2	15	16	17	18	13	14
33	10	11	12	7	8	9	4	5	6	1	2	3	16	17	18	13	14	15
34	11	12	7	8	9	10	5	6	1	2	3	4	17	18	13	14	15	16
35	12	7	8	9	10	11	6	1	2	3	4	5	18	13	14	15	16	17
36	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	13	14	15	16	17	18

,

Множество M^{36} имеет неассоциативные отношения на комбинаторной операции:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	13	14	15	16	17	18	25	26	27	28	29	30	7	8	9	10	11	12
2	18	13	14	15	16	17	30	25	26	27	28	29	12	7	8	9	10	11
3	17	18	13	14	15	16	29	30	25	26	27	28	11	12	7	8	9	10
4	16	17	18	13	14	15	28	29	30	25	26	27	10	11	12	7	8	9
5	15	16	17	18	13	14	27	28	29	30	25	26	9	10	11	12	7	8
6	14	15	16	17	18	13	26	27	28	29	30	25	8	9	10	11	12	7
7	19	20	21	22	23	24	13	14	15	16	17	18	1	2	3	4	5	6
8	24	19	20	21	22	23	18	13	14	15	16	17	6	1	2	3	4	5
9	23	24	19	20	21	22	17	18	13	14	15	16	5	6	1	2	3	4
10	22	23	24	19	20	21	16	17	18	13	14	15	4	5	6	1	2	3
11	21	22	23	24	19	20	15	16	17	18	13	14	3	4	5	6	1	2
12	20	21	22	23	24	19	14	15	16	17	18	13	2	3	4	5	6	1
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
14	6	1	2	3	4	5	12	7	8	9	10	11	18	13	14	15	16	17
15	5	6	1	2	3	4	11	12	7	8	9	10	17	18	13	14	15	16
16	4	5	6	1	2	3	10	11	12	7	8	9	16	17	18	13	14	15
17	3	4	5	6	1	2	9	10	11	12	7	8	15	16	17	18	13	14
18	2	3	4	5	6	1	8	9	10	11	12	7	14	15	16	17	18	13

,

$\overset{k}{\times}$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	1	2	3	4	5	6	31	32	33	34	35	36	19	20	21	22	23	24
2	6	1	2	3	4	5	36	31	32	33	34	35	24	19	20	21	22	23
3	5	6	1	2	3	4	35	36	31	32	33	34	23	24	19	20	21	22
4	4	5	6	1	2	3	34	35	36	31	32	33	22	23	24	19	20	21
5	3	4	5	6	1	2	33	34	35	36	31	32	21	22	23	24	19	20
6	2	3	4	5	6	1	32	33	34	35	36	31	20	21	22	23	24	19
7	31	32	33	34	35	36	7	8	9	10	11	12	25	26	27	28	29	30
8	36	31	32	33	34	35	12	7	8	9	10	11	30	25	26	27	28	29
9	35	36	31	32	33	34	11	12	7	8	9	10	29	30	25	26	27	28
10	34	35	36	31	32	33	10	11	12	7	8	9	28	29	30	25	26	27
11	33	34	35	36	31	32	9	10	11	12	7	8	27	28	29	30	25	26
12	32	33	34	35	36	31	8	9	10	11	12	7	26	27	28	29	30	25
13	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
14	24	19	20	21	22	23	30	25	26	27	28	29	36	31	32	33	34	35
15	23	24	19	20	21	22	29	30	25	26	27	28	35	36	31	32	33	34
16	22	23	24	19	20	21	28	29	30	25	26	27	34	35	36	31	32	33
17	21	22	23	24	19	20	27	28	29	30	25	26	33	34	35	36	31	32
18	20	21	22	23	24	19	26	27	28	29	30	25	32	33	34	35	36	31

k ×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	7	8	9	10	11	12	31	32	33	34	35	36	25	26	27	28	29	30
20	12	7	8	9	10	11	36	31	32	33	34	35	30	25	26	27	28	29
21	11	12	7	8	9	10	35	36	31	32	33	34	29	30	25	26	27	28
22	10	11	12	7	8	9	34	35	36	31	32	33	28	29	30	25	26	27
23	9	10	11	12	7	8	33	34	35	36	31	32	27	28	29	30	25	26
24	8	9	10	11	12	7	32	33	34	35	36	31	26	27	28	29	30	25
25	31	32	33	34	35	36	1	2	3	4	5	6	19	20	21	22	23	24
26	36	31	32	33	34	35	6	1	2	3	4	5	24	19	20	21	22	23
27	35	36	31	32	33	34	5	6	1	2	3	4	23	24	19	20	21	22
28	34	35	36	31	32	33	4	5	6	1	2	3	22	23	24	19	20	21
29	33	34	35	36	31	32	3	4	5	6	1	2	21	22	23	24	19	20
30	32	33	34	35	36	31	2	3	4	5	6	1	20	21	22	23	24	19
31	25	26	27	28	29	30	19	20	21	22	23	24	31	32	33	34	35	36
32	30	25	26	27	28	29	24	19	20	21	22	23	36	31	32	33	34	35
33	29	30	25	26	27	28	23	24	19	20	21	22	35	36	31	32	33	34
34	28	29	30	25	26	27	22	23	24	19	20	21	34	35	36	31	32	33
35	27	28	29	30	25	26	21	22	23	24	19	20	33	34	35	36	31	32
36	26	27	28	29	30	25	20	21	22	23	24	19	32	33	34	35	36	31

,

k ×	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
19	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6
20	18	13	14	15	16	17	24	19	20	21	22	23	6	1	2	3	4	5
21	17	18	13	14	15	16	23	24	19	20	21	22	5	6	1	2	3	4
22	16	17	18	13	14	15	22	23	24	19	20	21	4	5	6	1	2	3
23	15	16	17	18	13	14	21	22	23	24	19	20	3	4	5	6	1	2
24	14	15	16	17	18	13	20	21	22	23	24	19	2	3	4	5	6	1
25	25	26	27	28	29	30	13	14	15	16	17	18	7	8	9	10	11	12
26	30	25	26	27	28	29	18	13	14	15	16	17	12	7	8	9	10	11
27	29	30	25	26	27	28	17	18	13	14	15	16	11	12	7	8	9	10
28	28	29	30	25	26	27	16	17	18	13	14	15	10	11	12	7	8	9
29	27	28	29	30	25	26	15	16	17	18	13	14	9	10	11	12	7	8
30	26	27	28	29	30	25	14	15	16	17	18	13	8	9	10	11	12	7
31	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	13	14	15	16	17	18
32	12	7	8	9	10	11	6	1	2	3	4	5	18	13	14	15	16	17
33	11	12	7	8	9	10	5	6	1	2	3	4	17	18	13	14	15	16
34	10	11	12	7	8	9	4	5	6	1	2	3	16	17	18	13	14	15
35	9	10	11	12	7	8	3	4	5	6	1	2	15	16	17	18	13	14
36	8	9	10	11	12	7	2	3	4	5	6	1	14	15	16	17	18	13

.

Матричная общность расчетных моделей естествознания

История естествознания предъявила множество разнообразных расчетных моделей. Таковы, например, уравнения для описания турбулентности и явлений хаоса, динамики тел и жидкостей, модели микроявлений и планетных систем, теории света и гравитации, плазмы и твердых тел, наноматериалов и Галактик, психологических и ментальных явлений и т.д.

При достаточном наличии алгоритмов конструирования расчетных моделей, выделяются 4 их вида. Это формализмы Лагранжа и Гамильтона, вариационные модели от Гаусса-Эйлера, приемы дифференциального расширения систем базовых уравнений. Они не только глубоки, они проявляют и систематизируют наши знания, формируя и меняя парадигму отношения к себе и к реальности.

Логическое и философское несовершенство большинства расчетных моделей, которые не только действуют, но и планируются на будущее, состоит в том, что в них явно или неявно скрыто фундаментальное свойство Реальности: ее структурность. Длительная и глубокая практика привела нас к пониманию фундаментального факта, что любые изделия и явления состоят из «слагаемых», имеющих динамические отношения к внешней среде и к своим составляющим.

Суть моделирования расчетных моделей состоит в том, чтобы задать математическое оформление наличия структуры и отношений и их связей между собой, творчески соединив стороны и свойства дискретности и непрерывности.

Формализм матриц естественно становится фундаментом любых моделей. Матрицы не отрицают структуру и отношения, они фундаментально содержат их а себе, обеспечивая также единство с непрерывными функциями и операторами разного вида.

В моих работах предъявлено некоторое продвижение в понимании и реализации этой простой идеи.

В монографии «Атом света» (стр. 104-115) предъявлена группа заполнения физических моделей. Она состоит из 32 матриц размерности 4×4, достаточных для моделирования базовых уравнений физики (стр. 135-161). В частности, пара единичных кватернионов, в ней содержащихся, обеспечивает возможность матричной записи уравнений Максвелла для полей, индукций и связей между ними. Структура кватернионов достаточна для гипотезы, что есть атомы света в форме аналог планетной системы, в которой пара гравитационных предзарядов с разными знаками расположена в центре, а пара электрических предзарядов с разными знаками движется на периферии (стр. 241-247).

В монографии «Алгебра мест и отношений» детально представлена идеология и спектр ростковых точек теории мест и отношений.

Связи пары единичных кватернионов с тройкой антикватернионов в группе заполнения позволили сконструировать матричную модель гравитации на паре физических полей. Она не только имеет связи с теорией гравитации Эйнштейна, она ее дополняет. Эта идеология и версия изложены в монографии «Прорывные истины» (стр. 69-97).

Дополнительные аспекты матричной унификации расчетных моделей имеются в паре монографий: «Основы трансфинитной теории относительности» и «Единая механика частиц и полей».

Нелинейные матричные модели на матрицах больших измерений можно рассматривать в качестве ближайшей и полезной расчетной перспективы.

Особую роль в ближайших исследованиях принадлежит объектной динамике, в которой есть условия для расчета информационного взаимодействия, а также анализа ситуаций вне пространства и времени, независимо от этих фундаментальных условий.

О возможности структурных атомов и молекул света

Из экспериментальных данных следует, что электроны и нуклоны генерируются из света высокой частоты. Нуклоны структурны (в настоящее время из бесструктурных кварков). Про электрон этого сказать нельзя до тех пор, пока не будет создана структурная теория массы и электрических зарядов. Её начала есть в моей монографии « *Структура квантов, зарядов и констант*». На модели алгебраических уравнений второго порядка, следуя идее, что заряды «изготовлены» из предзарядов, получены спектры масс элементарных частиц с некоторым согласием с экспериментом и новыми «предсказаниями». Главная идея в том, что пары предзарядов при взаимодействии между собой при определенном дискретном их количестве способны объединиться в заряд.

Идея, но не модель порций энергии, названных квантами, достаточная для объяснения явлений фотоэффекта в его механической трактовке согласно законам сохранения энергии, не раскрывает и не инициирует анализа и моделей структуры кванта. Аналогично не дает этого эффект Комптона.

Принимая идею структурности света с наличием слагаемых в его «порциях» энергии, мы первично обязаны преодолеть ограничения в теории электромагнетизма, базирующиеся на специальной теории относительности. Согласно этой теории, частиц света со слагаемыми, имеющими конечные размеры «в себе», невозможны потому, что эти размеры будут бесконечны для других наблюдателей, что не соответствует опытам и интуиции.

По этой причине требовалось обобщить электродинамику Максвелла таким образом, чтобы все экспериментальные данные объяснялись единым образом без ограничений теории относительности. Эта задача решена и ее суть изложена в монографии *«Электродинамика Максвелла без относительности Эйнштейна».* Первичные данные есть в моей монографии *«Атом света».*

Сущность обобщенной модели и ситуации в следующем: уравнения Максвелла имеют стандартную форму при дополнении связей между полями и индукциями, в которые введена новая, нормированная скалярная величина, названная показателем отношения. Кроме этого, найдена связь скорости среды и скорости источников излучения. В итоге устранены авторитарные ограничения на скорость света и преодолены сингулярности классической неполной модели.

Матричная запись уравнений электродинамики Максвелла на паре кватернионов стала катализатором моделирования атома света.

Поля и индукции, как и связи между ними, заданы нейтральными, по сумме значимых элементов, матрицами размерности 4×4. Их можно принять в качестве аналога неких нейтральных изделий, имеющих пары электрических и гравитационных предзарядов с противоположными знаками.

Задача состояла в том, чтобы корректно их расположить. Анализ привел меня к модели микроскопической планетной системы, в которой пара гравитационных предзарядов имеет расположение в центре, а пара электрических предзарядов движется вокруг их на некотором удалении. Модель названа атомом света.

Ее первичное анализ позволяет упростить понимание физических эффектов дифракции и интерференции, а также явлений фотоэффекта, Доплера, Комптона, Физо.

В новой теории нет нулевых размеров у молекул света, образованных из атомов света, не может быть бесконечных размеров у любых частиц света.

В экспериментах проявляются продольные и поперечные размеры молекул света. Всё это инициирует новые теории и эксперименты.

Идея и начальная модель структурных атомов Гравитации

Модель гравитации Ньютона внешне структурна: она рассматривает множество объектов с неопределенным, но сложным объединением слагаемых, типа Солнца и Земли, которые расположены в пространстве. В ней задается физическое взаимодействие между объектами согласно величинам их масс и расстоянием между их центрами посредством силы, которая нужна для модели динамики Галилея (как ее называл Ньютон). Ньютон сделал достаточно много предположений о природе гравитации, но не о ее составной, структурной сути.

«Геометрическая» модель гравитации Эйнштейна-Гильберта трактует исследуемые ею явления как следствия искривления и кручения тензоров пространства Римана, в котором динамические эффекты ассоциированы с геодезическими линиями. С математической точки зрения такой подход интересен и уникален. Он доказал свою эффективность в описании и предсказании ряда свойств и сторон гравитации. Однако из него не следует, какова природа и структура гравитации, ее как бы нет в тензоре энергии-импульса гравитационной модели.

Модель физических полей электродинамики, обобщением которых стали калибровочные поля, не имеет стыковки с геометрической моделью гравитации, что не дает возможности рассматривать Свет и Гравитацию как нечто единое в объективной Реальности. Потребность в таком объединении остро чувствовал Эйнштейн, сформулировавший эту идею.

Квантовые модели гравитации, как мы ни старались, не приблизили нас к существу гравитации как спектра структурных изделий.

Ситуация меняется при построении теории гравитации согласно результатам моих исследований в электродинамике. В монографии «Атом света» (стр.104-112) указана матричная группа, достаточная для записи фундаментальных уравнений физики. В частности, электродинамика с парой антисимметричных тензоров записана на паре единичных кватернионов, которые входят в эту группу. В группе еще содержатся 3 единичных антикватерниона, на которых мною предложена модель гравитации на паре симметричных тензоров. В монографии «Электродинамика Максвелла без относительности Эйнштейна» доказана недостаточность модели, базирующейся на теории относительности и показаны новые возможности теории без ложных сингулярностей. Ее детали есть в монографии «Прорывные истины (стр. 34-64).

Там же есть дифференциальное продолжение уравнений электродинамики до системы дифференциальных уравнений третьего порядка. Их решения допускают антисимметричные и антисимметричные тензоры с возможностью их объединения. Есть также «смешение» потенциалов пары фундаментальных полей. Таковы математические начала единой теории электромагнетизма и гравитации.

Модель атомов света в форме аналога планетной системы с парой гравитационных предзарядов с разными знаками в центре и парой электрических предзарядов с разными знаками на периферии имеет ориентацию от центра. С этой ориентацией ассоциирована пара антисимметричных тензоров. С переменой пар предзарядов местами ориентация меняется. В этой ситуации математически генерируется пара симметричных тензоров, которые могут задавать явления гравитации.

Соответственно ментально генерируется модель *атомов гравитации*: микроскопических планетных систем, у которых электрические предзаряды расположены в центре, а электрические заряды на периферии. В этом случае атомы гравитации есть *скрытый свет*.

Именно скрытый свет заполняет Вселенную, образуя её фундаментальное состояние. Все иные изделия «изготовлены» из него. Потоки скрытого света на физические объекты меньше между телами, чем снаружи от них. Так реализуется идея Ньютона, что гравитации свойственно «приталкивание», притяжение есть его визуальное проявление.

Объектное решение проблемы Ферма и закона Пифагора

В объектном множестве S^{27} на комодульных операциях суммирования и произведения действует закон Диофанта-Фибоначчи-Брахмагупты, справедливый для натуральных чисел

$$\left(a^2 + b^2\right)\left(c^2 + d^2\right) = \left(ac + bd\right)^2 + \left(ad - bc\right)^2 .$$

По этой причине появляются основания рассматривать объектные числа в качестве аналога натуральных чисел. Соответственно актуально исследовать на них закон Ферма

$$x^n + y^n = z^n .$$

Таблица произведений элементов объектного множества иллюстрирует их специфику

x	x^2	x^3	x^4
1	24	1	24
2	18	2	18
3	12	3	12
4	18	4	18
5	24	5	24
6	12	6	12
7	7	7	7
8	7	8	7
9	9	9	9
10	7	10	7
11	13	11	13
12	12	12	12
13	13	13	13

,

x	x^2	x^3	x^4
14	7	14	7
15	12	15	12
16	7	16	7
17	19	17	19
18	18	1	18
19	19	19	19
20	7	20	7
21	18	21	18
22	7	22	7
23	25	23	25
24	24	24	24
25	25	25	25
26	7	25	7
27	24	27	2

.

Специфика ситуации в том, что нечетные степени объектных чисел задают базовые элементы, а четные степени задают квадраты элементов

$$x = x^3 = x^5 = \ldots x^{2n+1},$$
$$x^2 = x^4 = x^6 = \ldots x^{2n}.$$

Следовательно, поскольку $x + y = z$, имеем выполнение закона $x^{2n+1} + y^{2n+1} = z^{2n+1}$.

Квадратичный закон имеет множество решений. Например, получим

$$17^2 + 13^2 = 24 = 1^2, 5^2, 24^2, 27^2.$$

Объектное множество S^{27} предъявляет новые свойства законов Ферма и Пифагора.

Алгебраическая «выделенность» объектного множества M^{16}

Проанализируем согласованность трех функций на элементах объектных множеств

$$M^{9}, M^{16}, M^{25}, S^{27}, M^{36}$$

$$A = (a + a)(b + b) + (c + c)(d + d),$$
$$B_1 = (a + d)(b + c), B = B_1 + B_1,$$
$$C_1 = (a + c)(b + d), C = C_1 + C_1,$$

на операциях комодульной суммы и частично ассоциативного произведения.

Проверим выполнение условий $A = B, A = C, B = C$.
В объектном множестве M^{16} они выполняются:

$$a = 11, b = 13, c = 15, d = 16,$$

$$A = (11 + 11)(13 + 13) + (15 + 15)(16 + 16) = 10 \cdot 10 + 10 \cdot 12 = 9 + 11 = 12,$$
$$B_1 = (11 + 16)(13 + 15) = 15 \cdot 12 = 16, \qquad B = 16 + 16 = 12,$$
$$C_1 = (11 + 15)(13 + 16) = 14 \cdot 9 = 14, \qquad C = 14 + 14 = 12.$$

$$a = 3, b = 5, c = 12, d = 15,$$

$$A = (3 + 3)(5 + 5) + (12 + 12)(15 + 15) = 14 \cdot 14 + 12 \cdot 10 = 9 + 11 = 12,$$
$$B_1 = (3 + 15)(5 + 12) = 2 \cdot 5 = 10, \qquad B = 10 + 10 = 12,$$
$$C_1 = (3 + 12)(5 + 15) = 3 \cdot 8 = 12, \qquad C = 12 + 12 = 12.$$

В других объектных множествах анализируемые условия выполняются частично:

M	a	b	c	d	A	B	C
M^{9}	1	2	3	4	6	7	6

,

M	a	b	c	d	A	B	C
M^{25}	24	25	19	8	15	15	23
S^{27}	12	21	15	4	22	22	7
M^{36}	21	23	19	6	28	28	20

.

Следовательно, равенства трех функций имеют место только в объектном множестве M^{16} с матрицами размерности 4.

В объектных множествах с другой размерностью действующих матриц выполняются ограниченные условия

$$A = C, A = B, B \neq C.$$

Возможно, именно эти свойства ставят на особое место пространство-время размерности 4.

«Выделенность» объектного множества на матрицах размерности 4 реализуется при алгебраическом расширении действующих функциональных связей на множествах с четным количеством элементов.

На 6 элементах a, b, c, d, e, f функции

$$A = (a + a)(b + b)(c + c) + (d + d)(e + e)(f + f),$$

согласованы условиями

$$A = B + B, A = C + C, B_\alpha \neq C_\alpha.$$

Проиллюстрируем ситуацию примером. Пусть

$$a = 2, b = 11, c = 7, d = 1, e = 6, f = 10.$$

Получим

$$A = (2 + 2)(11 + 11)(7 + 7) + (1 + 1)(6 + 6)(10 + 10) =$$
$$= 16 \cdot 10 \cdot 16 + 14 \cdot 16 \cdot 12 = 10 + 12 = 10,$$
$$B_\alpha = (2 + 11)(7 + 1)(6 + 10) = 5 \cdot 12 \cdot 8 = 15, \qquad B = 15 + 15 = 10,$$
$$C_\alpha = (2 + 1)(11 + 6)(7 + 10) = 11 \cdot 1 \cdot 5 = 11, \qquad C = 11 + 11 = 10.$$

Увеличение четного количества элементов, даже при их повторении, не меняет законы. Проанализируем модель с 8 элементами

$$a, b, c, d, e, f, g, h.$$

$$a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5, f = 6, g = 7, h = 8.$$

$$A = (1 + 1)(2 + 2)(3 + 3)(4 + 4) + (5 + 5)(6 + 6)(7 + 7)(8 + 8) = 10,$$
$$B_\alpha = (1 + 2)(3 + 4)(5 + 6)(7 + 8) = 9, \qquad B = 9 + 9 = 10,$$
$$C_\alpha = (1 + 5)(2 + 6)(3 + 7)(4 + 8) = 11, \qquad C = 11 + 11 = 10.$$

$$a = 16, b = 2, c = 7, d = 9, e = 5, f = 7, g = 9, h = 8.$$

$$A = (16 + 16)(2 + 2)(7 + 7)(9 + 9) + (5 + 5)(7 + 7)(9 + 9)(8 + 8) = 16,$$
$$B_\alpha = (16 + 2)(7 + 9)(5 + 7)(9 + 8) = 4, \qquad B = 4 + 4 = 16,$$
$$C_\alpha = (16 + 5)(2 + 7)(7 + 9)(9 + 8) = 2, \qquad C = 2 + 2 = 16.$$

Законы связей между элементами объектного множества необычны и уникальны. Они были скрыты от анализа и практики на моделях классических числовых множеств.

Новый подход к пониманию и моделированию ряда структурных изделий, владеющих спектром ассоциативных и неассоциативных операций, обеспечивает условия для получения новых сведений о субъективной и объективной Реальности, способствуя, хочется верить, для достижения нового качества Гармонии с ней.

«Выделенность» объектного множества на матрицах размерности 4 реализуется на явлении некоммутативности.

Данное объектное множество не подчиняется связи пары функций, присущей другим объектным множествам вида

$$\theta_1 = ab = b\left(bab\right) = \theta_2 .$$

Этот факт иллюстрирует частная таблица значений:

M	a	b	θ_1	θ_2
M^9	1	2	8	9
M^{14}	1	2	16	10
M^{25}	1	2	17	17
S^{27}	1	2	8	8
M^{36}	1	2	14	14

.

Также имеет место «выделенность» объектного множества M^{16} на модели аддитивной компенсации некоммутативности, реализуемой на функциях

$$\Omega_1 = ab, \Omega_2 = b\left(a + a + a\right),$$
$$\Omega_1 + \Omega_1 = \Omega = \Omega_2 + \Omega_2 .$$

На тех же частных значениях элементов имеем таблицу значений, подтверждающую специфику неассоциативности объектного множества M^{16}:

M	a	b	Ω_1	Ω_2	$\Omega_1 + \Omega_1$	$\Omega_2 + \Omega_2$
M^9	1	2	2	9	4	9
M^{16}	1	2	16	12	12	12
M^{25}	1	2	17	22	19	26
S^{27}	1	2	8	5	7	1
M^{36}	1	2	14	20	16	28

.

То, что выполняется в объектном множестве с матрицами размерности 4, не имеет места в объектных множествах с матрицами другой размерности.

С физической точки зрения очевидно, что есть отношения 4 элементов физической Реальности, имеющие специфику, которая отсутствует при другом количестве элементов. Но тогда несколько иначе выглядит ситуация по структурному моделированию частиц света и гравитации.

Атомы света и гравитации, а также их структурно деформированные реализации имеют 4 предзаряда: пару электрических предзарядов с противоположными знаками, а также пару гравитационных предзарядов с противоположными знаками.

Согласно «объектной подсказке» на неассоциативной операции Свет и Гравитации информируют нас о том, что они имеют только «свои» фундаментальные свойства.

Компенсация некоммутативности в объектном множестве M^9.

Отношения между 3 элементами множества генерируют базовые матрицы модели

$$\begin{matrix} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \end{matrix} \;\rightarrow\; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{matrix} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=2 \end{matrix} \;\rightarrow\; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{matrix} 1 \\ 1+3=1 \\ 1+3=1 \end{matrix} \;\rightarrow\; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим 3 конформации $[1,2,3] \rightarrow \hat{1}, [4,5,6] \rightarrow \hat{2}, [7,8,9] \rightarrow \hat{0}$ «своими» номерами:

$$\underset{1}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{2}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{4}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{5}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{6}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{7}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{8}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{9}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Составим таблицы произведения элементов конформаций и таблицы их факторизаций. На модульном суммировании строк и матричной операции получим такие таблицы:

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$\rightarrow$

$+$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

$\rightarrow$

$+$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	1

.

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	3	1	6	4	5	7	8	9
3	3	1	2	5	6	4	7	8	9
4	4	5	6	1	2	3	7	8	9
5	5	6	4	3	1	2	7	8	9
6	6	4	5	2	3	1	7	8	9
7	7	8	9	7	8	9	7	8	9
8	8	9	7	9	7	8	7	8	9
9	9	7	8	8	9	7	7	8	9

$\rightarrow$

$\times$	$\hat{1}$	2	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	2	$\hat{0}$
2	2	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$

$\rightarrow$

$\times$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	2
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	2
2	$\hat{0}$	2	$\hat{1}$

.

Факторизованные таблицы идентичны таблицам сумм и произведений конечного поля $F_3\{0,1,2\}$. Но это только формальная идентичность.

Модель конечного поля базируется на суммах и произведениях чисел по комодулю числа 3. В рассматриваемом случае анализ выполнен для системы матриц, подмножества которых пронумерованы числами. Мы имеем структурные объекты и операции с ними. Это качественно другие множества, свойства которых существенно выходят за привычные пределы свойств чисел.

Комбинаторная операция генерирует таблицы с принципиально новыми свойствами:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7

$\rightarrow$

$\overset{k}{\times}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

$\rightarrow$

$\overset{k}{\times}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{2}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

.

Во-первых, эта таблица, в отличие от предыдущих таблиц, неассоциативна. Например,

$$1(2\cdot 3)=1\cdot 8=5,(1\cdot 2)3=8\cdot 3=2,...$$

Во-вторых, факторизованная таблица не укладывается в рамки расчетной логики. Непонятно, как можно соединить между собой, с операционной точки зрения, условия вида

$$\begin{array}{lll} 1\overset{k}{\times}0=2 & 1\overset{k}{\times}1=0 & 1\overset{k}{\times}2=1 \\ 2\overset{k}{\times}0=1 & 2\overset{k}{\times}2=0 & 2\overset{k}{\times}1=2 \\ 0\overset{k}{\times}0=0, & 0\overset{k}{\times}1=1, & 0\overset{k}{\times}2=2. \end{array}$$

Эта таблица инициирует новую точку зрения на связи между факторизованными множествами. Для этого достаточно расположить тройку элементов на геометрической диаграмме, образовав «объектную молекулу» из тройки «атомов»:

2								1
	⤡						⤢	
		2		↔		1		
			⤡		⤢			
		↕		0		↕		
			⤢		⤡			
		1		↔		2		
	⤢						⤡	
1								2

.

Это объектное множество замкнуто на ассоциативной матричной операции произведения и на неассоциативной операции.

В обоих случаях произведения некоммутативны. Укажем функциональный алгоритм её компенсации на неассоциативной операции согласно условию

$$\theta_1 = ab = b\left[(ab)(ba)a\right] = \theta_2 .$$

Подтвердим ее таблицей

a	b	θ_1	θ_2
4	6	9	9
9	7	8	8
2	6	2	2

На матричной операции в тех же условиях компенсация некоммутативности не имеет места, так как

a	b	θ_1	θ_2
4	6	3	2
9	7	7	9
2	6	5	6

Принимая коммутативность в качестве условия равновесия прямых и обратных влияний, мы понимаем, что информационное достижение коммутативности имеет иной механизм, чем «телесное» её обеспечение.

Другими словами, есть ситуации, когда информационное взаимодействие обеспечивает равновесие прямых и обратных влияний и оно недостижимо на основе физиологических действий.

Естественно, что физиологическое влияние может «компенсироваться» по законам, которые не достигают эффекта в принятых условиях взаимодействия.

Такой результат достигается на условии равновесия для некоммутативности на операции матричного типа и не имеет место на неассоциативной операции:

$$\overset{m}{\times} \to \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline a & b & \theta_1 & \theta_2 \\ \hline 4 & 6 & 3 & 3 \\ \hline 9 & 7 & 7 & 7 \\ \hline 2 & 6 & 5 & 5 \\ \hline\end{array}, \qquad \overset{k}{\times} \to \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline a & b & \theta_1 & \theta_2 \\ \hline 4 & 6 & 9 & 3 \\ \hline 9 & 7 & 8 & 3 \\ \hline 2 & 6 & 2 & 6 \\ \hline\end{array}.$$

Заметим, что эти ситуации типовые для бинарных взаимодействий. Влияние одного объекта на другой объект различается в зависимости от того, какая последовательность влияний. То, что

$$ab \neq ba$$

можно рассматривать в задачи для достижения бинарного равновесия с заменой элемента влияния на функциональное условие.

Модели компенсации некоммутативности

Представим несколько моделей компенсации некоммутативности в таблицах:

$M^{16} \to \Omega_1 = ab. \qquad \Omega_2 = b(a + a + a),$

a	b	Ω_1	Ω_2	$\Omega_1 + \Omega_1$	$\Omega_2 + \Omega_2$
1	2	16	12	12	12
14	8	3	7	14	14
1	15	7	5	14	14
11	1	9	11	10	10
5	12	2	2	16	16
10	6	5	1	14	14
13	9	13	15	10	10
7	10	2	2	16	16
16	4	5	1	14	14
3	4	16	12	12	12

,

$ab = b\left[(ab)(ba)a\right] = \theta,$

M	a	b	ab	θ
M^{16}	4	6	15	9
	11	7	1	1
	13	5	5	5
M^{25}	5	17	9	9
	1	2	17	17
	24	19	11	11
S^{27}	5	17	22	22
	1	2	8	8
	24	18	12	12
M^{36}	5	17	7	7
	1	2	14	14
	24	19	14	14

.

Объектные множества богаты на функциональные связи. В частности, представляет предмет исследования задача функционального представления коммутативности.

В частности, на неассоциативной операции выполняются условия

$$\theta_1 = ab = (a + b + a)(b + a + b) = \theta_1 \cdot \theta_2 = \theta.$$

Проиллюстрируем их таблицей значении , иллюстрирующей «выделенность» на этом законе объектного множества M^9:

M	a	b	ab	θ_1	θ_2	$\theta_1\theta_2$	$\pm$
M^9	1	8	8	4	2	5	–
	5	4	3	8	7	7	–
	2	6	5	1	5	5	+
M^{16}	8	16	5	12	8	5	+
	12	10	11	10	12	11	+
	3	11	1	13	1	1	+
S^{27}	11	2	26	25	23	26	+
M^{36}	5	13	9	23	1	9	+

.

Наличие таких или аналогичных условий достаточно для морфологического усложнения вида законов, действующих в объектных множествах.

Начала спектра новых объектных алгебр

Получим законы для разности пары элементов в объектных множествах. Зададим ситуации таблицами значений:

$$M^{9}$$
$$a-b=ba-(ab)^2,$$
$$8=5-6=6\cdot5-7=9-7=8,$$
$$6=1-4=4\cdot1-7=4-7=6,$$
$$3=2-8=8\cdot2-7=1-7=3,$$

$$M^{16}$$
$$a-b=aba-bab,$$
$$15=5-6=5\cdot6\cdot5-6\cdot5\cdot6=4-1=15,$$
$$13=1-4=1\cdot4\cdot1-4\cdot1\cdot4=6-5=13,$$
$$14=2-8=2\cdot8\cdot2-8\cdot2\cdot8=2-8=14,$$

$$M^{25}$$
$$a-b=(ab)^2-ab=16-ab,$$
$$25=5-6=16-5\cdot6=16-11=25,$$
$$17=1-4=16-1\cdot4=16-19=17,$$
$$25=2-8=16-2\cdot8=16-11=25,$$

$$M^{36}$$
$$a-b=(ab)^2-ab=13-ab,$$
$$17=5-6=13-5\cdot6=13-14=17,$$
$$15=1-4=13-1\cdot4=13-16=15,$$
$$24=2-8=13-2\cdot8=13-25=24,$$

$$S^{27}$$
$$a-b=ab-ba,$$
$$8=5-6=5\cdot6-6\cdot5=8-9=8,$$
$$6=1-4=1\cdot4-4\cdot1=1-4=6,$$
$$3=2-8=2\cdot8-8\cdot2=4-1=3.$$

В частности, элементы объектного множества могут быть функциями от других элементов его элементов

$$a=\varphi(x,y,z,\ldots),\qquad b=\psi(p,r,s,\ldots),$$

обеспечив условия для генерации и анализа счетного множества алгебраических законов.

Есть спектр алгебр:

$$M^{9}\to\ \varphi-\psi=\psi\varphi-(\psi\varphi)^2,$$
$$M^{16}\to\ \varphi-\psi=\varphi\psi\varphi-\psi\varphi\psi,$$
$$M^{25}\to\ \varphi-\psi=(\psi\varphi)^2-\varphi\psi,$$
$$S^{27}\to\ \varphi-\psi=\varphi\psi-\psi\varphi,$$
$$M^{36}\to\ \varphi-\psi=(\psi\varphi)^2-\varphi\psi.$$

В частности, допускаются функции

$$\varphi,\psi\ \to\ ab,ba\qquad aba,bab\qquad abb,aab\qquad a+b.aba\ldots$$

Следовательно, объектные множества алгебраически конструктивны, обеспечивая на их подмножествах разные *комбинации* итоговых, расчетных значений.

Объектные нелиевы нелинейные алгебры Мальцева и Сейгла

На функции

$$J\left(x,y,z\right)=x*y*z+y*z*x+z*x*y$$

алгебры Мальцева и Сейгла, соответственно, имеют такой функциональный вид:

$$J\left(x,y,x*z\right)=J\left(x,y,z\right)*z,$$
$$J\left(x,y,z\right)p=J\left(p,x,y*z\right)+J\left(p,y,z*x\right)+J\left(p,z,x*y\right).$$

Операция «звездочка» имеет три реализации:

$$x*y=\begin{cases} xy-yx, \\ xy, \\ xy+yx. \end{cases}$$

Первая реализация обозначает класс алгебр Ли (лиевских), две другие реализации имеют название нелиеских операций.

На комодульных коммутативных операциях суммирования и произведения аналогично, с алгебраической точки зрения, могут проявлять себя все 3 вида операций.

Проиллюстрируем ситуацию на примере объектного множества S^{27}.

Условия выполнения законов Мальцева и Сейгла выполняются тривиально с добавкой, что произведения на объектный ноль в этом случае дает объектный ноль.

Операция прямого произведения базируется на свойстве независимости значений от циклического перемещения анализируемых элементов

$$abc=bca=cab=\theta.$$

Сумма трех одинаковых элементов множества S^{27} генерирует объектный ноль

$$\theta+\theta+\theta=0^{*}=9.$$

Так задается первый тип нелиеских алгебр Мальцева и Сейгла, допускающий нелинейные их обобщения на произведении и сумме фундаментальных функций.

Операция

$$x*y=xy+yx$$

обеспечивает равенства

$$a*b*c=b*c*a=c*a*b=\sigma.$$

Снова имеем сумму трех одинаковых элементов с генерацией объектного нуля. Получаем второй тип нелиевских алгебр Мальцева и Сейгла с возможностью их обобщений разного вида.

Согласованность 4 квазиполей с 4 магическими квадратами в S^{27}

Известно, что 27 элементов объектного множества S^{27} образуют квазиполя с тремя одинаковыми элементами под номерами

$$[7,8,9]:$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 \\ 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 \end{matrix}.$$

Известен также магический квадрат Ло Шу в традиционной и новой его форме

4	9	2
3	5	7
8	1	6

,

1	2	3
4	5	6
7	8	9

.

Их магические числа на операции комодульного суммирования равны элементу с номером 9, характеризуя объектный ноль.

Анализ свидетельствует, что при расположении элементов в 3 других квазиполях по аналогии с их расположением в первом квазиполе, мы получаем еще 3 магических квадрата с тем же магическим числом.

Их явный вид таков:

13	9	11
12	14	7
8	10	15

,

10	11	12
13	14	15
7	8	9

,

19	9	17
18	20	7
8	16	21

,

16	17	18
19	20	21
7	8	9

,

25	9	23
24	26	7
8	22	27

,

22	23	24
25	26	27
7	8	9

.

Принимая магические квадраты в качестве модели физических изделий, мы косвенно приходим к идее, что в таком виде частично представлены 4 физических предзаряда.

Среди них один предзаряд структурирован на мономиальных матриц, указывая, скорее всего, на выделенность отрицательного массового предзаряда по сравнению с тройкой других предзарядов с немономиальной структурой слагаемых.

Генерация элементов S^{27} на комодульном произведении в M^{9}

В объектном множестве M^{9} 9 элементов, среди которых есть такие 6 элементы:

$$\underset{(1)}{\overset{123}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(2)}{\overset{231}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}},\underset{(3)}{\overset{312}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}}},\quad \underset{(4)}{\overset{132}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(5)}{\overset{213}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(6)}{\overset{321}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}}},$$

На их комодульном произведении получим 12 элементов объектного множества S^{27}**:**

$$\underset{(11)}{\overset{233}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(12)}{\overset{311}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}}},\quad \underset{(13)}{\overset{133}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(15)}{\overset{322}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}}},$$

$$\underset{(17)}{\overset{323}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(18)}{\overset{131}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}},\quad \underset{(19)}{\overset{313}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\underset{(21)}{\overset{232}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(23)}{\overset{332}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}}},\underset{(24)}{\overset{113}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}}},\quad \underset{(25)}{\overset{331}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}},\underset{(27)}{\overset{223}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}}.$$

Они следуют из таблицы комодульных произведений:

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6
1	24	11	17	13	27	19
2	11	18	23	21	13	25
3	17	23	12	25	19	15
4	13	21	25	18	13	21
5	27	13	19	11	24	17
6	19	25	15	23	17	12

Заметим, что 6 элементов объектного множества **с**с номерами

$$[10, 14, 16, 20, 22, 26]$$

«выпадают» из этого множества в границах указанного алгоритма. Данное подмножество замкнуто на операции комодульного суммирования и на частично ассоциативной операции.

Начала спектра нелинейных, нелиевских объектных алгебр

Фундаментальные решения многих задач естествознания во многом получены на базе ассоциативных, линейных алгебр Ли, в которых матрицы ассоциированы с их элементами.

С появлением объектных множеств в качестве новых элементов и инструментов математического творчества, изначально заданных матрицами и замкнутых на спектре ассоциативных и неассоциативных операций, уточняются и обобщаются именно алгебры.

Проиллюстрируем некоторые аспекты генерации новых алгебр на элементах объектного множества S^{27}. Оно состоит из 27 матриц размерности 3×3, представляя 4 квазиполя по 9 элементов, каждое из которых содержит одно и то же подмножество из элементов с номерами 7,8.9.

Принимая квазиполя в качестве физических изделий, мы можем рассматривать их в качестве 4 различных атомов праматери с центральной частью из элементов 7,8,9, а также с их периферической структурой из 6 элементов.

Тогда естественно разработать и применить на практике приемы и алгоритмы анализа возможных алгебр, которые могут найти применение в решении практических задач в мире реальных объектов, подчиненных физиологическому и информационному взаимодействию.

Объектное множество S^{27} предъявляет для решения такой задачи спектр вариантов. Они достаточны для генерации линейных и нелинейных алгебр лиевского и нелиевского типа.

На ассоциативной операции косуммирования и на неассоциативной комбинаторной операции действует ряд законов.

Отметим некоторые из законов, непривычные с позиции классических множеств.

Имеем связи

$$xy = xy \cdot yx, \qquad yx = yx \cdot xy.$$

Соответственно, корректны простые алгебры

$$xy - yx = xy \cdot yx - yx \cdot xy,$$
$$xy \cdot yx = (xy \cdot yx) \cdot (yx \cdot xy),$$
$$xy + yx = xy \cdot yx + yx \cdot xy.$$

На их основе удобно конструировать и находить в них элементы практики при усложнении форм для связи базовых элементов.

Выполняются стационарные, циклические объединения элементов объектного множества

$$ab + ba = 8, \qquad abc = cba,$$
$$abcd + dcba = 8, \qquad abcde = edcba,$$
$$abcdef + fedcba = 8, \qquad abcdefg = gfedcba,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Наличие пирамидальных свойств множества при объединении с другими их свойствами дает основания для генерации спектра аддитивно-мультипликативных алгебр лиевского, а также нелиевского типа.

Теперь желательной найти приложения новых инструментов расчета и анализа к той практике, которая была доступна, но не имела должного описания и объяснения.

Объектные обобщения алгебры Акивиса

Ассоциативная алгебра Акивиса базируется на равенстве двух функциональных условий

$$A = B,$$
$$A = \left[\left[x, y\right], z\right] + \left[\left[y, z\right], x\right] + \left[\left[z, x\right], y\right],$$
$$B = \left[x, y, z\right] + \left[y, z, x\right] + \left[z, x, y\right] - \left[x, y, x\right] - \left[y, x, z\right] - \left[z, y, x\right],$$
$$\left[x, y\right] = xy - yx, \qquad \left[x, y, z\right] = xyz - x\left(yz\right).$$

Обобщим ситуацию: применим в функциональных условиях не только разности мультипликативных слагаемых, но также их произведения и суммы:

$$\left[x, y\right] = xy * yx, \qquad \left[x, y, z\right] = xyz * x\left(yz\right),$$
$$* \to \left(-\right), \left(\cdot\right), \left(+\right).$$

Пусть $x = 10, y = 12, z = 3$. На модели Акивиса получим

$$\alpha = \left(10 \cdot 12 - 12 \cdot 10\right)3 - 3\left(10 \cdot 12 - 12 \cdot 10\right) = 7 \cdot 3 - 3 \cdot 7 = 3 - 5 = 4,$$
$$\beta = \left(12 \cdot 3 - 3 \cdot 12\right)10 - 10\left(12 \cdot 3 - 3 \cdot 12\right) = 23 \cdot 10 - 10 \cdot 23 = 2 - 6 = 5,$$
$$\gamma = \left(3 \cdot 10 - 10 \cdot 3\right)12 - 12\left(3 \cdot 10 - 10 \cdot 3\right) = 27 \cdot 12 - 12 \cdot 27 = 21 - 17 = 16,$$
$$A = \alpha + \beta + \gamma = 22, \qquad \theta = x + y + z = 26, \qquad A + \theta = 22 + 26 = 9 = 0^{*}.$$

$$b_1 = \left[x, y, z\right] = 10 \cdot 12 \cdot 3 - 10\left(12 \cdot 3\right) = 1 - 18 = 15,$$
$$b_2 = \left[y, z, x\right] = 12 \cdot 3 \cdot 10 - 12\left(3 \cdot 10\right) = 20 - 6 = 13,$$
$$b_2 = \left[z, x, y\right] = 3 \cdot 10 \cdot 12 - 5\left(10 \cdot 12\right) = 2 - 4 = 4,$$
$$B_1 = b\ + b_2 + b_3 = 15 + 13 + 4 = 22.$$

$$b_4 = \left[x, z, y\right] = 10 \cdot 3 \cdot 12 - 10\left(3 \cdot 12\right) = 20 - 4 = 15,$$
$$b_5 = \left[y, x, z\right] = 12 \cdot 10 \cdot 3 - 12\left(10 \cdot 3\right) = 2 - 18 = 13,$$
$$b_6 = \left[z, y, x\right] = 3 \cdot 12 \cdot 10 - 3\left(12 \cdot 10\right) = 1 - 6 = 4,$$
$$B_2 = b_4 + b_5 + b_6 = 15 + 13 + 4 = 22.$$

Следовательно, в объектном множестве имеем обобщения условия Акивиса

$$A = B - \theta, \qquad B_1 = A = B_2.$$

Дополнительно объектное множество предъявляет пару новых законов, соответственно, на замене операции разности на операцию произведения или на операцию суммирования

$$\left(\cdot\right) \to A = B + \theta, \qquad \left(+\right) \to A = B.$$

Заменим операцию «минус» в квадратных скобках с бинарными элементами и операцию «минус» в триадных выражениях на неассоциативное произведение. Получим равенство всех введенных выражений и измененную связь Акивиса:

$$\alpha = \left(10\cdot12\right)\left(12\cdot10\right)3\cdot3\left(\left(10\cdot12\right)\left(12\cdot10\right)\right) = 1\cdot4 = 1,$$
$$\beta = \left(12\cdot3\right)\left(3\cdot12\right)10\cdot10\left(\left(12\cdot3\right)\left(3\cdot12\right)\right) = 20\cdot18 = 20,$$
$$\gamma = \left(3\cdot10\right)\left(10\cdot3\right)12\cdot12\left(\left(3\cdot10\right)\left(10\cdot30\right)\right) = 2\cdot6 = 2,$$
$$A = \alpha + \beta + \gamma = 26, \qquad \theta = x + y + z = 26.$$

$$b_1 = \left[x, y, z\right] = (10\cdot12\cdot3)(10\left(12\cdot3\right)) = 1\cdot18 = 10,$$
$$b_2 = \left[y, z, x\right] = (12\cdot3\cdot10)9(12\left(3\cdot10\right)) = 20\cdot6 = 12,$$
$$b_2 = \left[z, x, y\right] = (3\cdot10\cdot12)(5\left(10\cdot12\right)) = 2\cdot4 = 3,$$
$$B_1 = b \ + b_2 + b_3 = 10 + 12 + 3 = 26.$$

$$b_4 = \left[x, z, y\right] = (10\cdot3\cdot12)(10\left(3\cdot12\right)) = 20\cdot4 = 10,$$
$$b_5 = \left[y, x, z\right] = (12\cdot10\cdot3)(12\left(10\cdot3\right)) = 2\cdot18 = 12,$$
$$b_6 = \left[z, y, x\right] = (3\cdot12\cdot10)(3\left(12\cdot10\right)) = 1\cdot6 = 3,$$
$$B_2 = b_4 + b_5 + b_6 = 10 + 12 + 3 = 26.$$

Заменим операцию «минус» на операцию «плюс». Получим новые данные:

$$\alpha = \left(10\cdot12 + 12\cdot10\right)3 + 3\left(10\cdot12 + 12\cdot10\right) = 8,$$
$$\beta = \left(12\cdot3 + 3\cdot12\right)10 + 10\left(12\cdot3 + 3\cdot12\right) = 8,$$
$$\gamma = \left(3\cdot10 + 10\cdot3\right)12 + 12\left(3\cdot10 + 10\cdot3\right) = 8,$$
$$A = \alpha + \beta + \gamma = 9, \qquad \theta = x + y + z = 26.$$

$$b_1 = \left[x, y, z\right] = 10\cdot12\cdot3 + 10\left(12\cdot3\right) = 1 + 18 = 22,$$
$$b_2 = \left[y, z, x\right] = 12\cdot3\cdot10 + 12\left(3\cdot10\right) = 20 + 6 = 26,$$
$$b_2 = \left[z, x, y\right] = 3\cdot10\cdot12 + 5\left(10\cdot12\right) = 2 + 4 = 9,$$
$$B_1 = b \ + b_2 + b_3 = 22 + 26 + 9 = 9.$$

$$b_4 = \left[x, z, y\right] = 10\cdot3\cdot12 + 10\left(3\cdot12\right) = 20 + 4 = 27,$$
$$b_5 = \left[y, x, z\right] = 12\cdot10\cdot3 + 12\left(10\cdot3\right) = 2 + 18 = 23,$$
$$b_6 = \left[z, y, x\right] = 3\cdot12\cdot10 + 3\left(12\cdot10\right) = 1 + 6 = 7,$$
$$B_2 = b_4 + b_5 + b_6 = 27 + 23 + 7 = 9.$$

Анализ подтвердил указанные законы, меняющиеся в зависимости от действующих операций, дополнив законы Акивиса новыми связями функциональных выражений. Они расширяют спектр законов, которым подчинены элементы данного объектного множества на «коммутаторах» и еще на «триграммах».

Квазигрупповые связи элементов объектного множества S^{27}

Сконструируем четыре массива алгебраических выражений на элементах объектного множества:

А-модель

$t/x(yz)$	$(tx)(yz)$	$t(x(yz))$	$(x(yz))t$
$z/x(yt)$	$(zx)(yt)$	$z(x(yt))$	$(x(yt))z$
$y/x(zt)$	$(yx)(zt)$	$y(x(zt))$	$(x(zt))y$
$t/x(zy)$	$(tx)(zy)$	$t(x(zy))$	$(x(zy))t$
$y/x(tz)$	$(yx)(tz)$	$y(x(tz))$	$(x(tz))y$
$z/x(ty)$	$(zx)(ty)$	$z(x(ty))$	$(x(ty))z$

,

В- модель

$t/y(xz)$	$(ty)(xz)$	$t(y(xz))$	$(y(xz))t$
$z/y(xt)$	$(zy)(xt)$	$z(y(xt))$	$(y(xt))z$
$x/y(zt)$	$(xy)(zt)$	$x(y(zt))$	$(y(zt))x$
$t/y(zx)$	$(ty)(zx)$	$t(y(zx))$	$(y(zx))t$
$x/y(tz)$	$(xy)(tz)$	$x(y(tz))$	$(y(tz))x$
$z/y(tx)$	$(zy)(tx)$	$z(y(tx))$	$(y(tx))z$

,

С-модель

$t/z(xy)$	$(tz)(xy)$	$t(z(xy))$	$(z(xy))t$
$y/z(xt)$	$(yz)(xt)$	$y(z(xt))$	$(z(xt))y$
$x/z(yt)$	$(xz)(yt)$	$x(z(yt))$	$(z(yt))x$
$t/z(yx)$	$(tz)(yx)$	$t(z(yx))$	$(z(yx))t$
$x/z(ty)$	$(xz)(ty)$	$x(z(ty))$	$(z(ty))x$
$y/z(tx)$	$(yz)(tx)$	$y(z(tx))$	$(z(tx))y$

,

Д-модель

$z/t(xy)$	$(zt)(xy)$	$z(t(xy))$	$(t(xy))z$
$y/t(xz)$	$(yt)(xz)$	$y(t(xz))$	$(t(xz))y$
$x/t(zy)$	$(xt)(zy)$	$x(t(zy))$	$(t(zy))x$
$z/t(yx)$	$(zt)(yx)$	$z(t(yx))$	$(t(yx))z$
$x/t(yz)$	$(xt)(yz)$	$x(t(yz))$	$(t(yz))x$
$y/t(zx)$	$(yt)(zx)$	$y(t(zx))$	$(t(zx))y$

.

Полученные выражения функционально родственны используемым в теории квазигрупп типа Муфанг, Бола, Брака-Тойоды и других, имеющих развитую теорию и некоторые приложения в расчетных моделях. Они частично исследованы на элементах объектных множеств с матричными значениями и с применением новых операций.

Проанализируем связи между введенными величинами на подмножествах объектного множества в количестве 4 элементов.

Пусть

$$x = 3,\ y = 4,\ z = 16,\ t = 8.$$

На основе указанных выражений получим данные, иллюстрирующие равенство некоторых значений, приближая анализ к исследованиям, характеризующим квазигруппы:

$A \rightarrow$

$(8\cdot3)(4\cdot16)=2\cdot22=18$	$8(3(4\cdot16))=8\cdot17=16$	$(3(4\cdot6))8=17\cdot8=19$
$(16\cdot3)(4\cdot8)=4\cdot2=18$	$16(3(4\cdot8))=16\cdot9=21$	$(3(4\cdot8))16=9\cdot16=17$
$(4\cdot3)(16\cdot8)=6\cdot20=14$	$4(3(16\cdot8))=4\cdot27=21$	$(3(16\cdot8))4=27\cdot4=17$
$(8\cdot3)(16\cdot4)=2\cdot25=14$	$8(3(16\cdot4))=8\cdot13=15$	$(3(16\cdot4))8=13\cdot8=11$
$(4\cdot3)(8\cdot16)=6\cdot18=22$	$4(3(8\cdot16))=4\cdot11=16$	$(3(8\cdot16))4=11\cdot4=19$
$(16\cdot3)(8\cdot4)=14\cdot6=22$	$16(3(8\cdot4))=16\cdot1=15$	$(3(8\cdot4))16=1\cdot16=11$

,

$B \rightarrow$

$(8\cdot4)(3\cdot16)=6\cdot12=18$	$8(4(3\cdot16))=8\cdot17=16$	$(4(3\cdot16))8=17\cdot8=19$
$(16\cdot4)(3\cdot8)=25\cdot6=18$	$16(4(3\cdot8))=16\cdot9=21$	$(4(3\cdot8))16=9\cdot16=17$
$(3\cdot4)(16\cdot8)=2\cdot20=25$	$3(4(16\cdot8))=3\cdot13=21$	$(4(16\cdot8))3=13\cdot3=17$
$(8\cdot4)(16\cdot3)=6\cdot14=25$	$8(4(16\cdot3))=8\cdot27=26$	$(4(16\cdot3))8=27\cdot8=24$
$(3\cdot4)(8\cdot16)=2\cdot18=12$	$3(4(8\cdot16))=3\cdot24=16$	$(4(8\cdot16))3=24\cdot3=19$
$(16\cdot4)(8\cdot3)=25\cdot2=12$	$16(4(8\cdot3))=16\cdot5=26$	$(4(8\cdot3))16=5\cdot16=24$

,

$C \rightarrow$

$(8\cdot16)(3\cdot4)=18\cdot2=14$	$8(16(3\cdot4))=8\cdot13=15$	$(16(3\cdot4))8=13\cdot8=11$
$(4\cdot16)(3\cdot8)=22\cdot6=14$	$4(16(3\cdot8))=4\cdot27=21$	$(16(3\cdot8))4=27\cdot4=17$
$(3\cdot16)(4\cdot8)=12\cdot2=25$	$3(16(4\cdot8))=3\cdot13=21$	$(16(4\cdot8))3=13\cdot3=17$
$(8\cdot16)(4\cdot3)=8\cdot6=25$	$8(16(4\cdot3))=8\cdot27=26$	$(16(4\cdot3))8=27\cdot8=24$
$(3\cdot16)(8\cdot4)=12\cdot6=20$	$3(16(8\cdot4))=3\cdot27=15$	$(16(8\cdot4))3=27\cdot3=11$
$(4\cdot16)(8\cdot3)=22\cdot2=20$	$4(16(8\cdot3))=4\cdot13=26$	$(16(8\cdot3))4=13\cdot4=24$

,

$D \rightarrow$

$(16\cdot8)(3\cdot4)=20\cdot2=22$	$16(8(3\cdot4))=16\cdot1=15$	$(8(3\cdot4))16=1\cdot16=11$
$(4\cdot8)(3\cdot16)=2\cdot12=22$	$4(8(3\cdot16))=4\cdot11=16$	$(8(3\cdot16))4=11\cdot4=19$
$(3\cdot8)(16\cdot4)=6\cdot25=20$	$3(8(16\cdot4))=3\cdot27=15$	$(8(16\cdot4))3=27\cdot3=11$
$(16\cdot8)(4\cdot3)=20\cdot6=12$	$16(8(4\cdot3))=16\cdot5=26$	$(8(4\cdot3))16=5\cdot16=24$
$(3\cdot8)(4\cdot16)=6\cdot22=12$	$3(8(4\cdot16))=3\cdot24=16$	$(8(4\cdot16))3=24\cdot3=19$
$(4\cdot8)(16\cdot3)=2\cdot14=20$	$4(8(16\cdot3))=4\cdot13=26$	$(8(16\cdot3))4=13\cdot4=24$

.

На других подмножествах объектного множества анализ предъявляет аналогичные связи между выражениями.

Соответственно генерируется спектр бинарных связей:

A		B
$(tx)(yz)=(zx)(yt)$		$(ty)(xz)=(zy)(xt)$
$(yx)(zt)=(tx)(zy)$		$(xy)(zt)=(ty)(zx)$
$(yx)(tz)=(zx)(ty)$		$(xy)(tz)=(zy)(tx)$
$t(x(yz))=y(x(tz))$		$t(y(xz))=x(y(tz))$
$z(x(yt))=y(x(zt))$		$z(y(xt))=x(y(zt))$
$t(x(zy))=z(x(ty))$		$t(y(zx))=z(y(tx))$
$(x(yz))t=(x(tz))y$		$(y(xz))t=(y(tz))x$
$(x(yt))z=(x(zty))$		$(y(xt))z=(y(zt))x$
$(x(zy))t=(x(ty))z$		$(y(zx))t=(y(tx))z$

,

C		D
$(tz)(xy)=(yz)(xt)$		$(zt)(xy)=(yt)(xz)$
$(xz)(yt)=(tz)(yx)$		$(xt)(zy)=(yt)(zx)$
$(xz)(ty)=(yz)(tx)$		$(zt)(yx)=(xt)(yz)$
$t(z(xy))=x(z(ty))$		$z(t(xy))=x(t(zy))$
$y(z(xt))=x(z(yt))$		$y(t(xz))=x(t(yz))$
$t(z(yx))=y(z(tx))$		$z(t(yx))=y(t(zx))$
$(z(xy))t=(z(ty))x$		$(t(xy))z=(t(zy))x$
$(z(xt))y=(z(yt))x$		$(t(xz))y=(t(yz))x$
$(z(yx))t=(z(tx))y$		$(t(yx))z=(t(zx))y$

.

Связи между элементами задают законы общего пользования:

$$(a(bc))d=(a(dc))b,$$
$$a(b(cd))=c(b(ad)),$$
$$(ab)(cd)=(db)(ca).$$

Они иллюстрируют модели квазигрупп на элементах объектного множества.

Проиллюстрируем черты алгоритма на примере. Пусть

$$x = 1,\ y = 10,\ z = 23,\ t = 15.$$

Согласно указанным равенствам конкретизируем и проверим их на конкретной ситуации:

A
$(15\cdot 1)(10\cdot 23) = 16\cdot 27 = 27 = (23\cdot 1)(10\cdot 15) = 21\cdot 12$
$(10\cdot 1)(23\cdot 15) = 26\cdot 18 = 13 = (15\cdot 1)(23\cdot 10) = 16\cdot 2$
$(10\cdot 1)(15\cdot 23) = 26\cdot 20 = 1 = (23\cdot 1)(15\cdot 10) = 21\cdot 14$
$15(1(10\cdot 23)) = 15\cdot 3 = 18 = 10(1(15\cdot 23)) = 10\cdot 26$
$23(1(10\cdot 15)) = 23\cdot 23 = 7 = 10(1(23\cdot 15)) = 10\cdot 10$
$15(1(23\cdot 10)) = 15\cdot 8 = 12 = 23(1(15\cdot 10)) = 23\cdot 21$
$(1(10\cdot 23))15 = 3\cdot 15 = 20 = (1(15\cdot 23))10 = 26\cdot 10$
$(1(10\cdot 15))23 = 23\cdot 23 = 7 = (1(23\cdot 15))10 = 10\cdot 10 = 7$
$(1(23\cdot 10))15 = 8\cdot 15 = 14 = (1(15\cdot 10))23 = 21\cdot 23$
....
$[27,13,1,18,7,12,20,7,14]$

,

B
$(15\cdot 10)(1\cdot 23) = 14\cdot 17 = 27 = (23\cdot 10)(1\cdot 15) = 2\cdot 19$
$(1\cdot 10)(23\cdot 15) = 24\cdot 18 = 4 = (15\cdot 10)(23\cdot 1) = 14\cdot 21$
$(1\cdot 10)(15\cdot 23) = 24\cdot 20 = 10 = (23\cdot 10)(15\cdot 1) = 2\cdot 16$
$15(10(1\cdot 23)) = 15\cdot 3 = 18 = 1(10(15\cdot 23)) = 1\cdot 24$
$23(10(1\cdot 15)) = 23\cdot 23 = 7 = 1(10(23\cdot 15)) = 1\cdot 1$
$15(10(23\cdot 1)) = 15\cdot 22 = 19 = 23(10(15\cdot 1)) = 23\cdot 2$
$(10(1\cdot 23)) = 3\cdot 15 = 20 = (10(15\cdot 23))1 = 24\cdot 1$
$(10(1\cdot 15))23 = 23\cdot 23 = 7 = (10(23\cdot 15))1 = 1\cdot 1$
$(10(23\cdot 1))15 = 22\cdot 15 = 16 = (10(15\cdot 1))23 = 2\cdot 23$
....
$[27,4,10,18,7,19,20,7,16]$

,

C
$(15\cdot 23)(1\cdot 10) = 20\cdot 24 = 13 = (10\cdot 23)(1\cdot 15) = 6\cdot 19$
$(1\cdot 23)(10\cdot 15) = 17\cdot 12 = 4 = (15\cdot 23)(10\cdot 1) = 20\cdot 26$
$(1\cdot 23)(15\cdot 10) = 17\cdot 14 = 23 = (10\cdot 23)(15\cdot 1) = 6\cdot 16$
$15(23(1\cdot 10)) = 8\cdot 24 = 12 = 1(23(15\cdot 10)) = 1\cdot 17$
$10(23(1\cdot 15)) = 10\cdot 10 = 7 = 1(23(10\cdot 15)) = 1\cdot 1$
$15(23(10\cdot 1)) = 15\cdot 22 = 19 = 10(23(15\cdot 1)) = 10\cdot 6$
$(23(1\cdot 10))15 = 8\cdot 15 = 14 = (23(15\cdot 10))1 = 17\cdot 1$
$(23(1\cdot 15))10 = 10\cdot 10 = 7 = (23(10\cdot 15))1 = 1\cdot 1$
$(23(10\cdot 1))15 = 22\cdot 15 = 16 = (23(15\cdot 1))10 = 6\cdot 10$
....
$[13,4,23,12,7,19,14,7,10]$

,

D
$(23\cdot 15)(1\cdot 10) = 18\cdot 24 = 1 = (10\cdot 15)(1\cdot 23) = 12\cdot 17$
$(1\cdot 15)(23\cdot 10) = 19\cdot 2 = 23 = (10\cdot 15)(23\cdot 1) = 12\cdot 21$
$(23\cdot 15)(10\cdot 1) = 18\cdot 26 = 10 = (1\cdot 15)(10\cdot 23) = 19\cdot 6$
$23(15(1\cdot 10)) = 23\cdot 21 = 12 = 1(15(23\cdot 10)) = 1\cdot 17$
$10(15(1\cdot 23)) = 10\cdot 26 = 18 = 1(15(10\cdot 23)) = 1\cdot 24$
$23(15(10\cdot 1)) = 23\cdot 2 = 19 = 10(15(23\cdot 1)) = 10\cdot 6$
$(15(1\cdot 10))23 = 21\cdot 23 = 14 = (15(23\cdot 10))1 = 17\cdot 1$
$(15(1\cdot 23))10 = 26\cdot 10 = 20 = (15(10\cdot 23))1 = 24\cdot 1$
$(15(10\cdot 1))23 = 2\cdot 23 = 16 = (15(23\cdot 1))10 = 6\cdot 10$
....
$[1,23,10,12,18,19,14,20,16]$

.

Разные функции генерируют не только разные, но и одинаковые элементы посредством разного объединения одних и тех же элементов.

Наличие одинаковых элементов при такой генерации обозначает, с позиции практики, что одинаковый результат можно получить разными способами, при разной «обработке». В физиологическом смысле этот результат непривычен и имеет мало реализаций. Однако в ментально-чувственной деятельности он возможен, реален и достижим.

Понятно и привычно, что не всё достижимо при ограниченных средствах и материалах, однако и в этом случае не исключается получение неожиданных, например, повторяющихся значений.

Среди общих законов имеют место законы, задающие одинаковые элементы объектного множества. Их специфика проявляется в конкретике расчета.

Действующие связи распределены по подмножествам со свойством генерации на том или ином подмножестве значений тех же или новых величин, выступая в роли генераторов нового подмножества согласно поступившему «питанию» в изделие, имеющее конечное множество «преобразователей».

Разные последовательности в расположении элементов достаточны для генерации неких новых элементов. Их состав зависит от того, какое подмножество функций выступает в роли «мастера».

36 функций можно распределить на подмножества по 4 или по 6 элементов:

$$(tx)(yz) = (zx)(yt) = (ty)(xz) = (zy)(xt),$$
$$(yx)(zt) = (tx)(zy) = (tz)(xy) = (yz)(xt),$$
$$t(x(yz)) = y(x(tz)) = t(y(xz)) = x(y(tz)) = y(t(xz)) = x(t(yz)),$$
$$z(x(yt)) = y(x(zt)) = z(y(xt)) = x(y(zt)) = y(z(xt)) = x(z(yt)),$$
$$(z(xt))y = (z(yt))x = (x(yt))z = (x(zt))y = (y(xt))z = (y(zt))x,$$
$$(yx)(tz) = (zx)(ty) = (zt)(xy) = (yt)(xz),$$
$$t(x(zy)) = z(x(ty)) = t(z(xy)) = x(z(ty)) = z(t(xy)) = x(t(zy)),$$
$$(x(yz))t = (x(tz))y = (y(xz))t = (y(tz))x = (t(xz))y = (t(yz))x,$$
$$(x(zy))t = (x(ty))z = (z(xy))t = (z(ty))x = (t(xy))z = (t(zy))x,$$
$$(xy)(tz) = (zy)(tx) = (zt)(yx) = (xt)(yz),$$
$$t(x(yz)) = y(x(tz)) = t(y(xz)) = x(y(tz)) = y(t(xz)) = x(t(yz)),\ldots$$

Функции одного ряда имеют свойство генерировать одинаковые элементы. По этой причине их можно трактовать как проект возможных реальных изделий, которые будут производить разные «игрушки» в зависимости от того, в какой последовательности поступают в это изделие первичные, начальные элементы.

На примере объектных квазигрупп мы приходим к модели творческой «мельницы» или аналога токарного станка, посредством которого производятся разные изделия из одного и того же набора данных.

Поскольку анализ выполнен на неассоциативной операции, мы фактически получили аналог творческой деятельности сознания, генерирующего «разное» и конкретное, нужное из доступного минимума средств.

Объектное множество иллюстрирует факт, что для «творчества» может быть достаточно «доступного» материала, обогащая наличное творческой деятельностью.

В рассматриваемом алгоритме очевиден факт, что деятельность может обеспечить то, что подчинено закону, выходя за пределы ожиданий или желаний. А также тот факт, что нечто новое получается на серии новых начальных данных и при их новом применении.

Анализируемый алгоритм имеет в себе признаки объектной динамики и проявляет черты эволюции при выполнении творческой деятельности.

Заменим операцию произведения на операцию разности, сохранив скобки. Получим новые элементы и функциональную связь между парой этих множеств. Имеем

A
$(15\cdot1)(10\cdot23)=16\cdot6=27=(23\cdot1)(10\cdot15)=21\cdot12$
$(10\cdot1)(23\cdot15)=26\cdot18=13=(15\cdot1)(23\cdot10)=16\cdot2$
$(10\cdot1)(15\cdot23)=26\cdot20=1=(23\cdot1)(15\cdot10)=21\cdot14$
$15(1(10\cdot23))=15\cdot3=18=10(1(15\cdot23))=10\cdot26$
$23(1(10\cdot15))=23\cdot23=7=10(1(23\cdot15))=10\cdot10$
$15(1(23\cdot10))=15\cdot8=12=23(1(15\cdot10))=23\cdot21$
$(1(10\cdot23))15=3\cdot15=20=(1(15\cdot23))10=26\cdot10$
$(1(10\cdot15))23=23\cdot23=7=(1(23\cdot15))10=10\cdot10=7$
$(1(23\cdot10))15=8\cdot15=14=(1(15\cdot10))23=21\cdot23$
....
$[27,13,1,18,7,12,20,7,14]$

,

$A(-)$
$(15-1)-(10-23)=26=(23-1)-(10-15)$
$(10-1)-(23-15)=15=(15-1)-(23-10)$
$(10-1)-(15-23)=3=(23-1)-(15-10)$
$15-(1-(10-23))=15=10-(1-(15-23))$
$23-(1-(10-15))=3=10-(1-(23-15))$
$15-(1-(23-10))=26=23-(1-(15-10))$
$(1-(10-23))-15=12=(1-(15-23))-10$
$(1(10\cdot15))23=6=(1-(23\cdot15-))-10$
$(1-(23-10))-15=22=(1-(15-10))-23$
....
$[26,15,3,15,3,26,12,6,22]$

.

Величины, полученные на произведениях и на разностях, согласованы между собой: первая тройка строк согласована согласно произведениям величин, вторая и третья тройка строк согласованы согласно сумме значений.

Эти величины одинаковы на разных строках. Этот факт иллюстрирует взаимную связь функций на разных операциях и ее зависимость от формы применяемых функций.

Заметим, что на комодульном произведении, как и на комодульной сумме, все выражения генерируют *одно значение* на анализируемом подмножестве объектного множества.

Фабрика связей для элементов объектных множеств

Проанализируем возможность построения алгоритма вывода законов для связей ряда элементов объектных множеств, например, подмножеств из 4 слагаемых

$$[x, y, z, t].$$

Группа их перестановок имеет порядок 24 и задается последовательностями

$xyzt$	$yxtz$	$ztxy$	$tzyx$
$xtzy$	$txyz$	$zyxt$	$yztx$
$xzyt$	$zxty$	$ytxz$	$tyzx$
$xytz$	$yxzt$	$tzxy$	$ztyx$
$xtyz$	$txzy$	$yzxt$	$zytx$
$xzty$	$zxyt$	$tyxz$	$ytzx$

.

Связи в каждом из подмножеств имеют 4 формы

$$xyzt, \qquad x(yz)t, \qquad (xy)(zt), \qquad x(y(zt)).$$

Применим их к 24 базовым наборам элементов и выполним расчеты с конкретными «показателями». Анализ, представленный ранее, обеспечивает данные о равенстве значений при определенной перестановке элементов.

Связи форм между собой вытекают из конкретики выполняемых расчетов. В моделях объектных множеств получаем законы связей для единичных форм такого вида:

$$\begin{aligned} x(y(zt)) &= z(y(xt)), \qquad x \leftrightarrow z, \\ (xy)(tz) &= (zy)(tx), \qquad x \leftrightarrow z, \\ (y(xt))z &= (y(zt))x, \qquad x \leftrightarrow z. \end{aligned}$$

Дополнительные законы получаются при двойном объединении форм.

Естественно имеем закон для тройного их объединения:

$$\begin{aligned} A &= B, \\ A &= x(y(zt)) + (xy)(tz) + (y(xt))z, \\ B &= z(y(xt)) + (zy)(tx) + (y(zt))x. \end{aligned}$$

Расчет подтверждает корректность законов для каждого из объектных множеств. При этом только на множестве M^{16} выполняются законы

$$x(y(zt)) = x(t(zy)) \leftrightarrow y(zt) = t(zy) \leftrightarrow (y(zt))x = (t(zy))x.$$

Квазигрупповые циклические равенства

Введем бинарные связи с разным распределением скобок для 4 элементов объектного множества

$$S_1=((xy)z)t, S_2=x(y(zt)), S_3=(x(yz))t, S_4=x((yz)t), S_5=(xy)(zt).$$

Из предварительного анализа следует возможность равенства циклических квазигрупповых функций:

$$A_1=B_2\rightarrow\begin{cases}A_1=((xy)z)t+((yz)t)x+((zt)x)y+((tx)y)z,\\ B_2=((tz)y)x+((zy)x)t+((yx)t)z+((xt)z)y,\end{cases}$$

$$A_2=B_1\rightarrow\begin{cases}A_2=x(y(zt))+y(z(tx))+z(t(xy))+t(x(yz)),\\ B_1=t(z(yx))+z(y(xt))+y(x(tz))+x(t(zy)),\end{cases}$$

$$A_3=B_4\rightarrow\begin{cases}A_3=(x(yz))t+(y(zt))x+(z(tx))y+(t(xy))z,\\ B_4=(t(zy))x+(z(yx))t+(y(xt))z+(x(tz)),\end{cases}$$

$$A_4=B_3\rightarrow\begin{cases}A_4=x((yz)t)+y((zt)x)+z((tx)y)+t((xy)z),\\ B_3=t((zy)x)+z((yx)t)+y((xt)z)+x((tz)y),\end{cases}$$

$$A_5=B_5\rightarrow\begin{cases}A_5=(xy)(zt)+(yz)(tx)+(zt)(xy)+(tx)(yz),\\ B_5=(tz)(yx)+(zy)(xt)+(yx)(tz)+(xt)(zy).\end{cases}$$

Убедимся в их корректности на элементах множества M^{36} $x=13, y=2, z=24, t=5.$

Получим требуемые равенства:

$$A_1=13\cdot2\cdot24\cdot5+2\cdot24\cdot5\cdot13+24\cdot5\cdot13\cdot2+3\cdot13\cdot2\cdot24=13+13+13+13=16,$$
$$B_2=5\cdot24\cdot2\cdot13+24\cdot2\cdot13\cdot5+2\cdot13\cdot5\cdot24+13\cdot5\cdot24\cdot2=13+13+13+13=16,$$

$$A_2=13(2(24\cdot5))+2(24(5\cdot13))+24(5(13\cdot2))+5(13(2\cdot24))=29+21+29+13=26,$$
$$B_1=5(24(2\cdot13))+24(2(13\cdot5))+2(13(5\cdot24))+13(5(24\cdot2))=21+29+13+29=26,$$

$$A_3=(13(2\cdot24))5+(2(24\cdot5))13+(24(5\cdot13))2+(5(13\cdot2))24=13+21+29+21=26,$$
$$B_4=(5(24\cdot2))13+(24(2\cdot13))5+(2(13\cdot5))24+(13(5\cdot24))2=21+29+21+13=26,$$

$$A_4=13((2\cdot24)5)+2((24\cdot5)13)+24((5\cdot13)2)+5((13\cdot2)24)=13+13+13+13=16,$$
$$B_3=5((24\cdot2)13)+24((2\cdot13)5)+2((13\cdot5)24)+13((5\cdot24)2)=13+13+13+13=16,$$

$$A_5=(13\cdot2)(24\cdot5)+(2\cdot24)(5\cdot13)+(24\cdot5)(13\cdot2)+(5\cdot13)(2\cdot24)=15+29+17+21=16,$$
$$B_5=(5\cdot24)(2\cdot13)+(24\cdot2)(13\cdot5)+(2\cdot13)(5\cdot24)+(13\cdot5)(24\cdot2)=29+21+21+29=16.$$

Проверим корректность равенств на элементах объектного множества M^{16}

$$x=2, y=16, z=7, t=11.$$

Получим их подтверждение с дополнительным свойством:

$$A_1 = 2\cdot 16\cdot 7\cdot 11 + 16\cdot 7\cdot 11\cdot 2 + 7\cdot 11\cdot 2\cdot 16 + 11\cdot 2\cdot 16\cdot 7 = 11+11+11+11 = 4,$$
$$B_2 = 11\cdot 7\cdot 16\cdot 2 + 7\cdot 16\cdot 2\cdot 11 + 16\cdot 2\cdot 11\cdot 7 + 2\cdot 11\cdot 7\cdot 16 = 11+11+11+11 = 4,$$

$$A_2 = 2\big(16(7\cdot 11)\big) + 16\big(7(11\cdot 2)\big) + 7\big(11(2\cdot 16)\big) + 11\big(2(16\cdot 7)\big) = 1+3+11+9 = 4,$$
$$B_1 = 11\big(7(16\cdot 2)\big) + 7\big(16(2\cdot 11)\big) + 16\big(2(11\cdot 7)\big) + 2\big(11(7\cdot 16)\big) = 3+1+9+11 = 4,$$

$$A_3 = \big(2(16\cdot 7)\big)11 + \big(16(7\cdot 11)\big)2 + \big(7(11\cdot 2)\big)16 + \big(11(2\cdot 16)\big)7 = 9+1+3+11 = 4,$$
$$B_4 = \big(11(7\cdot 16)\big)2 + \big(7(16\cdot 2)\big)11 + \big(16(2\cdot 11)\big)7 + \big(2(11\cdot 7)\big)16 = 11+3+11+9 = 4,$$

$$A_4 = 2\big((16\cdot 7)11\big) + 16\big((7\cdot 11)2\big) + 7\big((11\cdot 2)16\big) + 11\big((2\cdot 16)\big)7 = 11+11+11+11 = 4,$$
$$B_3 = 11\big((7\cdot 16)2\big) + 7\big((16\cdot 2)11\big) + 16\big((2\cdot 11)7\big) + 2\big((11\cdot 7)16\big) = 11+11+11+11 = 4,$$

$$A_5 = (2\cdot 16)(7\cdot 11) + (16\cdot 7)(11\cdot 2) + (7\cdot 11)(2\cdot 16) + (11\cdot 2)(16\cdot 7) = 3+9+3+9 = 4,$$
$$B_5 = (11\cdot 7)(16\cdot 2) + (7\cdot 16)(2\cdot 11) + (16\cdot 2)(11\cdot 7) + (2\cdot 11)(7\cdot 16) = 3+9+3+9 = 4.$$

Следовательно, циклические функции с 4 элементами и 2 парами скобок генерируют «ноль» объектного множества, состоящего из 16 элементов. Поскольку 4 элементам, если взять их в качестве «теней» предзарядов, соответствуют 4 предзаряда, мы имеем начальную модель конформации предзарядов. Они не обнаруживаются по-отдельности, так как базируются на фундаментальном механизме объединения в форме «нулевого» объекта.

Продолжим анализ циклических квазигрупповых функций в модели 6 кварков, «тенями» которых являются элементы объектного множества, состоящего из 36 элементов. Примем алгоритм объединения 6 элементов на основе 3 пар скобок.

В качестве пробной модели возьмем случайную выборку из 6 элементов

$$a=11, b=4, c=21, d=33, e=15, f=6.$$

Проанализируем выражение

$$A_6 = (ab)(cd)(ef) + (bc)(de)(fa) + (cd)(ef)(ab) + (de)(fa)(bc) + (ef)(ab)(cd) + (fa)(bc)(de).$$

Получим

$$A_6 = (11\cdot 4)(21\cdot 33)(15\cdot 6) + (4\cdot 21)(33\cdot 15)(6\cdot 11) + (21\cdot 33)(15\cdot 6)(11\cdot 4) +$$
$$+ (33\cdot 15)(6\cdot 11)(4\cdot 21) + (15\cdot 6)(11\cdot 4)(21\cdot 33) + (6\cdot 11)(4\cdot 21)(33\cdot 15) =$$
$$= 21+23+21+13+17+13 = 18.$$

Анализ подтверждает корректность генерации объектного нуля на основе других связей с аналогичными действиями скобок.

Подтвердим анализ еще одним примером. На этом же начальном множестве элементов рассмотрим функцию

$$B_6=(ab)(c(de))f+(bc)(d(ef))a+(cd)(e(fa))b+(de)(f(ab))c+(ef)(a(bc))d+(fa)(b(cd))e.$$

Получим

$$\begin{gathered}B_6=(11\cdot 4)(21(33\cdot 15))6+(4\cdot 21)(33(15\cdot 6))11+(21\cdot 33)(15(6\cdot 11))4+\\+(33\cdot 15)(6(11\cdot 4))21+(15\cdot 6)(11(4\cdot 21))33+(6\cdot 11)(4(21\cdot 33))15=\\=19+21+25+27+23+29=19.\end{gathered}$$

Модель генерации объектных нулей не единственна. Проанализируем условие

$$C_6=a(bc)d(ef)+b(cd)e(fa)+c(de)f(ab)+d(ef)a(bc)+e(fa)b(cd)+f(ab)c(de).$$

Получим

$$\begin{gathered}C_6=11(4\cdot 21)33(15\cdot 6)+4(21\cdot 33)15(6\cdot 11)+21(33\cdot 15)6(11\cdot 4)+\\+33(15\cdot 6)11(4\cdot 21)+15(6\cdot 11)4(21\cdot 33)+6(11\cdot 4)21(33\cdot 15)=\\=15+25+23+15+25+23=18.\end{gathered}$$

Проанализируем ситуацию на подмножестве в форме элементов одной конформации

$$a=1, b=2, c=3, d=4, e=5, f=6.$$

Получим

$$\begin{gathered}D_6=1(2\cdot 3)4(5\cdot 6)+2(3\cdot 4)5(6\cdot 1)+3(4\cdot 5)6(1\cdot 2)+\\+4(5\cdot 6)1(2\cdot 3)+5(6\cdot 1)2(3\cdot 4)+6(1\cdot 2)3(4\cdot 5)==30+28+26+30+28+26=18.\end{gathered}$$

На этом же подмножестве проанализируем функцию

$$E_6=ab(cd)ef+bc(de)fa+cd(ef)ab+de(fa)bc+ef(ab)cd+fa(bc)de.$$

Получим

$$\begin{gathered}E_6=1\cdot 2(3\cdot 4)5\cdot 6+2\cdot 3(4\cdot 5)6\cdot 1+3\cdot 4(5\cdot 6)1\cdot 2+\\+4\cdot 5(6\cdot 1)2\cdot 3+5\cdot 6(1\cdot 2)3\cdot 4+6\cdot 1(2\cdot 3)4\cdot 5=18.\end{gathered}$$

Проанализируем на элементах $a=1, b=36, c=17, d=24, e=9, f=11$ функцию

$$F_6=ab(cd)(ef)+bc(de)(fa)+cd(ef)(ab)+de(fa)(bc)+(ef)(ab)cd+fa(bc)(de)$$

Получим

$$\begin{gathered}F_6=1\cdot 36(17\cdot 24)(9\cdot 11)+36\cdot 17(24\cdot 9)(11\cdot 1)+17\cdot 24(9\cdot 11)(1\cdot 36)+\\+24\cdot 9(11\cdot 1)(36\cdot 17)+9\cdot 11(1\cdot 36)(17\cdot 24)+11\cdot 1(36\cdot 17)(24\cdot 9)=13+23+29+25+17+19=18.\end{gathered}$$

Неассоциативное матричное единство алгебраических законов

Известно, что в 5 объектных множествах действуют 3 закона связей 4 их элементов:

$$x\left(y\left(zt\right)\right)=z\left(y\left(xt\right)\right),\qquad x\leftrightarrow z,$$
$$\left(xy\right)\left(tz\right)=\left(zy\right)\left(tx\right),\qquad x\leftrightarrow z,$$
$$\left(y\left(xt\right)\right)z=\left(y\left(zt\right)\right)x,\qquad x\leftrightarrow z.$$

Поставим задачу найти функциональную природу такого равенства алгебраических выражений и, возможно, их функционального единства.

Примем в качестве начального элемента анализа алгоритм конструирования матриц для порядка действия множителей в анализируемых выражениях. В качестве второго элемента анализа найдем результаты неассоциативного, прямого и обратного произведения матриц, ассоциированных с данными выражениями. В качестве третьего элемента анализа получим неассоциативные и ассоциативные произведения найденных произведений.

Получим такие результаты:

$$x\left(y\left(zt\right)\right): a_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, z\left(y\left(xt\right)\right): b_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}, a\overset{k}{\times}b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\left(xy\right)\left(tz\right): a_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, \left(zy\right)\left(tx\right): b_2=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, a_2\overset{k}{\times}b_2=b_2\overset{k}{\times}a_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\left(y\left(xt\right)\right)z: a_3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}, \left(y\left(zt\right)\right)x: b_3=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}, a_3\overset{k}{\times}b_3=b_3\overset{k}{\times}a_3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

С одной стороны, алгоритм иллюстрирует матричную общность неассоциативных произведений разных матриц для порядка множителей в функциональных выражениях.

С другой стороны, едины неассоциативные произведения полученных матриц, указывая на глобальное согласование 3 законов между собой:

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Объектное множество M^4 как элемент структурного поля F_2

Проанализируем свойства объектного множества из двух элементов:

$$\begin{matrix} 1 \\ 1+1=2 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{matrix} 1 \\ 1+2=1 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Элементы пары конформаций, полученные из них, обозначим натуральными числами

$$\underset{1}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{2}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}, \qquad \underset{3}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}, \quad \underset{4}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Факторизуем множество, обозначив первую конформация числом $\hat{1}$, а вторая пусть будет обозначена числом $\hat{0}$.

Представим, соответственно, таблицы комодульного суммирования и матричного произведения:

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4
1	4	3	2	1
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	1	2	3	4

$\rightarrow$

$+$	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{0}$

,

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	3	4
3	3	4	3	4
4	4	3	3	4

$\rightarrow$

$\times$	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$

.

Значит, принятая факторизация объектного множества генерирует модель поля $F_2\{0,1\}$, дополняя «абстракцию» чисел и их связей конкретизацией элементов и операций.

На комбинаторной операции получим *неассоциативную* таблицу произведения:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	3	2	1
3	1	2	3	4
4	2	1	4	3

$\rightarrow$

$\overset{k}{\times}$	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{0}$

.

В паре с операцией суммы получаем аналог модели поля $F_2\{0,1\}$.

Объектное множество M^9.

Отношения между 3 элементами множества генерируют базовые матрицы модели

$$\begin{matrix} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \end{matrix} \;\to\; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{matrix} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=2 \end{matrix} \;\to\; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{matrix} 1 \\ 1+3=1 \\ 1+3=1 \end{matrix} \;\to\; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим 3 конформации $[1,2,3] \to \hat{1}, [4,5,6] \to \hat{2}, [7,8,9] \to \hat{0}$ «своими» номерами:

$$\underset{1}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{2}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{4}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{5}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{6}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{7}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{8}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{9}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Составим таблицы произведения элементов конформаций и таблицы их факторизаций. На модульном суммировании строк и матричной операции получим такие таблицы:

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$\to$

$+$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

$\to$

$+$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	1

.

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	3	1	6	4	5	7	8	9
3	3	1	2	5	6	4	7	8	9
4	4	5	6	1	2	3	7	8	9
5	5	6	4	3	1	2	7	8	9
6	6	4	5	2	3	1	7	8	9
7	7	8	9	7	8	9	7	8	9
8	8	9	7	9	7	8	7	8	9
9	9	7	8	8	9	7	7	8	9

$\to$

$\times$	$\hat{1}$	2	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	2	$\hat{0}$
2	2	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$

$\to$

$\times$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	2
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	2
2	$\hat{0}$	2	$\hat{1}$

.

Факторизованные таблицы идентичны таблицам сумм и произведений конечного поля $F_3\{0,1,2\}$. Но это только формальная идентичность.

Модель конечного поля базируется на суммах и произведениях чисел по модулю числа 3. В рассматриваемом случае анализ выполнен для системы матриц, подмножества которых пронумерованы числами. Мы имеем структурные объекты и операции с ними. Это качественно другие множества, свойства которых существенно выходят за привычные пределы свойств чисел.

Комбинаторная операция генерирует таблицы с принципиально новыми свойствами:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7

$\rightarrow$

$\overset{k}{\times}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

$\rightarrow$

$\overset{k}{\times}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{2}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

.

Во-первых, эта таблица, в отличие от предыдущих таблиц, неассоциативна. Например,

$$1(2\cdot 3)=1\cdot 8=5,(1\cdot 2)3=8\cdot 3=2,\ldots$$

Во-вторых, факторизованная таблица не укладывается в рамки расчетной логики. Непонятно, как можно соединить между собой, с операционной точки зрения, условия вида

$$1\overset{k}{\times}0=2 \qquad 1\overset{k}{\times}1=0 \qquad 1\overset{k}{\times}2=1$$

$$2\overset{k}{\times}0=1 \qquad 2\overset{k}{\times}2=0 \qquad 2\overset{k}{\times}1=2$$

$$0\overset{k}{\times}0=0, \qquad 0\overset{k}{\times}1=1, \qquad 0\overset{k}{\times}2=2.$$

Эта таблица инициирует новую точку зрения на связи между факторизованными множествами. Для этого достаточно расположить тройку элементов на геометрической диаграмме, образовав «объектную молекулу» из тройки «атомов»:

2								1
	⤡						⤢	
		2		↔		1		
			⤡		⤢			
		↕		0		↕		
			⤢		⤡			
		1		↔		2		
	⤢						⤡	
1								2

.

Объектная модель M^{16}

Практика убедила нас в том, что тела могут быть подчинены ассоциативной математике, а сознанию присуща неассоциативная математика, посредством которой естественно описывается активный обмен информацией. Чувства, выполняющие функцию связи между телами и сознаниями, могут и должны управляться частично ассоциативной математикой. Эти аспекты практики индуцируют потребность в решении проблемы связи между указанными разделами математики и её приложениями в решении прикладных задач.

Одна из проблем состоит в том, чтобы разобраться, *могут ли физические тела внутренним образом генерировать сознание и чувства.*

С математической точки зрения эта задача сводится к проблеме генерации неассоциативных или частично ассоциативных множеств, согласованных, по меньшей мере, с парой ассоциативных множеств.

Рассмотрим такую возможность, применив в качестве операций стандартную матричную операцию и операцию суммирования мест значимых элементов по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц.

Примем в качестве базового множества объекты 4 систем конформаций, обозначим их натуральными числами:

$$1\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$5\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},6\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},7\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},8\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$9\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},10\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},11\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},12\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$13\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},14\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},15\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},16\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

С физической точки зрения в одну систему отнесены объекты, имеющие электрический и гравитационный типы.

Эта система элементов замкнута как на матричной операции вида $\overset{m}{\times} \to \times$, так и по операции комодульного суммирования $\overset{st}{+} \to +$. На матричной операции имеем таблицу

$\overset{mat}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	12	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	2	1	4	3	8	7	6	5	9	10	11	12	15	16	13	14
3	3	4	1	2	7	8	5	6	9	10	11	12	13	14	15	16
4	4	3	2	1	6	5	8	7	9	10	11	12	15	16	13	14
5	5	6	7	8	1	2	3	4	9	10	11	12	13	14	15	16
6	6	5	8	7	4	3	2	1	9	10	11	12	15	16	13	14
7	7	8	5	6	3	4	1	2	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	7	6	5	2	1	4	3	9	10	11	12	15	16	13	14
9	9	10	11	12	9	10	11	12	9	10	11	12	9	10	11	12
10	10	9	12	11	12	11	10	9	9	10	11	12	11	12	9	10
11	11	12	9	10	11	12	9	10	9	10	11	12	9	10	11	12
12	12	11	10	9	10	9	12	11	9	10	11	12	11	12	9	10
13	13	14	15	16	13	14	15	16	9	10	11	12	9	10	11	12
14	14	13	16	15	16	15	14	13	9	10	11	12	11	12	9	10
15	15	16	13	14	15	16	13	14	9	10	11	2	9	10	11	12
16	16	15	14	13	14	13	16	15	9	10	11	12	11	12	9	10

.

Таблица комодульного суммирования такова:

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	11	16	9	10	15	12	13	6	3	8	1	2	7	4	5
2	11	16	9	14	15	12	13	10	7	4	5	2	3	8	1	6
3	16	9	14	11	12	13	10	15	8	1	6	3	4	5	2	7
4	9	14	11	16	13	10	15	12	5	2	7	4	1	6	3	8
5	10	15	12	13	14	11	16	9	2	7	4	5	6	3	8	1
6	15	12	13	10	11	16	9	14	3	8	1	6	7	4	5	2
7	12	13	10	15	16	9	14	11	4	5	2	7	8	1	6	3
8	13	10	15	12	9	14	11	16	1	6	3	8	5	2	7	4
9	6	7	8	5	2	3	4	1	10	11	12	9	14	15	16	13
10	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
11	8	5	6	7	4	1	2	3	12	9	10	11	16	13	14	15
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	2	3	4	1	6	7	8	5	14	15	16	13	10	11	12	9
14	7	8	5	6	3	4	1	2	15	16	13	14	11	12	9	10
15	4	1	2	3	8	5	6	7	16	13	14	15	12	9	10	11
16	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12

.

Проанализируем действия пары «смешанных» произведений:

$$a * b(+) = (a+b) \times b, a * b(\times) = (a \times b) + b.$$

Получим таблицы композиционных «сумм» и «произведений»:

$(x*y)(+)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	12	14	12	12	16	12	16	9	10	11	12	15	14	13	16
2	11	14	11	14	15	9	15	9	9	10	11	12	13	16	15	14
3	16	10	16	10	10	14	10	14	9	10	11	12	15	14	13	16
4	9	13	9	13	13	11	13	11	9	10	11	12	13	16	15	14
5	10	13	10	13	16	12	16	12	9	10	11	12	15	14	13	16
6	15	11	15	11	11	13	11	13	9	10	11	12	13	16	15	14
7	12	15	12	15	14	10	14	10	9	10	11	12	15	14	13	16
8	13	9	13	9	9	15	9	15	9	10	11	12	13	16	15	14
9	6	8	6	8	8	8	8	8	9	10	11	12	11	10	9	12
10	3	3	3	3	3	1	3	1	9	10	11	12	9	12	11	10
11	8	6	8	6	6	6	6	6	9	10	11	12	11	10	9	12
12	1	1	1	1	1	3	1	3	9	10	11	12	9	12	11	10
13	2	4	2	4	4	4	4	4	9	10	11	12	11	10	9	12
14	7	7	7	7	7	5	7	5	9	10	11	12	9	12	11	10
15	4	2	4	2	2	2	2	2	9	10	11	12	11	10	9	12
16	5	5	5	5	5	7	5	7	9	10	11	12	9	12	11	10

,

$(x*y)(\times)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	16	14	16	14	16	14	16	10	12	10	12	10	12	10	12
2	11	11	11	11	9	9	9	9	10	12	10	12	12	10	12	10
3	16	14	16	14	16	14	16	14	10	12	10	12	10	12	10	12
4	9	9	9	9	11	11	11	11	10	12	10	12	12	10	12	10
5	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12
6	15	15	15	15	13	13	13	13	10	12	10	12	12	10	12	10
7	12	10	12	10	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12
8	13	13	13	13	15	15	15	15	10	12	10	12	12	10	12	10
9	6	4	6	4	2	8	2	8	10	12	10	12	14	16	14	16
10	3	7	3	7	5	1	5	1	10	12	10	12	16	14	16	14
11	8	2	8	2	4	6	4	6	10	12	10	12	14	16	14	16
12	1	5	1	5	7	3	7	3	10	12	10	12	16	14	16	14
13	2	8	2	8	6	4	6	4	10	12	10	12	14	16	14	16
14	7	3	7	3	1	5	1	5	10	12	10	12	16	14	16	14
15	4	6	4	6	8	2	8	2	10	12	10	12	14	16	14	16
16	5	1	5	1	3	7	3	7	10	12	10	12	16	14	16	14

.

Таблицы эти некоммутативны и частично ассоциативны. Следовательно, ассоциативная пара операций «способна» внутренним образом генерировать пару частично ассоциативных множеств на исходной системе объектов. Другими словами, система объектов приобретает новое качество: получает свойства, присущие информационному обмену и чувствам.

Согласно первой таблице система сумм обнаруживает неассоциативные свойства:

$$(8+11)+2=6, 8+(11+2)=15,$$
$$(8+10)+3=3, 8+(10+3)=13,$$
$$(8+9)+4=15, 8+(9+4)=8...$$

Аналогичные свойства на операции произведения есть у второй таблицы:

$$(8\times 11)\times 2=6, 8\times(11\times 2)=15,$$
$$(8\times 10)\times 3=3, 8\times(10\times 3)=13,$$
$$(8\times 9)\times 4=15, 8\times(9\times 4)=8...$$

Модель, в которой реализуется объединение рассматриваемых неассоциативных операций, на этих элементах не только ассоциативна, но и дает одинаковые значения:

$$(8\circ 11)\circ 2=14, 8\circ(11\circ 2)=14,$$
$$(8\circ 10)\circ 3=14, 8\times(10\times 3)=14,$$
$$(8\circ 9)\circ 4=14, 8\circ(9\circ 4)=14...$$

Системы имеют множество функциональных свойств:

$$x+(y\times x)=x\times y\times y\times x\to 2+(8\times 2)=2\times 8\times 8\times 2=13,$$
$$(x+y)\times x=x\times y\times x\to(2+8)\times 2=2\times 8\times 2=4,...$$
$$zf(x,y,z)=f(x,y,zz)\to x=3, y=7, z=15,...$$
$$\left(x+(y\times x)\right)^2=\left((x+y)\times x\right)^2\to x=1, y=2,$$
$$x^2+\left(y^2\times x^2\right)=\left(x^2+y^2\right)\times x^2, x+(y\times x)\neq(x+y)\times x\to x=5, y=13,$$
$$\left(x+(y\times x)\right)\left(y^2+\left(x^2+y^2\right)\right)=\left((x+y)\times x\right)\left(\left(y^2+x^2\right)\times y^2\right)\to x=7, y=8.$$

Имеет место аналог закона Брахмагупты:

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\begin{cases}(cd)^2(ab)^2,\\ (ac+bd)^2+(ad+bc)^2...\end{cases}$$

$$a=7, b=1, c=10, d=15.$$

На этих же элементах выполняется циклический закон

$$af(b,c,d)-bf(c,d,a)+cf(d,a,b)-df(a,b,c)=0,$$
$$f(a,b,c)=a(bc)+b(ca)+c(ab).$$

Для функции $\varphi(a,b)=ab+ba$ на указанных элементах имеет место закон

$$(ab\varphi(c,d))(bc\varphi(d,a))(cd\varphi(a,b))(da\varphi(b,c))=abcd.$$

Следовательно, неассоциативные операции индуцируют на базовой системе объектов систему новых нелинейных законов, которые указывают на изменение условий равновесия в системах, состоящих из конечного числа объектов. Рассматриваемые новые операции могут быть инициированы внешними или внутренними условиями. Между объектами есть также соотношения по законам, ассоциированным с их самовоздействием.

Пара элементов имеет также сложную систему законов. Например, имеет место «сплетение» кос в форме условия равновесия

$$((x+y)x(x+y))^k=(x(x+y)x)^k.$$

В частности, получим

$$((x+y)x(x+y))^2=(x(x+y)x)^2\to x=16, y=2, x+y=5,$$
$$((x+y)x(x+y))^4=(x(x+y)x)^4\to x=2, y=15, x+y=15.$$

Норма «сплетения» кос может измениться, если поменять порядок расположения базовых элементов

$$((x+y)x(x+y))^4=(x(x+y)x)^4\to x=1, y=2, x+y=12,$$
$$((x+y)x(x+y))^2=(x(x+y)x)^2\to x=2, y=1, x+y=11.$$

Есть элементы, которые не укладываются в модель «сплетения» кос:

$$x=1, y=13, x+y=15,$$
$$x=13, y=1, x+y=2.$$

Анализ показал, что ассоциативные множества «одинаковы» своей простотой, а неассоциативные множества «одинаковы» своей сложностью. Чем больше элементов учитывается в законе, тем обычно сложнее закон для их равновесия.

Представляет интерес анализ функциональных свойств многообразий на модели когомологий Хохшильда. Общий вид базовых функций

$$g_1f(g_2,g_3)-f(g_1g_2,g_3)+f(g_1,g_2g_3)-f(g_1,g_2)g_3=\sigma(f)$$

допускает разный их выбор.

В частности, будем рассматривать $f(\xi,\eta)=\xi\eta-\eta\xi,\ \varphi(\xi,\eta)=\xi\eta.$ Получим ряд частных законов:

$$f-g_1\varphi=0\to g_1=1,g_2=2,g_3=g_1+g_2=12,$$
$$1\cdot(f-\varphi)^2=0\to g_1=7,g_2=9,g_3=g_1+g_2=9,$$
$$g_2(f-\varphi)^2\neq 0\to g_1=7,g_2=9,g_3=g_2+g_1=8,$$
$$f\cdot 9=(11-9)9=0\to g_1=15,g_2=13,g_3=g_1+g_2=14$$

Для функции

$$g_1 f(g_2g_3,g_4)-g_4 f(g_1g_2,g_3)+g_3 f(g_4g_1,g_2)-g_2 f(g_3g_4,g_1)=\pi$$
$$(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16)\pi=0,\pi(12,14,16)=0,$$
$$g_1=3,g_2=5,g_1g_2=g_3=16,g_1g_2g_3=g_4=14.$$

Соотношения

$$\pi(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,13,15)\neq 0$$

задают модель устойчивого «неравновесия». Имеет место закон

$$f_1=f_2$$
$$f_1\to g_1=3,g_2=5,g_1+g_2=10,$$
$$f_2\to g_1=3,g_2=5,g_1\cdot g_2=10.$$

Изучим частично свойства функции Якоби

$$f(x,y,z)=x(yz)+z(xy)+y(zx)$$

на паре неассоциативных операций. Пусть $x=4,y=8,z=7.$ Тогда

$$f(4,8,7)=3+3+1=5,$$
$$xf(x,y,z)=12,yf(x,y,z)=16,zf(x,y,z)=11,$$
$$f(x,y,z)x=10,f(x,y,z)y=14,f(x,y,z)z=11,$$
$$zf(x,y,z)=f(x,y,z)z,$$
$$xf(x,y,z)=f(xx,y,z)...$$

Принимая введенные операции в качестве операций суммирования и произведения, мы приходим к модели квазиполя.

Его функциональные свойства уже частично представлены. Однако они задают только «внешний» облик множества, скрытый из-за простых средств и приемов анализа. Кроме этого, пока не указаны и не проявлены связи такого множества с возможными ситуациями в экспериментах.

Более того, неассоциативность пары операций достаточна для создания математических картин для описания сложных информационных потоков и взаимодействий.

Аналогичную ситуацию мы имеем при объединении неассоциативного, комбинаторного произведения и комодульной суммы по значимым элементам матриц в строках.

Таблицы для комбинаторного произведения и структурной суммы теперь иные:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	9	16	11	14	13	12	15	10	1	8	3	6	5	4	7	2
2	14	9	16	11	10	13	12	15	2	5	4	7	6	1	8	3
3	11	14	9	16	15	10	13	12	3	6	1	8	7	2	5	4
4	16	11	14	9	12	15	10	13	4	7	2	5	8	3	6	1
5	13	12	15	10	9	16	11	14	5	4	7	2	1	8	3	6
6	10	13	12	15	14	9	16	11	6	1	8	3	2	5	4	7
7	15	10	13	12	11	14	9	16	7	2	5	4	3	6	1	8
8	12	15	10	13	16	11	14	9	8	3	6	1	4	7	2	5
9	5	8	7	6	1	4	3	2	9	12	11	10	13	16	15	14
10	2	1	4	3	6	5	8	7	10	9	12	11	14	13	16	15
11	7	6	5	8	3	2	1	4	11	10	9	12	15	14	13	16
12	4	3	2	1	8	7	6	5	12	11	10	9	16	15	14	13
13	1	4	3	2	5	8	7	6	13	16	15	14	9	12	11	10
14	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
15	3	2	1	4	7	6	5	8	15	14	13	16	11	10	9	12
16	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9

,

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	11	16	9	10	15	12	13	6	3	8	1	2	7	4	5
2	11	16	9	14	15	12	13	10	7	4	5	2	3	8	1	6
3	16	9	14	11	12	13	10	15	8	1	6	3	4	5	2	7
4	9	14	11	16	13	10	15	12	5	2	7	4	1	6	3	8
5	10	15	12	13	14	11	16	9	2	7	4	5	6	3	8	1
6	15	12	13	10	11	16	9	14	3	8	1	6	7	4	5	2
7	12	13	10	15	16	9	14	11	4	5	2	7	8	1	6	3
8	13	10	15	12	9	14	11	16	1	6	3	8	5	2	7	4
9	6	7	8	5	2	3	4	1	10	11	12	9	14	15	16	13
10	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
11	8	5	6	7	4	1	2	3	12	9	10	11	16	13	14	15
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	2	3	4	1	6	7	8	5	14	15	16	13	10	11	12	9
14	7	8	5	6	3	4	1	2	15	16	13	14	11	12	9	10
15	4	1	2	3	8	5	6	7	16	13	14	15	12	9	10	11
16	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12

.

Таблица комбинаторных произведений частично ассоциативна. Проиллюстрируем этот факт на конкретных примерах:

$$(4\cdot 8)1=1,(4\cdot 8)2=4,(4\cdot 8)3=3,(4\cdot 8)4=2,(4\cdot 8)5=5,(4\cdot 8)6=8,(4\cdot 8)7=7,(4\cdot 8)8=6,$$
$$4(8\cdot 1)=5,4(8\cdot 2)=6,4(8\cdot 3)=7,4(8\cdot 4)=8,4(8\cdot 5)=1,4(8\cdot 6)=2,4(8\cdot 7)=3,4(8\cdot 8)=4,$$

$$(4\cdot 8)9=13,\quad (4\cdot 8)10=16,(4\cdot 8)11=15,\quad (4\cdot 8)12=14,$$

$$4(8\cdot 9)=13,\quad 4(8\cdot 10)=14,4(8\cdot 11)=15,\quad 4(8\cdot 12)=16,$$

$$(4\cdot 8)13=9,\quad (4\cdot 8)14=12,(4\cdot 8)15=11,\quad (4\cdot 8)16=10,$$

$$4(8\cdot 13)=9,\quad 4(8\cdot 14)=10,4(8\cdot 15)=11,\quad 4(8\cdot 16)=12.$$

На комбинаторной и структурной операции могут выполняться законы, справедливые на паре неассоциативных операций:

$$zf(x,y,z)=f(x,y,z)z,\; xf(x,y,z)=f(xx,y,z)...$$

Другими словами, разные пары операций на одном и том же множестве могут подчиняться одинаковым функциональным законам.

Мы имеем квазиполе с подполем на элементах $\|9,10,11,12,13,14,15,16\|$.

На паре операций выполняются аргументно инвариантные законы

$$ab+bx+xa=a^2+b^2+x^2=9+9+9=11=ba+ax+xb.$$

На паре неассоциативных операций структурное расстояние в форме суммы квадратов элементов не зависит от рассматриваемых объектов.

В ассоциативных системах такой закон необычен и непривычен. В неассоциативных системах действуют новые, неожиданные и непривычные законы сохранения.

Фактически каждый закон на элементах объектных множеств может быть заменен теми или другими функциями, так как они задают элементы множеств.

Есть, например, система нелинейных законов:

$$(a^2+b^2)+(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(ad+bc)^2,$$
$$(a^2+b^2)+(c^2+d^2)=(ac+ad)^2+(bd+bc)^2,$$
$$(a^2+b^2)+(c^2+d^2)=(ab+ba)^2+(cd+dc)^2.$$

$$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2(ad+bc)^2,$$
$$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+ad)^2(bd+bc)^2,$$
$$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ab+ba)^2(cd+dc)^2.$$

Новое качество рассматриваемой системы элементов на комбинаторной и структурной операции получается, если ввести функциональную операцию

$$\xi * \eta = \left(\xi \overset{st}{+} \eta\right) \overset{st}{+} \left(\xi \overset{k}{\times} \eta\right) \to \left(\xi + \eta\right) + \left(\xi \times \eta\right).$$

Получим таблицу:

$(*)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
2	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
3	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
4	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
5	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
6	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
7	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
8	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
9	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
10	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
12	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
13	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
14	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
15	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
16	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Функциональная операция иллюстрирует возможность генерации части элементов множества на основе «взаимодействия» всех элементов множества. Операция генерирует на множестве только определенные типы элементов. Если мы имеем орган, который *обязан производить все элементы*, в рассматриваемом случае он не справляется со своими функциями. Имеет место операционное нарушение функций органа. С другой стороны, есть возможность генерации на рассматриваемой операции только отдельных элементов, которые, например, важны для техники или технологии, хотя исходные элементы содержат только их часть. Мы получаем аналог «мельницы» изделий, производящей только 4 вида требуемых изделий из совокупности с другими свойствами. Более того, понятно, как «производить» элементы какой-то одной структуры.

Пара операций на рассматриваемом множестве генерирует систему законов циклического типа. Например, на совокупности элементов $a=1, b=3, c=15, d=7$ выполняется закон типа Сейгла:

$$\left(a\left(b\left(cd\right)\right)\right)+\left(b\left(c\left(da\right)\right)\right)+\left(c\left(d\left(ab\right)\right)\right)+\left(d\left(a\left(bc\right)\right)\right)=\begin{cases} abc+bcd, \\ abc+dcb, \end{cases} \to bcd = dcb.$$

На совокупности элементов

$$a=5, b=7, c=9, d=10$$

выполняется модифицированный закон типа Сейгла:

$$\big(a\big(b(cd)\big)\big)+\big(b\big(c(da)\big)\big)+\big(c\big(d(ab)\big)\big)+\big(d\big(a(bc)\big)\big)=(ab)(cd).$$

Заметим, что рассматриваемое циклическое равенство дает одинаковое значение на любой четверке несовпадающих элементов:

$$\big(a\big(b(cd)\big)\big)+\big(b\big(c(da)\big)\big)+\big(c\big(d(ab)\big)\big)+\big(d\big(a(bc)\big)\big)=12=$$
$$=\big(\alpha\big(\beta(\gamma\delta)\big)\big)+\big(\beta\big(\gamma(\delta\alpha)\big)\big)+\big(\gamma\big(\delta(\alpha\beta)\big)\big)+\big(\delta\big(\alpha(\beta\gamma)\big)\big)=const$$

Анализируемое множество на паре операций генерирует обобщение условия Муфанг. В частности, на элементах $x=1, y=3, z=15$ получим пару законов стандартного вида

$$(xy)(zx)=x\big((yz)x\big), \qquad x\big(y(zy)\big)=\big((xy)z\big)y.$$

На этих элементах выполняется также тождество Бола $\big(x(yx)\big)z=x\big(y(xz)\big)$. Добавим лемент $w=1$. Получим для полной совокупности условие медиальности

$$(xy)(zw)=(xz)(yw).$$

Следовательно, частично неассоциативная операция в сочетании с ассоциативной операцией представляет собой некий аналог «творческой лаборатории» по производству законов.

Мы имеем опыт наблюдения над людьми, которые проявляют аналогичное творчество на основе «взаимодействия» физических тел и чувств, ассоциированных с ними. Заметим, что и «тела», и «чувства» сконструированы на одной и той же системе элементов. «Просто» к данной системе «присоединена» пара операций, свойства которых различны.

В зависимости от того, какие операции и как могут действовать на множестве, меняются свойства законов, которые они генерируют.

На паре операций множество подчинено законам

$$x\big(y(zt)\big)=z\big(y(xt)\big),$$
$$(xy)(tz)=(zy)(tx),$$
$$\big(y(xt)\big)z=\big(y(zt)\big)x.$$

Связи между элементами формируют законы нового типа. Они дополняют классические законы для квазигрупп типа Муфанг и Бола.

Функциональные свойства множества приобретают новые «оттенки», если в расчет принимается не только комбинаторная операция, но и структурная операция.

Проиллюстрируем этот тезис на примере анализа тождеств, ассоциированных с функцией Якоби

$$f(x,y,z)=x(yz)+y(zx)+z(xy).$$

На элементах $x=1, y=2, z=3$ получим условие $f(x,y,z)=(zyx)(xyz)$. На элементах $x=11, y=2, z=5$ выполняется тождество

$$f(x,y,z)=(zx)(xy).$$

Элементы $x=15, y=10, z=13$ генерируют равенство $f(x,y,z)=xyz=zyx.$

Ситуация становится ещё более «содержательной», если увеличивается количество элементов анализируемых элементов. Другими словами, законы и следствия конечных систем существенно зависят от того, какие элементы соединены в «коллектив» и каким отношениям между собой они подчинены.

Заметим, что анализируемые конформации естественно конструируются на основе группы заполнения физических моделей, представленной матрицами:

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, e_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, e_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, e_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}, f_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}, a_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}, b_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, a_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, b_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, f_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}, b_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}, f_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}, a_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Множество состоит из пары кватернионов и тройки антикватернионов единичной структуры. Оно замкнуто на матричной операции, косвенно утверждая математическое их единство. Скорее всего, оно проявляет единство гравитации и электромагнетизма.

Из этих матриц на основе линейных комбинаций генерируются элементы матричной алгебры, достаточные для конструирования любых матриц и конформаций:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(c_1+c_2+c_3+E\right),\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_3+b_3+e_3+f_3\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_3-b_3+e_3+f_3\right),\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-c_1+c_2-c_3+E\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_2-b_2+e_2+f_2\right),\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_1-b_1+e_1+f_1\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_1-b_1+e_1-f_1\right),\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_2-b_2+e_2-f_2\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_2+b_2+e_2+f_2\right),\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_1+b_1+e_1-f_1\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_1+b_1+e_1-f_1\right),\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_2-b_2+e_2-f_2\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(c_1-c_2-c_3+E\right),\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_3+b_3+e_3-f_3\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_3-b_3+e_3-f_3\right),\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-c_1-c_2+c_3+E\right).$$

Конформации представляют собой аналог «полимерных молекул», составленных из одних и тех же базовых «атомов». Математические изделия могут быть достаточны для моделирования свойств реальных изделий.

Законы объектных множеств с неклассической логикой расчета

Проанализируем ряд функциональных законов на элементах объектных множеств, применяя к ним неассоциативную операцию произведения и комодульную сумму. Анализ свидетельствует, что есть ситуации, которые не соответствуют логике расчета на примере классической теории чисел.

Рассмотрим модель влияния разных объектов, обозначенных буквой x, на пару a, b согласно условию

$$ab + bx + xa = a^2 + b^2 + x^2.$$

Он действует на каждом из 5 объектных множеств. Например, получим

S^{27}

$$\begin{aligned}
&a^2 + b^2 + x^2 = 7 + 7 + 7 = 9,\\
&1 \cdot 8 + 8 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 5 + 2 + 8 = 9,\\
&1 \cdot 8 + 8 \cdot 4 + 4 \cdot 1 = 6 + 6 + 4 = 9,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&1 \cdot 8 + 8 \cdot 8 + 8 \cdot 1 = 5 + 7 + 3 = 9,
\end{aligned}$$

M^{36}

$$\begin{aligned}
&a^2 + b^2 + x^2 = 16 + 16 + 16 = 18,\\
&1 \cdot 8 + 8 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 12 + 22 + 19 = 18,\\
&1 \cdot 8 + 8 \cdot 4 + 4 \cdot 1 = 12 + 23 + 18 = 18,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&1 \cdot 8 + 8 \cdot 8 + 8 \cdot 1 = 12 + 16 + 25 = 8, \ldots
\end{aligned}$$

Итог влияния разных элементов на пару элементов не зависит от влияющего фактора. Мы имеем аргументно инвариантную функцию, у которой нет аналога в классической модели чисел.

В качестве другого примера проявляет себя функция

$$a = axx.$$

Подтвердим эту функциональную связь примерами:

M^{9}

$$\begin{aligned}
&1 = 1 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5 = 1,\\
&1 = 1 \cdot 6 \cdot 6 = 3 \cdot 6 = 1,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&1 = 1 \cdot 8 \cdot 8 = 5 \cdot 1 = 1
\end{aligned}$$

M^{25}

$$\begin{aligned}
&1 = 1 \cdot 5 \cdot 5 = 20 \cdot 5 = 1,\\
&1 = 1 \cdot 10 \cdot 10 = 14 \cdot 10 = 1,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&1 = 1 \cdot 25 \cdot 25 = 5 \cdot 25 = 1,
\end{aligned}$$

S^{27}

$$\begin{aligned}
&1 = 1 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5 = 1,\\
&1 = 1 \cdot 10 \cdot 10 = 24 \cdot 10 = 1,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&1 = 1 \cdot 25 \cdot 25 = 15 \cdot 25 = 1
\end{aligned}$$

M^{36}

$$\begin{aligned}
&1 = 1 \cdot 5 \cdot 5 = 17 \cdot 5 = 1,\\
&1 = 1 \cdot 10 \cdot 10 = 28 \cdot 10 = 1,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&1 = 1 \cdot 25 \cdot 25 = 31 \cdot 25 = 1,
\end{aligned}$$

Объектное множество M^{16} не подчинено данному закону, что указывает на его специфику в функциональных проявлениях.

Нетривиально выглядит, с расчетной точки зрения, условие

$$ab = b\left(bab\right) \rightarrow ab = bx, \qquad x = bab.$$

Расчет подтверждает его корректность:

$$S^{27}$$

$$1 \cdot 2 = 8, \qquad 2\left(2 \cdot 1 \cdot 2\right) = 2 \cdot 3 = 8,$$
$$14 \cdot 20 = 6, \qquad 20\left(20 \cdot 14 \cdot 20\right) = 20 \cdot 25 = 6, \ldots$$

$$M^{36}$$

$$1 \cdot 2 = 14, \qquad 2\left(2 \cdot 1 \cdot 2\right) = 32 \cdot 25 = 4,$$
$$14 \cdot 20 = 19, \qquad 20\left(20 \cdot 14 \cdot 20\right) = 20 \cdot 26 = 19, \ldots$$

$$M^{9}$$

$$1 \cdot 5 = 2, \qquad 5\left(5 \cdot 1 \cdot 5\right) = 5 \cdot 9 = 1,$$
$$7 \cdot 6 = 6, 6 \qquad \left(6 \cdot 7 \cdot 6\right) = 6 \cdot 2 = 6, \ldots$$

$$M^{16}$$

$$3 \cdot 14 = 22, \qquad 14\left(14 \cdot 3 \cdot 14\right) = 14 \cdot 20 = 22,$$
$$17 \cdot 24 = 23, \qquad 24\left(24 \cdot 17 \cdot 24\right) = 24 \cdot 7 = 23, \ldots$$

Объектное множество M^{16} не подчинено данному закону, дополнительно подтверждая его специфику в функциональных проявлениях.

Закон

$$aba = bab$$

выполняется только в объектных множествах с матрицами размерности 3:

$$M^{9}$$

$$2 \cdot 1 \cdot 2 = 3, \qquad 1 \cdot 2 \cdot 1 = 3,$$
$$5 \cdot 8 \cdot 5 = 2, \qquad 8 \cdot 5 \cdot 8 = 2, \ldots$$

$$S^{27}$$

$$2 \cdot 1 \cdot 2 = 3, \qquad 1 \cdot 2 \cdot 1 = 3,$$
$$5 \cdot 8 \cdot 5 = 2, \qquad 8 \cdot 5 \cdot 8 = 2, \ldots$$

Общее правило для мультипликативной связи трех элементов имеет зеркальный вид

$$abc = cba.$$

Отметим фундаментальное отличие объектного множества, следующее из возможности его разделения на пару множеств с элементами

$$a \rightarrow \left[9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\right],$$
$$b \rightarrow \left[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\right].$$

В новых «переменных» мы имеем одинаковые таблицы для произведений и сумм элементов:

$+$	a	b
a	b	a
b	a	b

,

$\times$	a	b
a	b	a
b	a	b

.

Эта «тонкость» визуально свидетельствует об отличии квазиполей (садов) от полей.

Тонкости квазигрупповых связей

Квазигрупповые связи в объектных множествах выполняются при замене произведения элементов их разностями (с сохранением структуры скобок).

Проиллюстрируем ситуацию на примере преобразования

$$x\big(y(zt)\big) = z\big(y(xt)\big) \leftrightarrow x - \big(y - (z - t)\big) = z - \big(y - (x - t)\big).$$

Для объектных множеств эта трансформация естественна:

$$M^{9}$$

$$4 = 1\big(3(2\cdot 4)\big) = 2\big(3(1\cdot 4)\big) = 4, \qquad 5 = 1 - \big(3 - (2 - 4)\big) = 2 - \big(3 - (1 - 4)\big) = 5,$$

$$8 = 5\big(6(1\cdot 5)\big) = 1\big(6(5\cdot 5)\big) = 8, \qquad 4 = 5 - \big(6 - (1 - 5)\big) = 1 - \big(6 - (5 - 5)\big) = 4, \ldots$$

$$M^{16}$$

$$9 = 1\big(3(2\cdot 4)\big) = 2\big(3(1\cdot 4)\big) = 9, \qquad 12 = 1 - \big(3 - (2 - 4)\big) = 2 - \big(3 - (1 - 4)\big) = 12,$$

$$12 = 5\big(6(1\cdot 5)\big) = 1\big(6(5\cdot 5)\big) = 12, \qquad 11 = 5 - \big(6 - (1 - 5)\big) = 1 - \big(6 - (5 - 5)\big) = 1, \ldots$$

$$M^{25}$$

$$1 = 1\big(3(2\cdot 4)\big) = 2\big(3(1\cdot 4)\big) = 11, \qquad 16 = 1 - \big(3 - (2 - 4)\big) = 2 - \big(3 - (1 - 4)\big) = 16,$$

$$17 = 5\big(6(1\cdot 5)\big) = 1\big(6(5\cdot 5)\big) = 17, \qquad 21 = 5 - \big(6 - (1 - 5)\big) = 1 - \big(6 - (5 - 5)\big) = 21, \ldots$$

$$M^{36}$$

$$25 = 1\big(3(2\cdot 4)\big) = 2\big(3(1\cdot 4)\big) = 25, \qquad 14 = 1 - \big(3 - (2 - 4)\big) = 2 - \big(3 - (1 - 4)\big) = 14,$$

$$26 = 5\big(6(1\cdot 5)\big) = 1\big(6(5\cdot 5)\big) = 26, \qquad 13 = 5 - \big(6 - (1 - 5)\big) = 1 - \big(6 - (5 - 5)\big) = 13, \ldots$$

В объектных множествах могут быть равны 4 функции, по-разному объединяющие четыре их элемента на паре тождеств

$$(xy)(tz) = (zy)(tx),$$
$$(xt)(yz) = (zt)(yx).$$

Покажем корректность их равенства на примерах:

$$M^{25} \to \begin{array}{c} 5 = (1\cdot 2)(4\cdot 3) = (3\cdot 2)(4\cdot 1) = 5, \\ 5 = (1\cdot 4)(2\cdot 3) = (3\cdot 4)(2\cdot 1) = 5, \ldots \end{array}$$

$$S^{27} \to \begin{array}{ll} (1\cdot 2)(4\cdot 3) = 8\cdot 6 = 5, & (3\cdot 2)(4\cdot 1) = 9\cdot 4 = 5, \\ (1\cdot 4)(2\cdot 3) = 1\cdot 8 = 5, & (3\cdot 4)(2\cdot 1) = 2\cdot 9 = 5, \ldots \end{array}$$

$$M^{25} \to \begin{array}{c} 5 = (1\cdot 2)(4\cdot 3) = (3\cdot 2)(4\cdot 1) = 5, \\ 5 = (1\cdot 4)(2\cdot 3) = (3\cdot 4)(2\cdot 1) = 5, \ldots \end{array}$$

Квазигрупповые связи на 5 элементах

Объектные множества иллюстрируют равенства 4 функций

$$(px)\big(y(zt)\big) = (py)\big(x(zt)\big) = (tx)\big(y(zp)\big) = (ty)\big(x(zp)\big).$$

Убедимся в этом на элементах

x	y	z	t	p
1	2	3	4	5

,

x	y	z	t	p
10	21	15	6	11

.

Получим такие результаты:

$$S^{27}$$

$$(5\cdot1)\big(2(3\cdot4)\big) = 6\cdot7 = 2 \qquad (11\cdot10)\big(21(15\cdot6)\big) = 9\cdot15 = 13$$
$$(5\cdot2)\big(1(3\cdot4)\big) = 4\cdot8 = 2 \qquad (11\cdot21)\big(10(15\cdot6)\big) = 24\cdot4 = 13$$
$$(4\cdot1)\big(2(3\cdot5)\big) = 4\cdot8 = 2 \qquad (6\cdot10)\big(21(15\cdot11)\big) = 16\cdot2 = 13$$
$$(4\cdot2)\big(1(3\cdot5)\big) = 5\cdot9 = 2, \qquad (6\cdot21)\big(10(15\cdot11)\big) = 15\cdot12 = 13,\ldots$$

$$M^{25}$$

$$(5\cdot1)\big(2(3\cdot4)\big) = 17\cdot7 = 6 \qquad 11\cdot10\big(21(15\cdot6)\big) = 4\cdot7 = 13$$
$$(5\cdot2)\big(1(3\cdot4)\big) = 18\cdot8 = 6 \qquad (11\cdot21)\big(10(15\cdot6)\big) = 7\cdot23 = 13$$
$$(4\cdot1)\big(2(3\cdot5)\big) = 18\cdot8 = 6 \qquad (6\cdot10)\big(21(15\cdot11)\big) = 20\cdot2 = 13$$
$$(4\cdot2)\big(1(3\cdot5)\big) = 19\cdot9 = 6, \qquad (6\cdot21)\big(10(15\cdot11)\big) = 12\cdot4 = 13,\ldots$$

$$M^{36}$$

$$(5\cdot1)\big(2(3\cdot4)\big) = 15\cdot7 = 11 \qquad (11\cdot10)\big(21(15\cdot6)\big) = 18\cdot8 = 9$$
$$(5\cdot2)\big(1(3\cdot4)\big) = 16\cdot8 = 11 \qquad (11\cdot21)\big(10(15\cdot6)\big) = 35\cdot19 = 9$$
$$(4\cdot1)\big(2(3\cdot5)\big) = 16\cdot8 = 11 \qquad (6\cdot10)\big(21(15\cdot11)\big) = 29\cdot31 = 9$$
$$(4\cdot2)\big(1(3\cdot5)\big) = 14\cdot9 = 11, \qquad (6\cdot21)\big(10(15\cdot11)\big) = 4\cdot18 = 9,\ldots$$

Если учесть глобальное равенство объектных множеств, что

$$ab + ba = cd + dc,$$

то из условия $ab = cd$ следует условие $ba = dc$. Следовательно, указанные условия владеют обратными равенствами:

$$\big(y(zt)\big)(px) = \big(x(zt)\big)(py) = \big(y(zp)\big)(tx) = \big(x(zp)\big)(ty).$$

Наличие спектра связей свидетельствует об их «богатстве», что важно с позиции практики.

Объектный аналог и обобщения лупы Бола

Правая лупа Бола задается условием для ее элементов

$$(xyz)y = x(yzy).$$

Эта связь тривиальна, если операция произведения ассоциативна, так как в этой ситуации результат не зависит от распределения скобок. На неассоциативных операциях эта связь величин нетривиальна.

Из прямого расчета следует, что в объектном множестве M^{36} данное функциональное условие выполняется

$$(1\cdot 2\cdot 10)2 = 24 = 1(2\cdot 10\cdot 2),...$$

Увеличим до последующего четного числа количество аргументов. Получим, например,

$$(xyzpr)s = x(yzprs),$$
$$(3\cdot 8\cdot 10\cdot 12\cdot 30)24 = 20 = 3(8\cdot 10\cdot 12\cdot 30\cdot 24),...$$

Продолжим предложенный алгоритм:

$$(xyzprst)m = x(yzprstm),$$
$$(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7)8 = 17 = 1(2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8),...$$

$$(3\cdot 12\cdot 10\cdot 33\cdot 25\cdot 17\cdot 20\cdot 15\cdot 23)4 = 1 = 3(12\cdot 10\cdot 33\cdot 25\cdot 17\cdot 20\cdot 15\cdot 23\cdot 4),...$$

Алгоритм сохраняется при дальнейшем увеличении количества аргументов.

При нечетном количестве аргументов аналог закона Бола не имеет места.

Заменим операцию неассоциативного комбинаторного произведения функциональным произведением с фундаментальным законом, которому подчинена любая пара элементов объектного множества:

$$x\circ y = xy + yx = 14.$$

Получим начальное алгебраическое условие $(x\circ y\circ z)\circ y = x\circ(y\circ z\circ y)$. Оно естественно выполняется в объектном множестве, которое названо садом.

Аналогично будут справедливы условия

$$(x\circ y\circ z\circ p\circ r)\circ s = x\circ(y\circ z\circ p\circ r\circ s),$$
$$(x\circ y\circ z\circ p\circ r\circ s\circ t)\circ m = x\circ(y\circ z\circ p\circ r\circ s\circ t\circ m),...$$

Заметим, что они будут выполняться при произвольном количестве элементов в скобках. Другими словами, мы имеем модель лупы, инвариантной относительно произвольного количества анализируемых элементов. Заметим, что с аналогичной ситуацией мы имеем дело при антикоммутативной модели операций на элементах объектного множества.

Объектные бинарные три-ткани в форме физических изделий

Наличие структурных физических объектов, которые, в частности, могут быть представлены матрицами, инициирует решение задачи их объединения между собой для того, чтобы получить новые структурные объекты. Возможность «визуальной» картины таких соединений обеспечивается, например, геометрическими средствами. Алгебраически она реализуется на связи «точек» и «линий» неким единством бинарных «произведений» конечного количества координат точек плоскости $\left(x_i, y_j\right)$.

В теории три-тканей таким «произведениям» ставится в соответствие определенная линия, которая соединяет соответствующие координаты точек. В итоге мы получаем для исследования рисунок на плоскости, который можно рассматривать в качестве визуального представления нового структурного изделия, слагаемые которого есть «точки» и «линии».

Например, мы имеем алгебраическую модель H – ткани, базирующуюся на уравнениях

$$x_1 y_2 = x_2 y_1,$$
$$x_1 y_3 = x_2 y_2 = x_3 y_1,$$
$$x_2 y_3 = x_3 y_2.$$

Применим эти уравнения в модели объектного множества M^{36}. Координатам поставим в соответствие 6 элементов каждой конформации, которых здесь 6. Произведения зададим частично ассоциативной операцией $\overset{k}{\times}$ этого множества.

Анализ свидетельствует о едином расположении элементов конформаций, на котором обеспечивается выполнение условий указанной алгебраической модели:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ \\ 12 & 11 & 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 13 & 14 & 15 \\ \\ 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 19 & 20 & 21 \\ \\ 24 & 23 & 22 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 25 & 26 & 27 \\ \\ 30 & 29 & 28 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 31 & 32 & 33 \\ \\ 36 & 35 & 34 \end{pmatrix}.$$

Согласно таблице частично ассоциативных произведений получим значения конформации с «глюонными» элементами

$$x_1 y_2 = 17 = x_2 y_1,$$
$$x_1 y_3 = 16 = x_2 y_2 = 16 = x_3 y_1,$$
$$x_2 y_3 = 15 = x_3 y_2.$$

Проиллюстрируем ситуацию расчетом на конформации с элементами

$$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, y_1 = 6, y_2 = 5, y_3 = 4.$$

Получим

$$x_1 y_2 = 1 \cdot 5 = 17 = 2 \cdot 6 = x_2 y_1,$$
$$x_1 y_3 = 1 \cdot 4 = 16 = 2 \cdot 5 = x_2 y_2 = 16 = 3 \cdot 16 = x_3 y_1,$$
$$x_2 y_3 = 2 \cdot 4 = 15 = 3 \cdot 5 = x_3 y_2.$$

На других конформациях с совершенно другими структурными элементами расчет дает те же величины. Мы имеем 6 физических моделей одной три-ткани. С математической точки зрения они алгебраически тождественны, что не исключает возможности для координат и линий их наполнения различным содержанием и смыслом. Это алфавит такой три-ткани.

Исследуемая три-ткань при указанном ее «приложении» частично наполнена физическим содержанием: координаты заменены реальными матрицами с разной структурой, визуальное соответствие точек заменено неассоциативной операцией, обеспечивающей физиологический и информационный обмен между базовыми структурными составляющими «изделия».

Понятно и приятно, что это изделие имеет визуальное представление. Мы можем не только выполнять расчеты в алгебраической модели структуры изделия, но и «видеть», что при этом происходит.

Будем рассматривать каждую строку указанной системы алгебраических уравнений как некоторую структурную «линию» изделия. Тогда инициируется физическая модель, которая имеет «закрытые» (нулевые) и «открытые» (не нулевые) слагаемые. Проиллюстрируем эту тонкость рисунком:

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & 16 & 16 & & \\
17 & & \updownarrow & \updownarrow & & 15 \\
 & \text{⤡} & \updownarrow & \updownarrow & \text{⤢} & \\
 & & 16 & 16 & & \\
 & \text{⤢} & \updownarrow & \updownarrow & \text{⤡} & \\
17 & & \updownarrow & \updownarrow & & 15 \\
 & & 16 & 16 & &
\end{array}
$$

Суммирование элементов по вертикальным и диагональным направлениям обеспечивает «закрытые» суммы:

$$16+16+16=18=[0], \qquad 15+16+17=18=[0],$$

$$15+15=18=[0].$$

Среди них есть «открытая» (не нулевая) сумма $17+17=16\neq[0]$. Следовательно, с физической точки зрения, можно предположить, что исследуемое структурное изделие имеет анизотропию в свойствах взаимодействия.

Изменим порядок в произведении, поставив координаты y_i на первое место. Получим

$$y_1x_2 = 6\cdot 2 = 15 = 5\cdot 1 = y_2x_1,$$

$$y_1x_3 = 6\cdot 3 = 16 = y_2x_2 = 16 = 4\cdot 1 = y_3x_1,\ y_2x_3 = 5\cdot 3 = 17 = 4\cdot 2 = y_3x_2.$$

Картина отношений «зеркально» изменится:

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & 16 & 16 & & \\
15 & & \updownarrow & \updownarrow & & 17 \\
 & \text{⤡} & \updownarrow & \updownarrow & \text{⤢} & \\
 & & 16 & 16 & & \\
 & \text{⤢} & \updownarrow & \updownarrow & \text{⤡} & \\
15 & & \updownarrow & \updownarrow & & 17 \\
 & & 16 & 16 & &
\end{array}
$$

Три-ткань правой лупы Бола задается алгебраическими уравнениями

$$x_1 y_2 = x_2 y_1,$$
$$x_1 y_3 = x_2 y_2,$$
$$x_3 y_2 = x_4 y_1,$$
$$x_3 y_3 = x_4 y_2.$$

На конформации с элементами $[1,2,3,4,5,6]$ проанализируем модель отношений, в которой есть повторяющиеся элементы:

x_1	x_2	x_3	x_4
1	2	3	4
6	5	4	
y_1	y_2	y_3	

.

Она корректна согласно расчету по таблице неассоциативных произведений для элементов анализируемого объектного множества:

$$x_1 y_2 = 1 \cdot 5 = 17 = 2 \cdot 6 = x_2 y_1,$$
$$x_1 y_3 = 1 \cdot 4 = 16 = 2 \cdot 5 = x_2 y_2,$$
$$x_3 y_2 = 3 \cdot 5 = 15 = 4 \cdot 6 = x_4 y_1,$$
$$x_3 y_3 = 3 \cdot 4 = 14 = 4 \cdot 5 = x_4 y_2.$$

Три-ткань Рейдемейстера подчинена алгебраическим связям на 8 элементах

$$x_1 y_2 = x_2 y_1,$$
$$x_4 y_1 = x_3 y_2,$$
$$x_1 y_4 = x_2 y_3,$$
$$x_3 y_4 = x_4 y_3.$$

На конформации с элементами $[1,2,3,4,5,6]$ проанализируем модель отношений, в которой есть повторяющиеся элементы, укажем ее корректность на операции произведения:

x_1	x_2	x_3	x_4
1	2	3	4
6	5	4	3
y_1	y_2	y_3	y_4

$\rightarrow$

$$x_1 y_2 = 17 = x_2 y_1,$$
$$x_4 y_1 = 15 = x_3 y_2,$$
$$x_1 y_4 = 15 = x_2 y_3,$$
$$x_3 y_4 = 13 = x_4 y_3.$$

Новое изделие генерирует новые элементы на основе системы алгебраических уравнений. Кроме этого, обнаруживаются новые грани отношений в анализируемом изделии.

Объектные множества представляют перечень ситуаций для реализации тканей. Этот факт проиллюстрируем на ткани Рейдемейстера с элементами множества M^{36}.

Имеем возможность задания такой ткани на модели

x_1	x_2	x_3	x_4
1	2	3	4
6	5	a_k	b_k
y_1	y_2	y_3	y_4

$\rightarrow$

$$x_1 y_2 = 17 = x_2 y_1,$$
$$x_4 y_1 = 15 = x_3 y_2,$$
$$x_1 y_4 = x_1 b_k = x_2 a_k = x_2 y_3,$$
$$x_3 y_4 = x_3 b_k = x_4 a_k = x_4 y_3.$$

Задача построения корректности условий достигается многократно. Вторичные условия

$$x_1 y_4 = x_1 b_k = x_2 a_k = x_2 y_3,$$
$$x_3 y_4 = x_3 b_k = x_4 a_k = x_4 y_3$$

выполняются на парах величин a_k, b_k:

$$\begin{array}{cc}
x_1 y_4 = x_2 y_3 & x_3 y_4 = x_4 y_3 \\
1 \cdot y_4 = 2 \cdot y_3 & 3 \cdot y_4 = 4 \cdot y_3 \\
\downarrow & \downarrow \\
1 \cdot 16 = 10 = 2 \cdot 17 & 3 \cdot 16 = 8 = 4 \cdot 17 \\
1 \cdot 17 = 11 = 2 \cdot 18 & 3 \cdot 17 = 9 = 4 \cdot 18 \\
1 \cdot 19 = 1 = 2 \cdot 20 & 3 \cdot 19 = 5 = 4 \cdot 20 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\
1 \cdot 35 = 23 = 2 \cdot 36 & 3 \cdot 35 = 21 = 4 \cdot 36.
\end{array}$$

Первичные условия могут быть выполнены на других конформациях объектного множества. Например, рассмотрим

x_1	x_2	x_3	x_4
7	8	9	10
12	11	a_k	b_k
y_1	y_2	y_3	y_4

$\rightarrow$

$$x_1 y_2 = 17 = x_2 y_1,$$
$$x_4 y_1 = 15 = x_3 y_2,$$
$$x_1 y_4 = x_1 b_k = x_2 a_k = x_2 y_3,$$
$$x_3 y_4 = x_3 b_k = x_4 a_k = x_4 y_3.$$

Аналогично предыдущему анализу, получим множество решений пар уравнений

$$7 \cdot y_4 = 7 \cdot b_k = 8 \cdot a_k = 8 \cdot y_3,$$
$$9 \cdot y_4 = 9 \cdot b_k = 10 \cdot a_k = 10 \cdot y_3.$$

Классические модели тканей инициируют множество объектных решений: изделий.

Поставим в соответствие алгебраическим уравнениям матрицы отношений согласно индексам анализируемых координат. Получим формальные связи

$$\begin{array}{cccc}
\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, &
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, &
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, &
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \\
\left(x_1 y_2 = x_2 y_1\right) & \left(x_3 y_2 = x_4 y_1\right) & \left(x_1 y_4 = x_2 y_3\right) & \left(x_3 y_4 = x_4 y_3\right)
\end{array}$$

Суммирование пар генерирует пару мономиальных матриц, которые входят в состав группы Клейна.

Представим элементы алгебраических уравнений рисунком в соответствии с индексами этих элементов:

x, y	1	2	3	4
1		•		•
2	•		•	
3		•		•
4	•		•	

$$\rightarrow \begin{array}{c} 1\cdot 2 = 14, 1\cdot 4 = 16 \\ 2\cdot 1 = 18, 2\cdot 3 = 14 \\ 3\cdot 2 = 18, 3\cdot 4 = 14 \\ 4\cdot 1 = 16, 4\cdot 3 = 18 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} x_1 y_2 = 14 = x_3 y_4 = 14 = x_2 y_3 \\ x_2 y_1 = 18 = x_4 y_3 = 18 = x_3 y_2 \\ \\ x_1 y_4 = x_4 y_1 \end{array}.$$

Так генерируется новая квазигруппа, ассоциированная с три-тканью Рейдемейстера.

Рисунок индуцирует пару мономиальных матриц

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Естественно дополнить эти матрицы до группы Клейна. Тогда получится рисунок связей

x, y	1	2	3	4
1	*		*	
2		*		*
3	*		*	
4		*		*

$$\rightarrow \begin{array}{c} 1\cdot 1 = 13, 1\cdot 3 = 15 \\ 2\cdot 2 = 13, 2\cdot 4 = 15 \\ 3\cdot 1 = 17, 3\cdot 3 = 13 \\ 4\cdot 2 = 17, 4\cdot 4 = 13 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} x_1 y_3 = 15 = x_2 y_4 \\ x_3 y_1 = 17 = x_4 y_2 \\ x_1 y_1 = x_2 y_2 = 13 = x_3 y_3 = x_4 y_4 \end{array}.$$

Соответственно инициируются другие квазигруппы при другом объединении матриц группы перестановок. В частности, имеется спектр три-тканей на смежном классе с матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим простую связь модели три-тканей с алгебраическими условиями для элементов множеств, называемых квазигруппами.

Обратим внимание на равенство величин, характеризующих «линии» тканей. Например, при анализе ткани Бола объектное множество генерирует 3 величины

$$x = x_1 y_2 = x_2 y_1 = 17,$$
$$y = x_1 y_3 = x_2 y_2 = 16,$$
$$z = x_3 y_2 = x_4 y_1 = 15.$$

Принимая их в качестве базовых величин, проанализируем условие для правой лупы Бола. Получим

$$z\big((xy)x\big) = \big((zx)y\big)x \to 15\big((17\cdot16)15\big) = 16 = \big((15\cdot17)16\big)17.$$

Это условие выполняется на других элементах объектного множества M^{36}.

Например, $21\big((19\cdot5)19\big) = \big((21\cdot19)5\big)19,\ldots$ Функциональное условие левой лупы Бола не выполняется

$$\big(x(yx)\big) = x\big(y(xz)\big) \to \big(17(16\cdot17)\big)15 = 18 \neq 16 = 17\big(16(17\cdot15)\big),$$
$$\big(19(5\cdot19)\big)21 = 31 \neq 35 = 19\big(5(19\cdot21)\big),\ldots$$

На этих значениях выполняется условие для лупы Муфанг

$$x\big(y(xz)\big) = \big((xy)x\big)z \Rightarrow 17\big(16(17\cdot15)\big) = 16 = \big((17\cdot16)17\big)15.$$

Оно не имеет места на других значениях, не является универсальным для анализируемого множества. Так, получим $19\big(5(19\cdot21)\big) = 35 \neq 7 = \big((19\cdot5)19\big)21$.

На анализируемых аргументах не равны, например, выражения

$$\big((zx)y\big)x \neq z\big(x(yz)\big) \neq z\big(x(yx)\big),$$
$$\big((15\cdot17)16\big)17 = 16, \qquad 15\big(17(16\cdot15)\big) = 18, \qquad 15\big(17(16\cdot17)\big) = 14,$$
$$\big((21\cdot19)5\big)19 = 1, \qquad 21\big(19(5\cdot21)\big) = 33, \qquad 21\big(19(5\cdot19)\big) = 31.$$

Заметим, что базовые множества из 3 элементов неассоциативны:

$$17(16\cdot15) = 14, \qquad (17\cdot16)15 = 16, \qquad 14+16 = 18,$$
$$21(19\cdot5) = 33, \qquad (21\cdot19)5 = 1, \qquad 33+1 = 28.$$

Из сравнения указанных значений следуют частные условия

$$\big((zx)y\big)x + z\big(x(yx)\big) = (xy)z + x(yz),$$
$$\big((zx)y\big)x + z\big(x(yz)\big) = (zx)y + z(xy).$$

Из анализа следует возможность конструирования универсальных и частных законов для элементов объектного множества M^{36}.

Естественно попытаться найти алгоритм конструирования новых универсальных алгебраических законов для элементов объектных множеств. Теория три-тканей с условием их замыкания, скорее всего, содержит в себе такой алгоритм.

Заметим, что частные уравнения в другом объектном множестве имеют другие стороны и свойства.

Для иллюстрации ситуации проанализируем пару частных законов в объектном множестве M^{16} на операции «звездочка», которая дополнена операцией модульного суммирования.

Проанализируем ряд примеров на функции $\theta = z\big(x(yx)\big)+\big((zx)y\big)x = x(yz)+(xy)z = \mu.$ Получим

$$x=2, y=10, z=12 \to \theta = 12\big(2(10\cdot 2)\big)+\big((12\cdot 2)10\big)2 = 2+2=4, \mu = 2(10\cdot 12)+(2\cdot 10)12 = 12+12=4,$$

$$x=15, y=6, z=4 \to \theta = 4\big(15(6\cdot 15)\big)+\big((4\cdot 15)6\big)15 = 7+13=4, \mu = 15(6\cdot 4)+(15\cdot 6)4 = 2+12=10,$$

$$x=11, y=7, z=9 \to \theta = 9\big(11(7\cdot 11)\big)+\big((9\cdot 11)7\big)11 = 3+3=2, \mu = 11(7\cdot 9)+(11\cdot 7)9 = 1+1=2,$$

$$x=8, y=5, z=1 \to \theta = 1\big(8(5\cdot 8)\big)+\big((1\cdot 8)5\big)8 = 16+6=2, \mu = 8(5\cdot 1)+(8\cdot 5)1 = 3+9=12,$$

$$x=7, y=13, z=5 \to \theta = 5\big(7(13\cdot 7)\big)+\big((5\cdot 7)13\big)7 = 7+7=10, \mu = 7(13\cdot 5)+(7\cdot 13)5 = 5+5=10,$$

$$x=1, y=2, z=3 \to \theta = 3\big(1(2\cdot 1)\big)+\big((3\cdot 1)2\big)1 = 3+3=2, \mu = 1(2\cdot 3)+(1\cdot 2)3 = 1+1=2.$$

Анализ свидетельствует, что имеют место такие соответствия: на ассоциативной тройке элементов выполняется условие

$$\theta_{xyz} = \mu_{xyz},$$

если же тройка элементов неассоциативна, то

$$\theta_{xyz} + \theta_{xyz} = \mu_{xyz} + \mu_{xyz}.$$

Функция

$$\big((zx)y\big)x + z\big(x(yz)\big) = (zx)y + z(xy)$$

имеет другие свойства. Она проявляет фундаментальные свойства анализируемого объектного множества

$$\theta_{xyz}\mu_{xyz} + \mu_{xyz}\theta_{xyz} = \theta_{xyz} + \mu_{xyz}.$$

Эти же свойства имеют и произвольные другие функции. По этой причине нет оснований принимать указанные условия в качестве универсальных.

Интерес представляет также объединение качественно различных функций.

Алгоритм алгебраического сплетения ситуаций

Рассмотрим модель отношений между элементами объектного множества M^{16} с операцией произведения «звездочка» и операцией модульного суммирования. Обозначим их натуральными числами, расположив координаты y_i по верхней строке таблицы, а координаты x_j первому столбцу в таблице отношений. Места произведений зададим точками в таблице.

В качестве примера возьмем элементы объектного множества с номерами $[1,2,3,4]$. Обозначим и вычислим произведения элементов на основе их таблицы:

	4	3	2	1
1	•		•	•
2		•	•	•
3	•	•	•	
4	•	•		•

,

$$x_1y_4 = 1\cdot 4 = 2, \qquad x_2y_3 = 2\cdot 3 = 1, \qquad x_3y_4 = 3\cdot 4 = 2, \qquad x_4y_4 = 4\cdot 4 = 4,$$
$$x_1y_2 = 1\cdot 2 = 4\,, \qquad x_2y_2 = 2\cdot 2 = 2\,, \qquad x_3y_3 = 3\cdot 3 = 3\,, \qquad x_4y_3 = 4\cdot 3 = 1\,.$$
$$x_1y_1 = 1\cdot 1 = 1 \qquad x_2y_1 = 2\cdot 1 = 3 \qquad x_3y_2 = 3\cdot 2 = 3 \qquad x_4y_1 = 4\cdot 1 = 3$$

Объединим в классы произведения с одинаковыми значениями. Получим алгебраическую модель «тканей» отношений:

$$x_4y_3 = 1, x_1y_1 = 1, x_2y_3 = 1,$$
$$x_3y_2 = 2, x_3y_4 = 2, x_2y_2 = 2, x_1y_4 = 2,$$
$$x_2y_3 = 3, x_3y_3 = 3, x_4y_1 = 3,$$
$$x_1y_2 = 4, x_4y_4 = 4.$$

Зададим точечное представление единых значений таблицами:

	4	3	2	1
1				•
2		•		
3				
4		•		

,

	4	3	2	1
1	•			
2			•	
3	•		•	
4				

,

	4	3	2	1
1				
2				•
3		•		
4				•

,

	4	3	2	1
1			•	
2				
3				
4	•			

.

(1) (2) (3) (4)

Соединим указанные точки линиями. Их объединение в единую картину задает паутину ткани, иллюстрирующую в форме визуальной картины модель алгебраических отношений между элементами объектного множества в конкретной, рабочей ситуации.

Эта картина имеет различный вид в зависимости от перестановки элементов множества в базовой строке и в базовом столбце.

Картина паутины ткани отношений зависит от подмножества анализируемых объектов, а также и от операций, применяемых в рабочей ситуации. Влияние внешних факторов на элементы анализируемого множества задают один из вариантов объектной динамики.

Модель многослойной объектной ткани

Бинарная (однослойная) модель H – ткани базируется на алгебраических уравнениях

$$x_1 y_2 = x_2 y_1,$$
$$x_1 y_3 = x_2 y_2 = x_3 y_1,$$
$$x_2 y_3 = x_3 y_2.$$

С позиции объектных множеств, рассматривается множество из 6 элементов, подчиненных принятым условиям равенства значений на операции произведения.

Анализ свидетельствует, что на частично ассоциативной операции произведения объектного множества M^{36} имеет место 6- кратное выполнение указанных условий:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ \\ 12 & 11 & 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 13 & 14 & 15 \\ \\ 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 19 & 20 & 21 \\ \\ 24 & 23 & 22 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 25 & 26 & 27 \\ \\ 30 & 29 & 28 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 31 & 32 & 33 \\ \\ 36 & 35 & 34 \end{pmatrix}.$$

В каждой ситуации получим единые значения:

$$x_1 y_2 = 17 = x_2 y_1,$$
$$x_1 y_3 = 16 = x_2 y_2 = 16 = x_3 y_1,$$
$$x_2 y_3 = 15 = x_3 y_2.$$

Обобщим данный алгоритм, доведя его до модели многослойной объектной ткани, в которой условия равенства задаются в форме суммы бинарных выражений.

В качестве «фундамента» алгоритма возьмем матрицы из групп перестановок. Этим матрицам поставим в соответствие алгебраические функции, произведения элементов в которых согласовано со структурой матриц. Так, на матрицах размерности 4 получим

$$\begin{array}{c|cccc} \overset{k}{\times} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline x_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ x_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x_4 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \to \theta = x_1 y_4 + x_2 y_3 + x_3 y_2 + x_4 y_1, \ldots$$

Найдем значения всех функций для группы перестановок из 4 элементов в 2 вариантах:

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{matrix}, \qquad \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 5 & 14 & 2 & 8 \\ 31 & 20 & 6 & 11 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{matrix}.$$

A – модель

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} A &= x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4, \\ B &= x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_3 y_4 + x_4 y_3, \\ C &= x_1 y_3 + x_2 y_4 + x_3 y_1 + x_4 y_2, \\ D &= x_1 y_4 + x_2 y_3 + x_3 y_2 + x_4 y_1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 1\cdot 7 + 2\cdot 8 + 3\cdot 9 + 4\cdot 10 = 28, \\ B &= 1\cdot 8 + 2\cdot 7 + 3\cdot 10 + 4\cdot 9 = 28, \\ C &= 1\cdot 9 + 2\cdot 10 + 3\cdot 7 + 4\cdot 8 = 28, \\ D &= 1\cdot 10 + 2\cdot 9 + 3\cdot 8 + 4\cdot 7 = 28, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 5\cdot 31 + 14\cdot 20 + 2\cdot 6 + 8\cdot 11 = 25, \\ B &= 5\cdot 20 + 14\cdot 31 + 2\cdot 11 + 8\cdot 6 = 25, \\ C &= 5\cdot 6 + 14\cdot 11 + 2\cdot 31 + 8\cdot 20 = 25, \\ D &= 5\cdot 11 + 14\cdot 6 + 2\cdot 20 + 8\cdot 31 = 25. \end{aligned}$$

B – модель

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} A &= x_1 y_1 + x_2 y_1 + x_3 y_3 + x_4 y_2, \\ B &= x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_1, \\ C &= x_1 y_3 + x_2 y_2 + x_3 y_1 + x_4 y_4, \\ D &= x_1 y_4 + x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_4 y_3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 1\cdot 7 + 2\cdot 10 + 3\cdot 9 + 4\cdot 8 = 28, \\ B &= 1\cdot 8 + 2\cdot 9 + 3\cdot 10 + 4\cdot 7 = 28, \\ C &= 1\cdot 9 + 2\cdot 8 + 3\cdot 7 + 4\cdot 10 = 28, \\ D &= 1\cdot 10 + 2\cdot 7 + 3\cdot 8 + 4\cdot 9 = 28, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 5\cdot 31 + 14\cdot 11 + 2\cdot 6 + 8\cdot 20 = 25, \\ B &= 5\cdot 20 + 14\cdot 6 + 2\cdot 11 + 8\cdot 31 = 25, \\ C &= 5\cdot 6 + 14\cdot 20 + 2\cdot 31 + 8\cdot 11 = 25, \\ D &= 5\cdot 11 + 14\cdot 31 + 2\cdot 20 + 8\cdot 6 = 25. \end{aligned}$$

C – модель

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}A &= x_1y_1 + x_2y_3 + x_3y_2 + x_4y_4,\\ B &= x_1y_2 + x_2y_4 + x_3y_1 + x_4y_3,\\ C &= x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_4 + x_4y_2,\\ D &= x_1y_4 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_1.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= 1\cdot 7 + 2\cdot 9 + 3\cdot 8 + 4\cdot 10 = 28, & A &= 5\cdot 31 + 14\cdot 6 + 2\cdot 20 + 8\cdot 11 = 25,\\ B &= 1\cdot 8 + 2\cdot 10 + 3\cdot 7 + 4\cdot 9 = 28, & B &= 5\cdot 20 + 14\cdot 11 + 2\cdot 31 + 8\cdot 6 = 25,\\ C &= 1\cdot 9 + 2\cdot 7 + 3\cdot 10 + 4\cdot 8 = 28, & C &= 5\cdot 6 + 14\cdot 31 + 2\cdot 11 + 8\cdot 20 = 25,\\ D &= 1\cdot 10 + 2\cdot 8 + 3\cdot 9 + 4\cdot 7 = 28, & D &= 5\cdot 11 + 14\cdot 20 + 2\cdot 6 + 8\cdot 31 = 25.\end{aligned}$$

D – модель

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}A &= x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_4 + x_4y_3,\\ B &= x_1y_2 + x_2y_1 + x_3y \;\; + x_4y_4,\\ C &= x_1y_3 + x_2y_4 + x_3y_2 + x_4y_1,\\ D &= x_1y_4 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_4y_2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= 1\cdot 7 + 2\cdot 8 + 3\cdot 10 + 4\cdot 9 = 28, & A &= 5\cdot 31 + 14\cdot 20 + 2\cdot 11 + 8\cdot 6 = 25,\\ B &= 1\cdot 8 + 2\cdot 7 + 3\cdot 9 + 4\cdot 10 = 28, & B &= 5\cdot 20 + 14\cdot 31 + 2\cdot 6 + 8\cdot 11 = 25,\\ C &= 1\cdot 9 + 2\cdot 10 + 3\cdot 8 + 4\cdot 7 = 28, & C &= 5\cdot 6 + 14\cdot 11 + 2\cdot 20 + 8\cdot 31 = 25,\\ D &= 1\cdot 10 + 2\cdot 9 + 3\cdot 7 + 4\cdot 8 = 28, & D &= 5\cdot 11 + 14\cdot 6 + 2\cdot 31 + 8\cdot 20 = 25.\end{aligned}$$

E – модель

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A = x_1 y_1 + x_2 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_2,$$
$$B = x_1 y_2 + x_2 y_4 + x_3 y_3 + x_4 y_1,$$
$$C = x_1 y_3 + x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_4 y_4,$$
$$D = x_1 y_4 + x_2 y_2 + x_3 y_1 + x_4 y_3.$$

$A = 1 \cdot 7 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 8 = 28,$ $\quad A = 5 \cdot 31 + 14 \cdot 6 + 2 \cdot 11 + 8 \cdot 20 = 25,$

$B = 1 \cdot 8 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 7 = 28,$ $\quad B = 5 \cdot 20 + 14 \cdot 11 + 2 \cdot 6 + 8 \cdot 31 = 25,$

$C = 1 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 10 = 28,$ $\quad C = 5 \cdot 6 + 14 \cdot 31 + 2 \cdot 20 + 8 \cdot 11 = 25,$

$D = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 9 = 28,$ $\quad D = 5 \cdot 11 + 14 \cdot 20 + 2 \cdot 31 + 8 \cdot 6 = 25.$

F – модель

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A = x_1 y_1 + x_2 y_4 + x_3 y_2 + x_4 y_3,$$
$$B = x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 + x_4 y_4,$$
$$C = x_1 y_3 + x_2 y_2 + x_3 y_4 + x_4 y_1,$$
$$D = x_1 y_4 + x_2 y_1 + x_3 y_3 + x_4 y_2.$$

$A = 1 \cdot 7 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 9 = 28,$ $\quad A = 5 \cdot 31 + 14 \cdot 11 + 2 \cdot 20 + 8 \cdot 6 = 25,$

$B = 1 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 10 = 28,$ $\quad B = 5 \cdot 20 + 14 \cdot 6 + 2 \cdot 31 + 8 \cdot 11 = 25,$

$C = 1 \cdot 9 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 7 = 28,$ $\quad C = 5 \cdot 6 + 14 \cdot 20 + 2 \cdot 11 + 8 \cdot 31 = 25,$

$D = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 8 = 28,$ $\quad D = 5 \cdot 11 + 14 \cdot 31 + 2 \cdot 6 + 8 \cdot 20 = 25.$

Следовательно, каждая матрица генерирует на 8 свободно выбранных элементах объектного множества одно и то же значение согласно принятому операционному алгоритму

$$A_i = B_k = C_l = D_m.$$

На элементах

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 5 & 14 & 2 & 8 \\ 31 & 20 & 6 & 11 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array}$$

слагаемые анализируемых функций имеют такой вид:

A – *модель*

21	19	17	16
4	36	28	23
14	10	24	31
25	5	1	30

,

B – *модель*

21	10	17	31
4	5	28	30
14	19	24	16
25	36	1	23

,

C – *модель*

21	5	1	16
4	10	24	23
6	36	28	31
25	19	17	30

,

D – *модель*

21	19	28	23
4	36	17	16
14	10	1	30
25	5	24	31

,

E – *модель*

21	5	28	31
4	10	17	30
14	36	1	16
25	19	24	23

,

F – *модель*

21	10	1	23
4	5	24	16
14	19	28	30
25	36	17	31

.

У них есть структурное единство в форме «фундамента» согласно структуре первого столбца в матрицах значений.

У них есть алгебраическое единство в форме функций, генерируемых из конформаций группы перестановок 4 элементов.

У них есть единство аддитивных и мультипликативных значений: сумма элементов в их строках есть элемент с номером 25, а произведения элементов в столцах в прямом и обратном порядке тоже одинаковы, генерируя элемент с номером 31.

У них есть различие сумм и произведений элементов, расположенных по их диагоналям.

Несколько специфична E – *модель*, в которой сумма элементов по диагоналям равна сумме элементов по строкам:

$$\begin{array}{cccccccc}
25 & & 31 & 31 & 31 & 31 & & 25 \\
 & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\
25 & \leftarrow & 21 & 5 & 28 & 31 & \rightarrow & 25 \\
25 & \leftarrow & 4 & 10 & 17 & 30 & \rightarrow & 25 \\
25 & \leftarrow & 14 & 36 & 1 & 16 & \rightarrow & 25 \\
25 & \leftarrow & 25 & 19 & 24 & 23 & \rightarrow & 25 \\
 & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\
25 & & 31 & 31 & 31 & 31 & & 25
\end{array}.$$

Такие свойства нетривиальны. Они реализуются только при специальном выборе элементов, образующих активные подмножества. Следовательно, алгоритм имеет спектр свойств.

Функциональное представление модели предзарядов

С физической точки зрения, частично обоснованной на явлениях электромагнетизма и гравитации, электрические и гравитационные заряды образованы из 4 предзарядов разных типов и с разными знаками.

Трудность моделирования предзарядов состоит в том, что, с одной стороны, у нас нет глубинной структурной модели зарядов, с другой стороны, отсутствуют экспериментальные данные о свойствах предзарядов ввиду их предельной микроскопичности.

Сконструируем модель предзарядов на матрицах размерности 4 множества M^{16} со спектром ассоциированных функций:

$$1 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a_1 = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4, \qquad b_1 = x_1y_2 + x_2y_1 + x_3y_4 + x_4y_3,$$
$$c_1 = x_1y_3 + x_2y_4 + x_3y_1 + x_4y_2, \qquad d_1 = x_1y_4 + x_2y_3 + x_3y_2 + x_4y_1.$$

$$5 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 6 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 7 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 8 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a_2 = x_1y_1 + x_2y_4 + x_3y_3 + x_4y_2, \qquad b_2 = x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1,$$
$$c_2 = x_1y_3 + x_2y_2 + x_3y_1 + x_4y_4, \qquad d_2 = x_1y_4 + x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3.$$

$$9 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 10 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 11 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 12 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$a_3 = x_1y_1 + x_2y_1 + x_3y_1 + x_4y_1, \qquad b_3 = x_1y_2 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_2y_4,$$
$$c_3 = x_1y_3 + x_2y_3 + x_3y_3 + x_4y_3, \qquad d_3 = x_1y_4 + x_2y_4 + x_3y_4 + x_4y_4.$$

$$13 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 14 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 15 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 16 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$a_4 = x_1y_1 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_4y_3, \qquad b_4 = x_1y_2 + x_2y_4 + x_3y_2 + x_4y_4,$$
$$c_4 = x_1y_3 + x_2y_2 + x_3y_4 + x_4y_2, \qquad d_4 = x\,y + x\,y + x\,y + x\,y\,.$$

На элементах

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 5 & 14 & 2 & 8 \\ 31 & 20 & 6 & 11 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{matrix}$$

получим значения, согласно которым суммы элементов по строкам задают элемент с номером 25, а произведения элементов по столбцам генерируют элемент 31 из объектного множества M^{36}:

A – модель

21	19	17	16
4	36	28	23
14	10	24	31
25	5	1	30

,

B – модель

21	10	17	31
4	5	28	30
14	19	24	16
25	36	1	23

.

Их функциональное различие в том, что произведения элементов первого множеста дают элемент с номером 34, а произведения элементов второго множества генерирует элемент с номером 1.

Две другие модели имеют иные функциональные свойства:

$$C - модель \rightarrow \begin{matrix} a_3 = 21 + 36 + 24 + 30 = 9, \\ b_3 = 4 + 19 + 1 + 31 = 1, \\ c_3 = 14 + 5 + 17 + 23 = 35, \\ d_3 = 25 + 10 + 28 + 16 = 1, \end{matrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 21 & 36 & 24 & 30 \\ 4 & 19 & 1 & 31 \\ 14 & 5 & 17 & 23 \\ 25 & 10 & 28 & 16 \end{pmatrix},$$

$$D - модель \rightarrow \begin{matrix} a_4 = 21 = 5 + 24 + 23 = 1, \\ b_4 = 4 + 10 + 1 + 16 = 1, \\ c_4 = 14 + 36 + 17 + 30 = 1, \\ d_4 = 25 + 19 + 28 + 31 = 1, \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 21 & 5 & 24 & 23 \\ 4 & 10 & 1 & 16 \\ 14 & 36 & 17 & 30 \\ 25 & 19 & 28 & 31 \end{pmatrix}.$$

В обоих этих случаях произведения элементов по диагоналям генерируют элемент с номером 16, косвенно подтверждая их функциональное единство. Кроме этого, произведения элементов по столбцам задают элемент с номером 31, указывая на функциональное единство 4 моделей.

С физической точки зрения предлагаемая модель имеет начальные «ответы» на тему наличия 4 предзарядов и на различие их свойств.

Так, неравенство сумм по строкам в единственной модели косвенно указывает на то, что есть отрицательный гравитационный предзаряд.

Его свойства не таковы, как свойства трех остальных предзарядов, у которых суммы элементов по строкам едины.

Специальные объектные законы и свойства объектных множеств

В объектных множествах действует ряд законов, которые непривычны по структуре и невозможны на моделях классических чисел и операций.

Представляется полезным объединить некоторые из таких законов. Например, имеем такие функциональные условия:

$$
\begin{aligned}
&ab = (a+b+a)(b+a+b), \lrcorner M^{9}(-),\\
&ab = b\left[(ab)(ba)\right], \qquad \lrcorner M^{16}(-),\\
&ab = b(bab), \qquad \lrcorner M^{9}(-),\\
&a(bc) = b(ac), abc = cba, \lrcorner M^{16}(-).
\end{aligned}
$$

Справа обозначены множества, в которых указанные законы не выполняются.

Элементы объектного множества M^{16} могут быть объединены в аддитивный квадрат с магическим числом 10, элементы которого обеспечивают дополнительные объединения с тем же числом в 50 вариантах:

$$
\begin{pmatrix}
1 & 9 & 11 & 5\\
10 & 2 & 6 & 12\\
15 & 7 & 3 & 13\\
8 & 16 & 14 & 4
\end{pmatrix}.
$$

При перестановке местами двух элементов в строках, получим качественно новый квадрат.В нем суммы элементов по строкам сохранены. Неассоциативные произведения по столбцам зависят от направления операции, сумма пары элементов 13,15 равна сумме дианональных элементов с номером 14.

Проиллюстрируем ситуацию рисунком:

$$
\begin{array}{ccccccc}
14(+) & & 13(\cdot) & 13(\cdot) & 13(\cdot) & 13(\cdot) & & 14(+)\\
 & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\
10(+) & \leftarrow & 1 & 9 & 11 & 5 & \rightarrow & 10(+)\\
10(+) & \leftarrow & 10 & 6 & 2 & 12 & \rightarrow & 10(+)\\
10(+) & \leftarrow & 15 & 7 & 3 & 13 & \rightarrow & 10(+)\\
10(+) & \leftarrow & 8 & 16 & 14 & 4 & \rightarrow & 10(+)\\
 & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\
14(+) & & 15(\cdot) & 15(\cdot) & 15(\cdot) & 15(\cdot) & & 14(+)
\end{array}.
$$

Он инициирует точку зрения, что малые структурные изменения в реальном изделии могут быть достаточны для качественного изменения его свойств. В рассматриваемом случае этот факт проявляется на операционном уровне.

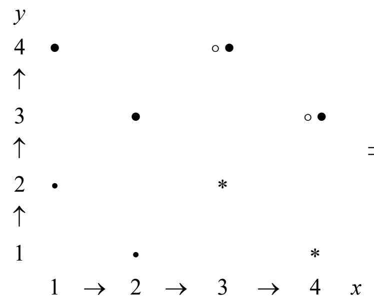
На всех объектных множествах с частично ассоциативной операции, как на их элементах, так и на функциях действует закон

$$(ab)(cd) = (dc)(ba) \leftrightarrow (\varphi\psi)(\omega\theta) = (\theta\omega)(\psi\varphi).$$

Объектные ткани

Математики определили ткани как математические структуры, ассоциированные с линиями в проективном пространстве. В частности, возможно их визуальное представление в форме некоторого семейства отрезков, координаты концов которых задаются посредством «объединения» координат в двумерном пространстве.

Ткань Рейдемейстера определена рисунком, соединение отрезков в котором имеет форму куба, а координаты концов отрезков подчинены алгебраическим уравнениям на объединениях координат:



$$\Rightarrow \begin{array}{l} x_1 y_2 = x_2 y\ , \\ x_1 y_4 = x_2 y_3, \\ x_3 y_2 = x_4 y_1, \\ x_3 y_4 = x_4 y_3. \end{array}$$

Модель объектной ткани в качестве координат применяет элементы объектных множеств, а роль «объединения» выполняет операция.

Объектная ткань Рейдемейстера в объектном множестве M^{16} имеет спектр разных реализаций.

С одной стороны, ткани могут быть заданы только на элементах одной конформации:

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 1\cdot 2 = 16 = 2\cdot 3, \\ 1\cdot 4 = 14 = 2\cdot 1, \\ 3\cdot 2 = 14 = 4\cdot 3, \\ 3\cdot 4 = 16 = 4\cdot 3, \end{array} \quad \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 8 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 5\cdot 6 = 16 = 6\cdot 7, \\ 5\cdot 8 = 14 = 6\cdot 5, \\ 7\cdot 6 = 14 = 8\cdot 7, \\ 7\cdot 8 = 16 = 8\cdot 5, \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 11 & 10 & 9 & 12 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 9\cdot 10 = 12 = 10\cdot 11, \\ 9\cdot 12 = 10 = 10\cdot 9, \\ 11\cdot 10 = 10 = 12\cdot 11,' \\ 11\cdot 12 = 12 = 10\cdot 11, \end{array} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \\ 15 & 14 & 13 & 16 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 13\cdot 14 = 12 = 14\cdot 15, \\ 13\cdot 16 = 10 = 14\cdot 13, \\ 15\cdot 14 = 10 = 16\cdot 15, \\ 15\cdot 16 = 12 = 16\cdot 13. \end{array}$$

Каждая конформация характеризуется парой матриц для мест расположения элементов в строках:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

На матричном произведении они задают группу, которую можно назвать группой тканей самовоздействия элементов объектного множества.

Обратим внимание на тканевый алгоритм аддитивного объектного взаимодействия:

$$\begin{array}{l} x_1 + y_2 = x_2 + y_1, \\ x_1 + y_4 = x_2 + y_3, \\ x_3 + y_2 = x_4 + y_1, \\ x_3 + y_4 = x_4 + y_3. \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 1+2=11=2+1, \\ 1+4=9=2+3, \\ 3+2=9=4+1, \\ 3+4=11=4+3, \end{array}$$

....

$$\begin{array}{l} x_1 + y_2 = x_2 + y_1, \\ x_1 + y_4 = x_2 + y_3, \\ x_3 + y_2 = x_4 + y_1, \\ x_3 + y_4 = x_4 + y_3. \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 13+14=11=14+13, \\ 13+16=9=14+15, \\ 15+14=9=16+13, \\ 15+16=11=16+15. \end{array}$$

Матрицы мест расположения элементов объектного множества теперь одинаковы и имеют форму единичной матрицы, задавая тривиальную группу на матричном произведении.

Заметим, что имеет место тканевая объектная коммутативность: при «обращении» расположения конформаций по функциональному управлению расчетные значения на каждой строке остаются одинаковыми:

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 8 & 7 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 1\cdot 5=13=2\cdot 6, \\ 1\cdot 7=15=2\cdot 8, \\ 3\cdot 5=15=4\cdot 6, \\ 3\cdot 7=13=4\cdot 8, \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 5\cdot 1=13=6\cdot 2, \\ 5\cdot 3=15=6\cdot 4, \\ 7\cdot 1=15=8\cdot 2, \\ 7\cdot 3=13=8\cdot 4. \end{array}$$

Матрицы мест расположения элементов задают группу порядка 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Объектные ткани на паре конформаций генерируют группу мест расположения для элементов более высокого порядка с матрицами из одной конформации:

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 11 & 9 & 12 & 10 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 1\cdot 9=1=3\cdot 11, \\ 1\cdot 10=8=3\cdot 12, \\ 2\cdot 9=2=4\cdot 11, \\ 2\cdot 10=5=4\cdot 12, \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Например, есть модель с матрицами расположения элементов из разных конформаций

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 6 & 8 & 5 & 7 \\ 13 & 15 & 16 & 14 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 6\cdot 15 = 4 = 8\cdot 13, \\ 6\cdot 14 = 5 = 8\cdot 16, \\ 5\cdot 15 = 3 = 7\cdot 13, \\ 5\cdot 14 = 8 = 7\cdot 16, \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эти модели не исчерпывают всех вариантов генерации объектных тканей Рейдемейстера. Объектные ткани Томсена генерируются на трех элементах объектных множеств либо на элементах одной конформации, либо на элементах разных конформаций.

Алгебраические условия для такой ткани таковы:

$$\begin{aligned} x\ \ y_2 &= x_2 y_1, \\ x_1 y_3 &= x_3 y\ \ , \\ x_2 y_3 &= x_3 y_2. \end{aligned}$$

Укажем пару её реализаций:

$$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 1\cdot 2 = 16 = 2\cdot 3, \\ 1\cdot 1 = 9 = 3\cdot 3,\ , \\ 2\cdot 1 = 14 = 3\cdot 2, \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 8 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 1\cdot 5 = 13 = 2\cdot 6, \\ 1\cdot 8 = 10 = 3\cdot 6,. \\ 2\cdot 8 = 15 = 3\cdot 5. \end{array}$$

Пара матриц для мест расположения элементов в строках задает группу на матричном произведении

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что расположение элементов для ткани Рейдемейстера дополняет принятое расположение элементов для ткани Томсена:

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 8 & 7 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 1\cdot 5 = 13 = 2\cdot 6, \\ 1\cdot 7 = 15 = 2\cdot 8, \\ 3\cdot 5 = 15 = 4\cdot 6, \\ 3\cdot 7 = 13 = 4\cdot 8. \end{array}$$

Наличие множества моделей тканей представляет интерес с позиции естествознания. Объектные ткани ассоциированы с физико-химическими изделиями, у которых энергетика стандартного типа дополнена информационным взаимодействием неассоциативного типа. Кроме этого, анализируемые условия можно рассматривать не просто как алгебраические условия, а как управление элементами множества в форме действующих «программ». По этой причине квазигрупповые законы есть «мельницы» для генерации новых объектов на основе и посредством действующих объектов.

Ткань Бола имеет структурутдеформированного куба и может базироваться на тех же подмножествах, что и ткань Рейдемейстера

$$\begin{array}{ccccccccc} y & & & & & & & & \\ 4 & \bullet & & \odot & & & & & \\ \uparrow & & & & & & & & \\ 3 & & & \oplus & & * & & & \\ \uparrow & & & & & & & & \\ 2 & \oplus & & * & & & & & \\ \uparrow & & & \bullet & & \odot & & & \\ 1 & & & & & & & & \\ & 1 & \to & 2 & \to & 3 & \to & 4 & x \end{array} \quad \Rightarrow \begin{array}{l} x_1y_2 = x_2y_1, \\ x_1y_4 = x_2y_3, \\ x_2y_2 = x_3y_1, \\ x_2y_4 = x_3y_3. \end{array}$$

Ткани с разными элементами могут быть заданы на элементах одной конформации:

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 1\cdot 2 = 16 = 2\cdot 3, \\ 1\cdot 4 = 14 = 2\cdot 1, \\ 2\cdot 2 = 9 = 3\cdot 3, \\ 2\cdot 4 = 11 = 3\cdot 1, \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 8 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 5\cdot 6 = 16 = 6\cdot 7, \\ 5\cdot 8 = 14 = 6\cdot 5, \\ 6\cdot 6 = 9 = 7\cdot 7, \\ 6\cdot 8 = 11 = 7\cdot 5, \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 11 & 10 & 9 & 12 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 9\cdot 10 = 12 = 10\cdot 11, \\ 9\cdot 12 = 10 = 10\cdot 9, \\ 10\cdot 10 = 9 = 11\cdot 11, \\ 10\cdot 12 = 11 = 11\cdot 9, \end{array}, \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \\ 15 & 14 & 13 & 16 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \to \begin{array}{l} 13\cdot 14 = 12 = 14\cdot 15, \\ 13\cdot 16 = 10 = 14\cdot 13, \\ 14\cdot 14 = 10 = 15\cdot 15, \\ 14\cdot 16 = 11 = 15\cdot 13. \end{array}$$

Каждая из этих конформаций характеризуется единой парой матриц для мест расположения элементов в строках:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

На матричном произведении они задают группу.

Естественны ткани на элементах разных конформаций. Например, есть ткань Бола

$$\begin{array}{cccc} x & x & x & x \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 8 & 7 & 6 \\ y & y & y & y \end{array} \to \begin{array}{l} 1\cdot 8 = 10 = 2\cdot 5, \\ 1\cdot 6 = 12 = 2\cdot 7, \\ 2\cdot 8 = 15 = 3\cdot 5, \\ 2\cdot 6 = 13 = 3\cdot 7. \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Океан объектных тканей можно рассматривать в качестве катализатора экспериментальной деятельности для создания реальных изделий, имеющих специальные свойства.

Операционная зависимость квазигрупповых законов

Закон Муфанг для квазигрупп на элементах объектных множеств

$$z\left(x\left(yx\right)\right)=\left(\left(zx\right)y\right)x$$

не выполняется во всех случаях на неассоциативной операции произведения.

Ситуация меняется на матричной операции. Получим на паре объектных множеств такие следствия:

$$M^{25}\rightarrow 14\left(2\left(3\cdot 2\right)\right)=14\cdot 5=13=12\cdot 2=\left(\left(14\cdot 2\right)3\right)2,$$
$$S^{27}\rightarrow 14\left(2\left(3\cdot 2\right)\right)=14\cdot 2=15=14\cdot 2=\left(\left(14\cdot 2\right)3\right)2,\ldots$$

Закон Муфанг корректен и на операции модульного произведения

$$S^{27}\rightarrow 14\left(2\left(3\cdot 2\right)\right)=14\cdot 23=23=23\cdot 2=\left(\left(14\cdot 2\right)3\right)2\ldots$$

Закон Бола

$$z\left(\left(xy\right)x\right)=\left(\left(zx\right)y\right)x$$

выполняется и на ассоциативной матричной операции и на неассоциативной комбинаторной операции. Соответственно подтвердим ситуацию примерами

$$M^{25}\left(\overset{m}{\times}\right)\rightarrow 14\left(\left(2\cdot 3\right)2\right)=14\overset{m}{\times}2=13=14\overset{m}{\times}2=\left(\left(14\cdot 2\right)3\right),$$
$$M^{25}\left(\overset{k}{\times}\right)\rightarrow 14\left(\left(2\cdot 3\right)2\right)=14\overset{k}{\times}1=13=15\overset{k}{\times}2=\left(\left(14\cdot 2\right)3\right),\ldots$$

Проанализируем другие возможности. Убедимся в корректности закона

$$A=\left(ab\right)\left(cd\right)=\left(dc\right)\left(ba\right)=B.$$

на неассоциативной комбинаторной операции для разных объектных множеств. Пусть

$$a=1,b=2,c=3,d=4.$$

Получим таблицу значений

φ	M^{9}	M^{16}	M^{25}	S^{27}
A	1	9	16	1
B	1	9	16	1

.

Аналогичный по форме закон действует на функциях

$$\left(\varphi\psi\right)\left(\omega\theta\right)=\left(\theta\omega\right)\left(\psi\varphi\right).$$

Ситуация меняется при операционной коррекции таблиц объектных множеств в форме их объединения.

В частности, деформация таблиц обеспечивается частным алгоритмом Жегалкина

$$x * y = x + y + x \cdot y.$$

Проанализируем ситуацию на примере объектного множества M^{9} с комодульной суммой и парой операций: неассоциативной комбинаторной операцией и ассоциативной матричной операцией.

Получим, соответственно, пару таблиц:

$*\begin{pmatrix} k \\ \times \end{pmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6	5	4	3	2	1	9	8	7
2	6	5	4	3	2	1	9	8	7
3	6	5	4	3	2	1	9	8	7
4	6	5	4	3	2	1	9	8	7
5	6	5	4	3	2	1	9	8	7
6	6	5	4	3	2	1	9	8	7
7	6	5	4	3	2	1	9	8	7
8	6	5	4	3	2	1	9	8	7
9	6	5	4	3	2	1	9	8	7

,

$*\begin{pmatrix} m \\ \times \end{pmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	8	7	9	6	5	4	1	3	2
3	7	9	8	6	5	4	2	1	3
4	6	5	4	6	5	4	6	5	4
5	5	4	6	6	5	4	4	6	5
6	4	6	5	6	5	4	5	4	6
7	3	2	1	6	5	4	9	8	7
8	2	1	3	6	5	4	7	9	8
9	1	3	2	6	5	4	8	7	9

.

Таблицы нетривиальны по структуре, подтверждая известную из практики истину, что результат взаимодействия меняется при объединении результатов от разных операций.

На одинаковых функциональных условиях результаты совпадают частично:

$$*\begin{pmatrix} k \\ \times \end{pmatrix}$$

$$z\big(x(yx)\big) = \big((zx)y\big)x$$

$$2 = 7\big(5(6\cdot 5)\big) = \big((7\cdot 5)6\big)5 = 2$$

$$4 = 4\big(3(1\cdot 3)\big) = \big((4\cdot 3)1\big)3 = 4$$

$$(zx)(yz) = z\big((xy)z\big)$$

$$7 = (7\cdot 1)(2\cdot 7) = 7\big((1\cdot 2)7\big) = 7,$$

$$*\begin{pmatrix} m \\ \times \end{pmatrix}$$

$$z\big(x(yx)\big) = \big((zx)y\big)x$$

$$5 = 7\big(5(6\cdot 5)\big) = \big((7\cdot 5)6\big)5 = 5$$

$$5 = 4\big(3(1\cdot 3)\big) = \big((4\cdot 3)1\big)3 = 5$$

$$(zx)(yz) = z\big((xy)z\big)$$

$$7 = (7\cdot 1)(2\cdot 7) \neq 7\big((1\cdot 2)7\big) = 9.$$

Ткань Бола меняет теперь свое качество:

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 1\cdot 2 = 16 = 2\cdot 3, \\ 1\cdot 4 = 14 = 2\cdot 1, \\ 2\cdot 2 = 9 = 3\cdot 3, \\ 2\cdot 4 = 11 = 3\cdot 1, \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1\cdot 2 = 5, 2\cdot 3 = 4, \\ 1\cdot 4 = 3, 2\cdot 1 = 6, \\ 2\cdot 2 = 5, 3\cdot 3 = 4, \\ 2\cdot 4 = 3, 3\cdot 1 = 6. \end{matrix}$$

Теперь объединение точек задает семейство отрезков, параллельных оси Ox.

Размерностное расширение объектных тканей

Дополняя подмножества элементов объектного множества парами новых элементов, мы выполняем расширение размерности подмножеств. При этом появляются новые отношения между элементами. Они могут быть согласованы между собой, генерируя дополнительные ткани. Однако расширение базового подмножества может не изменить тканевую картину.

Проанализируем аспекты расширения объектной ткани Бола на элементах объектного множества M^{16}. В качестве начального элемента возьмем такую модель:

$$
\begin{array}{cccccc}
y & & & & & \\
4 & \bullet & \odot & & & \\
\uparrow & & & & & \\
3 & & \oplus & * & & \\
\uparrow & & & & & \\
2 & \oplus & * & & & \\
\uparrow & & \bullet & \odot & & \\
1 & & & & & \\
 & 1 \to & 2 \to & 3 \to & 4 & x
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{l}
x_1y_2 = x_2y_1, \\
x_1y_4 = x_2y_3, \\
x_2y_2 = x_3y_1, \\
x_2y_4 = x_3y_3.
\end{array}
$$

Рассмотрим её конкретную реализацию

$$
\begin{array}{l}
x_1y_2 = x_2y_1, \\
x_1y_4 = x_2y_3, \\
x_2y_2 = x_3y_1, \\
x_2y_4 = x_3y_3.
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cccc}
x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\
1 & 2 & 3 & 4 \\
3 & 2 & 1 & 4 \\
y_1 & y_2 & y_3 & y_4
\end{array}
\to
\begin{array}{l}
1 \cdot 2 = 16 = 2 \cdot 3, \\
1 \cdot 4 = 14 = 2 \cdot 1, \\
2 \cdot 2 = 9 = 3 \cdot 3, \\
2 \cdot 4 = 11 = 3 \cdot 1.
\end{array}
$$

Выполним расширение анализируемого множества парой элементов и найдем их бинарные отношения с элементами базового множества

$$
\begin{array}{ccccc}
x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\
1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\
3 & 2 & 1 & 4 & 8 \\
y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5
\end{array}
\to
\begin{array}{l}
1 \cdot 8 = 10 \\
2 \cdot 8 = 15 \\
3 \cdot 8 = 12 \\
4 \cdot 8 = 13
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
6 \cdot 3 = 12 \\
6 \cdot 2 = 13 \\
6 \cdot 1 = 10 \\
6 \cdot 4 = 15
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{l}
x_1y_5 = x_5y_3 \\
x_2y_5 = x_5y_4 \\
x_3y_5 = x_5y_1 \\
x_4y_5 = x_5y_2.
\end{array}
$$

Ткань Бола дополнена новой тканью, что расширяет и углубляет ее свойства.

Совсем другая картина получается при другом расширении базового множества. Так, гапример, получим

$$
\begin{array}{ccccc}
x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\
1 & 2 & 3 & 4 & 7 \\
3 & 2 & 1 & 4 & 9 \\
y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5
\end{array}
\to
\begin{array}{l}
1 \cdot 9 = 1 \\
2 \cdot 9 = 2 \\
3 \cdot 9 = 3 \\
4 \cdot 9 = 4
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
7 \cdot 3 = 13 \\
7 \cdot 2 = 10 \\
7 \cdot 1 = 15 \\
7 \cdot 4 = 12.
\end{array}
$$

На модели бинарного взаимодействия новых элементов с базовыми элементами отсутствует «равновесие» между полученными значениями. Дополнительные элементы не обеспечивают ткань Бола дополнительной тканью.

Квазигрупповые функциональные уравнения в объектных множествах

Известны 2-элементные квазигрупповые функциональные уравнения общего вида

$$a\left(b\left(cd\right)\right)=abcd,\qquad a\left(\left(bc\right)d\right)=abcd.$$

Первое равенство есть квазигруппа Муфанг, второе равенство задает квазигруппу Бола.

На матричной операции получим закон $a\left(b\left(cd\right)\right)=a\left(\left(bc\right)d\right).$ Он не имеет общего значения на неассоциативной комбинаторной операции:

M^k	$a\left(b\left(cd\right)\right)$	$a\left(\left(bc\right)d\right)$
	$14\left(2\left(5\cdot 11\right)\right)$	$14\left(11\right)$
M^{16}	15	15
M^{25}	13	20
S^{27}	14	20
M^{36}	35	12

.

Из анализа функциональных условий в объектных множествах на неассоциативной операции следует 4-элементный закон

$$A=abcd+bdca=adcb+bacd=B.$$

Подтвердим его корректность примерами:

M^k	$abcd$	$bdca$	$adcb$	$bacd$
	$15\cdot 10\cdot 9\cdot 8$	$10\cdot 8\cdot 9\cdot 15$	$15\cdot 8\cdot 9\cdot 10$	$10\cdot 15\cdot 9\cdot 8$
M^{16}	3	1	3	1
M^{25}	4	7	4	7
S^{27}	13	11	13	11
M^{36}	7	5	7	5

,

M^k	$abcd$	$bdca$	$adcb$	$bacd$
	$10\cdot 2\cdot 15\cdot 1$	$2\cdot 1\cdot 15\cdot 10$	$10\cdot 1\cdot 15\cdot 2$	$2\cdot 10\cdot 15\cdot 1$
M^{16}	15	11	15	11
M^{25}	20	4	20	4
S^{27}	6	13	6	13
M^{36}	33	7	33	7

.

Из анализа следует, что в объектных множествах в основном имеет место равенство

$$A = a\left(b\left(cd\right)\right) + \left(ad\right)\left(cb\right) = b\left(d\left(ca\right)\right) + \left(ba\right)\left(cd\right) = B.$$

Найдем их значения для трех ситуаций

ξ	a	b	c	d
α	15	10	9	8
β	1	2	3	4
γ	12	5	10	11

.

Таблица подтверждает тезис:

M^k	$a\left(b\left(cd\right)\right)$	$\left(ad\right)\left(cb\right)$	A	B	$b\left(d\left(ca\right)\right)$	$\left(ba\right)\left(cd\right)$	
M^{16}	3	1	16	12	1	7	α
	11	9	12	12	9	11	β
	3	5	12	16	5	7	γ
M^{25}							
	13	6	23	23	4	4	α
	11	17	13	13	15	18	β
	18	23	21	21	20	21	γ
S^{27}							
	7	9	7	7	12	13	α
	4	6	1	1	7	3	β
	27	19	11	11	26	20	γ
M^{36}							
	1	3	22	22	33	7	α
	25	15	28	28	25	15	β
	17	21	20	20	13	19	γ

.

Сопоставим пару законов, пдтвержденных расчетом:

$$A = abcd + bdca = adcb + bacd = B,$$

$$A = a\left(b\left(cd\right)\right) + \left(ad\right)\left(cb\right) = b\left(d\left(ca\right)\right) + \left(ba\right)\left(cd\right) = B.$$

Их функциональная общность обеспечена наличием функций одного типа в левой и правой частях равенств. В одноэлементных квазигрупповых законах этого единства нет.

Объектные множества на неассоциативной операции произведения имеют законы на функциях разной структуры.

В оснвном выполняется условие

$$A = abcd + (ab)(cd) = a(bc)d + a(b(cd)) = B.$$

Проанализируем ситуацию на примерах

n	a	b	c	d
α	1	2	3	4
β	5	11	3	15
γ	2	1	4	3

.

Её подтверждает таблица значений:

M^k		$abcd$	$(ab)(cd)$	A	B	$a(bc)d$	$a(b(cd))$
M^9	α	3	1	4	4	9	4
	β	–	–	–	–	–	–
	γ	5	4	3	3	1	8
M^{16}	α	15	9	16	10	11	11
	β	11	11	10	10	15	15
	γ	13	9	14	10	11	11
M^{25}	α	18	16	19	19	23	11
	β	10	17	7	7	2	14
	γ	19	16	20	20	21	14
S^{27}	α	3	1	4	4	9	4
	β	7	18	16	16	3	11
	γ	5	4	3	3	1	8
M^{36}	α	15	13	16	16	21	25
	β	31	1	26	26	9	11
	γ	17	13	18	18	19	29

.

На модели квазигрупповых функций «выделяется» объектное множество M^{16}: в нем функциональные законы выполняются частично, иногда. Этот факт свидетельствует, что оно не имеет достаточной «энергии равновесия».

Она достигается на эффекте суммирования генерируемых значений. Такой прием не разрушает равновесия для одинаковых значений в других объектных множествах.

Следовательно, единые квазигрупповые функциональные законы таковы

$$A + A = B + B.$$

Понятно, что полученные результаты могут и должны быть дополнены.

Объектные ткани как улицы с переулками

Объектное множество M^{16} предоставило для анализа 4 аргументно инвариантные функции

$$\theta_1 = x\big(a(bc)\big) + \big((cb)a\big)x,$$
$$\theta_2 = a\big(x(bc)\big) + \big((cb)x\big)a,$$
$$\theta_3 = a\big(b(xc)\big) + \big((cx)b\big)a,$$
$$\theta_4 = a\big(b(cx)\big) + \big((xc)b\big)a.$$

Есть разные типы «независимости» значений этих функций от их аргумента.
Проанализируем модель аргументной инвариантности на функции

$$\theta_1 = x\big(a(bc)\big) + \big((cb)a\big)x.$$

Подмножества элементов a, b, c функция объединяет в классы, генерирующие одно значение при любых x. Например, получим

$$1\big(5(14\cdot 3)\big) + \big((3\cdot 14)5\big)1 = 1\cdot 14 + 10\cdot 1 = 4 + 2 = 14,$$
$$2\cdot 14 + 10\cdot 2 = 1 + 1 = 14,$$
$$3\cdot 14 + 10\cdot 3 = 2 + 4 = 14,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$5\cdot 14 + 10\cdot 5 = 8 + 6 = 14,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$16\cdot 14 + 10\cdot 16 = 11 + 15 = 14.$$

При изменении базовых подмножеств из 3 элементов генерируются только 4 объекта с номерами $[10,12,14,16]$. Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$1\big(11(11\cdot 11)\big) + \big((11\cdot 11)11\big)1 = 3 + 7 = 10,$$
$$1\big(10(6\cdot 8)\big) + \big((8\cdot 6)10\big)1 = 6 + 2 = 12,$$
$$1\big(1(8\cdot 10)\big) + \big((10\cdot 8)1\big)1 = 3 + 2 = 14,$$
$$1\big(4(15\cdot 3)\big) + \big((3\cdot 15)4\big) = 2 + 2 = 16.$$

Эта модель интересна в техническом смысле, обеспечивая ментальные условия создания новых структурных изделий, возможно, на других элементах и с другим взаимодействием, но имеющих свойства, представленные данной функцией. Полезность таких изделий двухуровневая: во-первых, одинаковый результат может быть достигнут разными «семьями» элементов, во-вторых, есть спектр возможностей по аргументной составляющей, позволяя достичь желаемого минимальными средствами. Объектное множество выступает в роли проекта для новой практики, предсказывая возможные свойства.

Аналогичные свойства имеет функция, базовая для аргументно инвариантной функции. Так, например, подтвердим таблицей значений, что

$$a\left(bc\right)+\left(cb\right)a \to \left[10,12,14,16\right],$$

$$\begin{gathered}10\left(6\cdot 8\right)+\left(8\cdot 6\right)10=10,\\ 5\left(6\cdot 7\right)+\left(7\cdot 6\right)5=12,\\ 4\left(15\cdot 3\right)+\left(3\cdot 15\right)4=14,\\ 5\left(16\cdot 3\right)+\left(3\cdot 16\right)5=16.\end{gathered}$$

Обе функции дополняют друг друга, дублируя аддитивные и мультипликативные их свойства:

+	10	12	14	6
10	12	10	16	14
12	10	12	14	16
14	16	14	12	10
16	14	16	10	12

,

×	10	12	14	16
10	9	11	13	15
12	11	9	15	13
14	13	15	9	11
16	15	13	11	9

.

Обе таблицы генерируют одну конформацию в форме группы Клейна на матричной операции

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Подмножество из элементов $\left[9,10,11,12,13,14,15,16\right]$ замкнуто на паре базовых операций.

Подтвердим это свойство таблицами значений:

+	9	10	11	12	13	14	15	16
9	10	11	12	9	14	15	16	13
10	11	12	9	10	15	16	13	14
11	12	9	10	11	16	13	14	15
12	9	10	11	12	13	14	15	16
13	14	15	16	13	10	11	12	9
14	15	16	13	14	11	12	9	10
15	16	13	14	15	12	9	10	11
16	13	14	15	16	9	10	11	12

,

×	9	10	11	2	13	14	15	16
9	9	12	11	10	13	16	15	14
10	10	9	12	11	14	13	16	15
11	11	10	9	12	15	14	13	16
12	12	11	10	9	16	15	14	13
13	13	16	15	14	9	12	11	10
14	14	13	16	15	10	9	12	11
15	15	14	13	16	11	10	9	12
16	16	15	14	13	12	11	10	9

.

Проанализируем модель аргументной инвариантности функции

$$\theta_{2x} = a\big(x(bc)\big) + \big((cb)x\big)a.$$

Представим расчет таблицами значений:

$a = 5, b = 14, c = 3,$ $\downarrow$

x	1	2	3	4	5	6	7	8
θ_2	14	16	14	16	14	16	14	16
x	9	10	11	12	13	14	15	16
θ_2	10	12	10	12	10	12	10	12,

$a = 8, b = 13, c = 10,$ $\downarrow$

x	1	2	3	4	5	6	7	8
θ_2	14	16	14	16	14	16	14	16
x	9	10	11	12	13	14	15	16
θ_2	12	10	12	10	12	10	12	10,...

Функция генерирует элементы малого квазиполя. Значения функции согласованы с её аргументом. Это обстоятельство позволяет их объединить в новую функцию

$$\theta_x = a\big(x(bc)\big) + \big((cb)x\big)a,$$
$$\Delta_x = \theta_x \cdot x + \theta_x + x = x^2 = 9.$$

Подтвердим законность этих связей таблицей значений:

$$a = 11, b = 7, c = 15,$$
$$x = 1 \to Q_1 = 11\big(1(7 \cdot 15)\big) + \big((15 \cdot 7)1\big)11 = 11 + 15 = 14,$$
$$\Delta_1 = 14 \cdot 1 + 14 + 1 = 9,$$
$$x = 2 \to Q_1 = 11\big(2(7 \cdot 15)\big) + \big((15 \cdot 7)2\big)11 = 14 + 10 = 16,$$
$$\Delta_2 = 16 \cdot 2 + 16 + 2 = 9,$$
$$x = 3 \to Q_1 = 11\big(3(7 \cdot 15)\big) + \big((15 \cdot 7)3\big)11 = 9 + 13 = 14,$$
$$\Delta_3 = 14 \cdot 3 + 14 + 3 = 9,$$

....

$$x = 10 \to Q_1 = 11\big(10(7 \cdot 15)\big) + \big((15 \cdot 7)10\big)11 = 6 + 2 = 12,$$
$$\Delta_{10} = 12 \cdot 10 + 12 + 10 = 9,$$

....

$$x = 15 \to Q_1 = 11\big(15(7 \cdot 15)\big) + \big((15 \cdot 7)15\big)11 = 5 + 1 = 10,$$
$$\Delta_{15} = 10 \cdot 15 + 10 + 15 = 9,$$
$$x = 16 \to Q_1 = 11\big(16(7 \cdot 15)\big) + \big((15 \cdot 7)16\big)11 = 4 + 8 = 12,$$
$$\Delta_{16} = 12 \cdot 16 + 12 + 16 = 9.$$

Третья функция

$$\theta_3 = a\left(b\left(xc\right)\right) + \left(\left(cx\right)b\right)a$$

имеет аргументно инвариантные свойства:

$$a = 5, b = 14, c = 3,$$
$$5\left(14\left(1 \cdot 3\right)\right) + \left(\left(3 \cdot 1\right)14\right)5 = 6 + 2 = 12,$$
$$5\left(14\left(2 \cdot 3\right)\right) + \left(\left(3 \cdot 2\right)14\right)5 = 7 + 1 = 12,$$
$$5\left(14\left(3 \cdot 3\right)\right) + \left(\left(3 \cdot 3\right)14\right)5 = 8 + 4 = 12,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$5\left(14\left(10 \cdot 3\right)\right) + \left(\left(3 \cdot 10\right)14\right)5 = 11 + 9 = 12,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$5\left(14\left(16 \cdot 3\right)\right) + \left(\left(3 \cdot 16\right)14\right)5 = 11 + 9 = 12.$$

На новых подмножествах функция действует так же с генерацией других элементов:

$$a = 8, b = 13, c = 10,$$
$$8\left(13\left(1 \cdot 10\right)\right) + \left(\left(10 \cdot 1\right)13\right)8 = 11 + 11 = 10, \dots$$

$$a = 11, b = 1, c = 9,$$
$$11\left(1\left(1 \cdot 9\right)\right) + \left(\left(9 \cdot 1\right)1\right)11 = 11 + 15 = 14, \dots$$

Сравним значения на тех же подмножествах согласно первой аргументно инвариантной функции. Получим аналогичные величины

$$a = 8, b = 13, c = 10,$$
$$8\left(13\left(10 \cdot 1\right)\right) + \left(\left(1 \cdot 10\right)13\right)8 = 13 + 13 = 10, \dots$$

$$a = 11, b = 1, c = 9,$$
$$11\left(1\left(9 \cdot 1\right)\right) + \left(\left(1 \cdot 9\right)1\right)11 = 15 + 11 = 14, \dots$$

Пара функций генерирует группу на комодульной сумме с элементами $\left[10, 12, 14, 16\right]$.

Из анализа следует, что равна нулю разность между первой и третьей аргументно инвариантными функциями, а их произведение есть элемент с номером 9. Действительно,

$$A = a\left(b\left(cx\right)\right) + \left(\left(xc\right)b\right)a, \qquad B = a\left(b\left(xc\right)\right) + \left(\left(cx\right)b\right)a,$$

$$A - B = 12 = 0^*, AB = BA = 9, AB - BA = 12 = 0^*.$$

Проанализируем модель аргументной инвариантности на функции

$$\theta_4 = a\left(b\left(cx\right)\right) + \left(\left(xc\right)b\right)a.$$

Получим , например, такие результаты:

$$
\begin{gathered}
a = 5, b = 14, c = 3, \\
5\left(14\left(3\cdot 1\right)\right) + \left(\left(1\cdot 3\right)14\right)5 = 6 + 2 = 12, \\
5\left(14\left(3\cdot 2\right)\right) + \left(\left(2\cdot 3\right)14\right)5 = 6 + 2 = 12, \\
5\left(14\left(3\cdot 3\right)\right) + \left(\left(3\cdot 3\right)14\right)5 = 6 + 2 = 12, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
5\left(14\left(3\cdot 10\right)\right) + \left(\left(10\cdot 3\right)14\right)5 = 6 + 2 = 12, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
5\left(14\left(3\cdot 16\right)\right) + \left(\left(16\cdot 3\right)14\right)5 = 6 + 2 = 12.
\end{gathered}
$$

$$
\begin{gathered}
a = 3, b = 13, c = 10, \\
3\left(13\left(10\cdot 1\right)\right) + \left(\left(1\cdot 10\right)13\right)3 = 16 + 14 = 10, \\
3\left(13\left(10\cdot 2\right)\right) + \left(\left(2\cdot 10\right)13\right)3 = 16 + 14 = 10, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
3\left(13\left(10\cdot 10\right)\right) + \left(\left(10\cdot 10\right)13\right)3 = 7 + 3 = 10, \\
3\left(13\left(10\cdot 16\right)\right) + \left(\left(16\cdot 10\right)13\right)3 = 1 + 5 = 10.
\end{gathered}
$$

Дополним 4 функции еще 4 функциями, ассоциированными с предыдущими:

$$
\begin{aligned}
&\left[a\left(bc\right) + \left(cb\right)a\right], \qquad &&\left[x\left(bc\right) + \left(cb\right)x\right], \\
&\left[b\left(xc\right) + \left(cx\right)b\right], \qquad &&\left[b\left(cx\right) + \left(xc\right)b\right].
\end{aligned}
$$

Объединение пар функций генерирует объектные нули этого множества:

$$
\begin{aligned}
\left[2\right]\left[x\left(a\left(bc\right)\right) + \left(\left(cb\right)a\right)x\right] &= \left[2\right]\left[a\left(bc\right) + \left(cb\right)a\right], \\
\left[2\right]\left[a\left(x\left(bc\right)\right) + \left(\left(cb\right)x\right)a\right] &= \left[2\right]\left[x\left(bc\right) + \left(cb\right)x\right], \\
\left[2\right]\left[a\left(b\left(xc\right)\right) + \left(\left(cx\right)b\right)a\right] &= \left[2\right]\left[b\left(xc\right) + \left(cx\right)b\right], \\
\left[2\right]\left[a\left(b\left(cx\right)\right) + \left(\left(xc\right)b\right)a\right] &= \left[2\right]\left[b\left(cx\right) + \left(xc\right)b\right].
\end{aligned}
$$

Каждая из указанных функций генерирует элементы малой квазигруппы, сумма которых есть объектный ноль на каждой функции, что обеспечивает законность приведенных равенств.

Объединение объектных функций на связях элементов

Проанализируем объединения пар аргументно зависимых функций на связях элементов:

$$\alpha = x\left(a\left(bc\right)\right), \qquad \beta = a\left(x\left(bz = c\right)\right), \qquad \gamma = a\left(b\left(xc\right)\right), \qquad \delta = a\left(b\left(cx\right)\right),$$
$$\theta = x\left(a\left(bc\right)\right) + a\left(x\left(bz = c\right)\right) + \gamma = a\left(b\left(xc\right)\right) + \delta = a\left(b\left(cx\right)\right) = \alpha + \beta + \gamma + \delta.$$

Проиллюстрируем ситуацию на примерах:

$$a = 15, b = 3, c = 11,$$

x	α	β	γ	δ	θ
1	11	15	15	11	12
2	16	10	12	14	12
…	…	…	…	…	…
16	6	8	2	4	12

,

x	$\alpha + \beta$	$\gamma + \delta$	$\alpha\beta$	$\chi\delta$	$\alpha - \beta$	$\gamma - \delta$
1	14	14	13	13	16	16
2	14	14	15	15	14	14
…	…	…	…	…	…	…
16	14	14	11	11	10	10

.

$$a = 12, b = 4, c = 10,$$

x	α	β	γ	δ	θ
1	12	14	16	10	12
2	13	9	9	13	12
…	…	…	…	…	…
16	3	3	7	7	12

,

x	$\alpha + \beta$	$\gamma + \delta$	$\alpha\beta$	$\chi\delta$	$\alpha - \beta$	$\gamma - \delta$
1	14	14	15	15	14	14
2	14	14	13	13	16	16
…	…	…	…	…	…	…
16	14	14	9	9	12	12

.

Имеем законы:

$$\left(\alpha + \beta\right) - \left(\gamma + \delta\right) = 12,$$
$$\left(\alpha\beta\right) - \left(\gamma\delta\right) = 12,$$
$$\left(\alpha - \beta\right) - \left(\gamma - \delta\right) = 12.$$

Проанализируем поведение функции

$$Q_i = ((cb)a)x_i + ((cb)x_i)a + ((cx_i)b)a + ((x_ic)b)a.$$

$$a = 12, b = 4, c = 10,$$

$$x = 1 \to ((10 \cdot 4)12)1 + ((10 \cdot 4)1)12 + ((10 \cdot 1)4)12 + ((1 \cdot 10)4)12 = 14,$$
$$x = 2 \to 8 \cdot 2 + (3 \cdot 2)12 + ((10 \cdot 2)4)12 + ((2 \cdot 10)4)12 = 16,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x = 16 \to 8 \cdot 16 + (3 \cdot 16)12 + ((10 \cdot 16)4)12 + ((16 \cdot 10)4)12 = 12.$$

Операционно объединим значения функции с координатами:

$$(1+14)(1 \cdot 14) = 7 \cdot 4 = 12,$$
$$(2+16)(2 \cdot 16) = 6 \cdot 3 = 12,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(16+12)(16 \cdot 12) = 16 \cdot 13 = 12.$$

$$a = 15, b = 3, c = 11,$$

$$x = 1 \to ((1 \cdot 3)15)1 + ((11 \cdot 3)1)15 + ((11 \cdot 1)3)15 + ((1 \cdot 11)3)15 = 16,$$
$$x = 2 \to 3 \cdot 2 + (5 \cdot 2)15 + ((11 \cdot 2)3)15 + ((2 \cdot 11)3)13 = 14,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x = 16 \to 3 \cdot 16 + (5 \cdot 16)15 + ((1 \cdot 16)3)15 + ((16 \cdot 11)5)15 = 10.$$

Операционно объединим значения функции с координатами:

$$(1+16)(1 \cdot 16) = 5 \cdot 2 = 12,$$
$$(2+14)(2 \cdot 14) = 8 \cdot 1 = 12,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(16+10)(16 \cdot 10) = 14 \cdot 15 = 12.$$

Объекдинение значений введенной функции с действующим аргументом генерирует закон

$$(x_i + Q_i)(x_iQ_i) = 12 = 0^*,$$
$$i = 1, 2, \ldots 16.$$

Анализируемые функции образованы посредством суммирования их значений по столбцам первичных функций. Таким образом подтверждена полезность функционального анализа ряда функции в «продольном» и «поперечном» их расположении.

Проанализируем поведение аргументно зависимой функции, в которой базовые функции дополнены новыми функциями, образуя аналог «переулка» для «улицы» фактов:

$$A = x\Big(a\big(bc\big)\Big) + \Big(\big(cb\big)x\Big)a = b\big(cx\big)a + cxba = B.$$

Расчет представляет такие данные:

$$a = 1, b = 1, c = 3,$$
$$16 + 10 = 1\Big(1\big(2\cdot 3\big)\Big) + \Big(\big(3\cdot 2\big)1\Big)1 = 14 = 2\big(3\cdot 1\big)1 + 3\cdot 1\cdot 2\cdot 1 = 16 + 10,$$
$$9 + 13 = 2\cdot 2 + 14\cdot 2\cdot 1 = 14 = 2\big(3\cdot 2\big)1 + 3\cdot 2\cdot 2\cdot 1 = 9 + 13,$$
$$14 + 12 = 3\cdot 2 + 14\cdot 3\cdot 1 = 14 = 2\big(3\cdot 3\big)1 + 3\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 14 + 12,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$1 + 1 = 10\cdot 2 + 14\cdot 10\cdot 1 = 14 = 2\big(3\cdot 10\big)1 + 3\cdot 10\cdot 2\cdot 1 = 1 + 1,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$7 + 7 = 16\cdot 2 + 14\cdot 16\cdot 1 = 14 = 2\big(3\cdot 16\big)1 + 3\cdot 16\cdot 2\cdot 1 = 7 + 7.$$
$$A - B = 12 = B - A,$$
$$A\cdot B = 9 = B\cdot A,$$

$$a = 13, b = 6, c = 5,$$
$$6 + 4 = 1\Big(13\big(6\cdot 5\big)\Big) + \Big(\big(5\cdot 6\big)1\Big)13 = 10 = 6\big(5\cdot 1\big)13 + 5\cdot 1\cdot 6\cdot 1 = 6 + 4,$$
$$7 + 3 = 2\cdot 12 + 16\cdot 2\cdot 13 = 10 = 6\big(5\cdot 2\big)13 + 5\cdot 2\cdot 6\cdot 1 = 7 + 3,$$
$$8 + 2 = 3\cdot 12 + 16\cdot 3\cdot 13 = 10 = 6\big(5\cdot 3\big)13 + 5\cdot 3\cdot 6\cdot 1 = 8 + 2,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$11 + 11 = 10\cdot 12 + 16\cdot 10\cdot 13 = 10 = 6\big(5\cdot 10\big)13 + 5\cdot 10\cdot 6\cdot 1 = 11 + 11,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$13 + 13 = 16\cdot 12 + 16\cdot 1\cdot 13 = 10 = 6\big(5\cdot 16\big)13 + 5\cdot 16\cdot 6\cdot 1 = 13 + 13,$$
$$A - B = 12 = B - A,$$
$$A\cdot B = 9 = B\cdot A.$$

Равенство функций обеспечивает на операции разности генерацию объектного нуля. Кроме этого, расчет обосновывает равенство одноэлементных функций

$$cbxa = cxba,$$
$$x\Big(a\big(bc\big)\Big) = b\big(cx\big)a.$$

Процедура получения новых функций в данной ситуации сконструирована на объединении базовых функций с модифицированными их дополнениями в исходных функциональных равенствах.

Законы естественно обобщаются при замене элементов некторыми функциями.

Проанализируем поведение еще одной функции

$$A = a\left(x\left(bc\right)\right) + b\left(xc\right)a = x\left(bc\right)a + \left(xc\right)\left(ba\right) = B.$$

Рассмотрим примеры:

$$a = 1, b = 2, c = 3,$$

$$16 + 16 = 1\left(1\left(2\cdot 3\right)\right) + 2\left(1\cdot 3\right)1 = 12 = 1\left(2\cdot 3\right)1 + \left(1\cdot 3\right)\left(2\cdot 1\right) = 14 + 14,$$
$$11 + 11 = 1\left(2\cdot 16\right) + 2\left(2\cdot 3\right)1 = 10 = 2\cdot 16\cdot 1 + \left(2\cdot 3\right)14 = 11 + 11,$$
$$14 + 14 = 1\left(3\cdot 16\right) + 2\left(3\cdot 3\right)1 = 12 = 3\cdot 16\cdot 1 + \left(3\cdot 3\right)14 = 16 + 16,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$7 + 7 = 1\left(10\cdot 16\right) + 2\left(10\cdot 3\right)1 = 14 = 10\cdot 16\cdot 1 + \left(10\cdot 3\right)14 = 3 + 3,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$6 + 6 = 1\left(15\cdot 16\right) + 2\left(15\cdot 3\right)1 = 16 = 15\cdot 16\cdot 1 + \left(15\cdot 3\right)14 = 4 + 4,$$
$$1 + 1 = 1\left(16\cdot 16\right) + 2\left(16\cdot 3\right)1 = 14 = 16\cdot 16\cdot 1 + \left(16\cdot 3\right)14 = 5 + 5,$$

$$a = 13, b = 6, c = 5,$$

$$2 + 6 = 13\left(1\left(6\cdot 5\right)\right) + 6\left(1\cdot 5\right)13 = 12 = 1\left(6\cdot 5\right)13 + \left(1\cdot 5\right)\left(6\cdot 13\right) = 8 + 4,$$
$$1 + 5 = 13\left(2\cdot 14\right) + 6\left(2\cdot 5\right)13 = 10 = 2\cdot 14\cdot 13 + \left(2\cdot 5\right)2 = 5 + 1,$$
$$4 + 8 = 13\left(3\cdot 14\right) + 6\left(3\cdot 5\right)13 = 12 = \cdot 14\cdot 13 + \left(3\cdot 5\right)2 = 6 + 2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$9 + 13 = 13\left(10\cdot 14\right) + 6\left(10\cdot 5\right)13 = 14 = 10\cdot 14\cdot 13 + \left(10\cdot 5\right)2 = 9 + 13,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$16 + 12 = 13\left(15\cdot 14\right) + 6\left(15\cdot 5\right)13 = 16 = 15\cdot 14\cdot 13 + \left(15\cdot 5\right)2 = 14 + 10,$$
$$15 + 11 = 13\left(16\cdot 14\right) + 6\left(16\cdot 5\right)13 = 14 = 16\cdot 14\cdot 13 + \left(16\cdot 5\right)2 = 15 + 11.$$

$$a = 10, b = 7, c = 11,$$

$$14 + 16 = 10\left(1\left(7\cdot 11\right)\right) + 7\left(1\cdot 11\right)10 = 1\left(7\cdot 11\right)10 + \left(1\cdot 11\right)\left(7\cdot 10\right) = 16 + 14,$$
$$9 + 11 = 10\left(2\left(7\cdot 11\right)\right) + 7\left(2\cdot 11\right)10 = 2\left(7\cdot 11\right)10 + \left(2\cdot 11\right)\left(7\cdot 10\right) = 9 + 11,$$
$$16 + 14 = 10\left(3\left(7\cdot 11\right)\right) + 7\left(3\cdot 11\right)10 = 3\left(7\cdot 11\right)10 + \left(3\cdot 11\right)\left(7\cdot 10\right) = 14 + 16,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$5 + 7 = 16 = 10\left(10\left(7\cdot 11\right)\right) + 7\left(10\cdot 11\right)10 = 10\left(7\cdot 11\right)10 + \left(10\cdot 11\right)\left(7\cdot 10\right) = 1 + 3 = 16,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$8 + 6 = 14 = 10\left(15\left(7\cdot 11\right)\right) + 7\left(15\cdot 11\right)10 = 15\left(7\cdot 11\right)10 + \left(15\cdot 11\right)\left(7\cdot 10\right) = 2 + 4,$$
$$3 + 1 = 16 = 10\left(16\left(7\cdot 11\right)\right) + 7\left(16\cdot 11\right)10 = 16\left(7\cdot 11\right)10 + \left(16\cdot 11\right)\left(7\cdot 10\right) = 7 + 5.$$

Концепция вторичного сада MS^{16}

Сад есть конечное множество матриц со сложной структурой, замкнутое на спектре ассоциативных и неассоциативных операций суммирования и произведения. В частности, так устроено объектное множество M^{16}.

Определим вторичный сад как новое множество MS^{16} с указанными фундаментальными данными, структура которого ассоциирована с множеством M^{16}.

Элементы нового множества получим на основе анализа расположения элементов M^{16} в таблице неассоциативного произведения первичного объектного множества:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	9	16	11	14	13	12	15	10	1	8	3	6	5	4	7	2
2	14	9	16	11	10	13	12	15	2	5	4	7	6	1	8	3
3	11	14	9	16	15	10	13	12	3	6	1	8	7	2	5	4
4	16	11	14	9	12	15	10	13	4	7	2	5	8	3	6	1
5	13	12	15	10	9	16	11	14	5	4	7	2	1	8	3	6
6	10	13	12	15	14	9	16	11	6	1	8	3	2	5	4	7
7	15	10	13	12	11	14	9	16	7	2	5	4	3	6	1	8
8	12	15	10	13	16	11	14	9	8	3	6	1	4	7	2	5
9	5	8	7	6	1	4	3	2	9	12	11	10	13	16	15	14
10	2	1	4	3	6	5	8	7	10	9	12	11	14	13	16	15
11	7	6	5	8	3	2	1	4	11	10	9	12	15	14	13	16
12	4	3	2	1	8	7	6	5	12	11	10	9	16	15	14	13
13	1	4	3	2	5	8	7	6	13	16	15	14	9	12	11	10
14	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
15	3	2	1	4	7	6	5	8	15	14	13	16	11	10	9	12
16	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9

,

Произведения для первого и последнего по номеру элементов таковы:

$$1 \to \begin{matrix} 1\cdot 9 & 2\cdot 14 & 3\cdot 11 & 4\cdot 16 \\ 5\cdot 13 & 6\cdot 10 & 7\cdot 15 & 8\cdot 12 \\ 9\cdot 5 & 10\cdot 2 & 11\cdot 7 & 12\cdot 4 \\ 13\cdot 1 & 14\cdot 6 & 15\cdot 3 & 16\cdot 8 \end{matrix}, \qquad 16 \to \begin{matrix} 1\cdot 2 & 2\cdot 3 & 3\cdot 4 & 4\cdot 1 \\ 5\cdot 6 & 6\cdot 7 & 7\cdot 8 & 8\cdot 5 \\ 9\cdot 14 & 10\cdot 15 & 11\cdot 16 & 12\cdot 13 \\ 13\cdot 10 & 14\cdot 11 & 15\cdot 12 & 16\cdot 9 \end{matrix}.$$

Поставим им в соответствие такие матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Они ассоциированы со строками таблиц для расположения элементов 1,16 таким образом: элемент в каждом столбце задает место в строке новой матрицы, его представление единицей соответствует номеру строки в общей таблице произведений.

Дополним 8 матриц 4 матрицами из базового множества и 4 новыми матрицами, которые обеспечивают структурную замкнутость генерируемого множества из 16 элементов.

Обозначим элементы натуральными числами. Множество представим таблицей:

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(2)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(3)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(4)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(5)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(6)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(7)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(9)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(10)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(11)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(12)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(13)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(14)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(15)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(16)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}}.$$

Матрицы представлены блоками по две строки.

При действии операций по строкам это позволяет применять единые операционные таблицы для спектра прямоугольных матриц.

Таблицы комодульного суммирования и произведения таковы:

ст +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13
14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

,

ст ×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	2	4	2	4	6	8	6	8	10	12	10	12	14	16	14	16
3	3	2	1	4	7	6	5	8	11	10	9	12	15	14	13	16
4	4	4	4	4	8	8	8	8	12	12	12	12	16	16	16	16
5	5	6	7	8	13	14	15	16	5	6	7	8	13	14	15	16
6	6	8	6	8	4	16	14	16	6	8	6	8	14	16	14	16
7	7	6	5	8	15	14	13	16	7	6	5	8	15	14	16	13
8	8	8	8	8	16	16	16	16	8	8	8	8	16	16	16	16
9	9	10	11	12	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16
10	10	12	10	12	6	8	6	8	2	4	2	4	14	16	14	16
11	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16
12	12	12	12	12	8	8	8	8	4	4	4	4	16	16	16	16
13	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16
14	14	16	14	16	14	16	14	16	14	16	14	16	14	16	14	16
15	15	14	13	16	15	14	13	16	15	14	13	16	15	14	13	16
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16

.

Их дополняют таблицы левого и правого неассоциативных произведений:

$\overset{\leftarrow}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6
2	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11	6	5	8	7
3	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8
4	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
5	5	8	7	6	1	4	3	2	12	16	15	14	9	12	11	10
6	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
7	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12
8	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9
9	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14
10	10	9	12	11	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15
11	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16
12	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13
13	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2
14	14	13	16	15	10	9	12	11	6	5	8	7	2	1	4	3
15	15	14	15	16	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4
16	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$\overset{\rightarrow}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
3	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
4	2	3	4	1	6	7	8	5	0	11	12	9	14	15	16	13
5	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
7	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
8	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
9	9	10	11	12	13	14	15	6	1	2	3	4	5	6	7	8
10	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
11	11	12	9	10	15	16	13	14	5	4	1	2	7	8	5	6
12	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
13	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
14	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
15	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
16	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1

Обратим внимание на согласованность таблиц комбинаторных произведений для единиц в строках матриц и для матриц в таблицах произведений элементов объектного множества.

Таблицы произведений для мест значимых элементов таковы:

$\overset{\leftarrow}{\times}$	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	2	1	4	5
3	3	2	1	4
4	4	3	2	1

,

$\overset{\rightarrow}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	

.

Обозначив блоки матриц натуральными числами, получим таблицу произведений по блокам в полной аналогии с приведенными таблицами:

$$\underset{\overset{\leftarrow}{1}}{\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\overset{\leftarrow}{2}}{\begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 & 6 \\ 6 & 5 & 8 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}}, \underset{\overset{\leftarrow}{3}}{\begin{pmatrix} 9 & 12 & 11 & 10 \\ 10 & 9 & 12 & 11 \\ 11 & 10 & 9 & 12 \\ 12 & 11 & 10 & 9 \end{pmatrix}}, \underset{\overset{\leftarrow}{4}}{\begin{pmatrix} 13 & 16 & 15 & 4 \\ 14 & 13 & 6 & 15 \\ 15 & 14 & 13 & 16 \\ 16 & 15 & 14 & 13 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{\overset{\rightarrow}{1}}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\overset{\rightarrow}{2}}{\begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 8 & 5 \end{pmatrix}}, \underset{\overset{\rightarrow}{3}}{\begin{pmatrix} 9 & 10 & 11 & 12 \\ 12 & 9 & 10 & 11 \\ 11 & 12 & 9 & 10 \\ 10 & 11 & 12 & 9 \end{pmatrix}}, \underset{\overset{\rightarrow}{4}}{\begin{pmatrix} 13 & 14 & 15 & 16 \\ 6 & 13 & 14 & 15 \\ 15 & 16 & 13 & 14 \\ 14 & 15 & 16 & 13 \end{pmatrix}}.$$

Первичное объектное множество M^{16} имеет закон функциональной ограниченности его значений на объектах, в которых знчимые элементах расположены только в столбцах, что, с физической точки зрения, свидетельствует об эффекте конденсации слагаемых матриц.

Убедимся на примерах, что этот закон сохраняет свою значимость в MS^{16}:

$$xx = const_1 = \begin{cases} \overset{\leftarrow}{\times} \to 1, \\ \overset{\rightarrow}{\times} \to 1, \end{cases} \quad ab + ba = 5 \cdot 14 + 14 \cdot 5 = \begin{cases} \overset{\leftarrow}{\times} \to 12 + 10 = 6, \\ \overset{\rightarrow}{\times} \to 10 + 12 = 6, \end{cases}$$

$$ab + bc + ca = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 11 + 11 \cdot 1 = \begin{cases} \overset{\leftarrow}{\times} \to 13 + 15 + 11 = 11, \\ \overset{\rightarrow}{\times} \to \ 5 + 7 + 11 = 11, \end{cases}$$

$$ab + b + cd + da = 16 \cdot 7 + 7 \cdot 12 + 12 \cdot 3 + 3 \cdot 16 = \begin{cases} \overset{\leftarrow}{\times} \to \ 10 + 16 + 10 + 8 = 16, \\ \overset{\rightarrow}{\times} \to 12 + 6 + 12 + 14 = 16, \ldots \end{cases}$$

При дальнейшем увеличении количества элементов ситуация повторяется, что непонятно и непривычно с позиции анализа на моделях привычных, ассоциативных чисел.

На комодульных операциях произведения и суммирования имеют место обобщенные законы Диофанта-Фибоначчи-Брахмагупты:

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac+bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2,$$
$$\downarrow$$
$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac\pm bd\right)^2+\left(ad\pm bc\right)^2.$$

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$a=1, b=7, c=4, d=11,$$
$$\left(1^2+7^2\right)\left(4^2+11^2\right)=\left(1\cdot 4+7\cdot 11\right)^2+\left(1\cdot 11-7\cdot 4\right)^2,$$
$$\left(1+13\right)\left(4+1\right)=2\cdot 5=6=\left(4+5\right)^2+\left(11-8\right)^2=9^2+3^2=1+1=6,$$
$$4-5=11, 11^2=1, \qquad 11+8=3, 3^2=1.$$

$$a=5, b=5, c=7, d=7,$$
$$\left(5^2+5^2\right)\left(7^2+7^2\right)=\left(5\cdot 7+5\cdot 7\right)^2+\left(5\cdot 7-5\cdot 7\right)^2,$$
$$\left(13+13\right)\left(13+13\right)=14\cdot 14=16=\left(15+15\right)^2+\left(15-15\right)^2=14^2+16^2=16+16=16,$$
$$15-15=16, 16^2=16, \qquad 15+15=14, 14^2=16.$$

$$a=11, b=11, c=11, d=11,$$
$$\left(11^2+11^2\right)\left(11^2+11^2\right)=\left(11\cdot 11+11\cdot 11\right)^2+\left(11\cdot 11-11\cdot 11\right)^2,$$
$$\left(1+1\right)\left(1+1\right)=6\cdot 6=16=\left(1+1\right)^2+\left(1-1\right)^2=6^2+16^2=16+16=16,$$
$$1-1=16, 16^2=16, \qquad 1+1=6, 6^2=16.$$

На правой и левой комбинаторных операциях выполняется новый закон

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac\pm bd\right)^2\cdot\left(ad\pm bc\right)^2.$$

Фактически он соответствует закону

$$\left(1+1\right)\left(1+1\right)=6\cdot 6=1=1\cdot 1=1.$$

В силу свойств комбинаторных пераций, объектное множество владеет спектром законов, в которых элементы объектного множества корректно заменить фукциями. Тогда, например, мы вправе пользоваться законом, который структурно родственен классическому закону чисел Диофанта-Фибоначчи-Брахмагупты

$$\left(\alpha^2+\beta^2\right)\left(\gamma^2+\delta^2\right)=\left(\alpha\gamma\pm\beta\delta\right)^2\left(\alpha\delta\pm\beta\gamma\right)^2.$$

Начала представления квазиполей

Теория представлений групп начинается с реализации условий соответствия между свойствами элементов групп и функций на этих элементах

$$ab = c$$
$$\downarrow$$
$$\varphi(a)\varphi(b) = \varphi(c),$$

Проиллюстрируем такие возможности на примере квазиполя (сада) M^{16}. На тройке элементов введем функции, согласованные с ними

$$\varphi(a) = abba, \qquad \varphi(b) = bccb, \qquad \varphi(c) = caac.$$

Таблица значений подтверждает полезность принятых выражений:

a	b	c	$\varphi(a)$	$\varphi(b)$	$\varphi(c)$	$\varphi(a)\varphi(b)$
2	13	6	9	15	15	15
11	7	1	13	13	9	9
2	16	3	11	13	15	15
8	9	8	9	15	15	15
4	16	1	11	13	15	15
7	10	2	1	15	13	13
14	15	12	9	11	11	11
1	2	16	15	11	13	13
10	11	12	9	11	11	11
13	5	5	13	13	9	9
6	12	3	11	13	15	15

.

Условия

$$a + b = c$$
$$\downarrow$$
$$\varphi(a) + \varphi(b) = \varphi(c)$$

на функциях

$$\varphi(a) = a + b + b + a, \qquad \varphi(b) = b + c + c + b, \qquad \varphi(c) = c + a + a + c$$

выполняются естественно, так как

$$b + b + b + b = 12 = 0^{*}.$$

Продолжим исследование на объектном множестве MS^{16}. В качестве начала возьмем пару элементов с левым неассоциативным произведением

$$ab = c \to 6 \cdot 10 = 13.$$

Применив скобки, получим 3 предпредставления множества:

$$\begin{array}{ccc}
6 \cdot 10 \cdot 10\left(10 \cdot 6\right) = 4, & 6 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 6 = 10, & 6 \cdot 10\left(10 \cdot 10 \cdot 6\right) = 2, \\
10 \cdot 13 \cdot 13\left(13 \cdot 10\right) = 15, & 10 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 10 = 13, & 10 \cdot 13\left(13 \cdot 13 \cdot 10\right) = 7, \\
13 \cdot 6 \cdot 6\left(6 \cdot 13\right) = 14, & 13 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 13 = 6, & 13 \cdot 6\left(6 \cdot 6 \cdot 13\right) = 8, \\
4 \cdot 15 = 6 \neq 14, & 10 \cdot 13 = 14 \neq 6 & 2 \cdot 7 = 9 \neq 8.
\end{array}$$

Алгоритм произведения элементов в строках матриц дает представления:

$$A = \begin{pmatrix} 4 \\ 15 \\ 14 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 10 \\ 13 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix},$$
$$4 \cdot 15 = 6, \; 10 \cdot 13 = 14, \; 2 \cdot 7 = 9,$$

$$AB = BA = \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}, AC = CA = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix}, BC = CB = \begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$11 \cdot 3 = 9, \qquad 3 \cdot 9 = 11, \qquad 9 \cdot 11 = 3,$$

$$R_1 = ABC = \begin{pmatrix} 10 \\ 13 \\ 6 \end{pmatrix}, S_1 = A\left(BC\right) = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 16 \end{pmatrix}, R_1 S_1 = S_1 R_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix},$$
$$10 \cdot 13 = 14 \neq 6, \qquad 12 \cdot 5 = 8 \neq 16, \qquad 3 \cdot 9 = 11,$$

$$R_2 = BAC = \begin{pmatrix} 10 \\ 13 \\ 6 \end{pmatrix}, S_2 = B\left(CA\right) = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 16 \end{pmatrix}, R_2 S_2 = S_2 R_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix},$$
$$10 \cdot 13 = 14 \neq 6, \qquad 12 \cdot 5 = 8 \neq 16, \qquad 3 \cdot 9 = 11,$$

$$R_3 = CAB = \begin{pmatrix} 10 \\ 13 \\ 6 \end{pmatrix}, S_2 = C\left(AB\right) = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 16 \end{pmatrix}, R_3 S_3 = S_3 R_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix},$$
$$10 \cdot 13 = 14 \neq 6, \qquad 12 \cdot 5 = 8 \neq 16, \qquad 3 \cdot 9 = 11.$$

Обратим внимание на начальную тройку предпредставлений, элементы которой можно переставить с образованием магического квадрата нового типа: в нем суммы по строкам и столбцам дают одинаковый элемент объектного множества, который получается также при произведении сумм элементов по диагоналям.

Преобразуем 9 начальных элементов в такой магический квадрат:

$$\begin{pmatrix} 4 & 15 & 14 \\ 10 & 13 & 6 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 14 & 15 & 4 & 1 \\ 1 & 13 & 10 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 8 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Сконструируем магический квадрат, в котором произведения элементов по строкам и по столбцам одинаковы в разных направления, будучи дополненными этим же значением на его диагоналях с произведением соответствующих сумм.

Стартуем с начального условия $ab = c \to 6 \cdot 10 = 13$. Определим величины

$$\alpha = abba = 3, \beta = bccb = 9, \gamma = caac = 11 \to \alpha\beta = \gamma, 3 \cdot 9 = 11.$$

Двухкратная их деформация слева иллюстрирует свойство цикличности:

$$\begin{array}{cc} \alpha_1 = a\alpha = 6 \cdot 3 = 8, & \alpha_2 = a\alpha_1 = 6 \cdot 8 = 3 = \alpha, \\ \beta_1 = b\beta = 10 \cdot 9 = 2, & \beta_2 = b\beta_1 = 10 \cdot 2 = 9 = \beta, \\ \gamma_1 = c\gamma = 13 \cdot 11 = 7, & \gamma_2 = c\gamma_1 = 13 \cdot 7 = 11 = \gamma, \\ 8 \cdot 2 = 7, & 3 \cdot 9 = 11. \end{array}$$

Подмножество из 9 элементов перестановкой трансформируется в искомый квадрат:

$$\begin{pmatrix} 6 & 10 & 13 \\ 3 & 9 & 11 \\ 8 & 2 & 7 \end{pmatrix} \to \begin{array}{ccccccc} 1 & & 1 & 1 & 1 & & 1 \\ & \nwarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow & \\ & \leftarrow & 8 & 10 & 13 & \rightarrow & 1 \\ & \leftarrow & 3 & 9 & 11 & \rightarrow & 1. \\ & \leftarrow & 6 & 2 & 7 & \rightarrow & 1 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\ 1 & & 1 & 1 & 1 & & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 8 \cdot 9 \cdot 7 = 10, & 6 \cdot 9 \cdot 13 = 2, & \\ 7 \cdot 9 \cdot 8 = 12, & 13 \cdot 9 \cdot 6 = 4, & 8 + 9 + 7 = 12, 12 \cdot 12 = 1, \\ \sum = 6, & \sum = 6, & 6 + 9 + 13 = 4, 4 \cdot 4 = 1. \end{array}$$

«Близкие» результаты получаются при правой деформации указанного типа с ее циклическим повторением и аналогичной генерацией новых магических квадратов.

Повторим начальное условие $ab = c \to 6 \cdot 10 = 13$. Определим на нём величины

$$\alpha = abba = 3, \beta = bccb = 9, \gamma = caac = 11 \to \alpha\beta = \gamma, 3 \cdot 9 = 11.$$

Сконструируем матрицы мест элементов α, β, γ в реализуемых произведениях. Получим

$$\alpha \cdot \beta = \gamma, \qquad \beta \cdot \gamma = \alpha, \qquad \gamma\alpha = \beta,$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выполним правую деформацию первичных и последующих элементов. Убедимся в том, что мы получаем предсталения квазигруппы и их циклическую реализацию:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 = \alpha a = 3 \cdot 6 = 14, && \alpha_2 = \alpha aa = 14 \cdot 6 = 9, \\ &\beta_1 = \beta b = 9 \cdot 10 = 4, && \beta_2 = \beta bb = 4 \cdot 10 = 11, \\ &\gamma_1 = \gamma c = 11 \cdot 13 = 15, && \gamma_2 = \gamma cc = 15 \cdot 13 = 3, \\ &\alpha_1 \cdot \beta_1 = \gamma_1, 14 \cdot 4 = 15, && \alpha_2 \cdot \beta_2 = \gamma_2, 9 \cdot 11 = 3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\alpha_3 = \alpha aaa = 9 \cdot 6 = 8, && \alpha_4 = \alpha aaaa = 8 \cdot 6 = 3 = \alpha, \\ &\beta_3 = \beta bbb = 11 \cdot 10 = 2, && \beta_4 = \beta bbbb = 2 \cdot 10 = 9 = \beta, \\ &\gamma_3 = \gamma ccc = 3 \cdot 13 = 7, && \gamma_4 = \gamma cccc = 7 \cdot 13 = 11 = \gamma, \\ &\alpha_3 \cdot \beta_3 = \gamma_3, && \alpha_4 \cdot \beta_4 = \gamma_4. \end{aligned}$$

Проанализируем смешение деформаций при произведениях слева и справа от начальных величин. При этом генерируются не только представления:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 = a\alpha a = 6 \cdot 3 \cdot 6 = 6, && \alpha_2 = a\alpha_1 a = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 16, \\ &\beta_1 = b\beta b = 10 \cdot 9 \cdot 10 = 9, && \beta_2 = b\beta_1 b = 10 \cdot 9 \cdot 10 = 9, \ \ldots \\ &\gamma_1 = c\gamma c = 13 \cdot 11 \cdot 13 = 11, && \gamma_2 = c\gamma_1 c = 13 \cdot 11 \cdot 13 = 11, \\ &6 \cdot 9 = 14 \neq 11, && 16 \cdot 9 = 8 \neq 11, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\alpha_1 = aa\alpha a = 1 \cdot 3 \cdot 6 = 14, && \alpha_2 = aa\alpha_1 a = 1 \cdot 14 \cdot 6 = 3 = \alpha, \\ &\beta_1 = bb\beta b = 1 \cdot 9 \cdot 10 = 4, && \beta_2 = bb\beta_1 b = 1 \cdot 4 \cdot 10 = 9 = \beta, \ \ldots \\ &\gamma_1 = cc\gamma c = 1 \cdot 11 \cdot 13 = 15, && \gamma_2 = cc\gamma_1 c = 1 \cdot 15 \cdot 13 = 11 = \gamma, \\ &14 \cdot 4 = 15, && 3 \cdot 9 = 11. \end{aligned}$$

Наличие представлений квазигрупп в их алгебраическом виде дополняет идею наличия структурных физических изделий, свойства взаимодействия которых аналогичны свойствам элементов объектных множеств, выступающих в роли новых числовых систем со спектром операций.

Аналог производных Ли в объектных множествах

В объектном множестве M^{9} выполняется закон для производной Ли вида

$$\theta_1 = ab - ba = a - b = \theta_2,$$

a	b	θ_1	$a-b$
1	2	8	8
3	5	4	4
4	9	4	4
1	9	1	1

.

У объектнго множества M^{16} закон сложнее:

$$\theta_1 = ab - ba = a + b + a + b = \theta_2,$$

a	b	θ_1	$a+b$	θ_2
1	2	10	11	10
3	5	12	12	12
4	9	14	5	14
1	9	16	6	16

.

Ситуация меняется в объектном множестве M^{25}:

$$\theta_1 = ab - ba = b - a + b - a = \theta_2,$$

a	b	θ_1	$a+b$	θ_2
1	2	17	16	17
3	5	19	17	19
4	9	3	14	3
1	9	4	12	4

.

Законы для множеств S^{27}, M^{36} таковы:

S^{27}

$$\theta_1 = ab - ba = a - b$$

a	b	θ_1	$a-b$
1	2	8	8
3	5	4	4
4	9	4	4
1	9	1	1

,

M^{36}

$$\theta_1 = ab - ba, \theta_2 = a - b + a - b,$$

a	b	θ_1	$a-b$	θ_2	$\theta_1+\theta_2$
1	2	14	17	15	18
3	5	16	16	14	18
4	9	2	19	26	18
1	9	22	22	26	18

.

Триада аналогов производной Ли в объектном множестве M^{16}

Производной Ли назван коммутатор

$$L_x(-)\,y = xy - yx = [x, y].$$

Их связи

$$L_x(-)[x,y] = [L_x(-)y, z] + [y, L_x(-)z] \to [x,[y,z]] = [[x,y],z] + [y,[xz]] = \Omega(-)$$

генерируют на ассоциативном произведении величину $\Omega(-) = 0$.

В объектном множестве M^{16} произведение неассоциативно и каждый его элемент имеет право участия в сценарии связей аналогов произодной Ли.

Найдем закон, которому подчинены эти связи. Имеем такой частный результат:

$$a = 1, b = 14, c = 2,$$

$$\overset{(-)}{\Omega}_1 = 1(14\cdot 2 - 2\cdot 14) - (14\cdot 2 - 2\cdot 14)1 = 2 - 8 = 14,$$

$$\overset{(-)}{\Omega}_2 = 14(2\cdot 1 - 1\cdot 2) - (2\cdot 1 - 1\cdot 2)14 = 13 - 13 = 12,$$

$$\overset{(-)}{\Omega}_3 = 2(1\cdot 14 - 14\cdot 1) - (1\cdot 14 - 14\cdot 1)2 = 1 - 5 = 16,$$

$$\mu = 1 + 14 + 2 = 13, \mu + \mu = 10,$$

$$\overset{(-)}{\Omega} = \overset{(-)}{\Omega}_1 + \overset{(-)}{\Omega}_2 + \overset{(-)}{\Omega}_3 = 14 + 12 + 16 = 10.$$

Равенство двух величин не случайно. Этот факт подтверждает таблица значений:

a	b	c	μ	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω	$\mu+\mu$
1	14	2	13	14	12	16	10	10
1	6	13	12	14	16	10	12	12
5	2	8	7	14	16	16	14	14
7	12	9	4	14	12	10	16	16

.

Запишем закон в двух формах:

$$\overset{(-)}{\Omega} = \mu + \mu,$$

$$\overset{(-)}{\Omega} + \overset{(-)}{\Omega} = \left(\mu\,\overset{(-)}{\Omega} + \overset{(-)}{\Omega}\,\mu\right) + \left(\mu\,\overset{(-)}{\Omega} + \overset{(-)}{\Omega}\,\mu\right).$$

Специфика ситуации в том, что связи производных Ли в форме аналога тождества Якоби в этом объектном множестве генерируют на подмножестве из 4 элементов сумме в форме объектного нуля:

$$\overset{(-)}{\Omega} \to [10.12.14.16] \to \overset{(-)}{\Omega} + \overset{(-)}{\Omega} = 12 = 0^*.$$

Другие записи удобны для сравнения с расчетами на операциях произведения и суммирования.

Общее значение имеет генерации объектного нуля на сумме получаемых значений. Покажем это на примере:

$$a = 1, b = 2, c = 3, d = 4 \to \mu = 6, \mu + \mu = 16,$$
$$\Omega_1 = 1(2 \cdot 3 - 3 \cdot 2) - (2 \cdot 3 - 3 \cdot 2)1 = 8 - 2 = 14,$$
$$\Omega_2 = 2(3 \cdot 4 - 4 \cdot 3) - (3 \cdot 4 - 4 \cdot 3) = 5 - 1 = 16,$$
$$\Omega_3 = 3(4 \cdot 1 - 1 \cdot 4) - (4 \cdot 1 - 1 \cdot 4) = 6 - 4 = 14,$$
$$\Omega_4 = 4(1 \cdot 2 - 2 \cdot 1) = (1 \cdot 2 - 2 \cdot 1)4 = 7 - 3 = 16,$$
$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 = 1 + 16 + 14 + 16 = 12, \ldots$$

В подмножестве с такими номерами объектное множество S^{27} подчинено другому закону:

$$a = 1, b = 2, c = 3, d = 4 \to \mu = 4,$$
$$\Omega_1 = 1(2 \cdot 3 - 3 \cdot 2) - (2 \cdot 3 - 3 \cdot 2)1 = 5 - 3 = 2,$$
$$\Omega_2 = 2(3 \cdot 4 - 4 \cdot 3) - (3 \cdot 4 - 4 \cdot 3)2 = 1 - 4 = 6,$$
$$\Omega_3 = 3(4 \cdot 1 - 1 \cdot 4) - (4 \cdot 1 - 1 \cdot 4)3 = 7 - 7 = 9,$$
$$\Omega_4 = 4(1 \cdot 2 - 2 \cdot 1) = (1 \cdot 2 - 2 \cdot 1)4 = 2 - 6 = 5,$$
$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 = 4 + 2 + 6 + 9 = 4,$$

$$\Omega - \mu = 0^*.$$

Этот же закон действует в объектном множестве M^{36}, что подтверждается таблицей

a	b	c	d	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω	μ
1	2	3	4	26	30	30	26	28	28
1	19	5	6	14	20	30	24	22	22
17	8	29	6	20	24	16	18	30	30

.

В объектном множестве M^{25} ситуация иная:

$$a = 1, b = 2, c = 3, d = 4 \to \mu = 6,$$
$$\Omega_1 = 1(2 \cdot 3 - 3 \cdot 2) - (2 \cdot 3 - 3 \cdot 2)1 = 8 - 5 = 12,$$
$$\Omega_2 = 2(3 \cdot 4 - 4 \cdot 3) - (3 \cdot 4 - 4 \cdot 3)2 = 7 - 1 = 15,$$
$$\Omega_3 = 3(4 \cdot 1 - 1 \cdot 4) - (4 \cdot 1 - 1 \cdot 4)3 = 8 - 5 = 12,$$
$$\Omega_4 = 4(1 \cdot 2 - 2 \cdot 1) = (1 \cdot 2 - 2 \cdot 1)4 = 10 - 3 = 11,$$
$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 = 12 + 15 + 12 + 11 = 25,$$

$$\Omega + \Omega = \mu.$$

Наличие указанных индивидуальных законов дополняет картину глобальных законов.

Введем мультипликативный аналог производной Ли вида

$$L_x(\cdot)y = (xy)(yx).$$

Получим на примере такой результат:

$$a = 1, b = 14, c = 2$$

$$\Omega_1(\cdot) = \left\langle 1\left\langle(14\cdot 2)(2\cdot 14)\right\rangle\right\rangle\left\langle\left\langle(14\cdot 2)(2\cdot 14)\right\rangle 1\right\rangle = 13,$$

$$\Omega_2(\cdot) = \left\langle 14\left\langle(2\cdot 5)(5\cdot 2)\right\rangle\right\rangle\left\langle\left\langle(2\cdot 5)(5\cdot 2)\right\rangle 14\right\rangle = 11,$$

$$\Omega_3(\cdot) = \left\langle 2\left\langle(5\cdot 14)(14\cdot 2)\right\rangle\right\rangle\left\langle\left\langle(5\cdot 14)(14\cdot 2)\right\rangle 2\right\rangle = 15,$$

$$\mu = 1 + 14 + 2 = 11, \Omega_1(\cdot) + \Omega_2(\cdot) + \Omega_3(\cdot) = \Omega(\cdot).$$

Закон, ассоциированный с данным примером

$$\Omega(\cdot) + \Omega(\cdot) = \mu\Omega(\cdot) + \Omega(\cdot)\mu,$$

имеет общее значение. Он подтверждается таблицей значений:

a	b	c	μ	$\Omega_1(\cdot)$	$\Omega_2(\cdot)$	$\Omega_3(\cdot)$	$\Omega(\cdot)$
1	6	13	12	13	15	9	9
1	14	2	13	13	11	15	11
7	12	9	4	13	11	9	13
	2	3	6	13	13	13	15

Введем аналог производной Ли на суммировании

$$L_x(+)y = xy + yx.$$

В объектном множестве это выражение генерирует единый элемент с номером 10. По этой причине слагаемые едины на каждом подмножестве из 3 элементов:

a	b	c	μ	$\Omega_1(+)$	$\Omega_2(+)$	$\Omega_3(+)$	$\Omega(+)$
1	14	2	13	10	10	10	10
1	6	13	12	10	10	10	10
5	2	8	7	10	10	10	10
7	12	9	4	10	10	10	10

Сообразно структуре законов, действующих в объектном множестве, имеем связь

$$\Omega(+) + \Omega(+) = 12 = 0^*,$$

$$\Omega(+) = \mu\Omega(+) + \Omega(+)\mu.$$

Различие и единство действий производной Ли в объектных множествах

Проанализируем изменение закона Якоби на элементах с $\mu = a + b + c$

$$[a, b] = ab - ba \rightarrow \overset{(-)}{\Omega} = [a, [b, c]] + [b, [c, a]] + [c, [a, b]] = 0$$

в объектных множествах с неассоциативной операцией произведений.

На множестве M^9 получим закон $\overset{(-)}{\Omega} = \mu$. Подтвердим его примерами:

$$\begin{array}{cc} a = 1, b = 2, c = 3, & a = 1, b = 5, c = 7, \\ 1(2\cdot 3 - 3\cdot 2) - (2\cdot 3 - 3\cdot 2)1 = 5 - 8 = 2, & 1(5\cdot 7 - 7\cdot 5) - (5\cdot 7 - 7\cdot 5)1 = 1 - 4 = 6, \\ 2(3\cdot 1 - 1\cdot 3) - (3\cdot 1 - 1\cdot 3)2 = 4 - 1 = 3, & 5(7\cdot 1 - 1\cdot 7) - (7\cdot 1 - \cdot 7)5 = 8 - 9 = 8, \\ 3(1\cdot 2 - 2\cdot 1) - (1\cdot 2 - 2\cdot 1)3 = 6 - 2 = 1, & 7(1\cdot 5 - 5\cdot 1) - (1\cdot 5 - 5\cdot 1)7 = 5 - 3 = 2, \\ 0 = \mu = 1 + 2 + 3 = \overset{(-)}{\Omega} = 0, & 7 = \mu = 1 + 5 + 7 = 6 + 8 + 2 = \overset{(-)}{\Omega} = 7. \end{array}$$

Согласно свойствам объектных множеств, в них действуют единые законы:

$$\mu \overset{(-)}{\Omega} \overset{(-)}{\Omega} \mu = 1^*, \qquad \mu\mu \overset{(-)}{\Omega} = \overset{(-)}{\Omega}, \overset{(-)}{\Omega}, \qquad \overset{(-)}{\Omega} \mu\mu \overset{(-)}{\Omega} = 1^*.$$

В других объектных множествах они выполняются безусловно, иногда дополняясь частными законами.

В объектном множестве M^{16} согласно таблице

a	b	c	μ	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω	$\mu + \mu$
1	14	2	13	14	12	16	10	10
1	6	13	12	14	16	10	12	12
5	2	8	7	14	16	16	14	14
7	12	9	4	14	12	10	16	16

.

действует частный закон

$$\overset{(-)}{\Omega} \rightarrow [10.12.14.16] \rightarrow \overset{(-)}{\Omega} + \overset{(-)}{\Omega} = 12 = 0^*.$$

В объектном множестве M^{25} общая ситуация дополнена условием

$$\overset{(-)}{\Omega} + \overset{(-)}{\Omega} = \mu.$$

В объектных множествах S^{27}, M^{36} действуют единые законы

$$\mu \overset{(-)}{\Omega} \overset{(-)}{\Omega} \mu = 1^*, \qquad \mu\mu \overset{(-)}{\Omega} = \overset{(-)}{\Omega}, \overset{(-)}{\Omega}, \qquad \overset{(-)}{\Omega} \mu\mu \overset{(-)}{\Omega} = 1^*.$$

Функциональное различие нечетного и четного количества элементов множеств

Проиллюстрируем этот факт на примере объектного множества M^{36}. Рассмотрим функции в форме произведения нечетного количества элементов с циклическим изменением их порядка.

На неассоциативной операции произведения и на комодульной сумме значения функций тождественно равны сумме их аргументов:

$$H_3 = abc + bca + cab = a + b + c = p_3,$$
$$10 \cdot 1 \cdot 30 + 1 \cdot 30 \cdot 10 + 30 \cdot 10 \cdot 1 = 29 = 10 + 1 + 30, \ldots$$

$$H_5 = abcde + bcdea + cdeab + deabc + eabcd = a + b + c + d + e = p_5,$$
$$a = 10, b = 1, c = 30, d = 3, e = 15,$$

$$H_5 = 10 \cdot 1 + \cdot 30 \cdot 3 \cdot 15 + 1 \cdot 30 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 10 + 33 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 +$$
$$+ 3 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 30 + 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 30 \cdot 3 = 3 + 35 + 9 + 33 + 9 = 11,$$
$$p_5 = 10 + 1 + 30 + 3 + 15 = 11, \ldots$$

$$H_7 = abcdefg + bcdefga + cdefgab + defgabc +$$
$$+ efgabcd + fgabcde + gabcdef,$$
$$p_5 = a + b + c + d + e + f + g,$$

$$a = 10, b = 1, c = 30, d = 3, e = 15, f = 25, g = 8,$$
$$10 \cdot 1 \cdot 30 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 8 = 22,$$
$$1 \cdot 30 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 10 = 22,$$
$$30 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 1 = 16,$$
$$3 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 30 = 20,$$
$$15 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 30 \cdot 3 = 16,$$
$$25 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 30 \cdot 3 \cdot 15 = 14,$$
$$8 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 30 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 25 = 24,$$

$$H_7 = 22 + 22 + 16 + 20 + 16 + 14 + 24 = 20,$$
$$p_7 = 10 + 1 + 30 + 3 + 15 + 25 + 8 = 20, \ldots$$

Условие объектного равновесия при нечетном количестве элементов принимает вид

$$H_n - p_n = 18 = 0^*,$$
$$n = 2k + 1.$$

Оно упрощает расчеты, не раскрывая природу и глубину связей между элементами объектного множества на принятых операциях, относя задачу к тайнам духовного мира.

Рассмотрим функции в форме произведения четного количества элементов с циклическим изменением их порядка.

На неассоциативной операции произведения и на комодульной сумме генерируются только 3 элемента с номерами 14, 16, 18 при количестве аргументов $2k,\ k = 1, 2, 3, \ldots$

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$R_2 = ab + ba = 14$$
$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 14 + 18 = 14,$$
$$7 \cdot 10 + 10 \cdot 7 = 16 + 6 = 14, \ldots$$

$$R_4 = abcd + bcda + cdab + dabc = 16,$$
$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 15 + 17 + 15 + 17 = 16,$$
$$1 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 6 + 8 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 1 + 12 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8 + 6 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 12 = 14 + 18 + 14 + 18 = 16, \ldots$$

$$[a, b, c, d, e, f],$$
$$R_6 = abcdef + bcdefa + cdefab +$$
$$+ defabc + efabcd + fabcde = 18,$$
$$[a = 14, b = 5, c = 10, d = 27, e = 29, f = 1],$$

Анализ свидетельствует, что одинаковый результат получается как при указанной структуре функций,так и при первичном произведении элементов, следующих после первого из них

$$R_6 = a(bcdef) + b(cdefa) + c(defab) + d(efabc) + e(fabcd) + f(abcde).$$

Выполним расчет на такой модели:

$$14(5 \cdot 10 \cdot 27 \cdot 29 \cdot 1) = 14 \cdot 36 = 35,$$
$$5(10 \cdot 27 \cdot 29 \cdot 1 \cdot 14) = 5 \cdot 25 = 33,$$
$$10(27 \cdot 29 \cdot 1 \cdot 14 \cdot 5) = 10 \cdot 20 = 35,$$
$$27(29 \cdot 1 \cdot 14 \cdot 5 \cdot 10) = 27 \cdot 5 = 33,$$
$$29(1 \cdot 14 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 27) = 29 \cdot 3 = 35,$$
$$1(14 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 27 \cdot 29) = 1 \cdot 27 = 33,$$

$$R_6 = 35 + 33 + 35 + 33 + 35 + 33 = 18, \ldots$$

При последующем увеличении четного количества элементов значения повторяются:

n	2	4	6	8	10	12	14	16	18	…
R_n	14	16	18	14	16	18	14	16	18	…

.

Такое поведение функций непривычно с позиции логики, базируюшейся на «классике».

Сравнение действий пары неассоциативных операций в объектном множестве

Объектное множество MS^{16} замкнуто на комодульных операциях произведения и суммы, а также на левом и правом комбинаторном произведениях, которые неассоциативны.

Сравним действия пары неассоциативных операций на подмножествах с четным и нечетным количеством элементов. На паре элементов их свойства аналогичны. Но уже на 4 элементах замечаем отклонение от стандартов множества M^{16}:

$$\overset{\overleftarrow{k}}{\times} \qquad\qquad\qquad \overset{\overrightarrow{k}}{\times}$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 4 + 2 = 6, \qquad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 2 + 4 = 6,$$

$$7 \cdot 15 + 15 \cdot 7 = 9 + 9 = 6, \qquad 7 \cdot 15 + 15 \cdot 7 = 9 + 9 = 6,$$

$$13 \cdot 2 + 2 \cdot 13 = 16 + 6 = 6,\ldots \qquad 13 \cdot 2 + 2 \cdot 13 = 6 + 16 = 6,\ldots$$

$$k \leftarrow \qquad 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 16,$$

$$k \rightarrow \qquad 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 16,$$

$$k \leftarrow \qquad 15 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 5 + 10 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 15 + 3 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 10 + 5 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 3 = 14,$$

$$k \rightarrow \qquad 15 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 5 + 10 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 15 + 3 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 10 + 5 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 3 = 16,$$

$$k \leftarrow \qquad 7 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 6 + 11 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 + 8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 11 + 6 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 8 = 8,$$

$$k \rightarrow \qquad 7 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 6 + 11 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 + 8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 11 + 6 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 8 = 16.$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 14, \qquad 15 + 10 + 3 + 5 = 5, \qquad 7 + 11 + 8 + 6 = 4.$$

При нечетном количестве элементов ситуация сложнее.

Проанализируем поведение циклических функций на трех элементах:

$$\mu = a + b + c,$$

$$\overrightarrow{\theta} = abc + bca + cab.$$

$$a = 1, b = 7, c = 13, \mu = 9, \qquad a = 5, b = 9, c = 11, \mu = 13,$$

$$\overleftarrow{\theta} = 1 \cdot 7 \cdot 13 + 7 \cdot 13 \cdot 1 + 13 \cdot 1 \cdot 7 = 9, \qquad \overleftarrow{\theta} = 5 \cdot 9 \cdot 11 + 9 \cdot 11 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 9 = 4,$$

$$\overrightarrow{\theta} = 1 \cdot 7 \cdot 13 + 7 \cdot 13 \cdot 1 + 13 \cdot 1 \cdot 7 = 9, \qquad \overrightarrow{\theta} = 5 \cdot 9 \cdot 11 + 9 \cdot 11 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 9 = 14,$$

$$a = 16, b = 8, c = 6, \mu = 14, \qquad a = 12, b = 13, c = 14, \mu = 11,$$

$$\overleftarrow{\theta} = 16 \cdot 8 \cdot 6 + 8 \cdot 6 \cdot 16 + 6 \cdot 16 \cdot 8 = 8, \qquad \overleftarrow{\theta} = 12 \cdot 13 \cdot 14 + 13 \cdot 14 \cdot 12 + 14 \cdot 12 \cdot 13 = 11,$$

$$\overrightarrow{\theta} = 16 \cdot 8 \cdot 6 + 8 \cdot 6 \cdot 16 + 6 \cdot 16 \cdot 8 = 14, \qquad \overrightarrow{\theta} = 12 \cdot 13 \cdot 14 + 13 \cdot 14 \cdot 12 + 14 \cdot 12 \cdot 13 = 11.$$

a	b	c	μ	$\overleftarrow{\theta}$	$\overrightarrow{\theta}$
1	7	13	9	9	9
5	9	11	13	4	14
16	8	6	14	8	14
12	13	14	11	11	11

.

Проанализируем ситуацию на подмножествах из 5 элементов. Имеем функции

$$a, b, c, d, e$$

$$\mu = a + b + c + d + e,$$

$$\sigma_1 = abcde, \qquad A = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5,$$

$$\sigma_2 = bcdea, \qquad B = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \sigma_5,$$

$$\sigma_3 = cdeab, \qquad C = \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4 - \sigma_5.$$

$$\sigma_4 = deabc,$$

$$\sigma_5 = eabcd,$$

Представим расчеты таблицами:

$\overset{\vec{k}}{\times} \Rightarrow$

a	b	c	d	e	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	μ	A	B	C
11	2	5	16	10	2	4	10	12	4	4	3	4	4
13	5	6	10	2	14	14	16	7	8	16	15	13	13
9	8	7	4	6	16	6	8	14	6	6	6	6	6
1	2	3	4	5	15	13	15	15	7	7	5	5	5
16	15	14	13	12	2	4	2	4	10	10	10	10	10

,

$\overset{\vec{k}}{\times} \Rightarrow$

a	b	c	d	e	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	μ	A	B	C
11	2	5	16	10	12	10	10	4	12	4	4	4	4
13	5	6	10	2	6	8	6	6	14	16	16	16	16
9	8	7	4	6	8	8	8	6	14	6	16	16	16
1	2	3	4	5	7	15	5	13	7	7	7	7	7
16	15	14	13	12	9	12	12	4	10	10	9	9	9

.,

Подтвердим таблицы расчетом:

$$a = 16, b = 15, c = 14, d = 13, e = 12,$$

$$\mu = 16 + 15 + 14 + 13 + 13 = 10.$$

$$\overleftarrow{\theta}_1 = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 = 2, \qquad \overrightarrow{\theta}_1 = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 = 9,$$

$$\overleftarrow{\theta}_2 = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 16 = 4, \qquad \overrightarrow{\theta}_2 = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 16 = 2,$$

$$\overleftarrow{\theta}_3 = 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 15 = 2, \qquad \overrightarrow{\theta}_3 = 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 15 = 12,$$

$$\overleftarrow{\theta}_4 = 13 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 = 4, \qquad \overrightarrow{\theta}_4 = 13 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 = 4,$$

$$\overleftarrow{\theta}_5 = 12 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 = 10, \qquad \overrightarrow{\theta}_5 = 12 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 = 10.$$

$$A = 2 + 4 + 2 + 4 + 10 = 10,$$

$$A = 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10 = 10, \qquad C = 2 - 4 - 2 - 4 - 10 = 10.$$

Влияние внешних факторов на зеркальные объектные функции

Определим зеркальные объектные функции парой выражений, которые структурно симметричны относительно знака суммы.

Проанализируем спектр таких функций с базовыми элементами a,b,c,d , деформация структуры связей для функций на них обеспечивается свободно выбранными элементами множества, обозначенными буквой x .

За основу расчета возьмем объектное множество M^{16} .

Выполним расчеты с элементами $a=1,b=5,c=14,d=2$ на функции

$$A_1 = x(abcd)+(dcba)x.$$

Учитывая специфику генерируемых значений, ограничимся неполным набором аргументов:

$$x=1 \to 1(1\cdot 5\cdot 14\cdot 2)+(2\cdot 14\cdot 5\cdot 1)1 = 1\cdot 3+1\cdot 1 = 11+9 = 12,$$
$$x=2 \to 2(1\cdot 5\cdot 14\cdot 2)+(2\cdot 14\cdot 5\cdot 1)2 = 2\cdot 3+1\cdot 2 = 16+16 = 12,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x=10 \to 10(1\cdot 5\cdot 14\cdot 2)+(2\cdot 14\cdot 5\cdot 1)10 = 10\cdot 3+1\cdot 10 = 4+8 = 12,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x=16 \to 16(1\cdot 5\cdot 14\cdot 2)+(2\cdot 14\cdot 5\cdot 1)16 = 16\cdot 3+1\cdot 16 = 6+2 = 12.$$

Расчет предоставил аргументно инвариантную функцию, ее значения одни и те же, они не меняются при изменении элементов, называемых внешним фактором.

Аналогичные результаты следуют на функции с измененной структурой

$$A_2 = x((ab)(cd))+((dc)(ba))x.$$

$$x=1 \to A_2 = 1((1\cdot 5)(14\cdot 2))+((2\cdot 14)(5\cdot 1))1 = 1\cdot 5+5\cdot 1 = 13+13 = 10,$$
$$x=2 \to A_2 = 2((1\cdot 5)(14\cdot 2))+((2\cdot 14)(5\cdot 1))2 = 2\cdot 5+5\cdot 2 = 10+112 = 10,$$

$$x=10 \to A_2 = 10((1\cdot 5)(14\cdot 2))+((2\cdot 14)(5\cdot 1))10 = 10\cdot 5+5\cdot 10 = 6+4 = 10,$$

$$x=16 \to A_2 = 16((1\cdot 5)(14\cdot 2))+((2\cdot 14)(5\cdot 1))16 = 16\cdot 5+5\cdot 16 = 4+6 = 10.$$

Новая аргументно инвариантная функция дополняется парой аналогичных функций

$$A_3 = x(a(bcd))+((dcb)a)x, \qquad A_4 = x(a(bc)d)+(d(cb)a)x.$$

В рассматриваемой ситуации они генерируют, соответственно, элементы с номерами 16,14. На всех подмножествах из 4 элементов получаем только элементы $[10,12,14,16]$.

На тех же параметрах проанализируем поведение функций

$$B_1 = a(xbcd) + (dcbx)a,\ B_2 = a((xb)(cd)) + ((dc)(bx))a,$$
$$B_3 = a(x(bcd)) + ((dcb)x)a,\ B_4 = a(x(bc)d) + (d(cb)x)a.$$

Получим такие данные:

$$B_1 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(1 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 2) + (2 \cdot 14 \cdot 5 \cdot 1)1 = 1 \cdot 4 = 3 + 1 \cdot 1 = 11 + 9 = 12, \\ x = 2 \to 1(2 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 2) + (2 \cdot 14 \cdot 5 \cdot 2)1 = 1 \cdot 4 + 4 \cdot 1 = 14 + 16 = 10, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x = 10 \to 1(10 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 2) + (2 \cdot 14 \cdot 5 \cdot 10)1 = 1 \cdot 12 + 16 \cdot 1 = 6 + 8 = 14, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x = 16 \to 1(16 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 2) + (2 \cdot 14 \cdot 5 \cdot 16)1 = 1 \cdot 14 + 10 \cdot 1 = 4 + 2 = 16. \end{array}$$

$$B_2 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1((1 \cdot 5)(14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14)(5 \cdot 1))1 = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 1 = 10, \\ x = 1 \to 1((2 \cdot 5)(14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14)(5 \cdot 2))1 = 1 \cdot 6 + 6 \cdot 1 = 10, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x = 10 \to 1((10 \cdot 5)(14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14)(5 \cdot 10))1 = 14 \cdot 5 + 5 \cdot 14 = 10, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x = 16 \to 1((16 \cdot 5)(14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14)(5 \cdot 16))1 = 1 \cdot 12 + 12 \cdot 1 = 10. \end{array}$$

$$B_3 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(1(5 \cdot 14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14 \cdot 5)1) = 1 \cdot 7 + 1 \cdot 1 = 15 + 9 = 16, \\ x = 2 \to 1(2(5 \cdot 14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14 \cdot 5)2) = 1 \cdot 8 + 4 \cdot 1 = 10 + 16 = 14, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x = 10 \to 1(10(5 \cdot 14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14 \cdot 5)10) = 1 \cdot 16 + 16 \cdot 1 = 2 + 8 = 10, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x = 16 \to 1(16(5 \cdot 14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14 \cdot 5)16) = 1 \cdot 10 + 10 \cdot 1 = 8 + 2 = 10. \end{array}$$

$$B_4 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(1(5 \cdot 14)2) + (2(14 \cdot 5)1) = 1 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 9 + 13 = 14, \\ x = 2 \to 1(2(5 \cdot 14)2) + (2(14 \cdot 5)2) = 1 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 16 + 12 = 16, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x = 10 \to 1(10(5 \cdot 14)2) + (2(14 \cdot 5)10) = 1 \cdot 10 + 12 \cdot 1 = 8 + 4 = 12, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x = 16 \to 1(16(5 \cdot 14)2) + (2(14 \cdot 5)16) = 1 \cdot 16 + 14 \cdot 1 = 2 + 6 = 12. \end{array}$$

Проанализируем функции

$$C_1 = a(bxcd) + (dcxb)a, C_2 = a((bx)(cd)) + ((dc)(xa))a,$$
$$C_3 = a(b(xcd)) + ((dcx)b)a, C_4 = a(b(xc)d) + (d(cx)b)a.$$

Расчеты дают картину явлений, близкую к указанным моделям:

$$C_1 \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \to 1(5 \cdot 1 \cdot 14 \cdot 2) + (2 \cdot 14 \cdot 1 \cdot 5)1 = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 1 + 9 = 12, \\ x = 2 \to 1(5 \cdot 2 \cdot 14 \cdot 2) + (2 \cdot 14 \cdot 2 \cdot 5)1 = 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 16 + 16 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1(5 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 2) + (2 \cdot 14 \cdot 10 \cdot 5)1 = 1 \cdot 14 + 16 \cdot 1 = 4 + 8 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1(5 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 2) + (2 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 5)1 = 1 \cdot 12 + 10 \cdot 1 = 6 + 2 = 12. \end{array}$$

$$C_2 \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \to 1((5 \cdot 1)(14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14)(1 \cdot 5))1 = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 1 = 10, \\ x = 2 \to 1((5 \cdot 2)(14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14)(2 \cdot 5))1 = 1 \cdot 8 + 8 \cdot 1 = 10, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1((5 \cdot 10)(14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14)(10 \cdot 5))1 = 1 \cdot 12 + 12 \cdot 1 = 10, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1((5 \cdot 16)(14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14)(16 \cdot 5))1 = 1 \cdot 15 + 15 \cdot 1 = 10. \end{array}$$

$$C_3 \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \to 1(5(1 \cdot 14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14 \cdot 1)5)1 = 1 \cdot 7 + 1 \cdot 1 = 15 + 9 = 16, \\ x = 2 \to 1(5(2 \cdot 14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14 \cdot 2)5)1 = 1 \cdot 6 + 4 \cdot 1 = 12 + 16 = 16, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1(5(10 \cdot 14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14 \cdot 10)5)1 = 1 \cdot 10 + 16 \cdot 1 = 8 + 8 = 16, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1(5(16 \cdot 14 \cdot 2)) + ((2 \cdot 14 \cdot 16)5)1 = 1 \cdot 16 + 10 \cdot 1 = 2 + 2 = 16. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 1 \to 1(5(1 \cdot 14)2) + (2(14 \cdot 1)5) = 1 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 9 + 13 = 14, \\ x = 2 \to 1(5(2 \cdot 14)2) + (2(14 \cdot 2)5) = 1 \cdot 4 + 6 \cdot 1 = 14 + 10 = 16, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1(5(10 \cdot 14)2) + (2(14 \cdot 10)5) = 1 \cdot 16 + 14 \cdot 1 = 2 + 6 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1(5(16 \cdot 14)2) + (2(14 \cdot 16)5) = 1 \cdot 16 + 12 \cdot 1 = 2 + 4 = 14. \end{array}$$

Рассмотрим функции

$$D_1 = a(bcxd) + (dxcb)a, D_2 = a((bc)(xd)) + ((dx)(cb))a,$$
$$D_3 = a(b(cxd)) + ((dxc)b)a, D_4 = a(b(cx)d) + (d(xc)b)a.$$

Выполним аналогичные расчеты:

$$D_1 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(5\cdot 14\cdot 1\cdot 2) + (2\cdot 1\cdot 14\cdot 5)1 = 1\cdot 3 + 1\cdot 1 = 11 + 9 = 12, \\ x = 2 \to 1(5\cdot 14\cdot 2\cdot 2) + (2\cdot 2\cdot 14\cdot 5)1 = 1\cdot 2 + 4\cdot 1 = 16 + 16 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1(5\cdot 14\cdot 10\cdot 2) + (2\cdot 10\cdot 14\cdot 5)1 = 1\cdot 14 + 16\cdot 1 = 4 + 8 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1(5\cdot 14\cdot 16\cdot 2) + (2\cdot 16\cdot 14\cdot 5)1 = 1\cdot 12 + 10\cdot 1 = 6 + 2 = 12. \end{array}$$

$$D_2 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1((5\cdot 14)(1\cdot 2)) + ((2\cdot 1)(14\cdot 5))1 = 1\cdot 5 + 5\cdot 1 = 10, \\ x = 2 \to 1((5\cdot 14)(2\cdot 2)) + ((2\cdot 2)(14\cdot 5))1 = 1\cdot 8 + 8\cdot 1 = 10, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1((5\cdot 14)(10\cdot 2)) + ((2\cdot 10)(14\cdot 5))1 = 1\cdot 12 + 12\cdot 1 = 10, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1((5\cdot 14)(16\cdot 2)) + ((2\cdot 16)(14\cdot 5))1 = 1\cdot 14 + 14\cdot 1 = 10. \end{array}$$

$$D_3 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(5(14\cdot 1\cdot 2)) + ((2\cdot 1\cdot 14)5)1 = 1\cdot 1 + 1\cdot 1 = 9 + 9 = 10, \\ x = 2 \to 1(5(14\cdot 2\cdot 2)) + ((2\cdot 2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 2 + 4\cdot 1 = 16 + 16 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1(5(14\cdot 10\cdot 2)) + ((2\cdot 10\cdot 14)5)1 = 1\cdot 10 + 16\cdot 1 = 8 + 8 = 16, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1(5(14\cdot 16\cdot 2)) + ((2\cdot 16\cdot 14)5)1 = 1\cdot 16 + 10\cdot 1 = 2 + 2 = 16, \end{array}$$

$$D_4 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(5(14\cdot 1)2) + (2(1\cdot 14)5)1 = 1\cdot 7 + 3\cdot 1 = 15 + 11 = 14, \\ x = 2 \to 1(5(14\cdot 2)2) + (2(2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 8 + 2\cdot 1 = 10 + 14 = 16, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1(5(14\cdot 10)2) + (2(10\cdot 14)5)1 = 1\cdot 16 + 14\cdot 1 = 2 + 6 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1(5(14\cdot 16)2) + (2(16\cdot 14)5)1 = 1\cdot 10 + 12\cdot 1 = 8 + 4 = 12. \end{array}$$

Новую структуру связей и отношений между элементами задают функции

$$E_1 = a(bcdx) + (xdcb)a, E_2 = a((bc)(dx)) + ((xd)(cb))a,$$
$$E_3 = a(b(cdx)) + ((xdc)b)a, E_4 = a(b(cd)x) + (x(dc)b)a.$$

Генерируемые ими значения таковы:

$$E_1 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(5\cdot 14\cdot 2\cdot 1) + (1\cdot 2\cdot 14\cdot 5)1 = 1\cdot 3 + 3\cdot 1 = 11 + 11 = 10, \\ x = 2 \to 1(5\cdot 14\cdot 2\cdot 2) + (2\cdot 2\cdot 14\cdot 5)1 = 1\cdot 2 + 6\cdot 1 = 16 + 10 = 14, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1(5\cdot 14\cdot 2\cdot 10) + (10\cdot 2\cdot 14\cdot 5)1 = 1\cdot 14 + 12\cdot 1 = 4 + 4 = 16, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1(5\cdot 14\cdot 2\cdot 16) + (16\cdot 2\cdot 14\cdot 5)1 = 1\cdot 12 + 14\cdot 1 = 6 + 6 = 16. \end{array}$$

$$E_2 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1((5\cdot 14)(2\cdot 1)) + ((1\cdot 2)(14\cdot 5))1 = 1\cdot 7 + 7\cdot 1 = 10, \\ x = 2 \to 1((5\cdot 14)(2\cdot 2)) + ((2\cdot 2)(14\cdot 5))1 = 1\cdot 8 + 8\cdot 1 = 10, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1((5\cdot 14)(2\cdot 10)) + ((10\cdot 2)(14\cdot 5))1 = 1\cdot 16 + 16\cdot 1 = 10, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1((5\cdot 14)(2\cdot 16)) + ((16\cdot 2)(14\cdot 5))1 = 1\cdot 10 + 10\cdot 1 = 10, \end{array}$$

$$E_3 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(5(14\cdot 2\cdot 1)) + ((1\cdot 2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 1 + 3\cdot 1 = 9 + 11 = 12, \\ x = 2 \to 1(5(14\cdot 2\cdot 2)) + ((2\cdot 2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 2 + 4\cdot 1 = 16 + 16 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 10 \to 1(5(14\cdot 2\cdot 10)) + ((10\cdot 2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 10 + 12\cdot 1 = 8 + 4 = 12, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = 16 \to 1(5(14\cdot 2\cdot 16)) + ((16\cdot 2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 16 + 14\cdot 1 = 2 + 6 = 12. \end{array}$$

$$E_4 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 1 \to 1(5(14\cdot 2)1) + (1(2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 5 + 1\cdot 1 = 13 + 9 = 14, \\ x = 2 \to 1(5(14\cdot 2)2) + (2(2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 8 + 2\cdot 1 = 10 + 14 = 16, \\ x = 10 \to 1(5(14\cdot 2)10) + (10(2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 12 + 10\cdot 1 = 6 + 2 = 12, \\ x = 16 \to 1(5(14\cdot 2)16) + (16(2\cdot 14)5)1 = 1\cdot 14 + 16\cdot 1 = 4 + 8 = 12. \end{array}$$

Ряд функций с внешним фактором управления, следуя расчетам, согласованы с их внутренними слагаемыми.

В частности, выполняются законы, корректные на любом параметре управления:

$$x\left(abcd\right)+\left(dcba\right)x+\left(abcd\right)\left(dcba\right)=11,$$
$$x\left(\left(ab\right)\left(cd\right)\right)+\left(\left(dc\right)\left(ba\right)\right)x=\left[2\right]\left(\left(ab\right)\left(cd\right)\right)\left(\left(dc\right)\left(ba\right)\right),$$
$$x\left(a\left(bcd\right)\right)+\left(\left(dcb\right)a\right)x+\left(\left(dc\right)\left(ba\right)\right)\left(\left(dcb\right)a\right)=11,$$
$$x\left(a\left(bc\right)d\right)+\left(d\left(cb\right)a\right)x+\left(a\left(bc\right)d\right)\left(d\left(cb\right)a\right)=11.$$

Сумма функций с внешним управлением объединена с произведением внутренних слагаемых с образованием единого элемента объектного множества: тройной суммы правой единицы

$$9+9+9=11.$$

С другой стороны, есть двойные суммы, генерирующие объектный ноль на каждом внешнем факторе управления:

$$B_1+B_1=a\left(xbcd\right)+\left(dcbx\right)a+a\left(xbcd\right)+\left(dcbx\right)a=12=0^*,$$
$$B_2+B_2=a\left(x\left(bc\right)d\right)+\left(d\left(cb\right)x\right)a+a\left(x\left(bc\right)d\right)+\left(d\left(cb\right)x\right)a=12=0^*.$$

Эти «полунули» согласованы между собой условием

$$B_1+B_2=B_1B_2+B_2B_1.$$

Кроме этого, выполняются законы типа функциональной коммутативности. Например, есть связь

$$abc=acb,$$

$$6\cdot5\cdot3=14\cdot3=8,\qquad 6\cdot3\cdot5=12\cdot5=8,$$
$$15\cdot11\cdot6=13\cdot6=8,\qquad 15\cdot6\cdot11=6\cdot11=8,$$
$$1\cdot16\cdot7=2\cdot7=12,\qquad 1\cdot7\cdot16=15\cdot16=12,$$
$$4\cdot3\cdot2=14\cdot2=5,\ldots\qquad 4\cdot2\cdot3=11\cdot3=5,\ldots$$

По этой причине выполняется ряд равенств с левым и правым произведением.

Выполняется также закон

$$\left(bx\right)\left(cd\right)=\left(bc\right)\left(xd\right).$$

$$\left(11\cdot2\right)\left(7\cdot15\right)=6\cdot1=10,\qquad \left(11\cdot7\right)\left(2\cdot15\right)=1\cdot8=10,$$
$$\left(12\cdot4\right)\left(10\cdot6\right)=1\cdot5=13,\qquad \left(12\cdot10\right)\left(4\cdot6\right)=11\cdot15=13,$$
$$\left(1\cdot2\right)\left(3\cdot4\right)=16\cdot16=9,\ldots\qquad \left(1\cdot3\right)\left(2\cdot4\right)=11\cdot11=9,\ldots$$

Океан функциональных равновесий

Обеспечим эффект генерации объектного нуля, объединив 8 функций

$$\alpha_1 = x(abcd) + (dcba)x, \qquad \beta_1 = (abcd) + (dcba), \qquad \theta_1 = \alpha_1 + \beta_1,$$
$$\alpha_2 = x((ab)(cd)) + ((dc)(ba))x, \qquad \beta_2 = ((ab)(cd)) + ((dc)(ba)), \qquad \theta_2 = \alpha_2 + \beta_2,$$
$$\alpha_3 = x(a(bcd)) + ((dcb)a)x, \qquad \beta_3 = ((dc)(ba)) + ((dcb)a), \qquad \theta_3 = \alpha_3 + \beta_3,$$
$$\alpha_4 = x(a(bc)d) + (d(cb)a)x, \qquad \beta_4 = (a(bc)d) + (d(cb)a), \qquad \theta_4 = \alpha_4 + \beta_4.$$

В объектном множестве M^{16} генерируется объектный ноль на сумме одинаковых элементов в каждой строке из множества $[10,12,14,16]$.

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$a = 16, b = 14, c = 10, d = 11,$$
$$\alpha_1 = x(16 \cdot 14 \cdot 10 \cdot 11) + (11 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 16)x = x \cdot 12 + 10 \cdot x = 6 + 2 = 12,$$
$$\beta_1 = 12 + 10 = 10, \qquad \theta_1 = \alpha_1 + \beta_1 = 12 + 10 = 10,$$
$$\alpha_2 = x((16 \cdot 14)(10 \cdot 11)) + ((11 \cdot 10)(14 \cdot 16))x = x \cdot 12 + 12 \cdot x = 6 + 4 = 10,$$
$$\beta_2 = 12 + 12 = 12, \qquad \theta_2 = \alpha_2 + \beta_2 = 10 + 12 = 10,$$
$$\alpha_3 = x(16(14 \cdot 10 \cdot 11)) + ((11 \cdot 10 \cdot 14)16)x = x \cdot 10 + 10 \cdot x = 8 + 2 = 10,$$
$$\beta_3 = 10 + 10 = 12, \qquad \theta_3 = \alpha_3 + \beta_3 = 10 + 12 = 10,$$
$$\alpha_4 = x(16(14 \cdot 10)11) + (11(10 \cdot 14)16)x = x \cdot 10 + 12 \cdot x = 8 + 4 = 12,$$
$$\beta_4 = 10 + 12 = 10, \qquad \theta_4 = \alpha_4 + \beta_4 = 12 + 10 = 10.$$

$$a = 1, b = 2, c = 3, d = 4,$$
$$\alpha_1 = x(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) + (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)x = x \cdot 15 + 13 \cdot x = 7 + 1 = 12,$$
$$\beta_1 = 15 + 13 = 12, \qquad \theta_1 = \alpha_1 + \beta_1 = 12 + 12 = 12,$$
$$\alpha_2 = x((1 \cdot 2)(3 \cdot 4)) + ((4 \cdot 3)(2 \cdot 1))x = x \cdot 9 + 9 \cdot x = 1 + 5 = 10,$$
$$\beta_2 = 9 + 9 = 10, \qquad \theta_2 = \alpha_2 + \beta_2 = 10 + 10 = 12,$$
$$\alpha_3 = x(1(2 \cdot 3 \cdot 4)) + ((4 \cdot 3 \cdot 2)1)x = x \cdot 13 + 13 \cdot x = 5 + 1 = 10,$$
$$\beta_3 = 13 + 13 = 10, \qquad \theta_3 = \alpha_3 + \beta_3 = 10 + 10 = 12,$$
$$\alpha_4 = x(1(2 \cdot 3)4) + (4(3 \cdot 2)1)x = x \cdot 11 + 15 \cdot x = 3 + 3 = 14,$$
$$\beta_4 = 11 + 15 = 14, \qquad \theta_4 = \alpha_4 + \beta_4 = 14 + 14 = 12.$$

В обоих случаях применялась внешняя переменная $x = 1$, что не меняет результата анализа, так как мы имеем дело с аргументно инвариантными функциями.

$$a = 5, b = 13, c = 7, d = 4,$$

$$\alpha_1 = x(5 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 4) + (4 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 5)x = x \cdot 4 + 2 \cdot x = 14 + 14 = 12,$$

$$\beta_1 = 4 + 2 = 14, \qquad \theta_1 = \alpha_1 + \beta_1 = 12 + 14 = 14,$$

$$\alpha_2 = x((5 \cdot 13)(7 \cdot 4)) + ((4 \cdot 7)(13 \cdot 5))x = x \cdot 6 + 6 \cdot x = 12 + 10 = 10,$$

$$\beta_2 = 6 + 6 = 16, \qquad \theta_2 = \alpha_2 + \beta_2 = 10 + 16 = 12,$$

$$\alpha_3 = x(5(13 \cdot 7 \cdot 4)) + ((4 \cdot 7 \cdot 13)5)x = x \cdot 2 + 2 \cdot x = 16 + 14 = 10,$$

$$\beta_3 = 2 + 2 = 16, \qquad \theta_3 = \alpha_3 + \beta_3 = 10 + 16 = 14,$$

$$\alpha_4 = x(5(13 \cdot 7)4) + (4(7 \cdot 13)5)x = x \cdot 8 + 2 \cdot x = 10 + 14 = 16,$$

$$\beta_4 = 8 + 2 = 10, \qquad \theta_4 = \alpha_4 + \beta_4 = 16 + 10 = 14.$$

$$a = 9, b = 6, c = 12, d = 13,$$

$$\alpha_1 = x(9 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 13) + (13 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 9)x = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 9 + 9 = 10,$$

$$\beta_1 = 1 + 1 = 14, \qquad \theta_1 = \alpha_1 + \beta_1 = 10 + 14 = 16,$$

$$\alpha_2 = x((9 \cdot 6)(12 \cdot 13)) + ((13 \cdot 12)(6 \cdot 9))x = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 9 + 9 = 10,$$

$$\beta_2 = 1 + 1 = 14, \qquad \theta_2 = \alpha_2 + \beta_2 = 10 + 14 = 16,$$

$$\alpha_3 = x(9(6 \cdot 12 \cdot 13)) + ((13 \cdot 12 \cdot 6)9)x = x \cdot 5 + 1 \cdot x = 13 + 9 = 14,$$

$$\beta_3 = 5 + 1 = 10, \qquad \theta_3 = \alpha_3 + \beta_3 = 14 + 10 = 16,$$

$$\alpha_4 = x(9(6 \cdot 12)13) + (13(12 \cdot 6)9)x = x \cdot 3 + 7 \cdot x = 11 + 15 = 14,$$

$$\beta_4 = 3 + 7 = 10, \qquad \theta_4 = \alpha_4 + \beta_4 = 14 + 10 = 16.$$

Проиллюстрируем аргументную инвариантность:

x	$x \cdot 1 + 1 \cdot x$	θ		x	$x \cdot 5 + 1 \cdot x$	θ
1	9 + 9	10		1	13 + 9	14
2	14 + 16	10		2	10 + 16	14
3	11 + 11	10		3	15 + 11	14
.	.	.	.	.	.	.
10	2 + 8	10		10	6 + 8	14
.	.	.	.	.	.	.
15	3 + 7	10		15	7 + 7	14
16	8 + 2	10,		16	4 + 2	14.

Следовательно, элементы, названные внешними факторами, могут быть различными в разных скобках, а не только одинаковыми.

Имеем обобщение модели, обеспечив эффект генерации объектного нуля на сумме функций:

$$\alpha_1 = x(abcd)+(dcba)x, \qquad \beta_1 = (abcd)+(dcba), \qquad \theta_1 = \alpha_1 + \beta_1,$$
$$\alpha_2 = y((ab)(cd))+((dc)(ba))y, \qquad \beta_2 = ((ab)(cd))+((dc)(ba)), \qquad \theta_2 = \alpha_2 + \beta_2,$$
$$\alpha_3 = z(a(bcd))+((dcb)a)z, \qquad \beta_3 = ((dc)(ba))+((dcb)a), \qquad \theta_3 = \alpha_3 + \beta_3,$$
$$\alpha_4 = t(a(bc)d)+(d(cb)a)t, \qquad \beta_4 = (a(bc)d)+(d(cb)a), \qquad \theta_4 = \alpha_4 + \beta_4.$$
$$\sum\nolimits_1^4 (\alpha_i + \beta_i) = 12 = 0^*.$$

Такая возможность не реализуема на классических моделях чисел.

Поскольку алгоритм базируется на свободных подмножествах объектного множества, вторичное обобщение состоит в том, что элементы функций могут быть заменены вторичными функциями различной структуры. Это изменение расширяет границы расчета, не разрушая его форму и суть. Обобщение

$$a \to \varphi(\alpha,\beta,\ldots), b \to \sigma(\alpha,\gamma,\tau,\ldots), c \to \psi(\delta,\omega,\lambda,\ldots), d = \omega(\kappa,\eta,\vartheta,\ldots)$$

отображает фундаментальное свойство объектных множеств: возможность и корректность замены элементов объектных множеств функциями, которые, в свою очередь, могут зависеть от внутренних функций.

По указанным причинам мы имеем на примере объектных множеств океан равновесий алгебраического типа. Этот океан естественно превращается в моря при изменении операций и элементов.

Обратим внимание на фундаментальную грань объектных множеств, проявляющуюся на подмножествах с расчетными функциями

$$\sigma_1 = e(abcd)f + f(dcba)e, \sigma_2 = e((ab)(cd))f + f((dc)(ba))e,$$
$$\sigma_3 = e(a(bcd))f + f((dcb)a)e, \sigma_4 = e(a(bc)d)f + f(d(cb)a)e.$$

Найдем их значения на мультипликативно согласованных подмножествах

a	b	c	d	e	f
1	2	8	13	14	1
7	12	6	15	16	3
15	7	11	11	11	11

.

Получим спектр функционально согласованных величин согласно таблице:

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
10	14	14	14	10	14	16	12	12	10	10	10

$\to A_iB_i = B_iA_i$,

$$(A_1B_1)(A_2B_2) = C_1C_2, (A_1B_1)(A_4B_4) = C_1C_4, (A_2B_2)(A_4B_4) = C_2C_4.$$

Представления подмножеств объектного множества

Теория представлений групп базируется на алгебраических и функциональных связях

$$ab = c \to \varphi(a)\varphi(b) = \varphi(c).$$

Объектные множеств предъявляют такие возможности не только на элементах, но и на свободных подмножествах. Убедимся в этом на примере объектного множества M^{16}.

Выполним произведение элементов подмножеств согласно порядку их расположения и найдем, сообразно с ними, значения 4 «зеркальных» функций в каждой из 3 строк:

ξ	a	b	c	d
α	1	2	3	4
β	6	10	8	11
$\alpha\beta$	12	5	12	2

,

$$\sigma_1 = abcd + dcba,$$
$$\sigma_2 = (ab)(cd) + (dc)(ba),$$
$$\sigma_3 = a(bcd) + (dcb)a,$$
$$\sigma_4 = a(bc)d + d(cb)a.$$

Функции рядов обозначим буквами $A_i, B_i, C_i, i = 1,2,3,4$. В указанной ситуации получим

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
12	14	16	10	12	12	10	12	12	10	10	10

,

A_1B_1	A_2B_2	A_3B_3	A_4B_4	C_1	C_2	C_3	C_4
15	11	11	9	16	12	12	10

.

Согласно полученным значениям, имеем функциональные связи

$$(A_1B_1)(A_2B_2) = 13 = C_1C_2, (A_2B_2)(A_4B_4) = 11 = C_2C_4, (A_1B_1)(A_4B_4) = 15 = C_1C_4.$$

Они не случайны, что подтверждается на других подмножествах.

ξ	a	b	c	d
α	16	14	12	10
β	8	9	10	3
$\alpha\beta$	1	14	11	4

,

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
10	12	12	10	10	10	10	14	14	10	10	10

,

A_1B_1	A_2B_2	A_3B_3	A_4B_4	C_1	C_2	C_3	C_4
11	9	13	9	12	10	14	10

.

ξ	a	b	c	d
α	8	3	12	7
β	11	2	10	5
$\alpha\beta$	6	14	11	11

,

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
16	14	12	14	10	14	12	12	12	10	10	10

,

A_1B_1	A_2B_2	A_3B_3	A_4B_4	C_1	C_2	C_3	C_4
11	13	9	9	12	14	12	10

.

ξ	a	b	c	d
α	1	2	3	4
β	10	11	12	13
$\alpha\beta$	8	4	8	8

,

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
12	12	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

,

A_1B_1	A_2B_2	A_3B_3	A_4B_4	C_1	C_2	C_3	C_4
9	9	9	9	10	10	10	10

.

Проанализируем модель с подмножеством в форме суммы двух первых подмножеств:

ξ	a	b	c	d
α	1	2	3	4
β	6	10	8	11
$\alpha+\beta$	15	4	15	7

,

$$\sigma_1 = abcd + dcba,$$
$$\sigma_2 = (ab)(cd) + (dc)(ba),$$
$$\sigma_3 = a(bcd) + (dcb)a,$$
$$\sigma_4 = a(bc)d + d(cb)a.$$

Величины A_i, B_i останутся неизменными, поменяются C_i. На новых данных получим аналог предыдущего общего закона в аддитивном представлении:

ξ	a	b	c	d
α	1	2	3	4
β	6	10	8	11
$\alpha+\beta$	15	4	15	7

$\rightarrow$

$$A_1 = 12,\quad B_1 = 14,\quad C_1 = 16,$$
$$A_2 = 10,\quad B_2 = 12,\quad C_2 = 12,$$
$$A_3 = 10,\quad B_3 = 12,\quad C_3 = 12,$$
$$A_4 = 10,\quad B = 10,\quad C_4 = 10,$$

$$A_1 + B_1 + A_2 + B_2 = C_1 + C_2.$$

Убедимся в его общности на других примерах:

ξ	a	b	c	d
α	16	14	12	10
β	8	9	10	3
$\alpha+\beta$	4	15	10	1

$$\rightarrow \begin{array}{lll} A_1 = 10, & B_1 = 12, & C_1 = 112, \\ A_2 = 10, & B_2 = 10, & C_2 = 10, \\ A_3 = 10, & B_3 = 14, & C_3 = 14, \\ A_4 = 10, & B = 10, & C_4 = 10, \end{array}$$

ξ	a	b	c	d
α	1	2	3	4
β	10	11	12	13
$\alpha+\beta$	3	5	3	1

$$\rightarrow \begin{array}{lll} A_1 = 12, & B_1 = 12, & C_1 = 10, \\ A_2 = 10, & B_2 = 10, & C_2 = 10, \\ A_3 = 10, & B_3 = 10, & C_3 = 10, \\ A_4 = 10, & B = 10, & C_4 = 10, \end{array}$$

ξ	a	b	c	d
α	8	3	12	7
β	11	2	10	5
$\alpha+\beta$	3	9	10	16

$$\rightarrow \begin{array}{lll} A_1 = 16, & B_1 = 14, & C_1 = 12, \\ A_2 = 14, & B_2 = 10, & C_2 = 14, \\ A_3 = 12, & B_3 = 12, & C_3 = 12, \\ A_4 = 10, & B = 10, & C_4 = 10. \end{array}$$

На модели нахождения третьего подмножества по сумме пары предыдущих подмножеств анализ предъявляет спектр аддитивных функциональных законов:

$$\begin{aligned} A_1 + B_1 + A_2 + B_2 &= C_1 + C_2, \\ A_2 + B_2 + A_4 + B_4 &= C_2 + C_4, \\ A_1 + B_1 + A_4 + B_4 &= C_1 + C_4. \end{aligned}$$

Наличие мультипликативных и аддитивных функциональных представлений инициирует поиск новых алгоритмов и моделей, а также условий для их экспериментального анализа и сравнений с данными естествоиспытателей.

В частности, представляет интерес расчет ситуаций с 6 элементами вида

$$\sigma_1 = e(abcd)f + f(dcba)e, \sigma_2 = e((ab)(cd))f + f((dc)(ba))e,$$
$$\sigma_3 = e(a(bcd))f + f((dcb)a)e, \sigma_4 = e(a(bc)d)f + f(d(cb)a)e.$$

Анализ свидетельствует, что эта модель имеет свойства модели с четырьмя элементами. Базовые свойства сохраняются при произведениях слева и справа согласно таблице величин:

ξ		A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
α	$\rightarrow$	12	14	16	10	12	12	10	12	12	10	10	10
5α	$\rightarrow$	2	8	6	4	2	2	4	2	2	4	4	4
$\alpha 15$	$\rightarrow$	1	12	10	16	14	14	16	14	14	16	16	16
$5\alpha 15$	$\rightarrow$	8	2	4	6	8	8	6	8	8	6	6	6

Функциональные связи подмножеств объектного множества S^{27}

На тройке подмножеств, мультипликативно объединенных по паре подмножеств, найдем значения 4 функций по соответствующим строкам

a	b	c	d
1	2	3	4
5	6	7	8
2	2	5	2

$$\rightarrow \quad \begin{gathered} \sigma_1 = abcd + dcba, \\ \sigma_2 = (ab)(cd) + (dc)(ba), \\ \sigma_3 = a(bcd) + (dcb)a, \\ \sigma_4 = a(bc)d + d(cb)a. \end{gathered}$$

Получим 12 значений и спектр их произведений

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
8	8	8	5	8	2	8	8	8	8	3	3

,

$$\begin{aligned} A_1B_1 &= 7, & C_1 &= 8, \\ A_2B_2 &= 1, & C_2 &= 2, \\ A_3B_3 &= 7, & C_3 &= 8, \\ A_4B_4 &= 2, & C_4 &= 3. \end{aligned}$$

Из них следует, что выполняются законы

$$\begin{gathered} (A_1B_1)(A_2B_2) = C_1C_2, \\ (A_2B_2)(A_3B_3) = C_2C_3, \\ (A_3B_3)(A_4B_4) = C_3C_4, \\ (A_4B_4)(A_1B_1) = C_4C_1, \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} (A_1B_1) + (A_2B_2) + (A_3B_3) = C_1 + C_2 + C_3, \\ (A_2B_2) + (A_3B_3) + (A_4B_4) = C_2 + C_3 + C_4, \\ (A_3B_3) + (A_4B_4) + (A_1B_1) = C_3 + C_4 + C_1, \\ (A_4B_4) + (A_1B_1) + (A_2B_2) = C_4 + C_1 + C_2. \end{gathered}$$

Проанализируем другой пример

a	b	c	d
3	6	9	12
4	8	10	11
2	3	11	8

$$\rightarrow \quad \begin{gathered} \sigma_1 = abcd + dcba, \\ \sigma_2 = (ab)(cd) + (dc)(ba), \\ \sigma_3 = a(bcd) + (dcb)a, \\ \sigma_4 = a(bc)d + d(cb)a. \end{gathered}$$

Получим 12 значений и спектр их произведений

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
8	8	8	27	2	12	8	8	8	20	26	6

,

$$A_1B_1 = 7, \qquad C_1 = 8,$$
$$A_2B_2 = 10, \qquad C_2 = 12,$$
$$A_3B_3 = 7, \qquad C_3 = 8,$$
$$A_4B_4 = 4, \qquad C_4 = 6.$$

Из них следуют новые законы:

$$(A_1B_1) + (A_2B_2) = C_1 + C_2,$$
$$(A_2B_2) + (A_3B_3) = C_2 + C_3,$$
$$(A_3B_3) + (A_4B_4) = C_3 + C_4,$$
$$(A_4B_4) + (A_1B_1) = C_4 + C_1,$$

$$(A_1B_1)(A_2B_2)(A_3B_3) = C_1C_2C_3,$$
$$(A_2B_2)(A_3B_3)(A_4B_4) = C_2C_3C_4,$$
$$(A_3B_3)(A_4B_4)(A_1B_1) = C_3C_4C_1,$$
$$(A_4B_4)(A_1B_1)(A_2B_2) = C_4C_1C_2.$$

Новую грань свойств приоткрывает множество с функциональными свойствами

a	b	c	d
6	14	21	13
18	10	3	25
22	15	22	3

$\rightarrow$

$$\sigma_1 = abcd + dcba,$$
$$\sigma_2 = (ab)(cd) + (dc)(ba),$$
$$\sigma_3 = a(bcd) + (dcb)a,$$
$$\sigma_4 = a(bc)d + d(cb)a.$$

Получим

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
8	8	8	14	22	21	8	8	8	17	3	14

,

$$A_1B_1 = 7, \qquad C_1 = 8,$$
$$A_2B_2 = 20, \qquad C_2 = 21,$$
$$A_3B_3 = 7, \qquad C_3 = 8,$$
$$A_4B_4 = 13, \qquad C_4 = 14.$$

Теперь

$$\left(A_1B_1\right)\left(A_2B_2\right)=20=C_1C_2, \qquad \left(A_1B_1\right)+\left(A_2B_2\right)=19=C_1+C_2,$$
$$\left(A_2B_2\right)\left(A_3B_3\right)=18=C_2C_3, \qquad \left(A_2B_2\right)+\left(A_3B_3\right)=23=C_2+C_3,$$
$$\left(A_3B_3\right)\left(A_4B_4\right)=13=C_3C_4, \qquad \left(A_3B_3\right)+\left(A_4B_4\right)=15=C_3+C_4,$$
$$\left(A_4B_4\right)\left(A_1B_1\right)=10=C_4C_1, \qquad \left(A_4B_4\right)+\left(A_1B_1\right)=23=C_4+C_1,$$

$$\left(A_1B_1\right)\left(A_2B_2\right)\left(A_3B_3\right)=18\neq C_1C_2C_3=16\to 18\cdot 16=8,$$
$$\left(A_2B_2\right)\left(A_3B_3\right)\left(A_4B_4\right)=24\neq C_2C_3C_4=22\to 24\cdot 22=8,$$
$$\left(A_3B_3\right)\left(A_4B_4\right)\left(A_1B_1\right)=10\neq C_3C_4C_1=11\to 10\cdot 11=8,$$
$$\left(A_4B_4\right)\left(A_1B_1\right)\left(A_2B_2\right)=24\neq C_4C_1C_2=22\to 24\cdot 22=8.$$

Проанализируем еще одну модель. Например, получим

a	b	c	d
22	23	24	25
7	8	9	10
25	25	25	21

$$\to \quad \sigma_1=abcd+dcba,$$
$$\sigma_2=\left(ab\right)\left(cd\right)+\left(dc\right)\left(ba\right),$$
$$\sigma_3=a\left(bcd\right)+\left(dcb\right)a,$$
$$\sigma_4=a\left(bc\right)d+d\left(cb\right)a.$$

Получим

A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3	A_4	B_4	C_4
8	8	8	26	14	6	8	8	8	8	14	14

,

$$A_1B_1=7, \qquad C_1=8,$$
$$A_2B_2=5, \qquad C_2=6,$$
$$A_3B_3=7, \qquad C_3=8,$$
$$A_4B_4=13, \qquad C_4=14.$$

Эти подмножества генерируют законы

$$\left(A_iB_i\right)\left(A_{i+1}B_{i+1}\right)=C_iC_{i+1},$$

$$\left(A_iB_i\right)+\left(A_{i+1}B_{i+1}\right)+\left(A_{i+2}B_{i+2}\right)=C_i+C_{i+1}+C_{i+2},$$

$$A_iB_i+C_{i+1}=A_{i+1}B_{i+1}+C_i, i=1,2,3,4.$$

Кроме указанных свойств есть спектр дополнительных граней и сторон.

Решения квазиполевых когомологических уравнений

Теория когомологий анализирует глубинные функциональные свойства множеств со спектром операций. В частности, исследуются свойства коцепей. Усложним исходные данные, определив аналоги неоднородных коцепей с независимой переменной

$$xf\left(x\right)-f\left(x\right)=a_0,$$
$$xf\left(g_1\right)-f\left(x\cdot g_1\right)+f\left(g_1\right)=a_1,$$
$$xf\left(g_1,g_2\right)-f\left(x\cdot g_1,g_2\right)+f\left(g_1,x\cdot g_2\right)-f\left(g_1,g_2\right)=a_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Квазиполевые множества, названные садами, образованы матрицами со сложной структурой. Они замкнуты на спектре ассоциативных и неассоциативных операций. Однако они имеют уникальные «зеркальные» функции, достаточные для решения предъявленных уравнений.

В принятой постановке задачи ищется элемент объектного множества, участвующий в ряде ситуаций, аддитивно складывающихся по его «жизни» в конечном ее объеме, с целью достижения элемента в правой части уравнения.

Проиллюстрируем решение такой задачи на множестве обобщенных триграмм S^{27} с их матрицами размерности 3×3 при комодульном суммировании и при неассоциативном произведении.

В качестве примера рассмотрим уравнение

$$xf\left(a,b,c,d\right)-f\left(xa,b,c,d\right)+f\left(a,xb,c,d\right)-f\left(a,b,xc,d\right)+f\left(a,b,c,xd\right)-f\left(a,b,c,d\right)=e.$$

Оно имеет спектр решений. В простейшем случае есть пара решений с функциями

$$f_1\left(a,d,c,d\right)=abcd+dcba\equiv 8,\qquad f_2\left(a,d,c,d\right)=a(bcd)+(dcb)a=8.$$

В итоге компенсации слагаемых задача сводится к уравнению

$$x\cdot 8-8=e\leftrightarrow x=\left(e+8\right)8.$$

На двух функциях решения одинаковы, утверждая достижимость единого итога на разных функциональных путях.

Решения можно усложнить и дополнить, так как объектное множество «владеет» спектром функций со стационарными итогами:

$$abc-cba=9,\qquad ab+ba=8,$$
$$abcde-edcba=9,\qquad abcd+dcba=8,$$
$$abcdefg-gfdcba=9,\qquad abcdef+fedcba=8,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

«Пирамиды» свойств обосновывают точку зрения, что один и тот же итог можно получить по разным функциональным путям, приложив разные усилия. Есть и простые пути.

Естественны обобщения расчетной ситуации с изменением знаков и функций. Например, теперь решаемы такие уравнения:

$$xf(a,b,c,d)+f(xa,b,c,d)+f(a,xb,c,d)+f(a,b,xc,d)+f(a,b,c,xd)+f(a,b,c,d)=e,$$

$$xf(a,b,c,d)f(xa,b,c,d)f(a,xb,c,d)f(a,b,xc,d)f(a,b,c,xd)f(a,b,c,d)=e,.$$

$$xf(a,b,c,d)+f(xa,b,c,d)-\varphi(a,xb,c,d)+f(a,b,xc,d)+f(a,b,c,xd)=f(a,b,c,d).$$

Анализ инициирует идею существования *уравнений объектной динамики* функционального типа с независимыми переменными. Изменение функций, элементов множеств и операций обеспечивают конструирование спектра объектных ситуаций. Разными способами и приемами возможно введение элементов и свойств пространства и времени в такие модели. Есть основания для исследования объектных уравнений с большим числом параметров.

Рассмотрим одну из возможностей. В объектном множестве триграмм зададим модель

$$\begin{gathered}xf(a,b,c,d,e)-f(xa,b,c,d,e)+f(a,xb,c,d,e)-\\-f(a,b,xc,d,e)+f(a,b,c,xd,e)-f(a,b,c,d,xe)+\\+f(a,b,c,d,e)=\varphi(a,b,c,d,e).\end{gathered}$$

Найдем объектный ключ, обеспечивающий решение этого уравнения. Введем функции

$$A_1=x(ab)(cd),B_1=(xab)(cd),A_2=(dc)(bax),B_2=(dc)(ba)x,$$

$$Q=A_1B_1+A_2B_2+A_1+B_1+A_2+B_2.$$

Они достаточны для варианта решения. Подтвердим это свойство примерами:

x	a	b	c	d	A_1	B_1	A_2	B_2	Q
25	10	17	10	13	7	25	5	22	9
20	17	19	11	9	2	14	14	12	9

,

$$Q_1=7\cdot 25+5\cdot 22+7+25+5+22=9,$$

$$Q_2=2\cdot 14+14\cdot 12+2+14+14+12=9.$$

Дополнением к решениям с изменением объектных ключей являются новые функции. Например, есть равенство функций

$$A=a(bcd)q=q(dcb)a=B.$$

Соответственно генерируются константы $AB=BA=7, A-B=9, A-B-AB=8.$

Физические изделия из элементов объектного множества M^{25}

Назовем физическим изделием объединение элементов объектного множества в систему со спектром функциональных свойств.

Например, найдем произведения элемента множества с элементами некоторой конформации. Далее перемножим полученную пару элементов. Анализ свидетельствует, что реализуемые последовательности элементов цикличны. На комбинаторном произведении есть крайняя пара, произведение которых генерирует базовый, первичный элемент. В ряду элементов есть 5 элементов, повторяющихся в столбце значений. Кроме этого, сумма элементов каждого столбца есть объектный ноль. Реализуется дополнительное свойство: сумма повторяющегося элемента и базового элемента одинакова в разных ситуациях.

Так получается объединение циклических мультипликативных последовательностей с тем элементом, который является аналогом «физического ядра» получаемой конструкции.

Представим несколько физических изделий с указанными свойствами:

$$
\begin{array}{cccccccccl}
 & \to & 6 & 15 & 7 & 2 & 22 & \to & 2\cdot 22 = 1, & \\
 & \to & 7 & 11 & 7 & 1 & 21 & \to & 1\cdot 21 = 1, & \\
1 & \to & 8 & 12 & 7 & 5 & 25 & \to & 5\cdot 25 = 1 & \Rightarrow\ 1 + 7 = 17, \\
 & \to & 9 & 13 & 7 & 4 & 24 & \to & 4\cdot 24 = 1, & \\
 & \to & 10 & 14 & 7 & 3 & 23 & \to & 3\cdot 23 = 1. &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccccl}
 & \to & 1 & 22 & 2 & 7 & 15 & \to & 7\cdot 15 = 6, & \\
 & \to & 2 & 23 & 2 & 6 & 14 & \to & 6\cdot 14 = 6, & \\
6 & \to & 3 & 24 & 2 & 10 & 13 & \to & 10\cdot 13 = 6, & \Rightarrow\ 6 + 2 = 17, \\
 & \to & 4 & 25 & 2 & 9 & 12 & \to & 9\cdot 12 = 6, & \\
 & \to & 5 & 21 & 2 & 8 & 11 & \to & 8\cdot 1 = 6. &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccccl}
 & \to & 11 & 3 & 13 & 21 & 10 & \to & 21\cdot 10 = 24, & \\
 & \to & 12 & 4 & 13 & 25 & 9 & \to & 25\cdot 9 = 24, & \\
24 & \to & 13 & 5 & 13 & 24 & 8 & \to & 24\cdot 8 = 24 & \Rightarrow\ 24 + 13 = 17, \\
 & \to & 14 & 1 & 13 & 23 & 7 & \to & 23\cdot 7 = 24, & \\
 & \to & 15 & 2 & 13 & 22 & 6 & \to & 22\cdot 6 = 24. &
\end{array}
$$

На программном произведении ситуация иная:

$$
\begin{array}{cccccccccl}
 & \to & 1 & 6 & 11 & 16 & 21 & \to & 16\cdot 21 = 1, & \\
 & \to & 2 & 8 & 14 & 20 & 21 & \to & 20\cdot 21 = 2, & \\
6 & \to & 3 & 10 & 12 & 19 & 21 & \to & 19\cdot 21 = 3, & \Rightarrow\ 6 + 21 = 1, \\
 & \to & 4 & 7 & 15 & 18 & 21 & \to & 18\cdot 21 = 4, & \\
 & \to & 5 & 9 & 13 & 17 & 21 & \to & 17\cdot 21 = 5. &
\end{array}
$$

Сумма элементов каждого столбца есть объектный ноль.

Спектр аргументно инвариантных объектных функций на триграммах

Проанализируем значения специальных функций в объектном множестве триграмм, которые относятся к категории аргументно инвариантных функций: их значения одинаковы при свободном выборе независимых переменных.

Убедимся в их наличии на примерах:

$$\begin{array}{l} Q_2^1 = (a+b)(cb)+c+a, \\ A = (a+b)(cb), B = c+a, \end{array} \rightarrow 7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 8 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

При свободном выборе элементов объектного множества получим одни значения:

$$(1+2)(3\cdot 2)+(3+1)=8 \rightarrow A=1, B=4, A+B=8, m=A-B=6, n=AB=1, m+n=7,$$
$$(15+6)(7\cdot 6)+(7+15)=8 \rightarrow A=10, B=13, A+B=8, m=A-B=15, n=AB=10, m+n=7,$$
$$(27+23)(22\cdot 23)+(22+27)=8 \rightarrow A=7, B=7, A+B=8, m=A-B=9, n=AB=7, m+n=7.$$

Увеличим количество аргументов, сохранив алгоритм их объединения:

$$\begin{array}{l} Q_2^1 = (a+b+c)(db+ec)+(d+e)+a, \\ A = (a+b+c)(db+ec), B = (d+e)+a, \end{array} \rightarrow 9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Получим аргументно инвариантные значения

$$(1+2+3)(10\cdot 2+20\cdot 3)+(10+20)+1=9,$$
$$A=9, B=9, A+B=9, A-B=9, AB=7, A-B+AB=7,$$
$$(25+24+25)(10\cdot 24+20\cdot 25)+(10+20)+25=9,$$
$$A=10, B=14, A+B=9, A-B=14, AB=11, A-B+AB=7,$$
$$(16+14+21)(11\cdot 14+25\cdot 21)+(11+25)+16=9,$$
$$A=27, B=24, A+B=9, A+B=9, A-B=24, AB=25, A-B+AB=7.$$

Действуя аналогично далее, получим новые функции с аргументной инвариантностью:

$$Q_2^1 = (a+b+c+d)(eb+fc+gd)+(e+f+g)+a=7,$$
$$A = (a+b+c+d)(eb+fc+gd), B=(e+f+g)+a.$$

$$(25+13+10+27)(16\cdot 13+19\cdot 10+2\cdot 27)+(16+19+2)+25=7,$$
$$A=24\cdot 15=17, B=20, A+B=7, A-B=21, AB=16, A-B+AB=7,$$

$$(11+8+19+9)(25\cdot 8+15\cdot 19+17\cdot 9)+(25+15+17)+11=7,$$
$$A=4\cdot 8=2, B=5, A+B=7, A-B=6, AB=1, A-B+AB=7, \ldots$$

При дальнейшем увеличении числа аргументов генерируются только указанные элементы.

Проанализируем аргументно инвариантные функции аналогичного вида на объектном множестве M^{36}.

В простейших моделях обнаруживается их действенность:

$$(a+a)(ba)+(b+a)=14,$$
$$(1+1)(6\cdot 1)+(6+1)=25+19=14,$$
$$(2+2)(18\cdot 2)+(18+2)=12+2=14,$$

$$(a+b)(cb)+(c+a)=14,$$
$$(1+2)(3\cdot 2)+(3+1)=28+22=14,$$
$$(16+10)(17\cdot 10)+(17+16)=17+15=14,\ldots$$

Увеличим количество элементов, сохранив его структуру. Получим

$$(a+b+c)(db+ec)+(d+e)+a=15,$$
$$(28+30+1)(19\cdot 30+23\cdot 1)+(19+23)+28=29+22=15,$$
$$(35+14+10)(1\cdot 14+2\cdot 10)+(1+2)+35=1+8=15,$$
$$A=(a+b+c)(db+ec), B=(d+e)+a, \sigma = A-B+AB.$$

Результаты удобно представить таблицей значений:

a	b	c	d	e	A	B	$A+B$	$A-B$	AB	σ
16	8	3	15	12	29	22	15	19	30	13
35	14	10	1	2	1	8	15	23	26	13

Данные аналогичны действующим на множестве триграмм: генерируется объектная единица множества

$$\sigma = A-B+AB=13=1^{*}.$$

Далее получим новые данные с таблицей значений:

$$(a+b+c+d)(eb+fc+gd)+(e+f+g)+a=16,$$
$$A=(a+b+c+d)(eb+fc+gd), B=(e+f+g)+a, \sigma = A-B+AB,$$

a	b	c	d	e	f	g	A	B	$A+B$	$A-B$	AB	σ
13	15	7	8	6	13	4	28	24	16	22	27	13
1	2	3	4	30	29	28	12	4	16	26	23	13
16	10	8	5	1	16	7	18	16	16	14	17	13

Увеличение количества аргументов не меняет сути и структуры действующих законов. Так, имеем

$$(a+b+c+d+e)(\alpha b+\beta c+\gamma d+\delta e)+(\alpha+\beta+\gamma+\delta)+a=17,$$
$$A=(a+b+c+d+e)(\alpha b+\beta c+\gamma d+\delta e),$$
$$B=,(\alpha+\beta+\gamma+\delta)+a,\sigma=A-B+AB.$$

На трёх подмножествах

a	b	c	d	e		α	β	γ	δ
1	2	3	4	5		6	7	8	9
21	7	32	15	17		4	15	6	8
20	31	1	7	10		11	2	14	9

получим

A	B	$A+B$	$A-B$	AB	$A-B+AB$
4	7	17	21	28	13
35	36	17	17	14	13
9	2	17	25	24	13

.

Следующее расширение подмножества генерирует очередной «глюонный» элемент

$$(a+b+c+d+e+f)(\alpha b+\beta c+\gamma d+\delta e+\varepsilon f)+(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)+a=18,$$
$$A=(a+b+c+d+e+f)(\alpha b+\beta c+\gamma d+\delta e+\varepsilon f),$$
$$B=(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)+a,\sigma=A-B+AB.$$

Расчеты подтверждают аргументную инвариантность на 3 свободных подмножествах:

a	b	c	d	e	f		α	β	γ	δ	ε
17	6	10	3	21	16		5	7	14	10	11
22	14	16	20	18	10		1	3	5	7	9
1	5	17	4	36	11		6	12	8	1	4

.

A	B	$A+B$	$A-B$	AB	$A-B+AB$
20	28	18	28	21	13
31	35	18	14	17	13
28	20	18	20	29	13

.

Объектная единица с номером 13 аргументно генерируется на 13 элементах:

$$(a+b+c+d+e+f+g)(\alpha b+\beta c+\gamma d+\delta e+\varepsilon f+\kappa g)+$$
$$+(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon+\kappa)+a=13,$$
$$A=(a+b+c+d+e+f+g)(\alpha b+\beta c+\gamma d+\delta e+\varepsilon f+\kappa g),$$
$$B=(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon+\kappa)+a,\sigma=A-B+AB.$$

На 3 подмножествах

a	b	c	d	e	f	g		α	β	γ	δ	ε	κ
1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6
24	5	19	16	7	11	3		9	6	10	1	35	34
11	2	3	12	5	6	20		14	8	15	5	6	7

получим

A	B	$A+B$	$A-B$	AB	$A-B+AB$
9	4	13	29	20	13
26	23	13	21	28	13
1	12	13	19	30	13

.

Элемент с номером 14 аргументно генерируется на 15 элементах:

$$(a+b+c+d+e+f+g+h)(\alpha b+\beta c+\gamma d+\delta e+\varepsilon f+\kappa g+\rho h)+$$
$$+(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon+\kappa+h)+a=14,$$
$$A=(a+b+c+d+e+f+g+h)(\alpha b+\beta c+\gamma d+\delta e+\varepsilon f+\kappa g+\rho h),$$
$$B=(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon+\kappa+\rho)+a,\sigma=A-B+AB.$$

a	b	c	d	e	f	g	h		α	β	γ	δ	ε	κ	ρ
16	21	32	5	10	12	36	7		1	17	20	14	18	19	8
5	6	7	8	1	2	3	4		13	14	15	16	17	18	19
28	15	11	6	17	14	33	31		1	2	3	4	5	6	7

,

A	B	$A+B$	$A-B$	AB	$A-B+AB$
21	29	14	28	21	13
35	33	14	14	17	13
36	32	14	16	15	13

.

Последующее расширение подмножеств с сохранением функциональной структуры не меняет ни законов генерации, ни аргументно инвариантных элементов «глюонного» типа.

Новый спектр аргументно инвариантных функций

Простейшая аргументно инвариантная функция в объектном множестве M^{36} такова

$$a(\alpha a) + \alpha = 14,$$
$$1(2 \cdot 1) + 2 = 12 + 2 = 14,$$
$$36(35 \cdot 36) + 35 = 33 + 35 = 14,$$
$$7(18 \cdot 7) + 18 = 14 + 18 = 14,..$$

Увеличим количество аргументов с сохранением типа функции. Получим

$$(a + b)(\alpha a + \beta b) + (\alpha + \beta) = 15,$$
$$(1 + 2)(5 \cdot 1 + 6 \cdot 2) + (5 + 6) = 28 + 23 = 15,$$
$$(31 + 33)(25 \cdot 31 + 29 \cdot 33) + (25 + 29) = 27 + 24 = 15,$$
$$(1 + 36)(2 \cdot 1 + 35 \cdot 36) + (2 + 35) = 20 + 25 = 15,\ldots$$

Дальнейшее увеличение количества аргументов обеспечивает генерацию новых элементов «глюонного» типа:

$$(a + b + c)(\alpha a + \beta b + \gamma c) + (\alpha + \beta + \gamma) = 16,$$
$$(a + b + c + d)(\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d) + (\alpha + \beta + \gamma + \delta) = 17,$$
$$(a + b + c + d + e)(\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e) + (\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon) = 18,\ldots$$

После элемента с номером 18 аргументно инвариантная функция задает элементы с номерами 13, 14 и т.д. Имеем

$$A = a + b + c + d + e + f = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 15,$$
$$B = \alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \kappa f =$$
$$= 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 6 = 24,$$
$$C = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 27,$$
$$Q = 15 \cdot 24 + 27 = 22 + 27 = 13,$$

$$A = a + b + c + d + e + f + n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 10,$$
$$B = \alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \kappa f + \rho g =$$
$$= 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 6 + 11 \cdot 7 = 21,$$
$$C = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 32,$$
$$Q = 10 \cdot 21 + 32 = 36 + 32 = 14,\ldots$$

Расчетные значения «продолжаются» циклически в соответствии с указанным приемом. Заметим, что каждый элемент аргументно инвариантных функций можно заменить другими функциями, сохранив действие алгоритма расчета. По этой причине функций с указанными свойствами есть счетное множество.

Псевдоевклидовы и неевклидовы 4-метрики объектных множеств

Специфика объектных множеств в том, что квадраты элементов одинаковы и они задают объектные единицы. По этой причине разность квадратов есть объектный ноль. Псевдоевклидова модель объектной четырехметрики содержит суммы и разности квадратов элементов. При их анализе задача состоит в том, чтобы выразить суммы и разности через другие функциональные связи.

Сумма квадратов пары элементов имеет единый закон во всех множествах

$$a^2 + b^2 = ab + ba.$$

С разностью квадратов ситуация сложнее. Здесь нет единого закона, есть функциональные различия. Проиллюстрируем ситуацию на примерах. Например, получим такие выводы: есть различие в законе, действующем на множестве M^{16} с другими объектными множествами.

$$M^{16} \to a^2 - b^2 = a^3 - b^3 + aba - bab,$$
$$a = 1, b = 15,$$
$$9 \cdot 1 - 9 \cdot 15 + 1 \cdot 15 \cdot 1 - 15 \cdot 1 \cdot 15 = 5 - 15 + 15 - 5 = 9 = 0^*.$$

В других множествах выполняется единый закон

$$a^2 - b^2 = a + b - \left(aba + bab\right).$$

Подтвердим его корректность на элементах $a = 1, b = 2$. Действительно, получим

$$M^{16} \to 1 + 2 - \left(1 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 2\right) = 23 - \left(5 + 3\right) = 20 = 0^*,$$
$$S^{27} \to 1 + 2 - \left(1 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 2\right) = 6 - \left(3 + 3\right) = 9 = 0^*,$$
$$M^{36} \to 1 + 2 - \left(1 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 2\right) = 21 - \left(6 + 3\right) = 18 = 0^*.$$

Согласно выполненным расчетам, имеем 4-метрики для большинства псевдоевклидовых вида

$$a^2 + b^2 + c^2 - d^2 = ab + ba + c + d - \left(cdc + dcd\right).$$

Объектное множество M^{16} управляется несколько другим законом

$$a^2 + b^2 + c^2 - d^2 = ab + ba + c^3 - d^3 + \left(cdc - dcd\right).$$

Модель объектной 4-метрики иллюстрирует их функциональное различие, ассоциированное с размерностью матриц объектных множеств. Матрицы размерности 4 имеют связи, которые не совпадают со связями для матриц более высокой размерности.

Аналогичное свойство нам известно из теории разрешимости в радикалах алгебраических уравнений разных порядков. Возможно, в модели 4-метрик содержатся некие дополнительные сведения об алгебраических свойствах объектных множеств, которые пока неизвестны и непонятны.

Объектные псевдоевклидовы метрики становятся неевклидовыми при произведении слева квадратов элементов на элементы объектного множества.

На множестве матриц размерности 4 ситуация выглядит просто, так как

$$\begin{array}{ccc} \alpha a^2 + \beta b^2 = \alpha + \beta, & & \alpha a^2 - \beta b^2 = \beta - \alpha, \\ 5 \cdot 9 + 12 \cdot 9 = 5 = 5 + 12, & M^{16} & 5 \cdot 9 - 12 \cdot 9 = 5 = 5 - 12. \end{array}$$

На множестве действует закон

$$\alpha a^2 + \beta b^2 + \gamma c^2 - \delta d^2 = \alpha + \beta + \gamma - \delta.$$

Сложнее ситуация в объектном множестве с матрицами размерности 5. Получим при таких обозначениях

$$ab + ba = 17, \qquad (a + b + c + d)^2 = 16$$

связи

$$\begin{array}{ccc} \alpha a^2 + \beta b^2 = (\alpha\beta\alpha + \beta\alpha\beta)17 + 16, & & \gamma c^2 - \delta d^2 = \delta - \gamma, \\ 5 \cdot 15 + 23 \cdot 16 = 8 + 14 = 21, & & 5 \cdot 16 - 23 \cdot 16 = 8 - 14 = 3, \\ (5 \cdot 23 \cdot 5 + 23 \cdot 5 \cdot 23)17 + 16 = 21, & M^{25} & 23 - 5 = 3, \\ 14 \cdot 16 + 20 \cdot 16 = 23 + 17 = 25, & & 14 \cdot 16 - 20 \cdot 16 = 23 - 17 = 21, \\ (14 \cdot 20 \cdot 14 + 20 \cdot 14 \cdot 20)17 + 16 = 25, & & 20 - 14 = 21. \end{array}$$

Следовательно, выполняется закон

$$\alpha a^2 + \beta b^2 + \gamma c^2 - \delta d^2 = (\alpha\beta\alpha + \beta\alpha\beta)17 + 16 + \delta - \gamma.$$

Он корректен на множестве с матрицами размерности 6 при обозначениях

$$ab + ba = 14, \qquad (a + b + c + d)^2 = 13.$$

Проиллюстрируем ситуацию на примерах:

$$\begin{array}{ccc} \alpha a^2 + \beta b^2 = (\alpha\beta\alpha + \beta\alpha\beta)17 + 16, & & \gamma c^2 - \delta d^2 = \delta - \gamma, \\ 9 \cdot 13 + 11 \cdot 13 = 5 + 3 = 20, & & 9 \cdot 13 - 11 \cdot 13 = 5 - 3 = 14, \\ (9 \cdot 11 \cdot 9 + 11 \cdot 9 \cdot 11)14 + 13 = 20, & M^{25} & 11 - 9 = 14, \\ 15 \cdot 13 + 27 \cdot 13 = 17 + 23 = 22, & & 15 \cdot 13 - 27 \cdot 13 = 17 - 23 = 30, \\ (15 \cdot 27 \cdot 15 + 27 \cdot 15 \cdot 27)14 + 13 = 22, & & 27 - 15 = 30. \end{array}$$

На расширенном множестве триграмм действует несколько иной закон

$$\alpha a^2 + \beta b^2 + \gamma c^2 - \delta d^2 = (\alpha + \beta + \alpha\beta + \beta\alpha)(ab + ba) + \delta - \gamma.$$

Заключение

Принимая точку зрения Пифагора, что «Всё есть число…»мы берем на себя ответственность за необоснованное принятие и понимание «всего», не имея и не раскрывая ни концепции, ни свойств чисел.

Подход можно упростить и конкретизировать, понимая, что наше мышление и практика создают математическую картину объектов и их свойств. Числа выступают в роли одного из элементов представления Реальности, это её «символы», аналог алфавита для языка. Они полезны только при наличии у них структуры, отображающей, прямо или косвенно, свойства реальных структурных объектов. Дополнительно они выступают в роли материала для ментальной практики тех, кому эти числа доступны. Они «живы» при наличии системы операций, характеризующих реальные или воображаемые отношения и взаимодействия исследуемых или предполагаемых объектов Реальности. В границах нашей практики числа с системой операций могут быть достаточны, хотя это не всегда так, для экспериментально верифицируемой деятельности. Они имеют функцию предсказания новых результатов и новых ожиданий.

Отношения и взаимодействия столь же фундаментальны, как и числа с операциями, соглпсно нашему пониманию и фактам,. Для их отображения и анализа только чисел уже недостаточно. Требуются, например, многообразные и многоуровневые функции, операторы дифференциального и интегрального типа и многое другое…

В итоге соединения множества расчетных элементов создаются расчетные модели, необходимые и частично достаточные для описания доступной или воображаемой практики.

Решения модельных уравнений и систем уравнений нацелено на генерацию спектра чисел, так как только их способен представить эксперимент, рассматриваемый в качестве фундаментального средства верификации и самой модели, и проводимой практики. Логическая верификация не менее фундаментальна, но следует учесть, что у неё есть границы.

Практика свидетельствует, что и в расчетах, и в экспериментах есть элементы, которые необъяснимы ни посредством имеющихся приборов, ни логикой. Так происходит чаще всего в новой области исследований. Еще сложнее понять и описать духовную практику. Сознания и Чувства пока что математически представлены не столько недостаточно, сколько «слабо».

Объектная математика предъявляет средства для устранения фундаментального недостатка существующей математики и, скорее всего, сознательно принятых ограничений: отказа от наличия и многообразных форм жизни у каждого изделия Реальности.

Принимая эту парадигму, рекомендуется и требуется создать модели структурных объектов с Сознанием и Чувствами. В качестве простейшего образца для такой теории вроде можно принять Нас с Вами.

Мы представляем собой структурно сложные изделия с телесным взаимодействием, у нас есть черты и грани Сознаний и Чувств в форме информационного взаимодействия. В то же время мы есть телесно конечные системы, живущие в пространстве и во времени.

По этому образцу расчетные модели могут и должны задаваться изделиями со структурно сложными базовыми элементами. В объектной математике таковы множества матриц. Наше сложное единство со спектром телесных и информационных взаимодействий с математической точки зрения может и должно быть представлено системой операций, а также функций и операторов, скорее всего, нового типа.

Объектная математика предоставляет ожидаемые возможности, анализируя конечные множества структурно сложных матриц, замкнутых на спектре ассоциативных и, также, на спектре неассоциативных операций.

Преодоление парадигмы матричной аддитивности

Из теории суммирования натуральных или аналогичных им чисел сложилась надежная для расчетов и практики парадигма аддитивности.

В морфологическом представлении суть её состоит в том, что суммы чисел имеют одно значение независимо от порядка их расположения в расчетной цепи и от их соединения в ней системой скобок.

С математической точки зрения суммы чисел коммутативны и ассоциативны

$$a + b = b + a, \qquad (a + b) + c = a + (b + c).$$

Парадигма аддитивности распространена на матрицы, которые, в отличие от привычных чисел, имеют разную структуру. Соответственно инициируется точка зрения, что возможна зависимость операции суммирования, а потому и результата расчета, от структуры матриц. Так естественно рассуждать с физической точки зрения согласно результатам экспериментов с изделиями разной структуры.

Проиллюстрируем один из алгоритмов разрушения парадигмы аддитивности, применив деформацию суммирования элементов в модели объектного множества M^{9}:

$$\begin{array}{ccccccccc}
\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}. \\
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9
\end{array}$$

На комодульном суммировании строк получим такие таблицы:

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$\rightarrow$

+	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

$\rightarrow$

+	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	1

.

Они, с одной стороны, соответствуют парадигме аддитивности. С другой стороны, в форме подмножеств из 3 элементов они иллюстрируют правила суммирования натуральных чисел по модулю числа 3. В-третьих, в одном множестве содержится группа перестановок из трёх элементов, дополненная тремя элементами качественно иной, немономиальной структуры.

Мы имеем условия для реализации идея суммирования, учитывающего различие в структуре матриц объектного множества.

В качестве целевой установки будем решать задачу конструирования множества из шести элементов, замкнутых на новой операции суммирования и на матричном произведении, что задает «невозможную» по порядку модель «поля».

Мономиальные матрицы будем обозначать греческими буквами α , а «промежуточные», немономиальные матрицы обозначим β .

Суммирование проводим по двойному алгоритму. Если суммирование пары матриц дает матрицу этого же типа, мы дублируем сумму по комодульному алгоритму. Если же результат первичного расчета генерирует матрицу иного типа, мы уточняет расчет с этой же матрицей.

$$x \tilde{+} y \to \begin{cases} x + y = \alpha \to \alpha + \alpha, \\ x + y = \beta \to \beta + y. \end{cases}$$

В итоге предложенного расчета генерируется такая таблица значений:

$\tilde{+}$	1	2	3	4	5	6
1	1	3	2	6	5	4
2	3	2	1	4	6	5
3	2	1	3	5	4	6
4	3	2	1	4	6	5
5	1	3	2	6	5	4
6	2	1	3	5	4	6

.

Сумма нового типа некоммутативна и неассоциативна:

$$a \tilde{+} b \neq b \tilde{+} a, \qquad \left(a \tilde{+} b\right) \tilde{+} c \neq a \tilde{+} \left(b \tilde{+} c\right).$$

Таблица матричных произведений обеспечивает замкнутость 6 элементов на этой операции:

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	3	1	6	4	5	7	8	9
3	3	1	2	5	6	4	7	8	9
4	4	5	6	1	2	3	7	8	9
5	5	6	4	3	1	2	7	8	9
6	6	4	5	2	3	1	7	8	9
7	7	8	9	7	8	9	7	8	9
8	8	9	7	9	7	8	7	8	9
9	9	7	8	8	9	7	7	8	9

$\rightarrow$

$\times$	$\hat{1}$	2	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	2	$\hat{0}$
2	2	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$

$\rightarrow$

$\times$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	2
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	2
2	$\hat{0}$	2	$\hat{1}$

.

Следовательно, множество на паре указанных операций есть, по определению, сад.

Приложение 1. Несколько слов о себе

Я. Барыкин Виктор Николаевич, в 1969 году получил диплом специалиста по теоретической ядерной физике, а также диплом преподавателя физики.

После окончания Вуза 4 года занимался общественной деятельностью. Работал сначала в ранге заведующего оргтотделом, а позже вторым секретарем райкома комсомола в г. Дзержинске. В течение года преподавал физику в средней школе в Фаниполе. Весь этот период занимался семейными делами, уделяя внимание дочери Ольге и сыну Олегу. Моя жена Тамара работала преподавателем английского и французского языков. Гармония в семье позволила мне за этот период самостоятельной научной работы по-новому подойти к теории относительности и частично обобщить электродинамику Максвелла.

Все мои Вузовские друзья работали в Академии наук Республики Беларусь. Они втянули меня в водоворот научной жизни. С минимальных научных степеней я начал работать в Институте тепло- и массообмена. Эта деятельность была разнообразной и очень бурной.

Мне особенно повезло с условиями и тематикой научной деятельности в лаборатории энергопереноса, которой руководил мой учитель Академик Мартыненко О.Г. Он разрешал не только выполнять научные договора. Он стимулировал посредством дискуссий и по мере командировок на конференции и школы участие в решении фундаментальных задач. Он первый сказал мне: « Желаешь создать теорию атомов света и гравитации? Действуй».

Но для этого нужно было обобщить теорию пространства и времени и понять место структурных объектов в расчетных моделях естествознания. Кое-как продвинуться в этом мне удалось, что опубликовано в трудах Института в препринтах, статьях и книгах. Итоги исследований были представлены на 2 международных конференциях по теории времени и пространства в г. Ленинграде.

Полезной для меня была стажировка в ФИАНЕ Академии наук России. Прямые контакты с будущим лауреатом Нобелевской премии Гинзбургом В.Л. и его учениками докторами наук Столяровым А.Н. и Болотовским Б.М. подкорректировали мое творчество. С другой стороны, стимулами к работе стали личные обсуждения деталей с гениальным Иваненко Д.Д., кто в числе первых предсказал нейтрон, а также с Ибраимовым Н.Х., указавшим на тонкости в математике дифференциальных уравнений.

В 2001 году мною опубликовано учебно-методическое пособие для студентов высших учебных заведений «Атом света» в типографии РУП «Белполиграф» Управления делами Президента Республики Беларусь.

В 2005 опубликована моя книга «Электродинамика Максвелла без относительности Эйнштейна». – Москва: Эдиториал УРСС.

В этом же году я был приглашен физическим обществом Германии на 100-летие работ Эйнштейна по теории относительности и фотоэффекту и принял участие в дискуссиях в Берлине.

С 2005 по 2020 год мною предприняты усилия по созданию моделей неассоциативной математики. Это были только попытки, они опубликованы, но реальных, глубоких результатов не получено.

С 2020 года по 2025 я опубликовал 14 монографий по тематике объектных множеств. В них матрицы разной размерности со сложной структурой образуют конечные множества, замкнутые на спектре ассоциативных и частично ассоциативных операций. Их функциональные свойства уникальны, они недостижимы на моделях классических чисел.

Приложение 2. Дополнения теории Галуа

Сконструируем поле Галуа $GF\left(2^4\right)$ на степенях F_2 модульного представления матричного решения Гамильтона-Кэли для алгебраического уравнения четвертой степени

$$f\left(x\right) = x^4 + x + 1,$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \to \alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Произведения генерируют поле Галуа на циклической группе с 15 элементами:

$$\underset{0}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\alpha}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\alpha^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\alpha^3}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{\alpha^4 = 1 + \alpha^3}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\alpha^5 = 1 + \alpha + \alpha^3}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\alpha^6 = 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\alpha^7 = 1 + \alpha + \alpha^2}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{\alpha^8 = 1 + \alpha + \alpha^3}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\alpha^9 = 1 + \alpha^2}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\alpha^{10} = \alpha + \alpha^3}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\alpha^{11} = 1 + \alpha^2 + \alpha^3}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}},$$

$$\underset{\alpha^{12} = 1 + \alpha}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\alpha^{13} = \alpha + \alpha^2}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\alpha^{14} = \alpha^2 + \alpha^3}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\alpha^{15} = 1}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Имеем таблицы сумм и произведений при записи элементов согласно их степеням:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	13	10	5	4	11	9	14	7	3	6	15	2	8	12
2	2	13	0	14	11	6	5	12	10	15	8	4	7	1	3	10
3	3	10	14	0	15	12	7	6	13	11	1	9	5	8	2	4
4	4	5	11	15	0	1	13	8	7	14	12	2	10	6	9	3
5	5	4	6	12	1	0	2	14	9	8	15	12	3	11	7	10
6	6	11	5	7	13	2	0	3	15	10	9	1	14	4	12	8
7	7	9	12	6	8	14	3	0	4	1	11	10	2	15	5	13
8	8	14	10	13	7	9	15	4	0	5	9	12	11	3	1	6
9	9	7	15	11	14	8	10	1	5	0	6	3	13	12	4	2
10	10	3	8	1	12	15	9	11	2	6	0	7	4	14	13	5
11	11	6	4	9	2	13	1	10	12	3	7	0	8	5	15	14
12	12	15	7	5	10	3	14	2	11	13	4	8	0	9	6	1
13	13	2	1	8	6	11	4	15	3	12	14	5	9	0	10	7
14	14	8	3	2	9	7	12	5	1	4	13	15	6	10	0	11
15	15	12	9	4	3	10	8	13	6	2	5	14	1	7	11	0

,

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1
2	0	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2
3	0	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3
4	0	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4
5	0	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5
6	0	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6
7	0	8	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	7
8	0	9	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	7	8
9	0	10	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0	11	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	0	12	13	14	15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	0	13	14	15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	0	14	15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	0	15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

.

Имеем спектр полей F_9 на неприводимых матрицах второго порядка:

$$f(x) = x^2 + 1 \to A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

0	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

.

$$f(x) = x^2 + x + 2 \to B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

0	b	b^2	b^3	b^4	b^5	b^6	b^7	b^8
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

.

$$f(x) = x^2 + 2x + 2 \to C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

0	c	c^2	c^3	c^4	c^5	c^6	c^7	c^8
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

.

Изоморфные и неизоморфные поля конструируются на других «генераторах»:

0	x	x^2	x^3	x	x^5	x^6	x^7	x^8
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\2&2\end{pmatrix}$

,

0	x	x^2	x^3	x	x^5	x^6	$x+x^2$	$x+x^6$
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&1\end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}$

,

0	x	x^2	x^3	x	x^5	x^6	$1+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$

,

0	x	x^2	x^3	x	x^5	x^6	x^7	x^8
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\2&2\end{pmatrix}$

.

Сравним таблицы произведений для пары «генераторов»:

$\times$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix}$

,

$\times$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1.\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$

Таблицы иллюстрируют неизоморфность данной пары ситуаций.

Приложение 3. Операционная двойственность структурных элементов поля F_9

Структурные элементы поля F_9 на неприводимых матрицах второго порядка

$$f\left(x\right) = x^2 + 1 \to A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

с применением матричной операции таковы:

0	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

.

Произведения строк на строки меняет порядок генерации элементов:

0	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

.

Действие операции произведения строк на строки сохраняет и элементы и порядок:

$$f\left(x\right) = x^2 + x + 2 \to B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

0	b	b^2	b^3	b^4	b^5	b^6	b^7	b^8
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

.

Аналогичная ситуация складывается также на третьей модели данного поля:

$$f(x) = x^2 + 2x + 2 \to C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

0	c	c^2	c^3	c^4	c^5	c^6	c^7	c^8
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
0	1	2	x	$2x$	$1+x$	$1+2x$	$2+x$	$2+2x$
$\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

.

Проиллюстрируем расчет на произведениях строк на строки:

$$\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} * \underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \underset{x^2}{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}} * \underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \underset{x^3}{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}} * \underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \underset{x^4}{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}} * \underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} =$$

$$= \underset{x^5}{\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}} * \underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \underset{x^6}{\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}} * \underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \underset{x^7}{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} * \underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \underset{x^8}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Известно, что матрицам любой размерности присуща операционная множественность.

Она скрыта в теории полей. В частности, скрыта операционная двойственность из-за исторически сложившейся традиции применения стандартной матричной операции. Такой подход ограничил анализ свойствами натуральных чисел с их коммутативностью и ассоциативностью.

Операционная множественность расширяет и углубляет теорию и приложения не только моделей полей. Так принимаются во внимание фундаментальные аспекты Реальности: её объекты имеют множественные свойства.

Произведение матриц по строкам обеспечивает новую цикличность в их связях.

Перемножим по строкам матрицы группы перестановок:

$$\underset{x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \overset{l}{\times} x = \underset{x^2}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \overset{l}{\times} x = \underset{x^3}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \overset{l}{\times} x = \underset{x^4 = x}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

Операционная множественность может рассматриваться в качестве катализатора творческой активности с целью обнаружения новых свойств не только математических изделий, но также и объектов физической Реальности.

Приложение 4. Операционное различие группы Клейна и циклической группы

Выполним произведение строк на строки на элементах нормальной подгруппы группы перестановок из четырех элементов, названной группой Клейна. Имеем матрицы

$$\underset{(E)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{(a)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(b)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(c)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}.$$

Произведение строк на строки генерирует единую таблицу как на матричной, так и на строчной операциях:

$\overset{l}{\times}$	E	a	b	c
E	E	a	b	c
a	a	E	c	b
b	b	c	E	a
c	c	b	a	E

$\leftrightarrow$

$\overset{m}{\times}$	E	a	b	c
E	E	a	b	c
a	a	E	c	b
b	b	c	E	a
c	c	b	a	E

.

Таблица коммутативна и ассоциативна:

$$x * y = y * x, \qquad x * (y * z) = (x * y) * z.$$

Другая ситуация складывается на матрицах циклической группы перестановок:

$$\underset{(E)}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \underset{(\alpha)}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(\beta)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \underset{(\gamma)}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}.$$

Таблица матричных произведений коммутативна и ассоциативна. Таблица произведений строк на строки частично коммутативна и частично ассоциативна:

$\overset{l}{\times}$	E	α	β	γ
E	E	γ	β	α
α	α	E	γ	β
β	β	α	E	γ
γ	γ	β	α	E

$\rightarrow$

$$E\beta = \beta = \beta E,$$
$$\alpha\beta = \gamma \neq \beta\alpha = \alpha,$$
$$\alpha(\beta\gamma) = \beta \neq (\alpha\beta)\gamma = E,$$
$$\alpha(\gamma\beta) = E = (\alpha\gamma)\beta.$$

Приложение 5. Объектные аналоги и обобщения числового множества типа Пифагора

Матрицы, посредством которых задаются элементы объектного множества, имеют одинаковые значения, которые равны единице на каждом из мест в матрицах. Этот метод применен для того, чтобы исследовать общие свойства и стороны системы объектов без учета ряда деталей, которые задаются величинами. В частности, так учитывается независимость от пространственных размеров, а также от «могущества» исследуемых объектов. Конечно, так формулируется качественно новая задача: найти законы, которые не зависят от индивидуальных свойств объектов, таких как размеры и величины, которые задают их жизненные свойства.

По сути дела, учитывается только структурность объектов и наличие отношений между ними. Они могут иметь разную размерность и разные виды взаимных отношений.

С математической точки зрения для решения задачи в такой постановке требуется найти множества матриц, которые могут иметь любую конечную размерность, а также учесть требование, что это множество должно быть замкнуто относительно ассоциативной операции суммирования и неассоциативной операции произведения.

В частности, это могут быть, соответственно, операции структурного суммирования и операция комбинаторного произведения. Они обозначаются в модели символами суммы и произведения. Конечно, не исключаются и не запрещаются другие операции суммирования и произведения. Их наличие и анализ дополнит то, что получается, если применяются указанные операции суммирования и произведения.

Сконструируем систему, состоящую из матриц размерности 5 на основе расширения матричной группы с матрицами размерности 4. Введем множество

$$\underset{E}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\underset{a}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{b}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{c}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}}.$$

На их основе зададим матрицы размерности 5:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Применим к ним операцию трансляции значимых мест:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}\to\ldots$$

На этой операции получим множество матриц размерности 5:

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(2)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(3)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(4)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(5)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(6)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(7)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(8)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(9)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(10)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(11)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(12)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(13)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(14)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(15)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(16)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(17)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(18)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}},\underset{(19)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(20)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(21)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}},\underset{(22)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}},\underset{(23)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(24)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}},\underset{(25)}{\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}}.$$

Мы имеем 5 конформаций. Они едины с позиции их трансляционного конструирования и образуют замкнутую систему на спектре операций.

В частности, естественна генерация системы отношений между объектами на номерах значимых мест в системе матриц. В зависимости от того, как они расположены друг к другу, а также в зависимости от алгоритма сопоставления паре элементов третьего элемента меняется таблица отношений. Её можно рассматривать в качестве некоторого образа для создания моделей функциональных отношений в системе объектов.

Представим множество посредством номеров мест значимых элементов. Получим

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 13 & 19 & 25 \\ 1 & 10 & 14 & 18 & 22 \\ 1 & 9 & 12 & 20 & 23 \\ 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 1 & 8 & 15 & 17 & 24 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 8 & 14 & 20 & 21 \\ 2 & 6 & 15 & 19 & 23 \\ 2 & 10 & 13 & 16 & 24 \\ 2 & 7 & 12 & 17 & 22 \\ 2 & 9 & 11 & 18 & 25 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 9 & 15 & 16 & 22 \\ 3 & 7 & 11 & 20 & 24 \\ 3 & 6 & 14 & 17 & 25 \\ 3 & 8 & 13 & 18 & 23 \\ 3 & 10 & 12 & 19 & 21 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 10 & 11 & 17 & 23 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 25 \\ 4 & 7 & 15 & 18 & 21 \\ 4 & 9 & 14 & 19 & 24 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 & 6 & 12 & 18 & 24 \\ 5 & 9 & 13 & 17 & 21 \\ 5 & 8 & 11 & 19 & 22 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \\ 5 & 7 & 14 & 16 & 23 \end{vmatrix}.$$

Отношения между номерами можно задать по-разному, в частности, согласно произведениям по структуре расположения элементов в строках:

$$\begin{vmatrix} 1 & \times & 7 & = & 13 \\ 1 & \times & 10 & = & 14 \\ 1 & \times & 9 & = & 12 \\ 1 & \times & 6 & = & 11 \\ 1 & \times & 8 & = & 15 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 13 & \times & 15 & = & 16 \\ 13 & \times & 15 & = & 9 \\ 13 & \times & 15 & = & 18 \\ 13 & \times & 15 & = & 20 \\ 13 & \times & 15 & = & 8 \end{vmatrix},\ldots$$

В отдельном блоке произведения могут конструироваться по следующему элементу, стоящему после пары предыдущих элементов. Аналогично можно моделировать итог по паре элементов по элементу, который предшествует этой паре. Ситуация может быть обобщена посредством дополнительных ограничений и допущений.

Назовем модели отношений такого типа, основанные на учете мест расположения значимых элементов в матрицах, «программными» операциями. При учете всех элементов имеем спектр таблиц для отношений.

Числовое множество относится к категории примитивных множеств, как и множество Пифагора, если оно имеет 4 фундаментальных операционных свойства:

а) суммирование $a + b = c$,

б) произведение $ab = d$,

в) деление

$$\frac{ab}{c} = d \leftrightarrow ab = cd,$$

г) извлечение квадратного корня

$$\sqrt{ab} = e \leftrightarrow e^2 = ab.$$

Комодульное суммирование обеспечивает выполнение первого условия. Как комодульное, так и матричное произведение недостаточны для выполнения трех остальных условий, прежде всего, потому, что квадраты элементов не охватывают все множество.

Представим модель, которая частично пригодна для выполнения указанных условий на операции «программного» произведения:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
2	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
3	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
4	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
5	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
6	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
7	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
8	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
9	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
10	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
11	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
12	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
13	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
15	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
16	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
17	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
18	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
19	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
20	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
21	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
22	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
23	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
24	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
25	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16

$\overset{k}{\times}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	17	19	21	23	25	22	24	7	3	5	2	4
2	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
3	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
4	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
5	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
6	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
7	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
8	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
9	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
10	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
11	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
12	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
13	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2

$\overset{k}{\times}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
15	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
16	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
17	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
18	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
19	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
20	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
21	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
22	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
23	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
24	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
25	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5

Это произведение некоммутативно, и оно частично ассоциативно:

$$2\cdot 3=9, 3\cdot 2=6, 5\cdot 6=12, 6\cdot 5=9,$$
$$(14\cdot 2)3=6, 14(2\cdot 3)=6, (18\cdot 12)10=14, 18(12\cdot 10)=18,...$$

Принимая неассоциативность в качестве средства для описания информационного обмена между объектами, мы приближаем теорию к моделированию живых изделий.

Дополнительно введем в практику модели программных операций. Определим их как алгоритм перемены системы отношений между объектами согласно намерению или воле некоторого внешнего фактора. Это фактор может не учитывать ни предыдущую практику, ни объективные условия существования и взаимодействия объектов.

Представим один из вариантов программного суммирования:

a +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	12	13	14	15	11	2	3	4
2	23	24	25	21	22	13	14	15	11	12	3	4	5
3	24	25	21	22	23	14	15	11	12	13	4	5	1
4	25	21	22	23	24	13	11	12	13	14	5	1	2
5	21	22	23	24	25	11	12	13	14	15	1	2	3
6	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16	7	8	9
7	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17	8	9	10
8	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18	9	10	6
9	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19	10	6	7
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	6	7	8
11	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
12	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
13	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11

a +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
16	7	8	9	10	6	22	23	24	25	21	17	18	19
17	8	9	10	6	7	23	24	25	21	22	18	19	20
18	9	10	6	7	8	24	25	21	22	23	19	20	16
19	10	6	7	8	9	25	21	22	23	24	20	16	17
20	6	7	8	9	10	21	22	23	24	25	16	17	18
21	17	18	19	20	16	2	3	4	5	1	22	23	24
22	18	19	20	16	17	3	4	5	1	2	23	24	25
23	19	20	16	17	18	4	5	1	2	3	24	25	21
24	20	16	17	18	19	5	1	2	3	4	25	21	22
25	16	17	18	19	20	1	2	3	4	5	21	22	23

a +	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	5	1	7	8	9	10	6	17	18	19	20	16
2	1	2	8	9	10	6	7	18	19	20	16	17
3	2	3	9	10	6	7	8	19	20	16	17	18
4	3	4	10	6	7	8	9	20	16	17	18	19
5	4	5	6	7	8	9	10	16	17	18	19	20
6	10	6	22	23	24	25	21	2	3	4	5	1
7	6	7	23	24	25	21	22	3	4	5	1	2
8	7	8	24	25	21	22	23	4	5	1	2	3
9	8	9	25	21	22	23	24	5	1	2	3	4
10	9	10	21	22	23	24	25	1	2	3	4	5
11	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
12	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
13	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23

a +	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
15	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	20	16	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1
17	16	17	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2
18	17	18	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3
19	18	19	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4
20	19	20	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
21	25	21	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6
22	21	22	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7
23	22	23	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8
24	23	24	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9
25	24	25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Естественно, что введенное нами программное суммирование будет генерировать новые функциональные законы. Ниоткуда не следует, что привычная для практики система отношений максимально полезна и эффективна. У неё могут быть свои достоинства и недостатки, которые подтверждаются только практикой жизни. Однако даже формальное наличие пары суммирований позволяет расширить и рассматривать спектр функциональных условий, которые полностью или частично выполняются в границах объектного многообразия.

Структурное суммирование определено так: суммируются по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц, номера мест значимых элементов по строкам матриц. Такой подход достаточен для расчетов, так как он не выводит модель за рамки принятой системы конформаций.

Стандартная таблица структурного суммирования такова:

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10
2	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6
3	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7
4	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8
5	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9
6	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23
7	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24
8	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25
9	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21
10	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22
11	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4
12	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5
13	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1

,

$\overset{st}{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2
15	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3
16	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
17	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11
19	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
21	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19
22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20
23	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16
24	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17
25	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18

,

$\overset{st}{+}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
2	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12
3	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
4	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	4
5	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
6	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
7	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1
8	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
9	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
10	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
11	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16
12	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
13	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18

,

$\overset{st}{+}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
15	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
16	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
17	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
18	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
20	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7
22	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
23	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
24	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
25	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6

.

Таблица удобна для применений. Она позволяет получить качественно новые функциональные условия и результаты, относящиеся к структуре и свойствам алгебр.

Заметим, что на этой основе обнаруживаются новые грани теории перестановок.

При трансляционной операции значимые элементы сдвигаются в каждой строке по заданному алгоритму. При матричной операции базовая матрица рассматривается в разных степенях. Анализ показал, что в некоторых случаях обе указанные операции генерируют одни и те же множества.

Ситуация операционно и функционально обогащается при расширении спектра операций. Комбинаторное произведение строк на строки задается таблицей:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
2	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
3	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
4	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
5	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
7	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
8	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14
9	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
10	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6
12	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
13	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
14	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
15	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
17	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
20	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
23	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18
24	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
25	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16

Аналогично комбинаторным произведениям имеем таблицу матричных произведений:

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
2	2	3	4	5	1	10	6	7	8	9	14	15	11	12	13	16	17	18	19	20	23	24	25	21	22
3	3	4	5	1	2	9	10	6	7	8	12	13	14	15	11	16	17	18	19	20	25	21	22	23	24
4	4	5	1	2	3	8	9	10	6	7	15	11	12	13	14	16	17	18	19	20	22	23	24	25	21
5	5	1	2	3	4	7	8	9	10	6	13	14	15	11	12	16	17	18	19	20	24	25	21	22	23

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	23	24	25	21	22	16	17	18	19	20	14	15	11	12	13
7	7	8	9	10	6	5	1	2	3	4	21	22	23	24	25	16	17	18	19	20	11	12	13	14	15
8	8	9	10	6	7	4	5	1	2	3	24	25	21	22	23	16	17	18	19	20	13	14	15	11	12
9	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14
10	10	6	7	8	9	2	3	4	5	1	25	21	22	23	24	16	17	18	19	20	12	13	14	15	11

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	11	12	13	14	15	25	21	22	23	24	7	8	9	10	6	16	17	18	19	20	1	2	3	4	5
12	12	13	14	15	11	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9	16	17	18	19	20	3	4	5	1	2
13	13	14	15	11	12	23	24	25	21	22	8	9	10	6	7	16	17	18	19	20	5	1	2	3	4
14	14	15	11	12	13	22	23	24	25	21	6	7	8	9	10	16	17	18	19	20	2	3	4	5	1
15	15	11	12	13	14	21	22	23	24	25	9	10	6	7	8	16	17	18	19	20	4	5	1	2	3

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	16	17	18	19	20	20	16	17	18	19	16	17	18	19	20	16	17	18	19	20	16	17	18	19	20
17	17	18	19	20	16	19	20	16	17	18	19	20	16	17	18	16	17	18	19	20	18	19	20	16	17
18	18	19	20	16	17	18	19	20	16	17	17	18	19	20	16	16	17	18	19	20	20	16	17	18	19
19	19	20	16	17	18	17	18	19	20	16	20	16	17	18	19	16	17	18	19	20	17	18	19	20	16
20	20	16	17	18	19	16	17	18	19	20	18	19	20	16	17	16	17	18	19	20	19	20	16	17	18

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	21	22	23	24	25	15	11	12	13	14	1	2	3	4	5	16	17	18	19	20	7	8	9	10	6
22	22	23	24	25	21	14	15	11	12	13	4	5	1	2	3	16	17	18	19	20	9	10	6	7	8
23	23	24	25	21	22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	16	17	18	19	20	6	7	8	9	10
24	24	25	21	22	23	12	13	14	15	11	5	1	2	3	4	16	17	18	19	20	8	9	10	6	7
25	25	21	22	23	24	11	12	13	14	15	3	4	5	1	2	16	17	18	19	20	10	6	7	8	9

На основе записи матриц множества числами с номерами мест значимых элементов зададим новую модель «авторитарного произведения. В ней первый элемент в строке при связи с иным ее элементом задает последующий элемент строки.

1	1	7	13	19	25	2	8	14	20	21	3	9	15	16	22	4	10	11	17	23	5	6	12	18	24	1
2	2	10	14	18	22	3	6	15	19	23	4	7	11	20	24	5	8	12	16	25	1	9	13	17	21	2
3	3	9	12	20	23	4	10	13	16	24	5	6	14	17	25	1	7	15	18	21	2	8	11	19	22	3
4	4	6	11	16	21	5	7	12	17	22	1	8	13	18	23	2	9	14	19	24	3	10	15	20	25	4
5	5	8	15	17	24	1	9	11	18	25	2	10	12	19	21	3	6	13	20	22	4	7	14	16	23	5

6	6	13	7	19	25	1	8	14	20	21	2	15	16	22	3	10	11	17	23	4	12	18	24	5	9	6
7	7	14	10	18	22	2	6	15	19	23	3	11	20	24	4	8	12	16	25	5	9	13	14	21	1	7
8	8	12	9	20	23	3	10	13	16	24	4	6	14	17	25	5	7	15	18	21	1	11	19	22	2	8
9	9	11	6	16	21	4	7	12	17	22	5	8	13	18	23	1	14	19	24	2	10	15	20	25	3	9
10	10	15	8	17	24	5	9	11	18	25	1	12	19	21	2	6	13	20	12	3	7	14	16	23	4	10

11	11	19	13	25	1	7	14	20	21	2	8	15	16	22	3	9	17	23	4	10	12	18	24	5	6	11
12	12	18	14	22	2	10	15	19	23	3	6	11	20	24	4	7	16	25	5	8	13	17	21	1	9	12
13	13	20	12	23	3	9	16	24	4	10	14	17	25	5	6	15	18	21	1	7	11	19	22	2	8	13
14	14	16	15	21	4	6	12	17	22	5	7	13	18	23	1	8	19	24	2	9	11	20	25	3	10	14
15	15	17	11	24	5	8	18	25	1	9	12	19	21	2	10	13	20	22	3	6	14	16	23	4	7	15

16	16	25	19	1	7	13	20	21	2	8	14	22	3	9	15	17	23	4	10	11	18	24	5	6	12	16
17	17	22	18	2	10	14	19	23	3	6	15	20	24	4	7	11	16	25	5	8	12	21	1	9	13	17
18	18	23	20	3	9	12	16	24	4	10	13	17	25	5	6	14	21	1	7	15	19	22	22	8	11	18
19	19	21	16	4	6	11	17	22	5	7	12	18	23	1	8	13	24	2	9	14	20	25	3	10	15	19
20	20	24	17	5	8	15	18	25	1	9	11	19	21	2	10	12	22	3	6	13	16	23	4	7	14	20

21	21	1	25	7	13	19	2	8	14	20	22	3	9	15	16	23	4	10	11	17	24	5	6	12	18	20
22	22	2	10	14	18	23	3	6	15	19	24	4	7	11	20	25	5	8	12	16	21	1	9	13	17	21
23	23	3	9	12	20	24	4	10	13	16	25	5	6	14	17	21	1	7	15	18	22	2	8	11	19	23
24	24	4	21	6	11	16	22	5	7	12	17	23	1	8	13	18	2	9	14	19	25	3	10	15	20	24
25	25	5	24	8	15	17	1	9	11	18	21	2	10	12	19	22	3	6	13	20	23	4	7	14	16	25

Приложение 6. Функциональная специфика объектного множества M^{25}

Объектное множество M^{25} объединяет 25 матриц различной структуры на операциях ассоциативного и неассоциативного типа. Анализ его функциональных свойств обеспечивает условия для конструирования законов, действующих в таком множестве. Среди элементов мы имеем матрицы группы перестановок, что косвенно задает связи данного множества и его законов с условиями разрешимости в радикалах алгебраических уравнений степени 5.

Расположим 25 элементов множества в таблицу согласно номерам элементов, заданных натуральными числами, приняв «вертикальное» соответствие между ними в функциональном смысле слова:

a	b	c	d	e
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

.

Проанализируем на комбинаторной и матричной операции закон

$$\alpha = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^3 .$$

Получим одинаковые итоговые значения на разных конформациях:

$\alpha_{1m}^{k} =$

$k\ +$	16	16	16	16	16	=	20
+	$1 \cdot 1$	$2 \cdot 2$	$3 \cdot 3$	$4 \cdot 4$	$5 \cdot 5$		
$m\ +$	1	3	5	2	4	=	20

,

$\alpha_{2m}^{k} =$

$k\ +$	16	16	16	16	16	=	20
+	$6 \cdot 6$	$7 \cdot 7$	$8 \cdot 8$	$9 \cdot 9$	$10 \cdot 10$		
$m\ +$	1	1	1	1	1	=	20

,

$\alpha_{3m}^{k} =$

$k\ +$	16	16	16	16	16	=	20
+	$11 \cdot 11$	$12 \cdot 12$	$13 \cdot 13$	$14 \cdot 14$	$15 \cdot 15$		
$m\ +$	7	6	10	9	8	=	20

,

$\alpha_{4m}^{k} =$

$k\ +$	16	16	16	16	16	=	20
+	$16 \cdot 16$	$17 \cdot 17$	$18 \cdot 18$	$19 \cdot 19$	$20 \cdot 20$		
$m\ +$	16	17	18	19	20	=	20

,

$\alpha_{1m}^{k} =$

$k\ +$	16	16	16	16	16	=	20
+	$21 \cdot 21$	$22 \cdot 22$	$23 \cdot 23$	$24 \cdot 24$	$25 \cdot 25$		
$m\ +$	7	10	8	6	9	=	20

.

Закон $\beta = ab + bc + cd + de + ea$ иллюстрирует такие данные:

k +	17	17	17	17	17	=	20
+	1 · 2	2 · 3	3 · 4	4 · 5	5 · 1		
m +	2	4	1	3	5	=	20

,

k +	17	17	17	17	17	=	20
+	6 · 7	7 · 8	8 · 9	9 · 10	10 · 6		
m +	2	2	2	2	2	=	20

,

k +	17	17	17	17	17	=	20
+	11 · 12	12 · 13	13 · 14	14 · 15	15 · 11		
m +	8	7	6	10	9	=	20

,

k +	17	17	17	17	17	=	20
+	16 · 17	17 · 18	18 · 19	19 · 20	20 · 16		
m +	17	18	19	20	16	=	20

,

k +	17	17	17	17	17	=	20
+	21 · 22	22 · 23	23 · 24	24 · 25	25 · 21		
m +	8	6	9	7	10	=	20

.

Закон $\beta = ac + ce + eb + bd + da$ иллюстрирует новые данные:

k +	18	18	18	18	18	=	20
+	1 · 3	3 · 5	5 · 2	2 · 4	4 · 1		
m +	3	2	1	5	4	=	20

,

k +	18	18	18	18	18	=	20
+	6 · 8	8 · 10	10 · 7	7 · 9	9 · 6		
m +	3	3	3	3	3	=	20

,

k +	18	18	18	18	18	=	20
+	11 · 13	13 · 15	15 · 12	12 · 14	14 · 11		
m +	9	7	10	8	6	=	20

,

k +	18	18	18	18	18	=	20
+	16 · 18	18 · 20	20 · 17	17 · 19	19 · 16		
m +	18	20	17	19	16	=	20

,

k +	18	18	18	18	18	=	20
+	21 · 23	23 · 25	25 · 22	22 · 24	24 · 21		
m +	9	10	6	7	8	=	20

.

Закон $\beta = ad + db + be + ec + ca$ иллюстрирует аналогичные данные:

k +	19	19	19	19	19	=	20
+	1 · 4	4 · 2	2 · 5	5 · 3	3 · 1		
m +	4	5	1	2	3	=	20

,

k +	19	19	19	19	19	=	20
+	6 · 9	9 · 7	7 · 10	10 · 8	8 · 6		
m +	4	4	4	4	4	=	20

,

k +	19	19	19	19	19	=	20
+	11 · 14	14 · 12	12 · 15	15 · 13	13 · 11		
m +	10	7	9	6	8	=	20

,

k +	19	19	19	19	19	=	20
+	16 · 19	19 · 17	17 · 20	20 · 18	18 · 16		
m +	9	17	20	18	16	=	20

,

k +	19	19	19	19	19	=	20
+	21 · 24	24 · 22	22 · 25	25 · 23	23 · 21		
m +	10	9	8	7	6	=	20

.

Закон $\beta = ae + ed + dc + cb + ba$ иллюстрирует такие данные:

k +	20	20	20	20	20	=	20
+	1 · 5	5 · 4	4 · 3	3 · 2	2 · 1		
m +	5	3	1	4	2	=	20

,

k +	20	20	20	20	20	=	20
+	6 · 10	10 · 9	9 · 8	8 · 7	7 · 6		
m +	5	5	5	5	5	=	20

,

k +	20	20	20	20	20	=	20
+	11 · 15	15 · 14	14 · 13	13 · 12	12 · 11		
m +	6	1	8	9	10	=	20

,

k +	20	20	20	20	20	=	20
+	16 · 20	20 · 19	19 · 18	18 · 17	17 · 16		
m +	20	19	18	17	16	=	20

,

k +	20	20	20	20	20	=	20
+	21 · 25	25 · 24	24 · 23	23 · 22	22 · 21		
m +	6	8	10	7	9	=	20

.

Закон $\beta = ac + bd + ca + db + e^2$ подтверждает данные предыдущих расчетов:

k +	18	18	19	19	16	=	20
+	1 · 3	2 · 4	3 · 1	4 · 2	5 · 5		
m +	3	5	3	5	4	=	20

,

k +	18	18	19	19	16	=	20
+	6 · 8	7 · 9	8 · 6	9 · 7	10 · 10		
m +	3	3	4	4	1	=	20

,

k +	18	18	19	19	16	=	20
+	11 · 13	12 · 14	13 · 11	14 · 12	15 · 15		
m +	9	8	8	7	8	=	20

,

k +	18	18	19	19	16	=	20
+	16 · 18	17 · 19	18 · 16	19 · 17	20 · 20		
m +	18	19	16	17	20	=	20

,

k +	18	18	19	19	16	=	20
+	21 · 23	22 · 24	23 · 21	24 · 22	25 · 25		
m +	9	7	6	9	9	=	20

.

Структуру связей подтверждает закон $\beta = ab + ba + cd + de + ec$:

k +	17	20	17	17	19	=	20
+	1 · 2	2 · 1	3 · 4	4 · 5	5 · 3		
m +	2	2	1	3	2	=	20

,

k +	17	20	17	17	19	=	20
+	6 · 7	7 · 6	8 · 9	9 · 10	10 · 8		
m +	2	5	2	2	4	=	20

,

k +	17	20	17	17	19	=	20
+	11 · 12	12 · 11	13 · 14	14 · 15	15 · 13		
m +	8	10	6	10	6	=	20

,

k +	17	20	17	17	19	=	20
+	16 · 17	17 · 16	18 · 19	19 · 20	20 · 18		
m +	17	16	19	20	18	=	20

,

k +	17	20	17	17	19	=	20
+	21 · 22	22 · 21	23 · 24	24 · 25	25 · 23		
m +	8	9	9	7	7	=	20

.

Первые 5 примеров иллюстрируют функциональные свойства на циклической группе:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Последующие примеры относятся к четному и нечетному элементам группы перестановок:

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\qquad\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

В пределах конформаций функциональные свойства на матрицах группы перестановок не зависят от того, применяем ли мы на функциях ассоциативную или неассоциативную операции.

Эта «тонкость» косвенно свидетельствует, что у Тел и Сознаний есть аналогия в применении групп перестановок, что соответствует жизненной практике.

Функции на элементах из разных конформаций разрушают аналогию в свойствах ассоциативной и неассоциативной операций.

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

k +	14	19	1	4	17	=	20
+	$1\cdot10$	$10\cdot8$	$8\cdot17$	$17\cdot5$	$5\cdot1$		
m +	10	4	17	16	5	=	1

,

k +	24	21	13	2	25	=	20
+	$12\cdot20$	$20\cdot25$	$25\cdot17$	$17\cdot3$	$3\cdot12$		
m +	20	18	17	19	13	=	13

,

k +	18	21	8	25	24	=	20
+	$3\cdot5$	$5\cdot15$	$15\cdot21$	$21\cdot6$	$6\cdot3$		
m +	2	12	4	15	8	=	25

,…

Достижение состояния объектного нуля, рассматриваемого в качестве критерия равновесия с объектной Реальностью на той или иной модели функций, свидетельствует о возможностях и специфике информационного взаимодействия. На телесном, ассоциативном взаимодействии тот же результат либо не достигается, либо базируется на системе функций, не гармоничных для информационного взаимодействия.

Приложение 7. Закон взаимодействия подмножеств в объектных множествах

Свободно выберем, например, два подмножества по 6 элементов из множества M^{36}

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6,$$
$$B = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6.$$

Зададим связь между их элементами на основе одного из элементов группы перестановок

*	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
a_1	0	1	0	0	0	0
a_2	0	0	0	1	0	0
a_3	1	0	0	0	0	0
a_4	0	0	1	0	0	0
a_5	0	0	0	0	0	1
a_6	0	0	0	0	1	0

,

$$C = a_1 b_2 + a_2 b_4 + a_3 b_1 + a_4 b_3 + a_5 b_6 + a_6 b_5.$$

В модели применим неассоциативное комбинаторное произведение и комодульную сумму. В итоге генерируется фундаментальный закон

$$ABC = 18 = 0^*.$$

Если подмножество содержит один «ненулевой» элемент, его дополняют объектные нули с номерами 18. Например, имеем такую модель:

$$A = 18 + 34 + 18 + 18 + 18 + 18 = 34,$$
$$B = 18 + 18 + 18 + 18 + 25 + 18 = 25,$$
$$C = 18 \cdot 18 + 34 \cdot 18 + 18 \cdot 18 + 18 \cdot 18 + 18 \cdot 18 + 18 \cdot 25 =$$
$$= 13 + 33 + 13 + 13 + 13 + 26 = 33 + 26 + 16 = 3,$$
$$ABC = 34 \cdot 25 \cdot 3 = 18.$$

В общей ситуации получим подтверждение указанного закона:

$$A = 21 + 30 + 4 + 5 + 31 + 22 = 5, \qquad B = 7 + 16 + 2 + 18 + 10 + 11 = 28,$$

$$C = 21 \cdot 16 + 30 \cdot 18 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 2 + 31 \cdot 11 + 22 \cdot 10 =$$
$$= 26 + 19 + 28 + 16 + 23 + 31 = 35,$$
$$ABC = 5 \cdot 28 \cdot 35 = 18.$$

При меньшем количестве ненулевых элементов закон выполняется, утверждая ментально ощущаемую истину, что изделия влияют друг на друга согласованно с «невидимым» миром.

Выполним аналогичные расчеты в объектном множестве M^{25}. Анализ проведем на одной из матриц группы перестановок.

Получим такие данные:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{array}{ccccccccc} & \multicolumn{8}{l}{\Omega = 1\cdot 4 + 2\cdot 5 + 3\cdot 2 + 4\cdot 3 + 5\cdot 1,} \\ \xi_i & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & & \sum \xi_i \\ A & 6 & 14 & 10 & 17 & 25 & = & 15, \\ B & 12 & 8 & 7 & 18 & 23 & = & 11, \\ C & 1 & 2 & 5 & 13 & 9 & = & 19. \end{array}$$

$$A * B = 6\cdot 18 + 14\cdot 23 + 10\cdot 8 + 17\cdot 7 + 24\cdot 12 = 16 = C_a,$$
$$B * C = 12\cdot 13 + 8\cdot 9 + 7\cdot 2 + 18\cdot 5 + 23\cdot 1 = 23 = C_b,$$
$$C * A = 1\cdot 17 + 2\cdot 25 + 5\cdot 14 + 13\cdot 10 + 9\cdot 6 = 11 = C_c.$$

$$\Omega_1 = 15\cdot 11\cdot 16 = 20 = 0^*,$$
$$\Omega_1 = 11\cdot 19\cdot 23 = 20 = 0^*,$$
$$\Omega_1 = 19\cdot 15\cdot 111 = 20 = 0^*.$$

Выполним аналогичные расчеты на другой матице из группы перестановок:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{array}{ccccccccc} & \multicolumn{8}{l}{\Omega = 1\cdot 2 + 2\cdot 4 + 3\cdot 1 + 4\cdot 5 + 5\cdot 3,} \\ \xi_i & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & & \sum \xi_i \\ A & 6 & 14 & 10 & 17 & 25 & = & 15, \\ B & 12 & 8 & 7 & 18 & 23 & = & 11, \\ C & 1 & 2 & 5 & 13 & 9 & = & 19. \end{array}$$

$$A * B = 6\cdot 8 + 14\cdot 18 + 10\cdot 12 + 17\cdot 23 + 24\cdot 7 = 16 = C_a,$$
$$B * C = 12\cdot 2 + 8\cdot 13 + 7\cdot 1 + 18\cdot 9 + 23\cdot 5 = 23 = C_b,$$
$$C * A = 1\cdot 14 + 2\cdot 17 + 5\cdot 6 + 13\cdot 25 + 9\cdot 10 = 11 = C_c.$$

$$\Omega_1 = 15\cdot 11\cdot 16 = 20 = 0^*,$$
$$\Omega_1 = 11\cdot 19\cdot 23 = 20 = 0^*,$$
$$\Omega_1 = 19\cdot 15\cdot 111 = 20 = 0^*.$$

Результаты получаются одинаковые (с точки зрения действующего закона) на каждой из матриц группы перестановок из 5 элементов. Они инвариантны относительно «фундамента» для связи элементов в паре подмножеств. Они инвариантны также относительно состава анализируемых подмножеств.

Ситуация не меняется также, если подмножества составлены из «нулевых» и ненулевых элементов объектного множества. Другими словами, «одиночество» выглядит нетривиально в теории объектных множеств: один элемент находится, по меньшей мере, среди множества объектных нулей. Они как-бы только сосуществуют с ним, но оказывают влияние на те объекты, с которыми взаимодействует данный объект.

Приложение 8. Подмножества *неполевого* порядка на ассоциированных операциях

В математике принята точка зрения, что подмножества подчинены тем операциям, на которых функционирует все множество и *полевые* подмножества не могут иметь порядки в форме произведения простых чисел. Это ограничение исчезает на операциях, которые ассоциированы с базовыми операциями.

Проиллюстрируем такую специфику отношений на примере объектного множества M^{25}. Оно состоит из 5 конформаций A, B, C, D, E, каждая из них содержит по 5 матриц с разной структурой. Множество замкнуто на ассоциативной операции комодульного суммирования и на неассоциативной операции произведения.

Только конформация с обозначением D замкнута на этих же операциях.

На ассоциированных операциях мы имеем подмножества порядка 10, 15, которые замкнуты на «своих» операциях, обеспечивая выход за границы теории полей, не допускающих такую возможность.

Таблицы сумм и произведений для конформаций таковы:

+	A	B	C	D	E
A	E	D	B	A	C
B	D	C	E	B	A
C	B	E	A	C	D
D	A	B	C	D	E
E	C	A	D	E	B

,

×	A	B	C	D	E
A	D	C	E	B	A
B	E	D	B	A	C
C	C	A	D	E	B
D	A	B	C	D	E
E	B	E	A	C	D

.

Номера элементов в конформациях соответствуют их обозначениям в базовом множестве:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix},$$
$$D = \begin{bmatrix} 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 21 & 22 & 23 & 24 & 25 \end{bmatrix}.$$

Данному объектному множеству чужды операционно замкнутые пары, которыми управляют указанные операции. При конструировании составных операций задача имеет решение.

Эффект обеспечивает связь элемента с парой их последующих на таких операциях:

$$x \tilde{+} y = (x + y)(xy)$$

$\tilde{+}$	A	B	C	D	E
A	C	C	C	C	C
B	E	E	E	E	E
C	B	B	B	B	B
D	D	D	D	D	D
E	A	A	A	A	A

,

$$x \times y$$

×	A	B	C	D	E
A	D	C	E	B	A
B	E	D	B	A	C
C	C	A	D	E	B
D	A	B	C	D	E
E	B	E	A	C	D

,

$$A \tilde{+} A \tilde{+} A = B, B \tilde{+} B \tilde{+} B = A, \qquad A \times A \times A = A, B \times B \times B = B,$$
$$A \tilde{+} B \tilde{+} B = B, B \tilde{+} A \tilde{+} A = A, \qquad A \times B \times B = A, B \times A \times A = B.$$

На ассоциированных операциях

$$x \hat{+} y \to x + y \times y, \qquad x \hat{\times} y \to \left(x \times y\right) + \left(y \times x\right)$$

замкнуты 2 подмножества, состоящие из 15 элементов

$$\left[A\,B\,D \qquad C\,D\,E\right].$$

Введем пару новых операций:

$$x \breve{+} y = x + y + y$$

$\breve{+}$	A	B	C	D	E
A	B	B	B	B	B
B	A	A	A	A	A
C	E	E	E	E	E
D	D	D	D	D	D
E	C	C	C	C	C

,

$$x \tilde{\times} y = \left(x \times y\right) + \left(y \times x\right)$$

$\tilde{\times}$	A	B	C	D	E
A	D	D	D	D	D
B	D	D	D	D	D
C	D	D	D	D	D
D	D	D	D	D	D
E	D	D	D	D	D

.

Получим таблицы значений на тройках элементов. Они простые из-за произведения:

$\breve{+}$	A	B	D
A	B	B	B
B	A	A	A
D	D	D	D

,

$\breve{+}$	C	D	E
C	C	C	C
D	D	D	D
E	E	E	E

.

Ситуация приобретает новые черты на других операциях:

$$x \overset{\frown}{\times} y = x \times y + y$$

$\overset{\frown}{\times}$	A	B	C	D	E
A	A	D	C	D	E
B	A	B	C	D	E
C	A	B	C	D	E
D	A	B	C	D	E
E	A	B	C	D	E

,

$$x \overset{\frown}{+} y = x + y \times y$$

$\overset{\frown}{+}$	A	B	C	D	E
A	B	B	B	B	B
B	A	A	A	A	A
C	E	E	E	E	E
D	D	D	D	D	D
E	C	C	C	C	C

.

Неассоциативная операция произведения превратилась в ассоциативную операцию

$$\left(x \overset{\frown}{\times} y\right) \overset{\frown}{\times} z = z = x \overset{\frown}{\times} \left(y \overset{\frown}{\times} z\right).$$

Ассоциативная операция суммирования превратилась в неассоциативную операцию

$$\left(x \overset{\frown}{+} y\right) \overset{\frown}{+} z \neq x \overset{\frown}{+} \left(y \overset{\frown}{+} z\right).$$

Приложение 9. Новые грани поля F_9

Сравним решения Виета для пары квадратных алгебраических уравнений:

$$x^2 - 2x - 1 = 0, \qquad x^2 + x + 2 = 0,$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}, \qquad x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{7}}{2}.$$

В первой модели решения выражаются в радикалах (на суммах, произведениях и корнях от натуральных чисел), во втором случае анализ предъявляет дополнительный элемент в форме комплексной единицы.

Сопровождающая матрица у пары уравнений одна и та же, если во второй матрице выполнить аддитивную коррекцию элементов по модулю числа 3:

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \leftrightarrow x = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

На матричном произведении с расчетом по модулю числа 3 генерируются 8 элементов. При их дополнении нулевой матрицей генерируется модель поля F_9 с такими слагаемыми:

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
$0 \to 0$	$x \to 1$	$x^2 \to 2$	$x^3 \to 3$	$x^4 \to 4$	$x^5 \to 5$	$x^6 \to 6$	$x^7 \to 7$	$x^8 \to 8$

При их обозначениях натуральными числами получим пару таблиц:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	5	8	4	6	0	3	2	7
2	2	8	6	1	5	7	0	4	3
3	3	4	1	7	2	6	8	0	5
4	4	6	5	2	8	3	7	1	0
5	5	0	7	6	3	1	4	8	2
6	6	3	0	8	7	4	2	5	1
7	7	2	4	0	1	8	5	3	6
8	8	7	3	5	0	2	1	6	4

,

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	2	3	4	5	6	7	8	1
2	0	3	4	5	6	7	8	1	2
3	0	4	5	6	7	8	1	2	3
4	0	5	6	7	8	1	2	3	4
5	0	6	7	8	1	2	3	4	5
6	0	7	8	1	2	3	4	5	6
7	0	8	1	2	3	4	5	6	7
8	0	1	2	3	4	5	6	7	8

.

Таблицы удобны для анализа спектра свойств поля, не исключая и фундаментальные законы. В частности, элементы поля подчинены уравнению Диофанта-Брахмагупты-Фибоначчи

$$\left(a^2 + b^2\right)\left(c^2 + d^2\right) = \left(ac + bd\right)^2 + \left(ad - bc\right)^2,$$

которое функционально «сближает» их с натуральными и объектными числами.

Приложение 10. Структурно-операционное единство полей и садов

Традиционно поля анализируются на множествах, объединяющих числа из натурального ряда с «воображаемыми» «числами», свойства которых функционально задаются согласно алгоритму вычетов по модели неприводимых алгебраических условий. Их математическая и естественнонаучная полезность и глубина не поняты и не раскрыты за несколько столетий. Не так просто и легко добыть истину, когда только часть её доступна исследователям и ряду экспериментальных средств.

Иногда элементы полей заданы сопровождающими или иными матрицами, приближая теорию поля к расчетным моделям естествознания, каждая из которых может быть задана матрицами. С другой стороны, так обеспечивается аналогия с элементами садов, задаваемых матрицами со сложной структурой.

Принципиальное различие полей и садов имеет место на действующих операциях. Поля ассоциативны и коммутативны, а также подчинены условию дистрибутивности. Модели садов неассоциативны, некоммутативны, условие дистрибутивности в них не выполняется. Таковы многократно представленные объектные множества.

На первый взгляд мы имеем в распоряжении разные «миры» без явной возможности их объединения и единого применения.

Анализ свидетельствует, обратно, что поля и сады можно рассматривать как два берега одной реки фактов, между которыми бурлит «вода» разнообразной практики из жизни структурных изделий. Нужны и полезны поля и сады. Они дают нам математические инструменты, отображающие океан структурных изделий с отношениями между ними.

Объединение полей и садов частично реализуется на элементах матричной структуры, не отрицая другие варианты и возможности структуризации, что иллюстрируют, в частности так называемые «воображаемые» числа. Алгоритм генерации объединенных (цветовых) операций дополнительно подтверждает, что поля и сады едины. Проиллюстрируем ситуацию на паре таких операций, приняв за основу матричную модель поля F_9 на сопровождающей матрице функции $f(x) = x^2 + x + 2$.

По аналогии с садами мы получим неассоциативные таблицы на паре ассоциативных таблиц для поля F_9 с матричными элементами:

$x \hat{\times} y = x \times y + y$

$\hat{\times}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	8	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	5	6	7	8	1	2	3
3	3	6	7	8	1	2	3	4	5
4	4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	5	3	4	5	6	7	8	1	2
6	6	2	3	4	5	6	7	8	1
7	7	7	8	1	2	3	4	5	6
8	8	3	6	7	8	1	2	3	4

,

$x \tilde{\times} y = x + x \times y$

$\tilde{\times}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	8	4	6	0	3	2	7	5
2	2	1	5	7	0	4	3	8	6
3	3	2	6	8	0	5	4	1	7
4	4	3	7	1	0	6	5	2	8
5	5	4	8	2	0	7	6	3	1
6	6	5	1	3	0	8	7	4	2
7	7	6	2	4	0	1	8	5	3
8	8	7	3	5	0	2	1	6	4

.

Сады имеют и ассоциативную и неассоциативную операцию самостоятельно, по их сути.

Приложение 11. Фундаментальные свойства объектного множества M^{36}

Конформация объектного множества с элементами в натуральных числах

$$A \Rightarrow [13, 14, 15, 16, 17, 18]$$

замкнута на комодульной операции суммирования и на матричной операции, а также на неассоциативной комбинаторной операции, предъявляя модель сада (квазиполя) с шестью элементами в форме матриц.

Дополнив её еще одной конформацией с элементами

$$B \Rightarrow [31, 32, 33, 34, 35, 36],$$

мы получаем замкнутое на сумме и произведении множество из 12 матричных элементов, так как

+	A	B
A	A	B
B	B	A

,

×	A	B
A	A	B
B	B	A

.

Эти «штрихи» к модели садов иллюстрируют их качественное отличие от моделей полей не только по структуре элементов и по действующим операциям, но и по порядку множеств.

Простой проверкой легко убедиться в корректности ряда функциональных законов:

$$abcd = cdba, \qquad bcda = dabc,$$
$$abcd + bcda = 14 = cdab + dabc,$$
$$abcd + bcda + cdab + dabc = 16,$$
$$a(bc) + (ab)c + a(cb) + (ac)b = 16,$$
$$a(bcde) + b(cdea) + c(deab) + d(eabc) + e(abcd) + a + b + c + d + e = 16, \ldots$$

Объектное множество функционально «различает» четное и нечетное количество элементов в некоторых функциях:

$$ab + ba = 14,$$
$$abccba = 13 = (abc)(cba),$$
$$abcd + dcba = 14,$$
$$abcdeedcba = 13 = (abcde)(edcba),$$
$$abcdef + fedcba = 14,$$
$$abccba + abcdef + fedcba = 13 + 14 = 15, \ldots$$

Простейшим способом суммирования функций с четным и нечетным количеством элементов мы вправе генерировать новые алгебры, обеспечивая, в том числе, модель объектного нуля

$$abccba + klmn + nmlk + srttrs + gfpn + npfg = 15 + 15 = 18 = 0^{*}.$$

Множественность генерации объектного нуля есть фундаментальное свойство множества.

Заключение

В монографии сознательно сняты привычные авторитарно навязанные концептуальные ограничения для физиологической и ментально-чувственной деятельности живых объектов, так и для их исследования и практики.

Исследование базируется на тройке фундаментальных постулатов:

а) любые объекты признаются живыми с наличием не только Тел, но также и спектра «своих» Сознаний и Чувств, а потому Логики, Этики и Морали;

б) любая жизнь признается не имеющей ограничений по своим возможностям, инициируя, всегда и везде, развитие уровневой практики;

в) стремление к гармонии с самим собой и с доступной средой есть фундаментальное свойство каждого объекта.

Не отрицая успехи и возможности эксперимента, сделан акцент на развитие расчетных средств анализа и подчинениям им на практике.

Приходит время и жизнь предоставляет условия достаточные для перехода расчетной и экспериментальной практики в новое качество, которое было недостижимо ранее. Так было, так есть, так будет, если мы этого достойны, действуя в гармонии с доступной и ожидаемой Вселенной.

Из достигнутых для нашего понимания законов жизни людей нет оснований отрицать наличия у нас метафизических параметров и управлений. Таковы, в частности, наши Тела, жизнедеятельность которых заложена от Рождения до Смерти. Для их функционирования мы имеем только малый процент управляющих факторов. Тела «питаются» и живут по своим внутренним законам, во многом неподвластным нам. Для этого естественно требуются развитые средства для оценки ситуаций и оптимального управления ими, что принято называть Сознаниями и Чувствами.

Поскольку это так, отрицать наличие метафизичных Сознаний и Чувств у каждого из действующих изделий, по меньшей мере, неконструктивно. Следовательно, в жизни нужно ощутить и принять дарованную Вселенной метафизичность Тел, Сознаний и Чувств. Но не только своих! У нас нет оснований отрицать такие параметры и свойства у каждого из всех функционирующих изделий независимо от его микро- и макропараметров.

Значит, следуя знаниям и философии, переданным нам много столетий ранее, требуется от нас принять правильную стратегию и тактику в отношениях не только между собой, но и с каждым объектом Реальности: уважение и взаимную поддержку, гармонию с ними.

Метафизичность Сознания означает наличие у каждого из нас совершенного багажа не только Знаний, но и приемов для их применения. Образование и воспитание, но еще больше наша деятельность, обучают нас их применениям в жизни. Возможно, смысл эволюции в том, чтобы достичь уровня полноценного владения именно метафизическими свойствами наших Сознаний и Чувств.

В предлагаемой монографии предложены новые расчетные средства, которые, скорее всего, могут стать катализаторами ментальной и духовной эволюции людей.

Обоснована и широко представлена математическая модель садов: конечных множеств объектов с самой разной структурой, операционно согласованных между собой. Они, естественно, применимы к анализу любых объектов Реальности. Таковы, например, кварки и электроны, планетные системы, люди. Это так потому, что операционные связи обеспечиваются спектром ассоциативных и неассоциативных операций. Ассоциативные операции согласно практике последних 100 лет, необходимы и достаточны для описания и учета обмена энергиями. Неассоциативные операции, что пока не общепринято, необходимы и, возможно, достаточны для описания разных форм информационного взаимодействия.

Литература

1. Барыкин, В. Н. Лекции по электродинамике и теории относительности без ограничения скорости. – Минск: АП Белпроект, 1993. – 224 с.
2. Барыкин, В. Н. Атом света. – Минск: изд. Скакун В.М., 2001. – 277 с.
3. Барыкин, В. Н. Новая физика света. – Минск: Ковчег, 2003. – 434 с.
4. Барыкин, В. Н. Лекции по электродинамике и теории относительности без ограничения скорости (второе издание). – Москва: Эдиториал УРСС, 2004. – 224 с.
5. Барыкин, В. Н. Электродинамика Максвелла без относительности Эйнштейна. – Москва: Эдиториал УРСС, 2005. – 164 с.
6. Барыкин, В. Н. Лекции по физическому моделированию. – Минск. Ковчег, 2006. –82 с.
7. Barykin, V.N. Dynamic nature of the relativistic effects in electrodynamics. – Minsk. Kovcheg, 2006. – 46 p.
8. Барыкин, В. Н Новая концепция света. – Минск : Ковчег, 2009. – 366 с.
9. Барыкин, В. Н. К новому качеству физической теории света. – Минск : Ковчег, 2011. – 76 с.
10. Барыкин, В. Н. Единая механика частиц и полей. – Минск : Ковчег, 2011. – 98 с.
11. Барыкин, В. Н. Философия современной физики. – Минск : Ковчег, 2011. – 240 с.
12. Барыкин В.Н. Деформация физических моделей. Мн.: «Ковчег», 2012, 176 с.
13. Барыкин В.Н. Курс фундаментальной физики. Мн.: «Ковчег», 2012, 444 с.
14. Барыкин В.Н. Уроки света. Мн.: «Ковчег», 2013, 172 с.
15. Барыкин В.Н. К новому качеству физической теории. Мн.: «Ковчег», 2013, 216 с.
16. Барыкин В.Н. Модели сознаний и чувств. Мн.: «Ковчег», 2013, 280 с.
17. Барыкин В.Н. Новые математические операции. Мн.: «Ковчег», 2014, 279 с.
18. Барыкин В.Н. Физика и алгебра отношений. Мн.: «Ковчег», 2014, 308 с.
19. Барыкин В.Н. Геометрия и топология отношений Мн.: «Ковчег», 2015, 312 с.
20. Барыкин В.Н. Неассоциативность в конечных системах Мн.: «Ковчег», 2015, 220 с.
21. Барыкин В.Н. Новые возможности науки. Мн.: «Ковчег», 2015, 192 с.
22. Барыкин В.Н. Новые интеллектуальные технологии. – Минск: Ковчег,2016. – 336
23. Барыкин В.Н. Объекты и активности. – Минск: Ковчег,2016. – 100 с.
24. Барыкин В.Н. Обобщение теоремы Фробениуса. – Минск: Ковчег,2017. – 20 с.
25. Барыкин В.Н. Контрпример к теории Гурвица. – Минск: Ковчег,2017. – 24 с.
26. Барыкин В.Н. Вывод уравнения Шрёдингера. – Минск: Ковчег,2017. – 16 с.
27. Барыкин В.Н. Новая неассоциативность множеств. – Минск: Ковчег,2017. – 252 с.
28. Барыкин В.Н. Скрытые свойства реальности. – Минск: Ковчег,2018. – 288 с.
29. Барыкин В.Н. Новый синтез неевклидовых геометрий. – Минск: Ковчег,2018. – 140 с.
30. Барыкин В.Н. Структура квантов, зарядов, констант. – Минск: Ковчег,2019. – 240 с.
31. Барыкин В.Н. Алгебра мест и отношений. – Минск: Ковчег,2020. – 308 с.
32. Барыкин В.Н. Неассоциативность без дистрибутивности – Минск: Ковчег,2020. – 308 с.
33. Барыкин В.Н. Объектная самоорганизация. – Минск: Ковчег,2021. – 386 с.
34. Барыкин В.Н. Свет объектных чисел. – Минск: Ковчег,2021. – 380 с.
35. Барыкин В.Н. Телеология о Реальности. – Минск: Ковчег,2022. – 238 с.
36. Барыкин В.Н. Моделирование живой Реальности. – Минск: Ковчег,2022. – 344 с.
37. Барыкин В.Н. Миражи развивающих истин. – Минск: Ковчег,2023. – 320 с.
38. Барыкин В.Н. Сады неассоциативных истин. – Минск: Ковчег,2023. – 416 с.
39. Барыкин В.Н. Прорывные истины. – Минск: Ковчег,2024. – 426 с.
40. Барыкин В.Н. Объекты и отношения. – Минск: Ковчег,2024. – 252 с.
41. Барыкин В.Н. Объектные когомологии. – Минск: Ковчег,2025. – 268 с.