Барыкин В.Н.

СКРЫТЫЕ СВОЙСТВА

РЕАЛЬНОСТИ

УДК 1; 530.12

Барыкин В.Н.
Скрытые свойства реальности / Виктор Барыкин. –
Минск: Ковчег, 2016 с., 227 с., табл. 35.

Принята точка зрения, что главным скрытым элементом расчетных моделей является информационное взаимодействие, базирующееся на неассоциативной или частично ассоциативной математике.

Представлены решения ряда фундаментальных и некоторых конкретных задач. В частности, выполнено дифференциальное расширение уравнений электродинамики Максвелла, в рамках которого антисимметричный тензор дополнен симметричным тензором и системой скалярных полей. Предложено функциональное расширение уравнений механики и электродинамики, следуя которому проявляется скрытая ранее их взаимная дополнительность.

В форме функций от числовых последовательностей представлены спектры масс элементарных частиц. Расширены границы подхода Бройля и соотношений неопределенности Гейзенберга в квантовой механике. Частично проанализирована возможность описания спектра излучения атома водорода на основе механизма его формирования из силовых линий с дискретной структурой. Получено обоснование существенной недостаточности современной практики для понимания и применения внутриатомной энергии.

Дано аналитическое решение задачи Гаусса о представлении натуральных чисел в виде суммы трех треугольных чисел. Найдены функциональные связи для алгебры процессов. Обобщена алгебра Йордана. Проиллюстрирована идея мутации операций и некоторые возможности её проявления на практике.

Монография предназначена для математиков и физиков, занимающихся проблемами единства физической реальности, создания новых математических моделей с элементами неассоциативной математики, анализом возможностей и перспектив применения новых энергий.

Содержание

Введение

В свое время Декарт сказал: «Я думаю, значит, я существую». Осознание себя отождествлено с существованием. В этой информации на первое место поставлено слово Я. Поэтому речь не идет о других объектах Реальности с наличием указанного свойства. Хотя, конечно, тезис не отрицает наличия «мыслей» у других объектов. Правда, ничего не сказано о том, что мышление невозможно без ощущений, их анализа и реакций на полученную информацию или ситуацию. Другими словами, не учтены или не проявлены в этом предложении ощущения объекта или системы объектов. Ничего не сказано о других Я.

Обратим и усилим тезис Декарта. Примем точку зрения: «Мыслит всё, что существует». Слову «мыслит» придадим определенный смысл: имеет систему согласованных ощущений, средства и алгоритмы их анализа и коррекции, правила и приемы поведения в форме физических и ментальных реакций на ощущения и ситуации.

При таком подходе Реальность как система разнообразных объектов рассматривается единым образом. Не отрицается, безусловно, иерархичность Чувств и Сознаний для разных объектов и предполагается, более того, потребность в анализе и практическом применении свойства иерархичности, а также многогранности и многовариантности указанных свойств для любых объектов. На начальной стадии анализа Реальности с этой точки зрения мы приходим к потребности изучения и применения Языков общения объектов между собой, полагая, что ощущения неотделимы от общения.

На один из первых планов в практике исследования объектов ставится теперь задача овладения Языками Реальности, а также гармонизация отношений с любыми объектами в форме успешного, конструктивного диалога. Этот тезис *общепринят* в духовной практике.

На втором плане фундаментальных задач познания и практики стоит проблема расчета изделий и их поведения при разных их структурах и активностях с учетом системы доступных и недоступных внутренних и внешних условий. Понятно, что любой расчет означает вложение физической Реальности в некую модель математической, виртуальной Реальности. Обе указанных Реальности доступны нам ограниченно. По этой причине вряд ли следует ожидать, что когда-либо будет достигнуто полное знание. Однако, не исключено, что полное Знание не является необходимым для уровневого материального объекта: объекта, который в основном функционирует на одном уровне в иерархической системе.

Принимая структуру частиц света в форме пары электрических предзарядов и пары гравитационных предзарядов как фундаментальное звено физической практики, равно как и математические, числовые модели для них, желательно ответить на вопрос: что более фундаментально в законах и устройстве Реальности при рассмотрении двух начал практики в форме системы чисел с системой операций и совокупности частиц света с системой его свойств?

Поскольку числа пришли в практику людей достаточно давно и исследуются уже много столетий, бытует мнение, что о числах и их свойствах уже не только многое, но почти все известно. Более того, идея углубления и расширения нашего понимания чисел и их возможностей кажется наивной и неконструктивной. Поскольку принято рассматривать числа именно как символы виртуальной, математической реальности, прямо или косвенно отображающей свойства физической Реальности, им не принято придавать каких-либо свойств этой Реальности. Реализован и поддерживается образованием и воспитанием статус «безжизненности» ансамбля чисел. В частности, числам не приписывается свойство динамики и развития. Не только не принято, но считается плохим тоном и вкусом приписывать числам свойства Сознаний и Чувств, которые так или иначе, в той или другой форме обнаруживает практика у физических объектов разной структуры и с разными свойствами.

Пропасть между материальными и физическими объектами столь велика, что она кажется непреодолимой.

Конечно, проще принять точку зрения, что такая пропасть логически и идеологически некорректна, так как физическая и математическая Реальности не могут и не обязаны иметь похожие или аналогичные свойства.

Подход и ситуация меняются, если принять точку зрения, что математические изделия и их свойства образуют аналоги физических объектов и их свойств. Тогда естественной становится задача исследования Тел чисел и функций от них, равно как и исследования наличия и проявления у математических объектов и изделий разных сторон и граней Сознаний и Чувств. Ниоткуда не следует, что эти свойства проще свойств, привычных для нас из практики с физическими объектами в материальном мире. У нас нет оснований ограничивать эти свойства, как и их возможности, не исключая их превосходство перед возможностями Человека. Такая идея представляется конструктивной, так как математике, с общепринятой точки зрения, доступен любой уровень материи и любой механизм взаимодействия. Логика и экспериментальные средства Человечества имеют естественные границы. Поэтому математика может в ряде случаев и ситуаций превосходить свойства и возможности Человека. Конечно, речь идет о применении математики для описания и прогнозирования практики и законов устройства и функционирования Реальности, что возможно только в рамках расчетной деятельности практикующих объектов. Математика функциональна только в ее применениях. Однако она не исключена, скорее всего, в непривычных формах, как средство анализа Реальности и динамического поведения в ней для самых разных объектов микро и макромира.

Другими словами, Реальность может быть подчинена системе согласованных между собой, всегда ограниченно доступных, математических средств и методов, а также способов и алгоритмов «расчета». По этой причине естественной становится задача построения и анализа разных математик и разных алгоритмов описания и предсказания фактов.

В практике анализа математической Реальности сконструировано множество математических операций для самых разных математических объектов. Постепенно утверждается мнение, что математических операций не меньше, чем математических объектов. Поскольку это так, математическая практика предполагает анализ систем разных объектов с системой разных операций. Конечно, желательно согласовать их с физикой, философией, логикой и этикой.

В настоящее время очевидна структура расчетных физических моделей. Физические модели в общем виде, и в их частной реализации, есть те или другие функциональные алгебры с системой дополнительных условий. Понятно, что величины и операции прямо или косвенно ассоциированы с элементами расчетной или экспериментальной практики.

Свет в практике людей, если формально придерживаться истории, появился и начал применяться людьми задолго до появления чисел и расчетных алгоритмов. Более того, его фундаментальность на уровне бытового Сознания очевидна и бесспорна, так как без Света не было бы жизни на планете.

Свет как объект физического исследования изучается уже более 300 лет. Многие его стороны и свойства изучены и получили применение, которое вышло далеко за границы обычной практики людей на основе технических устройств и возможностей компьютеров. Однако той модели света, к которой стремятся физики, которая позволила бы создавать свет, делать новые его виды, до сих пор нет. Конечно, во многом так получилось потому, что в практике авторитарно утвердилась концепция полевой структуры света, согласно которой, с благословения специальной теории относительности и простейшей квантовой механики, свет существует без структурных составляющих, без механических размеров, без моделей внутреннего движения. Другими словами, длительное время считалось, что свет не может иметь составной структуры и он не обладает признаками живых объектов, так как лишен механической природы. Согласно такому подходу не только неестественно, но и бессмысленно наделять Свет какими-либо свойствами Сознаний и Чувств.

На экспериментах доказано, что электроны и нуклоны, которые являются структурными составляющими атомов и молекул материи, генерируются из света высокой частоты. Их структура в настоящее время также далека от понимания, равно как и значения их параметров, их стабильность, их удивительно большое время жизни. Конечно, совершенно непонятно, как главные объекты структурной реальности смогли получиться из бесструктурных изделий? Почему в этих «пунктах» слаба теория?

Легко указать фундаментальные свойства света, которые долгое время не находили конструктивного объяснения в рамках существующих теорий. Так, рассматривая прохождение света через прозрачное стекло, мы принимаем тот факт, что скорость света в стекле меньше, чем на воздухе. Но совершенно непонятно, как свет увеличивает свою скорость при выходе из стекла до тех же значений, которые у него были до прохождения препятствия? Более того, сохраняется и частота. Следовательно, при прохождении препятствия свет не выполняет работу? Нам бы так научиться: преодолевать препятствия без потери внутренней энергии.

И всё это, равно как и генерация электронов и нуклонов, происходит без структурных составляющих и без всяких свойств и признаков Сознания и Чувств у взаимодействующих объектов? Возникает законный вопрос: не доказывают ли принятые модели отсутствие у нас необходимых и достаточных сторон и признаков Сознания и Чувств?

Заметим, что если числа относятся к виртуальной Реальности, а физическая Реальность сконструировала и создала такие сложные изделия, которые мы называем Светом, то ведь для этого следовало, по меньшей мере, как-то рассчитать эти изделия и свойства, прежде чем можно было их изготовить. С этой точки зрения числа первичны, а световые изделия вторичны. Но кто или что конструировало и изготовляло Свет? Это в принципе возможно без каких-то исходных, базовых начал? Какие они? Что они из себя представляют?

Указанные вопросы и проблемы образуют только малую часть еще более сложных и трудных вопросов, на которые либо нет ответов, либо эти ответы примитивны и недостаточны. Складывается представление, что в теории и моделях систем чисел с операциями, равно как и в моделях частиц света непознанного и скрытого значительно больше, чем познанного и скрытого.

Числа и свет относятся к фундаментальным основам теории и практики. поэтому желательно проанализировать, насколько это возможно, их единые свойства и различия. Желательно также, чтобы продвижение в любом указанном разделе стимулировало развитие и движение в другом разделе.

Естественно, так или иначе, соотнести алгоритмы и итоги проводимого исследования с изучением элементов Сознаний и Чувств у чисел и частиц Света. Заметим, что почти 90 процентов всей материи Вселенной образованы из атомов водорода. В иерархической модели физической Реальности и атомы водорода, и частицы света есть изделия определенного уровня материи. По этой причине ими не исчерпывается физическая Реальность ни в сторону еще более малых размеров структурных элементов, ни в сторону уникально больших структурных объектов. Задача состоит в том, чтобы исследовать структурные элементы каждого уровня Реальности и связи между ними.

Если принять фундаментальный принцип о соответствии уровневых Реальностей в их физическом и математическом представлении, требуется принять правило построения иерархической системы чисел, операций с ними и их объединений. Только при этом условии мы можем адекватно отображать свойства материи разных уровней в их иерархическом многообразии. Заметим, что переход от натуральных чисел к комплексным числам любой размерности, равно как и переход к гиперкомплексным числам представляет собой первичные шаги в направлении создания иерархичных математических систем.

Понятно, что на новом иерархическом уровне теоретического анализа и практики «старые» неразрешимые проблемы могут показаться детскими задачками. Естественно ожидать наличия и действия на нем новых инструментов и алгоритмов.

Наличие Сознаний и Чувств у физических объектов любого уровня материи признавалось, прямо или косвенно, каждым серьезным теоретиком и практиком.

Философ Фалес полагал, например, что вода разумна и имеет неограниченные свойства и возможности, что она божественна. В новейших исследованиях, направленных на соединение классической и квантовой механик, этот тезис «сработал» как фундаментальное звено для искомого синтезе. Уравнение Шрёдингера выведено из уравнений движения вязкой жидкости, представленных в четырехмерном виде при условии, что малы скорости движения материи. Правда, не достигнут тот уровень анализа, при котором можно было-бы утвердить точку зрения Фалеса о «божественности» воды.

Возможно, это результат близок, так как содержание в воде атомов водорода, если принять наличие у них Сознаний и Чувств, безусловно приведет к искомому доказательству. Как только это выразить математически и применить на практике?

Океан Гомера (шумеро-абкадское Абзу) является предвестником точки зрения Фалеса. Интересно содержание этого слова: ав – вода, зу – далеко. Короче, везде есть вода. Вряд ли разумно считать эту мысль простой или поверхностной?

Заметим, что нигде у древних философов не было слов об углероде, без которого сложно обеспечить сильные химические связи. Возможно, так констатировалась возможность разнообразных базовых составляющих для живых объектов.

Менделеев Д. В (1902) в статье «Попытка химического понимания мирового эфира» считал, что материя, переносящая электромагнитное и гравитационное воздействие, представляет собой не сплошную непрерывную среду (типа эфира), а потоки частиц, которые имеют скорость света и массу в миллиард раз меньшую, чем атом водорода. Первым элементом в начальной периодической системе элементов по Менделееву «стоял» эфир: Менделеев полагал, что все атомы периодической системы образованы из этой среды, имеющей структуру новых, неизвестных частиц. /

Нобелевский лауреат Гейзенберг В. считал: «Ответ природы на вопрос исследователя зависит не только от ее устройства, но и от способа постановки вопроса.

Пригожин И. полагал: «Познание мира – это диалог человека с природой, искусство вопрошать природу и давать ей возможность ответить на вопросы». Он понимал, что некоторые трудности могут быть искусственными, если задаются «не те» вопросы и решаются «не те» задачи.

Эйнштейн А. говорил: «Самое удивительное в природе это то, что мы можем ее понять». Действительно, жизнь человека в природе не означает, что он понимает природу. Практика показывает, что природа может понять и изменить человека значительно тоньше и умнее, чем человек изменяет природу.

Согласно Лецу Е. мы понимаем: «То, что мы видим, зависит от того, куда и как мы смотрим».

Тамм И.Е. писал: «Следует научиться слушать и видеть природу, чтобы понять ее язык». Прием действий для теоретиков указал Мигдал А.: «В науке в отличие от искусства глубокая мысль выигрывает от упрощения». Его дополнил Ландау Л.: «Главное в физике – это умение пренебрегать».

Нужно учитывать в теории и на практике мысль Шредингера Э.: «Живая материя уклоняется от деградации к равновесию». Исходя из такой точки зрения, можно принять фундаментальный принцип: реальность всегда имеет изделия, избегающие деградации и ложного равновесия.

Несколько слов о натуральных числах

Натуральные числа $n = 0,1,2,3,4,5$…..кажутся непосвященным исследователям очень естественным и простым множеством.

Так позволительно думать, чтобы психологически не отпугнуть себя от их исследования. Но данное мнение не означает понимания сути и возможностей этих чисел. Их широкое применение в самых разных математических моделях означает наличие у них свойств, прямо или косвенно связанных с фундаментальными свойствами Реальности. По этой причине, естественно исследовать согласование свойств чисел с физическими свойства объектов Вселенной, а также с проявлениями их Сознаний и Чувств.

Оценки простоты и естественности натуральных чисел быстро меняются, как только в расчет принимаются функции от них. Проиллюстрируем этот тезис примером. Рассмотрим функциональный спектр чисел согласно формуле

$$\sigma = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Её естественно рассматривать как программу выбора из последовательности натуральных чисел некоторой ее части, согласованной между собой рамками функционального закона.

Начальные элементы спектральной последовательности в форме таблиц имеют вид:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
σ	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78
$\sigma - n$	0	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66

n	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
σ	91	105	120	136	153	171	190	210	231	253	276	300	325 …
$\sigma - n$	78	91	105	120	136	153	171	190	210	231	253	276	300

Очевидны их простые функциональные свойства:

$$\Delta\sigma = \sigma(n) - \sigma(n-1) = \frac{n(n+1)}{2} - \frac{(n-1)n}{2} = n, \frac{(n+1)(n+2)}{2} - \frac{n(n+1)}{2} = n+1,$$

$$\frac{(n+k)(n+k+1)}{2} - \frac{(n+k-1)(n+k)}{2} = n+k.$$

По этой причине любое натуральное число можно представить в форме разности функциональных чисел. Ситуация меняется при использовании сумм этих чисел. Функциональный спектр получен на основе последовательности чисел, равномерно «отстоящих» друг от друга. Этот спектр дискретен по расстоянию межу соседними элементами. В рассматриваемом случае расстояния между числами увеличиваются на единицу для каждого последующего значения. Имеет место равномерное увеличение этого расстояния в форме разности между функциональными числами.

Мы имеем две системы последовательностей чисел. Между ними как математическими объектами может быть взаимная связь.

Обратная задача Гаусса

Существует ли обратная связь: связь между функциональными числами и последовательностью натуральных чисел? Эта проблема была сформулирована еще в 18 веке.

На указанном примере Гаусс поставил и решил задачу по представлению любого натурального числа в виде суммы трех чисел данного функционального спектра? [ ]. Назовем её обратной задачей Гаусса: как по функциональной связи в паре числовых последовательностей найти обратную функциональную связь?

Алгоритм конструирования элементов стандартной числовой последовательности по элементам функциональной последовательности указанного вида не имеет общего решения. Возможно, так будет всегда. Но даже частное решение стандартными способами кажется невозможным.

Действительно, формальная сумма тройки функциональных чисел генерирует одно уравнение с тремя неизвестными:

$$\frac{n(n+1)}{2}+\frac{(n+x)(n+x+1)}{2}+\frac{(n+y)(n+y+1)}{2}=N.$$

В другом виде оно выглядит так

$$3n(n+1)+(2n+1)(x+y)+x^2+y^2=2N.$$

По этой причине функциональное решение поставленной задачи представляется невозможным: одно нелинейное уравнение содержит три неизвестные

$$n, x, y.$$

Покажем несовершенство прямого алгоритма решения такой задачи на основе применения пар функциональных чисел с идеей, что с такими парами и другими функциональными числами можно представить всю систему натуральных чисел. Действительно, функциональные числа генерируют спектр пар, сумма элементов которых «близка» к системе натуральных чисел.

Получим, например, таблицу значений:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Δ	1	1	3	3	$\oplus$	6	6	$\oplus$	6	10	10	$\oplus$	10	$\oplus$	15	16	$\oplus$
Δ	0	1	0	1		0	1		3	0	1		3		0	1	

n13	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
Δ	15	$\oplus$	10	21	21	15	21	15	$\oplus$	21	28	28	15	28	$\oplus$	$\oplus$	28
Δ	3		10	0	1	6	3	10		6	0	1	15	3			6

...

В таблице знаком плюс в круге обозначены числа последовательности натуральных чисел, которые не получаются методом прямого суммирования элементов с малыми номерами. Более того, количество «недостижимых» чисел увеличивается по мере увеличения самих чисел.

Проиллюстрируем на основе этой таблицы последовательность чисел вправо от некоторого функционального числа. Пусть исходным числом будет 21. Операция суммирования с числами натурального ряда генерирует последовательность

$$21 = 21 + 0 + 0 = 10 + 10 + 1 = 15 + 5 + 1, 22 = 21 + 1 + 0, 23 = 21 + 1 + 1,$$
$$24 = 21 + 3 + 0, 25 = 21 + 3 + 1, , 26 = ?,$$
$$27 = 21 + 6 + 0, 28 = 21 + 6 + 1.$$

Предложенный алгоритм генерирует сложную систему «недостижимых» чисел, что свидетельствует о его неэффективности для решения поставленной задачи. Так, число 5 невозможно представить в виде суммы двух «треугольных» чисел с меньшими значения.

По этой причине можно дополнить алгоритм прямого суммирования алгоритмом обратного суммирования: учесть функциональные числа, расположенные влево от исходного, базового числа. Так легко получить некоторые разложения:

$$26 = 15 + 10 + 1, 26 = 10 + 10 + 6, 26 = 6 + 10 + 10.$$

Следовательно, в обратном алгоритме возможно разное представление чисел в виде суммы трех функциональных чисел. В частности, получим

$$25 = 21 + 3 + 1, 25 = 15 + 10 + 0, 25 = 10 + 15 + 0.$$

Пара указанных алгоритмов, с расчетной точки зрения, кажется достаточной для представления любого натурального числа в виде суммы трех функциональных чисел.

Можно выдвинуть гипотезу, что есть система алгоритмов, применяя которую мы имеем выполнение закона связи функциональных элементов вида треугольных чисел

$$n = \Delta + \Delta + \Delta.$$

Он получен «вручную» на основе заданной системы функциональных чисел и операции суммирования натуральных чисел. Гипотеза иллюстрирует ситуацию, но не является доказательством, что закон выполняется для любых натуральных чисел. Для доказательства нужно его проверить для всех таких ситуаций.

Возникает идея, что можно найти расчетный формализм, следуя которому мы будем получать по заданной системе функциональных чисел любое желаемое натуральное число.

Для решения этой задачи требуется добавить в алгоритм анализа новое звено, гарантирующее корректность примеров, иллюстрирующих закон. Фактически речь идет о свойстве функциональных чисел, скрытом от «ручного» анализа. Оно должно обеспечить дополнение чисел, недостающих при одном алгоритме прямого суммирования, на основе алгоритма «обратного» суммирования. Тогда анализ может стать полным.

Найдем уравнение, следуя которому можно находить разложения «недостижимых» чисел. Его можно рассматривать как третий алгоритм, который дополняет пару указанных алгоритмов.

Заметим, что в задаче поиска разложения натурального числа на сумму трех треугольных чисел есть исходные параметры.

С одной стороны, мы имеем функциональное число с дополнением в форме числа, недостижимого на основе суммы двух предыдущих функциональных чисел. Оно принадлежит ряду вида

$$Q \to 5, 8, 12, 14, 17, 19, 26, 32, 33, 40, 41, 44, 47, 50 \ldots$$

Естественно проанализировать функциональные свойства этой последовательности, однако не так просто понять и найти необходимый закон. Более того, непонятно, что даст для практики нахождение такого закона.

С другой стороны, интервалы между функциональными числами Гаусса характеризуются тем, что соседние числа отличаются только на единицу, образуя часть последовательности натуральных чисел. По этой причине есть некий номер s функционального числа, а также его дополнением числом r, достаточное для того, чтобы их сумма, дополненная исходным функциональным числом, генерировала искомое недостижимое число.

Данная сумма имеет простое функциональное выражение:

$$\frac{s(s+1)}{2}+\frac{(s+r)(s+r+1)}{2}=s^2+sr+s+\frac{r(r+1)}{2}.$$

С третьей стороны, есть условие выбора недостижимого числа на основе алгоритма движения в сторону меньших функциональных чисел, учитывая тот факт, что известны все интервалы между функциональными числами, которые можно связать с ближайшим функциональным числом q.

Действительно

$$\Delta_0=Q+q, Q_1=Q+q+q-1, Q_2=Q+q+q-1+q-2,...$$

Получим параметрическую формулу

$$\Delta_p=Q+(p+1)q-\frac{p(p+1)}{2}.$$

Примем условие равенства результатов, достигаемых двумя способами. Получим условие

$$s^2+(r+1)s-Q-(p+1)q+\frac{p(p+1)}{2}+\frac{r(r+1)}{2}=0.$$

Двухпараметрическое квадратное уравнение имеет решения вида

$$s_{1,2}=-\frac{r+1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{4Q+4(p+1)q+1-r^2-2p(p+1)}.$$

Проиллюстрируем подход примером.

Поставим задачу найти на основе предложенного алгоритма разложение числа 125, недостижимого прямым расчетом. Предыдущее функциональное число есть 120.

Согласно постановке задачи, имеем величины

$$Q=5, q=15.$$

Рассмотрим ситуацию с $p=0$. Ей соответствует функциональное число 105. Тогда выполняется параметрическое уравнение

$$s_{1,2}=-\frac{r+1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{20+60+1-r^2}=-\frac{r+1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{81-r^2}.$$

При значении $r = 0$ получим

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{9}{2}, s_1 = -4, s_2 = 4.$$

Отсюда следует пара функциональных чисел и разложение

$$125 = 105 + 10 + 10.$$

Предложенный алгоритм может быть расширен, так как он не дает всех вариантов представления данного числа в виде суммы трех функциональных чисел.

Однако данное квадратное уравнение не является доказательством, что любое натуральное число есть сумма функциональных чисел Гаусса. Более того, есть разные разложения, что сложно согласовать с однозначностью решений квадратного уравнения.

Покажем другие варианты разложения недостижимого числа, учитывая тот факт, что мы вправе рассматривать не только ближайшие функциональные числа, но и дальние функциональные числа. По этой причине следует проанализировать все числа, следующие до данного «недостижимого» числа.

Получим набор значений:

$$\begin{aligned}
&125 = 120 + 5,\\
&125 = 105 + 20 = 105 + 10 + 10,\\
&125 = 91 + 34,\\
&125 = 66 + 59,\\
&125 = 55 + 70 = 55 + 55 + 15,\\
&125 = 45 + 80,\\
&125 = 28 + 97 = 28 + 91 + 6,\\
&125 = 21 + 104,\\
&125 = 15 + 110,\\
&125 = 10 + 115 = 10 + 105 + 10,\\
&125 = 6 + 119,\\
&125 = 3 + 122,\\
&125 = 1 + 124.
\end{aligned}$$

Мы имеем новый «ручной» алгоритм нахождения разложений для любого натурального числа. В данном случае таких разложений три. Однако его применение также не дает доказательства теоремы Гаусса.

Правда, этот алгоритм имеет свои преимущества.

Например, он позволяет обнаружить уникальные числа. Так, число 406 при разложении на тройку функциональных чисел имеет только 2 «пропуска» в разложении на числах 21 и 136. На остальных функциональных числах разложение эффективно: для каждого функционального числа есть пара других функциональных чисел.

Алгоритм генерирует фундаментальный вопрос: есть ли в рассматриваемой совокупности такие функциональные числа, у которых нет пробелов в представлении их суммой троек предшествующих функциональных чисел?

Ситуация меняется, если рассмотреть таблицы сумм функциональных чисел, образованные из пар этих чисел с последующим их дополнением членами функциональной последовательности. Понятно, что мы имеем дело не только с последовательностью функциональных чисел, но и с дополнительным условием.

Оно может быть согласовано с рассматриваемой парой систем чисел, но может быть и не согласованно с ними. Прямыми расчетными и аналитическими средствами доказать данную теорему сложно. Хотя эта возможность не исключена из общих соображений. Анализ таблиц сумм есть новый алгоритм, в котором сочетается не только суммирование, но и его логический анализ.

Скорее всего, именно этот алгоритм успешно применил Гаусс.

Рассмотрим таблицы из нескольких функциональных чисел, которая соответствует теореме Гаусса с дополнением рассматриваемых сумм нулевым и ненулевыми элементами.

Они имеют вид:

$+0$	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	2	4	7	11	16	22	29	37	46
3		6	9	13	18	24	31	39	48
6			12	16	21	27	34	42	51
10				20	25	31	38	46	55
15					30	36	43	51	60
21						42	49	57	66
28							56	64	73
36								72	81
45									90

,

3

$+1$	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	3	5	8	12	17	23	30	38	47
3		7	10	14	19	25	32	40	49
6			13	17	22	28	35	43	52
10				21	26	32	39	47	56
15					31	37	44	52	61
21						43	50	58	67
28							57	65	74
36								73	82
45									91

,

$+3$	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	5	7	10	14	20	25	32	40	48
3		9	12	16	21	27	34	42	51
6			15	19	24	30	37	45	54
10				23	28	34	41	49	58
15					33	39	46	54	63
21						45	52	60	69
28							59	67	76
36								75	84
45									93

,

+6	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	8	10	13	17	22	28	35	43	52
3		12	15	19	24	30	37	45	54
6			18	22	27	33	40	48	57
10				26	31	37	44	52	61
15					36	42	49	57	66
21						48	55	63	72
28							62	70	79
36								78	87
45									96

,

+10	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	12	14	17	21	26	32	39	47	56
3		16	19	23	28	34	41	49	58
6			22	26	31	37	44	52	61
10				30	35	41	48	56	65
15					40	46	53	61	70
21						52	59	67	76
28							66	74	83
36								82	91
45									100

,

+15	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	17	19	22	26	31	37	44	52	61
3		21	24	28	33	39	46	54	63
6			27	31	36	42	49	57	66
10				35	40	46	53	61	70
15					45	51	58	66	75
21						57	64	72	81
28							71	79	88
36								87	96
45									105

,

+21	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	23	25	28	32	37	43	50	58	67
3		27	30	34	39	45	52	60	69
6			33	37	42	48	55	63	72
10				41	46	52	59	67	76
15					51	57	64	72	81
21						63	70	78	87
28							77	85	94
36								93	102
45									111

,

+ 28	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	30	32	35	39	44	50	57	65	74
3		34	37	41	46	52	59	67	76
6			40	44	49	55	62	70	79
10				48	53	59	66	74	83
15					58	64	71	79	88
21						70	77	85	94
28							84	92	101
36								100	109
45									118

,

+ 36	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	38	40	43	47	52	58	65	83	92
3		42	45	49	54	60	67	85	94
6			48	52	57	63	70	88	97
10				56	61	67	74	92	101
15					66	72	79	97	106
21						78	85	103	112
28							92	110	119
36								118	127
45									136

,

+ 45	1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	47	49	52	56	61	67	74	82	91
3		51	54	58	63	69	76	84	93
6			57	61	66	72	79	87	96
10				65	70	76	83	91	100
15					75	81	88	96	105
21						87	94	102	111
28							101	109	118
36								117	126
45									135

.

Проиллюстрируем заполнение конечной последовательности натуральных чисел на основе представленных таблиц, ограничив набор чисел числом 30.

Получим несколько таблиц:

+ 0	1	3	6	10	15	21	28
1	2	4	7	11	16	22	29
3		6	9	13	18	24	
6			12	16	21	27	
10				20	25		
15					30		

,

+ 1	1	3	6	10	15	21	28
1	3	5	8	12	17	23	30
3		7	10	14	19	25	
6			13	17	22	28	
10				21	26		

,

$+3$	1	3	6	10	15	21	28
1	5	7	10	14	20	25	
3		9	12	16	21	27	
6			15	19	24	30	
10				23	28		

,

$+6$	1	3	6	10	15	21	28
1	8	10	13	17	22	28	
3		12	15	19	24	30	
6			18	22	27		
10				26			

$+10$	1	3	6	10	15	21	28
1	12	14	17	21	26		
3		16	19	23	28		
6			22	26			
10				30			

,

$+15$	1	3	6	10	15	21	28
1	17	19	22	26			
3		21	24	28			
6			27				

,

$+21$	1	3	6				
1	23	25	28				
3		27	30				

.

Анализ показывает, что эти таблицы содержат все числа из последовательности натуральных чисел вплоть до граничного числа 30. Такая же ситуация присуща другим наборам чисел.

Структура таблиц наглядно доказывает теорему Гаусса: любое натуральное число можно задать в форме суммы трех треугольных чисел.

Аналитическое решение обратной задачи Гаусса

К задаче разложения натурального числа на три «треугольных» можно подойти иначе. Пусть искомое число есть P, будем искать разложение его относительно функционального числа Q. Примем точку зрения, что разность между этими числами есть сумма двух треугольных чисел, имеющих номера $s, s+r$. Тогда выполняется связь

$$P = Q + \frac{s(s+1)}{2} + \frac{(s+r)(s+r+1)}{2} = Q + s^2 + (r+1)s + \frac{r(r+1)}{2}.$$

Квадратное уравнение

$$s^2 + (r+1)s + \frac{r(r+1)}{2} + Q - P = 0$$

имеет решения

$$s_{1,2} = -\frac{r+1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{4(P-Q)+1-r^2}.$$

Их можно записать в более удобном виде

$$s_{1,2} = -\frac{r+1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(4n+1)-r^2} = -\frac{r+1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a^2+b^2)-r^2},$$

следуя теореме Эйлера, согласно которой

$$4n+1 = a^2+b^2.$$

Условие извлечения целочисленного корня возможно не для всех значений a, b. Например, получим

$$21 = 16+5 = 4^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2, 33 = 25+8 = 5^2 + \left(\sqrt{8}\right)^2, \ldots$$

В этом случае для нахождения разложения натурального числа следует выбрать другое значение базового треугольного числа Q.

В других ситуациях мы имеем разложение в виде суммы квадратов четного и нечетного чисел:

$$53 = 4\cdot 13+1 = 2^2+7^2, 137 = 121+16 = 11^2+4^2, \ldots$$

В силу этого обстоятельства выражение перед корнем и подкоренное выражение согласуются таким образом, что в результате получатся целочисленные значения для искомых корней.

Проведенный анализ гарантирует разложение натурального числа в виде суммы трех треугольных чисел.

Обратное разложение Гаусса генерируется однопараметрическим квадратным уравнением.

Проиллюстрируем теорему примером. Пусть

$$P = 123, Q = 91, P-Q = 34, 4\left(P-Q\right) = 136.$$

Тогда

$$s_{1,2} = -\frac{r+1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{137-r^2} = -\frac{r+1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{11^2+4^2-r^2}.$$

При $r=4$ получим $s=3$. Из анализа следует корректное разложение 125=91+28+6.

Скрытые свойства чисел

Запишем последовательность чисел Гаусса в форме, симметричной относительно центра их аналитического выражения:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	01	03	06	10	15	21	28	36	45	55
Δ^*	10	30	60	01	51	12	82	63	54	55

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Δ	66	78	91	105	120	136	153	171	190	210 ...
Δ^*	66	87	19	501	012	631	351	171	091	012

На основе теоремы Гаусса и проведенного рассмотрения следует, что любое натуральное число можно представить в виде суммы трех треугольных чисел новой последовательности (учитывая, конечно, число ноль):

$$n = \Delta_1^* + \Delta_2^* + \Delta_3^*.$$

При невнимательном рассмотрении отсюда трудно «увидеть», что мы имеем дело со стандартной системой чисел, подчиненной закону

$$\Delta^* = Rot\Delta, \Delta = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Действительно, последовательность чисел сконструирована таким образом, что трудно уловить закономерность их образования. Для величины $\delta = \Delta_{n+1}^* - \Delta_n^*$ выполняется таблица

δ	20	30	–59	50	–39	60	–19	–9	1	11 ...

На первый взгляд последовательность с такими свойствами никак не может единым образом отображать свойства любого натурального числа.

Однако, в силу указанного алгоритма вращения чисел, легко понять, что мы имеем дело с последовательностью Гаусса, в которой элементы расположены в неординарном порядке.

Проанализируем функцию Эйлера

$$s(x) = (1-x)(1-x^2)(1-x^3)... = 1 - x - x^2 + x^5 + x^7 - x^{12} - x^{15} + x^{22} + x^{26} - x^{35} - x^{40} + ...$$

Легко видеть, что последовательность показателей многочлена соответствует модели пятиугольных чисел:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
α	0	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145	176 ...
β	0	2	7	15	26	40	57	77	100	126	155	187

$$\alpha = \frac{3n^2 - n}{2}, \beta = \frac{3n^2 + n}{2}.$$

В рассматриваемом случае между собой согласованы показатели степеней многочлена бесконечной степени с функциональным законом для натуральных чисел. Эта связь скрыта, как и тот факт, что указанные числа при объединении с функциональным законом вида

$$\gamma = 3n$$

достаточны для выражения любого натурального числа, как при их самостоятельном действии, так и при их суммировании.

Так по-новому скрыт алгоритм «приготовления» натурального числа. С физической точки зрения это важно, так как разные алгоритмы косвенно свидетельствуют о наличии скрытых свойств у каждого натурального числа. Эта «скрытость» становится еще более глубокой и значимой, когда в анализе участвует система чисел.

Скрытные свойства натуральных чисел проявляют себя при их новом вычислении, основанном на тех или иных операциях.

Проиллюстрировать данный тезис удобно примерами Рамануджана:

$$3=\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+\ldots}}}}\,,4=\sqrt{6+2\sqrt{7+3\sqrt{8+\sqrt{4\sqrt{9\ldots}}}}}\,,\ldots$$

Следовательно, при работе с числами следует принять во внимание, что расчет на их основе есть проявление только части свойств числа, так как их свойства могут быть тщательно и многообразно скрыты не только от анализа, но и от понимания.

Аналог психологических свойств у системы чисел

Числа естественно отнести к виртуальному миру Реальности. Согласно концепции единства миров, числа могут и должны иметь свойства, привычные для нашего мира практики. В частности, естественно провести сравнение свойств чисел со свойствами, присущими человеку.

Поскольку все, что доступно нашему опыту, свидетельствует о возможности его описания математическими средствами, мы вправе рассматривать Реальность не только как систему физических объектов, но и систему математических объектов. Математические объекты при принятии их второстепенного значения в Реальности можно рассматривать в качестве «теней» физических объектов и их свойств. Поскольку далеко не все свойства и стороны физических объектов известны, аналогичное отношение имеем мы к числам и их свойствам. Это обстоятельство особенно важно учитывать, приняв концепцию многоуровневой материи. Многоуровневость физических объектов индуцирует представление о многоуровневости математических объектов, в системе которых важная роль принадлежит числам. Многогранность и многоуровневость взаимодействий объектов инициирует анализ и практику работы с системой математических операций не только для чисел, но и для других математических изделий.

Принимая принцип соответствия физических объектов и взаимодействий с математическими объектами и операциями, мы вправе проанализировать те свойства, которые мы соотносим к проблемам психологии.

Крайняя точка зрения на математические изделия и их свойства, частично выраженная последователями школы Пифагора, состоит в признании первичности, фундаментальности чисел и их свойств. Эта точка зрения называется идеалистической. Согласно ей материальные, физические изделия созданы и существуют только после создания и существования математических изделий. По этой причине «числа правят миром», от чисел зависело наше прошлое, от них зависит настоящее, от них будет зависеть будущее. По этой причине наше Сознание и Чувства созданы и определены числами. На них базируется практическая психология и вся система отношений между объектами. Конечно, принимая эту точку зрения, следует рассмотреть вопросы динамики чисел и операций, а также правила и законы их эволюции.

Концепция «срединного пути» Будды соединяет воедино две противоположные точки зрения: математические изделия и операции имеют «теневую» природу и сущность, а также в них заложены априорные данные, которые фундаментальны для Реальности в целом.

Исследователи Реальности также могут быть разделены на три указанных класса.

Первому классу исследователей присуща тенденция фундаментальности свойств математических изделий и, в частности, системы чисел. Они ищут и находят эти фундаментальные свойства всеми возможными средствами: от математического анализа на том или другом уровне развития до описания на основе математики различных проявлений практики.

Второй класс исследователей рассматривает математику лишь как теневой аспект своей или чужой практики, как средство математического отображения опыта, который уже известен или ожидаем. По этой причине применяется для построения и совершенствования расчетных моделей некий набор первичных математических изделий, так или иначе соединенных между собой в некую математическую конструкцию. На этом пути удается не только описывать достигнутые факты, но и совершенствовать применяемый математический инструмент.

Третий класс исследователей не отрицает и не исключает практику и итоги двух указанных классов исследователей. Скорее, он применяет одно и другое, представляя для анализа новые факты реальной и математической практики.

В силу указанных условий и обстоятельств психологические свойства системы чисел для каждого класса исследователей и принятой концепции Реальности будут приниматься и оцениваться по-разному.

Важнейшим свойством системы чисел является их *толерантность* к практике людей. Они ни во что не вмешиваются, если их об этом не «попросят». Далеко не так ведут себя люди. Они часто вмешиваются в жизнь без всякого спроса и, чаще всего, пытаются на основе критики и агрессии что-то исправить. Числа этого не делают, что свидетельствует о более высоком уровне их психологии.

Числа *исполнительны и безотказны* во всем расчетных случаях и ситуациях: они «позволяют» проводить расчеты на их основе всегда и везде. Они не устают от практики с ними. Так не может вести себя человек: он не всегда функционален и почти всегда быстро устает от практики или от общения с ним. Следовательно, по исполнительности и безотказности числа, скорее всего, превосходят людей, равно как они превосходят людей по многогранности своей практики.

Числа *терпеливы без агрессии*: сколько бы раз и как бы мы ни ошибались, они никогда и нигде не нападают, не критикуют и практикующего бездаря, и уставшего гения.

Числа *не подвластны авторитетам и деньгам*: они действуют одинаково для лиц разного уровня и социального статуса, равно как и при разном их финансовом состоянии.

Числа *умело скрывают свои свойства и тайны*, числа открываются только достойным исследователям. Далеко не так и не всегда могут вести себя люди.

Числа *не завидуют* друг другу, сохраняя и поддерживая в рабочем порядке свой статус и свое положение в виртуальном мире.

Числа *не убивают* себя или друг друга.

В силу указанных психологических свойств в форме объектов виртуальной Реальности числа имеют черты Сознаний и Чувств, иллюстрирующих их высокий уровень, который по ряду признаков превосходит уровень Сознания и Чувств людей.

У нас нет оснований отрицать гипотезу, что числа переданы нам Высшим Разумом для развития и порядка в нашей практике. В этом случае не исключены новые, более глубокие сведения о числах в форме инструментов для анализа Реальности и достижения гармонии с ней.

Новая модель динамики, ассоциированная с частицами света

В модели трансфинитной реальности [2] материя имеет много свойств: она многоуровневая, многофункциональная, многозначная. Ситуация становится модельно конструктивной, если принять постулат, что объекты разных уровней материи софистатны (взаимно трансфинитны) между собой по структуре и по взаимодействиям.

Принимая софистатность (взаимную трансфинитность) объектов и взаимодействий для разных уровней материи, мы вправе предложить модели объектов на других уровнях материи по аналогии с объектами привычного для нас, исследованного уровня материи. В качестве базового объекта и средства анализа естественно принять макромир, в котором мы живем и выполняем некоторые свои функции. Тогда учтем тот факт, что есть 4 базовых объекта макромира в форме пары электрических предзарядов и пары гравитационных предзарядов [3], из которых изготовлены все остальные объекты, в частности, электроны, позитроны, протоны и антипротоны.

Атомы и молекулы материи, образованные из этих базовых объектов, генерируют, в частности, кодоны, выполняющие функции строительных блоков для ДНК, на основе которых генерируются живые объекты. На существенно более глубоком уровне материи возможны кодоны из предзарядов, что позволяет конструировать аналоги ДНК для любых микрочастиц, придавая им структуру и свойства живых объектов [4].

Движение частицы света со своей характерной скоростью может быть обусловлено потребностью сознательного выбора из указанной микросреды тех элементов, которые нужны ей для жизнедеятельности. В противном случае частица света погибает. Движение с большой скоростью становится средством для выживания. Поскольку движение происходит в средах и сопровождается взаимодействием, происходит деформация и разрушение составных частей света. По этой причине требуются «станции техобслуживания» не только для частиц света, но и для других объектов. Кроме этого, требуются некие аналоги «зон отдыха». Принимая наличие чувств у частиц света, мы вправе предположить также наличие «мест развлечения» и выполнение функций, которые не сводятся только к движению. В роли таких зон отдыха и развлечения естественно принять материальные объекты макромира, в которых могут одновременно сосуществовать системы микрообъектов.

Такую точку зрения косвенно предложил Томсон [5], согласно которому электроны и нуклоны в атомах связаны между собой силовыми нитями в форме «покоящегося света». Поэтому атомы и молекулы можно рассматривать как аналоги станций обслуживания и зон отдыха.

С точки зрения предлагаемого теперь анализа генерируется несколько иная модель значения и функций человека: человек представляет собой уникальное устройство для обмена энергиями между разными уровнями материи, взаимодействуя с Реальностью не только физически, но и информационно, на основе своих свойств Сознаний и Чувств.

Нельзя исключать аналогичных функций для других живых объектов. Но если это так, спектр живых объектов генерирует спектр каналов связи между разными объектами и разными, в том числе, уровнями материи.

Естественно, в этой системе объектов и взаимодействий есть определенное равновесие и определенная гармония. Оба эти элемента меняются по мере эволюции Реальности.

Принимая точку зрения, что наши модели, корректные с теоретической точки зрения и предсказывающие данные, согласующиеся с экспериментом, задают только часть свойств трансфинитной реальности, мы вправе проанализировать разные варианты и возможности обобщения, развития этих моделей.

Понятно, что особенно сложно выполнять обобщение тех моделей, корректность и полезность которых подтверждена столетиями практики. Конечно, всем понятна, что речь идет о практике, ограниченной рядом условий проведения этой практики. С физической точки зрения это относится к диапазону скоростей, ускорений, температур, концентраций и других физических условий практики.

Примером такой «устоявшейся» модели является закон динамики материальных тел с ненулевой массой. Его принято называть законом динамики Ньютона, хотя у Ньютона есть суждение, что этот закон открыл Галилей, а сам Ньютон предложил только закон равенств сил действия и противодействия в равновесном состоянии.

С позиции трансфинитного моделирования трансфинитной реальности ситуация выглядит изначально иначе. Концепция трансфинитности признает трансфинитность объектов и взаимодействий. По этой причине трансфинитными могут и должны быть любые величины и операции, а также их соединения между собой. В частности, следует принять трансфинитность зарядов и ранговых движений. Кроме этого, поскольку физические модели имеют форму функциональных алгебр, могут и должны быть трансфинитны функциональные алгебры.

Согласно простейшей возможности обобщения получается такая модель:

$$m(1)\frac{d\vec{x}}{dt} + m(2)\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + m(3)\frac{d^3\vec{x}}{dt^3} + ... = \sum F_i, i = 1,2,3...$$

Аналогичные обобщения в смысле расширения ранговых дифференцирований относится к электродинамике и к массодинамике.

Пример такого расширения получен при дифференцировании уравнений электродинамики, согласно которому удалось объединить электродинамику Максвелла и физическую массодинамику [5].

Другими словами, в общепринятых моделях учтена часть параметров и ранговых движений, что было достаточно для нашей ограниченной практики. Для более глубокого понимания и анализа объектов и явлений во всей Вселенной в расчет нужно принять более широкую «сеть» параметров и движений, а также возможных их соединений между собой. Понятно, что на первом месте могут и должны быть линейные модели. Они образуют «предтечу» для нелинейных и нелокальных моделей.

Наличие системы ранговых масс и ранговых ускорений позволяет ввести гипотезу о механизме набора скорости частицей света после прохождения препятствия в форме стекла определенной толщины.

Поскольку изменение параметров происходит в данном случае на расстояниях порядка нескольких длин волн, в расчет можно принимать не только ускорения, но и скорости изменения ускорений. Тогда возможна перестройка частиц света изнутри таким образом, что они применяют массы более высокого ранга как аналог реактивного потока, ускоряющего частицу света до скорости, оптимальной в рассматриваемом окружении.

Динамика ранговых масс становится двигателем для перестройки параметров у частиц света. Эффект от такой динамики может быть большим, так как скорости частиц гравитации могут существенно превосходить скорость частицы света. По этой причине незначительное количество частиц гравитации может быть достаточно для ускорения или замедления действующей частицы света.

Аналогичный механизм может иметь место в атоме, когда «освобождение» силовой линии обеспечивается на основе динамики ранговых масс.

Анализ в форме указанных гипотез желательно подтвердить экспериментально, хотя выполнить это достаточно сложно.

Модель света в форме структурных частиц с характерными поперечными и продольными размерами в сочетании со свойствами света, изученными за длительный период, позволяет ответить на вопрос: как может свет, двигаясь в среде и преодолевая ее сопротивление иметь постоянную скорость, зависящую от показателя преломления?

Примем во внимание возможность построения динамики частиц света на основе концепции ранговых масс. Представим ее в ограниченном виде.

Зельдович [7] считал, что есть 8 механик, критерием принадлежности к разряду которых является наличие в них гравитационной постоянной, скорости света и постоянной Планка. Естественно дополнить параметры, предложенные Зельдовичем, размерами объектов в форме длины, площади или объема. По этой классификации механика Галилея-Ньютона относится к истокам механик: в ней нет ни одного из указанных параметров. В такой модели динамики ненулевая масса объединена с ускорением. Согласно принятой ранее терминологии, ускорение есть движение второго ранга. Тогда ненулевую массу можно называть массой второго ранга, она есть масса тяготения.

Заметим, что по принципу софистатности свойств материи, аналогично мы обязаны ввести в рассмотрение два вида электрических зарядов с разными свойствами.

В границах новой концепции скорость есть характеристика движения первого ранга. Ей мы вправе поставить в соответствие массу ранга единица. Назовем массу ранга единица массой инерции. Для света, принимая модель частиц света с единой структурой, определим ее через энергию частицы света $\hbar\omega$ формулой

$$m_{in} = \frac{\hbar\omega}{c_0^2} n^2.$$

Здесь $\hbar$ – постоянная Планка, c_0 – скорость света в вакууме, n – показатель преломления. Принимая эту связь, мы задаем зависимость массы инерции от показателя преломления. В оптически более плотной среде частицы света увеличивают свою массу инерции, при переходе в оптически менее плотную среду значение массы инерции уменьшается. Изначально становится понятным, что изменение скорости при переходе из одной среды в другую в данном случае соотносится с изменением массы инерции.

Введем в рассмотрение поперечные размеры частиц света величиной l. Поскольку в начальной структурной модели частиц света они образованы «плоскими дисками», необходимо задать расстояние между «дисками». Определим его формулой

$$L = \frac{l}{n}.$$

Согласно данной гипотетической зависимости в оптически более плотной среде расстояние между «дисками» уменьшается. Оно «восстанавливается», если оптическая плотность уменьшается. Этот механизм дополняет механизм изменения массы инерции для частицы света. В итоге, так или иначе, реализуется некоторое «оживление» одного из самых сложных, тонких и загадочных объектов, какими являются частицы света.

Без модели структуры частиц света и физических механизмов, действующих для обеспечения их жизнедеятельности, мы принимали, вольно или невольно, модель «неживого» света, навязывая ему такую неконструктивную и бесперспективную идею.

Именно то, что безусловно рождает и поддерживает жизнь, источник и двигатель жизни, было названо и оценено как безжизненное, бесструктурное начало.

Для замыкания модели, следуя аналогии с динамикой Галилея-Ньютона, требуется выражение для силы, действующей в среде на частицу света.

Примем за основу закон для силы в форме линейной плотности для энергии частицы света

$$F_x = \frac{h\omega}{L} = \frac{\hbar\omega}{l} n.$$

Сконструируем ранговый закон инерционного типа, сохранив структуру физической размерности стандартного закона динамики для тел с ненулевой массой. Получим в одномерной по пространству записи выражение, ассоциированное с введенными параметрами для частиц света

$$m_{in} \frac{c_0}{l} \frac{dx}{dt} = F_x.$$

Подставим в него величины, указанные выше:

$$\frac{\hbar\omega}{c_0^2} n^2 \frac{c_0}{l} \frac{dx}{dt} = \frac{\hbar\omega}{l} n.$$

Отсюда следует искомая формула, свидетельствующая о возможности постоянства скорости света в среде

$$\frac{dx}{dt} = \frac{c_0}{n}.$$

Постоянство скорости света в среде с постоянным показателем преломления следует в данном случае *из рангового динамического закона*, равно как и изменение скорости при изменении показателя преломления. Кроме этого, есть некоторые основания «визуализировать» эту динамику, согласовав ее с привычными для нас макропонятиями.

Динамические уравнения для частиц света имеют в своей структуре 3 фундаментальные величины, характеризующие динамику. Эта модель принципиально отличается от стандартной механики Галилея-Ньютона. В ней учтен тот факт, что масса тяготения для частиц света равна нулю. Легко видеть, что это условие учтено в электродинамике Максвелла. В ней отсутствуют конвективные члены, характерные для механики жидкости, она основана на слагаемых «вязкостного» типа.

Модель света в форме частиц света естественно предполагает не только анализ скорости частиц света, но и их вращения. Поскольку сейчас есть основания анализировать микромир и макромир единым образом, эффект влияния среды на частицу света имеет место всегда и везде.

Это обстоятельство уже достаточно глубоко подтверждено экспериментально, так как решения конкретных задач в релятивистской электродинамике базируется на объединении в систему дисперсионного уравнения и фазового условия. В электродинамике со скалярным показателем отношения, генерирующим электродинамику без ограничения скорости, система уравнений такова:

$$c^2K^2 - w\omega^2 = \Gamma^2 (\varepsilon\mu - w)(\omega - \vec{K}\vec{U})^2,$$

$$\omega = \omega_0 \left(1 - w\frac{U_\xi^2}{c^2}\right)^{1/2} + \vec{K}\vec{U}_\xi,$$

$$\Gamma^2 = \left(1 - w\frac{U^2}{c^2}\right)^{-1}, \vec{U} = (1-w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m, w = 1 - \exp(-P)$$

В этой модели соединены поступательные и вращательные стороны света. В ней естественно учитываются не только скорость среды $\vec{U}_m$, но и скорость первичного источника излучения $\vec{U}_{fs}$.

В нерелятивистском приближении выражение для групповой скорости имеет вид

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n}\frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right)\left[(1-w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m\right]$$

Ненулевая масса покоя зависит от скорости по закону

$$m = m_0\left(1 - \frac{u^2}{c^2}n^2 w\right)^{1/2}.$$

В вакууме при параметрах $n = 1, w = 1$ при скорости, равной скорости света в вакууме, ненулевая масса становится светом.

Обобщенная теория электромагнитных явлений [3] дает несингулярные законы для частоты вида

$$\omega = \omega_0\left[\left(1 - w\frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} + \Phi\frac{U_{fs}^2}{c^2}\right], \Phi = w\left[(2-w) - (1-w)^{1/2}\right],$$

$$\omega = \omega_0 \frac{\left[\left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} - \frac{u_{fs}^2}{c^2}\Psi^{1/2}(1+\Psi)^{1/2}\right]}{1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2}\psi}, \Psi = 2Q + Q^2, n = 1 + Q\ldots$$

Модель, согласно которой электромагнетизм и гравитация могут описываться единым образом, генерирует идею, что частицам гравитации *в форме атомов и молекул гравитации* свойственна динамика, а также инерциальное движение и вращение.

Двигаясь в теории в указанном направлении, мы реализуем начала подхода, согласно которому микромир имеет свойства и стороны, которые привычны нам согласно практике в макромире.

Наличие ранговых зарядов означает возможность и необходимость создания и объединения моделей для их структур и динамик. Каждый заряд инициирует потребность в новых подходах и теориях, а также в средствах и алгоритмах его верификации на практике. Понятно, что в разных условиях и ситуациях может главенствовать и управлять структурой и динамикой отдельный заряд. Но в общем случае требуется понимание и представление о наличии и объединении системы зарядов. Речь, конечно, должна идти не только о массе, но и об электрическом заряде. Подход не исключает, а предполагает систему других зарядов. В частности, следует ввести в рассмотрение систему изотопических зарядов.

Как может сохранять себя частица света при больших ускорениях?

В начальной структурной модели частиц света они состоят из 4 структурных базовых объектов: пары электрических предзарядов и пары гравитационных предзарядов. Пара гравитационных предзарядов расположена в центре «диска», на периферии «вращается» пара электрических предзарядов. Таков атом света как аналог атома водорода на другом уровне материи. Соединение таких дисков между собой с расположением перпендикулярно направлению движения частиц света генерирует новые атомы света в форме аналогов атомов физической материи, привычных для нашей практики. Соединение атомов света генерирует молекулы света и те стандартные частицы, которые названы, в частности, электронами и нуклонами.

Данная модель приятна в том смысле, что на ее основе, следуя механизму расчета Томсона, выводится выражение для постоянной Планка и для энергии частицы света, что согласуется с экспериментальными данными.

Принимая аналогию разных уровней материи, мы вправе принять гипотезу, что предзаряды конструируют не только атомы и молекулы света, но и тройные комплексы из предзарядов, которые по аналогии с кодонами материи из аминокислот можно рассматривать и называть кодонами праматерии. При таком подходе среда, которую принято называть вакуумом, заполнена системой микрообъектов нового, светового уровня материи с характерным субъядерными пространственными размерами, так как четверка предзарядов имеет, по предварительным оценкам, субъядерные размеры. Но тогда могут и должны существовать живые объекты субъядерного уровня материи со своим Интеллектом и Чувствами, а также с «городами жизни», созданными на их основе.

Данная система идей и гипотез слишком далека от экспериментального подтверждения. Мы имеем, тем не менее, возможность математического анализа предполагаемых ситуаций, отказываться от которой бессмысленно и нецелесообразно.

Такой подход инициируется прежде всего постулатом, что структуры и динамики объектов с разными уровнями материи имеют аналогию между собой. По этой причине мы вправе рассматривать микрореальность на основе доступных интеллектуальных средств и инструментов, используя возможности своего ментального зрения. Аналогия не означает тождественности. Поэтому на пути анализа могут понадобиться и пригодиться совершенно новые математические средства и инструменты. Они могут инициировать создание новых технологий и экспериментальных средств.

Из семейства вопросов по структуре и динамике частиц света, которые совершенно непонятны с позиции нашего привычного опыта, выделим один фундаментальный вопрос: как сохраняют частицы света свою структуру и свойства при колоссальных ускорениях, которые они имеют при переходе из одной среды в другую?

Оценим величину ускорений при переходе света из воздуха в стекло и из стекла в воздух.

Средний показатель преломления для стекла имеет величину $n = 1{,}5$. Согласно ему, скорость света меняется при переходе из воздуха в стекло от значения $300.000\,\frac{км}{сек}$ до значения $200.000\,\frac{км}{сек}$. При переходе из стекла в воздух происходит обратная трансформация скорости. Изменение скорости характеризуется интервалом

$$\Delta u = 100 \cdot 000 \cdot 000\,\frac{m}{cek} = 10^8\,\frac{m}{cek}.$$

Эти изменения осуществляются на отрезках в десятки длин волн. Для видимого диапазона длин волн, соответствующего максимуму излучения в спектре Солнца, данный отрезок задается формулой

$$s = 4 \cdot 10^{-6} - 8 \cdot 10^{-6} m.$$

Время для прохождения такого отрезка приблизительно равно $\Delta t = 2 \cdot 10^{-14} cek.$

Следовательно, меру ускорения и торможения можно оценить формулой

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{10^8}{2 \cdot 10^{-14}} \frac{m}{cek^2} = 5 \cdot 10^{21} \frac{m}{cek^2}.$$

Поскольку организм человека не выдерживает ускорение даже в 50 раз, то, что «может» выдержать частица света, превосходит качества динамики человека в 100 миллиардов миллиардов раз

$$p = 100 \cdot 10^9 \cdot 10^9.$$

Кроме этого, частицы света «владеют» скоростями, которые в миллион раз превосходят скорости прогуливающегося человека.

Расстояние, которое в среднем человек проходит за свою жизнь, примерно равно тому расстоянию, которое свет проходит за одну секунду.

Принимая аналогию человека и частиц света, мы вправе, уже по этим данным, принять точку зрения, что частицы света могут столь же значительно превосходить человека по свойствам Сознания и Чувств. В частности, это относится к скорости принятия решений и скорости реакций на воздействия.

Для оптимиста эти факты означают, что нам есть чему учиться, если мы желаем выполнять функции, аналогичные функциям Света во Вселенной. Для пессимиста появляются новые аргументы, чтобы унизить и оскорбить себя.

Естественно ожидать чего-то нового в нашей фундаментальной практике, если нам станет доступен механизм, следуя которому частицы света имеют свойства, которые настолько превосходят свойства человека. Здесь есть над чем порассуждать не только с философской точки зрения.

Оптимально, с математической точки зрения, найти расчетный инструмент для описания возможности сохранения структуры и свойств частиц света при колоссальных ускорениях. С физической точки представляется недопустимой модель вращения электрических предзарядов вокруг гравитационных предзарядов даже для атома света, так как ускорения могут и должны разрушить это вращение. Более того, совершенно непонятно, каким способом можно удержать электрические предзаряды около гравитационного центра.

Ситуация несколько меняется, если электрические предзаряды действительно присоединены к центральной части частицы света силовыми линиями, достаточно надежно прикрепленными к ней. Тогда, с одной стороны, нитевая структура центральной области частицы света имеет все возможности «проскочить» препятствия, так как между ядрами атомов и молекул среды «достаточно» промежутков. Прикрепленные на «нитях» к центральной части электрические предзаряды могут, естественно, вести себя аналогично, обходя препятствия. В частности, они могут менять свой «наклон» к центральной части.

Эти соображения, равно как и такую возможность, хорошо иллюстрирует модель движения точки по окружности в комплексной плоскости. Пусть задана такая окружность:

$$x^2 + (y)^2 = r_0^2 = x^2 - y^2.$$

В этой модели получим при циклическом движении по кругу в комплексной плоскости изменение координаты x согласно закону

$$x = \pm\sqrt{r_0^2 + y^2}.$$

Величина y меняется от нуля до некоторой максимальной величины. В действительной плоскости такому движению соответствует пара «нитей», по которым точки двигаются синхронно от места своего «присоединения» к концам «нитей» и обратно. Понятно, что таких «нитей», расположенных на разном расстоянии от центра, может быть достаточно много.

Следовательно, возможно математическое описание модели «нитевой» структуры частиц света, достаточной, с точки зрения привычных представлений о макромире, для понимания механизма сохранения структуры и свойств частицы света при прохождении через среду.

Конечно, это только одна буква в алфавите языка, требуемого для описания всего многообразия свойств света в модели структурных частиц света.

Математические аспекты проблемы постоянства скорости света в среде

Принимая модель света в форме атомов и молекул света, имеющих внутреннюю структуру и динамику, а также характерные размеры в привычном для нас пространстве, мы принимаем также взаимодействие частиц света со средой, в которой они распространяются.

Если эта внешняя среда однородна и изотропна, естественно предполагать некоторое постоянство внешней силы, действующей на частицы света. Конечно, учитывая разную протяженность разных частиц света, мы обязаны соотносить это «постоянство» внешнего воздействия с длиной волны.

Из стандартного уравнения динамики для материальных объектов с зарядом в форме ненулевой массой, при действии на него постоянной силы

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = a$$

следует, что

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = at + b.$$

Другими словами, привычный закон динамики при постоянной силе, действующей на заряд, генерирует линейную зависимость скорости от времени, замедляя или ускоряя анализируемый объект.

Заметим, что стандартный закон динамики можно применять формально для объектов, у которых фактором учета силы является не масса, а некая другая величина, роль которой может выполнять некоторый другой заряд. Например, это может быть электрический или другой заряд, а также некоторое функциональное условие, ассоциированное с зарядом или зарядами.

Заметим, что частицы света, согласно структурной модели, имеют пару гравитационных предзарядов с разными знаками и пару электрических предзарядов с разными знаками. По этой причине для них может стать необходимым учет пары зарядов в динамике. Кроме этого, начальная модель объединения электромагнетизма и гравитации базируется на дифференциальных уравнениях третьего порядка. Это обстоятельство является «подсказкой» о возможном обобщении уравнений динамики частиц света и частиц гравитации до уровня производных третьего порядка.

В развиваемом нами подходе к физической Реальности как системе с трансфинитными качествами, мы вправе рассматривать систему ранговых движений. При ограничении модели производными по времени третьего порядка, мы обязаны учитывать скорости, ускорения, а также скорости изменения ускорений.

Заметим, что функциональное условие слева от равенства мы можем рассматривать как математический образ, характеризующий внутренние свойства исследуемых объектов безотносительно к деталям внутренней структуры.

Тогда правая сторона равенства есть функциональное выражение внешнего воздействия на изучаемый физический объект.

Общий закон задает условие равновесия внутренних и внешних факторов анализируемой ситуации или практики. Естественно анализировать проблему в безразмерных переменных, обеспечивая размерностное согласование слагаемых, которые входят в уравнения. Дополнительно требуется выяснить физический смысл величин, которые образуют структуру теории, равно как и алгоритмы описания этих свойств в разных условиях. При получении результатов, которые выходят за рамки привычных представлений, требуется обосновать, что и почему происходит именно так, а не иначе. Еще более важно разобраться, что новый результат «предлагает» практике.

Задача анализа влияния постоянного внешнего фактора на объекты типа частиц света в приближении одномерного движения формулируется, с учетом указанных условий и замечаний, уравнениями морфологического и математического вида

$$in = out,$$

$$\alpha \dot{x} + \beta \ddot{x} + \gamma \dddot{x} = a.$$

Уравнение морфологического типа полезно для философского и логического анализа. Уравнение математического вида пригодно для получения математических выводов, на основе которых можно делать некоторые предположения о структуре и свойствах исследуемых объектов, а также о возможном их практическом применении.

Получим простейшие решения нового базового уравнения динамики объектов в нескольких ситуациях.

Модель 1. Пусть предполагаемое решение имеет вид

$$x = \sigma_1 t^3 + \sigma_2 t^2 + \sigma_3 t.$$

Получим

$$\dot{x} = 3\sigma_1 t^2 + 2\sigma_2 t + \sigma_3, \ddot{x} = 6\sigma_1 t + 2\sigma_2, \dddot{x} = 6\sigma_1,$$

$$\alpha \quad 3\sigma_1 t^2 + 2\sigma_2 t + \sigma_3 \quad \pm \beta \quad 6\sigma_1 t + 2\sigma_2 \quad \pm \gamma 6\sigma_1 = a,$$

$$\alpha\sigma_3 \pm 2\beta\sigma_2 \pm 6\gamma\sigma_1 = a,$$

$$2\alpha\sigma_2 \pm 6\beta\sigma_1 = 0, 3\alpha\sigma_1 = 0,$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = \frac{a}{\alpha},$$

$$x = \frac{a}{\alpha} t, \dot{x} = \frac{a}{\alpha} = const.$$

При условии постоянства первого коэффициента при скорости в левой части равенства и при постоянстве правой части анализируемый закон «позволяет» скорости то постоянство, которое мы наблюдаем в эксперименте.

Модель 2. Пусть внутренние слагаемые не содержат третью производную по времени:

$$\alpha \dot{x} \pm \beta \ddot{x} = a.$$

$$x = \sigma_1 t^3 + \sigma_2 t^2 + \sigma_3 t.$$

Получим

$$\alpha\ \ 3\sigma_1 t^2 + 2\sigma_2 t + \sigma_3\ \ \pm \beta\ \ 6\sigma_1 t + 2\sigma_2\ \ = a,$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = \frac{a}{\alpha}.$$

Модель 3. Пусть внутренние слагаемые не содержат вторую производную по времени

$$\alpha \dot{x} \pm \beta \dddot{x} = a.$$

$$x = \sigma_1 t^3 + \sigma_2 t^2 + \sigma_3 t.$$

Получим

$$\alpha\ \ 3\sigma_1 t^2 + 2\sigma_2 t + \sigma_3\ \ \pm 6\gamma\sigma_1 = a,\ \sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = \frac{a}{\alpha}.$$

Во всех трех случаях результат одинаков: модели «разрешают» постоянство скорости при постоянном внешнем влиянии.

Ситуация меняется при исключении из системы внутренних факторов элемента, содержащего скорость.

Модель 4. Пусть $\beta\ddot{x} + \gamma\dddot{x} = a.$ В модели искомого решения получим

$$\beta\ \ 6\sigma_1 t + 2\sigma_2\ \ \pm 6\gamma\sigma_1 = a.$$

$$\sigma_1 = 0, 2\beta\sigma_2 = a, \sigma_2 = \frac{1}{2}\frac{a}{\beta},$$

$$x = \frac{1}{2}\frac{a}{\beta} t^2 + \sigma_3 t.$$

Следовательно, при постоянстве внешнего влияния на частицу света главным фактором сохранения постоянства скорости является объединение «внутреннего слагаемого», содержащего скорость, с аналогичными слагаемыми второго и третьего порядка дифференцирования. Внутренние ранговые движения в своей системе обеспечивают функционирование частицы света в среде с постоянным влиянием, если они объединены на первом и других ранговых уровнях движений, а факторы этих движений могут быть переменны за исключение фактора для первого рангового движения. Этот «вывод» иллюстрирует только одно обстоятельство: для понимания свойств света важно исследовать уравнения, которые содержат скорость. Понятно, что при трехмерном анализе из рассмотрения «ускользает» четвертая составляющая.

В стандартном анализе свойств света, обоснованных решениями по обобщенной модели типа Максвелла, есть трехмерная часть, содержащая волновой вектор и одномерная часть в форме условия на частоту. В итоге имеем систему уравнений, убедительно согласующуюся не только с экспериментами, но и со структурной идеологией физиков.

Принимая «подсказку» к уравнениям динамики на основе уравнений Галилея-Ньютона, мы можем сконструировать структуру закона, естественно зависящую от скорости, приписывая другие параметры внутренней структуре частиц света.

Каким может быть механизм «набора скорости» у частиц света?

Формальный ответ на поставленный вопрос дает модель динамики частиц света, базирующаяся на концепции динамической массы инерции. Так, при переходе из воздуха в стекло увеличивается масса инерции частицы света из-за увеличения показателя преломления. Это обстоятельство естественно становится дополнительным аргументом в пользу гипотезы о наличии у частиц света механизмов ощущений: оценивания внешних факторов и изменений, ассоциированных с ними. Кроме этого, происходит «сжимание» частиц света по продольному размеру в направлении групповой скорости. Если это состояние «неестественно» для частиц света, они будут избавляться от него при выходе из среды, равно как и от избыточной массы.

Тогда несложно выдвинуть физическую гипотезу о механизме ускорения частиц света при выходе из более плотной среды в менее плотную среду.

Во-первых, энергия, накопленная в среде, ассоциированная с дополнительной массой инерции, применяется в форме аналога реактивного двигателя для частицы света с излучением гравитации в сторону, противоположную групповой скорости.

Во-вторых, синхронно с этим процессом, и, возможно, благодаря ему, меняются расстояния между «дисками» частиц света.

В-третьих, изменяется «наклон» дисков в частице света, что может выполнять функцию выталкивания частиц гравитации из частицы света.

Так или иначе, все эти предполагаемые механизмы нужно проверить на эксперименте. Это не простые опыты.

Кроме этого, понятно, речь может и должна идти об изучении механизмов поведения частиц света в направлении утверждения фундаментальной гипотезы: поведение частиц света подчинено программах, заложенным в их структуре как базовых элементов Сознания и Чувств Реальности. Поведение по тем или иным программам предполагает также исследование деформации и изменения таких программ.

Если практика подтвердит, что поведение частиц света подчинено Программам, мы вступаем в новую Эру теории и эксперимента, приближая к практике базовую гипотезу людей, что все физические объекты имеют не только составные части, формируя структуру, но они имеют также Сознания и Чувства. Возможно, что не в очень отдаленном будущем можно будет научиться по-новому общаться с разными объектами.

Дискретность как функциональное свойство числовых последовательностей

Решение обратной задачи Гаусса генерирует идею, что дискретность можно рассматривать как функциональное свойство числовой последовательности. Такая модель интересна с физической точки зрения, если присоединить к числовой последовательности характеристики физических объектов, рассматривая свойства последовательности как программу, которой она подчинена. С физической точки зрения так будет отображаться какой-то вариант взаимодействий.

Проанализируем конкретную ситуацию. Пусть последовательность задана законом

$$f(n) = n^2(n+1), f(n+s) = (n+s)^2(n+s+1).$$

Приравняем их сумму силовой функции $Q(n)$, которую будем находить из дополнительных соображений. Тогда имеем алгебраическое уравнение

$$s^3 + (3n+1)s^2 + (3n^2 + 2n)s + 2(n^3 + n^2) = Q.$$

Найдем значение величины $Q(n)$, полагая, что кубическое уравнение имеет решение в форме последовательности $s_1 = s = -(n+2)$. Так представлен, с физической точки зрения, спектр значений некоторой величины, зависящей от числа объектов. Если мы рассматриваем безразмерное значение энергии некоторого объекта, речь идет о спектре его энергии, зависящем от начального значения и от числа анализируемых объектов.

Принятое требование индуцирует величины

$$s^2 = n^2 + 4n + 4, (3n+1)s^2 = 3n^3 + 13n^2 + 16n + 4,$$

$$-s^3 = n^3 + 6n^2 + 12n + 8, -(3n^2 + 2n)s = 3n^3 + 8n^2 + 4n.$$

Исходное решение получится при $Q(n) = n^3 + n^2 - 4$.

Два других решения удобно получить, разложив кубическое уравнение:

$$s^3 + (3n+1)s^2 + (3n^2 + 2n)s + n^3 + n^2 + 4 = (s + n + 2)(s^2 + \alpha s + \beta) = 0.$$

Из равенства следует, что

$$\alpha = 2n - 1, \beta = n^2 - n + 2,$$

$$s^2 + (2n-1)s + n^2 - n + 2 = 0.$$

Решение имеет вид

$$s_{2,3} = -\frac{2n-1}{2} \pm \frac{i}{2}\sqrt{7}.$$

Примем точку зрения, что сумма и произведение корней квадратного уравнения задет экспериментально наблюдаемые значения дискретных величин. Они естественно входят в структуру квадратного уравнения.

Последовательность $R = n^2 - n + 2$ генерирует ряд

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R	2	4	8	14	22	32	44	58	72

…

Интервалы между значениями увеличиваются на две единицы. Следовательно, мы получили последовательность, которая относится к категории четырехугольных чисел.

Возможна другая постановка задачи анализа системы дискретных величин. Объединим пару числовых последовательность в рамках идеи, что сумма и произведение корней квадратного уравнения задаются функциями с числами Гаусса:

$$s_1 + s_2 = -(n-1), \; s_1 \cdot s_2 = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Пусть рассматриваемая система имеет также спектр величин согласно функции $s_3 = -n^{-2}$, свойства которого аналогичны спектру атома водорода.

Единая числовая система, которая достаточна для выражения принятых допущений, имеет форму кубического уравнения вида

$$\left(s + \frac{1}{n^2}\right)\left(s^2 + (n+1)s + \frac{n(n+1)}{2}\right) = 0.$$

Выполнив произведения, получим функциональное условие

$$n^2 s^3 + (n^3 - n^2 + 1)s^2 + \frac{n^4 + n^3 + 2n - 2}{2}s + \frac{n(n+1)}{2} = 0.$$

Корни s_1, s_2 таковы:

$$s_{1,2} = -\frac{n-1}{2} \pm \frac{i}{2}\sqrt{n^2 + 4n - 1}.$$

Новая возможность индуцируется алгоритмом объединения в модели алгебраических уравнений нескольких числовых последовательностей. Например, можно объединить в систему тип 6 и тип 3 числовых последовательностей. Получим, например, квадратное уравнение

$$s^2 - (2n^2 - n)s - \frac{n(n+1)}{2} = 0.$$

Его решения имеют вид

$$s_{1,2} = \frac{2n^2 - n}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{4n^4 - 4n^3 + 2n^2 + n}.$$

Предложенное уравнение можно объединить посредством произведения с линейным, квадратным или кубическим уравнением, генерируя систему дискретных величин, зависящую от последовательности натуральных чисел.

Алгоритм анализа допускает объединение в независимую систему нескольких уравнений, что обеспечивает возможность анализа их состояний при разных значениях величин из последовательности натуральных чисел.

Алгоритм допускает расширение своих возможностей, если обобщить коэффициенты числовых последовательностей: применять в последовательности функции от физических параметров. Например, это может быть уравнение вида

$$s^2 - \left(\varphi(t,\xi)n^2 - n\right)s - \frac{n(n+1)}{\psi(t)} = 0.$$

Величины, так или иначе согласующиеся с экспериментом, могут зависеть от меняющихся размеров $l(t,\xi)$ анализируемого изделия, а также от времени. В этом случае решение становится динамичным и соответствует формуле

$$s_{1,2} = \frac{\varphi(t,\xi)n^2 - n}{2} \pm \frac{1}{2\sqrt{\psi(t)}}\sqrt{\varphi^2(t,\xi)n^4 - 2\varphi(t,\xi)n^3 + 2n^2 + n}.$$

Понятно, что дискретными могут быть самые разные свойства анализируемого объекта. Однако расчет одних дискретных величин в предлагаемом алгоритме не противоречит расчету другого набора дискретных величин. Конечно, между ними могут быть согласования.

Применение последовательности натуральных чисел соответствует концепции структурности физических объектов. Однако нет оснований ограничивать алгоритм расчета только этой последовательностью.

Допустимы самые разные системы чисел.

Алгебраические уравнения, равно как и вся алгебраическая геометрия, получают *фундаментальное применение* для расчета дискретных параметров физических систем на основе единой точки зрения, что любой физический объект состоит из других объектов, свойства которых необходимо и достаточно описывать числовыми последовательностями.

Начальная интерпретация сумм корней уравнений и их произведений предполагает также рассмотрение более сложных выражений: например, это могут быть функции от корней. Но тогда одно алгебраическое уравнение может быть достаточным для описания разных физических объектов и разных их состояний.

Особый интерес этот подход представляет для ситуаций, которые только косвенно описываются экспериментом.

Числовые последовательности для атома водорода

Атом водорода проще других атомов, так как состоит он только из протона и электрона. Однако его свойства далеко не так просты, как может показаться. Этот факт хорошо известен специалистам. В то же время теория спектров его излучения более 100 лет применяется в качестве основы квантовой механики, следуя подходам Бора, Шрёдингера, Гейзенберга, Зоммерфельда.

Из эксперимента известны серии спектров атома водорода, подчиненные единой формуле

$$\omega_{n,n'} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+k)^2}\right), R = \frac{m_e e^4}{2\hbar^2}, k = 1,2,3,\ldots$$

Здесь R – постоянная Ридберга, m_e, e – масса и заряд электрона, $\hbar$ – постоянная Планка.

Для разных значений главного квантового числа n имеем серии с именами:

$n=1-$ Лайман, $n=2-$ Бальмер, $n=3-$ Пашен, $n=4-$ Брэккет, $n=5-$ Пфунд,

$n=6-$ Хэмфри, $n=7-$ Хансен-Стронг.

Полученные результаты дают часть информации о свойствах излучения атома водорода. Однако на целый ряд вопросов ни у теоретиков, ни у экспериментаторов нет достойных ответов.

В частности, до настоящего времени нет конструктивной физической модели атома водорода в том смысле, что мы не владеем доступной пониманию картиной его структуры.

Покажем, что числа в форме системы числовых последовательностей позволяют продвинуться в решении задачи о структуре атома водорода. На основе чисел рассмотрим механические модели электрона и нуклона, объединив их с механической моделью частиц света. В качестве основной гипотезы примем мало известную точку зрения Томсона, что свет есть выделившаяся из атома часть его силовой линии или объединения силовых линий. Тогда электрон и нуклон есть изделия, имеющие центральные части и систему силовых линий в форме покоящихся частиц света с продольным и поперечным соединением.

Начнем решение такой задачи с математической точки зрения. Рассмотрим, например, уравнение вида

$$s^2-\frac{2}{n}s+\frac{2nk+k^2}{n^2(n+k)^2}=0 \Rightarrow \left(s-\frac{1}{n}\right)^2-\frac{1}{(n+k)^2}=0 \to y=(x-x_0)+b_0.$$

Назовем его уравнением для потенциала числовой последовательности. Получим решения уравнения и их произведения

$$s_{1,2}=\frac{1}{n}\pm\frac{1}{n+k},\ s_1\cdot s_2=\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+k)^2}.$$

Формула для произведения совпадает, с точностью до константы, с выражением для спектров излучения атома водорода, полученных экспериментально и обоснованных квантовой механикой.

Ситуация приобретает физические черты, если рассматривать электрон и нуклон атома водорода в виде изделий, имеющих центральное ядро и структурированную систему силовых линий, расположенных перпендикулярно ядру и соединенных между собой поперечными структурированными силовыми линиями. Примем механическую модель, согласно которой электрон и нуклон представляют собой аналоги структурированных частицами света объемных «паутин».

Выразим главное квантовое число n через отношение части длины силовой линии к длине ее нормированного структурного элемента:

$$n=\frac{l_n}{l_0}=\frac{nl_0}{l_0},\ n+k=\frac{(n+k)l_0}{l_0}.$$

Их разность характеризует отрезок, анализируемый в теории и проявляющийся на эксперименте. Дискретность спектра при таком подходе имеет физический смысл, так как числа задают, по сути, количество базовых изделий в той части силовой линии, которая генерирует конкретную частицу излучения. Такая информация лишь частично отображает форму и сущность явления. Косвенно понятно, что физическая константа Ридберга учитывает энергетическую наполненность элементов силовой нити.

Получим, например, графическое представление расчетной ситуации, согласованной со структурой силовой линии для квантового числа $n=1$:

n,k	$n=1$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=6$	$k=7$	$k=8$
$\otimes$	$\oplus$	$*$	$*$	$*$	$*$	$*$	$*$	$*$	$*$

.

Мы видим, что чем больше число k, тем больше величина энергии, так как из такой силовой линии формируется большее число «дисков» света. С другой стороны, из формулы следует, что чем больше число n, тем меньше энергия излучения. Так может быть, с физической точки зрения, только в том случае, если силовые линии имеют большее заполнение энергией, энергетически «толще» у центра изделия. Этот вариант кажется естественным с точки зрения сохранения энергии в системе.

Складывается впечатление, что постоянная Ридберга характеризует энергию частиц света интегрально, по усреднению энергий от разных блоков, так как возможно разное наполнение энергией структурированных частей силовых линий. Только в простом случае, если это наполнение линейно по мере удаления от центра электрона и нуклона, в этом случае возможно описание энергетических свойств света на основе постоянной величины, усредненной по количеству блоков, которые содержит излучаемая частица света.

Если силовая нить «захватывает» периферические силовые линии, мы получаем аналог добавки Зоммерфельда к энергии данного элемента структурированной силовой нити.

Предлагаемый подход к анализу спектров излучения основан на идее Томсона, что силовые линии представляют собой частицы света, покоящегося в структуре электронов и нуклонов.

Но именно структурированный свет в форме системы базовых атомов света есть то изделие, которое с 2001 года обосновано в релятивистской электродинамике с активным показателем отношения и без ограничения скорости.

Неразрешимых логических противоречий в модели генерации излучения из силовых линий нет. По крайней мере, этот механизм хоть как-то приближает теорию микромира к практике, реализуемой в макромире.

Новая модель генерирует огромное количество новых вопросов. Например, как восстанавливает себя электрон и нуклон после выброса части своей энергии в форме света? Как физически происходит превращение покоящегося света в свет движущийся? Как и почему может меняться в таких процессах частота света? Что происходит с поляризацией света? Происходит ли восстановление силовых линий после процесса излучения? Каков алгоритм и механизм их восстановления?

Наличие квадратичной зависимости в стандартных теориях излучения для атома водорода свидетельствует о том, что исследован спектр излучения, соответствующий механизму, по которому такой вид излучения реализуется не локально, а в пределах некоторой круговой фигуры в форме кольца, имеющего размерность 2.

Естественно предположить, что не противоречит физической интуиции и предлагаемой модели, что атом водорода способен генерировать не только излучение с пространственной размерностью 2, но и излучение других пространственных размерностей. Эта гипотеза базируется на представлении о трансфинитной структуре и возможностях Реальности. Поскольку Реальность реализует все свои возможности, предлагаемый вариант мы не вправе исключать из рассмотрения. Тогда, если гипотеза подтвердится, огромное количество водорода во Вселенной дополнительно иллюстрирует новые грани и богатство возможностей Вселенной.

Согласно предлагаемой гипотезе, атом водорода способен реализовать в своей практике систему спектров разных рангов:

$$\Delta_1 = B_1\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right), \Delta_2 = B_2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+k)^2}\right), \Delta_3 = B_3\left(\frac{1}{n^3}-\frac{1}{(n+k)^3}\right)....$$

Общая формула для спектров всех рангов может быть представлена через размерность силовых линий и системы связей между размерностными структурами:

$$\Delta_{\dim H} = B_{\dim H}\left(\frac{1}{n^{\dim H}}-\frac{1}{n+k^{\ \dim H}}\right), \dim H = 1,2,3,4,5...n, k = 1,2,3,4,5...$$

Ничего подобного не следует из модели описания спектров согласно подходу Гейзенберга и Шрёдингера. Возможности квантовой механики велики. Однако они почти не приближают решение задачи о физической структуре частиц света, а также электронов и нуклонов.

Исследование излучения атома водорода от радиодиапазона до рентгеновского излучения становится интригующей задачей для теоретиков и экспериментаторов, прежде всего потому, что мы имеем дело с началами структурных моделей частиц света, электронов и нуклонов, а также с потребностью в новых теориях и новых экспериментальных средствах. Новые данные об атоме водорода способны существенно прояснить наше понимание Реальности и алгоритмы практики для достижения гармонии с Реальностью.

Гипотетическая система спектров излучения согласована между собой по спектру, в котором квантовые числа линейны. Действительно, получим

$$\Delta_1 = B_1\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right), \Delta_2 = \frac{B_2}{B_1^2}\left(1+2\frac{n}{k}\right)\Delta_1^2, \Delta_3 = \frac{B_3}{B_1^3}\left(1+3\frac{n}{k}+3\frac{n^2}{k^2}\right)\Delta_1^3,...$$

Алгебраические полиномы становятся предметом исследования для расчета спектров излучения и атома водорода, и других атомов.

Возможно, таким методом можно исследовать также спектры молекул и живых клеток.

В частности, не исключен вариант объединения спектров разных рангов в алгебраическую структуру с динамическими коэффициентами вида $\Delta = \alpha\Delta_1 + \beta\Delta_2 + \gamma\Delta_3 + ...$

Линейный спектр, предлагаемый в качестве основы для алгебраического моделирования других спектров, естественно индуцирует квадратное уравнение, которое названо потенциалом числовой последовательности:

$$s_{1,2} = \frac{1}{n} \pm \frac{1}{n+k} \Rightarrow s^2 - \frac{2}{n}s + \frac{2nk+k^2}{n^2(n+k)^2} = 0.$$

Производная от решения уравнения для потенциала числовой последовательности генерирует элемент структуры спектра атома водорода, так как

$$\frac{d}{dn}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right) = -\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+k)^2}.$$

Гипотеза о дискретной природе частиц света и дискретной природы силовых линий позволяет предположить новый алгоритм описания спектров излучения. Не отрицая других алгоритмов и моделей, мы вправе принять точку зрения, что *излучение* происходит как *результат реализации программ поведения*, заложенных в нуклонах и электронах, а потому и в любом атоме и молекуле. В некоторых простейших случаях такая программа задаётся уравнением для потенциала числовой последовательности или системы таких последовательностей.

По предварительному анализу спектров атома водорода потенциал числовой последовательности можно отождествить с частотой излучения.

По этой причине уравнения, указанные выше, определяют спектр излучения с точностью до физической константы, которую нужно находить либо посредством расчета, либо на основе эксперимента. Варианты объединения таких расчетов и экспериментов с числовыми последовательностями могут быть самые разные.

Общее уравнение для системы возможных спектров атома водорода или водородоподобных атомов имеет вид

$$\omega_p^2 - \frac{2a_p}{n^p}\omega + a_p^2\left(\frac{1}{n^{2p}} - \frac{1}{(n+k)^{2p}}\right) = 0,$$

$$p, n, k = 1,2,3,...$$

с решениями

$$\omega_p(1,2) = a\left(\frac{1}{n^p} \pm \frac{1}{(n+k)^p}\right), p, n, k = 1,2,3,...$$

Решения содержат известные данные, согласующиеся с экспериментом согласно модели, задающей разность двух энергетических состояний анализируемых атомов.

Есть *качественно новые решения*, согласно которым водородоподобные атомы могут генерировать энергию, равную сумме двух энергетических уровней.

Возможно, начинает сбываться мечта, сформулированная Эйнштейном: «хорошо было бы по-настоящему понять электрон». В развиваемом подходе мы имеем дело с устройством, действующим по программам, которые в нем заложены.

Программа для излучения света есть подпрограмма поведения электрона при его объединении с нуклоном. Понятно, что есть также другие программы. Во всех случаях, конечно, излучение будет зависеть не только от электрона и условий его существования, но и от нуклона с определенными внутренними свойствами и системой внешних условий.

Отмеченные обстоятельства можно учесть по-разному. Один из вариантов состоит в том, что величины a_p, k могут быть подчинены самостоятельным динамическим уравнениям. В таких моделях естественно учитываются непрерывные и дискретные свойства анализируемых систем.

В рамках предлагаемого алгоритма требуется новый анализ для нуклонов, атомов и молекул. Естественно, что необходима также новая система экспериментальных средств и экспериментов.

Структурные частицы света, электроны и нуклоны имеют, скорее всего, систему свойств, которая значительно превосходит объем данных, достигнутых в настоящее время теорией и экспериментом.

По этой причине потребуются новые теории и экспериментальные средства, роль и значение которых в настоящее время понять и оценить сложно в силу существенного преобладания в сознании и применяемых методиках ассоциативной математики.

Магические квадраты для теории систем с дискретными свойствами

Натуральный магический квадрат содержит числа натурального ряда в количестве, равном квадрату его размерности n^2. Условие расположения этих чисел таково: сумма элементов каждого столбца и каждой строки одинакова. Её значение задается формулой

$$P = \frac{n(n^2+1)}{2}.$$

Значения задают спектральную последовательность вида

n	0		1		2		3		4		5		6		7		8		9
p	0		1`		5		15		34		65		111		175		260		369
δp		1		4		10		19		31		46		64		85		109	
$\delta^2 p$			3		6		9		12		15		18		21		24		

...

Изменения величин подчинены законам:

$$\delta p = \frac{(n+1)(n^2+2n+2)}{2} - \frac{n(n^2+1)}{2} = 3\frac{n(n+1)}{2} + 1,$$

$$\delta^2 p = 3(n+1),$$

$$\delta^3 p = 3.$$

Следовательно, одна последовательность генерирует три последовательности, одна из которых есть система, состоящая из постоянных чисел. В данном случае последовательности согласуются друг с другом линейными законами. В частности, аналог первой производной для суммы членов натурального магического квадрата ассоциирована с суммой членов арифметической прогрессии, треугольных чисел Гаусса.

Будем рассматривать спектральную последовательность для натуральных магических квадратов как непрерывную функцию. Тогда выполняется уравнение

$$\frac{d^2 p}{dn^2} + 2\frac{dp}{dn} + 2p(n) = \delta p.$$

Для треугольных чисел уравнение имеет вид $\frac{d^2 p}{dn^2} + \frac{dp}{dn} - p(n) = \delta p.$

Следовательно, спектральную последовательность можно изучать на основе аналога уравнений динамики для материальных объектов.

Есть связь свойств магического квадрата с симметриями, которые с ним ассоциированы. Проанализируем с этой точки зрения магический квадрат Кхаджурахо. Это условие интересно тем, что эти перестановки генерирует разные симметрийные грани группы перестановок.

Заметим, что суммы элементов в строках и столбцах не меняются при их перестановке. Есть также другие свойства, которые следует не только изучить, но и согласовать их с физической практикой.

По этой причине эквивалентны два квадрата

$$\alpha = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 7 & 12 & 1 & 14 \\ \hline 2 & 13 & 8 & 11 \\ \hline 16 & 3 & 10 & 5 \\ \hline 9 & 6 & 15 & 4 \\ \hline \end{array}, \beta = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1 & 7 & 12 & 14 \\ \hline 8 & 2 & 13 & 11 \\ \hline 10 & 16 & 3 & 5 \\ \hline 15 & 9 & 6 & 4 \\ \hline \end{array}, \alpha = \beta.$$

Сконструируем матрицу β, применяя группу перестановок Клейна:

$$\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}, \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ 8 \quad 7 \quad 6 \quad 5 \end{array}, \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \end{array}, \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 16 \quad 15 \quad 14 \quad 13 \end{array} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1 & 7 & 11 & 13 \\ \hline 8 & 2 & 14 & 12 \\ \hline 9 & 15 & 3 & 5 \\ \hline 16 & 10 & 6 & 4 \\ \hline \end{array} \to \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1 & 7 & 12 & 14 \\ \hline 8 & 2 & 13 & 11 \\ \hline 10 & 16 & 3 & 5 \\ \hline 15 & 9 & 6 & 4 \\ \hline \end{array}.$$

Она получается при указанном построчном умножении элементов указанных матриц на соответствующие числа с последующими парами поворотов квадратных матриц, стоящих на второстепенной диагонали.

Заметим, что суммирование элементов по направлению пары диагоналей генерирует спектр значений нетривиального вида 1,4,10,11,14,15,19,23,24,25,30,58.

Рассмотрим модель симметрийного анализа магического квадрата Кхаджурахо. Элементам $1,2,3,4$, расположенным в квадрате, поставлена в соответствие матрица с вертикальным и с горизонтальным расположением чисел одного диапазона:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 2 \quad 3 \quad 1 \quad 4 \end{array}.$$

Последовательности чисел $2,3,1,4$ можно поставить в соответствие матрицы, которая задает расположение значимых чисел «единица» на строках по номерам элементов последовательности и со значениями в соответствующем столбце.

Получим матрицу

$$2,3,1,4 \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Действуя аналогичным образом, получим пары матриц:

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применяя матричное произведение, получим для матриц с одинаковыми индексами закон:

$$a_i b_i = b_i^2 a_i^2.$$

На операции структурного суммирования мест значимых элементов получим матрицы с расположением, соответственно, на местах:

$$\alpha = (4 \quad 1 \quad 4 \quad 3), \beta = (3 \quad 4 \quad 1 \quad 4), \gamma = (1 \quad 4 \quad 3 \quad 4), \delta(4 \quad 3 \quad 4 \quad 1),$$

$$\alpha + \delta = \beta + \gamma.$$

Следовательно, магический квадрат можно рассматривать в качестве инструмента для генерации согласованных конформаций, подчиненных системе законов.

С технологической точки зрения магический квадрат можно рассматривать как изделие, посредством которого можно генерировать разные отклики на внешнее влияние, если организован алгоритм разного соединения входящих в него элементов.

Магические числа получаются по алгоритму Руссо, если суммировать в последовательности натуральных чисел по одному, по 2, по 3 и т.д. числа:

$$1;2,3;4,5,6;7,8,9,10;11,12,13,14,15;\ldots \Rightarrow 1,5,15,34,65,\ldots$$

При больших значениях натуральных чисел указанный ряд получается по формуле суммы биномов

$$\sigma(n) = binom(n-2,3) + binom(n-1,3) + binom(n,3).$$

Магические квадраты естественно появляются при анализе операций нового типа, которые имеют вид комбинаторного произведения или структурной суммы $[\oplus]$. Известно, что на их основе можно анализировать свойства проективных пространств, а также учитывать некоторые стороны неевклидовой геометрии.

Указанные обстоятельства дополнительно обогащают подход, согласно которому условия и законы числовой, виртуальной реальности прямо или косвенно согласованы с законами физической реальности. Это согласование имеет место не только в ассоциативной математике, но и во всех ее новых проявлениях и обобщениях. Иногда просто практика «не дошла» до уровня применения виртуальных законов.

Моделирование спектров излучения числовыми последовательностями

Спектр энергии гармонического осциллятора задается формулой

$$E = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right),$$

которую можно рассматривать как форму дискретного представления производной от функции, моделирующей треугольные числа Гаусса

$$\hbar\omega \frac{d}{dn}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right).$$

По этой причине мы можем рассматривать гармонический осциллятор как систему объектов, которые содержат в себе порции энергии в количестве, задаваемом треугольными числами 1, 5, 15, 34, Производные от этого количества есть энергии, проявляющиеся на эксперименте.

Соответственно, интеграл от функции, представляющий этот спектр, есть числовая последовательность для треугольных чисел Гаусса.

С физической точки зрения, мы реализуем на основе натуральных чисел объединение «порций» энергии при условии, что есть также начальная энергия. Естественно предположить, что суммированию следует поставить в соответствие определенное количество базовых изделий, имеющих одинаковую энергию.

Примем указанную связь как подтверждение физической идеи, что спектральные свойства света дискретны потому, что свет по своей структуре состоит из дискретного числа объектов.

Поставим в соответствие объединению таких объектов и спектров излучения и поглощения алгоритм их описания некоторой совокупностью нормированных числовых последовательностей.

Энергию атома водорода зададим формулой, согласно которой она есть производная от энергии, приходящейся на единичный элемент по количеству данных элементов

$$E_n = \frac{d}{dn}\left(\frac{B}{n}\right) = -\frac{B}{n^2}, E_{n+k} = \frac{d}{d(n+k)}\left(\frac{B}{n+k}\right) = -\frac{B}{(n+k)^2}.$$

Получим

$$\Delta E = E_n - E_{n+k} = -B\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+k)^2}\right).$$

Данное выражение аналогично формуле, описывающей спектр атома водорода. Фактически, принята идея Томсона, что свет генерируется из линейных силовых линий.

Развиваемый подход основан на гипотезе, что есть различные физические объекты, которые способны к генерации объектов, согласованных с их структурой. По этой причине дифференцирование становится алгоритмом проявления системы вторичных объектов на основе некоторого первичного объекта. За математическим алгоритмом, как давно понятно, может «скрываться» физический алгоритм, посредством которого обеспечивается изменение структуры объектов вплоть до их нового качества, а также некоторая динамика, которая не всегда имеет явное выражение.

Проиллюстрируем этот тезис примерами:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)=4\pi r^2, \frac{d}{dr}\left(\pi r^2\right)=2\pi r, \frac{d}{dr}\left(2\pi r\right)=2\pi .$$

В рассматриваемом случае «объемное» изделие генерирует 4 «плоских» изделия. «Плоское» изделие генерирует «линейное» изделие. Линейное изделие генерирует «стационарный» объект.

С физической точки зрения ясно, что изделие высшей размерности может иметь запас энергии, достаточный для «ускорения» изделия с меньшей размерностью. Тогда становится понятен механизм ускорения частиц света при выходе из атома, в котором свет покоился.

Новый спектр энергий генерируется спектральной последовательностью магического квадрата:

$$P\frac{d}{dn}\left(\frac{n\left(n^2+1\right)}{2}\right)=P\left(\frac{3}{2}n^2+\frac{1}{2}\right).$$

Принимая точку зрения, что каждый элементарный объект «упакован» порциями энергии, например, в форме «блоков» световой структуры, мы вправе ожидать, что числовые последовательности могут описывать спектры излучения и поглощения любых атомов и молекул. Такое направление исследования дополнительно к общепринятым стандартным методикам.

Заметим, что электроны и нуклоны имеют особо длительное время жизни. Следовательно, при генерации излучения, если оно реализуется на основе механизма «потери» силовых линий, происходит регенерация этих силовых линий. Электроны и нуклоны при их связи между собой, а, вероятно, и при отдельном существовании, владеют механизмом регенерации своей структуры и своих свойств. Поэтому некоторое их объединение в изделие, например, в форме Солнца, позволяет такому изделию генерировать излучение сложного спектрального состава и дополнительно осуществлять регенерацию. Если устройство имеет малые размеры, возможно объединение их в систему. Инициация одного устройства с излучением энергии может быть дополнена действиями других устройств в периодическом режиме, достаточном, чтобы первичные изделия в работе по типу «губки» впитывали энергию тонкой материи для превращения её в последующем в излучение определенного спектрального состава и интенсивности.

Спокойный ментальный анализ спектров излучения атома водорода на современном уровне развития представлений об электронах и нуклонах, а также о частицах света как структурных изделиях, генерирует качественно новую модель поведения такой системы. С одной стороны, из экспериментов известно, что электроны и нуклоны образуются в процессе столкновения частиц света. Поскольку на современном уровне понимания частицы света структурны, их составляющие являются базовыми для электронов и нуклонов. С другой стороны, составляющие из частиц света способны образовывать продольные и поперечные силовые линии относительно центральной части электронов и нуклонов. В частности, это могут быть концентрические окружности разного радиуса. Их расстояние друг от друга может быть задано через характерный размер l_0 на основе натуральных чисел выражениями вида $l_n = nl_0$.

Силовые линии, направленные от центра к периферии, можно рассматривать в качестве «источников» для генерируемых частиц света. Поскольку «диски» частиц света могут быть разных размеров и находиться «близко» друг к другу, часть силовой линии может стать основой для формирования частицы света, покоящейся в атоме водорода.

Чтобы выйти из атома, частице света нужно ускориться. Это реально происходит в атоме согласно экспериментальным данным. Следовательно, часть силовой линии в форме начальной частицы света, если условия это позволяют, способна испытать ускорение на определенном пространственном интервале внутри атома водорода. На определенном расстоянии свет приобретает свои свойства и в последующем сохраняет их в соответствии с условиями внешнего окружения. Следовательно, атом водорода выполняет работу по превращению частицы света, находящейся в состоянии покоя, в частицу света в состоянии движения с оптимальной скоростью для света.

Эксперимент генерирует формулу для силы, действующей на частицу света, которую можно рассматривать как запас энергии, которую атом водорода передает частице света.

В грубом приближении формула для работы выглядит так:

$$E(\omega) = \int_{r_1}^{r_2} -\frac{1}{2}B\frac{r_0^2}{r^3}\,dr = B\left(\frac{r_0^2}{r_1^2} - \frac{r_0^2}{r_2^2}\right) = B\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) = \hbar\omega.$$

Формула

$$B\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) = \hbar\omega$$

является базовой в теории спектров для атома водорода. В рассматриваемом случае ее энергия получается только за счет работы, которую выполняет атом водорода для превращения покоящегося света в свет, движущийся с оптимальной для него скоростью. Мы имеем дело с «машиной» для генерации света на основе внешних условий и внутренних «способностей» атома водорода.

Не последняя роль принадлежит, с физической точки зрения, пропорциям в количестве «блоков» ускоряемой частицы света и того положения в структурной иерархии связей между поперечными и продольными силовыми линиями. Тонкие эксперименты «подскажут» сущность и специфику отмеченных пропорций. Теория, учитывающая такие аспекты проблемы, может оказаться полезной для создания принципиально новых технических изделий.

Сложная структура электрона и протона, равно как и структура их соединений между собой, а также влияний внешних условий, не исключает, а, наоборот, предполагает анализ аспектов информационного взаимодействия в системе указанных факторов. Обмен информацией в разных формах и проявлениях, учитываемый в эксперименте и в теориях для электронов, нуклонов и частиц света, может приблизить нас к пониманию новых форм Сознаний и Чувств. Естественна разная реакция на одно и то же влияние, если в «дела» вмешиваются элементы сознательного обмена информацией.

При изменении границ интегрирования или закона для ускорения частиц света, будут получены новые формулы, учитывающие специфику анализируемых изделий. В рассматриваемом случае мы имеем дело с очень грубой моделью. Для её детализации и развития есть много предпосылок и условий.

Дискретность спектра излучения и поглощения обусловлена, с одной стороны, тем обстоятельством, что в зоне интегрирования есть константа, ответственная за ускорение покоящейся частицы света и замедление движущейся частицы света. С другой стороны, дискретны границы интегрирования, определяя по скрытым от нас физическим условиям дискретный диапазон расстояний, в пределах которого реализуется ускорение частиц.

Генерация света обусловлена изменениями в радиальной и поперечной структуре атома водорода. С позиции устойчивости свойств электрона и нуклона, это изменение допускает регенерацию в тех или иных внешних и внутренних условиях.

На данной стадии остается в тени роль нуклона в генерации частиц света из атома. Поскольку его масса существенно больше массы электрона, именно она может быть фактором ускорения. Другими словами, в природе ускорения существенную роль могут играть массы, а не электрические заряды. Это замечание согласуется с представлением о том, что частицы света характеризуются массой инерции, относящейся к массе первого ранга. Эта масса зависит от условий, в которых находится частица света. Не исключено, что она может зависеть от скорости. По этой причине реальная картина превращения покоящейся частицы света в частицу света, свободно движущуюся за пределами атома водорода, может быть достаточно сложной. Дополнительную роль играют изменения внешних и внутренних условий и обстоятельств анализируемого атома водорода.

Если электрических зарядов много, их роль и функции в механизмах и процессах генерации света различной частоты может быть многогранной.

Электрон может не двигаться по орбите, будучи присоединенным к протону системой силовых линий в форме изделий из структурированного света и, поскольку электромагнетизм и гравитация едины, объекты будут соединены изделиями в форме структурированной гравитации. По этой причине свойства атома водорода по излучению и поглощению частиц света будут зависеть от структуры и динамики пары систем указанных составляющих.

В частности, динамические свойства радиальных и поперечных соединений могут и должны быть ассоциированы с их структурными свойствами. Тогда в эксперименте могут и должны проявляться «структурные цепи», характеризуемые количеством элементов, из которых состоят изделия.

Так, если суммирование составляющих для силовых линий и частиц света задается формулой арифметической прогрессии

$$\sigma = \frac{n \ \ n+1}{2},$$

то обычная производная от этой функции генерирует аналог спектра гармонического осциллятора типа $p\left(n+\frac{1}{2}\right)$.

Оба отмеченные математические элементы уже «проявили» себя в моделях расчета свойств микроскопических систем методами полевой квантовой теории. Эта теория, как и другие модели, не только допустимы, но они также обязательны, следуя концепции и постулатам трансфинитной материи.

Если материя трансфинитна, то и модели, по которым она описывается, могут и должны быть трансфинитны.

Нет, и не может быть единой модели, гарантированно описывающей все аспекты и возможности трансфинитной реальности, частной структурной составляющей которой является, в частности, атом водорода.

На данной стадии теории ясно, что дополнение полевых квантовых теорий новыми моделями желательно выполнять по двум основным направлениям:

во-первых, так или иначе, следует разработать структурные модели анализируемых объектов, дополнив теорию и практику новыми физическими объектами;

во-вторых, следует учесть аналогию в структуре и динамике материи с малыми размерами со структурой и динамикой материи с большими размерами, применяя к микромиру элементы практики, эффективной в микромире.

Такой подход соответствует принципу софистатности для физических изделий разных уровней материи: теория и практика для изделий разных уровней материи имеет единство трансфинитной природы.

Проиллюстрируем грани трансфинитности свойств излучения света на согласовании двух физических моделей.

Спектр атома водорода по теории Бора основан на выражении для энергии его стационарных уровней согласно формуле

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{e^4 m_e}{8h^2\varepsilon_0^2} = -\frac{1}{n^2}\frac{e^4 m_e}{8\,(2\pi)^2\,\hbar^2\varepsilon_0^2}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$E_n = -\frac{1}{n^2}2{,}1799\cdot 10^{-18} \approx -\frac{1}{n^2}2{,}18\cdot 10^{-18}\,дж.$$

Он обоснован классическими выражениями для кинетической и потенциальной энергии электрона в поле неподвижного протона с положительным электрическим зарядом. Они дополнены постулатом о дискретности расстояний между взаимодействующими зарядами, выраженными через постоянную $\hbar$ Планка. Это же выражение выведено в рамках квантовой теории поля на основе решения уравнения Шрёдингера.

Из анализа структурной модели света в форме изделия из силовых линий, посредством которых соединены электрон и протон, следует выражение для энергии частицы света вида

$$E_\omega = 8\pi^2\left(p\frac{r}{b}\right)^2\frac{e^2}{\varepsilon_0 c_0}\omega = \hbar\omega.$$

Оно генерирует связь

$$\hbar = 8\pi^2\left(p\frac{r}{b}\right)^2\frac{e^2}{\varepsilon_0 c_0}.$$

Из неё следует, что

$$\left(p\frac{r}{b}\right)^2 = 0{,}138113\,,\; p\frac{r}{b} = 0{,}371635\,.$$

Величины, входящие в формулы, таковы:

$$e = 1{,}602177\cdot 10^{-19}\,кл,\quad \varepsilon_0 = 8{,}854187\cdot 10^{-12}\,м^{-3}кг^{-1}с^2\,(кл)^2,\quad c_0 = 2{,}99792\cdot 10^8\,м\cdot с^{-1},$$

$$\hbar = 1{,}05457266\cdot 10^{-34}\,дж\cdot с,\quad \pi = 3{,}14159265.$$

Частица света характеризуется радиусом r силовой трубки в форме тора с внутренним радиусом b, величина p задает коэффициент «использования» заряда электрона для частицы света.

С физической точки зрения этот коэффициент показывает процент силовых линий, соединяющих электрон и протон в устойчивую систему, использованных для генерации частицы света внутри этой системы.

Применим выражение для постоянной величины Планка в формуле для стационарного значения энергии электрона согласно теории Бора.

Получим формулу

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\eta m_e c_0^2, \eta = 2{,}66256569 \cdot 10^{-5}.$$

В другой форме выражение для энергии стационарного состояния электрона имеет вид

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\alpha^2 \frac{m_e c_0^2}{2}.$$

Энергия частиц света, излучаемых атомом водорода, почти в миллион раз меньше энергии покоя электрона. Если учесть дополнительно массу протона, это значение уменьшится еще в 2000 раз. *Следовательно, атом водорода предоставляет в наше «пользование» только миллионную долю процента всей его энергии.* Заметим, что в общем случае требуется также учесть энергию, которая сосредоточена в паре электрических зарядов. По указанной причине одной из важнейших задач для получения энергии следует считать нахождение алгоритмов извлечения из атома водорода существенно большего количества энергии.

Мы применили в формуле постоянную тонкой структуры $\alpha = 7{,}2973 \cdot 10^{-3}$. Если учесть массу протона $m_p = 1{,}67264 \cdot 10^{-27} кг$, получим выражение

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\sigma\alpha \frac{m_e}{m_p} m_e c_0^2, \sigma = 6{,}69906022 \approx 6{,}7.$$

Анализируя эти зависимости с физической точки зрения, мы находим аргументы для гипотезы, что энергетические процессы в атоме управляются не столько электрическими зарядами, сколько гравитационными зарядами, равно как и ускорение для частицы света от нуля до нормы.

В стандартном подходе для описания спектров излучения атома водорода применяются модели бесструктурного света. Более того, отсутствуют физические модели для механизма генерации излучения.

Непонятно, как и из чего образуется свет? Что он представляет собой как физический объект? По какой причине он может локализоваться в измерительном устройстве и как это происходит? Если свет генерируется в атоме, как происходит его превращение из покоящегося объекта в объект, движущийся с огромной скоростью? Происходит ли регенерация атома после излучения света?

Модель структурного света, образованного из силовых линий, соединяющих электрон и протон, инициирует принципиально другую модель атома водорода. В этом случае оба объекта структурны одинаково по своим внешним проявлениям, различаясь друг от друга в центральных частях.

Радиальные связи могут быть естественно дополнены поперечными связями в форме окружностей. Силовая линия способна ускоряться между поперечными связями за счет всей совокупности их отношений с атомом в целом. По этой причине сила, ускоряющая частицу света, может быть обратно пропорциональна кубу расстояния от центральной части протона.

Работа, которую выполнит протон, выталкивая частицу света, будет равна энергии этой частицы света. Если ускорение частицы света до нормального значения скорости реализуется в пределах от одного дискретного расстояния продольных связей до другого предельного значения, получим формулу для разности энергий, которая проявляется на эксперименте. В грубой форме этот результат получен на основе указанного интеграла.

Но до сих пор не было оснований предполагать, что изменение энергии атома происходит на основе механизма гравитационного ускорения частицы света протоном, применяя для основания частицы света элементы силовых линий.

Связь энергии частиц света с массой, согласно полученной формуле, предполагает анализ этой необычной версии. Заметим, что модель структурного света допускает наличие разных структурных состояний частиц света: при малых скоростях «диски» частиц света близки друг к другу, при увеличении скорости расстояния между «дисками» увеличиваются. Но так может реализоваться механизм набора энергии частицей света.

Атом света образует основу для молекул света, для них атомы материи типа атома водорода есть изделия, обладающие сложными механизмами генерации излучения на основе своего внутреннего устройства и совокупности внешних условий.

Предстоит большая работа по созданию эффективной теории для механизмов излучения, а также для детализации центральной структуры электронов и протонов, а также системы их силовых линий.

Запись выражения для энергии стационарного состояния через массу электрона и квадрат скорости света неудовлетворительна с физической точки зрения, так как в формуле отсутствует масса протона. В единой системе объектов, находящихся на близком расстоянии, так не должно быть.

«Диски» частицы света напоминают весла гребцов светового катамарана, энергия которого зависит от того, в чем и как двигаются «вёсла». Картина получается такая: атом содержит запас энергии в форме гравитационного поля, которое является опорой и источником энергии для превращения покоящейся частицы света в частицу света с нормальной скоростью. Частоте света соответствует частота «взмахов вёслами».

Сравним между собой две формулы для энергии частицы света:

$$E_\gamma = \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)\eta m_e c_0^2 = \theta m_e c_0^2, \quad E_\gamma = h\nu = \frac{h}{T}, \eta = 0,2682 \cdot 10^{-6}.$$

Получим соотношения

$$\theta m_e c_0^2 = \frac{h}{T} \Rightarrow m_e \theta c_0 = \frac{h}{c_0 T} = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_e \theta c_0} = \frac{h}{m_e u}, u = \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)\eta c_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_e \theta c_0} = \frac{h}{m_e \eta \;\; u \;\; n}, u \;\; n \;\; = \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) c_0.$$

Они позволяет обнаружить три «оттенка» аналога формулы Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mu}.$$

С одной стороны, установлена связь энергии частицы света с параметрами частиц, которые входят в состав атома, который генерировал частицу света. В частности, есть связь энергии с массой электрона и с массой протона.

С другой стороны, аналог длины волны может характеризоваться на основе характерной скорости и измененного значения ненулевой массы частицы, которая генерировала излучение. С третьей стороны, речь может идти о неизменной массе при изменении скорости, которая зависит от главных квантовых чисел. Специфика формул в том, что «длина волны» теперь связана с системой квантовых чисел, характеризующих продольную и поперечную структуру атома материи. В рассматриваемом случае аналог длины де Бройля для ультрафиолетовых длин волн генерирует, как и должно быть, значения в ультрафиолетовой области

$$\lambda = \frac{h}{m_e \theta c_0} = \frac{6,62}{9,109 \cdot 2,998 \cdot 0,75 \cdot 2,682} 10^{-6}\, m = 1,2 \cdot 10^{-7}\, m = 120\text{нм}.$$

Выражение для постоянной величины Планка, следующее из модели структурной частицы света

$$\hbar = 8\pi^2 \left(p\frac{r}{b} \right)^2 \frac{e^2}{\varepsilon_0 c_0}$$

в соединении со стандартной формулой для постоянной тонкой структуры

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar\varepsilon_0 c_0} = \frac{1}{137,03578}$$

генерирует связь

$$\alpha = \frac{1}{32\pi^3 \left(p\frac{r}{b} \right)^2}.$$

Постоянная тонкой структуры выражена через геометрические параметры предполагаемой структурной частицы света. Поскольку рассматриваемая величина фундаментальна, появляются новые основания считать, что фундаментальна идея о структурности света в физическом смысле этого слова. В рассматриваемом случае мы имеем дело с объектом типа тора определенного радиуса и толщины, двигающегося в направлении поперек плоскости тора. Тор с площадью поперечного сечения πb^2 вращается с определенной частотой $\omega = \frac{c_0}{2\pi r}$, что понятно с геометрической точки зрения.

Преобразуем выражение для постоянной тонкой структуры, приняв во внимание, что

$$6\pi^5 \approx \frac{m_p}{m_e}.$$

Здесь m_p – масса протона, m_e – масса электрона. Получим

$$\alpha^{-1} = \frac{16}{3\pi^2} \frac{m_p}{m_e} \left(p\frac{r}{b} \right)^2.$$

Эта формула косвенно свидетельствует о том, что природа расщепления спектральных линий атомов и молекул может быть основана не на свойствах электрических зарядов, а на свойствах гравитационных зарядов в сочетании со структурными свойствами частиц света.

Связи физических последовательностей с числовыми последовательностями

Следуя Эддингтону [10], примем модель, согласно которой параметры системы физических величин анализируются на основе отношения корней некоторых алгебраических уравнений. При все кажущейся необычности и искусственном формализме такого подхода, он оказывается эффективным в ряде расчетов.

В качестве примера рассмотрим уравнение

$$x^2 - ax \pm p^2 a^2 = 0.$$

Получим два выражения для отношения корней уравнений:

$$\sigma_1 = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{2p^2}\left(1 + \sqrt{1-4p^2} - 2p^2\right), \sigma_1 = \frac{x_1}{x_2} = \frac{-1}{2p^2}\left(1 + \sqrt{1+4p^2} + 2p^2\right).$$

Выразим величину p через натуральные числа формулой $p = \frac{1}{n}$:

$$\sigma_1 = \frac{x_1}{x_2} = \frac{n^2}{2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4}{n^2}} - \frac{2}{n^2}\right) \Rightarrow n^2 - 2,\ \sigma_1 = \frac{x_1}{x_2} = -\frac{n^2}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{n^2}} + \frac{2}{n^2}\right) \Rightarrow -\left(n^2 + 2\right).$$

Это соответствие выполняется с точностью, возрастающей по мере роста натуральных чисел:

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n^2	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
$\sigma_1(n)$	6,953	13,928	22,956	33,971	46,978	61,984	78,987	97,9	118,999	141,999
n^2-2	7	14	23	34	47	62	79	98	119	142

,

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$-\sigma_2(n)$	2,618	5,828	10,988	17,94	26,963	37,974	50,98	65,985	82,988	101,99
n^2+2	3	6	11	18	27	38	51	66	83	102

.

На этом основании формулы для спектральных линий атома водорода можно записать иначе, применяя указанные функции.

Например, возможна замена

$$-\frac{1}{n^2} = \frac{1}{\sigma_2(n) - 2},\dots$$

Замена натуральных чисел функциями «оживляет» алгоритмы описания атома водорода на основе применения алгебраических уравнений с разными коэффициентами. Не исключено, что для пары объектов типа электрон и протон достаточно применять алгебраические уравнения второго порядка. Для более сложных атомов нужны алгебраические уравнения более высоких порядков, что инициирует системы согласованных спектральных линий.

Поскольку коэффициенты квадратного уравнения могут быть подчинены уравнениям динамики, появляется возможность нового описания динамики величин, которые характеризуют атомы. В частности, можно найти модели для описания динамики спектральных линий.

Другое направление анализа последовательностей физических величин основывается на идее, что система физических значений находится в соответствии с системой математических значений.

Проиллюстрируем эту идею парой примеров. Известен спектр энергий первого электрона атома лития:

62,41		69,62		72,25		73,47		74,13

...

Запишем его формулой, приняв правило, что каждое последующее значение получается на основе суммирования членов ряда. Получим запись

$$62{,}41+7{,}21\left(1+\frac{1}{3}+\frac{0{,}9}{5}+\frac{0{,}8}{7}+\ldots\right).$$

Формула содержит ряд вида

$$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\ldots$$

в котором делящиеся числители упорядочены и задаются числами $1-k\cdot 0{,}1$.

Аналогично могут быть записаны значения энергий возбуждения первого электрона в атоме гелия со спектром

21,22		23,09		23,74		24,04		24,21

...

Формула имеет вид

$$21{,}22+1{,}87\left(1+\frac{1{,}03}{3}+\frac{0{,}83}{5}+\frac{0{,}63}{7}+\ldots\right).$$

Так обнаруживается единство законов, регулируемое в рассматриваемом случае тремя параметрами: значением начального элемента, разностью между ним и последующим элементом, а также правилом изменения числителей в ряду, который управляет анализируемым свойством.

Базовой идеей для построения структурной модели частиц света стало их представление 4 объектами: парой электрических предзарядов и парой гравитационных предзарядов. Их математическое описание предполагает применение матриц размерности 4×4. Частицы «составляются» из базовых элементов. Теория атомов подтверждает конструктивность такой точки зрения и такого подхода.

Тогда этим матрицам соответствуют 16 мест для единичных предзарядов и 1820 моделей по 4 предзаряда. Их общая сумма 1836 соответствует фундаментальному отношению массы протона к массе электрона. Эту формальную идею, что каждая элементарная частица имеет в своей структуре определенные базовые составляющие, успешно представлена в рамках модели кварков как базовых объектов [1].

Описание элементарных частиц по аналогии с живыми объектами

Представляет интерес идея обнаружения и реализации аналогии между элементарными частицами и живыми объектами. Например, в частности, бактерия имеет оболочку, трехслойную мембрану, нуклеотиды, ДНК, жгутики и т.д. Эта информация получена в основном посредством электронного микроскопа. Для элементарных частиц, тем более для частиц света такой микроскоп непригоден. У нас нет технических устройств, на основе которых можно было-бы «увидеть» структуру элементарных частиц и их динамику. Однако мы имеем ментальный микроскоп в форме системы знаний и принципов анализа информации по аналогии с практикой, достигнутой в макромире и на основе электронного анализа живых объектов в среде, достаточной для их жизнедеятельности. Примем указанную аналогию и на этой основе будем рассматривать элементарную частицу в виде совокупности элементов, каждый из которых прямо и косвенно учитывается в расчете полученных на практике экспериментальных данных.

В частности, представляет интерес задача единого представления спектра масс элементарных частиц. По аналогии с бактерией, будем рассматривать элементарные частицы как многопараметрическую систему, в которой каждый параметр характеризует определенный структурный элемент, а также те или иные его внутренние элементы в локальном и глобальном смысле. Учтем все «кирпичики» структур и их массы.

Например, будем характеризовать базовый структурный элемент его массой и проявлением массы в элементарной частице. Например, это может быть произведение обратной постоянной тонкой структуры α^{-1} и массы электрона m_e.

Собирая эти структурные элементы в единое изделие, что задается их натуральным числом n и учитывая некую специфику изделий, мы получаем возможность описывать спектр элементарных частиц. Простой пример описания масс мезонов дает формула, предложенная Намбу

$$m_\xi = (n_\xi + 1)\,0{,}5\alpha^{-1}m_e.$$

Обобщим эту формулу в математическом выражении и в физическом смысле.

Заметим, что эта формула содержит только один параметр, что следует обобщить. Он соответствует модели простого счета базовых структурных элементов $0{,}5\alpha^{-1}m_e$ по их количеству n_ξ, рассматриваемому со сдвигом на единицу. Нужны дополнительные параметры, учитывающие структуру элементарной частицы.

Заметим, что объединение масс типа электрона означает принятие модели структурных частиц без электрического заряда или каких-то других сторон и свойств исходных базовых составляющих. Параметр типа единицы может, например, характеризовать вклад в массу объекта с зарядом.

Обобщим формулу Намбу. Рассмотрим модель вида

$$m_\xi = (pn_\xi + q)\,0{,}5\alpha^{-1}m_e.$$

Пусть параметр p задает количество «идеальных» блоков, в каждом из которых находится n_ξ структурных элементов. Пусть параметр q количество структурных элементов с зарядами.

Понятно, что данную формулу можно легко обобщить с учетом специфики структурных элементов. Проанализируем спектр масс, нормированных на массу электрона, согласно формуле

$$m = 68{,}5(n + 1)m_e = \sigma_p m_e.$$

Получим таблицы с указанием экспериментальных значений в нижней строке:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
σ_p	137,04	205,56	274,08	342,6	411,1	479,6	548,12	616,6	685,1
$\sigma_{\exp}$		206,8	273,2						

,

n	10	11	12	13	14	15	16	17	18
σ_p	753,64	822,1	890,6	959,2	1027,7	1096,2	1164,7	1233,18	1301,7
$\sigma_{\exp}$				970		1074	?		

,

n	19	20	21	22	23	24	25	26	27
σ_p	1370,2	1438,7	1507,2	1575,7	1644,2	1712,7	1781,2	1849,7	1918,2
$\sigma_{\exp}$				1518,6				1836	1994

,

n	28	29	30	31	32	33	34	35	36
σ_p	1986,7	2055,2	2123,7	2192,2	2260,7	2329,2	2397,7	2466,2	2534,7
$\sigma_{\exp}$				2183		2327,6		2543,1	25728

...

Принимая анализируемый закон как алгоритм генерации полного спектра масс, мы понимаем, что эксперименты, проведенные ранее, были недостаточны для его обнаружения. Возможны элементарные частицы с указанными значениями масс.

Легко обнаружить новые законы генерации масс, объединяя в одно семейство частицы с номерами 2, 15, 26, 35 и 3,16,27, 36. Законы имеют вид

$$m_\alpha = (2+14n-n^2)m_e, m_\beta = (3+14n-n^2)m_e,$$
$$n = 0,1,2,3.$$

При увеличении числа n новые пары элементов с номерами $(42,43),(47,48),\ldots$ и массами

$$(2877\, m_e, 2945{,}5 m_e), (3219{,}5 m_e, 3288\, m_e).$$

Проанализируем спектр масс согласно формуле

$$m_\xi = \left(\frac{1}{2\varphi} + 6 + \frac{n(n+1)}{2}\right)^2 m_e, n = 0,1,2,3,4.$$

Здесь φ есть число Фибоначчи $\varphi = 1{,}618034$. Получим таблицу

n	0	1	2	3	4
m_ξ	2727,4	3660,4	5937,3	10380,2	18222,1
$m_{\exp}$	?	3657,0	6062,2	10331,0	18513,2
ξ	?	D	J/ψ	B_ψ	Y

.

Будем рассматривать анализируемый закон как алгоритм, проясняющий составную структуру рассматриваемого семейства части. Согласно формуле, мы имеем два стационарных одинаковых начала и дополнительные наборы одинаковых элементов, подчиненных формуле арифметической прогрессии.

Проанализируем примерную структуру семейства гиперонов согласно формуле

$$m_{\varsigma} = \left(\frac{n^2 + (n+1)^2}{2} \right) m_e = \left(n^2 + n + \frac{1}{2} \right) m_e .$$

Получим, например, выражения

$$\frac{1}{2}\left(46^2 + 47^2\right) m_e = \frac{1}{2}\left(2116 + 2209\right) m_e = 2162\, m_e \to \lambda = 2183\, m_e ,$$

$$\frac{1}{2}\left(48^2 + 49^2\right) m_e = \frac{1}{2}\left(2304 + 2401\right) m_e = 2352{,}5 m_e \to \Xi^+ = 2343\, m_e ,$$

$$\frac{1}{2}\left(50^2 + 51^2\right) m_e = \frac{1}{2}\left(2500 + 2601\right) m_e = 2550{,}0 m_e \to K^0 = 2{,}572{,}8 m_e .$$

Привязка к массе протона посредством формулы

$$m = \left(21n + 0{,}85\right)^2 m_e = \sigma m_e$$

генерирует элементы нового семейства:

n	0	1	2	3
σ	0,85	477,42	1836,12	4076,82

...

Поскольку одинаковые значения массы протона можно получить на основе разных формул, возникает идея, что *элементарная частица может генерироваться разными способами.* Более того, способ генерации объединяет ее с новым семейством элементарных частиц.

Числовые последовательности для мезонов

Проанализируем экспериментальные данные по массам системы мезонов в их энергетическом представлении $Мэв.c^{-2}$.

Применим для этого формулу, структура которой аналогична спектру гармонического осциллятора с базовым структурным объектом

$$m = \left(n + \frac{1}{2} \right) m^* = \sigma m^* , m^* = 91 Мэв \cdot c^{-2} .$$

Получим таблицу значений, в которой присутствуют с хорошей точностью практически все мезоны:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
σ	136,5	227,5	318	409	500	591	682	773
$\sigma_{\exp}$	139,6				498	548		776

,

n	9	10	11	12	13	14	15	16
σ	864	955	1046	1137	1228	1319	1410	1501
$\sigma_{\exp}$			1019					

,

n	17	18	19	20	21	34	57	103
σ	1592	1683	1774	1865	1956	3139	5233	9418
$\sigma_{\exp}$				1869	1968	3097	5279	9460

.

Номера элементов образуют числовую последовательность из 10 элементов вида

1	5	6	8	11	20	21	34	57	103

.

Заметим, что анализируемая последовательность есть частично заполненная элементами «производная» от последовательности Гаусса

$$\sigma = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Она генерирует треугольные числа

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
σ	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

.

Их можно рассматривать как базовые составляющие для последовательности в форме спектра гармонического осциллятора для мезонов (без номеров 15 и 28):

$$1 = 1, 5 = 3 + 1 + 1, 6 = 6, 8 = 6 + 1 + 1, 11 = 10 + 1, 20 = 10 + 10, 21 = 10 + 10 + 1,$$

$$34 = 21 + 10 + 3, 57 = 36 + 21, 103 = 55 + 43 + 3.$$

Обратим внимание на числовые последовательности, которые частично генерируются экспериментально найденными элементами. Рассмотрим, например, закон $\sigma = 7(2n+1) - 1$. Получим систему номеров вида

n	0	1	2	3	4	5	6	7
σ	6	20	34	48	55	76	90	104

.

В одно семейство объединены 3 элемента из данных эксперимента с номерами 6,20,34 и элементы, «близкие» к эксперименту с номерами 55, 104.

Закон $\sigma = n(n+1)+1$ генерирует семейство, «проходящее» через три экспериментальных данных с номерами 1,21,57 в форме таблицы

n	0	1	2	3	4	5	6	7
σ	1	3	7	13	21	31	43	57

.

Аналогичные свойства для элементов с номерами 1, 34, 103 имеет последовательность $\sigma = 2n^2 + (n-2)$. Ей соответствует спектр номеров

n	0	1	2	3	4	5	6	7
σ	-2	1	4	19	34	53	74	103

.

Последовательности разного вида для мезонов косвенно подтверждают гипотезу, что частицы могут быть образованы разными способами, иметь разную структуру, которая одинаково проявляет себя внешними своими свойствами.

Заметим, что анализируемые формулы заданы с точностью до постоянного коэффициента, значение которого произвольно. Косвенно это обстоятельство свидетельствует, что спектр одних и тех же элементарных частиц может быть получен при разных базовых значениях масс, если их суммирование реализуется при разных физических условиях, регулируемых указанным коэффициентом.

Числовые последовательности для спектра масс барионов

Спектр масс барионов образован системой элементов с разными спинами. Будем рассматривать их единым образом, согласовывая между собой по энергиям $Мэв \cdot c^{-2}$. В качестве опорной точки анализа примем массу протона m_p.

Проведем анализ спектра масс барионов по формуле

$$m = m_p + 10(4n + 25) = m_p + \sigma.$$

Она представляет собой частный случай числовой последовательности с целыми коэффициентами на последовательности натуральных чисел.

Получим таблицы значений:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
σ	250	290	330	370	410	450	490	530	570	610	650
$\sigma_{\exp}$	249	292				447				595	

n	11	12	13	32	45	111	116
σ	690	730	770	1530	2050	4690	4890
$\sigma_{\exp}$		732		1532	2058	4690	4880

.

Они доказывают полезность предложенного закона. Согласно ему, барионы можно рассматривать как физические объекты, состоящие из базового объекта типа протона и единых «кирпичиков», которые его дополняют. Аналогичным образом можно записать массу протона, так как $m_p \approx 23 \cdot 40 = 920$. Конечно, ситуация не выглядит так просто, потому что число 40 может быть представлено наборами разных чисел:

$$40 = 20 + 20 = 20 + 10 + 10 = 10 + 10 + 10 + 10 = 5 + 5 + 10 + 10 + 10...$$

Другими словами, слагаемые массы барионов могут быть самыми разными, формируя единый структурный объект с указанным массовым числом.

Можно предположить, что в природе существует универсальный «кирпич» для барионов. Сейчас можно указать его массу согласно формуле $m_{st} \approx 78,28 m_e$. Принимая определенные частицы в качестве базовых, легко установить два уровня расположения барионов в спектре масс.

Есть уровень «близких» барионов с одинаковым значением разницы определяющих их чисел:

$$450 - 290 = 160 : 40 = 4,$$
$$610 - 290 = 320 : 40 = 8,$$
$$730 - 290 = 440 : 40 = 11.$$

Определяющие числа отличаются на тройку.

Есть уровень «дальних» барионов, у которых определяющие числа «далеки» один от другого:

$$1530 - 730 = 800 : 40 = 20,$$
$$2050 - 730 = 1320 : 40 = 33,$$
$$4690 - 730 = 3960 : 40 = 99,$$
$$4890 - 730 = 4160 : 40 = 104.$$

Запишем числовую последовательность для барионов через массу протона:

$$m = \left(1 + 1{,}0869 \cdot 10^{-2} (4n + 25)\right) m_p.$$

Она иллюстрирует генерацию системы барионов на основе свойств нуклона.

Числовые последовательности для спектра масс лептонов

Отличительной особенностью спектра масс мезонов является их малое количество, а также существенное различие в величине масс. Стабильный лептон, называемый электроном, имеет массу $0{,}511 Мэв \cdot c^{-2}$. Пара других лептонов характеризуется значениями масс $105{,}658 Мэв \cdot c^{-2}, 1776{,}84 Мэв \cdot c^{-2}$.

Рассмотрим числовую последовательность, рассматривая в качестве ее начала при $n = 0$ массу электрона:

$$m_L(n) = 0{,}511\left((2 + n)^n + 2{,}5n \cdot 10^{n-2} - 7n(n - 2)\right) Мэв \cdot c^{-2}.$$

Получим таблицу

n	0	1	2	3	4
$m_L(n)$	0,511	10,347	102,711	1752,219	33971,28

.

Из нее можно сделать некоторые выводы.

Во-первых, сложный вид числовой последовательности косвенно свидетельствует, что сложна структура и свойства лептонов. Эта точка зрения естественна из-за фундаментальности свойств электрона: только в этом случае можно обеспечить многообразие сторон и свойств реальности, базирующейся на электроне.

Во-вторых, расчет прогнозирует возможность пары новых лептонов, указанных под номерами 1 и 4.

Отношение их масс характеризуется числом

$$\frac{m_L(4)}{m_L(1)} \approx 3283 .$$

Структура этого числа косвенно подтверждает сложность отношений в системе лептонов.

Запишем числовую последовательность в новом виде

$$m_L(n) = \left((2+n)^n + 4{,}892\left(n \cdot 10^{n-2} - 3{,}413 \cdot n(n-2)\right)\right)0{,}511 .$$

Мы имеем дело с тремя числовыми последовательностями, ассоциированными с массой электрона. Их можно рассматривать как «модели» структурных составляющих электрона, которые входят в состав анализируемых лептонов со своими «весами». Тогда числа из натуральной последовательности характеризуют «делимость» составляющих. В рассматриваемом случае делимость ограничена числом 4. Заметим, что увеличение делимости генерируют изделия с массой, которая существенно превосходит массу электрона. С физической точки зрения это обстоятельство может свидетельствовать о том, что электрон имеет структурные элементы, при взаимодействии которых реализуется механизм «поглощения» окружающих элементов тонкой материи с существенным увеличением массы исходных объектов.

Мы гипотетически подошли к идее *наличия* у стабильных элементарных объектов свойств «промокашек»: *поглотителей энергии* при разделении этих объектов на составные части. Весовые множители в числовых последовательностях характеризуют «активность» анализируемых структурных элементов. Понятно, что речь идет не только о свойствах отдельного электрона, а о свойствах их совокупности, находящейся в определенных физических условиях, допускающих разделение на структурные составляющие.

Спектр лептонов согласно полученной формуле можно «продолжить». Например, получим

$$m_L(5) = 731880{,}772.$$

Примем точку зрения, что по аналогичному алгоритму мы можем рассчитать спектр состояний лептонов, предшествующих известным лептонам $m_L(n)$. Выберем модель, согласно которой лептон "низшего» уровня с номером 5, обозначенный согласно последовательности букв алфавита $m_K(n)$, есть лептон высшего уровня с номером 0.

Другими словами, рассмотрим структурную модель электрона согласно алгоритму составной динамики. Для этого достаточно применить в качестве базового элемента массы величину, равную отношению

$$s=\frac{m_L(0)}{m_L(6)}=\frac{0,511}{731880,772}=6,982\cdot 10^{-7}\approx 7\cdot 10^{-7}=0,7\,эв.$$

Нижний уровень спектра масс лептонов задается формулой

$$m_K(n)=\left((2+n)^n+4,892\left(n\cdot 10^{n-2}-3,41353\,n(n-2)\right)\right)1,6424\,эв\cdot c^{-2}.$$

В этой модели электрон «собирается» как элемент нижнего уровня спектра масс лептонов:

$$m_K(6)=m_L(0)=0,511\,Мэв\cdot c^{-2}.$$

Примем точку зрения, что между лептонами с экспериментально найденными массами, семейство которых описывается формулой

$$m_L(n)=\left((12+n)^n+4,892\cdot n\cdot 10^{n-2}-16,699n(n-2)\right)0,511$$

и семейством их нейтрино существует функциональная связь, обусловленная типом лептона и зависимая от трех параметров α,β,γ:

$$m_\nu(n)=\alpha m_L(n)\beta^{n-\gamma}.$$

Рассчитаем значения масс нейтрино с учетом двух новых лептонов при нескольких выборах указанных параметров.

Примем во внимание оценки величин этих масс согласно стандартной модели:

$$e^-:m_e=m_L(0)=0,51099891\,Мэв\cdot c^{-2}\to\nu_e:m_\nu\le 2\,эв\cdot c^{-2},$$
$$\mu^-:m_e=m_L(2)=105,658366\,Мэв\cdot c^{-2}\to\mu_e:m_\nu\le 0,19\,Мэв\cdot c^{-2},$$
$$\tau^-:m_e=m_L(3)=1776,84(17)\,Мэв\cdot c^{-2}\to\nu_e:m_\nu\le 18,2\,Мэв\cdot c^{-2}.$$

Выберем параметры согласно формуле

$$m_\nu(n)=\alpha m_L(n)5^{n-5}.$$

Получим сравнительную таблицу спектров масс:

$\alpha=\frac{1}{3,75}\Rightarrow$

n	0	1	2	3	4
$m_L(n)$	$0,511$	$15,42613$	$105,156$	$1774,0197$	$33420,555$
$m_\nu(n)$	$4,36\cdot 10^{-5}$	$6,58\cdot 10^{-3}$	$0,224$	$18,923$	$18356,42$

,.

$\alpha = \dfrac{1}{4} \Rightarrow$

n	0	1	2	3	4
$m_L \;\; n$	$0,511$	$15,42613$	$105,156$	$1774,0197$	$33420,555$
$m_\nu \;\; n$	$4,08\cdot 10^{-5}$	$6,58\cdot 10^{-3}$	$0,21$	$18,923$	$18356,42$

,

$\alpha = \dfrac{1}{40} \Rightarrow$

n	0	1	2	3	4
$m_L \;\; n$	$0,511$	$15,42613$	$105,156$	$1774,0197$	$33420,555$
$m_\nu \;\; n$	$4,08\cdot 10^{-6}$	$6,58\cdot 10^{-3}$	$0,021$	$1,8923$	$1835,642$

,..

Полученные значения масс нейтрино согласуются с их значениями, следующими из стандартной модели.

Поскольку анализируются очень «тонкие» свойства физической материи и ее свойств, следует с осторожностью подходить к предлагаемым следствиям. Ясно одно, что «неуловимые» объекты естественно структурны, что они подчинены составной динамике и законам, регулирующим другие объекты. По этой причине лептоны не выпадают из класса стандартных элементарных частиц.

Специфика моделей составных динамик

Анализируемый вариант генерации масс лептонов базируется на тройке параметрических зависимостей вида

$$\alpha = \;\; 12+n \;\;{}^{n} \to \;\; a+bn \;\;{}^{rn},$$

$$\beta = 4,892\cdot n\cdot 10^{n-2} \to kn10^{f \;\; n},$$

$$\gamma = 16,699n \;\; n-2 \;\; \to pn\varphi \;\; n \;\; .$$

Ему соответствует набор числовых последовательностей, которые можно рассматривать как решения уравнений составной динамики, в которой непрерывные параметры заменены дискретными числами, характеризующими количество структурных элементов определенного типа.

Легко видеть, что алгоритм позволяет рассчитывать спектр масс на основе суммирования некоторой системы слагаемых, каждую из которых можно рассматривать как элемент сложной системы. Аналогично можно рассчитать массу макроскопических объектов, суммируя массы элементов, из которых она состоит. Коэффициенты в уравнениях можно интерпретировать как деформации спектра масс, обусловленные связями между составными элементами.

Естественно рассматривать спектральные последовательности в качестве решений динамических уравнений, которые позволяют детализировать состав рассматриваемого изделия. По этой причине уравнения такого вида можно назвать уравнениями составной динамики. Их может быть достаточно много. Они могут быть принципиально разными, детализируя различие свойств анализируемого изделия.

Фактически, мы получаем в пользование инструмент, который является прообразом *ментального микроскопа*: сначала формулируется ментальная модель структуры изделия, которая затем рассчитывается и результат доводится до согласия с экспериментальными данными с учетом того факта, что эти данные могут быть неточными и неполными.

Речь идет, конечно, о динамике образования зарядов. Но таким методом, конечно, могут описываться другие параметры объектов, если им присуща составная природа.

Простейшие уравнения составной динамики имеют вид

$$\alpha \frac{d^k (m^* \varphi(n))}{dn^k} + \ldots + p \frac{d^2 (m^* \varphi(n))}{dn^2} + r \frac{d (m^* \varphi(n))}{dn} + s(m^* \varphi(n)) = f(n, \xi).$$

В качестве примера рассмотрим формулу для спектра масс мезонов

$$m = \left(n + \frac{1}{2}\right) m^* = \sigma m^*, m^* = 91.$$

Её можно рассматривать как решение уравнения с $\varphi(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ и $q = 0$:

$$\frac{d}{dx}\left(m^* \frac{x(x+1)}{2}\right) = a \to m^* \left(x + \frac{1}{2}\right)_{x=n} + q = q + \left(n + \frac{1}{2}\right) m^* = m.$$

Спектр масс барионов удовлетворительно рассчитывается по формуле

$$m_p(n) = m_p + 10(4n + 25) = m_p + \sigma.$$

Она соответствует решению динамического уравнения

$$\frac{d}{dx}(ax^2 + bx) = \varphi(x).$$

Понятно, что за каждым динамическим уравнением составной динамики «стоит» семейство спектров масс. В рассматриваемом случае спектры мезонов и барионов существенно проще спектров для лептонов.

Спектральной последовательности $\varphi(x) = (2 + x)^x$ соответствует динамическое уравнение

$$\frac{1}{x+1} \frac{d}{dx} (2 + x)^{x+1} = \varphi(x).$$

Спектральная последовательность

$$\psi(x) = ax \cdot 10^{x-2} = \frac{a}{10^2} x \cdot 10^x$$

обусловлена динамическим уравнением

$$\frac{ax}{10^2 \ln 10} \frac{d}{dx} 10^x = \psi(x).$$

Спектральная последовательность $\phi(x) = bx^2 - 2bx$ есть проявление динамики составного уравнения

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}bx^3 - bx^2\right) = \phi(x).$$

Наличие системы составных динамик с разным дифференциальным порядком и с разной функциональной структурой генерирует задачу построения полной системы составных динамик. Их объединение в форме функционального изделия с системой динамических коэффициентов позволяет анализировать суперпозиции и динамики спектров масс. Поскольку масса есть проявление гравитационного заряда, аналогичным образом можно анализировать другие заряды. Принимая софистатность структурных свойств и свойств взаимодействия для материи разных ее пространственных уровней, мы можем рассматривать модель составной динамики в качестве базовой модели для Вселенной. В этом случае конкретизируется и наполняется математическим содержанием гипотеза о генерации зарядов из предзарядов. А предзарядов из предпредзарядов. При этом полезно и естественно рассматривать разные пространства непрерывных величин, фиксируя в нем тем или иным способом «дискретные» структуры и свойства различных объектов и изделий из них. Складывается впечатление, что составная динамика может стать дополнением применяемых ранее других форм динамик.

Применим формулу, генерирующую спектр масс лептонов, для отрицательных чисел. Получим, например, значения

n	-1	-2	-3
m_L	$-34{,}1767$	$-68{,}2701$	$-127{,}9978$

.

Они могут, в принципе, характеризовать в рамках составной динамики энергии связей самых разных физических объектов. Не исключена возможность описания информационных связей по аналогичным методикам, ассоциированным с составной динамикой и алгоритмами ее расширения и модификации.

Новые идеи, инициируемые структурой и свойствами атомов водорода

Из экспериментов следует, что устойчивыми физическими объектами, из которых составным методом образуются атомы и молекулы, являются электроны и нуклоны. Электрон имеет отрицательный электрический заряд и стабильную массу, протон имеет положительный электрический заряд и массу, которая в 1836 раз больше массы электрона. Эта пара объектом имеет, следуя эксперименту, очень большое время жизни. Основную часть материи Вселенной образуют соединения электрона и протона в форме атомов водорода.

Другими словами, электрона и нуклоны, а также атомы водорода «захватили» практически всю Вселенную, она принадлежит им. При этом, естественно, указанные объекты имели очень длительную эволюцию. По этой причине мы вправе считать их особо совершенными изделиями. Не исключено, что понять их и достичь гармонии с ними не так легко и просто. Однако, что очевидно, у них есть чему поучиться, равно как и принять новые проблемы для постижения Реальности.

Концепция трансфинитных свойств Реальности ограничивает наше стремление делать выводы, справедливые и пригодные во все времена для разных объектов Реальности. То, что доступно теории и практике в настоящее время, есть часть полной информации, к которой следует относиться позитивно, но не абсолютизировать этот опыт.

Особенно важно учесть эволюционную сторону теории и практики: то, что приобрели и имеют объекты физической Реальности, может быть лишь очень частично доступна нам во всех смыслах слова. Поэтому не столь важно покоиться на лаврах достигнутой практики, сколь важно научиться видеть и учитывать новые общие и фундаментальные свойства структуры и активности физических объектов.

Поверхностный анализ доступных фактов с позиции чисел и модели частиц света позволяет сформулировать ряд новых точек зрения и новых проблем. Из того, что уже известно, можно сделать некоторые общие выводы:

1. Единство электрического заряда и массы в форме электронов и нуклонов можно принять как эмпирическое доказательство единой природы электромагнетизма и гравитации. Поэтому естественно разрабатывать теории, необходимые и достаточные для описания и представления этого единства не только в текущем времени, но и в процессе эволюции.
2. Различие количества массы, стабильно присоединенной к зарядам разного знака, эмпирически доказывает, что отрицательный электрический заряд способен удержать «малую» положительную массу, а положительный электрический заряд способен удержать «большую» массу. Не исключена не проверенная на практике гипотеза, что для отрицательной массы коэффициенты присоединения к указанным зарядам могут быть другими.
3. Устойчивость и жизнеспособность рассматриваемых объектов в форме электронов, нуклонов, атомов водорода и их преобладание в физической Реальности эмпирически доказывает фундаментальную значимость и эффективность их внутренних и внешних структур, а также связей между ними. Эти свойства следует глубоко изучить для постижения фундаментальных сторон и свойств Жизни.
4. Принимая электроны, нуклоны, атомы водорода как живые объекты, мы вправе принять за основу их жизнедеятельности информационный обмен, естественно допуская сложность их структур и языков, а также тех возможностей, которые пока нам совсем непонятны и недоступны. Другими словами, желательно многому научиться у электронов, нуклонов и атомов водорода.
5. Принимая гипотезу информационного взаимодействия для электронов, нуклонов и атомов водорода, мы вправе применять математические модели неассоциативного типа, так как они «ближе» по своим свойствам и возможностям к информационному обмену. Неассоциативность может проявить себя системой операций, ассоциированных с материей разных уровней, с ранговыми движениями разных порядков, системой скрытых свойств.
6. Принимая модель частиц света как объектов, генерируемых тонкой материей и четверкой предзарядов электрического и гравитационного типов, мы вправе моделировать структуру и свойства электронов, нуклонов и атомов водорода на основе соединения системы предзарядов. Тогда частицы света становятся фундаментальными объектами Реальности. Они могут и должны быть дополнены частицами гравитационного излучения со своим спектром и со своими скоростями.

Принимая тонкую материю в качестве «среды проживания» частиц света, электронов, нуклонов, атомов водорода мы вправе рассматривать их, следуя нашей практике в макромире, как аналоги привычных нам живых объектов.

В частности, допустима аналогия электронов и нуклонов с бактериями. Тогда они имеют оболочки, защищающие их от воздействий, среду внутри оболочек с аналогами генетических структур, известных нам в макромире, систему рецепторов и механизмов обмена.

Модели электрических и массовых предзарядов, эффективно проявившие себя в структуре частиц света, могут быть применены для обоснования тех или других структурных моделей электронов, нуклонов, атомов водорода. Составные динамики и модели объединения зарядов могут быть самыми разными, что обеспечивает инструменты ментального постижения Реальности новыми средствами.

Структурные модели микрочастиц естественны для физической практики. Идея их жизнеспособности предполагает исследование требуемых для этого алгоритмом и механизмов. В частности, могут быть токи для материи более глубоких уровней. По этой причине магнитные свойства микрочастиц могут быть обусловлены токами праматерии, а не механическими движениями в форме вращения самих микрочастиц.

Интересно в связи с таким подходом рассмотреть новую концепцию спина элементарных частиц. Принимая модель частиц света в форме «открытых» трубок, а проявления спинового типа как свидетельство этой «открытости», мы приписываем частицам света спин, равный 1 потому, что открыты оба «конца» в частицах света.

Принимая модель электронов и протонов как систем, содержащих в своей центральной части «бутон» массы, окруженной покоящимися частицами света в форме трубок, «закрытых» у массы, мы имеем систему силовых линий с одним открытым «концом». Этот вариант соответствует наличию спина, равного одной второй: $s=\frac{1}{2}$.

Принимая модель частиц гравитации в форме, аналогичной «открытым» трубкам частиц света, но с противоположным расположением предзарядов, располагая гравитационные предзаряды на периферии, мы вправе поставить в соответствие таким частицам спин $s=1$. Это допущение дополнительно сближает между собой частицы света с частицами гравитации. Конечно, токи гравитационного типа могут иметь другую динамику. По этой причине не исключаются другие значения спина для частиц света. Однако доказать это можно только экспериментально.

Все другие значения спинов могут свидетельствовать о сложной структуре объектов со стороны расположения на них силовых линий электрического типа. Спину $s=\frac{3}{2}$ мы можем поставить в соответствие силовые линии в форме «открытых» труб, к которым присоединены «полуоткрытые» трубы.

Спину $s=2$ соответствует пара «открытых» труб, соединенных между собой поперечными силовыми линиями.

Потребность в новых теориях

Простейшие данные о параметрах электронов, нуклонов, частиц света эмпирически свидетельствуют о потребности уравнений динамики или неких функциональных условиях, которые объясняют и учитывают стабильность соотношений между электрическими зарядами и массами.

Ранее мною принята модель частиц света как структурных изделий, образованных из пары положительных и отрицательных электрических предзарядов и из пары положительных и отрицательных массовых предзарядов. Отрицательные электрические предзаряды представляют собой изделия из ориентированных «струн», направленных от центра изделия. Положительные электрические предзаряды представляют собой изделия из ориентированных «струн», направленных к центру изделия. Принята концепция объединения предзарядов в заряды как новый вид взаимодействия. Тот факт, что положительные и отрицательные заряды имеют одинаковую величину, можно рассматривать как свидетельство, что устойчивой такая система является только при определенном одинаковом количестве предзарядов. На основе этой информации индуцируется представление о наличии новой фундаментальной константы: количества предзарядов в электрическом заряде. Положительные и отрицательные массовые предзаряды, исходя из топологических соображений, базирующихся на модели ориентированных «струн» как базовых объектов, есть системы в форме совокупности замкнутых отрезков с разным количеством в них базовых «струн». Они могут быть по-разному соединенные между собой, что обеспечивает различие их динамик. Удобно называть эти элементы «лепестками роз», что позволяет рассматривать массы как определенную функционально значимую упаковку этих «лепестков роз» в функционирующее изделие. Различие количества масс, устойчиво соединяемых с положительными и отрицательными электрическими зарядами, есть эмпирическое обоснование факта, что разные электрические заряды имеют разные свойства по удерживанию масс.

Поскольку эксперимент подтвердил образование электронов и позитронов из частиц света, мы вправе принять точку зрения, что так реализуется физический акт разделения пары частиц света на два новые физические изделия с разными свойствами по взаимодействиям. Аналогично эксперимент подтвердил образование протонов и антипротонов при взаимодействии части света. По этой причине ситуация первого типа отличается от ситуации второго типа только количеством массы, которые присоединяют электрические заряды. Отметим, что позитрон и антипротон имеют малое время жизни, что также является фундаментальной задачей теории и практики. Понятно, что проблема жизни указанных частиц имеет естественную связь с проблемой жизни других физических объектов.

Исходя из указанных условий и обстоятельств, которые представлены только ограниченно и частично, мы имеем ментальные и физические предпосылки для рассмотрения электронов и нуклонов как изделий, генерируемых частицами света в присутствии и сложном участии тонкой материи, из которой созданы предзаряды, а также грубой материи, в которой происходит указанное превращение. Конечно, этот механизм не исключает других способов и алгоритмов генерации базовых объектов Реальности.

Эмпирически обоснованное единство электрических и массовых зарядов в форме, например, электронов и нуклонов, является указанием и стимулом для построения единой теории электромагнетизма и гравитации.

Официальная наука, в которой так или иначе «объединены» электромагнитные, слабые и сильные взаимодействия, не принимает и не поддерживает попытки единого описания электромагнетизма и гравитации. Обусловлено это прежде всего отсутствием структурной модели масс, а также стремлением описывать гравитацию геометрическими средствами, принципиально отличными от описания ее физическими тензорами.

Более 10 лет назад мне удалось показать, что из уравнений электродинамики Максвелла при их дифференцировании получается система дифференциальных уравнений третьего порядка, решения которой генерируют суперпозицию антисимметричного и симметричного тензоров второго порядка.

Анализ симметричного тензора и дифференциальных уравнений для него по аналогии с уравнениями электродинамики, но на тройке антикватернионов показал, что возможна самостоятельная физическая теория гравитация, которая «содержит» в себе геометрическую модель Эйнштейна и релятивистскую модель гравитации Логунова, свободную от ряда сингулярностей. Однако в настоящее время эта модель не вышла за рамки системы уравнений и не имеет новых решений.

Основания для единого рассмотрения электромагнетизма и гравитации мы уже имеем. Нужно только научиться доводить следствия этого объединения до конкретной практики. Речь идет, с одной стороны, о рассмотрении пары самостоятельных сущностей: электромагнитного «поля» на антисимметричном тензоре и гравитационного «поля» на симметричном тензоре.

С другой стороны, следует изучить все грани и аспекты их объединения.

Заметим, что наличие системы данных об объектах и явлениях может быть недостаточным для понимания форм и сущностей происходящих явлений и, тем более, для их конструктивного описания и предсказания.

Так, например, из того факта, что молекула воды содержит 2 атома водорода и один атом кислорода не следуют ни уравнения гидродинамики, ни, тем более, значения коэффициентов в этих уравнениях. С другой стороны, из знания уравнений гидродинамики не следует информация о химической структуре воды и о внутренней структуре атомов и молекул. В то же время, ни вязкость, ни поверхностное натяжение, ни граничные условия не следуют из структурной информации об атомах и молекулах.

Понятно, что из анализа системы спектральных линий системы атомов и молекул не следует достаточная информация о глубинных структурных свойствах и сторонах взаимодействия атомов и молекул. Аналогичное замечание справедливо и для самого излучения.

Заметим, что анализ и уточнения необходимы также для фундаментальных истин. Так, например, в принципе относительности, сформулированном Галилеем, нет ни слова о том, что при отсутствии внешних сил сохраняется неизменной не только скорость, но и вращение физического тела. Тем более нет никаких указаний на то, что при изменении частоты может меняться скорость, а при изменении скорости может меняться частота. Никак не обозначен также тот факт, что выводы и предположения сделаны в условиях косвенного измерения в форме визуального наблюдения. Естественно нет никаких соображений и сведений о массе объектов или о свойствах среды, которая находится в состоянии инерциального движения.

Другими словами, общие утверждения и законы могут быть только элементом полного знания одной и той же ситуации. Всегда их можно чем-то и как-то дополнить. Конечно, проще всего делать дополнения формального типа, применяя свои фантазии, интуицию или элементы аналогии с хорошо исследованными объектами и явлениями.

Более высокий уровень расширения и углубления фундаментальных и конкретных истин состоит в том, чтобы предложить уточнения и углубления в расчетной модели, убедив на основе системы новых решений в эффективности и полезности такого шага.

Чем меньше пространственный и временной масштаб исследуемых объектов и явлений, тем сложнее выполнить эксперименты, эффективно подтверждающие конструктивность и полезность некоторой новой модели или уточнения стандартной модели. Аналогичное замечание справедливо для больших пространственных размеров и больших временных интервалов.

И потому во всех указанных областях движущей силой развития теории и практики будут ментальные эксперименты по совершенствующейся методике. Естественно расширение математических средств, необходимых и достаточных для описания новых объектов, и новых явлений. Ниоткуда не следует, что достигнутый уровень математической практики будет достаточен для описания и предсказания качественно новых объектов и явлений. Прежде всего, это замечание нацелено на расширение анализа всех сторон и свойств информационного взаимодействия. В моделях такого вида неассоциативность и частичная неассоциативность будут «двигателями» расчета и гармоничной практики.

Феноменологические аспекты единства электромагнетизма и гравитации

Математическое объединение антисимметричного и симметричного тензоров на основе дифференциальных уравнений третьего порядка свидетельствует от возможности физического объединения пары указанных сущностей.

В качестве основы для моделирования объектов, характеризующих частицы света и частицы гравитации, естественно принять 4 предзаряда: пару положительных и отрицательных электрических предзарядов и пару положительных и отрицательных гравитационных предзарядов.

Электрические предзаряды имеют форму «ежей» из ориентированных струн, направленных к центру изделия или от центра изделия. Они способны объединяться в разной форме, образуя устойчивые объекты при их базовом количестве, выполняющем функцию мировой константы. Константа может зависеть от физических условий, в которых находится система предзарядов. В частности, электрические предзаряды способны образовывать аналоги «нитей» и «веревок» со сложной продольной и поперечной структурой. Изделия такого типа могут по-разному соединяться с другими аналогичными изделиями, в частности, с изделиями противоположного знака. У них могут быть разные структуры на «концах» изделий и по структуре изделий. По этой причине система таких изделий может быть соединена с изделиями другого типа: например, с изделиями из гравитационных предзарядов. В частности, система «нитей» может быть «толще» у массового изделия и «тоньше» при ее удалении от него.

Гравитационные предзаряды имеют форму «шаров», образованных аналогами «лепестков роз» в форме замкнутых «нитей», имеющих соединения с ориентацией к центру «шара» или от его центра. Так моделируется из предзарядов объекты с положительной или отрицательной массой.

Соединение изделий с электрическими свойствами и с гравитационными свойствами реализуется на практике микрочастиц в форме устойчивых и неустойчивых объектов. Устойчивыми объектами проявили себя электроны и нуклоны. Есть также большое количество объектов с малыми временами жизни.

Частицы света, следуя предыдущим исследованиям, можно представлять себе в форме системы базовых изделий. В них гравитационные предзаряды с разными знаками находятся в центре, а электрические предзаряды в разной форме и конфигурациях расположены на периферии. Таков атом света. Объединение атомов света в полимерную систему генерирует молекулы света.

Частицы гравитации, следуя аналогии с электромагнетизмом, могут иметь структуру обратного типа. В них электрические предзаряды с разными знаками расположены в центре изделия. Гравитационные предзаряды расположены на периферии. Таков атом гравитации. Объединение атомов гравитации в полимерную систему генерирует молекулы гравитации.

Заметим, что внутренняя и периферическая структура указанных объектов может зависеть от «молекул ДНК праматерии», образованных из кодонов праматерии. По этой причине динамика объектов и специфика взаимодействия будет зависеть от того, какова структура изделия и какова его генетика. От этого будет меняться жизнедеятельность объектов.

Для первичной оценки свойств предполагаемых изделий можно воспользоваться алгоритмом, который был предложен Томсоном. Суть алгоритма состоит в том, что молекулы света рассматриваются в форме «торов», имеющих определенный радиус r и поперечное сечение с радиусом b.

ω Энергия частицы света E пропорциональна квадрату поляризации f, объему тора V и обратно пропорциональна диэлектрической проницаемости $\varepsilon_0(\omega)$.

Цепочка формул

$$E = 2\pi f^2 V \frac{1}{\varepsilon_0(\omega)} f \cdot S = f \cdot \pi b^2 = p \cdot e,$$

для заряда электрона e с определением частоты ω согласно времени T распространения света в вакууме $c(\omega)$ по окружности с длиной $2\pi r$ типа

$$T = \frac{2\pi r}{c(\omega)}$$

генерирует выражение для энергии частицы света

$$E = 8\pi^2\left(p\frac{r}{b}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon_0(e)}\frac{e^2}{c(e)}\omega = \hbar\omega.$$

Так выводится в рассматриваемом случае основная формула для энергии частицы света, доказанная экспериментально с числовым выражением для постоянной величины Планка, если

$$p\frac{r}{b} = 0{,}3723.$$

Понятно, что этот алгоритм и расчет следует рассматривать только как начальную попытку понимания и представления возможностей структурной модели частиц света, образованных из атомов света. При малом значении заряда и пропорционально малой скорости мы снова получим постоянную Планка при сохранении значения диэлектрической проницаемости. Если же диэлектрическая проницаемость для предзарядов зависит от их количества, мы имеем более сложную модель.

В частности, имеем новый закон вида

$$\frac{1}{\varepsilon_0(\tilde{e})}\frac{\tilde{e}^2}{c(\tilde{e})} = const = h(\tilde{e}).$$

Согласно ему, при указанные величины всегда согласованы между собой. Согласно этому закону при уменьшении электрического заряда (а так может и должно быть при моделировании частиц света из предзарядов) скорость «вращения» частиц света может быть очень маленькой, если для них сохраняется значение диэлектрической проницаемости. Поскольку диэлектрическая проницаемость для предзарядов может быть меньше ее значения для полного заряда, реальное значение скорости вращения может быть иным.

Ранее было принято предположение, что частицы гравитации структурно «обратны» частицам света: в них электрические и гравитационные слагаемые поменялись местами. Следуя допускаемой аналогии между ними и частицами света, мы вправе предположить, что есть новая мировая константа, которой характеризуется гравитация. Она подчинена закону

$$\frac{1}{\varepsilon_0(m)}\frac{m^2}{c(m)} = const = h(m).$$

Принципиально новое свойство реальности обнаруживается в ситуации, когда принято предположение, что $\varepsilon_0(m) = const.$ В таких условиях скорость «молекул гравитации» прямо пропорциональна массе, которую они содержат. По этой причине ограниченность скорости света дополняется неограниченность скорости гравитации. Естественна гипотеза, что чем больше масса, тем с большей скоростью она способна взаимодействовать с другими подобными объектами. Это тем более интересно, если взаимодействие имеет информационный тип.

В первом случае, следуя электродинамике, скорость «вращения» может измениться дискретно при дискретном увеличении электрического заряда. По этой причине в атомах с большим количеством электронов могут реализовываться скорости, которые многократно превосходят скорости света в вакууме, если частицы света генерируются системой зарядов, а не одним валентным электроном. Другими словами, при излучении частиц света «из глубины атомов» их скорость может многократно превосходить скорость света в вакууме.

Во втором случае генерация частиц гравитации может быть реализована большими массами. Они вовсе не обязаны иметь макроскопические размеры. Объекты могут быть «малыми», но иметь большую массу. Эта масса может «непрерывно» меняться. По этой причине, скорость частиц гравитации также может меняться непрерывно и принимать значения, которые существенно больше скорости света в вакууме.

На этой основе может быть реализован информационный обмен между массовыми объектами, который способен выполнять функцию управления взаимодействием между объектами. В частности, так может происходить взаимодействие между Галактиками.

Следуя нашей практике на Земле, мы понимаем, что Галактики могут обмениваться информацией по некоторым каналам связи, смысл и содержание которых могут выходить далеко за пределы нашего сознания и практики, и даже за пределы любых наших фантазий. Их познание вряд ли возможно за короткое время.

Более того, непонятно, какие технологии нужны для этого и в каком объеме нужна соответствующая информация.

К физике без ограничений и ложных запретов

Различные препятствия в теории обычно обусловлены системой принципов и авторитарных ограничений, которые в разной мере обоснованы расчетной и эмпирической практикой. Так или иначе они представляют собой некоторую систему ограничений и запретов со своим информационным содержанием: что-то «нельзя» делать, а что-то никак и никогда «не получится».

Общепринятых, устоявшихся по времени фундаментальных ограничений не так много.

Во-первых, более 100 лет сдерживала развитие электродинамики авторитарно искаженная специальная теория относительности. Тезис в форме постулата Эйнштейна, что «скорость света в вакууме не зависит от скорости источника излучения и от скорости наблюдателя» интерпретируется и принимается как фундаментальное свойство Вселенной и свойство света. Хотя в этом принципе говорится совсем о другом: измеренное значение скорости света в вакууме будет одним и тем же, если двигается источник излучения за пределами измерительной системы или движется наблюдатель. Другими словами, измерительное устройство «скрывает» обе указанные скорости. Но ведь измеренные частоты света, что известно, будут разными в разных этих случаях. Поэтому ситуация не так проста и не так понятна. Но разобраться в ней легко при желании и некоторой системе знаний.

Абсолютизируя указанный принцип, выполнена абсолютизация преобразований Лоренца. Она привела к «запрету» на рассмотрение света как частиц с конечными пространственными размерами, так как их конечность в «собственной» системе отсчета вступает в противоречие с их бесконечными размерами для других наблюдателей.

Заметим, что даже если и не было бы этого принципа и указанного запрета, откуда можно взять информацию о возможной структуре частиц света? Какую теорию положить в основу возможного расчета параметров частицы света? Насколько в этой ситуации продвижению к структуре частиц света может «помочь» эксперимент? Другими словами, можно оправдать свое бездействие по моделированию частиц света, спрятав голову в песок принципа постоянства скорости света.

Но можно действовать иначе: найти обобщение электродинамики, описывающее эксперименты и свободное от принципов теории, вывести модель электродинамики за границы авторитарных принципов. Тогда могут появиться основания для некоторых предположений о структуре частиц света.

Именно так сконструирована электродинамика с новой физической величиной, названной показателем отношения. Она свободна от принципов Эйнштейна и ограничений, ассоциированных с ними. Она имеет матричную форму на основе пары кватернионов с матрицами размерности 4. Таковы дифференциальные уравнения, а также связи между полями и индукциями. Матричная форма уравнений, что является общепринятой точкой зрения, явно указывает на то, что в электродинамике мы имеем дело с 4 объектами. Система отношений между ними генерирует пару кватернионов. Поскольку частицы света нейтральны по электрическому и массовому зарядам, этой «подсказки» достаточно для принятия гипотезы, что частицы света изготовлены на основе 4 предзарядов. На ее основе генерируется идея о наличии пары электрических предзарядов противоположного знака и пары гравитационных предзарядов противоположного знака.

Действуя по алгоритму, предложенному Томсоном, можно рассчитать энергию частицы в форме тора, двигающегося перпендикулярно плоскости. Так выводится выражение для постоянной величины Планка и для энергии частицы света. Далее следует «детализация», состоящая в том, что мы имеем плоские «атомы света», в которых пара электрических предзарядов двигается на периферии, а пара гравитационных предзарядов расположена в центре изделия. Тор Томсона получается, если систему атомов света приблизить друг к другу. В общем случае мы имеем дело с «полимерной молекулой», составленной из атомов света. Такая модель обоснована мною ранее 20 лет назад.

Второе фундаментальное ограничении в теории и на практике в том, что явления электромагнетизма и гравитации рассматривались на основе разных моделей. Электромагнетизм базируется на физических полях, базовые теории гравитации имеют геометрическое моделирование. Между ними нет единства. Эйнштейн полагал, что, если бы этот синтез электромагнитных и гравитационных моделей получился, он бы многое дал теории и практике. В частности, по его мнению, он позволил бы объединить теорию материи с теорией эфира.

Запись уравнений электродинамики в матричной форме на основе пары кватернионов позволила найти пути и средства для построения физической модели гравитации, базирующейся на паре симметричных тензоров. Тензоры гравитации записаны на тройке антикватернионов, которые естественно генерируются произведениями элементов пары кватернионов. Это обстоятельство является косвенной «подсказкой», что электромагнетизм и гравитация едины. Модель гравитации на антикватернионах, построенная по аналогии с системой уравнений электродинамики на кватернионах, содержит в себе обобщенную модель релятивистской теории гравитации Логунова. Новую модель можно рассматривать как обобщение модели Эйнштейна, если физические потенциалы гравитации выразить через тензор второго ранга и четырехскорости.

С другой стороны, дифференцирование уравнений электродинамики генерирует систему дифференциальных уравнений третьего порядка, решениями которой является сумма симметричного и антисимметричного тензоров с весовыми множителями. В этом аспекте анализа электромагнитные и гравитационные явления едины, по-разному проявляясь в эксперименте. Именно такое единство подтверждено экспериментально на стабильных объектах физической Реальности в форме электронов и нуклонов.

Новая динамика для частиц света, основанная на концепции ранговых движений и ранговых масс, стимулирует теоретическое и экспериментальное исследование структуры и физической сущности масс. Понятно, что такое исследование неотделимо от анализа структуры и сущности электрического заряда, равно как и других возможных зарядов.

Составная динамика инициирует построение моделей и экспериментальную реализацию системы разнообразных физических объектов с разными зарядами, системами свойств и временами жизни. Мы имеем в пользование качественно новый инструмент для описания и моделирования зарядов. Он находится за пределами Стандартных моделей и, в частности, не ассоциирован с алгоритмом генерации масс Хиггса.

В настоящее время нет запретов и ограничений на создание системы физических моделей гравитации, самостоятельных или единых с электромагнетизмом.

Третье фундаментальное ограничение физической теории состояло в том, что классическая и квантовая механики рассматривались как диаметрально противоположные модели. Между ними не было единства, их разделяла ментальная и экспериментальная «пропасть». По этой причине отсутствовала аналогия между макроскопическими и микроскопическими объектами и явлениями, столь необходимая для конструктивной практики. Микрообъекты и микроявления анализировались только в рамках вероятностных моделей без детализации структуры объектов и системы отношений между ними.

Электродинамика без ограничения скорости, базирующаяся на модели скалярного показателя отношения, получила математическую реализации на основе скалярно деформированной 4-метрики Минковского. Применение такой метрики при 4-мерном расширении уравнений динамики вязкой жидкости привело к модели, из которой выведено уравнение Шрёдингера при условии, что равны нулю скорости жидкости. Стало ясно, что микродинамику можно рассматривать как частичную модель макродинамики, учитывающую только «энергетическую структуру» микроявлений.

Найденная аналогия инициирует постановку и решение класса задач, нацеленных на описание микрообъектов и явлений по аналогии с макрообъектами и макроявлениями.

Четвертое фундаментальное ограничение физической теории состояло в том, что отсутствовало единство в описании конечных систем и статистических систем, содержащих огромное количество частиц. При этом не было единства и связи статистик Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака.

Анализ показал, что есть решение релаксационного уравнения для параметров конечной системы, которое объединяет указанную пару статистик в единую систему [2]. Другими словами, есть функциональное единство конечных и статистических систем, а также динамическое единство систем статистик. Это обстоятельство позволяет соединить условия и преимущества различных моделей и их следствий.

Обобщение модели Бройля

На заре квантовой теории Бройль [3] предположил, что каждому физическому объекту с ненулевой массой m и скоростью u следует поставить в соответствие длину волны

$$\lambda = \frac{h}{mu},$$

где h – постоянная величина Планка.

Эта формула была с энтузиазмом принята сообществом теоретиков и удостоена Нобелевской премии, так как утвердила единство корпускулярных и волновых свойств не только для света, но и для любых частиц с ненулевой массой. Косвенно так было выполнено начальное объединение свойств света и частиц материи. О частицах света и об их структуре, равно как и о структуре объектов с ненулевой массой вопрос не поднимался. Эта формула не послужила «толчком» к исследованию структуры частиц света.

Новая динамика для частиц света, основанная на концепции массы инерции, уточняет и обобщает формулу Бройля.

Рассмотрим цепочку формул вида

$$\lambda = \frac{h}{mu} = \frac{h}{\frac{h\nu}{c^2}c} = \frac{c}{\nu}.$$

При таком подходе формула Бройля для частиц света есть «тавтология», так как она содержит только другую форму записи выражения для длины волны.

Конечно, это замечание не исключает конструктивного смысла связи, предложенной Бройлем. Однако при этом «разрешаются» другие возможности и интерпретации.

Учтем свойство постоянной величины Планка для предзарядов, согласно которому

$$\frac{1}{\varepsilon_0(\tilde{e})}\frac{\tilde{e}^2}{c(\tilde{e})} = const = h(\tilde{e}).$$

Подставим это выражение в формулу Бройля. Получим выражение для описания волновых свойств для атомов и молекул света:

$$\lambda = \frac{1}{\varepsilon_0(\tilde{e})}\frac{\tilde{e}^2}{m}\frac{1}{c(\tilde{e})u}.$$

Длина волны в рассматриваемом случае зависит не только от величины массы и ее скорости, но и от квадрата заряда с характерных скоростей самого заряда. Кроме этого, длина волны зависит от диэлектрической проницаемости, характеризующей взаимодействие атомов и молекул света со средой, в которой происходит движение предзарядов.

Учтем тот факт, что масса инерции и масса тяготения имеют одинаковую динамическую функциональность. По этой причине выполняется условие согласования

$$m_{in}u\frac{c}{l} \leftrightarrow m_g\dot{u}.$$

По этой причине легко генерируется новая формула

$$\lambda = \frac{h}{m_{in}u\frac{c}{l}}\frac{c}{l} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_g\dot{u}}\frac{c}{l}.$$

Следовательно, длина волны для объекта с ненулевой массой может зависеть от ускорения, а также от соотношения характерной скорости и некоторой длины. Поскольку эта пара величин может быть разной, объект с ускорением будет в общем случае характеризоваться разными значениями длин волн, если меняются его характерные скорости и его характерные размеры.

Заметим, что наличие выражения для постоянной величины Планка, зависящей от электрического заряда, позволяет представить формулу для энергии вида

$$E_q = 4\pi\left(\frac{p}{b}\right)^2\frac{q^2}{\varepsilon_0}l.$$

Полученные формулы предполагают анализ физических условий проявления и практического применения полученных формул. Ведь от того, как устроено и чем управляется волновое взаимодействие объектов, зависит специфика и перспектива новых технологий.

Так должно быть, исходя из физических соображений: каждому заряду можно поставить в соответствие определенную энергию, так как мы имеем дело с функционирующим изделием, имеющим структуру и систему свойств.

У нас нет оснований сводить энергию только к массе в соответствии со стандартным законом

$$E_m = mc^2.$$

В частности, электроны и нуклоны имеют массу и электрический заряд, так что их энергия состоит, по меньшей мере, из двух слагаемых, роль и значение которых могут быть разными при изменении их структуры и свойств взаимодействия.

Каждому физическому заряду естественно поставить в соответствие некий запас энергии и исследовать способы и формы ее превращения в другие формы энергии. Это замечание справедливо также для задач информационного взаимодействия.

Скрытая неассоциативность для уравнений электродинамики

Новая модель неассоциативности следует из условия почленного произведения или суммы строк исходной матрицы на столбцы умножаемой матрицы.

Проиллюстрируем этот факт на матрицах размерности 2. Получим

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1 & a_2b_3 \\ a_3b_2 & a_4b_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_2b_3 \\ a_3b_2 & a_4b_4 \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_3c_3 \\ a_3b_2c_2 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix} = (a \hat{\times} b) \hat{\times} c,$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1c_1 & b_2c_3 \\ b_3c_2 & b_4c_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} b_1c_1 & b_2c_3 \\ b_3c_2 & b_4c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_3c_2 \\ a_3b_2c_3 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix} = a \hat{\times} (b \hat{\times} c),$$

$$(a \hat{\times} b) \hat{\times} c \neq a \hat{\times} (b \hat{\times} c).$$

Назовем эту модель неассоциативности скрытой неассоциативностью. На первый взгляд неясно, как может быть применено это условие к уравнениям физической теории. С одной стороны, неассоциативность проявляет себя по меньшей мере на тройке матриц, а в физической теории обычно используется пара матриц. С другой стороны, матричное произведение привычно для анализа, что требует как-то согласовать новое произведение со стандартным. Однако оба указанные условия не вступают в противоречие с результатами, достигнутыми в стандартной теории.

Во-первых, известно, что произведение слева матричных уравнений на мономиальные матрицы генерирует только перестановку строк в уравнениях. Поэтому «третьи» матрицы естественны в анализируемом случае. Они могут интерпретироваться как проявления того «фона», в котором происходит взаимодействие.

Во-вторых, замена вектор-столбцов матрицами при использовании нового произведения согласуется с теорией на ассоциативном матричном произведении.

Проиллюстрируем скрытую неассоциативность на примере электродинамики. Дифференциальные уравнения электродинамики в матричном виде на ассоциативной операции с применением прямой и сопряженной волновых функций имеют вид

$$\begin{pmatrix} -\frac{i}{c}\partial_t & \partial_z & -\partial_y & -\partial_x \\ -\partial_z & -\frac{i}{c}\partial_t & \partial_x & -\partial_y \\ \partial_y & -\partial_x & -\frac{i}{c}\partial_t & -\partial_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z & -\frac{i}{c}\partial_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_x = E_x - iB_x \\ \Psi_y = E_y - iB_y \\ \Psi_z = E_z - iB_{zx} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{i}{c}\partial_t & \partial_z & -\partial_y & \partial_x \\ -\partial_z & \frac{i}{c}\partial_t & \partial_x & \partial_y \\ \partial_y & -\partial_x & \frac{i}{c}\partial_t & \partial_z \\ -\partial_x & -\partial_y & -\partial_z & \frac{i}{c}\partial_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_x = E_x + iB_x \\ \Psi_y = E_y + iB_y \\ \Psi_z = E_z + iB_{zx} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

В этом варианте строки матриц последовательно умножаются на векторы-столбцы. Суммирование полученных выражений генерирует стандартные векторные уравнения электродинамики. Для скрытой неассоциативности в такой модели нет места.

Ситуация меняется, если векторы-столбцы заменить матрицами, состоящие из одинаковых столбцов. Получим

$$\begin{pmatrix} -\frac{i}{c}\partial_t & \partial_z & -\partial_y & -\partial_x \\ -\partial_z & -\frac{i}{c}\partial_t & \partial_x & -\partial_y \\ \partial_y & -\partial_x & -\frac{i}{c}\partial_t & -\partial_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z & -\frac{i}{c}\partial_t \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} E_x - iB_x & E_x - iB_x & E_x - iB_x & E_x - iB_x \\ E_y - iB_y & E_y - iB_y & E_y - iB_y & E_y - iB_y \\ E_z - iB_z & E_z - iB_x & E_z - iB_x & E_z - iB_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} \frac{i}{c}\partial_t & \partial_z & -\partial_y & \partial_x \\ -\partial_z & \frac{i}{c}\partial_t & \partial_x & \partial_y \\ \partial_y & -\partial_x & \frac{i}{c}\partial_t & \partial_z \\ -\partial_x & -\partial_y & -\partial_z & \frac{i}{c}\partial_t \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} E_x + iB_x & E_x + iB_x & E_x + iB_x & E_x + iB_x \\ E_y + iB_y & E_y + iB_y & E_y + iB_y & E_y + iB_y \\ E_z + iB_z & E_z + iB_x & E_z + iB_x & E_z + iB_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

На этом этапе анализа мы имеем дело со стандартной моделью. Понятно, что полную систему уравнения электродинамики можно записать аналогично. Не будем этого делать из-за простоты и очевидности требуемых изменений.

Данная запись уравнений имеет скрытую неассоциативность из-за применения одинаковых элементов.

Действительно, если, например, имеем

$$b=\begin{pmatrix} b_1 & b_1 \\ b_3 & b_3 \end{pmatrix},$$

Получим

$$\begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_3c_3 \\ a_3b_1c_2 & a_4b_3c_4 \end{pmatrix} = (a\hat{\times} b)\hat{\times} c \neq a\hat{\times}(b\hat{\times} c) = \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_3c_2 \\ a_3b_1c_3 & a_4b_3c_4 \end{pmatrix}.$$

Ситуация меняется более существенно, если принять во внимание возможность изменения столбцов волновых функций. В рассматриваемом случае возможны изменения отдельных столбцов. Таких вариантов 8. Они выполняют роль, аналогичную буквам алфавита скрытой неассоциативности.

Примем гипотезу, что деформации элементов физической модели в рамках концепции скрытой неассоциативности могут рассматриваться в качестве алфавита языка для физических объектов.

Комбинаторика соединения деформаций задается системой чисел

$$C_1^8 = C_7^8 = 8, C_2^8 = C_6^8 = 28, C_3^8 = C_5^8 = 56, C_4^8 = 70.$$

Расчетные модели на двойной скалярной деформации предполагают изменения в паре столбцов. Например, имеем ситуацию вида

$$\begin{pmatrix} -\frac{i}{c}\partial_t & \partial_z & -\partial_y & -\partial_x \\ -\partial_z & -\frac{i}{c}\partial_t & \partial_x & -\partial_y \\ \partial_y & -\partial_x & -\frac{i}{c}\partial_t & -\partial_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z & -\frac{i}{c}\partial_t \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} E_x-iB_x & \alpha(E_x-iB_x) & E_x-iB_x & E_x-iB_x \\ E_y-iB_y & \alpha(E_y-iB_y) & E_y-iB_y & E_y-iB_y \\ E_z-iB_z & \alpha(E_z-iB_x) & E_z-iB_x & E_z-iB_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{i}{c}\partial_t & \partial_z & -\partial_y & \partial_x \\ -\partial_z & \frac{i}{c}\partial_t & \partial_x & \partial_y \\ \partial_y & -\partial_x & \frac{i}{c}\partial_t & \partial_z \\ -\partial_x & -\partial_y & -\partial_z & \frac{i}{c}\partial_t \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} E_x+iB_x & E_x+iB_x & E_x+iB_x & \beta(E_x+iB_x) \\ E_y+iB_y & E_y+iB_y & E_y+iB_y & \beta(E_y+iB_y) \\ E_z+iB_z & E_z+iB_x & E_z+iB_x & \beta(E_z+iB_x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Скрытая неассоциативность, основанная на почленном произведении строк на столбцы в паре матриц, становится средством для описания алфавита языка у исследуемых объектов, если учесть возможность частичной или полной деформации столбцов и строк этих матриц. В простом случае скалярного изменения столбцов матриц, задающих волновые функции, мы имеем набор из 254 возможностей. С физической точки зрения такая деформация генерирует, в частности, тонкое изменение взаимодействий между атомами и молекулами частиц света. Изменения будут происходить, с логической точки зрения, в приеме информации и в реакции на такую информацию.

В общем случае изменения могут иметь векторный или матричный вид, что существенно обогащает и усложняет анализируемую модель и указывает ее новые возможности. Изменения величин могут иметь детерминированную природу, но могут подчиняться и вероятностной деформации. В обоих случаях допустимы динамические уравнения, посредством которых задается глубинная динамика, присущая анализируемым объектам.

Длинные полимерные молекулы света можно трактовать как предложения, а их спектр как текст с определенным информационным содержанием. Содержание не обязано быть пассивным, оно может быть активным, зависящим как от внешних, так и от внутренних условий и обстоятельств.

Понятно, что отмеченные условия и обстоятельства могут быть верифицированы только на основе особо совершенных экспериментальных средств и методик. Не исключено, что они проявляются только на микроуровне, который недоступен макроскопическим измерительным устройствам.

Другими словами, если у нас есть только весы и линейки, мы не может уловить и оценить общение между людьми. Для этого нужна принципиально другая техника. Более того, если даже она имеется, не так просто расшифровать ту информацию, которую мы получаем с ее помощью.

Понимание возможности тонкого обмена информацией между объектами дополнительно сближает между собой «живой» и «неживой» миры, стимулируя качественно новое взаимодействие между ними.

Информационные составляющие объектов и взаимодействий

Язык, посредством которого мы общаемся, основан на алфавите. Однако его недостаточно для передачи информации и реакции на этот алфавит. Слова и предложения, ассоциированные с алфавитом, а также со средствами приема информации и реакции на нее, необходимы и достаточны для информационного взаимодействия. Примем во внимание тот факт, что информационный обмен относится к энергетически слабому взаимодействию. По этой причине его обнаружение и анализ, а, тем более, понимание требует наличия и применения особо совершенных приборов и методик.

Принимая неассоциативность как базовое средство передачи и приема информации, мы вправе на этой математической основе формировать алфавит общения, а также соответствующие слова и предложения.

Это можно выполнить разными средствами и способами. Особое значение в решении совокупности стоящих задач имеет пара фактов:

А) Структура любых объектов задается их подструктурой в форме системы базовых объектов, владеющих системой отношений между собой. Это обстоятельство можно выразить разными средствами. В частности, структуру можно задать системой матриц, размерность которых указывает, с каким количеством базовых объектов в конкретной постановке задачи мы имеем дело. Система матриц, наполненная числами, достаточна для описания системы величин, которые прямо или косвенно описывают свойства анализируемых объектов и изменений их свойств, что принято называть явлениями. Макро и микропрактика показывает, что объектов очень много и они самые разные. Объекты состоят из подобъектов, соединенных и согласованных между собой.

Б) Информационное взаимодействие в любом его виде прямо или косвенно можно представить системой математических операций с матрицами или некоторыми их обобщениями. К операциям стандартного типа относятся, в частности, операции дифференцирования и интегрирования. Анализ показал, что математических операций, среди которых много неассоциативных операций, не меньше, чем различных изделий, особенно если принять в рассмотрение многократные и связанные операции.

Понятно, что система операций, объединенная с системой изделий достаточна для построения моделей, описывающих, в меру развития предлагаемого подхода, любое информационное взаимодействие.

Задача моделирования состоит в том, чтобы описать изменения и равновесия в системе объектов с системой операций, соединяя в единое целое систему величин и систему операций. Понятно, что предлагаемый подход сводит практически любую задачу к форме алгебраической конструкции. По этой причине мы имеем дело с некоторыми функциональными алгебрами.

В зависимости от того, что и как мы можем получить из функциональных алгебр, их динамических расширений и деформаций зависит содержание и уровень возможных расчетов и практики, индуцированной ими. Понятно, что изменения в анализируемых моделях могут и должны инициироваться эмпирической практикой.

Изменения в элементах и операциях естественно приводят к алгоритму учету разных состояний и форм информационного обмена. Нелинейности и нелокальности учитывают свойства физических Тел, а также Сознаний и Чувств более высокого уровня расчета и эмпирики. Аналогичные функции и роли генерирует расширение алгебр, например, на основе изменения размерностей пространств, применяемых в модели.

Заметим, что создать экспериментальную базу для тонких измерений не так просто и не так легко. По этой причине в ряде случаев и ситуаций расчет может идти с существенным опережением эмпирики, которую он инициирует.

И теория, и эксперимент не могут и не обязаны базироваться на консервативной, не допускающей изменений логике.

Неассоциативное суммирование

На мономиальных матрицах установим новую операцию суммирования. Пусть значимые элементы суммируются обычным способом, а их расположение в итоговой матрице задается суммированием номеров их мест по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц.

Рассмотрим в качестве примера суммирование тройки образующих элементов группы Spin (4):

$$\alpha=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\beta=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\gamma=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Получим проявление неассоциативности:

$$\alpha\,\widehat{+}\,\beta=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\beta\,\widehat{+}\,\gamma=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},$$

$$(\alpha \,\widehat{+}\, \beta) \,\widehat{+}\, \gamma = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha \,\widehat{+}\, (\beta \,\widehat{+}\, \gamma) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично определим операцию вычитания. Получим, например, выражения

$$\alpha \,\widehat{-}\, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \beta \,\widehat{-}\, \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В рассматриваемом случае нет места стандартным правилам суммирования. В частности, имеем выражение

$$(\alpha \,\widehat{+}\, \beta) \,\widehat{+}\, (\alpha \,\widehat{-}\, \beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha \,\widehat{+}\, \alpha.$$

Непривычность получаемых результатов суммирования кажется естественной при анализе информационных отношений между объектами: то, что для физических тел естественно, то для чувств и для некоторых аспектов сознания эти не так, результаты ассоциативной математики не соответствуют практике чувств и отношений между объектами. Не исключен вариант моделей, в котором только неассоциативная математика является управляющим фактором в любой расчетной модели, а ассоциативные элементы безусловно и многообразно подчинены ей.

Новая неассоциативность матриц

При суммировании матриц, равно как и почленном произведении, принимается модель соответствия элементов матриц размерности 3 вида

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$
1	2	3	4	5	6	7	8	9

.

Соответственно получим, например, сумму

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \\ a_4+b_4 & a_5+b_5 & a_6+b_6 \\ a_7+b_7 & a_8+b_8 & a_9+b_9 \end{pmatrix}.$$

Такие операции коммутативны и ассоциативны. Они нашли широкое применение в теории.

Изменим отношения между элементами, прияв модель суммирования вида

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\updownarrow$
2	1	4	3	6	5	8	7	9

.

Операция изменит сумму:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} \hat{+} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1+b_2 & a_2+b_1 & a_3+b_4 \\ a_4+b_3 & a_5+b_6 & a_6+b_5 \\ a_7+b_8 & a_8+b_7 & a_9+b_9 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix} \hat{+} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1+a_2 & b_2+a_1 & b_3+a_4 \\ b_4+a_3 & b_5+a_6 & b_6+a_5 \\ b_7+a_8 & b_8+a_7 & b_9+a_9 \end{pmatrix}.$$

Операция некоммутативна. Она также неассоциативна:

$$\begin{pmatrix} a_1+b_2+c_2 & a_2+b_1+c_1 & a_3+b_4+c_4 \\ a_4+b_3+c_3 & a_5+b_6+c_6 & a_6+b_5+c_5 \\ a_7+b_8+c_8 & a_8+b_7+c_7 & a_9+b_9+c_9 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} a_1+b_2+c_3 & a_2+b_1+c_2 & a_3+b_4+c_3 \\ a_4+b_3+c_4 & a_5+b_6+c_5 & a_6+b_5+c_6 \\ a_7+b_8+c_7 & a_8+b_7+c_8 & a_9+b_9+c_9 \end{pmatrix},$$

$$(a \hat{+} b) \hat{+} c \neq a \hat{+} (b \hat{+} c).$$

Так появляется возможность записи расчетных ассоциативных моделей матричного вида в форме систем уравнений с неассоциативными операциями произведения и суммирования.

Операционная деформация физических моделей

Рассмотрим стандартную модель объединения волновых функций в физической модели массодинамики:

∂_τ	∂_z	∂_y	$-\partial_x$	∂_z	∂_τ	∂_x	$-\partial_y$	∂_y	∂_x	∂_τ	$-\partial_z$	$-\partial_x$	$-\partial_y$	$-\partial_z$	∂_τ
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
ψ_x	ψ_y	ψ_z	ψ_τ	ψ_x	ψ_y	ψ_z	ψ_τ	ψ_x	ψ_y	ψ_z	ψ_τ	ψ_x	ψ_y	ψ_z	ψ_τ

,

$-\partial_\tau$	∂_z	∂_y	∂_x	∂_z	$-\partial_\tau$	∂_x	∂_y	∂_y	∂_x	$-\partial_\tau$	∂_z	∂_x	∂_y	∂_z	$-\partial_\tau$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
$\overline{\psi}_x$	$\overline{\psi}_y$	$\overline{\psi}_z$	$\overline{\psi}_\tau$	$\overline{\psi}_x$	$\overline{\psi}_y$	$\overline{\psi}_z$	$\overline{\psi}_\tau$	$\overline{\psi}_x$	$\overline{\psi}_y$	$\overline{\psi}_z$	$\overline{\psi}_\tau$	$\overline{\psi}_x$	$\overline{\psi}_y$	$\overline{\psi}_z$	$\overline{\psi}_\tau$

.

Модифицируем отношения между дифференциальными операторами и величинами согласно модели

∂_τ	∂_z	∂_y	$-\partial_x$	∂_z	∂_τ	∂_x	$-\partial_y$	∂_y	∂_x	∂_τ	$-\partial_z$	$-\partial_x$	$-\partial_y$	$-\partial_z$	∂_τ
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
ψ_y	ψ_x	ψ_τ	ψ_z	ψ_y	ψ_x	ψ_τ	ψ_z	ψ_y	ψ_x	ψ_τ	ψ_z	ψ_y	ψ_x	ψ_τ	ψ_z

,

$-\partial_\tau$	∂_z	∂_y	∂_x	∂_z	$-\partial_\tau$	∂_x	∂_y	∂_y	∂_x	$-\partial_\tau$	∂_z	∂_x	∂_y	∂_z	$-\partial_\tau$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
$\overline{\psi}_y$	$\overline{\psi}_x$	$\overline{\psi}_\tau$	$\overline{\psi}_z$	$\overline{\psi}_y$	$\overline{\psi}_x$	$\overline{\psi}_\tau$	$\overline{\psi}_z$	$\overline{\psi}_y$	$\overline{\psi}_x$	$\overline{\psi}_\tau$	$\overline{\psi}_z$	$\overline{\psi}_y$	$\overline{\psi}_x$	$\overline{\psi}_\tau$	$\overline{\psi}_z$

.

Получим новую систему уравнений:

$$
\begin{aligned}
i(\partial_x K_z - \partial_\tau K_y) + \partial_y L_\tau + \partial_z L_x &= \frac{1}{2} s_x, \\
i(\partial_y K_z - \partial_\tau K_x) + \partial_x L_\tau + \partial_z L_y &= \frac{1}{2} s_y, \\
i(\partial_z K_z - \partial_\tau K_\tau) + \partial_x L_x + \partial_y L_y &= \frac{1}{2} s_z, \\
\partial_x K_y + \partial_y K_x + \partial_z K_\tau - \partial_\tau K_z &= \frac{i}{2} s_\tau.
\end{aligned}
$$

Она задает новую систему отношений, формально присущую известной физической системе или явлению. Обратим внимание на математическую структуру предложенных изменений. Для этого рассмотрим отношения элементов по строкам и столбцам. Обозначим их номерами согласно размерности применяемых матриц. Получим соответствия вида

$$
\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}\right) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},
$$

$$
\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}\right) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},
$$

$$
\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}\right) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ \hline 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ldots
$$

Естественно рассматривать не только формальные изменения. Речь может идти о динамике операций, прямо или косвенно связанной с информационным взаимодействием. Это направление исследований интересно с точки зрения передачи и приема различной информации ассоциативными физическими системами. Плюс важна неассоциативность.

В силу отмеченных соответствий операционная деформация базовых уравнений задается одним элементом. По этой причине её следует считать глобальной операционной деформацией.

Наличие других возможностей операционной деформации генерирует многократные операции суммирования или произведения. Каждой строке и соответствующему столбцу можно поставить в соответствие свой операционный «деформатор». Поскольку деформаторы могут быть самые разные, мы привлекаем в теорию качественно новый алгоритм конструирования систем уравнений и системы новых решений.

Ситуация усложняется, если деформаторы наделены активностью: во-первых, если их элементы являются функциями, во-вторых, если эти функции могут быть подчинены самостоятельным уравнениям динамики.

Запишем эти условия:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{pmatrix} \to f(a_i, \xi, \tau, \ldots) = 0,$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & b_4 & 0 \end{pmatrix} \to \varphi(b_j, \alpha, \beta, \ldots) = 0, \ldots$$

Так реализуется динамическое операционное расширение физических моделей. Его формы и сущность могут меняться, но основная ростковая точка уже конструктивна.

Операторная неопределенность произведения квадратов физических величин

Проанализируем модель стандартного произведения пары физических величин A, B, представленных некоторыми операторами, соединив их между собой прямыми и комплексно сопряженными двумерными числами Гаусса.

Получим цепочку формул вида

$$[(z_1 - iz_2)A + (p_1 - ip_2)B][(z_1 + iz_2)A + (p_1 + ip_2)B] =$$

$$= (z_1^2 + z_2^2)A^2 + (z_1 p_1 + z_2 p_2 + iz_1 p_2 - iz_2 p_1)AB +$$

$$+ (z_1 p_1 + z_2 p_2 - iz_1 p_2 + iz_2 p_1)BA + (p_1^2 + p_2^2)B^2 =$$

$$= (z_1^2 + z_2^2)A^2 + (z_1 p_1 + z_2 p_2)(AB + BA) + i(z_1 p_2 - z_2 p_1)(AB - BA) + (p_1^2 + p_2^2)B^2 \geq 0.$$

Следовательно, есть условие

$$\frac{\left(z_1^2+z_2^2\right)}{\left(p_1^2+p_2^2\right)}A^2+\frac{\left(z_1p_1+z_2p_2\right)}{\left(p_1^2+p_2^2\right)}\left(AB+BA\right)+\frac{i(z_1p_2-z_2p_1)}{\left(p_1^2+p_2^2\right)}\left(AB-BA\right)+B^2\geq 0.$$

Введем обычное тригонометрическое представление для комплексных чисел:

$$z_1=x\cos\varphi, z_2=x\sin\varphi, p_1=y\sin\psi, p_2=y\cos\psi.$$

Базовая формула преобразуется к виду

$$\frac{x^2}{y^2}A^2+\frac{x}{y}\sin\left(\varphi+\psi\right)\left(AB+BA\right)+i\frac{x}{y}\cos\left(\varphi+\psi\right)\left(AB-BA\right)+B^2\geq 0.$$

Мы получили квадратное уравнение, решения которого обусловлены значением его дискриминанта, который в данном случае должен быть меньше или равен нулю. Введем новые обозначения с учетом возможности усреднения. Примем, например, модель

$$\left(AB+BA\right)=\frac{1}{2}\left(A\circ B\right),\left(AB-BA\right)=i\hbar\left(A*B\right).$$

Дискриминант получит вид

$$D^2=\left(\left(A\circ B\right)\sin\theta-\hbar\left(A*B\right)\cos\theta\right)^2-4A^2\cdot B^2\leq 0,$$
$$A^2\cdot B^2\geq\frac{1}{4}\left(\left(A\circ B\right)\sin\theta-\hbar\left(A*B\right)\cos\theta\right)^2.$$

На основе стандартных формул

$$a\sin\varphi-b\cos\varphi=\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\varphi-\alpha\right),\sin\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\leq 1,$$

получим фундаментальное условие, допускающее разные интерпретации:

$$A^2\cdot B^2\geq\frac{\hbar^2}{4}\left(A*B\right)^2+\left(A\circ B\right)^2.$$

Ситуация приобретает новые черты, если не принимать указанных условий. Решения базового уравнения

$$\frac{x^2}{y^2}A^2+\frac{x}{y}\sin\left(\varphi+\psi\right)\left(AB+BA\right)+i\frac{x}{y}\cos\left(\varphi+\psi\right)\left(AB-BA\right)+B^2\geq 0$$

оценим по его дискриминанту

$$D^2 = \left((AB+BA)\sin\theta + i(AB-BA)\cos\theta\right)^2 - 4A^2\cdot B^2 = \left(a\sin\theta - (-ib)\cos\theta\right)^2 - 4A^2\cdot B^2.$$

Преобразуем это выражение. Получим

$$a\sin\theta - b^*\cos\theta = \sqrt{a^2-b^2}\,\sin(\theta-\alpha), \sin\alpha = \frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}}.$$

Выражение для искомого синуса имеет смысл только при условии, что

$$(AB+BA)^2 - (AB-BA)^2 \triangleleft 0.$$

Дискриминанта будет положительным при условии, что

$$\frac{1}{4}\left((AB+BA)^2 - (AB-BA)^2\right)\sin^2(\theta-\alpha) \geq (A^2\cdot B^2).$$

Эта ситуация не всегда и не везде может быть реализована. По этой причине следует осторожно и аккуратно подходить к общим выводам, сделанным на основе явных и скрытых частных предположений.

Принимая в расчет отрицательные значения дискриминанта, мы изначально уводим ситуацию в область, скрытую от измерений, так как приборы физической реальности не могут измерять комплексные величины. Примем частное условие, что $\sin^2(\theta-\alpha)=1$. Тогда рассматриваемое условие связи произведения величин получит вид

$$\frac{1}{4}\left((AB+BA)^2 - (AB-BA)^2\right) \geq (A^2\cdot B^2).$$

Выберем для примера несколько матриц. Применим матричное произведение:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, AB=BA=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

В этом случае матрицы подчинены условию равенства левых и правых частей закона. В случае комбинаторного произведения левая часть равенства меньше правой его части. Другими словами, указанное условие не является общим для одних и тех же объектов, которые подчинены разным операциям.

В силу указанных обстоятельств, а также по ряду других причин требуется выполнить последовательное и системное расширение принципа и правила неопределенности Гейзенберга [4].

Речь может и должна идти не только о координатах и импульсах для физических объектов. В обобщенной модели требуется рассмотреть все возможные заряды и их движения, равно как и согласования между ними. При этом возможно применение новых величин и новых математических операций. Частный результат Гейзенберга указывает новые пути и возможности не только теории, но и новых экспериментальных алгоритмов и методик.

Конечно, анализ относится не только к физике. Теория психологических явлений должна быть проанализирована с точки зрения принципа неопределенности.

Модели неассоциативного суммирования

Привычка к ассоциативности суммирования основана на многообразной практике, прекрасно согласующейся с экспериментом для условий передачи массы, тепла, энергии, импульса… Анализ информационных явлений и процессов инициирует обобщение такого подхода в направлении прямого или косвенного проявления неассоциативности.

Рассмотрим такие модели на трехкратной операции суммирования. Одно суммирование стандартным образом задает по паре элементов новый элемент. Другое суммирование относится к анализу мест расположения значимых элементов с суммированием их по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц или какому-либо другому дополнительному условию.

В случае суммирования матриц дополнительное суммирование указывает номер места, на котором следует расположить сумму, полученную при базовом суммировании. Третий элемент суммирования состоит в том или другом разделении элементов матриц (или других элементов) на мономиальные матрицы. Понятно, что возможна система разнообразных алгоритмов разделения элементов матрицы на составляющие.

Проиллюстрирует предлагаемый алгоритм трехкратного суммирования на примере матриц размерности 3.

Выполним разложение матриц на составляющие вида

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_6 \\ a_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_3 \\ a_4 & 0 & 0 \\ 0 & a_8 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & b_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_6 \\ b_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_3 \\ b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим, например, новое значение суммы от одного слагаемого:

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_9 \end{pmatrix} \widehat{+} \left(\begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & b_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_6 \\ b_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_3 \\ b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_8 & 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} a_1+b_3 & a_1+b_1 & a_1+b_2 \\ a_5+b_5 & a_5+b_6 & a_5+b_4 \\ a_9+b_7 & a_9+b_8 & a_9+b_9 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & a_1+b_1 & 0 \\ a_5+b_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_9+b_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1+b_2 \\ 0 & a_5+b_6 & 0 \\ a_9+b_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1+b_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_5+b_4 \\ 0 & a_9+b_8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично получим другие слагаемые:

$$\begin{pmatrix} 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_6 \\ a_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{+} \left(\begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & b_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_6 \\ b_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_3 \\ b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_8 & 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} a_2+b_2 & a_2+b_3 & a_2+b_1 \\ a_6+b_4 & a_6+b_5 & a_6+b_6 \\ a_7+b_9 & a_7+b_7 & a_7+b_8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a_3 \\ a_4 & 0 & 0 \\ 0 & a_8 & 0 \end{pmatrix} \hat{+} \left(\begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & b_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_6 \\ b_7 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_3 \\ b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_8 & 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} a_3+b_1 & a_3+b_2 & a_3+b_3 \\ a_4+b_6 & a_4+b_4 & a_4+b_5 \\ a_8+b_8 & a_8+b_9 & a_8+b_7 \end{pmatrix}.$$

Суммируя полученные выражения стандартным способом, получим выражения

$$a \hat{+} b = \begin{pmatrix} A_1 & A_1 & A_1 \\ B_1 & B_1 & B_1 \\ C_1 & C_1 & C_1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} A_1 &= (a_1 + a_2 + a_3) + (b_1 + b_2 + b_3) = p_1 + q_1, \\ B_1 &= (a_4 + a_5 + a_6) + (b_4 + b_5 + b_6) = p_2 + q_2, \\ C_1 &= (a_7 + a_8 + a_9) + (b_7 + b_8 + b_9) = p_3 + q \ , \end{aligned}$$

$$b \hat{+} c = \begin{pmatrix} A_2 & A_2 & A_2 \\ B_2 & B_2 & B_2 \\ C_2 & C_2 & C_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} A_2 &= (b_1 + b_2 + b_3) + (c_1 + c_2 + c_3) = q_1 + r_1, \\ B_2 &= (b_4 + b_5 + b_6) + (c_4 + c_5 + c_6) = q_2 + r_2, \\ C_1 &= (b_7 + b_8 + b_9) + (c_7 + c_8 + c_9) = q_3 + r_3. \end{aligned}$$

Операция трехкратного суммирования в данном случае объединила в одно целое элементы соответствующих строк. Кроме этого, полученные суммы распределены по местам исходных элементов в одинаковой мере. В некотором смысле можно сказать, что мы имеем дело с операцией группировки и размножения полученных элементов.

На основе этих условий следует вывод о коммутативности рассматриваемой операции:

$$a \hat{+} b = b \hat{+} a.$$

При суммировании трех элементов с разной расстановкой скобок получим выражения

$$
(a \hat{+} b) \hat{+} c = \begin{pmatrix} 3A_1 + r_1 & 3A_1 + r_1 & 3A_1 + r_1 \\ 3B_1 + r_2 & 3B_1 + r_2 & 3B_1 + r_2 \\ 3C_1 + r_3 & 3C_1 + r_3 & 3C_1 + r_3 \end{pmatrix},
$$

$$
a \hat{+} (b \hat{+} c) = \begin{pmatrix} 3A_2 + p_1 & 3A_2 + p_1 & 3A_2 + p_1 \\ 3B_2 + p_2 & 3B_2 + p_2 & 3B_2 + p_2 \\ 3C_2 + p_3 & 3C_2 + p_3 & 3C_2 + p_3 \end{pmatrix}.
$$

Следовательно, операция неассоциативна: $(a \hat{+} b) \hat{+} c \neq a \hat{+} (b \hat{+} c)$.

Внешние и внутренние решения полиномиальных уравнений

Из курса начальной алгебры следует информация, что степень алгебраического многочлена задает количество его корней. Таковы, в простых случаях, решения уравнений

$$
x^2 = 1, x_{1,2} = -1, 1,
$$
$$
x^2 = -1, x_{1,2} = -i, i, \ldots
$$

Степени 2 сопоставлены по 2 решения, принадлежащие полю комплексных чисел. Во всех других ситуациях имеет место базовая теорема, ограничивающая анализ применением числовой плоскости Гаусса. Решения такого типа, реализующиеся на числовой плоскости, назовем внешними решениями.

Заметим, что их непростое обоснование было нацелено и привело к реализации размерностного расширения чисел: действительный репер был дополнен комплексным, «незримым» репером.

Естественно рассмотреть решения аналогичных уравнений в «объемной», внутренней ситуации. Это легко сделать, применяя, например, матрицы размерности 4. В этом случае мы имеем 6 матриц, квадраты которых равны минус единице. По этой причине матричное уравнение

$$
x^2 = -1
$$

имеет 12 решений. С точностью до умножения на минус единицу они таковы:

$$
\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},
\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
$$

Уравнение

$$
x^2 = 1
$$

имеет с аналогичной оговоркой 20 решений. Они, например, задаются матрицами антикватернионов вида

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}.$$

Меняя знаки элементов диагональных матриц, мы получаем на матричной операции дополнительные решения. Интерес к ним в том, что так задается система отношений к себе для 4 объектов.

Применение к матрицам мономиального или упрощенного вида, которые содержат один значимый элемент в строке, комбинаторного произведения строк на строки генерирует счетное множество решений. Например, получим левую единицу на комбинаторной операции на матрицах

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\ldots$$

Счетное множество обеспечивается выбором разнообразных матриц указанного вида. Заметим, что с аналогичной ситуацией мы имеем дело, если рассмотреть комбинаторное произведение столбцов на столбцы.

Ситуация меняется, если рассмотреть вектор трехмерного пространства на комбинаторной операции. При использовании стандартной операции суммирования получим

$$x=a\cdot 1+b\cdot\tau_1+c\cdot\tau_2,$$

$$x^2=a^2\cdot 1+ba\tau_1+ca\tau_2+ab\tau_2-b^2\cdot 1+icb\tau_1+ac\tau_1+ibc\tau_2-c^2\cdot 1,$$

$$x^2=\left(a^2-b^2-c^2\right)\cdot 1+\left(ab+ac+icb\right)\tau_1++\left(ab+ac+icb\right)\tau_2.$$

Для обращения квадрата величины в единицу требуется выполнение условий

$$\left(a^2-b^2-c^2\right)=1,$$
$$\left(ab+ac+icb\right)=0.$$

Они выполняются, по крайней мере, при трех условиях:

$$a=0.b=0,c^2=-1,$$
$$a=0,c=0,b^2=-1,$$

$$b = 0, c = 0, a^2 = 1.$$

Применение к реперам с комбинаторной операцией структурного суммирования генерирует условие

$$(a + b + c)^2 = 1.$$

Следовательно, класс решений, как это и должно быть, разнообразен. Он зависит от используемых величин, а также от операций, которые к ним применяются. Спектр решений даже для пары элементов сложен, что является косвенным доказательством возможной сложности отдельных объектов, что накладывает отпечаток, естественно, на систему отношений между объектами.

Спиноры и топология плоских поверхностей

Известно, что с тремя числами теоремы Пифагора

$$a^2 + b^2 = c^2 \to 3^2 + 4^2 = 5^2$$

ассоциирована пара чисел согласно связям

$$a = \varphi^2 - \chi^2, b = 2\varphi\chi, c = \varphi^2 + \chi^2.$$

В указанном частном случае получим $\varphi = 2, \chi = 1$. Связь чисел можно представить на комплексной плоскости Гаусса, введя модель спиноров для новых чисел φ, χ в виде

$$a + ib = (\varphi + i\chi)^2 \to 3 + 4i = (2 + i)^2.$$

Принимая данное условие независимо от истории и истоков его частного вывода, мы получаем возможность нахождения на этой основе свойств величин, расположенных dв плоскости и перпендикулярно плоскости в разных её топологических представлениях. Этот результат достигается на основе идеологии и требования инвариантности рассматриваемых связей относительно определенных согласованных изменений величин.

В частности, указанная связь имеет место при изменениях, обусловленных вращениями на определенный угол координатных осей. С одной стороны, этот прием кажется формальным, но, с другой стороны, он может рассматриваться как модель анализа изменений вектора при «прохождении» замкнутого пути, начатого в анализируемой точке. Проанализируем принятую связь для 2 пар величин, рассматривая вращения в плоскости вида

$$a' = a\cos\theta - b\sin\theta, \qquad \varphi' = \varphi\cos\frac{\theta}{2} - \chi\sin\frac{\theta}{2},$$
$$b' = a\sin\theta + b\cos\theta, \qquad \chi' = \varphi\sin\frac{\theta}{2} + \chi\cos\frac{\theta}{2}.$$

Инвариантность указанной выше связи чисел проверяется подстановкой этих формул с использованием правил суммирования и произведения тригонометрических функций.

При всей простоте анализа он генерирует модель пары топологических представлений локальных плоскостей.

Рассмотрим полоску бумаги. Свернем ее в форме цилиндра. Мысленно представим вектор, который движется по замкнутой кривой от начальной точки до конечной точки по плоскости. При прохождении всей «полоски», даже если одна компонента перпендикулярна плоскости, вектор вернется в исходное положение. Свернем «полоску» в форму ленты Мёбиуса. Тогда при прохождении угла в 360 градусов одна компонента вектора, расположенного на плоскости, изменит свой знак. Вторая компонента на плоскости останется неизменной. В случае, когда одна компонента рассматриваемого вектора перпендикулярна «полоске», а вторая направлена перпендикулярно оси «полоски», ситуация сложнее. В этом случае при «замкнутом» движении на угол 360 градусов по ленте Мёбиуса мы получим изменения знака у пары компонент такого вектора. Следовательно, введение спинора дополняет один трехмерный вектор другим трехмерным вектором, иллюстрируя в рамках алгоритма движения векторов по «циклам» пару топологически разных поверхностей. В рассмотренном случае связь чисел моделирует топологию плоскостей.

Неассоциативность комплексных чисел для проблемы информационного обмена

Операция комбинаторного произведения генерировала введение комплексных чисел в многообразии произвольной размерности. Поскольку стандартные комплексные числа действуют только в размерностях 2 и 4, естественно исследовать новые возможности, ассоциированные с новыми комплексными величинами.

Известно, что стандартная система комплексных чисел размерности 2, 4 ассоциативна. По этой причине она позволяет описывать объекты и явления, реализующиеся при выполнении законов сохранения зарядов, энергии, импульса и других величин, традиционно описываемых ассоциативной математикой.

Известно, что передача информации прямо или косвенно ассоциирована с неассоциативностью. По этой причине желательно владеть системой неассоциативных чисел. Она может стать инструментом и движущей силой для конструирования новых моделей приема и передачи информации.

Для физических объектов такие модели означали бы, что объекты имеют информационный обмен, на основе которого проводится анализ событий и ситуаций, а также принятие тех или других решений. Наиболее глубоко можно было бы проникнуть в форму и сущность объектов и явлений, если бы неассоциативность «вытекала» из свойств числовых систем, так как они образуют главный элемент любой расчетной модели.

Покажем, что такую возможность иллюстрируют новые комплексные числа, начиная анализ с размерности 2. Более просто убедиться в генерации неассоциативности на размерности 3. Рассмотрим произведение новых трехмерных комплексных чисел с применением стандартного суммирования.

Получим цепочку формул:

$$a \overset{k}{\times} b = (a_0 + a_1\tau_1 + a_2\tau_2) \overset{k}{\times} (b_0 + b_1\tau_1 + b_2\tau_2) =$$
$$= a_0b_0 - a_1b_1 - a_2b_2 + (a_0b_2 + a_1b_0 + ia_2b_1)\tau_1 + (a_0b_1 + a_2b_0 + ia_1b_2)\tau_2 = \xi_0 + \xi_1\tau_1 + \xi_2\tau_2,$$
$$(a \overset{k}{\times} b) \overset{k}{\times} c = (\xi_0 + \xi_1\tau_1 + \xi_2\tau_2) \overset{k}{\times} (c_0 + c_1\tau_1 + c_2\tau_2) =$$
$$= \xi_0c_0 - \xi_1c_1 - \xi_2c_2 + (\xi_0c_2 + \xi_1c_0 + i\xi_2c_1)\tau_1 + (\xi_0c_1 + \xi_2c_0 + i\xi_1c_2)\tau_2.$$

С другой стороны, получим

$$b \overset{k}{\times} c = (b_0 + b_1\tau_1 + b_2\tau_2) \overset{k}{\times} (c_0 + c_1\tau_1 + c_2\tau_2) =$$

$$= b_0c_0 - b_1c_1 - b_2c_2 + (b_0c_2 + b_1c_0 + ib_2c_1)\tau_1 + (b_0c_1 + b_2c_0 + ib_1c_2)\tau_2 = \eta_0 + \eta_1\tau_1 + \eta_2\tau_2,$$

$$a \overset{k}{\times} (b \overset{k}{\times} c) = (a_0 + a_1\tau_1 + a_2\tau_2) \overset{k}{\times} (\eta_0 + \eta_1\tau_1 + \eta_2\tau_2) =$$
$$= a_0\eta_0 - a_1\eta_1 - a_2\eta_2 + (a_0\eta_2 + a_1\eta_0 + ia_2\eta_1)\tau_1 + (a_0\eta_1 + a_2\eta_0 + ia_1\eta_2)\tau_2.$$

Сравним слагаемые:

$$\xi_0c_0 - \xi_1c_1 - \xi_2c_2 = a_0b_0c_0 - a_1b_1c_0 - a_2b_2c_0 -$$
$$- a_0b_2c_1 - a_1b_0c_1 - ia_2b_1c_1 - a_0b_1c_2 - a_2b_0c_2 - ia_0b_2c_2,$$

$$a_0\eta_0 - a_1\eta_1 - a_2\eta_2 = a_0b_0c_0 - a_0b_1c_1 - a_0b_2c_2 -$$
$$- a_1b_0c_2 - a_1b_1c_0 - ia_1b_2c_1 - a_2b_0c_1 - a_2b_2c_0 - ia_2b_1c_2,$$

Система чисел проявляет неассоциативность на первом слагаемом.

Неассоциативны также другие слагаемые:

$$\xi_0c_2 + \xi_1c_0 + i\xi_2c_1 = a_0b_0c_2 - a_1b_1c_2 - a_2b_2c_2 +$$
$$+ a_0b_2c_0 + a_1b_0c_0 + ia_2b_1c_0 + ia_0b_1c_1 + ia_2b_0c_1 - a_1b_2c_1,$$

$$a_0\eta_2 + a_1\eta_0 + ia_2\eta_1 = a_0b_0c_1 + a_2b_2c_0 + ia_0b_1c_2 +$$
$$+ a_1b_0c_0 - a_1b_1c_1 - a_1b_2c_2 + ia_2b_0c_2 + ia_2b_1c_0 - a_2b_2c_1,$$

$$\xi_0c_1 + \xi_2c_0 + i\xi_1c_2 = a_0b_0c_1 - a_1b_1c_1 - a_2b_2c_1 +$$
$$+ a_0b_1c_0 + a_2b_0c_0 + ia_1b_2c_0 + ia_0b_2c_2 + ia_1b_0c_2 - a_2b_1c_2,$$

$$a_0\eta_1 + a_2\eta_0 + ia_1\eta_2 = a_0b_0c_2 + a_0b_1c_0 + ia_0b_2c_1 +$$
$$+ a_2b_0c_0 - a_2b_1c_1 - a_2b_2c_2 + ia_1b_0c_1 + ia_1b_2c_0 - a_1b_2c_2.$$

Следовательно, система комплексных чисел в трехмерном пространстве на комбинаторном произведении и стандартном суммировании неассоциативна. Значит, кроме передачи энергии и импульса физические объекты, описываемые такой математикой, способны проявлять свойства информационного обмена. Более сложные числовые свойства естественно имеют физические системы, описываемые комплексными числами более высокой размерности.

Заметим, что при стандартном суммировании с применением комбинаторной операции неассоциативность не имеет места для комплексных чисел размерности 2. Обусловлено это тем, что таблицы произведений базисных реперов Гаусса и реперов нового двумерного комплексного пространства идентичны.

Это обстоятельство интересно с разных точек зрения. Генерация неассоциативности, с которой мы связываем информационный обмен, естественна на комбинаторной операции при размерности комплексного пространства, равной 3. Следовательно, в расчет следует принимать отношения по меньшей мере трех объектов.

С другой стороны, на размерности 2 можно ввести деформацию комбинаторной операции, приняв во внимание возможность «неравного» управления в паре реперов. Тогда, например, в силу принятого скалярного управления со стороны единичного элемента с коэффициентом α для второго объекта и коэффициентом β обратного влияния таблица комбинаторных произведений получит вид

$\overset{k}{\times}$	1	τ_1
1	1	$\alpha\tau_1$
τ_1	$\beta\tau_1$	-1

$\alpha \neq \beta.$

Произведения векторов в этой модели генерируют неассоциативность:

$$(a_0 + a_1\tau_1)\overset{k}{\times}(b_0 + b_1\tau_1) = (a_0b_0 - a_1b_1) + (\alpha a_0b_1 + \beta a_1b_0)\tau_1 = \xi_0 + \xi_1\tau_1,$$

$$(\xi_0 + \xi_1\tau_1)\overset{k}{\times}(c_0 + c_1\tau_1) = (a_0b_0c_0 - a_1b_1c_0 - \alpha a_0b_1c_1 - \beta a_1b_0c_1) + (\alpha a_0b_0c_1 - \alpha a_1b_1c_1 + \alpha\beta a_0b_1c_0 + \beta^2 a_1b_0c_0)\tau_1,$$

$$(b_0 + b_1\tau_1)\overset{k}{\times}(c_0 + c_1\tau_1) = (b_0c_0 - b_1c_1) + (\alpha b_0c_1 + \beta b_1c_0)\tau_1 = \eta_0 + \eta_1\tau_1,$$

$$(a_0 + a_1\tau_1)\overset{k}{\times}(\eta_0 + \eta_1\tau_1) = (a_0b_0c_0 - a_0b_1c_1 - \alpha a_1b_0c_1 - \beta a_1b_1c_0) + (\alpha^2 a_0b_0c_1 + \alpha\beta a_0b_1c_0 + \beta a_1b_0c_0 - \beta a_1b_1c_1)\tau_1.$$

Неассоциативность выполняется при равенстве взаимных управлений, когда $\alpha = \beta \neq 1$.

Примеры конструктивности операционного «отрицания»

Рассмотрим таблицу произведений для единичных элементов кватерниона

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Она имеет вид

$\times$	E	a_1	a_2	a_3
E	E	a_1	a_2	a_3
a_1	a_1	$-E$	$-a_3$	a_2
a_2	a_2	a_3	$-E$	$-a_1$
a_3	a_3	$-a_2$	a_1	$-E$

.

Изменим знак у единичного элемента. Таблица получит вид

$\times$	E	a_1	a_2	a_3
$-E$	$-E$	$-a_1$	$-a_2$	$-a_3$
a_1	a_1	$-E$	$-a_3$	a_2
a_2	a_2	a_3	$-E$	$-a_1$
a_3	a_3	$-a_2$	a_1	$-E$

.

Её удобно представить в виде

$$E\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+a_1\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}+a_2\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}+a_3\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

В итоге мы получаем ещё один кватернион. На основе этой пары кватернионов удобно записывать уравнения электродинамики Максвелла. Аналогично на антикватернионах при произведении элементов кватернионов можно описывать явления гравитации.

Изменение знака у первого элемента объединяет кватернион с антикватернионом:

$\times$	E	a_1	a_2	a_3
E	E	a_1	a_2	a_3
$-a_1$	$-a_1$	E	a_3	$-a_2$
a_2	a_2	a_3	$-E$	$-a_1$
a_3	a_3	$-a_2$	a_1	$-E$

$$= E\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}+a_1\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&-0\end{pmatrix}+\dots$$

Так иллюстрируется модель операционного объединения электромагнетизма и гравитации. Следовательно, «отрицание» может быть достаточно позитивным.

Изменение большего числа знаков генерирует новую связь элементов кватерниона с элементами антикватернионов. Например, рассмотрим модель

$\times$	E	a_1	a_2	a_3
$-E$	$-E$	$-a_1$	$-a_2$	$-a_3$
$-a_1$	$-a_1$	E	a_3	$-a_2$
$-a_2$	$-a_2$	$-a_3$	E	a_1
a_3	a_3	$-a_2$	a_1	$-E$

.

Она иллюстрирует связи 3 элементов антикватерниона с одним элементом кватерниона:

$$E\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}+a_1\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+(-a_2)\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+a_3\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

В модели

$\times$	E	a_1	a_2	a_3
$-E$	$-E$	$-a_1$	$-a_2$	$-a_3$
a_1	a_1	$-E$	$-a_3$	a_2
$-a_2$	$-a_2$	$-a_3$	E	a_1
$-a_3$	$-a_3$	a_2	$-a_1$	E

реализуется новое объединение элемента кватерниона с тремя элементами антикватернионов

$$E\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + a_1\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} + a_2\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + a_3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Операционное «отрицание» инициирует идею о возможности объединения в некий согласованный комплекс одного элемента кватерниона с 3 элементами антикватернионов.

Совершенно аналогично на основе антикватернионов можно генерировать кватернионы посредством операционного «отрицания»:

$\times$	E	b_1	b_2	b_3
E	E	b_1	b_2	b_3
b_1	b_1	E	b_3	b_2
b_2	b_2	b_3	E	b_1
b_3	b_3	b_2	b_1	E

$\Rightarrow$

$\times$	E	b_1	b_2	b_3
$-E$	$-E$	$-b_1$	$-b_2$	$-b_3$
b_1	b_1	E	b_3	b_2
$-b_2$	$-b_2$	$-b_3$	$-E$	$-b_1$
b_3	b_3	b_2	b_1	E

,...

Модель операционного «отрицания» представляет дополнительные возможности для понимания форм и сущности взаимных превращений электромагнетизма в гравитацию.

Функциональные уравнения и операции

Обратим внимание на систему подмножеств некоторого множества, рассматривая его как согласованную «машину», в которой функциональные свойства элементов согласованы между собой по совокупности допустимых элементов, подчиненных единому свойству. Например, рассмотрим множество матриц размерности 2 с определителем, равным единице. С точностью до нормирующего множителя они имеют вид обычных матриц над полем вещественных чисел или над полем комплексных чисел.

Выберем матрицы:

$$x = \gamma\ x\ \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ a_2 & 1 \end{pmatrix}, y = \gamma\ y\ \begin{pmatrix} 1 & b_1 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}, z = \gamma\ z\ \begin{pmatrix} 1 & c_1 \\ c_2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Det\ \ x = Det\ \ x = Det\ \ x = 1.$$

Они принадлежат множеству элементов общего вида

$$\xi = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}, Det \;\; \xi = 1.$$

Функциональные свойства данного подмножества будут иметь место для частных его моделей:

$$x_1 = \gamma \;\; x_1 \;\; \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}, x_2 = \gamma \;\; x_2 \;\; \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x_3 = \gamma \;\; x_3 \;\; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}, x_4 = \gamma \;\; x_4 \;\; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Каждая из них на стандартной матричной операции образует класс элементов категории групп. Легко видеть, что объединение трех таких групп генерирует элементы исходного, базового подмножества элементов с определителем, равным единице. Меняя количество анализируемых объектов, их размерность, а также качество «заполнения» мест в матрицах разными средствами и способами, мы приходим к задачам функционального представления широкого спектра свойств, прямо или косвенно связанными с матрицами.
Например, получим

$$\gamma \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{u}{c} \\ \dfrac{u}{c} w & 1 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{u}{c} w & 1 \end{pmatrix} - \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что указанное алгебраическое разложение элемента на слагаемые инициирует рассмотрение элементов с определителями, не равными единице. Разложение «выводит» анализ за пределы базового подмножества. При этом не нарушается условие, что каждая совокупность введенных слагаемых образует группу. По этой причине мы имеем возможность на элементе базового подмножества изучить функциональные свойства конечной системы групп.

Мы имеем дело с системой групп, ее естественно называть сигруппой. Поскольку при значении параметра $w = 0$ мы имеем группу Галилея, а при значении параметра $w = 1$ получаем группу Лорентца, данную сигруппу назовем сигруппой Галилея-Лорентца.

Исследование функциональных свойств сигруппы Галилея-Лорентца приближает нас к пониманию физических процессов в электродинамике и физике, так как изменение указанного параметра есть изменение физических условий, которое проявляет себя изменением симметрий.

В рассматриваемом случае симметрии имеют прямое отношение к фундаментальным проблемам физики, так как качественно разные их свойства принадлежат единому объекту.

Для пары элементов подмножества введем новую величину. Поставим в соответствие элементам

$$\begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ a_2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & b_1 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}$$

значение

$$Det \;\; a, b \;\; = Det \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1.$$

Заметим, что для указанных частных случаев общего выражения элементов базового подмножества это значение будет равно нулю.

Укажем функциональные свойства элементов базового подмножества на паре операций.

На стандартной *ассоциативной* матричной операции имеем

$$x\overset{m}{\times}y=\gamma\ \ x\ \begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\gamma\ \ y\ \begin{pmatrix}1 & b_1\\ b_2 & 1\end{pmatrix}=\gamma\ \ x\ \ \gamma\ \ y\ \begin{pmatrix}1+a_1b_2 & a_1+b_1\\ a_2+b_2 & 1+a_2b_1\end{pmatrix}.$$

На *неассоциативной* комбинаторной операции при произведении строк одной матрицы на строки другой матрицы выражение меняется:

$$x\overset{k}{\times}y=\gamma\ \ x\ \begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\gamma\ \ y\ \begin{pmatrix}1 & b_1\\ b_2 & 1\end{pmatrix}=\gamma\ \ x\ \ \gamma\ \ y\ \begin{pmatrix}1+a_1b_1 & b_2+a_1\\ a_2+b_1 & 1+a_2b_2\end{pmatrix}.$$

В обоих случаях произведения некоммутативны: $x\overset{m}{\times}y\neq y\overset{m}{\times}x, x\overset{k}{\times}y\neq y\overset{k}{\times}x.$ На ассоциативной матричной операции получим функциональный закон

$$yx^2\ \ x+x\ \ x^2y\ \ =x^2\ \ xy\ \ +\ \ yx\ \ x^2.$$

Есть несколько вариантов его обобщения, основанных на дополнении этого выражения новыми слагаемыми.

На неассоциативной комбинаторной операции имеем пару законов:

$$yx^2\ \ x+\ \ xx^2\ \ y=y\ \ xx^2\ \ +x\ \ yx^2\ \ ,$$

$$x^2y\ \ x+y\ \ x^2x\ \ =x\ \ x^2y\ \ +\ \ x^2x\ \ y-2Det\ \ a,b\ \ .$$

Нами получено математическое обоснование достаточно очевидного и ожидаемого свойства конечных множеств: изменение операций, действующих на элементы множества, в ассоциативной и неассоциативной модели меняет *функциональное равновесие* в системе.

Полученные функциональные законы имеют сходство с законами алгебры Йордана, которые нашли применение в квантовой механике. По этой причине естественно найти приложения предложенных обобщений к задачам микроскопической физики.

Перспективным кажется применение новых функциональных законов к анализу проблем передачи информации и реакции конечных систем на информацию.

В задачах такого типа может проявиться дополнительность ассоциативных и неассоциативных операций. Их соединение может прояснить проблему оптимальной передачи информации и эффективной динамики конечных систем.

Понятно, что указанные функциональные законы относятся к области алгебраической геометрии. По этой причине их применение в физических задачах, которые базируются на частных производных, инициирует синтез методов дифференциальной и алгебраической геометрий.

Дополнительность разных геометрий с математической точки зрения имеет, конечно, свои проявления в форме физической, экспериментальной дополнительности.

Физика и математика на основе указанной дополнительности могут согласованно способствовать развитию фундаментальной теории и практики.

Аналог алгебры Йордана на коммутаторах

Рассмотрим свойства системы коммутаторов на тройке элементов с применением к ним комбинаторной операции произведения строк на строки. Получим, в частности, выборку

$$xy=\begin{pmatrix}1+a_1b_1 & a_1+b_2\\ a_2+b_1 & 1+a_2b_2\end{pmatrix}, yx=\begin{pmatrix}1+b_1a_1 & b_1+a_2\\ b_2+a_1 & 1+b_2a_2\end{pmatrix}, xz=\begin{pmatrix}1+a_1c_1 & a_1+c_2\\ a_2+c_1 & 1+a_2c_2\end{pmatrix},$$

$$zx=\begin{pmatrix}1+c_1a_1 & c_1+a_2\\ c_2+a_1 & 1+c_2a_2\end{pmatrix}, yz=\begin{pmatrix}1+b_1c_1 & b_1+c_2\\ b_2+c_1 & 1+b_2c_2\end{pmatrix}, zy=\begin{pmatrix}1+c_1b_1 & c_1+b_2\\ c_2+b_1 & 1+c_2b_2\end{pmatrix},...$$

Покажем, что на смешанных коммутаторах выполняется закон

$$x^2y\ \ x+y\ \ x^2x\ \ =x\ \ x^2y\ \ +\ \ x^2x\ \ y,$$

так как в рассматриваемом случае все элементы имеют одно значение $\xi=-\alpha^3\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Рассмотрим структуру коммутаторов этих элементов в соединении с одним элементом:

$$x\ \ xy\ \ -\ \ xy\ \ x=\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ -\alpha & 0\end{pmatrix},\ \ \alpha=\ \ b_1-b_2\ \ \ 1-a_1a_2\ \ ,$$

$$x\ \ yx\ \ -\ \ yx\ \ x=\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix},\ \ \beta=\ \ b_1-b_2\ \ \ 1+a_1a_2\ \ -2\ \ a_2-a_1\ \ ,$$

$$x\ \ xz\ \ -\ \ xz\ \ x=\begin{pmatrix}0 & \gamma\\ -\gamma & 0\end{pmatrix},\ \ \gamma=\ \ c_1-c_2\ \ \ 1-a_1a_2\ \ ,$$

$$x\ \ zx\ \ -\ \ zx\ \ x=\begin{pmatrix}0 & \delta\\ -\delta & 0\end{pmatrix},\ \ \delta=\ \ c_2-c_1\ \ \ 1+a_1a_2\ \ -2\ \ a_2-a_1\ \ ,$$

$$x\ \ yz\ \ -\ \ yz\ \ x=\begin{pmatrix}0 & \varepsilon\\ -\varepsilon & 0\end{pmatrix},\ \ \alpha=-\ \ a_2-a_1\ \ +\ \ b_2-b_1\ \ -\ \ c_2-c_1\ \ +a_1b_2c_2-a_2b_1c_1,$$

$$x(zy)(zy)=\begin{pmatrix}0 & \kappa\\ -\kappa & 0\end{pmatrix},\ \ \kappa=(a_1-a_2)(b_2-b_1)(c_2-c_1)a_1b_2c_2-a_2b_1c_1,...$$

Проанализируем свойства коммутаторов. Рассмотрим пару

$$A=\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ -\alpha & 0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix}.$$

Тогда

$$A^2=\alpha^2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, A^2B=\alpha^2\beta\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\ AA\ \ B,$$

$$AB=BA=\alpha\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, A\ \ AB\ \ =-\alpha^2\beta\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix},$$

$$AA\ \ B+A\ \ AB\ \ =0,$$

$$A^2B\ \ A=-\alpha^3\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, A^2\ \ BA\ \ =\alpha^3\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},$$

$$A^2B\ \ A+A^2\ \ BA\ \ =0.$$

Мы получили в данном случае коммутативное множество с аналогом закона Йордана.

Рассмотрим другие свойства:

$$yx^2=\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix}\alpha^2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\alpha^2\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix},\ yx^2\ \ x=\alpha^2\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ -\alpha & 0\end{pmatrix}=\alpha^3\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},$$
$$x^2y=\alpha^2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix}=\alpha^2\begin{pmatrix}0 & -\beta\\ \beta & 0\end{pmatrix}, x\ \ x^2y\ \ =\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ -\alpha & 0\end{pmatrix}\alpha^2\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix}=-\alpha^3\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},$$
$$yx^2\ \ x=-x\ \ x^2y\ \ ,$$

$$xy=\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ -\alpha & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix}=\alpha\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, x^2\ \ xy\ \ =\alpha^2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\alpha\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\alpha^3\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},$$
$$yx=\begin{pmatrix}0 & \beta\\ -\beta & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ -\alpha & 0\end{pmatrix}=\alpha\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\ yx\ \ x^2=\alpha\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\alpha^2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\alpha^3\beta\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},$$

$$x^2\ \ xy\ \ =\ \ yx\ \ x^2.$$

Следовательно, на смешанных коммутаторах выполняется относительно знака равенства пара законов

$$yx^2\ \ x+x\ \ x^2y\ \ =0,\ x^2\ \ xy\ \ -\ \ yx\ \ x^2=0.$$

Их можно назвать ориентированными «зеркальными» законами. Ориентация задается отрицательными и положительными единицами.

Богатство свойств неассоциативной операции

Обратим внимание на произведения слева и справа элементов сигруппы на произвольные матрицы. Получим связи вида

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+\alpha b & c+\alpha d \\ \beta a+b & \beta c+d \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+\alpha b & \beta a+b \\ c+\alpha d & \beta c+d \end{pmatrix}.$$

Поскольку транспонированная вторая матрица равна результату первого произведения

$$\begin{pmatrix} a+\alpha b & \beta a+b \\ c+\alpha d & \beta c+d \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} a+\alpha b & c+\alpha d \\ \beta a+b & \beta c+d \end{pmatrix},$$

мы получаем для влияния на произвольные матрицы единый закон

$$M_i \overset{k}{\times} P = \left(P \overset{k}{\times} M \right)^T, i = 1,2,3,...$$

Следовательно, неассоциативная комбинаторная операция генерирует в конечной системе элементов широкий спектр законов. Она функциональна «богата».

Сравним полученный результат с действиями стандартной ассоциативной матричной операции.

Получим равенства вида

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+\alpha c & b+\alpha d \\ \beta a+c & \beta b+d \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+\beta b & \alpha a+b \\ c+\beta d & \alpha c+d \end{pmatrix}.$$

Понятно, что данная операция не имеет свойств, присущих комбинаторной операции, ее функциональные свойства «бедны».

Проведем философское сравнение полученных результатов. Ассоциативная матричная операция, широко применяемая для решения физических задач с наличием системы законов сохранения в конечной системе объектов, на которые она влияет, имеет некоторый достаточно простой спектр функциональных законов.

Это обстоятельство облегчает практику работы с физическими объектами, которым прямо или косвенно поставлены в соответствие математические объекты, подчиненные ассоциативной операции.

С неассоциативными операциями, так или иначе, разными средствами и способами нам удается обосновать и описывать обмен информацией, при котором привычные законы передачи энергии, массы, импульса не выполняются.

Объект, передающий информацию, в общем случае не теряет ее. Объект, который принимает информацию, равно как и система разных объектов, которые принимают информацию, могут не забирать ее у источника информации.

Эти явления и процессы существенно отличаются от передачи массы или тепла. Они описываются математикой неассоциативного типа.

Этот пример показал, что свойства неассоциативных операций могут быть значительно «богаче» свойств ассоциативных операций и они дополняют друг друга.

Функциональные свойства сигруппы Галилея-Лорентца

Структура данной сигруппы задается, с точностью до множителя, матрицей вида

$$\xi = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{pmatrix}.$$

Укажем некоторые свойства данной системы отношений, применив ассоциативную матричную операцию к элементам этого множества.

Проанализируем условие, которое характеризует лупу Муфанг вида

$$xx\ \ y = x\ \ xy\ \ .$$

Это условие хорошо известно и глубоко проанализировано с самых разных сторон. Однако обычно анализ проводится без явного использования матриц и потому без связи с физическими аспектами, которые ассоциированы с лупами.
Получим подтверждение ее корректности для анализируемого множества:

$$xx = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ a_2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ a_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a_1a_2 & a_1+a_1 \\ a_2+a_2 & 1+a_1a_2 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ a_2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & b_1 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a_1b_2 & a_1+b_1 \\ a_2+b_2 & 1+b_1a_2 \end{pmatrix},$$

$$xx\ \ y = \begin{pmatrix} 1+a_1a_2 & a_1+a_1 \\ a_2+a_2 & 1+a_1a_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & b_1 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a_1a_2+2a_1b_2 & 2a_1+b_1+b_1a_1a_2 \\ 2a_2+b_2+b_2a_1a_2 & 1+a_1a_2+2a_2b_1 \end{pmatrix},$$

$$x\ \ xy\ \ = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ a_2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1+a_1b_2 & a_1+b_1 \\ a_2+b_2 & 1+b_1a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a_1a_2+2a_1b_2 & 2a_1+b_1+b_1a_1a_2 \\ 2a_2+b_2+b_2a_1a_2 & 1+a_1a_2+2a_2b_1 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем условия Муфанг, эквивалентно заданные на трех элементах

$$x\ \ y\cdot xz\ \ =\ \ xy\cdot x\ \ z,$$

$$zx\cdot y\ \ x = z\ \ x\cdot yx\ \ ,$$

$$xy\cdot zx = x\ \ yz\cdot x\ \ .$$

Получим, например, следуя первому условию, соотношения вида

$$xz = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ a_2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & c_1 \\ c_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a_1c_2 & a_1+c_1 \\ a_2+c_2 & 1+c_1a_2 \end{pmatrix},$$

$$y\ \ xz\ \ = \begin{pmatrix} 1 & b_1 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1+a_1c_2 & a_1+c_1 \\ a_2+c_2 & 1+c_1a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a_1c_2+b_1a_2+b_1c_2 & a_1+b_1+c_1+b_1c_1a_2 \\ a_2+b_2+c_2+b_2a_1c_2 & 1+a_2c_1+b_2a_1+b_2c_1 \end{pmatrix},$$

$$xy=\begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & b_1\\ b_2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+a_1b_2 & a_1+b_1\\ a_2+b_2 & 1+b_1a_2\end{pmatrix},$$

$$xy\ \ x=\begin{pmatrix}1+a_1b_2 & a_1+b_1\\ a_2+b_2 & 1+b_1a_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+a_1a_2+a_1b_2+b_1a_2 & 2a_1+b_1+a_1^2b_2\\ 2a_2+b_2+a_2^2b_1 & 1+a_1a_2+a_2b_1+b_2a_1\end{pmatrix},$$

$$x\ \ y\ \ xz\ \ =y\ \ xz\ \ =\begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+a_1c_2+b_1a_2+b_1c_2 & a_1+b_1+c_1+b_1c_1a_2\\ a_2+b_2+c_2+b_2a_1c_2 & 1+a_2c_1+b_2a_1+b_2c_1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1+a_1c_2+b_1a_2+b_1c_2+a_1\ \ a_2+b_2+c_2+b_2a_1c_2 & a_1+b_1+c_1+b_1c_1a_2+a_1\ \ 1+a_2c_1+b_2a_1+b_2c_1\\ a_2\ \ 1+a_1c_2+b_1a_2+b_1c_2\ \ +a_2+b_2+c_2+b_2a_1c_2 & a_2\ \ a_1+b_1+c_1+b_1c_1a_2\ \ +1+a_2c_1+b_2a_1+b_2c_1\end{pmatrix},$$

$$xy\ \ x\ \ z=\begin{pmatrix}1+a_1a_2+a_1b_2+b_1a_2 & 2a_1+b_1+a_1^2b_2\\ 2a_2+b_2+a_2^2b_1 & 1+a_1a_2+a_2b_1+b_2a_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & c_1\\ c_2 & 1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1+a_1c_2+b_1a_2+b_1c_2+a_1\ \ a_2+b_2+c_2+b_2a_1c_2 & a_1+b_1+c_1+b_1c_1a_2+a_1\ \ 1+a_2c_1+b_2a_1+b_2c_1\\ a_2\ \ 1+a_1c_2+b_1a_2+b_1c_2\ \ +a_2+b_2+c_2+b_2a_1c_2 & a_2\ \ a_1+b_1+c_1+b_1c_1a_2\ \ +1+a_2c_1+b_2a_1+b_2c_1\end{pmatrix}.$$

Выполнение первого условия для лупы Муфанг на анализируемом множестве подтверждено. Остальные условия подтверждаются аналогично.

На данном множестве справедливы квадратичные формулы

$$yx^2\ \ x=\ \ yx\ \ x^2.$$

Покажем это. Имеем последовательность формул:

$$xx=\begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+a_1a_2 & 2a_1\\ 2a_2 & 1+a_1a_2\end{pmatrix},$$

$$y\ \ xx\ \ =\begin{pmatrix}1 & b_1\\ b_2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+a_1a_2 & 2a_1\\ 2a_2 & 1+a_1a_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+a_1a_2+2b_1a_2 & 2a_1+b_1+b_1a_1a_2\\ 2a_2+b_2+b_2a_1a_2 & 1+a_1a_2+2a_1b_2\end{pmatrix},$$

$$yx=\begin{pmatrix}1 & b_1\\ b_2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+b_1a_2 & b_1+a_1\\ b_2+a_2 & 1+b_2a_1\end{pmatrix},$$

$$yx\ \ x^2=\begin{pmatrix}1+a_1b_2 & a_1+b_1\\ a_2+b_2 & 1+b_1a_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+a_1a_2 & 2a_1\\ 2a_2 & 1+a_1a_2\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1+a_1b_2\ \ 1+a_1a_2\ \ +\ \ a_1+b_1\ \ 2a_2 & 1+a_1b_2\ \ 2a_1+\ \ a_1+b_1\ \ 1+a_1a_2\\ a_2+b_2\ \ 1+a_1a_2\ \ +\ \ 1+b_1a_2\ \ 2a_2 & a_2+b_2\ \ 2a_1+\ \ 1+b_1a_2\ \ 1+a_1a_2\end{pmatrix},$$

$$(y\ \ x^2\ \ )x=\begin{pmatrix}1+a_1a_2+2b_1a_2 & 2a_1+b_1+b_1a_1a_2\\ 2a_2+b_2+b_2a_1a_2 & 1+a_1a_2+2a_1b_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & a_1\\ a_2 & 1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1+a_1a_2+2b_1a_2+a_2\ \ 2a_1+b_1+b_1a_1a_2 & a_1\ \ 1+a_1a_2+2b_1a_2\ \ +2a_1+b_1+b_1a_1a_2\\ 2a_2+b_2+b_2a_1a_2+a_2\ \ 1+a_1a_2+2a_1b_2 & a_1\ \ 2a_2+b_2+b_2a_1a_2\ \ +1+a_1a_2+2a_1b_2\end{pmatrix}.$$

Справедливость нелинейного уравнения на матричной операции доказана.

Аналогично доказывается справедливость функционального условия

$$x\ \ x^2y\ \ =x^2\ \ xy\ \ .$$

Согласно полученным равенствам допустимы разные объединения указанных нелинейных выражений в формулы, аналогичные законам алгебры Йордана. Например, элементы сигруппы подчинены на матричной операции условию $yx^2\ \ x+x\ \ x^2y\ \ =x^2\ \ xy\ \ +\ \ yx\ \ x^2$.

Равны между собой функциональные выражения, «зеркальные» относительно знака суммы. Заметим, что количество «не зеркальных» выражений превосходит количество «зеркальных» выражений. Возможно, на этой основе могут быть описаны «зеркальные» и «не зеркальные» свойства различных физических объектов, что косвенно подтвердит наличие в них объектов со структурными свойствами сигруппы. Рассматривая элемент сигруппы как модель системы отношений между двумя объектами, мы принимаем условие возможного неравенства их взаимных влияний, следующих из неравенства величин α,β .

Такая возможность запрещена согласно физическому закону равновесия, утверждающему, что «сила» действия равна «силе» противодействия. Другие условия допустимы в отсутствие равновесия, указывая на факт, что мы имеем дело с динамическим процессом, направленным на возможное достижение равновесия. В процессах информационного обмена неравенство величин α,β естественно, особенно если мы рассматриваем системы с управлением, основанным на командах, или анализируем диалог учителя с учеником. Аналогичная ситуация имеет место в единоборствах, когда взаимодействуют объекты с разным уровнем подготовки и опыта.

В силу указанных обстоятельств сигруппа на простом примере иллюстрирует глубину и значимость свойств пары объектов. В рамках простой логики понятно, что законы зависят не только от объектов, но и от того, какие операциям им «доступны». На физическом языке принято говорить о законах взаимодействия объектов.

Наличие математических операций на системе математических объектов может быть «двигателем» поиска технологических устройств, подчиненных новым законам, установленным в математике. Обратная ситуация также возможна: практика может не укладываться в рамки доступной математики, что инициирует поиск новых чисел, операций и алгоритмов.

Заметим, что элементы сигруппы на матричной операции подчинены закону, характеризующему лупу Болла

$$x\ \ yx\ \ \ z=x\ \ y\ \ xz\ \ \ .$$

На комбинаторной операции законы представленных луп не выполняются. Это кажется естественным, так как одинаковость законов на одном множестве просто свидетельствует о том, что применяемые операции идентичны. В этом случае будет совпадение функциональных условий и законов, но так не будет достигнута желаемая дополнительность условий и свойств. Поскольку различие свойств операций обнаружено, мы вправе говорить о дополнительности данной пары операций в теории.

Заметим, что элементы сигруппы, у которых диагональные элементы не равны между собой, коммутируют

$$x\ k\ x\ p = x\ p\ x\ k\ ,$$

в общем случае

$$x\ k\ y\ p \neq y\ p\ x\ k\ .$$

Понятно, что дополнительность объектов и взаимодействий имеет свои основания в структуре и свойствах физических объектов и явлений, которые желательно согласовать со свойствами ассоциативных и неассоциативных операций.

На этой основе следует создавать новые технические устройства и технологические алгоритмы, которые прямо или косвенно обоснованы математическими средствами.

Операции на системе объектов «способны» задавать необычные свойства Реальности, скрытые за пределами некоторых операций. Проиллюстрируем этот тезис примером.

Проанализируем коммутатор на комбинаторной операции для обобщенных объектов из сигруппы Галилея-Лорентца:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1 + a_2b_2 & a_1b_3 + a_2b_4 \\ a_3b_1 + a_4b_2 & a_3b_3 + a_4b_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1 + a_2b_2 & a_3b_1 + a_4b_2 \\ a_1b_3 + a_2b_4 & a_3b_3 + a_4b_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{pmatrix}, \sigma = a_1b_3 + a_2b_4 - a_3b_1 - a_4b_2.$$

Величина σ как свойство коммутатора задает билинейную форму со сложной системой отношений между элементами матриц.

Ощущения на неассоциативной операции

Описание ощущений объектов относится к категории фундаментальных проблем математики и физической теории.

В простейшей модели желательно иметь алгоритм, согласно которому действующий объект различает, влияет ли он на аналогичный объект или на объект, отличающийся от себя.

В соответствии с этим он по-разному относится к влиянию этого объекта на себя.

Покажем, что на неассоциативной операции такой алгоритм имеет место.

Пусть один объект влияет на другой объект, и это влияние сравнивается с влиянием второго объекта на первый объект. На втором этапе реализуется аналогичное взаимодействие объектов, имеющих «похожую» структуру.

Выполним простой расчет, иллюстрирующий предложенный алгоритм:

$$\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & \alpha c\\ \beta b & \beta d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & \beta b\\ \alpha c & \beta d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & \alpha c\\ \beta b & \beta d\end{pmatrix}^T,$$

$$\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & 0\\ 0 & \beta d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & d\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & 0\\ 0 & \beta d\end{pmatrix}.$$

Желаемый результат достигнут: объекты одной структуры взаимодействуют друг с другом иначе, чем объекты с разной структурой. Заметим, что у матричной операции есть аналогичное свойство:

$$\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & \alpha b\\ \beta c & \beta d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & \beta b\\ \alpha c & \beta d\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}\alpha a & \alpha c\\ \beta b & \beta d\end{pmatrix}^T,$$

$$\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & 0\\ 0 & \beta d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & d\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & 0\\ 0 & \beta d\end{pmatrix}.$$

По этой причине есть основания утверждать, что расчетные модели, основанные на матричной операции, частично учитывают физический фактор, который принято называть ощущениями.

Просто до сих пор это условие и эти обстоятельства не были выделены в категорию самостоятельного объекта для изучения его в расчетных моделях. В других случаях неассоциативная и ассоциативная операция дают результаты, которые качественно отличаются друг от друга.

Например, получим

$$\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ \beta & 0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0 & a\\ b & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & 0\\ 0 & \beta b\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & a\\ b & 0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ \beta & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha a & 0\\ 0 & \beta b\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ \beta & 0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0 & a\\ b & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha b & 0\\ 0 & \beta a\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & a\\ b & 0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0 & \alpha\\ \beta & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\beta a & 0\\ 0 & \alpha b\end{pmatrix}.$$

Результаты не совпадут, даже если $\alpha=\beta$.

Деформация ассоциативной операции для спиноров с управлением

Расширение комплексных чисел на пространства любых размерностей на комбинаторной операции генерирует в двумерном пространстве стандартную таблицу произведения реперов. По этой причине новые комплексные числа идентичны числам Гаусса в двумерном пространстве.

Известно, что алгоритм скалярной деформации 4-метрики Минковского позволил ввести в физику управление этой метрикой. Оно позволило качественно по-новому описать экспериментальные данные в релятивистской электродинамике, согласовав группу Лорентца с группой Галилея. При этом сняты ограничения на скорость электромагнитного поля и открыты возможности для моделирования структуры частиц света. С другой стороны, применение скалярно деформированной 4-метрики Минковского позволило согласовать макродинамику вязкой жидкости с уравнением Шрёдингера при условии малых скоростей движения среды.

Естественно ожидать изменений в расчетных моделях на основе алгоритма деформации операций. В простом случае это можно реализовать на основе изменения таблицы произведения реперов. В двумерном комплексном пространстве заменим стандартную таблицу произведения реперов на деформированную таблицу, введя два скалярных деформатора α, β.

Получим

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline \times & 1 & i \\ \hline 1 & 1 & i \\ \hline i & i & -1 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline \tilde{\times} & 1 & \tau \\ \hline 1 & 1 & \alpha i \\ \hline \tau & \beta i & -1 \\ \hline \end{array}.$$

Найдем в этом алгоритме соотношение чисел $a+ib=(\varphi+\tau\psi)^2$. Так как

$$(\varphi+\tau\psi)^2=\varphi^2-\psi^2+i(\alpha+\beta)\varphi\psi,$$

получим систему уравнений

$$\varphi^2-\psi^2=a,$$
$$(\alpha+\beta)\varphi\psi=b.$$

Из неё следуют связи вида

$$\varphi=\sqrt{a+\psi^2},$$
$$\psi^4+a\psi^2-\frac{b^2}{(\alpha+\beta)^2}=0.$$

Получим решение

$$\psi_{1,2}^2=-\frac{a}{2}\pm\frac{1}{2(\alpha+\beta)}\sqrt{a^2(\alpha+\beta)^2+b^2}.$$

Следовательно, деформация операции генерирует на паре действительных чисел a, b и на паре скалярных деформаторов α, β систему чисел согласно исходному функциональному уравнению. В обычном подходе паре чисел ставится в соответствие пара чисел.

Следовательно, деформация операций способна расширить связи между числами. Практика показывает, что Природа подарила нам множество физических деформаций. В математической практике они применены менее широко и однообразно. Однако именно деформации могут играть существенную роль во всех проявлениях чувств, сознаний и жизни. По этой причине требуется существенная доработка теории и практики деформаций.

Модель частично ассоциативного суммирования

В настоящее время наиболее широко применяются в расчетных моделях именно ассоциативные множества. На их основе выполняется расчет структур и взаимодействий физических тел с законами сохранения зарядов, энергии, импульса, момента количества движения и другими параметрами. Менее востребованы в расчетной практике неассоциативные множества, на основе которых естественно описывать состояния и процессы передачи информации. При этом операции суммирования традиционно ассоциативны.

Практика инициирует нахождение частично ассоциативных операций, на основе которых можно обеспечить некоторый синтез ассоциативных и неассоциативных расчетных моделей. Согласно этим требованиям рассмотрим модель частично ассоциативного суммирования.

Будем суммировать элементы матриц в стандартном порядке, располагая результаты суммирований по столбцам, соответствующим сумме значений строк по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц.

На матрицах размерности 2 суммирование естественно ассоциативно согласно получаемой формуле

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \mathbin{\tilde{+}} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a_1 + a_2 + b_1 + b_2 \\ 0 & a_3 + a_4 + b_3 + b_4 \end{pmatrix}.$$

На матрицах размерности 3 генерируется неассоциативность суммирования:

$$a \mathbin{\tilde{+}} b = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} \mathbin{\tilde{+}} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 + b_2 & a_1 + b_1 & a_3 + b_3 \\ a_5 + b_5 & a_4 + b_4 & a_6 + b_6 \\ a_8 + b_8 & a_7 + b_7 & a_9 + b_9 \end{pmatrix},$$

$$(a \mathbin{\tilde{+}} b) \mathbin{\tilde{+}} c = \begin{pmatrix} a_2 + b_2 & a_1 + b_1 & a_3 + b_3 \\ a_5 + b_5 & a_4 + b_4 & a_6 + b_6 \\ a_8 + b_8 & a_7 + b_7 & a_9 + b_9 \end{pmatrix} \mathbin{\tilde{+}} \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_4 & c_5 & c_6 \\ c_7 & c_8 & c_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 + c_2 & a_2 + b_2 + c_1 & a_3 + b_3 + c_3 \\ a_4 + b_4 + c_5 & a_5 + b_5 + c_4 & a_6 + b_6 + c_6 \\ a_7 + b_7 + c_8 & a_8 + b_8 + c_7 & a_9 + b_9 + c_9 \end{pmatrix},$$

$$b \mathbin{\tilde{+}} c = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix} \mathbin{\tilde{+}} \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_4 & c_5 & c_6 \\ c_7 & c_8 & c_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 + c_2 & b_1 + c_1 & b_3 + c_3 \\ b_5 + c_5 & b_4 + c_4 & b_6 + c_6 \\ b_8 + c_8 & b_7 + c_7 & b_9 + c_9 \end{pmatrix},$$

$$a \mathbin{\tilde{+}} (b \mathbin{\tilde{+}} c) = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} \mathbin{\tilde{+}} \begin{pmatrix} b_2 + c_2 & b_1 + c_1 & b_3 + c_3 \\ b_5 + c_5 & b_4 + c_4 & b_6 + c_6 \\ b_8 + c_8 & b_7 + c_7 & b_9 + c_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 + b_1 + c_1 & a_1 + b_2 + c_2 & a_3 + b_3 + c_3 \\ a_5 + b_4 + c_4 & a_4 + b_5 + c_5 & a_6 + b_6 + c_6 \\ a_8 + b_7 + c_7 & a_7 + b_8 + c_8 & a_9 + b_9 + c_9 \end{pmatrix}.$$

Предлагаемый алгоритм может быть реализован в различных технологических устройствах. Поскольку Сознание управляется мозгом как технологическим устройством, его работа в определенных условиях может подчиняться указанному суммированию. Оно может применяться также как элемент вычислительной или функциональной программы.

На матрицах четной размерности данное суммирование ассоциативно.

Понятно, что возможны более сложные аддитивные модели.

Генерация системой групп алгебр, метрик и соотношений неопределенности

В электродинамике удобно пользоваться для записи полной системы уравнений парой кватернионов, которые при объединении с отрицательными значениями задают пару ортогональных групп:

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, a_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, b_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Коммутатор произведения элементов, принадлежащих разным кватернионам, обращается в ноль, генерируя алгебраическое условие типа Ли.

Например, получим

$$a_3 \cdot b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

,

$$b_2 \cdot a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a_3 \cdot b_2 - b_2 \cdot a_3 = 0.$$

Конечно, возможны разнообразные другие операции. Они могут быть многократными. Они могут по-разному объединяться одна с другой. Все такие модели естественны для анализа сложных физических объектов и изделий, теория которых не укладывается в рамки стандартных расчетных моделей.

Сумма коммутирующих элементов для отдельного коммутатора обращается в ноль, генерируя алгебраическое условие типа Грассмана. Например, получим

$$a_3 \cdot a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

,

$$a_2 \cdot a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a_3 \cdot b_2 + b_2 \cdot a_3 = 0.$$

Физическую теорию гравитации удобно записывать на тройке антикватернионов

$$E \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$F \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

каждый из которых есть четверная группа Клейна с таблицей произведений

$\overset{m}{\times}$	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

.

При взаимных произведениях элементов одной группы выполняется условие

$$\xi\eta - \eta\xi = 0.$$

При взаимных произведениях элементов, взятых из разных групп, получим условие

$$\xi\eta + \eta\xi = 0.$$

Заметим, что объединение пары кватернионов с тройкой групп Клейна задает группу, которая названа группой заполнения физических моделей. Название это обусловлено тем, что указанных элементов достаточно, чтобы из них линейным объединением задать все элементы матричной алгебры. Кроме этого, данных элементов достаточно, чтобы описывать на их основе электромагнитные и гравитационные явления, которые принято считать фундаментальными элементами физической теории.

Заметим, что произведение элементов кватернионов генерирует элементы групп Клейна, произведение элементов из разных групп Клейна генерирует пару кватернионов. По этой причине появляются основания для поиска не только математического, но и физического единства электромагнетизма и гравитации.

Ментально привлекателен подход к рассматриваемой системе элементов как к средству описания взаимных отношений в системе, состоящей из 4 объектов. Это легко понять, моделируя отношения на группе $Z_2 \to -1{,}1$, если располагать элементы согласно влиянию одного объекта на второй по соответствующим строкам и столбцам.

В этом случае имеем систему отношений для пары объектов:

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}.$$

С физической точки зрения в этих матрицах заложены два правила: действие либо равно противодействию, либо отличается от него знаком. На группе Z_2 мы описываем только канонические, реперные отношения. В общем случае в расчет нужно принять веса анализируемых отношений, которые не обязаны быть только единицами.

Тензорное произведение Кронекера, согласно которому значимые элементы заменяются матрицами, представляет собой один из алгоритмов объединения матриц. В рассматриваемом случае речь идет об объединении пар.

Тогда получим систему отношений для 4 объектов. Именно она задает как элементы кватернионов, так и элементы матричной группы Клейна.

В частности, получим на элементах

$$\alpha = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

таблицу значений для элементов сектора E :

$\otimes$	α	β
α	$\alpha\alpha$	$\alpha\beta$
β	$\beta\alpha$	$\beta\beta$

$$\to \alpha\beta = \begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}, \dots, \beta\beta = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

Понятно, что группа Клейна появляется в системе, описывающей отношения пар, а не просто одной пары. Конечно, такие ситуации широко применяются на практике, поэтому эта группа нашла широкое применение в различных расчетных моделях.

Группа с элементами сектора С аналогично моделируется элементами

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Сложнее структура сектора F, тензорные произведения в котором задаются 5 элементами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Это обстоятельство свидетельствует о том, что структурные составляющие для групп одного типа различны не только по структуре, но и по количеству базовых элементов: имеют разную размерность происхождения на одной и той же математической операции. Проводя аналогию с физикой, мы вправе считать, что одни и те же физические свойства могут иметь качественно различные объекты.

Принципиальное изменение ситуаций с математической, а также с физической точки зрения мы наблюдаем, если в рассматриваемых матрицах проводим хотя бы скалярную деформацию: замену канонического элемента скаляром. Еще сложнее, например, изменения величин на основе компонент вектора.

Новые возможности применения анализируемых матриц обнаруживаются на основе алгоритма присоединения к матрицам физических величин и операторов.

Для этого будем умножать функции и операторы с весовыми множителями в форме матриц, к которым они присоединены.

Например, получим семейство метрик:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline \oplus & x & y \\ \hline x & 1 & 0 \\ \hline y & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow x^2 + y^2, \begin{array}{|c|c|c|}\hline \oplus & x & y \\ \hline x & 1 & 0 \\ \hline y & 0 & -1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow x^2 - y^2, \begin{array}{|c|c|c|}\hline \oplus & x & y \\ \hline x & 0 & 1 \\ \hline y & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 2xy, \ldots$$

Применяя к ним условия инвариантности, изучим некоторые свойства евклидового пространства, а также неевклидового пространства. На этой стадии анализа очевидно, что группа инициирует свойства пространства, что подтверждает справедливость подхода Клейна к симметричному описанию геометрий.

Ситуация становится привлекательной с физической точки зрения, когда величины объединены с дифференциальными операторами с условием их присоединения к матрицам. Так генерируются простые дифференциальные выражения, которые могут найти прямое применение на практике.

Рассмотрим некоторые возможности.

Функциональные равенства, базирующиеся на матрицах, на паре координат симплектического пространства и на соответствующих дифференциальных операторах генерируют обобщение соотношений неопределенности Гейзенберга:

$\oplus$	$\partial_{\nabla x}$	$\partial_{\nabla p}$
∇x	1	0
∇p	0	1

$$\psi \Rightarrow (\nabla x\partial_{\nabla x} + \nabla p\partial_{\nabla p})\psi(\nabla x, \nabla_p) = 0 \to \psi(\nabla x, \nabla_p) = \frac{\nabla x}{\nabla p} + const,$$

$\oplus$	$\partial_{\nabla x}$	$\partial_{\nabla p}$
∇x	0	1
∇p	1	0

$$\psi \Rightarrow (\nabla x\partial_{\nabla p} + \nabla p\partial_{\nabla x})\psi(\nabla x, \nabla_p) = 0 \to \psi(\nabla x, \nabla_p) = (\nabla x)^2 - (\nabla p)^2 + const,$$

$\oplus$	$\partial_{\nabla x}$	$\partial_{\nabla p}$
∇x	1	0
∇p	0	-1

$$\psi \Rightarrow (\nabla x\partial_{\nabla x} - \nabla p\partial_{\nabla p})\psi(\nabla x, \nabla_p) = 0 \to \psi(\nabla x, \nabla_p) = \nabla x \nabla p + const,$$

$\oplus$	$\partial_{\nabla x}$	$\partial_{\nabla p}$
∇x	0	-1
∇p	1	0

$$\psi \Rightarrow (-\nabla x\partial_{\nabla p} + \nabla p\partial_{\nabla p})\psi(\nabla x, \nabla_p) = 0 \to \psi(\nabla x, \nabla_p) = (\nabla x)^2 + (\nabla p)^2 + const.$$

Из данного подхода следует, что полученные выражения могут быть как больше какого-то значения, так и меньше некоторого другого значения.

Группу в ее матричном представлении теперь можно рассматривать как систему «окон» в физическую Реальность, «прорубленную» создателями и потребителями математики.

Виды из таких «окон» зависят о того, к каким объектам и каким образом эти «окна» присоединены. Но, пожалуй, в большей степени результат зависит от того, кто и как смотрит в такие «окна». Изделия и практика и ними зависят от материалов, инструментов, а также от того, кто и как их применил на практике.

Фундаментальная сигруппа $Sog(4)$

Сигруппой названо ранее семейство групп, каким-то образом объединенное друг с другом. По аналогии с технологическими устройствами её можно рассматривать как «машину» для производства некоторых интеллектуальных результатов.

С точностью до умножения значимых элементов на минус единицу рассмотрим систему из 5 групп, каждая из которых имеет порядок 8.

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, a_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, b_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$e_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},e_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},e_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},e_0=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$f_1=\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},f_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},f_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},f_0=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$c_1=\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},c_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},c_3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},c_0=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

В одном множестве объединена пара групп с антисимметричными матрицами и тройка групп с симметричными матрицами. Первая пара есть пара кватернионов. Они взаимно согласованы друг с другом посредством группы с элементами c_i согласно произведениям вида

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline & c_i & \\ \hline a_i & \Leftrightarrow & b_i \\ \hline\end{array} \to\ i=1,2,3: a_1c_1=b_1 \Rightarrow \begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\ldots$$

Индекс в скобках означает определенное конкретное значение.

Аналогично согласованы между собой симметричные матрицы, генерируя взаимную связь вида

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline & c_i & \\ \hline e_i & \Leftrightarrow & f_i \\ \hline\end{array} \to\ i=1,2,3$$

Поскольку матрицы со значениями c_i задают инверсию в системе координат по двум осям, мы получаем две модели двулистного накрытия группы с антисимметричными матрицами и группы с симметричными матрицами. При этом любую из них можно считать базовой.

Эти же матрицы обеспечивают двулистное накрытие указанных пар. Происходит это в том случае, если индекс элемента c_i не тождественен индексу преобразуемых матриц:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline & c_j & \\ \hline b_i & \Leftrightarrow & f_i \\ \hline\end{array} \to\ i=1,2,3,\ j\neq i, b_3c_2=f_3: \begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\ldots$$

	c_j	
a_i	$\Leftrightarrow$	e_i

$\to\ i\ = 1, 2, 3,\ j \neq i.$

Обратим внимание на специфику состава и свойств системы групп.

С одной стороны, элементы групп принадлежат группе линейных преобразований с определителем, равным единице. Это элементы группы $SL\ \ 4, R$.

С другой стороны, эти группы принадлежат ортогональной группt $SO\ \ 4$.

Согласно её определению, произведение трансформированного элемента группы на сам элемент должно генерировать единичную матрицу, а определители элементов равны ± 1.

В фундаментальной сигруппе ситуация такова: каждый элемент имеет детерминант, равный единице. Требуемые произведения равны единичной матрице:

$$a^T a = E \Rightarrow \begin{pmatrix} 0` & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = E, \ldots$$

$$b^T b = E \Rightarrow \begin{pmatrix} 0` & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = E, \ldots$$

$$c^T c = E,$$

$$e^T e = E \Rightarrow \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = E, \ldots$$

$$f^T f = E \Rightarrow \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = E, \ldots$$

Третья сторона фундаментальной сигруппы в том, что её элементы частично принадлежат симплектической группе. Её элементы, согласно стандартному определению, должны быть подчинены условию

$$\xi^T Q \xi = Q,$$

при котором величина Q в четырехмерии задается матрицей

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$a^T Q a = -Q \Rightarrow \begin{pmatrix} 0` & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ldots$$

$$b^T Q b = Q \Rightarrow \begin{pmatrix} 0` & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ldots$$

$$e^T Q e = Q \Rightarrow \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ldots$$

$$f^T Q f = -Q \Rightarrow \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0` & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ldots$$

Четвертая сторона фундаментальной сигруппы в том, что пара групп с антисимметричными матрицами есть пара единичных кватернионов, а тройка трупп с симметричными матрицами образует тройку антикватернионов.

На кватернионах удобно записывать полную систему уравнений электродинамики Максвелла. На антикватернионах удобно записывать физическую модель гравитации. Правда, возможны также другие формы записи. По этой причине мы вправе утверждать, что есть определенная инвариантность физических законов относительно их функционального представления.

Математическое единство фундаментальной сигруппы в форме подгруппы специальной унимодулярной группы инициирует анализ и построение не только моделей единого описания электромагнетизма и гравитации, но и других физических явлений. Слабые и сильные взаимодействия естественно могут быть записаны на указанной фундаментальной сигруппе. С математической точки зрения такой подход утверждает фундаментальное единство любых явлений как форму проявления и реализации определенной системы отношений между структурными объектами.

Пятая сторона рассматриваемой системы групп в форме фундаментальной сигруппы состоит в том, что, согласно единой таблице произведения элементов, группы с элементами e_i, f_i принадлежат к четверным группам Клейна:

$\times$	e_1	e_2	e_3
e_1	E	e_3	e_2
e_2	e_3	E	e_1
e_3	e_2	e_1	E

,

$\times$	f_1	f_2	f_3
f_1	E	f_3	f_2
f_2	f_3	E	f_1
f_3	f_2	f_1	E

,

Группы с элементами a_i, b_i не принадлежат к четверным группам Клейна, они задают типовые свойства кватернионов:

$\times$	a_1	a_2	a_3
a_1	$-E$	$-a_3$	a_2
a_2	a_3	$-E$	$-a_1$
a_3	$-a_2$	a_1	$-E$

,

$\times$	b_1	b_2	b_3
b_1	$-E$	$-b_3$	b_2
b_2	b_3	$-E$	$-b_1$
b_3	$-b_2$	b_1	$-E$

Шестая сторона фундаментальной сигруппы в том, что группа с элементами c_i имеет особые свойства. Она не является четверной группой:

$\times$	c_1	c_2	c_3
c_1	E	$-c_3$	$-c_2$
c_2	$-c_3$	E	$-c_1$
c_3	$-c_2$	$-c_1$	E

.

Её свойства представляют собой «смесь» свойств пары симплектических множеств, элементы которых подчинены законам вида

$$\xi^T Q \xi = \pm Q$$

Кроме этого, только эта группа взаимно «перемешивает» элементы кватернионов с элементами антикватернионов:

$\times$	c_1	c_2	c_3
a_1	b_1	e_1	$-f_1$
a_2	$-f_2$	b_2	e_2
a_3	e_3	$-f_3$	b_3

.

Пары элементов a_i, c_i генерируют элементы b_i, e_i, f_i,

Пары элементов b_i, c_i генерируют элементы a_i, e_i, f_i,

Пары элементов e_i, c_i генерируют элементы a_i, b_i, f_i,

Пары элементов f_i, c_i генерируют элементы a_i, b_i, e_i.

Такова математическая реальность.

Проектируя её возможности на физику, следует ожидать наличия в Природе технологических устройств, которые «умеют» взаимно превращать электромагнетизм в гравитацию. Превращение гравитации в электромагнетизм в фундаментальном смысле этого слова инициирует создание принципиально новых приборов и механизмов, в свойства которых заложена симметрия.

В рассматриваемом случае такая система представляет собой некий нейтральный объект с действительно «слабыми» отношениями друг с другом. Слабо связанная система «скомпенсированных» объектов в соединении с функционирующими устройствами разных видов выступает в роли «ключа» для решения проблемы взаимного превращения электромагнетизма и гравитации.

С учетом указанного обилия сторон и свойств фундаментальной сигруппы естественно применение её к физическим задачам, у которых, согласно практике, реализуются объекты и взаимодействия с самыми разнообразными сторонами и качествами, а также их согласованиями между собой.

Естественно выполнить обобщение модели фундаментальной сигруппы на пространства с большим числом измерений, на основе которого можно учесть не только «внешние» стороны и свойства объектов и явлений, но и систему ассоциированных с ними «внутренних» сторон и свойств. Из практики построения фундаментальной сигруппы следует такой алгоритм: требуется взять за основу некоторую группу, которую затем нужно расширить до системы групп, применяя для этого группу знаков.

Объясним причину определения рассматриваемой системы групп термином фундаментальная сигруппа. Дело в том, как легко видеть, она достаточна, чтобы для конструирования из её элементов посредством линейных комбинаций всех элементов матричной группы размерности 4. Но тогда каждая матричная, расчетная модель может быть записана на элементах данной сигруппы. Поэтому она фундаментальна. Кроме этого, элементы сигруппы имеют многообразные свойства, часть которых представлена и описана нами. Фундаментальная сигруппа имеет еще ряд дополнительных свойств.

Удобно обозначать фундаментальную сигруппу символом $Sog(4)$, указывая числом размерность применяемых матриц.

Анализ показал, что фундаментальная сигруппа удобна для описания расчетных моделей в электродинамике на паре кватернионов и в гравитации на паре антикватернионов. Легко записать на указанных матрицах уравнения гидродинамики, микродинамики, теплопроводности, диффузии…

Умножение матричных уравнений слева на элементы группы перестановок меняет набор применяемых матриц в расчетной модели, но при этом не меняется их векторный вид. Другими словами, законы физики инвариантны в матричном виде к действию группы перестановок. Эта группа не затрагивает координат и частных производных. Она меняет только отношения между базовыми объектами теории. По этой причине можно считать, что физические теории инвариантны относительно согласованного изменения в системе отношений между объектами: изменения генерируется единым фактором в форме отдельной матрицы. Ситуация меняется, если вместо матричной операции применяются другие операции. Тогда базовая система уравнений порождает новые системы уравнений, что важно, если эти изменения дополнить заменой базовых функций другими функциями.

Генерация системы алгебр на основе сигруппы Галилея-Лорентца

Известно обобщение релятивистской электродинамики, основанное на введении в теорию нового скалярного параметра w, согласованного с показателем преломления n выражением

$$w = 1 - \exp\left(-P_0(n-1)\right)$$

В такой модели обобщение специальной теории относительности базируется на преобразованиях координат и времени вида

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2} n^2 w}}, t' = \frac{t - w\frac{u}{c^2} n^2 x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2} n^2 w}}.$$

В матричном виде преобразования запишутся так;

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -u \\ -w\frac{u}{c^2} n^2 & 1 \end{pmatrix}, \gamma^{-1} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2} n^2 w}.$$

Они содержат в себе из-за возможности разных значений показателя отношения группу Галилея и группу Лорентца в форме единого функционального выражения, описывающего свойства симметрии динамических процессов в электродинамике. В рассматриваемом случае речь идет об изменении параметров электромагнитного поля при движении его в среде с изменением показателя отношения. Поскольку показатель отношения зависит от показателя преломления, мы имеем дело с системой зависимых параметров. Еще один параметр представляет собой скорость. По этой причине мы имеем дело с задачей, зависящей от трех параметров, один из которых зависим.

Легко понять, что данные преобразования координат генерируют систему групп: сигруппу, основанную на трех самостоятельных группах.

Действительно, на стандартной операции суммирования верно разложение матрицы на три слагаемых:

$$\gamma \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix} - \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что фундаментальная сигруппа формально объединяет в одно множество на стандартной матричной операции 5 групп.

В данном случае три группы объединены на основе операции суммирования. Действительно, каждый элемент, указанный в разложении, имеет на матричном произведении обратный элемент, есть единичный элемент, эти множества ассоциативны.

Следовательно, нам известны по меньшей мере два алгоритма конструирования сигрупп из групп.

Заметим, что множество с элементами представленного вида не образует группу на операции почленного произведения:

$$\gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ b_1 & 1 \end{pmatrix} \hat{\times} \gamma_2 \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix} = \gamma_1 \gamma_2 \begin{pmatrix} 1 & a_1 a_2 \\ b_1 b_2 & 1 \end{pmatrix} \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{1,2}} = \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\gamma_{1,2}} \gamma_{1,2} \begin{pmatrix} 1 & a_1 a_2 \\ b_1 b_2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Обратим внимание на структуру элементов, которые нелинейно зависят от трех параметров:

$$\gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -w\frac{u}{c^2} n^2 & 1 \end{pmatrix}, \gamma^{-1} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2} n^2 w}.$$

В рассматриваемом случае параметры таковы:

$$\alpha_1 = u, \alpha_2 = \frac{n^2}{c^2}, \alpha_3 = w.$$

Генераторы рассматриваемого функционального выражения, следующие из стандартного определения генераторов для групп Ли

$$\xi^i = \left.\frac{\partial g}{\partial \alpha_i}\right|_{\alpha_i = 0}$$

имеют единый вид:

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{n^2}{c^2} w & 0 \end{pmatrix}, \xi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ uw & 0 \end{pmatrix}, \xi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ u\frac{n^2}{c^2} & 0 \end{pmatrix} \to \xi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_2\alpha_3 & 0 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_1\alpha_3 & 0 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_1\alpha_2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их взаимные произведения равны нулю, генерируя пару алгебраических условий вида

$$\xi\eta \pm \eta\xi = 0.$$

На матричной операции анализируемые элементы, имеющие определитель, равный единице, не выходят за рамки специальной линейной группы. Однако они не образуют группу в том смысле, что структура выражений, получаемых при матричном произведении, не имеет вида исходных выражений.

Нарушается инвариантность базовой формы элементов. В данном случае эти изменения генерируют переход от модели группы к модели систем алгебр.

Форма и структура необходимых и достаточных изменений образует систему:

а) к операции произведения чисел на матрицу добавляется операция произведения матриц,

б) сохраняется условие, что новый объект при произведении и суммировании имеет структуру, аналогичную базовым объектом, с дополнительным условием по значению определителя матрицы, которая ему сопоставлена,

в) операция произведения дополнена операцией суммирования,

г) модель алгебры базируется на весовых множителях определенной структуры, ассоциированной с исходными элементами.

Цепочка превращений, соответствующая указанным изменениям, выглядит так:

$$\gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ b_1 & 1 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \gamma_2 \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix} = \gamma_1\gamma_2 \begin{pmatrix} 1 + a_1 b_2 & a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 & 1 + a_2 b_1 \end{pmatrix} = \gamma_1\gamma_2 \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{1,2}} \begin{pmatrix} 1 & a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 & 1 \end{pmatrix} + \gamma_1\gamma_2 \begin{pmatrix} a_1 b_2 & 0 \\ 0 & a_2 b_1 \end{pmatrix} =$$

$$= F_1(a_i, b_i)\gamma_{1,2} \begin{pmatrix} 1 & a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 & 1 \end{pmatrix} + F_2(a_i, b_i) \begin{pmatrix} a_1 b_2 & 0 \\ 0 & a_2 b_1 \end{pmatrix} \Rightarrow g(\xi)g(\eta) = A(\xi,\eta)g(\xi + \eta) + B(\xi,\eta).$$

Запишем это произведение в более удобном виде. Представим базовый объект сигруппы Галилея-Лорентца $g\ i$ парой элементов в форме произведения числа γ_i на матрицу α_i (индекс, указанный в скобках обозначает отсутствие их суммирования)

$$g(i)=\gamma_i\alpha_i .$$

Примем три условия на структуру элементов сигруппы:

а) модель базируется на натуральных числах,

б) матрицы a_i имеют вид $\alpha_i=\begin{pmatrix}1 & a_i\\ b_i & 1\end{pmatrix}$,

в) число γ_i есть величина $\gamma_i=\dfrac{1}{\sqrt{1-a_ib_i}}$.

Именно они характеризуют сигруппу Галилея-Лорентца.

Матричное произведение этих элементов запишем в алгебраической форме, введя систему «весовых множителей» и применяя операцию суммирования. Получим выражение

$$g(i)\,g(j)=A_{i,j}\,g(i,j)+B_{i,j}.$$

Элемент сигруппы, индуцированный произведением исходных элементов, характеризуется величинами

$$g(i,j)=\gamma_{i,j}\,\alpha_{i,j},$$

$$\alpha_{i,j}=\begin{pmatrix}1 & a_i+a_j\\ b_i+b_j & 1\end{pmatrix}=\alpha_i+\alpha_j-E,$$

$$\gamma_{i,j}=\frac{1}{\sqrt{1-(a_i+a_j)(b_i+b_j)}}.$$

«Весовые множители» имеют следующую структуру:

$$A_{i,j}=\gamma_i\gamma_j(\gamma_{i,j})^{-1},$$

$$B_{i,j}=\gamma_i\gamma_j(\alpha_i-E)(\alpha_j-E)=\gamma_i\gamma_j\begin{pmatrix}a_ib_j & 0\\ 0 & a_jb_i\end{pmatrix}.$$

Удобно записать полученное выражение явно:

$$\gamma(1)\begin{pmatrix}1 & a_1\\ b_1 & 1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\gamma(2)\begin{pmatrix}1 & a_2\\ b_2 & 1\end{pmatrix}=\gamma(1)\gamma(2)\begin{pmatrix}1+a_1b_2 & a_1+a_2\\ b_1+b_2 & 1+a_2b_1\end{pmatrix}=\gamma(1)\gamma(2)\frac{\gamma(1,2)}{\gamma(1,2)}\begin{pmatrix}1 & a_1+a_2\\ b_1+b_2 & 1\end{pmatrix}+\gamma(1)\gamma(2)\begin{pmatrix}a_1b_2 & 0\\ 0 & a_2b_1\end{pmatrix},$$

$$\gamma(1)\alpha(1)\overset{m}{\times}\gamma(2)\alpha(2)=\theta\gamma(1,2)\alpha(1,2)+\sigma=\gamma(1)\gamma(2)\big(\alpha(1)+\alpha(2)-E\big)\frac{\gamma(1,2)}{\gamma(1,2)}+\gamma(1)\gamma(2)\big(\alpha(1)-E\big)\overset{m}{\times}\big(\alpha(2)-E\big).$$

Ситуация несколько меняется, если матричное произведение заменяется комбинаторным произведением строк на строки. Интерес к нему обусловлен тем обстоятельством, что это произведение неассоциативно. Получим

$$\gamma(1)\begin{pmatrix}1 & a_1\\ b_1 & 1\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\gamma(2)\begin{pmatrix}1 & a_2\\ b_2 & 1\end{pmatrix}=\gamma(1)\gamma(2)\begin{pmatrix}1+a_1a_2 & a_1+b_2\\ b_1+a_2 & 1+b_1b_2\end{pmatrix}=\gamma(1)\gamma(2)\frac{\gamma(1,2)}{\gamma(1,2)}\begin{pmatrix}1 & a_1+b_2\\ b_1+a_2 & 1\end{pmatrix}+\gamma(1)\gamma(2)\begin{pmatrix}a_1a_2 & 0\\ 0 & b_1b_2\end{pmatrix},$$

$$\gamma(1)\alpha(1)\overset{k}{\times}\gamma(2)\alpha(2)=\theta\gamma(1,2)\alpha(1,2)+\sigma=$$

$$=\gamma(1)\gamma(2)\left[\alpha(1)+\alpha^T(2)-E\right]\frac{\gamma(1,2)}{\gamma(1,2)}+\gamma(1)\gamma(2)\left[\alpha(1)-E\right]\overset{k}{\times}\left[\alpha(2)-E\right]$$

Полученные выражения представляют собой запись матричного и комбинаторного произведений для элементов сигруппы Галилея-Лорентца в алгебраической форме.

Она является обоснованием и свидетельством математического факта, что скалярная деформация элементов группы Лорентца превращает новое, обобщенное семейство в алгебру на матричном или комбинаторном произведении.

Поскольку сигруппа Галилея-Лорентца рассматривается в качестве математического инструмента для описания динамических процессов в электродинамике, мы приходим к пониманию, что состояния системы можно описывать средствами аппарата теории групп, а для описания динамического процесса следует применять алгебру процесса.

Укажем структуру суммы для элементов сигруппы Галилея-Лорентца, выразив её аналогичным образом через суммарный элемент. Получим выражение

$$\gamma_1\begin{pmatrix}1 & a_1\\ b_1 & 1\end{pmatrix}+\gamma_2\begin{pmatrix}1 & a_2\\ b_2 & 1\end{pmatrix}=\left(\gamma_1+\gamma_2\right)\begin{pmatrix}1 & \dfrac{\gamma_1a_1+\gamma_2a_2}{\gamma_1+\gamma_2}\\ \dfrac{\gamma_1b_1+\gamma_2b_2}{\gamma_1+\gamma_2} & 1\end{pmatrix}.$$

Из него следует запись суммы элементов сигруппы в виде

$$g(i)+g(j)=A(i+j)\,g(i+j).$$

Здесь

$$g(i+j)=\gamma(i+j)\begin{pmatrix}1 & \dfrac{\gamma_1a_1+\gamma_2a_2}{\gamma_1+\gamma_2}\\ \dfrac{\gamma_1b_1+\gamma_2b_2}{\gamma_1+\gamma_2} & 1\end{pmatrix},\gamma^{-1/2}(i+j)=1-\left(\frac{\gamma_1a_1+\gamma_2a_2}{\gamma_1+\gamma_2}\right)\frac{\gamma_1b_1+\gamma_2b_2}{\gamma_1+\gamma_2},$$

$$A(i+j)=\gamma(i)\,\gamma(j)\,\gamma(i+j).$$

Понятно, что указанный алгоритм можно применять к другим сигруппам. Из-за возможной их сложности предложенные выше выражения могут быть отнесены к разряду простейших выражений.

Важно другое обстоятельство: полезно и целесообразно применять сигруппы в физической теории.

Данный подход нашел выражение на основе применения в расчетной модели электродинамики скалярно деформированной метрики Минковского и новых выражений для скоростей. Итогом предложенных перемен стало «освобождение» электродинамики от ограничений на скорости, а также открытие возможностей конструирования структурных частиц света.

Наличие обобщенного выражения для 4-метрики инициирует деятельность по расчету других физических величин, имеющих «геометрическую» природу, введение которых не только в электродинамику, но и в физику откроет новые законы и новые тайны физической Реальности.

Сигруппа на основе своей структуры и математических свойств инициирует деятельность по корректному учету и описанию физических процессов.

Ситуация выглядит так: для описания состояний физической системы, а также для их сравнения между собой, достаточно, хотя это не является необходимым условием, применять анализ, базирующийся на группах симметрии и на её свойствах.

Для описания динамических процессов применять следует систему групп с параметрами, некоторые из которых могут быть зависимы. Такой математический объект сложнее группы. Его структура задается не только произведениями, но и суммированием, что характеризует алгебру.

Другими словами, отличие системы состояний от модели процессов состоит в том, что в расчет нужно принять, во-первых, новые величины с корректным их введением в расчетную модель, во-вторых, расширить систему: по меньшей мере дополнить произведение элементов их суммированием.

Следовательно, симметрия процессов описывается алгебраическими средствами.

Алгебра Йордана для свойств света

Алгебра Йордана базируется на модели вида

$$x \circ y = y \circ x,$$
$$(x^2 \circ y) \circ x = x^2 \circ (y \circ x),$$
$$x \circ y = \frac{1}{2}(xy + yx).$$

Пусть элементами алгебры будут матрицы, пусть они подчинены стандартному матричному произведению. Тогда

$$x \circ x = x \cdot x = x^2,$$
$$x^2 \circ y = \frac{1}{2}(x^2 \cdot y + y \cdot x^2),$$
$$(x^2 \circ y) \circ x = \frac{1}{4}\left((x^2 \cdot y + y \cdot x^2)x + x(x^2 \cdot y + y \cdot x^2)\right) =$$
$$= \frac{1}{4}\left((x^2 y)x + (y \cdot x^2)x + x(x^2 \cdot y) + x(y \cdot x^2)\right),$$
$$x^2 \circ (y \circ x) = \frac{1}{4}\left(x^2(yx + xy) + (yx + xy)x^2\right) =$$
$$= \frac{1}{4}\left(x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2\right),$$
$$(x^2 y)x + (y \cdot x^2)x + x(x^2 \cdot y) + x(y \cdot x^2) = x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2,$$

$$(x^2 y)x = x^2(yx),\; x(y \cdot x^2) = (xy)x^2.$$

С учетом приведенных формул базовое выражение на матрицах получает вид функциональной связи между элементами.

Она симметрична по записи относительно знаков суммирования:

$$(y\cdot x^2)x + x(x^2\cdot y) = x^2(xy) + (yx)x^2.$$

Ранее данный закон был подтвержден на элементах сигруппы Галилея-Лорентца. Понятно, что он соответствует частной ситуации. Реализуется ли он в общем виде? Легко доказать прямым расчетом, что на матрицах размерности 2 общего вида выполняются связи

$$x(x^2y) = x^2(xy), (yx^2)x = (yx)x^2.$$

Пусть

$$x = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & a_4 \end{pmatrix},$$

$$x^2 = \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2a_3 & a_1a_2 + a_2a_4 \\ a_1a_3 + a_3a_4 & a_2a_3 + a_4^2 \end{pmatrix},$$

$$x^2y = \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2a_3 & a_1a_2 + a_2a_4 \\ a_1a_3 + a_3a_4 & a_2a_3 + a_4^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & a_4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1^2b_1 + a_2a_3b_1 + a_1a_2b_3 + a_2a_4b_3 & a_1^2b_2 + a_2a_3b_2 + a_1a_2b_4 + a_2a_4b_4 \\ a_1a_3b_1 + a_3a_4b_1 + a_2a_3b_3 + a_4^2b_3 & a_1a_3b_2 + a_3a_4b_2 + a_2a_3b_4 + a_4^2b_4 \end{pmatrix},$$

$$x(x^2y) = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1^2b_1 + a_2a_3b_1 + a_1a_2b_3 + a_2a_4b_3 & a_1^2b_2 + a_2a_3b_2 + a_1a_2b_4 + a_2a_4b_4 \\ a_1a_3b_1 + a_3a_4b_1 + a_2a_3b_3 + a_4^2b_3 & a_1a_3b_2 + a_3a_4b_2 + a_2a_3b_4 + a_4^2b_4 \end{pmatrix}.$$

Запишем произведение по блокам матрицы

$$x(x^2y) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

$$\alpha = a_1^3b_1 + a_1a_2a_3b_1 + a_1^2a_2b_3 + a_1a_2a_4b_3 + a_1a_2a_3b_1 + a_2a_3a_4b_1 + a_2^2a_3b_3 + a_2a_4^2b_3,$$

$$\beta = a_1^3b_2 + a_1a_2a_3b_2 + a_1^2a_2b_4 + a_1a_2a_4b_4 + a_1a_2a_3b_2 + a_2a_3a_4b_2 + a_2^2a_3b_4 + a_2a_4^2b_4,$$

$$\gamma = a_3a_1^2b_1 + a_2a_3^2b_1 + a_1a_2a_3b_3 + a_2a_3a_4b_3 + a_1a_3a_4b_1 + a_3a_4^2b_1 + a_2a_3a_4b_3 + a_4^3b_3,$$

$$\delta = a_3a_1^2b_2 + a_2a_3^2b_2 + a_1a_2a_3b_4 + a_2a_3a_4b_4 + a_1a_3a_4b_2 + a_3a_4^2b_2 + a_2a_3a_4b_4 + a_4^3b_4.$$

Аналогичный результат получается на произведении

$$x^2(xy) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

Следовательно, на матрицах размерности 2 общего вида при матричном умножении выполняется закон

$$x(x^2 y) = x^2(xy).$$

Аналогично проверяется справедливость второго закона вида

$$(yx^2)x = (yx)x^2.$$

В силу полученных законов справедливо их объединение

$$x(x^2 y) + (yx^2)x = x^2(xy) + (yx)x^2.$$

Естественно предположить на основе анализа общности и достаточной значимости сигруппы Галилея-Лорентца, что широко проанализированный случай описывает только частную ситуацию для преобразований координат и времени.

В общем случае, если описывать явления на основе алгебры Йордана, допустимы общие преобразования систем координат.

По этой причине будут реализовываться самые разнообразные связи и соотношения между скоростями для разных наблюдателей.

Проанализируем модель

$$\begin{pmatrix} dx' \\ cdt' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix},$$

$$dx' = adx + cdt, cdt' = dx + bcdt,$$

$$u' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{c(au+c)}{u+bc} = \frac{au+c}{\frac{u}{c}+b}.$$

В пределе при $u = c$ получим

$$u' = \frac{a+1}{b+1}c.$$

В зависимости от соотношения величин a, b ситуации будут разными. Если данные величины допускают изменения в эксперименте, мы имеем алгоритм управления скоростями. Заметим, что величина скорости, требуемой для совпадения размерностей координат и времени, произвольна. Она может быть больше скорости света в вакууме, но может быть равна, например, скорости звука в воздухе. Алгебра Йордана допускает разные ситуации и возможности. Новое качество анализа проявляется в модели функциональной связи величин. С одной стороны, на основе матрицы общего вида можно сделать выборку величин, полагая, что она функциональна.

Например, возможна выборка

$$\xi = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, \eta = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}, (p, s)$$

$$a_1 \to x = a_1 a_4^3 + pa_2, b_4 \to y = a_3 a_2 + sa_1,$$

$$\tilde{\xi} = \begin{pmatrix} x & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, \tilde{\eta} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & y \end{pmatrix},$$

$$a_2 = \tilde{x} = (a_1 a_4^3 + pa_2)^2 + a_3 a_2 + sa_1 = x^2 + y,$$

$$b_3 = \tilde{y} = (a_3 a_2 + sa_1)^2 + (a_1 a_4^3 + pa_2) = y^2 + x,$$

$$\tilde{\xi} = \begin{pmatrix} x & x^2 + y \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, \tilde{\eta} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ y^2 + x & y \end{pmatrix}.$$

С другой стороны, для каждого аналогичного варианта с произвольными величинами x, y будет справедлив закон

$$\tilde{\xi}(\tilde{\xi}^2 \tilde{\eta}) + (\tilde{\eta}\tilde{\xi}^2)\tilde{\xi} = \tilde{\xi}^2(\tilde{\xi}\tilde{\eta}) + (\tilde{\eta}\tilde{\xi})\tilde{\xi}^2.$$

Алгебра Йордана генерирует на основе разных функциональных связей новые функциональные законы, основанные на соединении зависимых и независимых величин.

Обобщение алгебры Мальцева на комбинаторной операции произведения

Алгебра Мальцева основана на системе элементов, для которых их произведения и суммы подчинены условиям

$$x \circ x = 0,$$

$$J(x, y, x \circ z) = J(x, y, z) \circ x,$$

$$J(x, y, z) = (x \circ y) \circ z + (z \circ x) \circ y + (y \circ z) \circ x.$$

Приняв в качестве операции произведения в алгебре операцию коммутирования для элементов в форме матриц со стандартным матричным произведением, получим обращение в ноль функции, которую принято называть якобианом в честь Якоби, впервые применивший ее выражение для анализа задач динамики материальных тел

$$J(x, y, z) = (x \circ y) \circ z + (z \circ x) \circ y + (y \circ z) \circ x.$$

Действительно, согласно определению, имеем выражения

$$x \circ y = xy - yx, \quad (x \circ y) \circ z = (xy - yx)z - z(xy - yx) = (xy)z - (yx)z - z(xy) + z(yx),$$

$$z \circ x = zx - xz, \quad (z \circ x) \circ y = (zx - xz)y - y(zx - xz) = (zx)y - (xz)y - y(zx) + y(xz),$$

$$y \circ z = yz - zy, \quad (y \circ z) \circ x = (yz - zy)x - x(yz - zy) = (yz)x - (zy)x - x(yz) + x(zy).$$

Поскольку матричное произведение ассоциативно, сумма этих выражений тождественно равна нулю. По этой причине условия алгебры Мальцева выполнены.

Проанализируем аналогичную модель с операцией коммутирования, приняв для произведения матриц неассоциативную, комбинаторную операцию в форме произведения строк на строки. На примере матриц второго порядка получим новые выражения. Так, например,

$$x \circ y = xy - yx = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_1y_1 + x_2y_2 & x_1y_3 + x_2y_4 \\ x_3y_1 + x_4y_2 & x_3y_3 + x_4y_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1y_1 + x_2y_2 & x_3y_1 + x_4y_2 \\ x_1y_3 + x_2y_3 & x_3y_3 + x_4y_4 \end{pmatrix}.$$

Отсюда следует удобное для расчета базовое выражение вида

$$x \circ y = \sigma(x, y)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma(x, y) = x_1y_3 + x_2y_4 - x_3y_1 - x_4y_2.$$

Операция коммутирования элементов в соединении с комбинаторной операцией генерирует произведение матрицы с элементами по второй диагонали с единым множителем определенного вида. Если расположить компоненты матриц в строки, этот множитель укажет модель соединения элементов в форме технологического устройства.

Тройное произведение имеет аналогичный вид с дополнительным множителем, зависящим от элементов третьей матрицы. Действительно,

$$(x \circ y) \circ z = \sigma(x, y)\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} z_1 & z_2 \\ z_3 & z_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} z_1 & z_2 \\ z_3 & z_4 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\right) = \sigma(x, y)\left(\begin{pmatrix} z_2 & z_4 \\ -z_1 & -z_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} z_2 & -z_1 \\ z_4 & -z_3 \end{pmatrix}\right).$$

Следовательно,

$$(x \circ y) \circ z = \sigma(x, y)\sigma(z)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma(z) = z_4 + z_1.$$

Согласно полученной формуле

$$J(x,y,z)=(x\circ y)\circ z+(z\circ x)\circ y+(y\circ z)\circ x=$$

$$=(\sigma(x,y)\sigma(z)+\sigma(z,x)\sigma(y)+\sigma(y,z)\sigma(x))\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}.$$

Запишем выражение в более удобной форме:

$$J(x,y,z)=\sigma(x,y,z)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix},$$

$$\sigma(x,y,z)=\sigma(x,y)\sigma(z)+\sigma(z,x)\sigma(y)+\sigma(y,z)\sigma(x).$$

Операция коммутирования в рассматриваемом случае обеспечивает условие

$$x\circ J(x,y,z)+J(x,y,z)\circ x=0.$$

Естественно проанализировать выражения с «внутренней» операцией коммутирования.

Рассмотрим структуру и свойства выражений другого вида:

$$J(x,y,x\circ z)=J(x,y,\xi),$$

$$\xi=x\circ z=\sigma(x,z)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}.$$

В этом случае

$$J(x,y,\xi)=(x\circ y)\circ\xi+(\xi\circ x)\circ y+(y\circ\xi)\circ x,$$

$$(x\circ y)\circ\xi=\sigma(x,y)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\sigma(x,z)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}-\sigma(x,z)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\sigma(x,y)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}=0,$$

$$\xi\circ x=\sigma(x,z)\left(\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1&x_2\\x_3&x_4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}x_1&x_2\\x_3&x_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\right)=\sigma(x,z)\sigma(x)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix},$$

$$y\circ\xi=-\sigma(x,z)\sigma(y)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix},$$

$$(\xi\circ x)\circ y+(y\circ\xi)\circ x=\sigma(x,z)\sigma(x)\sigma(y)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}-\sigma(x,z)\sigma(x)\sigma(y)\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}=0.$$

Следовательно, $J(x,y,\xi)=(x\circ y)\circ\xi+(\xi\circ x)\circ y+(y\circ\xi)\circ x=0.$ Мы вправе объединить пару исследованных выражений в единую формулу

$$J(x,y,x\circ z)+J(z\circ x,y,\xi)=J(x,y,z)\circ x+x\circ J(x,y,z).$$

Сравним полученный результат с выражением для алгебры Мальцева

$$J(x, y, x \circ z) = J(x, y, z) \circ x.$$

На тривиальных образах якобианов выведена структура нового функционального закона, который обобщает алгебру Мальцева на матричных элементах, комбинаторной операции и операции коммутирования. Поскольку эта алгебра неассоциативна, она может быть полезна для исследования структуры и свойств информационных явлений.

Взаимодействие объектов на основе внутренних программ

Проанализируем произвольную конечную систему физических объектов, обозначив их, например, «внутренними» числами 0,1,2,3 на основе гипотезы, что взаимодействие между ними подчинено некоторой программе или системе команд.

Проиллюстрируем изменение их отношений таблицами, следующими из функциональной связи между «внутренними» числами, связи, которая рассматривается в качестве «внутренней» программы.

Примем правило суммирования «внутренних» чисел по модулю максимального числа. Получим, например, такие таблицы:

$a \oplus b$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	1
2	2	3	1	2
3	3	1	2	3

$(a \oplus b)_{\mathrm{mod}\,3}$,

$a \oplus 2b$	0	1	2	3
0	0	2	1	3
1	1	3	2	1
2	2	1	3	2
3	3	2	1	3

$(a \oplus 2b)_{\mathrm{mod}\,3}$,

$a \oplus 3b$	0	1	2	3
0	0	3	3	3
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3

$(a \oplus 3b)_{\mathrm{mod}\,3}$.

Свойства отношений и взаимных превращений между объектами зависят не от их структуры или внешних условий. Они заданы «внутренней» программой, единой для данной совокупности объектов.

Изменение отношений и взаимных превращений, что естественно из логических соображений и достигнутой практики, зависит от того, меняется ли эта программа во времени или она зависит от каких-то условий «жизнедеятельности».

В рассматриваемом случае эти изменения дискретны, что косвенно указывает на возможность объединения отдельного объекта с несколькими объектами другого вида.

При ассоциативности, в основном, этих таблиц, они проявляют также неассоциативность. Например, согласно второй таблице, имеем

$$(2 \oplus 3) \oplus 1 = 2 \oplus 1 = 1, \quad (1 \oplus 2) \oplus 3 = 2 \oplus 3 = 2,$$
$$2 \oplus (3 \oplus 1) = 2 \oplus 2 = 3, \quad 1 \oplus (2 \oplus 3) = 1 \oplus 2 = 2, \ldots$$

Обнаруженная частичная ассоциативность свидетельствует о математической сложности анализируемых таблиц при кажущейся простоте «внутренних» программ.

Рассмотрим более сложную модель, согласно которой отношения между объектами подчинены индивидуальным «внутренним» программам:

$f(a,b)$	0	1	2	3
$(a+b)\to 0$	0	1	2	3
$(a+3b)\to 1$	1	1	1	1
$(a+2b)\to 2$	2	1	3	2
$\left(a+b^0+\left\lvert\cos\frac{\pi}{2}\right\rvert b\right)b\to 3$	3	1	2	1

.

$f(a,b)$

Заметим, что при относительном многообразии индивидуальных программ полученная таблица ассоциативна. Другими словами, усложнение не дало неассоциативности.

Проанализируем «деформацию» отношений в системе, действующей по индивидуальным программам. Пусть эти изменения произошли в одном звене. Например, получим модель

$f^*(a,b)$	0	1	2	3
$(a+b)\to 0$	0	1	2	3
$(a+2b)\to 1$	1	3	2	1
$(a+2b)\to 2$	2	1	3	2
$\left(a+b^0+\left\lvert\cos\frac{\pi}{2}\right\rvert b\right)b\to 3$	3	1	2	1

.

$f^*(a,b)$

Отношения в такой системе в основном ассоциативны. Однако есть также проявления неассоциативности:

$$1\circ(2\circ1)=1\circ1=3,\quad (2\circ1)\circ2=1\circ2=2,$$
$$(1\circ2)\circ1=2\circ1=1,\quad 2\circ(1\circ2)=2\circ2=3,\ldots$$

Следовательно, изменение индивидуальной программы только для единичного объекта может быть достаточным для превращения ассоциативной системы в частично ассоциативную. Такое изменение означает достижение нового качества системы.

Изменения программ меняет спектр состояний в анализируемых системах. Определим спектр количеством объектов, которые генерируются таблицей.

Приведенные таблицы дают систему спектров генерации объектов:

$a\circ b$

ξ	0	1	2	3
$n(\xi)$	1	5	5	5

,

$a\circ 2b$

ξ	0	1	2	3
$n(\xi)$	1	5	5	5

,

$a\circ 3b$

ξ	0	1	2	3
$n(\xi)$	1	4	4	7

,

$f(a,b)$

ξ	0	1	2	3
$n(\xi)$	1	8	4	3

,

$f^*(a,b)$

ξ	0	1	2	3
$n(\xi)$	1	6	5	4

.

С одной стороны, сложная структура спектра генерации свидетельствует о наличии в системе индивидуальных программ. С другой стороны, изменения спектра генерации указывает на изменение качества системы при изменении единых программ.

Известно, что элементы на матричной операции и на комбинаторных операциях не обладают свойством «зеркальности» $a(bc) \neq (cb)a$. Анализируемым таблицам присуща частичная «зеркальность».

Проиллюстрируем этот тезис примерами:

$a € b$	$1 € (2 € 3) = 1 € 2 = 3 \Leftrightarrow (3 € 2) € 1 = 3, \quad 3 € (0 € 2) = 3 € 2 = 2 \Leftrightarrow (2 € 0) € 3 = 2$

,

$a € 2b$	$1 € (2 € 3) = 1 € 2 = 2 \neq (3 € 2) € 1 = 3, \quad 3 € (0 € 2) = 3 € 1 = 2 \Leftrightarrow (2 € 0) € 3 = 2$

,

$a € 3b$	$1 € (2 € 3) = 1 € 2 = 1 \neq (3 € 2) € 1 = 3, \quad 3 € (0 € 2) = 3 € 3 = 3 \neq (2 € 0) € 3 = 2$

.

Проанализируем функциональные свойства элементов, подчиненных указанным таблицам. Рассмотрим, в частности, модели вида коммутативной лупы Муфанг и *зеркального множества*, подчиненные, соответственно, законам вида

$$(xy)(xz) = (xx)(yz), \quad (xy)(xz) = (zx)(yx).$$

Проиллюстрируем выполнение этих законов на конкретных примерах для разных моделей отношений, которые, с физической точки зрения можно интерпретировать как разные модели взаимодействия в системе элементов. Выбор моделей и ситуаций достаточно произволен, так как не выходит за границы иллюстративного материала. Конечно, можно указать ситуации, близкие к практике, анализ которых подтверждает справедливость применения теории луп в задачах реальной жизни.

$a € b$	$(xy)(xz)$	$x^2(yz)$	$(zx)(yx)$
$x=1, y=2, z=3$	1	1	1
$x=2, y=2, z=3$	3	3	3
$x=0, y=1, z=2$	3	3	3
$x=3, y=1, z=0$	1	1	1
$x=2, y=1, z=1$	3	3	3
$x=1, y=3, z=3$	1	1	1

.

$a € 2b$	$(xy)(xz)$	$x^2(yz)$	$(zx)(yx)$
$x=1, y=2, z=3$	1	1	1
$x=2, y=2, z=3$	1	1	1
$x=0, y=1, z=2$	1	1	1
$x=3, y=1, z=0$	2	2	2
$x=2, y=1, z=1$	3	3	3
$x=1, y=3, z=3$	3	3	3

.

$a+3b$	$(xy)(xz)$	$x^2(yz)$	$(zx)(yx)$
$x=1, y=2, z=3$	1	1	3
$x=2, y=2, z=3$	1	1	3
$x=0, y=1, z=2$	3	3	2
$x=3, y=1, z=0$	3	3	1
$x=2, y=1, z=1$	2	2	1
$x=1, y=3, z=3$	1	1	3

.

$f(a,b)$	$(xy)(xz)$	$x^2(yz)$	$(zx)(yx)$
$x=1, y=2, z=3$	1	1	1
$x=2, y=2, z=3$	2	2	2
$x=0, y=1, z=2$	1	1	1
$x=3, y=1, z=0$	1	1	1
$x=2, y=1, z=1$	1	1	1
$x=1, y=3, z=3$	1	1	1

.

Следовательно, в трех из четырех ситуаций выполняется закон, справедливый для лупы Муфанг, а также зеркальный закон. В одном случае зеркальный закон не выполняется. Этот анализ свидетельствует не только о различии свойств разных произведений на конкретном множестве.

Анализ указывает также на наличие системы функциональных законов для конечных множеств с внутренними программами.

Анализируемое множество генерирует функциональный закон вида

$$(xy)(zx) = (x(yz))x .$$

Его иллюстрируют таблицы:

$a+b$	$(xy)(zx)$	$(x(yz))x$
$x=1, y=2, z=3$	1	1
$x=2, y=2, z=3$	3	3

,

$a+2b$	$(xy)(zx)$	$(x(yz))x$
$x=1, y=2, z=3$	3	1
$x=2, y=2, z=3$	2	3

,

$a+3b$	$(xy)(zx)$	$(x(yz))x$
$x=1, y=2, z=3$	1	1
$x=2, y=2, z=3$	2	2

,

$f(a,b)$	$(xy)(zx)$	$(x(yz))x$
$x=1, y=2, z=3$	1	1
$x=2, y=2, z=3$	2	2

.

Закон не выполняется в случае одного произведения.

Проанализируем стандартное выражение для лупы Муфанг $x(y(xz)) = ((xy)x)z$. Получим, например, таблицы:

$a - b$	$x(y(xz))$	$((xy)x)z$
$x=1, y=2, z=3$	1	1
$x=2, y=2, z=3$	3	3
$x=0, y=1, z=2$	3	3
$x=3, y=1, z=0$	1	1
$x=2, y=1, z=1$	3	3
$x=1, y=3, z=3$	2	2

,

$a - 2b$	$x(y(xz))$	$((xy)x)z$
$x=1, y=2, z=3$	3	1
$x=2, y=2, z=3$	2	1
$x=0, y=1, z=2$	3	3
$x=3, y=1, z=0$	2	2
$x=2, y=1, z=1$	2	1
$x=1, y=3, z=3$	2	3

,

$a - 3b$	$x(y(xz))$	$((xy)x)z$
$x=1, y=2, z=3$	1	1
$x=2, y=2, z=3$	2	2
$x=0, y=1, z=2$	3	3
$x=3, y=1, z=0$	3	3
$x=2, y=1, z=1$	2	2
$x=1, y=3, z=3$	1	1

,

$f(a,b)$	$x(y(xz))$	$((xy)x)z$
$x=1, y=2, z=3$	1	1
$x=2, y=2, z=3$	2	2
$x=0, y=1, z=2$	1	1
$x=3, y=1, z=0$	1	1
$x=2, y=1, z=1$	1	1
$x=1, y=3, z=3$	1	1

,

$f^*(a,b)$	$x(y(xz))$	$((xy)x)z$
$x=1, y=2, z=3$	3	1
$x=2, y=2, z=3$	2	2
$x=0, y=1, z=2$	2	2
$x=3, y=1, z=0$	1	1
$x=2, y=1, z=1$	2	1
$x=1, y=3, z=3$	3	1

,

$f^*(a,b)$	$((zx)y)x$	$z(x(yx))$
$x=1, y=2, z=3$	1	1
$x=2, y=2, z=3$	2	2
$x=0, y=1, z=2$	1	1
$x=3, y=1, z=0$	1	1
$x=2, y=1, z=1$	2	1
$x=1, y=3, z=3$	3	1

.

Заметим, что мутация операции $f(a,b)$ в рассматриваемом случае обеспечивает 50 процентов перемен в анализируемой системе элементов. Кроме этого, мутация операций способна генерировать законы с «зеркальной» перестановкой скобок. С технологической точки зрения так получается при изменении порядка технологических операций.

Представляет интерес то обстоятельство, что три разных закона в рассматриваемой иллюстрации дают одинаковые элементы: имеет место *частичная «независимость» следствий от типа взаимодействия.*

Заметим, что конечное множество допускает различные частичные законы, которые выполняются только для определенных наборов элементов и не имеют места на любой их композиции из трех элементов.

Понятно, что при наличии значительного числа элементов увеличивается количество частичных законов, для которых нелинейность является, скорее, правилом, чем исключением.

При этом некоторый закон может проявляться на значительном количестве наборов элементов, а другие законы действуют только на малом количестве этих наборов.

К новому качеству функциональных связей мы приходим, принимая из пары операций одну операцию в качестве произведения, а другую операцию в качестве суммирования.

Пусть, например, в конечной системе элементов таблице $a \text{€} b$ поставлена в соответствие операция произведения, а таблице $a \text{€} 2b$ поставлена в соответствие операция суммирования.

$a \cdot b \Rightarrow$

$a \text{€} b$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	1
2	2	3	1	2
3	3	1	2	3

$(a \text{€} b)_{m3}$

$, a + b \Rightarrow$

$a \text{€} 2b$	0	1	2	3
0	0	2	1	3
1	1	3	2	1
2	2	1	3	2
3	3	2	1	3

$(a \text{€} 2b)_{m3}$.

На основе стандартного определения якобиана

$$J(x, y, z) = (xy)z + (zx)y + (yz)x$$

проанализируем их связь вида

$$J(x, xy, xz) = (J(x, y, z)\, J(x^2, y, z))^2.$$

Получим, например, таблицу

×,+	$J(x, xy, xz)$	$J(x, y, z)$	$J(x^2, y, z)$
$x=1, y=2, z=3$	1	3	2
$x=2, y=2, z=3$	1	2	3
$x=0, y=1, z=2$	3	3	3
$x=3, y=1, z=0$	2	2	2
$x=2, y=1, z=1$	1	2	3
$x=1, y=3, z=3$	3	2	1

Согласно приведенным таблицам сумм и произведений справедливость анализируемой связи подтверждена на конечном наборе элементов.

Из таблицы на третьем и четвертом наборе элементов следуют частные законы вида

$$J(x, xy, xz) = J(x, y, z),$$
$$J(x, xy, xz) = J(x^2, y, z),$$

$$J(x^2, y, z) = J(x, y, z).$$

Проиллюстрируем еще один частный закон. На первом наборе элементов справедлива связь

$$J(x, xy, xz) = J(x, y, z) + J(x^2, y, z).$$

Следовательно, конечные системы с внутренними программами следует рассматривать и классифицировать по совокупности и спектру общих и частных законов и связей.

Наличие системы операций позволяет генерировать новые функциональные условия на основе законов, полученных из других соображений.

Проиллюстрируем этот тезис, приняв систему обозначений для тройки операций:

$$a \oplus b \Rightarrow (\times),\ a \oplus 2b \Rightarrow (+),\ a \oplus 3b \Rightarrow (-).$$

Тогда функциональное уравнение

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2) = g_1 g_2 g_3 + g_3 g_2 g_1$$

имеет решение на функции $f(\xi,\eta) = \xi\eta - \eta\xi$. Его справедливость проверена на элементах:

$g_1 = 1$	$g_2 = 2$	$g_3 = 3$
$g_1 = 2$	$g_2 = 2$	$g_3 = 3$
$g_1 = 0$	$g_2 = 1$	$g_3 = 2$
$g_1 = 3$	$g_2 = 1$	$g_3 = 0$
$g_1 = 2$	$g_2 = 1$	$g_3 = 1$
$g_1 = 3$	$g_2 = 2$	$g_3 = 1$

.

Заметим, что на элементах $x = 1, y = 2, z = 3$ все слагаемые и правая часть анализируемого функционального уравнения дают одно значение:

$$g_1 f(g_2, g_3) = f(g_1 g_2, g_3) = f(g_1, g_2 g_3) = f(g_1, g_2) = g_1 g_2 g_3 + g_3 g_2 g_1 = 3.$$

По этой причине возможна модификация знаков в базовом функциональном выражении, допуская любую их суперпозицию после первого элемента.

Фактически здесь «подсказывается» система возможных «четырехметрик» с величинами в форме элементов функционального уравнения:

$$(+\ -\ -\ -),(+\ -\ +\ -),(+\ +\ -\ -),(+\ -\ -\ +),(+\ -\ +\ +),\ldots$$

Функциональное уравнение

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2) = f(g_2, g_3) g_1$$

на этих же элементах имеет решение согласно функции $f(\xi,\eta) = \xi\eta + \eta\xi$. Следовательно, система операций генерирует систему уравнений, решения которых зависят от правой части и выбора искомой функции. Одно функциональное уравнение генерирует систему решений, которая зависит от значения в правой части уравнения, что возможно при некотором выборе искомых функций.

Стандартные функции, которые часто применяются при исследовании свойств алгебр, ассоциированы с определенными значениями правых частей функциональных уравнений. Интерпретируя антисимметричные и симметричные функции от аргументов как «проявления» единства электромагнетизма и гравитации, мы вправе рассматривать правые части функциональных уравнений в качестве «индикаторов» электромагнетизма и гравитации.

Интересно рассмотреть их произведения, суммы и разности, следуя алгоритму соответствия введенных нами операций.

Легко проверить, что мы имеем дело со «скрытым инвариантом» вида

$$(g_1g_2g_3+g_3g_2g_1)-(g_2g_3+g_3g_2)g_1=3$$

на системе указанных элементов и операций. Понятно, что обнаружить такой инвариант на обычных операция невозможно.

Другими словами, возможны инварианты, скрытые системой операций.

Прямой проверкой легко убедиться, в границах принятых условий, что для указанных элементов имеет место решение функционального уравнения вида

$$g_1 f(g_2,g_3,g_4)-f(g_1g_2,g_3,g_4)+f(g_1,g_2g_3,g_4)-f(g_1,g_2,g_3g_4)+f(g_1,g_2,g_3)g_4=f^k(g_1,g_2g_3,g_4)$$

на функции

$$f(\xi,\eta,\zeta)=(\xi\eta)\zeta+(\zeta\xi)\eta+(\eta\zeta)\xi.$$

Для пяти первых наборов элементов $k=1$, для шестого набора элементов $k=2$.

Функциональные свойства объектов с внутренними программами

Проанализируем систему из 4 объектов с внутренними связями согласно таблицам

$a+b\Rightarrow(\times)$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	1
2	2	3	1	2
3	3	1	2	3

$(a+b)_{m3}$,

$a+2b\Rightarrow(+)$	0	1	2	3
0	0	2	1	3
1	1	3	2	1
2	2	1	3	2
3	3	2	1	3

$(a+2b)_{m3}$,

исследуя их свойства на основе некоторой известной системы в форме функционального закона.

Разберем структуру слагаемых функционального уравнения

$$g_1 f(g_2,g_3,g_4)-f(g_1g_2,g_3,g_4)+f(g_1,g_2g_3,g_4)-f(g_1,g_2,g_3g_4)+f(g_1,g_2,g_3)g_4=\psi$$

на разных наборах элементов.

Введем обозначения слагаемых:

$$g_1 f(g_2,g_3,g_4)=\alpha,\ f(g_1g_2,g_3,g_4)=x,\ f(g_1,g_2g_3,g_4)=y,\ f(g_1,g_2,g_3g_4)=z,\ f(g_1,g_2,g_3)g_4=\beta.$$

случайных наборов элементов, приняв модель функции

$$f(x,y,z)=xy+yz+zx.$$

Получим набор величин:

g_1	g_2	g_3	g_4	α	x	y	z	β
0	1	2	3	2	2	3	3	2
3	2	0	1	1	1	1	1	3
1	2	3	0	1	3	3	3	3
1	1	2	2	3	2	2	1	1
3	1	3	1	1	1	1	1	1
2	3	0	2	1	2	3	2	3
0	3	1	2	2	2	2	3	3
0	1	1	1	3	3	1	1	2
1	0	1	1	2	3	3	1	2

.

На первый взгляд кажется, что функциональные слагаемые не подчинены никакому закону, что они случайны. Однако модель лупы Муфанг и элементов, которые «зеркальны» ее составляющим, генерирует систему законов, подчиненных связи

$$\alpha^k \beta = x(y(xz)) = ((xy)x)z = ((zx)y)x.$$

Проанализируем модель функциональных связей, которая имеет косвенную связь с теорией электромагнетизма и гравитации.

Базовое уравнение имеет вид

$$g_1 g_2 f(g_3, g_4) + g_2 g_3 f(g_4, g_1) + g_3 g_4 f(g_1, g_2) + g_4 g_1 f(g_2, g_3) = \sigma.$$

Введем на операциях $a \text{€} b \Rightarrow (\times), a \text{€} 2b \Rightarrow (+)$ обозначения:

$$\alpha = g_1 g_2 f(g_3, g_4), \beta = g_2 g_3 f(g_4, g_1), \gamma = g_3 g_4 f(g_1, g_2), \delta = g_4 g_1 f(g_2, g_3).$$

Получим таблицы значений на функциях $f(x, y) = xy + yx, \quad f(x, y) = xy - yx$:

g_1	g_2	g_3	g_4		α	β	γ	δ	σ	μ
0	1	2	3		1	3	2	3	2	$1^2 = 2$
3	2	0	1		2	2	1	1	1	$2^2 = 1$
1	2	3	0		1	2	3	1	1	$1 = 1$
1	1	2	2		2	1	1	1	2	$2 = 2$
3	1	3	1		1	1	1	1	1	$1 = 1$
2	3	0	2		2	3	2	1	2	$2 = 2$
0	3	3	1		3	3	1	1	1	$1 = 1$
2	2	1	2		1	1	1	1	1	$1 = 1$
0	0	1	2		3	1	1	2	2	$2 + 2$
0	3	1	2		3	1	1	2	2	$2 + 2$
0	1	1	1		1	2	2	1	2	$1^2 = 2$
1	0	1	1		1	1	2	2	2	$1^2 = 2$

,

g_1	g_2	g_3	g_4		α	β	γ	δ	σ	μ
0	1	2	3		3	3	3	3	3	$3 = 3$
3	2	0	1		3	3	3	3	3	$3 = 3$
1	2	3	0		1	3	1	3	3	$1 + 1 = 3$
1	1	2	2		3	2	3	2	2	$2 + 2 = 3$
3	1	3	1		2	2	2	2	2	$2 = 2$
2	3	0	2		1	1	1	1	1	$1 = 1$
0	3	3	1		1	1	1	1	1	$1 = 1$
2	2	1	2		2	2	2	2	2	$2 = 2$
0	0	1	2		3	1	1	3	1	$1 + 1 = 3$
0	3	1	2		1	3	1	3	3	$1 + 1 = 3$
0	1	1	1		3	3	3	3	3	$3 = 3$
1	0	1	1		3	3	3	3	3	$3 = 3$

.

В обоих случаях сумма функций связана с первой функцией соотношением

$$k\sigma = \left(g_1 g_2 f(g_3, g_4)\right)^p.$$

Эту функцию можно назвать концентратором функциональных условий.

В рассматриваемых моделях множители и показатель степени распределяют наборы элементов по множествам, которые характеризуются согласованными числами:

k	1	1	2
p	1	2	1

.

По этой причине можно группировать наборы элементов по паре указанных чисел, которые заданы концентратором.

При другом выборе базовых функции концентраторы будут другие, равно как и наборы чисел, которые их характеризуют.

Заметим, что наличие единого концентратора для двух разных функций косвенно свидетельствует о единстве электромагнитных и гравитационных явлений.

Проанализируем модель функциональных связей, которая прямую связь с теорией электромагнетизма и гравитации. Базовое уравнение на элементах, ассоциированное с едиными дифференциальными уравнениями для электромагнетизма и гравитации имеет вид

$$g_1 g_2 f(g_3, g_4) - g_1 g_3 f(g_2, g_4) + g_4 g_3 f(g_2, g_1) - g_4 g_2 f(g_3, g_1) = \sigma.$$

Введем на операциях $a \in b \Rightarrow (\cdot), a \in 2b \Rightarrow (+), a \in 3b \Rightarrow (-)$ обозначения:

$$\alpha = g_1 g_2 f(g_3, g_4), \beta = g_1 g_3 f(g_2, g_4), \gamma = g_4 g_3 f(g_2, g_1), \delta = g_4 g_2 f(g_3, g_1).$$

Получим, соответственно, таблицы значений на функциях

$$f(x, y) = xy + yx, \quad f(x, y) = xy - yx:$$

g_1	g_2	g_3	g_4		α	β	γ	δ	σ	μ
0	1	2	3		1	2	2	1	2	$1^2=2$
3	2	0	1		2	3	1	3	1	$2^2=1$
1	2	3	0		3	1	3	2	3	$3=3$
1	1	2	2		2	3	1	3	1	$2^2=1$
3	1	3	1		1	3	1	2	3	$1^3=3$
2	3	0	2		2	2	2	2	3	$2^3=3$
0	3	3	1		3	3	1	1	2	$3^{1/2}=2$
2	2	1	2		1	3	3	1	1	$1=1$
0	0	1	2		3	1	0	2	3	$3=3$
0	3	1	2		3	1	3	2	3	$3=3$
0	1	1	1		1	1	2	2	2	$1^2=2$
1	0	1	1		1	2	2	1	2	$1^2=2$

,

g_1	g_2	g_3	g_4		α	β	γ	δ	σ	μ
0	1	2	3		3	3	3	3	3	$3=3$
3	2	0	1		3	3	3	3	3	$3=3$
1	2	3	0		3	3	3	3	3	$3=3$
1	1	2	2		3	3	3	3	3	$3=3$
3	1	3	1		2	2	2	2	3	$2+2=3$
2	3	0	2		1	1	1	1	3	$1+1=3$
0	3	3	1		1	1	1	1	3	$1+1=3$
2	2	1	2		1	1	1	1	3	$1+1=3$
0	0	1	2		3	3	0	3	3	$3=3$
0	3	1	2		3	3	3	3	3	$3=3$
0	1	1	1		3	3	3	3	3	$3=3$
1	0	1	1		2	3	3	2	2	$2=2$

.

Согласно таблице, основанной на симметричной функции, имеем соответствие

$$\sigma=\alpha^{k+1}, k=-\frac{1}{2},0,1,2.$$

Согласно таблице, основанной на антисимметричной функции, имеем соответствие

$$\sigma=p\alpha,\ p=1,2.$$

Принимая для симметричной функции право на описание гравитационных явлений, а для антисимметричной функции право на описание электромагнитных явлений, мы замечаем их принципиальное функциональное различие при их анализе на основе внутренних программ. Гравитации основана на произведениях первого элемента, электромагнетизм основан на суммировании первых элементов.

Поскольку сумма одинаковых элементов (кроме нуля) равна тройке, для которой справедливы условия $3\times 3=3+3=3-3=3$, этот элемент можно рассматривать как аналог функционального нуля, что позволяет суммировать итоговые значения «под ноль».

Проанализируем функциональные свойства системы из 4 объектов на «смеси» операций. Операцию произведения определим в форме, ассоциированной с таблицей комбинаторного произведения комплексных чисел в размерности 4.

Предлагаемое математическое маневрирование имеет смысл в том, что таким способом можно найти всю систему сторон и свойств объектов и явлений, которые могут быть прямо или косвенно скрыты от стандартного анализа.

Аналогично зададим теневое структурное суммирование, ассоциированное со структурным суммированием комплексных реперов данной размерности. Таблицу «минусов» зададим по структуре сектора, ассоциированного с матрицами смежного класса группы перестановок из 4 элементов.

В итоге получим таблицы:

$(\times)$	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

,

$(+)$	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

,

$(-)$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	3	2	1	0
2	1	0	3	2
3	2	3	0	1

.

Вычислим функции

$$\alpha = g_1 g_2 f(g_3, g_4), \beta = g_1 g_3 f(g_2, g_4), \gamma = g_4 g_3 f(g_2, g_1), \delta = g_4 g_2 f(g_3, g_1),$$

$$\sigma = \alpha - \beta + \gamma - \delta.$$

Получим на функции

$$f(x, y) = xy + yx:$$

таблицу значений:

g_1	g_2	g_3	g_4		α	β	γ	δ	σ	μ
0	1	2	3		2	1	0	1	2	$2 = 2$
3	2	0	1		0	3	0	2	2	$0+0+0=2$
1	2	3	0		2	1	0	1	2	$2 = 2$
1	1	2	2		3	2	3	0	0	$3 \cdot 3 = 0$
3	1	3	1		1	3	1	3	2	$1-1=2$
2	3	0	2		2	1	1	2	3	$2-2=3$
0	3	3	1		1	1	1	1	1	$1=1$
2	2	1	2		3	0	0	3	1	$3-3=1$
0	0	1	2		3	2	0	1	2	$3^5 = 2$
0	3	1	2		0	2	0	0	2	$0+0+0=2$
0	1	1	1		2	2	3	3	1	$2+2=1$
1	0	1	1		0	3	3	0	2	$0+0+0=2$

,

Заметим, что смешение операций на симметричной функции увеличивает число законов, которые связывают сумму слагаемых с первым элементом суммы.

Система операций в данном их наборе генерирует 7 законов вида

$$\sigma = \alpha, 2\alpha, 3\alpha, \alpha - \alpha, \alpha + \alpha, \alpha^2, \alpha^5.$$

Естественно рассмотреть другие функции в предположении, что функциональные связи есть аналог «программ поведения», которым подчинены те или другие объекты.

Получим, например, на функции

$$f(x, y) = xy - yx$$

таблицу значений:

g_1	g_2	g_3	g_4		α	β	γ	δ	σ	μ
0	1	2	3		0	3	1	3	0	$0=0$
3	2	0	1		2	0	2	3	3	$2-2=3$
1	2	3	0		0	3	1	3	0	$0=0$
1	1	2	2		0	0	0	1	2	$0+0+0=2$
3	1	3	1		3	0	3	0	1	$3-3=1$
2	3	0	2		3	2	2	3	1	$3-3=1$
0	3	3	1		3	3	3	3	0	$3\times 3=0$
2	2	1	2		1	1	1	1	1	$1=1$
0	0	1	2		1	0	1	2	1	$1=1$
0	3	1	2		2	3	2	1	2	$2=2$
0	1	1	1		3	3	0	0	1	$3-3=1$
1	0	1	1		1	1	1	2	2	$1-1=2$

.

Смешение операций на антисимметричной функции также увеличивает число законов, которые связывают сумму слагаемых с первым элементом суммы. Предложенная система операций генерирует 4 закона вида

$$\sigma=\alpha, 3\alpha, \alpha-\alpha, \alpha^2.$$

Введем для рассматриваемых «концентраторов» ранг системы законов, определив его отношением числа законов на симметричной функции к числу законов на антисимметричной функции:

$$r=\frac{n(+)}{n(-)}=\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}=1{,}75.$$

Изменим операцию вычитания так, чтобы при сложении и вычитании одного «числа» получалось исходное «число». Получим таблицы:

$(\times)$	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

,

$(+)$	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

,

$(-)$	0	1	2	3
0	3	2	1	0
1	0	3	2	1
2	1	0	3	2
3	2	1	0	3

.

Вычислим величины

$$\alpha=g_1g_2 f(g_3,g_4), \beta=g_1g_3 f(g_2,g_4), \gamma=g_4g_3 f(g_2,g_1), \delta=g_4g_2 f(g_3,g_1),$$

$$\sigma=\alpha-\beta+\gamma-\delta.$$

Получим на функции

$$f(x,y)=xy+yx:$$

таблицу значений:

g_1	g_2	g_3	g_4		α	β	γ	δ	σ	μ
0	1	2	3		2	1	2	1	1	$2+2=1$
3	2	0	1		0	2	0	2	3	$0+0+0+0=3$
1	2	3	0		1	1	1	1	3	$1-1=3=1+1$
1	1	2	2		3	2	3	1	2	$\beta=\sigma$
3	1	3	1		1	3	1	1	1	$1=1$
2	3	0	2		2	1	1	2	3	$2-2=3$
0	3	3	1		0	0	1	1	3	$\gamma-\delta=3=\gamma+\delta$
2	2	1	2		3	0	0	3	3	$3=3$
0	0	1	2		3	2	0	1	3	$3=3$
0	3	1	2		1	3	0	3	2	$1+1=2$
0	1	1	1		2	2	3	3	3	$2+2=3$
1	0	1	1		2	3	3	2	2	$2=2$

.

Система законов, связывающих итоговое значение с частными выражениями, получила расширение. Но появилась новая тонкость: суммарные значения для симметричной функции тождественно равны аналогичным значениям для антисимметричной функции.

Действительно, получим на функции

$$f(x,y)=xy-yx$$

таблицу значений:

g_1	g_2	g_3	g_4		α	β	γ	δ	σ	μ
0	1	2	3		2	3	2	3	1	$2+2=1$
3	2	0	1		0	2	0	2	3	$0+0+0+0=3$
1	2	3	0		1	3	1	3	3	$1-1=3=1+1$
1	1	2	2		1	2	1	1	2	$\beta=\sigma$
3	1	3	1		3	1	3	3	1	$\beta=\sigma$
2	3	0	2		0	1	1	0	3	$0+0+0+0=3$
0	3	3	1		0	0	1	1	3	$0+0+0+0=3$
2	2	1	2		3	2	2	3	3	$3=3$
0	0	1	2		3	0	2	1	3	$3=3$
0	3	1	2		1	3	0	3	2	$1+1=2$
0	1	1	1		0	0	3	3	3	$0+0+0+0=3$
1	0	1	1		0	3	3	0	3	$0+0+0+0=3$

.

Следовательно, изменение операций может привести к тому, что одинаковые значения сумм для частных выражений совпадут для функций с разными свойствами симметрии.

Значит, важно знать всю систему операций: она может быть средством, регулирующим процессы и взаимодействия.

Главные математические истины реальности

В математике и физике широко и успешно применяется модель комплексных чисел Гаусса, действующих в рамках 2-мерного пространства. Менее широко, но не менее успешно нашла применением модель комплексных чисел Гамильтона, действующая, в частности, в рамках 4-мерного пространства.

Долгое время считалось, что невозможно расширение комплексных чисел до пространств любой конечной размерности. В частности, это ограничение было обосновано Фробениусом, доказавшим невозможность модели комплексных чисел в пространстве с размерностью 3.

Расширение и углубление спектра математических операций для матриц позволило снять установленное ограничение для действия комплексных чисел в пространствах произвольной конечной размерности [5]. С одной стороны, в практику применения вошли комбинаторная операция произведения и операция структурного суммирования. С другой стороны, объектами для указанных произведений стали реперы вида

$$0 \to 0 = 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\,,\; x \to 1 = 0 \quad i \quad 0 \quad 0\,,\; y = \to 2 = 1 \quad 0 \quad i \quad 0\,,\; z \to 3 = 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\,,$$

$$i^2 = -1\,.$$

На этой основе возможно применение модели комплексных чисел в пространствах произвольной конечной размерности.

Особый интерес представляет анализ свойств модели комплексных чисел в пространстве размерности 4. Обусловлено это, с одной стороны, тем обстоятельством, что в таких пространствах применяется модель кватернионов, что позволяет сравнивать новые результаты с уже известными результатами. С другой стороны, концепция единства электромагнетизма и гравитации на основе гипотезы о наличии 2 электрических и 2 гравитационных предзарядов, инициирует рассмотрение и анализ фундаментальных свойств новой модели комплексных чисел в 4-метрии.

Простой анализ генерирует пару таблиц для указанных реперов:

$\overset{k}{\times}$	o	x	y	z
o	o	z	y	x
x	x	$-o$	iz	iy
y	y	ix	$-o$	iz
z	z	iy	ix	$-o$

,

$\overset{st}{+}$	o	x	y	z
o	$-ix$	y	z	io
x	y	iz	$-io$	ix
y	z	$-io$	ix	iy
z	io	ix	iy	iz

.

Для удобства расчета запишем их в «теневом» варианте, дополнив таблицей разности. Разность сконструирована так, чтобы выполнялось условие $y = y + x - x$.

Таблицы имеют вид

(×)	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

,

(+)	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

,

(−)	0	1	2	3
0	3	2	1	0
1	0	3	2	1
2	1	0	3	2
3	2	1	0	3

.

Комбинаторное произведение и структурное суммирование можно формально сконструировать по простому алгоритму: произведение получается при сдвиге базовых значимых элементов вида 0, 3, 2, 1 вправо по строкам таблицы произведений, а сумме соответствует сдвигам влево по строкам таблицы сумм элементов 1, 2, 3, 0.

Таблицы, характеризующие расположение значимых элементов в таблице комбинаторных произведений, имеют вид

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Их матричное произведение генерирует таблицу

$\overset{m}{\times}$	E	a	b	c
E	E	a	b	c
a	a	b	c	E
b	b	c	E	a
c	c	E	a	b

.

С ней ассоциированы матрицы, по значимым элементам которых расположены величины, указанные в таблице структурных сумм:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Эта связь «подсказывает» естественную возможность конструировать произведения и суммы на основе пары согласованных между собой групп и смежных классов группы перестановок в пространстве с размерностью, равной количеству анализируемых объектов. Если мы имеем дело с 5 базовыми объектами, мы вправе конструировать произведения и суммы на основе матриц размерности 5 и т.д.

Заметим, что комбинаторное произведение, следуя приведенным таблицам, частично ассоциативно. Например, получим

$$2\;1\cdot3\;=2\cdot2=0\neq\;2\cdot1\;3=1\cdot3=2,$$
$$1\;1\cdot2\;=1\cdot3=2=\;1\cdot1\;2=0\cdot2=2,$$
$$1\;1\cdot3\;=1\cdot2=3\neq\;3\cdot1\;3=2\cdot3=3,$$
$$2\;1\cdot2\;=2\cdot3=3=\;2\cdot1\;2=1\cdot2=3,$$
$$2\;2\cdot1\;=2\cdot1=1\neq\;2\cdot2\;1=0\cdot1=3,\ldots$$

Суммирование ассоциативно.

Исследуем свойства введенных реперов и их таблиц с целью согласования с известными математическими моделями, а также с целью получения новых математических следствий.

a) Новые базисные комплексные числа подчинены нелинейным алгебраическим связям вида

$$\alpha = \beta,$$
$$\alpha = \ x^2 y \ \ x + x \ \ y x^2 \ \ + \ \ y x^2 \ \ x + x \ \ x^2 y \ \ ,$$
$$\beta = x^2 \ \ yx \ + \ \ xy \ \ x^2 + x^2 \ \ xy \ \ + \ \ yx \ \ x^2.$$

Так записывается модель алгебры Йордана:

$$x \circ y = y \circ x,$$
$$x^2 \circ y \ \ \circ x = x^2 \circ \ \ y \circ x \ \ ,$$
$$x \circ y = \frac{1}{2} \ \ xy + yx \ \ .$$

Она применяется в квантовой механике, в алгебре и в геометрии. По этой причине следует найти приложения новых комплексных чисел в указанных разделах, а также в топологии.

Заметим, что фундаментальная сигруппа (система групп) также подчинена условиям алгебры Йордана. Мы имеем при ее применении матрицы определенного вида и стандартную, ассоциативную операцию. Кроме этого, квадраты элементов равны единичной матрице. По этой причине условия

$$\alpha = \beta,$$
$$\alpha = \ \ y x^2 \ \ x + x \ \ x^2 y \ \ ,$$
$$\beta = x^2 \ \ xy \ \ + \ \ yx \ \ x^2$$

сводятся к тривиальному уравнению

$$yx + xy = xy + yx.$$

Ранее было доказано, что сигруппа Галилея-Лорентца подчинена условию Йордана. Более того, ему подчинены невырожденные матрицы второго порядка.

Следовательно, новые комплексные числа принадлежат категории алгебр Йордана.

b) Новые комплексные числа ассоциированы с моделью квантовых групп. Согласно стандартному подходу, алгебра с 4 образующими

$$a, b, c, d$$

в однопараметрической версии подчинена условиям:

$$ba = qab, ca = qac,$$

$$bc = cb, db = qbd, dc = qcd,$$

$$ad - da = \ \ q^{-1} - q \ \ bc.$$

Примем соответствия

$$a = 0, b = 3, c = 1, d = 2.$$

Получим

$$ab = 0 \cdot 3 = 1, ba = 3 \cdot 0 = 3 \rightarrow ba = qab, ab = qba, q = a,$$

$$ca = 1 \cdot 0 = 1, ac = 0 \cdot 1 = 3 \rightarrow ca = qac, ac = qca, q = a,$$

$$bc = 3 \cdot 1 = 2, cb = 1 \cdot 3 = 2 \rightarrow bc = cb, cb = bc,$$

$$db = 2 \cdot 3 = 3, bd = 3 \cdot 2 = 1 \rightarrow db = qbd, bd = qdb, q = a,$$

$$dc = 2 \cdot 1 = 1, cd = 1 \cdot 2 = 3 \rightarrow dc = qcd, cd = qdc, q = a.$$

Проанализируем оставшееся условие стандартной теории. Получим

$$ad - da = 0 \cdot 2 - 2 \cdot 0 = 2 - 2 = 3,$$

$$bc = 2,$$

$$3 = \; q^{-1} - q \;\; 2 = 1 \cdot 2 = 3 \rightarrow q^{-1} - q = 1,$$

$$q^{-1} = 2.$$

Следовательно, мы вправе рассматривать новые комплексные числа как аналог модели квантовых групп, алгебра которых описывается указанными условиями.

Кроме отмеченного «сходства», мы находим существенные отличия. Они понятны следуя алгоритмам представления объектов, выполняющих роль параметров алгебры.

Действительно, для величины $q = 0$ есть её самостоятельное ведение, а также ее выражения через другие элементы алгебры:

$$a^2 = b^2 = c^2 = d^2 = 0,$$

$$a + d = b + c = c + b = d + a = 0,$$

$$a - d = b - a = c - b = d - c = 0.$$

Для величины $q = 2$ есть её самостоятельное ведение, а также выражения через другие элементы алгебры:

$$ac = bd = ca = db = 2,$$

$$a + b = b + a = c + d = d + c = 2,$$

$$a - b = b - c = c - d = d - a = 2.$$

Подставляя в исходные уравнения указанные величины, мы получаем семейство новых математических моделей. Оно естественно генерируется новыми комплексными числами.

Более того, параметрами алгебр являются их образующие и функции от них. Поэтому эти модели представляют интерес для исследования и практики.

c) Качественно иные функциональные связи новых комплексных единиц следуют из таблиц их произведений и суммирований.

Проанализируем тройные суммы:

$$
\begin{array}{llll}
0+0+0=2, & 1+0+1=0, & 2+0+2=2, & 3+0+3=0, \\
0+1+0=3, & 1+1+1=1, & 2+1+2=3, & 3+1+3=1, \\
0+2+0=0, & 1+2+1=2, & 2+2+2=0, & 3+2+3=2, \\
0+3+0=1, & 1+3+1=3, & 2+3+2=1, & 3+3+3=3.
\end{array}
$$

Поскольку

$$
\begin{gathered}
2+2=0+0=1, \\
3+3=1+1=3
\end{gathered}
$$

получим закон

$$\alpha+\sigma+\alpha \;+\; \alpha+\sigma+\alpha \;=\; \beta+\sigma+\beta \;+\; \beta+\sigma+\beta \;.$$

Проиллюстрируем выполнение другого закона:

$$\eta\eta \quad \eta+\eta \;=\; \xi+\eta\eta+\xi \quad\; \xi+(\eta+\eta)+\xi \;\;.$$

Пусть $\eta=1$. Тогда

$$\eta\eta=0, \eta+\eta=3, \;\; \alpha\;\; 1 \;=\; \eta\eta \quad \eta+\eta \;\; =0\cdot 3=1,$$

$$
\begin{aligned}
&\beta\;\; 1 \;=\; 1+0+1 \quad 1+3+1 \;\; =0\cdot 3=1, \\
&\beta\;\; 2 \;=\; 2+0+2 \quad 2+3+2 \;\; =2\cdot 1=1, \\
&\beta\;\; 3 \;=\; 3+0+3 \quad 3+3+3 \;\; =0\cdot 3=1, \\
&\beta\;\; 0 \;=\; 0+0+0 \quad 0+3+0 \;\; =2\cdot 1=1,\ldots
\end{aligned}
$$

Другие варианты проверяются аналогично.

d) Новые комплексные числа имеют свойства суперсимметрии. Проиллюстрируем этот тезис примерами.

Переобозначим для удобства записи систему исследуемых величин:

$$0 \to x_0, 1 \to x_1, 2 \to x_2, 3 \to x_3.$$

Введем с учетом суммирования индексов пару операций суперсимметричного типа:

$$A \to x_i x_j + \;\; -1 \;^{i+j}\; x_j x_i,$$

$$B \to x_i x_j + \;\; -1 \;^{i+j+1}\; x_j x_i.$$

Индексы суперсимметричности могут выбираться по-разному. В рассматриваемом случае суммирование проводится по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц.

Получим пару таблиц:

A	0	1	2	3
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1

,

B	0	1	2	3
0	3	1	3	1
1	1	3	1	3
2	3	1	3	1
3	1	3	1	3

.

Обратим внимание на существенную зависимость результата действующих операций от множителя, который выполняет функцию индикатора суперсимметрии. Эта тонкость важна с точки зрения управления законами, которым подчинено множество. «Незначительное», на первый взгляд, изменение операции может обеспечить качественно новые итоги действия операций. Конечно, индикатор симметрии можно трактовать как внутренний фактор управления для исследуемой системы, если принять в качестве внешних факторов управления операции произведения и суммирования.

Заметим, что первая операция во всех случаях генерирует элемент

$$1 \to \begin{matrix} 0 & i & 0 & 0 \end{matrix} .$$

Для двумерного пространства этот элемент есть аналог комплексных чисел Гаусса. Вторая операция генерирует пару элементов:

$$1 \to \begin{matrix} 0 & i & 0 & 0 \end{matrix}, 3 \to \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & i \end{matrix} .$$

В этой модели генерируются аналоги чисел Гаусса и Гамильтона.

Операции не генерируют в рассматриваемом приближении репера трехмерного пространства $2 \to \begin{matrix} 0 & 0 & i & 0 \end{matrix}$. Из таблицы произведений следуют алгоритмы генерации этого репера:

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0 \cdot 1 \cdot 1 = 3 \cdot 1 = 2,$$
$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 0 \cdot 3 \cdot 3 = 1 \cdot 3 = 2,$$
$$3 \cdot 1 = 2, 1 \cdot 3 = 2,$$
$$3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 = 2 \cdot 3 \cdot 1 = 3 \cdot 1 = 2,$$
$$1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 = 2 \cdot 1 \cdot 3 = 1 \cdot 3 = 2.$$

Этот же репер генерируют произведения

$$1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 = 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 = 2.$$

Следовательно, $B-$операция многократно превосходит $A-$ операцию по возможностям генерации комплексного репера для трехмерного пространства.

Возможно, именно «препятствия» такого плана не позволили Фробениусу сконструировать модель комплексного пространства размерности 3.

Обобщение алгебры Йордана

Проанализируем функциональные свойства новых комплексных чисел в пространстве размерности 4 на основе операции для ее базовых элементов вида

$$x \circ y = (xyx + yxy).$$

Заметим, что элементы умножаются по комбинаторному произведению и суммируются на основе операции структурного суммирования.

Проверим справедливость функциональной связи

$$(x^3 \circ y) \circ x = x^3 \circ (y \circ x).$$

В этом случае необходимо выполнение условий

$$\begin{gathered}
\alpha = \beta, \\
\alpha = axa + bxb + axb + bxb + xax + xbx, \\
a = x^3 y x^3, b = y x^3 y, \\
\beta = x^3 p x^3 + x^3 s x^3 + p x^3 p + p x^3 s + s x^3 p + s x^3 s, \\
p = yxy, s = xyx.
\end{gathered}$$

Дополнительно введем функции

$$\begin{gathered}
\alpha^* = (axa)(bxb)(ax)(bxb)(xax)(xbx), \\
\beta^{*\cdot} = (x^3 p x^3)(x^3 s x^3)(p x^3 p)(p x^3 s)(s x^3 p)(s x^3 s).
\end{gathered}$$

Выполним расчеты, из которых следует таблица значений:

x	y	α	α^*	β	β^*	$\alpha+\alpha^*$	$\beta+\beta^*$	$\alpha\alpha^*$	$\beta 0 \beta^*$
0	0	1	0	1	0	2	2	1	1
0	1	2	3	2	3	2	2	3	3
0	2	3	2	3	2	2	2	1	1
0	3	0	1	0	1	2	2	3	3
1	0	0	3	2	1	0	0	1	1
1	1	1	2	3	0	0	0	3	3
1	2	2	1	0	3	0	0	1	1
1	3	3	0	1	2	0	0	3	3
2	0	3	2	3	2	2	2	1	1
2	1	2	3	2	3	2	2	3	3
2	2	1	0	1	0	2	2	1	1
2	3	2	3	2	3	2	2	3	3
3	0	2	1	0	3	0	0	1	1
3	1	3	0	1	2	0	0	3	3
3	2	0	3	2	1	0	0	1	1
3	3	3	0	3	0	0	0	3	3

Согласно таблице, справедлива предполагаемая функциональная связь.

Кроме этого, имеют место дополнительные законы:

$$\alpha+\alpha^{*}=\beta+\beta^{*},$$
$$\alpha\cdot\alpha^{*}=\beta\cdot\beta^{*}.$$

На них можно обосновать многообразие нелинейных функциональных законов.

Следовательно, мы вправе предположить, что новые комплексные числа размерности 4 имеют богатый спектр функциональных законов. По этой причине они могут быть полезны в решении ряда теоретических и практических задач.

Возможны разные варианты объединения указанных функций в форме условий равновесия. В частности, хотя $\alpha+\alpha^{*}\neq\alpha\cdot\alpha^{*}$, выполняются равенства

$$(\alpha+\alpha^{*})(\alpha\cdot\alpha^{*})(\alpha+\alpha^{*})=(\alpha+\alpha^{*})+(\alpha\cdot\alpha^{*})+(\alpha+\alpha^{*}),$$

$$(\alpha\cdot\alpha^{*})(\alpha+\alpha^{*})(\alpha\cdot\alpha^{*})=(\alpha\cdot\alpha^{*})+(\alpha+\alpha^{*})+(\alpha\cdot\alpha^{*}).$$

Из простого расчета имеем также функциональное равенство

$$x\cdot y\cdot x\cdot y\cdot x=x+y+x+y+x.$$

Проиллюстрируем его выполнение

$$x=3, y=0\rightarrow 3\cdot 0\cdot 3\cdot 0\cdot 3=3+0+3+0+3=1,$$

$$x=3, y=1\rightarrow 3\cdot 1\cdot 3\cdot 1\cdot 3=3+1+3+1+3=3,$$

$$x=3, y=2\rightarrow 3\cdot 2\cdot 3\cdot 2\cdot 3=3+2+3+2+3=1,$$

$$x=3, y=3\rightarrow 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3=3+3+3+3+3=3.$$

Место данных переменных могут занимать, в частности, рассмотренные ранее функции. По этой причине ясно, что анализируемая система имеет «богатые» функциональные стороны и свойства.

Заметим, что анализируемое множество имеет свойство, которое можно назвать обобщенной или функциональной коммутативностью:

$$(xyyx)(yxxy)=(yxxy)(xyyx),$$
$$xyyx\neq yxxy,$$
$$xy\neq yx.$$

Указанные свойства и функциональные равенства могут быть существенно расширены. Эти факты инициируют активную познавательную деятельность в направлении применения полученных сведений на практике. Речь идет о конструировании новых алгебр и геометрий, а также их приложений в расчетных моделях. Заметим, что функциональные свойства имеют «циклическую» структуру, которая, что естественно, обусловлена «циклическими» свойствами применяемых операций.

Функциональные проекторы для новых комплексных чисел

Новые комплексные числа подчинены таблицам

$(\times)$	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

,

$(+)$	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

,

$(-)$	0	1	2	3
0	3	2	1	0
1	0	3	2	1
2	1	0	3	2
3	2	1	0	3

.

Представим таблицу связей для действия функции вычитания. Получим

$$0+0-0=1-0=0, \quad 1+0-0=2-0=1, \quad 2+0-0=3-0=2, \quad 3+0-0=0-0=3,$$
$$0+1-1=2-1=0, \quad 1+1-1=3-1=1, \quad 2+1-1=0-1=2, \quad 3+1-1=1-1=3,$$
$$0+2-2=3-2=0, \quad 1+2-2=0-2=1, \quad 2+2-2=1-2=2, \quad 3+2-2=2-2=3,$$
$$0+3-3=0-3=0, \quad 1+3-3=1-3=1, \quad 2+3-3=2-3=2, \quad 3+3-3=3-3=3.$$

Здесь применена формула

$$x-y=(x+y)-y.$$

Рассмотрим несколько выражений, определив их как функциональные проекторы. Это название обосновано тем соображением, что они генерируют одно значение на паре любых двух элементов анализируемого множества с указанными операциями.

Легко проверить генерацию единственного элемента, обозначенного числом 1, на основе «зеркальных» функций вида

$$x(x+y)+(y+x)x=1,$$
$$(x+y)(x+y+x)+(x+y+x)(y+x)=1,$$
$$(x+y)(y+x+y)+(y+x+y)(y+x)=1,$$
$$(x+x)(x+y)+(y+x)(x+x)=1.$$

Проиллюстрируем этот факт частным примером на функции $x(x+y)+(y+x)x$:

$$x=3, y=0 \to 3(3+0)+(0+3)3=3\cdot 0+0\cdot 3=3+1=1,$$
$$x=3, y=1 \to 3(3+1)+(1+3)3=3\cdot 1+1\cdot 3=2+2=1,$$
$$x=3, y=2 \to 3(3+2)+(2+3)3=3\cdot 2+2\cdot 3=1+3=1,$$
$$x=3, y=3 \to 3(3+3)+(3+3)3=3\cdot 3+3\cdot 3=0+0=1.$$

Заметим, что другие элементы могут быть получены из указанных функций на основе выражений, следующих из приведенных таблиц:

$$0=1\cdot 1, 3=1\cdot 1\cdot 1, 2=1\cdot 1\cdot 1\cdot 1.$$

Здесь новые комплексные числа ассоциированы с математическими технологиями генерации элементов. Вероятно, они могут найти реализацию в технических устройствах, учитывающих структуру и операции для новых комплексных чисел.

Связь новых комплексных чисел с электродинамикой

Основная идея состоит в том, что возможна связь дифференциальных уравнений электродинамики с алгебраическими свойствами многочленов, образованных по аналогии с электродинамикой на основе объектов в форме базовых комплексных чисел.

Проанализирует одну из таких возможностей.

Запишем в стандартном виде тензор электромагнитного поля

$F_{mn} =$

	1	2	3	0
1	0	B_z	$-B_y$	$-iE_x$
2	$-B_z$	0	B_x	$-iE_y$
3	B_y	$-B_x$	0	$-iE_x$
0	iE_x	iE_y	iE_z	0

$\to F_{12} = B_z, F_{21} = -B_z, \ldots$

Применяя координаты $x, y, z, ict = x_0$, имеем уравнения электродинамики Максвелла:

$$1\ \ 2\ \ 3\ \to \partial_1 F_{23} + \partial_2 F_{31} + \partial_3 F_{12} = 0 \Rightarrow \partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0,$$

$$2\ \ 3\ \ 0\ \to \partial_2 F_{30} + \partial_3 F_{02} + \partial_0 F_{23} = 0 \Rightarrow\ -i\left(\partial_y E_z - \partial_z E_y + \frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t}\right) = 0,$$

$$3\ \ 0\ \ 1\ \to \partial_3 F_{01} + \partial_0 F_{13} + \partial_1 F_{30} = 0 \Rightarrow\ i\left(\partial_z E_x - \partial_x E_z + \frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t}\right) = 0,$$

$$0\ \ 1\ \ 2\ \to \partial_0 F_{12} + \partial_1 F_{20} + \partial_2 F_{01} = 0 \Rightarrow\ -i\left(\partial_x E_y - \partial_y E_x + \frac{1}{c}\frac{\partial B_z}{\partial t}\right) = 0.$$

Заметим, что индексы для начальных элементов в выражениях соответствуют сдвигам друг за другом элементов исходного их набора $1\ \ 2\ \ 3\ \ 0$.

Для реализации сформулированной идеи сделаем три «шага».

Во-первых, сопоставим каждому из указанных дифференциальных выражений алгебраическое выражение, согласованное с ними по алгоритму вида

$$1\ \ 2\ \ 3\ \to \partial_1 F_{23} + \partial_2 F_{31} + \partial_3 F_{12} = 0 \to g_1 f\ \ g_2, g_3\ \ + g_2 f\ \ g_3, g_1\ \ + g_3 f\ \ g_1, g_2\ \ =\ \psi_1, \varphi_1\ \ ,\ldots$$

Пусть первая функция соответствует антисимметричной функции в анализируемом выражении, а вторая функция аналогично соответствует симметричной функции.

Во-вторых, учтем найденную ранее связь новых комплексных чисел с алгоритмом квантовых групп, приняв соответствие

$$g_0 \to 0, g_1 \to 3, g_2 \to 2, g_3 \to 1.$$

В-третьих, конкретизируем введенную функцию, обеспечив ее антисимметрией в соответствии с тем, что антисимметричен тензор, характеризующий электромагнитное поле

$$f\ \ g_m, g_n\ \ = g_m \cdot g_n - g_n \cdot g_m.$$

Приведенное выше уравнение генерирует такую связь элементов:

$$(1\quad 2\quad 3) \to \psi_1 = 3(2\cdot 1 - 1\cdot 2) + 2(1\cdot 3 - 3\cdot 1) + 1(3\cdot 2 - 2\cdot 3) =$$

$$= 3\cdot 1 + 2\cdot 3 + 1\cdot 1 = 2 + 3 + 0 = 3,\ldots$$

На симметричной функции

$$f(g_m, g_n) = g_m \cdot g_n + g_n \cdot g_m$$

аналогично получим

$$(1\quad 2\quad 3) \to \varphi_1 = 3(2\cdot 1 + 1\cdot 2) + 2(1\cdot 3 + 3\cdot 1) + 1(3\cdot 2 + 2\cdot 3) =$$

$$= 3\cdot 1 + 2\cdot 1 + 1\cdot 1 = 2 + 1 + 0 = 1,\ldots$$

Проведя простые вычисления на основе таблиц для новых комплексных чисел, получим итоговые значения

$(1\quad 2\quad 3)$	$\varphi_1 = 1$	$\psi_1 = 3$
$(2\quad 3\quad 0)$	$\varphi_2 = 0$	$\psi_2 = 2$
$(3\quad 0\quad 1)$	$\varphi_3 = 3$	$\psi_3 = 1$
$(0\quad 1\quad 2)$	$\varphi_0 = 2$	$\psi_0 = 0$

Примем модель скалярного произведения объектных векторов:

$$(\vec{\varphi}\cdot\vec{\psi}) = 1\cdot 3 + 0\cdot 2 + 3\cdot 1 + 2\cdot 0 = 2 + 2 + 2 + 2 = 3.$$

Обратим теперь внимание на строки и столбцы таблиц для новых комплексных чисел:

$(\times)$	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

,

$(+)$	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

,

$(-)$	0	1	2	3
0	3	2	1	0
1	0	3	2	1
2	1	0	3	2
3	2	1	0	3

.

Анализируемые объектные 4-векторы «расположены» во первой и третьей строках таблицы вычитания. Другие строки и столбцы аналогичны выражениям, полученным из других алгебраических выражений.

Естественно проанализировать все скалярные произведения всех строк и столбцов в приведенных таблицах.

Легко проверить, что все скалярные произведения строк на строки, равно как и столбцов на столбцы дают одно значение, равное числу 3. Фактически мы имеем модель объектных магических квадратов.

Если заменить произведение элементов в строках или столбцах на суммирование, мы получим для всех таблиц величины, характеризуемые числами 1, 3. Аналогичный результат получается при вычитании соответствующих элементов с последующим их суммированием.

Если просуммированные значения перемножить, мы получим для строк и столбцов значение, задаваемое числом 2, при их вычитании произведение равно числу 0.

Алгебра с делением

Проанализируем свойства системы реперов вида

$$0\to\ 1\quad 0\quad 0\quad 0\ ,1\to\ 0\quad 1\quad 0\quad 0\ ,2\to\ 0\quad 0\quad 1\quad 0\ ,3\to\ 0\quad 0\quad 0\quad 1$$

на системе операций

(×)	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

,

(+)	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

,

(:)	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

,

(–)	0	1	2	3
0	3	2	1	0
1	0	3	2	1
2	1	0	3	2
3	2	1	0	3

.

Элемент 0 выполняет функцию правой единицы по умножению, элемент 3 есть ноль по суммированию. Таблицы деления и вычитания сконструированы согласно паре предположений.

Таблица делений корректна по логике выражения $p\times a\ :a=p.$ В такой модели

$$\begin{gathered}(0\times 0):0=0:0=0,(0\times 1):1=3:1=0,(0\times 2):2=2:2=0,(0\times 3):3=1:3=0,\\(1\times 0):0=1:0=1,(1\times 1):1=0:1=1,(1\times 2):2=3:2=1,(1\times 3):3=2:3=1,\\(2\times 0):0=2:0=2,(2\times 1):1=1:1=2,(2\times 2):2=0:2=2,(2\times 3):3=3:3=2,\\(3\times 0):0=3:0=3,(3\times 1):1=2:1=3,(3\times 2):2=1:2=3,(3\times 3):3=0:3=3.\end{gathered}$$

Таблица вычитаний корректна по логике выражения $p+a\ -a=p.$ В такой модели

$$\begin{gathered}(0+0)-0=1-0=0,(0+1)-1=2-1=0,(0+2)-2=3-2=0,(0+3)-3=0-3=0,\\(1+0)-0=2-0=1,(1+1)-1=3-1=1,(1+2)-2=0-2=1,(1+3)-3=1-3=1,\\(2+0)-0=3-0=2,(2+1)-1=0-1=2,(2+2)-2=1-2=2,(2+3)-3=2-3=2,\\(3+0)-0=0-0=3,(3+1)-1=1-1=3,(3+2)-2=2-2=3,(3+3)-3=3-3=3.\end{gathered}$$

Структурно согласованы с изменением мест элементов таблицы произведения и вычитания:

$\xi,\otimes$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
×	0	3	2	1
–	3	2	1	0

.

На этой основе можно проводить расширение таблиц для большего числа реперов.

Структурно согласованы с изменением мест элементов таблицы суммирования и деления:

$\xi,\oplus$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
+	1	2	3	0
:	0	1	2	3

.

Это согласование можно применять для систем с другим набором элементов.

Полная система операций для введенных объектов получена из пары операций в форме произведения и суммирования, генерируя операции вычитания и деления на алгоритме сдвига значимых элементов на один шаг, а также согласовывая новые таблицы со структурой элементов базовых таблиц.

Понятно, что такой алгоритм является частным. Допускается система разных операций, а также алгоритмов их согласования между собой. В определенном смысле мы имеем «лукошко» для выбора различных операций для тех объектов, свойства которых мы желаем исследовать или проверить такую возможность.

Исследование систем объектов с применением системы согласованных операций можно назвать операционным зондированием.

Проанализируем свойства системы таблиц, рассматривая действия введенных операций на наборах элементов:

×				+				:				−			
0	3	2	1	1	2	3	0	0	1	2	3	3	2	1	0
1	0	3	2	2	3	0	1	1	2	3	0	0	3	2	1
2	1	0	3	3	0	1	2	2	3	0	1	1	0	3	2
3	2	1	0	0	1	2	3	3	0	1	2	2	1	0	3

.

Каждая операция генерирует на указанных наборах элементов свою «картину»:

$$\left((\times)\Rightarrow\begin{pmatrix}2&0&2&0\\0&2&0&2\\2&0&2&0\\0&2&0&2\end{pmatrix}\right),\quad\left(+\Rightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}\right),\quad\left(:\Rightarrow\begin{pmatrix}3&3&3&3\\3&3&3&3\\3&3&3&3\\3&3&3&3\end{pmatrix}\right),\quad\left(-\Rightarrow\begin{pmatrix}0&2&0&2\\2&0&2&0\\0&2&0&2\\2&0&2&0\end{pmatrix}\right).$$

Операции умножения и вычитания согласованно генерируют на каждом наборе элементы 0,2. Операции суммирования и деления независимо генерируют на каждом наборе элементы 1,3.

Функциональная дополнительность системы операций может рассматриваться также как «подсказка» возможности технологических режимов для генерации разных совокупностей элементов, применяя алгоритм смены операций.

Поскольку операций может быть не меньше, чем объектов, в любой ситуации и при всех обстоятельствах желательно рассматривать набор объектов и операций, необходимых и достаточных не только для описания достигнутой практики, но и для прогнозирования новых ситуаций, обстоятельств и возможностей.

Заметим, что определители матриц в форме таблиц для разных операций генерируют разные элементы:

$$\det\begin{pmatrix}3&2&1&0\\0&3&2&1\\1&0&3&2\\2&1&0&3\end{pmatrix}=0,\det\begin{pmatrix}0&1&2&3\\1&2&3&0\\2&3&0&1\\3&0&1&2\end{pmatrix}=1,\det\begin{pmatrix}0&3&2&1\\1&0&3&2\\2&1&0&3\\3&2&1&0\end{pmatrix}=2,\det\begin{pmatrix}1&2&3&0\\2&3&0&1\\3&0&1&2\\0&1&2&3\end{pmatrix}=3.$$

Этот пример с другой стороны иллюстрирует функциональную дополнительность операций в системе анализируемых объектов.

Шпуры рассматриваемых матриц одинаковы:

$$Sp\begin{pmatrix}3&2&1&0\\0&3&2&1\\1&0&3&2\\2&1&0&3\end{pmatrix}=Sp\begin{pmatrix}0&1&2&3\\1&2&3&0\\2&3&0&1\\3&0&1&2\end{pmatrix}=Sp\begin{pmatrix}0&3&2&1\\1&0&3&2\\2&1&0&3\\3&2&1&0\end{pmatrix}=Sp\begin{pmatrix}1&2&3&0\\2&3&0&1\\3&0&1&2\\0&1&2&3\end{pmatrix}=3.$$

Определители без знаков «минус» генерируют значения

$$\mathrm{d}a\mathrm{t}\begin{pmatrix}3&2&1&0\\0&3&2&1\\1&0&3&2\\2&1&0&3\end{pmatrix}=2,\mathrm{d}a\mathrm{t}\begin{pmatrix}0&1&2&3\\1&2&3&0\\2&3&0&1\\3&0&1&2\end{pmatrix}=0,\mathrm{d}a\mathrm{t}\begin{pmatrix}0&3&2&1\\1&0&3&2\\2&1&0&3\\3&2&1&0\end{pmatrix}=2,\mathrm{d}a\mathrm{t}\begin{pmatrix}1&2&3&0\\2&3&0&1\\3&0&1&2\\0&1&2&3\end{pmatrix}=0.$$

Примем точку зрения, что наборы элементов в строках или столбцах есть компоненты объектных 4-векторов. Применим к ним операцию скалярного произведения на основе введенных объектных операций. Проиллюстрируем алгоритм примерами. Рассмотрим строки таблицы умножений как 4-векторы:

$$\alpha=\ 0\ \ 3\ \ 2\ \ 1\ ,\beta=\ 1\ \ 0\ \ 3\ \ 2\ ,\gamma=\ 2\ \ 1\ \ 0\ \ 3\ ,\delta=\ 3\ \ 2\ \ 1\ \ 0\ .$$

$$\alpha\beta=\alpha\gamma=\alpha\delta=\beta\gamma=\beta\delta=\delta\gamma=\delta\beta=\delta\alpha=\gamma\beta=\gamma\alpha=\beta\alpha=3.$$

Аналогичную «нормировку» проявляют столбцы таблицы произведений:

$$a=\ 0\ \ 1\ \ 2\ \ 3\ ,b=\ 3\ \ 0\ \ 1\ \ 2\ ,b=\ 2\ \ 3\ \ 0\ \ 1\ ,b=\ 1\ \ 2\ \ 3\ \ 0\ .$$

Ситуация «сохраняется» для всех остальных таблиц: система таблиц подчинена единой, глобальной нормировке по скалярному произведению 4-векторов в форме строк или столбцов для таблиц, характеризующих операции.

Имеет место также глобальная «зеркальная» относительно знака равенства, функциональная связь для рассматриваемых элементов

$$abcd+bcda+cdab+dabc=cbad+badc+adcb+dcba.$$

Понятно, что желательно получить полный набор функциональных равновесий.

Отметим устойчивость генерации элементов на одном их наборе при изменении расположения элементов, следуя структуре группы перестановок. Проиллюстрируем это свойство примером. Проанализируем на системе введенных операций генерацию элементов множества. Получим соответствия вида

0	0	1	3
0	0	3	1
1	3	0	0
3	1	0	0
A			
0	0	0	0
1	1	3	3
0	0	2	2
3	3	3	3

,

0	3	1	0
3	0	0	1
1	0	0	3
0	1	3	0
B			
0	0	0	0
1	3	3	1
0	2	2	0
3	3	3	3

,

0	1	0	3
1	0	3	0
0	3	0	1
3	0	1	0
C			
0	0	0	0
1	3	1	3
0	2	0	2
3	3	3	3

,

0	0	3	1
0	0	1	3
3	1	0	0
1	3	0	0
D			
0	0	0	0
1	1	3	3
0	0	2	2
3	3	3	3

,

0	3	0	1
3	0	1	0
0	1	0	3
1	0	3	0
E			
0	0	0	0
1	3	1	3
0	2	0	2
3	3	3	3

,

0	1	3	0
1	0	0	3
3	0	0	1
0	3	1	0
F			
0	0	0	0
1	3	3	1
0	2	2	0
3	3	3	3

.

«Независимость» набора генерируемых элементов от класса элементов системы подстановок проявляет себя как дополнительное глобальное свойство анализируемой системы элементов с введенной системой операций. Нулевые элементы в рассматриваемом случае генерирует операция деления. Элементы 1,3 генерирует операция вычитания. Операция произведения дает элементы 0,2. Операция суммирования поставляет элемент 3.

Система объектов с данной системой операций имеет специальные функциональные свойства. Проиллюстрирует этот тезис примерами.

Например, в системе имеет место на любой анализируемой операции функциональное равенство типа «пирамиды»:

$$x(\xi)x^2(\xi)x^3(\xi)x^4(\xi)x^5 = x^5(\xi)x^4(\xi)x^3(\xi)x^2(\xi)x.$$

Символом ξ обозначена одна из операций: $(\times),(+),(\ ),(-)$. Степени элементов заданы на основе комбинаторного произведения.

На любом наборе из 4 элементов имеет место равновесие объектных «метрик»:

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2=(\alpha^2-\beta^2-\gamma^2-\delta^2)+(\alpha^2-\beta^2-\gamma^2-\delta^2).$$

Специфика объектных операций

Объектные операции получены были ранее формально, следуя определенному алгоритму действия со значимыми элементами системы реперов

$$0 \to 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ,1 \to 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ ,2 \to 0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ ,3 \to 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ .$$

Покажем, что с таблицами ассоциированы движения диэдра, которые наглядно иллюстрируют условия и обстоятельства действия анализируемых элементов друг на друга.

Рассмотрим отдельно каждую строку таблицы произведений, сопоставляя им по базовой диаграмме расположений те ее изменения, которые обусловлены действие конкретного элемента. Получим соответствия вида

3		0
2		1

×	0	1	2	3
0	0	3	2	1

1		0
2		3

,

3		0
2		1

×	0	1	2	3
1	1	0	3	2

2		1
3		0

,

3		0
2		1

×	0	1	2	3
2	2	1	0	3

3		2
0		1

,

3		0
2		1

×	0	1	2	3
3	3	2	1	0

0		3
1		2

.

Такие действия характеризуют вращения диэдра по диагоналям и зеркальное отражение относительно осей, проходящих через центр диэдра.

Аналогично представим действия суммирований (повороты на 90 градусов):

3		0
2		1

+	0	1	2	3
0	1	2	3	0

0		1
3		2

,

3		0
2		1

+	0	1	2	3
1	2	3	0	1

1		2
0		3

,

3		0
2		1

+	0	1	2	3
2	3	0	1	2

2		3
1		0

,

3		0
2		1

+	0	1	2	3
3	0	1	2	3

3		0
2		1

.

На операции вычитания получим соответствия вида

3		0
2		1

–	0	1	2	3
0	3	2	1	0

0		3
1		2

,

3		0
2		1

–	0	1	2	3
1	0	3	2	1

1		0
2		3

,

3		0
2		1

–	0	1	2	3
2	1	0	3	2

2		1
3		0

,

3		0
2		1

–	0	1	2	3
3	2	1	0	3

3		2
0		1

.

Такие действия характеризуют вращения диэдра по диагоналям и зеркальное отражение относительно осей, проходящих через центр диэдра. По этой причине такая операция аналогична действиям, характеризующим произведение реперов.

Аналогично представим действия суммирований, задающих аналогично операции суммирования повороты на 90 градусов:

3		0
2		1

:	0	1	2	3
0	0	1	2	3

3		0
2		1

,

3		0
2		1

:	0	1	2	3
1	1	2	3	0

0		1
3		2

,

3		0
2		1

:	0	1	2	3
2	2	3	0	1

1		2
0		3

,

3		0
2		1

:	0	1	2	3
3	3	0	1	2

2		3
1		0

.

В силу указанных обстоятельств мы вправе интерпретировать систему реперов как систему объектов с собственными программами действий на каждой из операций, которая введена в их «сознание», по программам, которые «различают», на какой объект они влияют.

Заметим, что анализируемые возможности характерны для простых ситуаций с геометрической точки зрения. Соотношение элементов и их свойства меняются естественным путем, если вместо диэдра рассматривается соответствие фигур с более сложной геометрией. Если объекты расположены, например, на трапеции с разными сторонами, «зеркала» и повороты следует рассматривать с «добавками».

Синтез комбинаторной и матричной операций

Операция комбинаторного произведения реперов

$$0\to 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ,1\to 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ ,2\to 0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ ,3\to 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1$$

генерирует на операции почленного произведения и суммирования по «местам» таблицу со структурными составляющими в виде канонических матриц

$\overset{k}{\times}$	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

$$= 0\cdot E + 3\cdot a + 2\cdot b + 3\cdot c.$$

Матрицы имеют вид

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

При оценке отношений между объектами с ориентацией на первую матрицу, реализованной по значениям мест единиц в строке матриц получим систему графов вида

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & & \\\hline 3& &2\\\hline\end{array}\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & & \\\hline 3& &2\\\hline\end{array},\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & & \\\hline 3& &2\\\hline\end{array}\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1& &2\\\hline & & \\\hline 4& &3\\\hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & & \\\hline 3& &2\\\hline\end{array}\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 2& &3\\\hline & & \\\hline 1& &4\\\hline\end{array},\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & & \\\hline 3& &2\\\hline\end{array}\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 3& &4\\\hline & & \\\hline 2& &1\\\hline\end{array}.$$

Им соответствуют вращения «диэдра» против часовой стрелки. Ситуация не изменится, если в качестве базовой матрицы выбрать другую матрицу. Мы опять получим систему вращений «графов» на 90 градусов. По этой причине в модели отсутствуют «зеркальные» операции, которые принято называть отражениями.

Они естественны в других ситуациях. По этой причине модель комбинаторных произведений недостаточна для генерации полной системы графов.

Если рассматривать условие полноты графов как требование полноты системы математических операций, тогда требуется найти дополнительную операцию или их систему, которая обеспечивает желаемую полноту.

Заметим, что на данной стадии корректно определить матричную операцию в форме согласованного произведения строк на столбцы. В этом случае получим таблицу произведения анализируемых матриц

$\overset{m}{\times}$	E	a	b	c
E	E	a	b	c
a	a	b	c	E
b	b	c	E	a
c	c	E	a	b

$$=E\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+a\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Именно эти матрицы генерируются другим способом на основе таблицы структурного суммирования исходных реперов:

$+$	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

$$=1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

По-прежнему система их графов обеспечивает вращения. Понятно, что так «отражается» специфика операции структурного суммирования.

Все эти связи свидетельствуют о взаимной дополнительности трех указанных операций, что обеспечивает возможность их согласованного применения в расчетных моделях.

Заметим, что в итоге простого анализа получена система, состоящая из 8 матриц. Хорошо известно, что она образует группу, в которой есть нормальная подгруппа с матрицами

$$\alpha=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\gamma=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\delta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

На матричном произведении получим таблицу

$\overset{m}{\times}$	α	β	γ	δ
α	α	β	γ	δ
β	β	α	δ	γ
γ	γ	δ	α	β
δ	δ	γ	β	α

.

Специфика этой таблицы произведений в том, что структурные матрицы произведения аналогичны исходным матрицам.

В этом их принципиальное отличие от операций комбинаторного произведения и структурной суммы. Заметим, что именно эта система матриц, именуемая группой Клейна, при её расширении системой знаков генерирует полный набор матриц, названный фундаментальной сигруппой. Она достаточна для генерации линейным способом всех элементов матричной алгебры. По этой причине на её основе можно в алгебраической форме представить каждую расчетную модель в 4-мерном пространстве. С другой стороны, матрицы размерности 4 ассоциированы с отношениями между 4 объектами. Фундаментальность системы матриц в расчетной практике можно рассматривать как отображение некоторой фундаментальности 4 объектов, на которых базируются физические явления.

Системе матриц Клейна соответствует система графов:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\\ \hline & & \\ \hline 3 & & 2\\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\\ \hline & & \\ \hline 3 & & 2\\ \hline\end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\\ \hline & & \\ \hline 3 & & 2\\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 3 & & 2\\ \hline & & \\ \hline 4 & & 1\\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\\ \hline & & \\ \hline 3 & & 2\\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 2 & & 3\\ \hline & & \\ \hline 1 & & 4\\ \hline\end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\\ \hline & & \\ \hline 3 & & 2\\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & & 4\\ \hline & & \\ \hline 2 & & 3\\ \hline\end{array}.$$

Для такой системы характерно соединение отражений с вращениями по диагоналям. Фактически выборка элементов обеспечила новое качество системы графов.

Следуя алгоритму введения операции деления для системы реперов, проанализируем связь матриц группы Клейна на операции $p = p \times a : a$.

Получим соотношения, генерирующие таблицу

:	α	β	γ	δ
α	α	β	γ	δ
β	β	α	δ	γ
γ	γ	δ	α	β
δ	δ	γ	β	α

.

В рассматриваемом случае она тождественна таблице матричных произведений. Тождественность таблиц для разных операций не имеет места в системе базовых реперов на комбинаторном произведении. По этой причине появляется еще один аргумент в пользу точки зрения, что матричную и комбинаторную операции можно рассматривать как дополнительные друг другу.

Свойства системы реперов с их системой операций характеризуются функциональной связью вида

$$x \ \xi \ x^2 \ \xi \ x^3 \ \xi \ x^4 \ \xi \ x^5 = x^5 \ \xi \ x^4 \ \xi \ x^3 \ \xi \ x^2 \ \xi \ x, x^2 = x \overset{k}{\times} x.$$

Аналогичный закон на матричной операции выполняется для элементов группы Клейна

$$xx^2x^3x^4x^5 = x^5x^4x^3x^2x.$$

Посталгебры

В качестве отправной точки анализа рассмотрим систему из трех реперов вида

$$x \to 1 \quad 0 \quad 0\;, y \to 0 \quad 1 \quad 0\;, z \to 0 \quad 0 \quad 1\;.$$

Подчиним их таблице комбинаторных произведений и структурного суммирования

×	x	y	z
x	x	z	y
y	y	x	z
z	z	y	x

→

×	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

,

+	x	y	z
x	y	z	x
y	z	x	y
z	x	y	z

→

+	0	1	2
0	1	2	0
1	2	0	1
2	0	1	2

.

На функциональных условиях

$$p = \; p \times a \; : a, \qquad p = \; p + a \; - a$$

сообразно простым расчетам

$$x = \; x \times x \; : x = x : x, \;\; x = \; x + x \; - x = y - x,$$

$$x = \; x \times y \; : y = z : y, \;\; x = \; x + y \; - y = z - y,$$

$$x = \; x \times z \; : z = y : z, \;\; x = \; x + z \; - z = x - z,$$

$$y = \; y \times x \; : x = y : x, \;\; y = \; y + x \; - x = z - x,$$

$$y = \; y \times y \; : y = x : y, \;\; y = \; y + y \; - y = x - y,$$

$$y = \; y \times z \; : z = z : z, \;\; y = \; y + z \; - z = y - z,$$

$$z = \; z \times x \; : x = z : x, \;\; z = \; z + x \; - x = x - x,$$

$$z = \; z \times y \; : y = y : y, \;\; z = \; z + y \; - y = y - y,$$

$$z = \; z \times z \; : z = x : z, \;\; z = \left(z + z \right) z = z - z$$

получим таблицы делений и вычитаний:

:	x	y	z
x	x	y	z
y	y	z	x
z	z	x	y

→

:	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

,

−	x	y	z
x	z	y	x
y	x	z	y
z	y	x	z

→

−	0	1	2
0	2	1	0
1	0	2	1
2	1	0	2

.

Мы имеем множество, состоящее из трех элементов, а также систему операций в форме таблиц, которым оно подчинено. Этих слагаемых достаточно для проведения анализа алгебраических свойств системы. Поскольку всех операций 4, возможно конструирование принципиально новых алгебр. Выполним частичный анализ свойств новой системы и сравним их с известными свойствами.

Заметим, что стандартная концепция алгебры с системой элементов базируется на равенствах

$$x(y+z) = xy + xz,$$

$$(y+z)x = yx + zx,$$

$$(ax)(by) = (ab)(xy).$$

В рассматриваемом случае они не выполняются. Например, получим неравенство

$$x(y+z) = xy = z \neq xy + xz = z + y = y.$$

Заметим, однако, что

$$3y = y + y + y = x + y = z.$$

В силу аналогичных условий для других наборов элементов мы приходим к выводу о необходимости обобщения условий стандартной алгебры. В нашем случае достаточно использовать условия вида

$$x(y+z) = a(xy + xz).$$

Рассмотрим частный случай произведения согласно третьему условию в стандартном определении алгебры. Пусть, например,

$$(1x)(2y) = x(y+y) = xx = x \neq (1\cdot 2)(xy) = 2z = z + z = z.$$

В этом примере числовой множитель «полезен» в левой части равенства, так как

$$3x = x + x + x = z.$$

Учитывая обнаруженные возможности, которые в данном случае имеют общее значение, мы приходим к обобщенной модели алгебры (посталгебры), принимая равенства

$$x(y+z) = p(xy + xz),$$

$$(y+z)x = q(yx + zx),$$

$$(ax)(by) = r(ab)(xy).$$

В частных случаях количество введенных множителей может быть меньше. Стандартная алгебра подчинена условию

$$p = q = r = 1.$$

Естественно ожидать, что посталгебра имеет стороны и свойства, которых нет, и, что наиболее интересно, не может быть у стандартных алгебр.

Для сравнения стандартной модели с новыми моделями применим некоторые общепринятые алгоритмы. В частности, рассмотрим ситуации, когда вычисляются разности и суммы произведений нескольких элементов. Тогда появляется возможность для сравнения их свойств, а, значит, функциональных граней исследуемого множества.

Проанализируем с алгебраической стороны свойства выражения

$$f\;\; x,y\;\; = xy - yx.$$

Получим систему равенств

$$0\cdot 0-0\cdot 0=0-0=2, 0\cdot 1-1\cdot 0=2-1=0, 0\cdot 2-2\cdot 0=1-2=-0,$$

$$1\cdot 0-0\cdot 1=1-2=-0, 1\cdot 1-1\cdot 1=0-0=2, 1\cdot 2-2\cdot 1=2-1=0,$$

$$2\cdot 0-0\cdot 2=2-1=0, 2\cdot 1-1\cdot 2=1-2=-0, 2\cdot 2-2\cdot 2=0-0=2.$$

Она генерирует аналог структурных постоянных алгебры Ли

$$C_{00}^{2}=C_{11}^{2}=C_{22}^{2}=C_{01}^{0}=-C_{02}^{0}=C_{12}^{0},$$

с числовым значением, равным единице. Структурные постоянные анализируемой алгебры с верхним индексом единица равны нулю.

Проанализируем алгебраические свойства выражения

$$f\;\; x,y\;\; = xy + yx.$$

Получим систему равенств

$$0\cdot 0+0\cdot 0=0+0=2, 0\cdot 1+1\cdot 0=2+1=1, 0\cdot 2+2\cdot 0=1+2=1,$$

$$1\cdot 0+0\cdot 1=1+2=1, 1\cdot 1+1\cdot 1=0+0=2, 1\cdot 2+2\cdot 1=2+1=1,$$

$$2\cdot 0+0\cdot 2=2+1=1, 2\cdot 1+1\cdot 2=1+2=1, 2\cdot 2+2\cdot 2=0+0=2.$$

Она генерирует аналог структурных постоянных алгебры Клиффорда

$$C_{00}^{2}=C_{11}^{2}=C_{22}^{2}=C_{01}^{1}=C_{02}^{1}=C_{12}^{1},$$

с числовым значением, равным единице. Структурные постоянные алгебры с верхним индексом ноль равны нулю.

Заменим в анализируемом выражении операцию произведения на операцию деления. Тогда

$$f^{*}\;\; x,y\;\; = x:y+y:x.$$

Операция расширит спектр верхних индексов структурных постоянных анализируемой алгебры до значений

$$C_{00}^{1}=C_{11}^{2}=C_{22}^{0}=C_{01}^{0}=C_{02}^{2}=C_{12}^{1},$$

которые равны числу единица.

Они следуют из выражений

$$0:0+0:0=0+0=1, 0:1+1:0=1+1=0, 0:2+2:0=2+2=2,$$

$$1:1+1:1=2+2=2, 1:2+2:1=0+0=1,$$

$$2:2+2:2=1+1=0.$$

Имеем аналог трехмерной евклидовой метрики Киллинга.

Проанализируем модель, генерируемую функцией

$$\varphi(x,y)=xyx-yxy.$$

Получим выражения

$$0\cdot 0\cdot 0-0\cdot 0\cdot 0=2, 0\cdot 1\cdot 0-1\cdot 0\cdot 1=1, 0\cdot 2\cdot 0-2\cdot 0\cdot 2=0,$$

$$1\cdot 0\cdot 1-0\cdot 1\cdot 0=0, 1\cdot 1\cdot 1-1\cdot 1\cdot 1=2, 1\cdot 2\cdot 1-2\cdot 1\cdot 2=1,$$

$$2\cdot 0\cdot 2-0\cdot 2\cdot 0=1, 2\cdot 1\cdot 2-1\cdot 2\cdot 1=-1, 2\cdot 2\cdot 2-2\cdot 2\cdot 2=2.$$

Функция генерирует структурные постоянные алгебры с каждым верхним индексом, но в разном их количестве:

$$C_{00}^{2}=C_{11}^{2}=C_{22}^{2}=C_{01}^{1}=C_{12}^{1}=C_{02}^{0}.$$

Это обстоятельство может применяться в качестве критерия для классификации анализируемых алгебр.

Рассмотрим систему таблиц в качестве единого объекта

×	+	:	−
021	120	012	210
102	201	120	021
210	012	201	102

.

Составим таблицы действия операций на указанные последовательности объектов:

$$\times\to\begin{pmatrix}0&2&0&1\\2&1&2&0\\1&0&1&2\end{pmatrix},\ +\to\begin{pmatrix}2&2&2&2\\2&2&2&2\\2&2&2&2\end{pmatrix},\ :\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},\ -\to\begin{pmatrix}1&0&1&2\\0&2&0&1\\2&1&2&0\end{pmatrix}.$$

Они иллюстрируют «близость» операций по отношению к анализируемому глобальному объекту. Стандартные алгебры аналогичных свойств не имеют. Поскольку произведение в рассматриваемой системе объектов частично ассоциативно, мы имеем дело с качественно новой ситуацией, свойства которой следует изучить.

Проанализируем строки таблицы произведений, приняв точку зрения, что они есть компоненты объектного 3-вектора. Тогда можно рассмотреть аналог их скалярного произведения.

Пусть заданы в форме 3-векторов строки матрицы произведений

$$\alpha = (0,2,1),\beta = (1,0,2),\gamma = (2,1,0).$$

Скалярные произведения этих элементов, взятые в любом порядке, одинаковы

$$\alpha\beta = \beta\alpha = \alpha\gamma = \gamma\alpha = \beta\gamma = \gamma\beta = 2.$$

Пусть заданы в форме 3-векторов столбцы матрицы произведений

$$\alpha^* = (0,1,2),\beta^* = (2,0,1),\gamma^* = (1,2,0).$$

Скалярные произведения этих элементов, взятые в любом порядке, одинаковы

$$\alpha^*\beta^* = \beta^*\alpha^* = \alpha^*\gamma^* = \gamma^*\alpha^* = \beta^*\gamma^* = \gamma^*\beta^* = 2.$$

Легко видеть, что такие же свойства имеют таблицы для каждой из введенных операций. Мы наблюдаем на уровне расчета эффект стабильности системы элементов относительно введенного объектного скалярного произведения.

Проанализируем теперь зависимость результата действия операций на перемену мест элементов в их последовательности. Рассмотрим, в частности, три перестановки $010, 001, 100$. Таблица, иллюстрирующая действие на них системы операций, имеет вид

	010	001	100
$\times$	2	2	1
$+$	0	0	0
$:$	1	1	1
$-$	0	0	2

.

Следовательно, есть частичная зависимость результата действия операций на одну систему элементов при их перестановке по местам. Этот результат косвенно связан с описанием различия «ощущений» одной системы разными средствами и с разных «точек зрения».

Система элементов подчинена закону, «зеркальному» относительно знака равенства

$$xyz + yzx + zxy = yxz + xzy + zyx.$$

Заметим, что все шпуры для разных таблиц одинаковы, а для детерминантов имеем связи

$$\det\begin{pmatrix}0&2&1\\1&0&2\\2&1&0\end{pmatrix}_{\times} = 2, \det\begin{pmatrix}1&2&0\\2&0&1\\1&1&2\end{pmatrix}_{+} = 0, \det\begin{pmatrix}0&1&2\\1&2&0\\2&0&1\end{pmatrix}_{:} = 2, \det\begin{pmatrix}2&1&0\\0&2&1\\1&0&2\end{pmatrix}_{-} = 0.$$

Анализируемое множество подчинено «зеркальным» законам

$$x(x+y)+(y+x)x=1,$$
$$(x+y)(x+y+x)+(x+y+x)(y+x)=1,$$
$$(x+y)(y+x+y)+(y+x+y)(y+x)=1,$$
$$(x+x)(x+y)+(y+x)(x+x)=1.$$

Аналогичные законы выполняются на реперах с размерностью 4.

Операционно полная сигруппа

Мы располагаем таблицами для операций разного типа в системе, состоящей из 3 элементов. Они образуют систему, анализ которой может приблизить исследователя к пониманию факта, что все сложные связи и законы, так или иначе, ассоциированы с этим множеством.

Естественно проанализировать образующие для такого множества. Из формальных соображений следует, что, скорее всего, в данном случае образующие по каждой операции сводятся к одному элементу. Это действительно так.

На операции комбинаторного произведения с таблицей

$\times$	x	y	z
x	x	z	y
y	y	x	z
z	z	y	x

получим условия

$$y=y, x=y^2, z=y^3.$$

Мы имеем циклическую группу с образующей в форме элемента $y = 0 \quad 1 \quad 0$ и с правой единицей в форме элемента x, в которой каждый элемент является обратным к себе. Группа некоммутативна, так $xy=z, yx=y,...$

На операции структурного суммирования с таблицей

$+$	x	y	z
x	y	z	x
y	z	x	y
z	x	y	x

получим условия

$$y=y, x=y+y=2y, z=y+y+y=3y.$$

Мы имеем циклическую группу с образующей в форме элемента $y = 0 \quad 1 \quad 0$ и с правой единицей в форме элемента x, в которой каждый элемент является обратным к себе. Группа коммутативна.

На операции деления с таблицей

$:$	x	y	z
x	x	y	z
y	y	z	x
z	z	x	y

получим условия

$$z = z, y = z : z, x = z : z : z.$$

Это группа с образующей в форме элемента $z = \ 0 \ \ 0 \ \ 1$ и с единицей в форме элемента x, обратного к себе. Другие элементы взаимно обратны. Группа коммутативна.

На операции вычитания с таблицей

$-$	x	y	z
x	z	y	x
y	x	z	y
z	y	x	z

получим условия

$$x = x, y = x - x, z = x - x - x.$$

Мы имеем группу с образующей в форме элемента $x = \ 1 \ \ 0 \ \ 0$ и с единицей в форме элемента x. Элементы взаимно обратны. Группа некоммутативна. В частности $x - z = x, z - x = y, \ldots$ В силу указанных обстоятельств мы вправе называть систему, состоящую из трех реперов

$$x = \ 1 \ \ 0 \ \ 0 \ , y = \ 0 \ \ 1 \ \ 0 \ , z = \ 0 \ \ 0 \ \ 1 \ ,$$

системой групп (сигруппой).

Когда объединяется пара операций, у нас есть аналог поля, потому, что в данной системе нет дистрибутивности:

$$x \ \ y + z \ \ = xy = z,$$

$$xy + xz = z + y = y, \ldots$$

С иной ситуацией мы имеем дело, когда анализируем систему реперов с операциями деления и вычитания в указанном порядке следования. В этом случае имеет место левая и правая дистрибутивность вида

$$x : \ \ y - z \ \ = x : y = y,$$

$$x : y - x : z = y - z = y,$$

$$\ y - z \ \ : x = y : x = y,$$

$$y : x - z : x = y - z = y, \ldots$$

При изменении порядка следования операций дистрибутивность разрушается:

$$
\begin{gathered}
x-(y:z)=x-x=z,\\
(x-y):(x-z)=y:x=y,\\
(y:z)-x=x-x=z,\\
(y-x):(z-x)=x:y=y\,.
\end{gathered}
$$

Мы имеем в рассматриваемом случае систему элементов с набором из 4 операций. Назовем такую модель операционно полной. Поскольку на разных операциях мы получаем группы, речь идет о системе групп (сигруппе). По этой причине есть основания назвать рассматриваемую систему операционно полной сигруппой.

Исследуем функциональные свойства тройки реперов, применяя систему операций, на наборах элементов вида

$$(x\quad y\quad z),\qquad (z\quad y\quad x),\qquad (y\quad z\quad x),\qquad (x\quad z\quad y),\qquad (z\quad x\quad y),\qquad (y\quad x\quad z).$$

Условие

$$xy\cdot zx=x^2\cdot yz$$

выполняется только на операции деления. Оно имеет в этом случае вид

$$(x:y):(z:x)=(x:x):(y:z).$$

Условие «зеркального» типа

$$x\quad yz\;\; x\;=\;x\;\; zy\quad x$$

справедливо на операциях суммирования и деления. На операции суммирования оно имеет вид

$$x+\quad y+z\;\;+x\;=\;x+\;\;z+y\quad +x.$$

Функция Якоби

$$J\;\;\alpha,\beta,\gamma\;\;=\;\;\alpha\beta\;\;\gamma+\;\;\beta\gamma\;\;\alpha+\;\;\gamma\alpha\;\;\beta$$

на всех указанных наборах с операциями комбинаторного произведения и структурного суммирования генерирует одно значение

$$J\;\;\alpha,\beta,\gamma\;\;=z=\;\;0\quad 0\quad 1\;\;.$$

Функция

$$J\;:\;\;\alpha,\beta,\gamma\;\;=\;\;\alpha\beta\;\;\gamma:\;\;\beta\gamma\;\;\alpha:\;\;\gamma\alpha\;\;\beta$$

на всех наборах дает одно значение $J\;:\;\;\alpha,\beta,\gamma\;\;=x=\;\;1\quad 0\quad 0\;\;.$ Набор функций $J\;-\;\;\alpha,\beta,\gamma\;\;=\;\;\alpha\beta\;\;\gamma-\;\;\beta\gamma\;\;\alpha-\;\;\gamma\alpha\;\;\beta$ обеспечивает распределение величин:

$$
\begin{gathered}
J\;-\;\;x,y,z\;\;=y,J\;-\;\;z,y,x\;\;=x,J\;-\;\;y,z,x\;\;=z,\\
J\;-\;\;x,z,y\;\;=y,J\;-\;\;z,x,y\;\;=x,J\;-\;\;y,x,z\;\;=z.
\end{gathered}
$$

Из него следуют законы: $J_{-}(\alpha,\beta,\gamma) = J_{-}(\alpha,\gamma,\beta)$,

$$J_{-}(\alpha,\beta,\gamma)\, J_{-}(\gamma,\beta,\alpha)\, J_{-}(\gamma,\beta,\alpha)\, J_{-}(\alpha,\beta,\gamma) = J_{-}(\gamma,\beta,\alpha).$$

Репер $y = (0 \quad 1 \quad 0)$ на всех наборах подчинен закону $J:\ (\xi,\eta,\zeta) \cdot J(\alpha,\beta,\gamma) = x \cdot z = y.$

К инвариантности функциональных свойств при мутации операций

Из практики обмена информацией известно, что нарушение элемента или системы передачи, или приема информации искажает смысл информации и управление, основанное на ней. По этой причине естественно проанализировать изменения величин и законов равновесия в системе в том случае, когда по некоторой причине искажается таблица для операций. Назовем такие изменения мутациями операций.

Рассмотрим простой случай, когда в сигруппе с полным набором операций меняется один элемент в операции суммирования:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline + & x & y & z \\ \hline x & y & z & x \\ \hline y & z & x & y \\ \hline z & x & y & z \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline + & x & y & z \\ \hline x & y & z & x \\ \hline y & z & x & y \\ \hline z & x & y & x \\ \hline \end{array}.$$

Проанализируем на наборе элементов

$$(x \quad y \quad z), \quad (z \quad y \quad x), \quad (y \quad z \quad x), \quad (x \quad z \quad y), \quad (z \quad x \quad y), \quad (y \quad x \quad z)$$

значения функций Якоби

$$J(a,b,c) = (ab)c + (bc)a + (ca)b, \quad J(a,b^2,c) = (ab^2)c + (b^2c)a + (ca)b^2.$$

Получим таблицы значений, соответственно, без учета введенной мутации и с мутацией данного вида:

$J(x,y,z) = x+z+y = z$	$J(x,y^2,z) = y+y+z = x$
$J(z,y,x) = y+z+x = z$	$J(z,y^2,x) = z+y+y = x$
$J(y,z,x) = z+y+x = z$	$J(y,z^2,x) = y+z+z = y$
$J(x,z,y) = x+y+z = z$	$J(x,z^2,y) = z+z+y = y$
$J(z,x,y) = y+x+z = z$	$J(z,x^2,y) = y+x+z = z$
$J(y,x,z) = z+x+y = z$	$J(y,x^2,z) = z+x+y = z$

,

$J^*(x,y,z) = x+z+y = z$	$J^*(x,y^2,z) = y+y+z = x$
$J^*(z,y,x) = y+z+x = z$	$J^*(z,y^2,x) = z+y+y = x$
$J^*(y,z,x) = z+y+x = z$	$J^*(y,z^2,x) = y+z+z = y$
$J^*(x,z,y) = x+y+z = x$	$J^*(x,z^2,y) = z+z+y = z$
$J^*(z,x,y) = y+x+z = x$	$J^*(z,x^2,y) = y+x+z = x$
$J^*(y,x,z) = z+x+y = z$	$J^*(y,x^2,z) = z+x+y = z$

.

Мутация операции суммирования изменила значения выбранных функций. Этот результат ожидаемый и естественный.

Однако в данном случае обнаруживается инвариантность некоторых законов функционального равновесия. Например, относительно мутации инвариантны связи

$$J\ \ \xi,\eta,\zeta\ \ = J\ \ \xi,\zeta,\eta\ \ , J^{*}\ \ \xi,\eta,\zeta\ \ = J^{*}\ \ \xi,\zeta,\eta\ \ ,$$

$$J\ \ \xi,\eta,\zeta\ \ J\ \ \xi,\zeta^{2},\eta\ \ = J^{*}\ \ \xi,\eta,\zeta\ \ J^{*}\ \ \xi,\zeta^{2},\eta\ \ = \alpha\ \ \xi,\eta,\zeta\ \ .$$

Представляют интерес физические условия, которые можно описывать согласно модели мутации операций.

К инвариантности функциональных законов при смене операций

Частичное изменение операций не всегда и не везде «способно» изменять законы функциональных равновесий. Как меняется ситуация, если происходит полная смена операций?

Проанализируем ситуацию, когда, например, в функциональном законе операция произведения заменена на операцию суммирования. В качестве экспериментального образца исследуем функции, ассоциированные с алгеброй Йордана

$$\alpha = \ x^{2}y\ \ x + x\ \ yx^{2}\ \ +\ \ yx^{2}\ \ x + x\ \ x^{2}y\ \ ,\ \ \beta = x^{2}\ \ yx\ \ +\ \ xy\ \ x^{2} + x^{2}\ \ xy\ \ +\ \ yx\ \ x^{2}.$$

На множестве анализируемых реперов с операцией комбинаторного произведения и структурного суммирования выполняется закон $\alpha = \beta.$ При замене операции комбинаторного произведения на операцию структурного суммирования функции меняют вид:

$$\alpha^{*} = \ (x+x)+y\ \ +x+x+\ \ y+(x+x)\ \ +\ \ y+(x+x)\ \ x+x+\ \ (x+x)+y\ \ ,$$
$$\beta^{*} = (x+x)+\ \ y+x\ \ +\ \ x+y\ \ +(x+x)+(x+x)+\ \ x+y\ \ +\ \ y+x\ \ +(x+x).$$

Мы приходим к системе, содержащей одинаковые слагаемые, что обеспечивает закон

$$\alpha^{*} = \beta^{*}.$$

Проанализируем изменения функций Якоби при смене операций. Пусть операция суммирования заменяется операцией вычитания. Получим таблицу значений

$J\ -\ \ x,y,z\ = x-z-y = y$	$J\ -\ \ x,y^{2},z\ = y-y-z = z$
$J\ -\ \ z,y,x\ = y-z-x = x$	$J\ -\ \ z,y^{2},x\ = z-y-y = y$
$J\ -\ \ y,z,x\ = z-y-x = z$	$J\ -\ \ y,z^{2},x\ = y-z-z = y$
$J\ -\ \ x,z,y\ = x-y-z = y$	$J\ -\ \ x,z^{2},y\ = z-z-y = x$
$J\ -\ \ z,x,y\ = y-x-z = x$	$J\ -\ \ z,x^{2},y\ = y-x-z = x$
$J\ -\ \ y,x,z\ = z-x-y = z$	$J\ -\ \ y,x^{2},z\ = z-x-y = z$

.

Аналогично предыдущему случаю имеет место закон

$$J \;-\;\; \xi,\eta,\zeta \;= J \;-\;\; \xi,\zeta,\eta \;.$$

Вторая таблица генерирует новый закон $J \;-\;\; \xi,\eta^2,\zeta \;= J \;-\;\; \eta,\xi^2,\zeta \;.$

Операционно-структурное расширение системы 3-реперов

Выполним структурное объединение реперов

$$(\;\;0\;\;0),(\;\;1\;\;0),(\;\;0\;\;1)$$

комбинаторно объединяя их в матрицы размерности 3×3. Получим 27 матриц:

$$A \to \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$B \to \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\alpha \to \begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\beta \to \begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\alpha \to \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},0\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Их конструктивность и возможные связи с расчетными моделями становятся содержательными только на основе системы математических операций для них. В простейшем случае это могут быть операции, ассоциированные с операциями для базовых реперов в форме однократных произведений, суммирований, делений и вычитаний

$$(\cdot),(+),(:),(-)$$

В общем случае допустимо множество самых различных операций.

Обычно, прямо или косвенно, операции имеют дополнительные условия. Так, например, требование, чтобы операция сохраняла структуру анализируемой системы матриц, исключает применение обычного суммирования матриц и стандартное матричное произведение.

Учтем вытекающее из практики наличие группы знаков со стандартными операциями для них и возможностью «заполнения» матриц знаками согласно их виду:

$$\begin{pmatrix}+\\+\\+\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\\-\\-\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\\-\\-\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\\+\\-\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\\-\\+\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\\+\\+\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\\-\\+\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\\+\\-\end{pmatrix}.$$

Комбинаторика знаков генерирует 8 моделей, каждая из которых может и должна быть применена при знаковом расширении приведенной нами канонической модели, соответствующей первому элементу в системе знаков.

Первая пара знаков образует подгруппу группы знаков. Повторное применение любого столбца оставляет канонические матрицы неизменными. Двойная операция с разными столбцами знаков генерирует «перемешивание» в канонической системе.

В силу приведенных замечаний общее количество матриц с учетом действий элементов знаковой группы задается числом

$$N = 2^3 3^3 = 216.$$

Применяя комбинаторную операцию взаимного произведения строк матриц, мы не выходим за пределы рассматриваемого множества. В нем есть правая единица и обратные элементы. Однако эта операция неассоциативна. По этой причине мы имеем математический объект, названный нами «тенью» группы. Порядок «теневой» группы равен указанному числу.

Рассмотрим наборы канонических матриц, которые получаются из любой матрицы на основе операции сдвига значимых элементов влево или вправо от исходных значений. Они образует множества, достаточные для образования единичных элементов на «территории» матриц, если выполнить их знаковое расширение.

Например, таковы матрицы

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&-\\0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&-1\\-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0\\0&0&1\\-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0\\0&0&-1\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\-1&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1\\1&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1\\-1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

Этот набор из 12 матриц, аналогично другим возможным наборам, генерирует элементы матричной алгебры, у которой в матрицах есть только один значимый элемент.

Другими словами, есть множество вариантов для генерации элементов матричной алгебры. Понятно, что в данном случае вывод основан на операции знаковой деформации и на операции стандартного суммирования матриц.

Это обстоятельство можно считать существенным при решении задач генерации объектов и их эволюции.

Наличие системы операций позволяет решать задачи алгебраического типа, следуя которым обеспечивается функциональная наполненность расчетного множества с возможными применениями полученных свойств на практике.

Ситуация становится содержательной, если на эту систему «навешиваются» величины и система дифференциальных и кодифференциальных операторов.

Естественно ожидать, что свойства матриц, индуцированные объединениями реперов, будут, прямо или косвенно, проявлять себя аналогично свойствам реперов. Покажем, что это действительно так.

Проанализируем несколько примеров функциональных условий равновесия.

Пусть

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

На комбинаторной операции произведения получим

$$xy = \frac{001 \quad 010 \quad 100}{001 \quad 100 \quad 010} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$yx = \frac{001 \quad 100 \quad 010}{001 \quad 010 \quad 100} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$xy \neq yx.$$

$$xyy = \frac{001 \quad 010 \quad 100}{001 \quad 100 \quad 010} = \frac{100 \quad 010 \quad 001}{001 \quad 100 \quad 010} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$yxx = \frac{001 \quad 100 \quad 010}{001 \quad 010 \quad 100} = \frac{100 \quad 001 \quad 010}{001 \quad 010 \quad 100} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$xyy = yxx.$$

$$xyyx = \frac{010 \quad 010 \quad 010}{001 \quad 010 \quad 100} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = y,$$

$$yxxy = \frac{010 \quad 010 \quad 010}{001 \quad 100 \quad 010} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = x,$$

$$xyyx = y, yxxy = x.$$

$$(xy)(yx)=\frac{100 \quad 010 \quad 001}{100 \quad 001 \quad 010}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=yx,$$

$$(yx)(xy)=\frac{100 \quad 001 \quad 010}{100 \quad 010 \quad 001}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=xy.$$

Эти свойства проявляют себя не только на базовых мономиальных матрицах. По этой причине к локальным условиям равновесия присоединяются глобальные условия.

Пусть

$$x=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}, y=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

На комбинаторной операции произведения получим

$$xy=\frac{001 \quad 100 \quad 100}{001 \quad 010 \quad 001}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$yx=\frac{001 \quad 010 \quad 001}{001 \quad 100 \quad 100}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$xy\neq yx.$$

$$xyy=\frac{001 \quad 100 \quad 100}{001 \quad 010 \quad 001}=\frac{100 \quad 001 \quad 010}{001 \quad 010 \quad 001}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$yxx=\frac{001 \quad 010 \quad 001}{001 \quad 100 \quad 100}=\frac{100 \quad 010 \quad 001}{001 \quad 100 \quad 100}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$xyy=yxx.$$

$$xyyx=\frac{010 \quad 010 \quad 001}{001 \quad 100 \quad 100}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=y,$$

$$yxxy=\frac{010 \quad 010 \quad 001}{001 \quad 010 \quad 001}=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}=x,$$

$$xyyx=y, yxxy=x.$$

$$(xy)(yx)=\frac{100\quad 001\quad 010}{100\quad 010\quad 001}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=yx,$$

$$(yx)(xy)=\frac{100\quad 010\quad 001}{100\quad 001\quad 010}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=xy.$$

Следовательно, каноническая система матриц, ассоциированная с системой реперов, подчинена общим законам, имеет глобальные свойства.

Проанализируем более сложную функциональную ситуацию, когда согласуются между собой три элемента группы отношений.

Пусть

$$x=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}, y=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}, z=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Тогда получим

$$xy=\frac{010\quad 100\quad 001}{100\quad 010\quad 010}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}, xyy=\frac{010\quad 001\quad 010}{100\quad 010\quad 010}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$xyyz=\frac{010\quad 010\quad 100}{001\quad 001\quad 100}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}=z, xyyyzz=\frac{001\quad 001\quad 100}{001\quad 001\quad 100}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$xyyzzx=\frac{100\quad 100\quad 100}{010\quad 100\quad 001}=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}=zyy,$$

$$zy=\frac{001\quad 001\quad 100}{100\quad 010\quad 010}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}, zyy=\frac{001\quad 010\quad 001}{100\quad 010\quad 010}=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$zyyx=\frac{001\quad 100\quad 010}{010\quad 100\quad 001}=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}=x, zyyxx=\frac{010\quad 100\quad 001}{010\quad 100\quad 001}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$zyyxxz=\frac{100\quad 100\quad 100}{001\quad 001\quad 100}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=xyy.$$

Выбранные матрицы подчинены условиям функционального равновесия вида

$$xyyzz=zyyxx,$$

$$xyyzzx = zyy, zyyxxz = xyy,$$
$$xyyz = z, zyyx = x,$$
$$xyy \neq zyy.$$

Аналогичные условия выполняются на других тройках элементов. Например, если

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Из общих соображений следует, что возможны другие законы.

Проанализируем возможность аналогичных законов для матриц размерности 4×4. Пусть

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Данная пара матриц на комбинаторной операции генерирует выражения

$$xy = \frac{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010}{0010 \quad 0010 \quad 1000 \quad 1000} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$yx = \frac{0010 \quad 0010 \quad 1000 \quad 1000}{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$xyy = \frac{0001 \quad 0010 \quad 0001 \quad 0010}{0010 \quad 0010 \quad 1000 \quad 1000} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$yxx = \frac{0100 \quad 0010 \quad 0100 \quad 0010}{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$xyyy = \frac{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010}{0010 \quad 0010 \quad 1000 \quad 1000} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$yxxx = \frac{1000 \quad 0010 \quad 0010 \quad 1000}{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$xyyy = yxxx,$$

$$xyyyx = \frac{0001 \quad 0010 \quad 0001 \quad 0010}{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = y,$$

$$yxxxy = \frac{0001 \quad 0010 \quad 0001 \quad 0010}{0010 \quad 0010 \quad 1000 \quad 1000} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = x,$$

$$xyy \quad yxx \ = \frac{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010}{1000 \quad 0010 \quad 0010 \quad 1000} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = yx,$$

$$yxx \quad xyy \ = \frac{1000 \quad 0010 \quad 0010 \quad 1000}{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = xy,$$

$$xyy \quad yx \ = \frac{0100 \quad 1000 \quad 0001 \quad 0010}{0100 \quad 0010 \quad 0100 \quad 0010} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxx,$$

$$yxx \quad xy \ = \frac{1000 \quad 0010 \quad 0010 \quad 1000}{0001 \quad 0010 \quad 0001 \quad 0010} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = xyy.$$

Следовательно, на матрицах размерности 4×4 генерируются законы

$$xyyy = yxxx,$$

$$xyyyx = y, yxxx = x,$$

$$(xyy)(yxx) = yx, \ (yxx)(xyy) = xy,$$

$$(xyy)(yx) = yxx, \ (yxx)(xy) = xyy.$$

Естественно рассмотреть различные циклические законы и их свойства. Они могут быть достаточно сложны и многообразны.

Проиллюстрируем этот тезис примером. Проанализируем функцию

$$\varphi(\xi,\eta) = \xi\eta\eta\xi + \eta\eta\xi\xi + \eta\xi\xi\eta + \xi\xi\eta\eta.$$

На системе реперов x, y, z с комбинаторной операцией произведения и операцией структурного суммирования получим таблицу для значений этой функции:

$\varphi(\xi,\eta)$	x	y	z
x	x	z	y
y	z	y	x
z	y	x	z

.

Сопоставим значения, генерируемые разными аргументами анализируемой функции:

$\varphi(x,x) = x$	$x\varphi(x,x)x = x$	$\varphi(x,xx) = x$
$\varphi(y,z) = x$	$y\varphi(y,z)z = yxz = yz = z$	$\varphi(z,yz) = z$
$\varphi(z,y) = x$	$z\varphi(z,y)y = zxy = zy = y$	$\varphi(y,zy) = y$
$\varphi(x,z) = y$	$x\varphi(x,z)z = xyz = zz = x$	$\varphi(z,xz) = x$
$\varphi(y,y) = y$	$y\varphi(y,y)y = yyy = xy = z$	$\varphi(y,yy) = z$
$\varphi(z,x) = y$	$z\varphi(z,x)x = zyx = yx = y$	$\varphi(x,zx) = y$
$\varphi(x,y) = z$	$x\varphi(x,y)y = xzy = yy = x$	$\varphi(y,xy) = x$
$\varphi(y,x) = z$	$y\varphi(y,x)x = yzx = zx = z$	$\varphi(x,yx) = z$
$\varphi(z,z) = z$	$z\varphi(z,z)z = zzz = xz = y$	$\varphi(z,zz) = y$

.

Из таблицы следует закон

$$\xi\varphi(\xi,\eta)\eta = \varphi(\eta,\xi\eta).$$

В развернутом виде он выглядит так:

$$\alpha = \beta,$$

$$\alpha = \xi \;\; \xi\eta\eta\xi + \eta\eta\xi\xi + \eta\xi\xi\eta + \xi\xi\eta\eta \;\; \eta,$$

$$\beta = \eta \;\; \xi\eta \;\;\; \xi\eta \;\; \eta + \;\; \xi\eta \;\;\; \xi\eta \;\; \eta\eta + \;\; \xi\eta \;\; \eta\eta \;\; \xi\eta \;\; + \eta\eta \;\; \xi\eta \;\;\; \xi\eta \;\; .$$

Законы указанного вида свидетельствуют о том, что «внешние» влияния на физическую систему, свойства которой «охватываются» циклической функцией, могут быть уравновешены этой же функцией, но с другим набором элементов. При этом «внешние» и «внутренние» переменные согласованы друг с другом.

Согласования такого вида подтверждаются практикой, они не простые.

Получим новое правило функционального равновесия, проанализировав таблицу

$\varphi \;\; x,x \;\; = x$	$x\varphi \;\; x,x \;\; x = xxx = xx = x$	$\varphi \;\; x,xx \;\; = \varphi \;\; x,x \;\; = x$
$\varphi \;\; y,z \;\; = x$	$z\varphi \;\; y,z \;\; y = zxy = zy = y$	$\varphi \;\; y,zy \;\; = \varphi \;\; y,y \;\; = y$
$\varphi \;\; z,y \;\; = x$	$y\varphi \;\; z,y \;\; z = yxz = yz = z$	$\varphi \;\; z,yz \;\; = \varphi \;\; z,z \;\; = z$
$\varphi \;\; x,z \;\; = y$	$z\varphi \;\; x,z \;\; x = zyx = yx = y$	$\varphi \;\; x,zx \;\; = \varphi \;\; x,z \;\; = y$
$\varphi \;\; y,y \;\; = y$	$y\varphi \;\; y,y \;\; y = yyy = xy = z$	$\varphi \;\; y,yy \;\; = \varphi \;\; y,x \;\; = z$
$\varphi \;\; z,x \;\; = y$	$x\varphi \;\; z,x \;\; z = xyz = zz = x$	$\varphi \;\; z,xz \;\; = \varphi \;\; z,y \;\; = x$
$\varphi(x,y) = z$	$y\varphi(x,y) = yzx = zx = z$	$\varphi(x,yx) = \varphi(x,y) = z$
$\varphi(y,x) = z$	$x\varphi(y,x) = xzy = yy = x$	$\varphi(y,xy) = \varphi(y,z) = x$
$\varphi(z,z) = z$	$z\varphi(z,z) = zzz = xz = y$	$\varphi(z,zz) = \varphi(z,x) = y$

.

В этом случае выполняется закон

$$\eta\varphi \;\; \xi,\eta \;\; \xi = \varphi \;\; \xi,\eta\xi \;\; .$$

Анализируемые функции согласованы между собой. Из анализа таблицы значений

$\varphi \;\; x,x \;\; = x$	$x\varphi \;\; x,x \;\; x = x$	$x\varphi \;\; x,x \;\; x = x$	$xx = x$	$x = x : x$
$\varphi \;\; y,z \;\; = x$	$z\varphi \;\; y,x \;\; y = y$	$y\varphi \;\; y,x \;\; z = z$	$xy = z$	$x = y : z$
$\varphi \;\; z,y \;\; = x$	$y\varphi \;\; z,y \;\; z = z$	$z\varphi \;\; z,y \;\; y = y$	$xz = y$	$x = z : y$
$\varphi \;\; x,z \;\; = y$	$z\varphi \;\; x,z \;\; x = y$	$x\varphi \;\; x,z \;\; z = x$	$yy = x$	$y = y : x$
$\varphi \;\; y,y \;\; = y$	$y\varphi \;\; y,y \;\; y = z$	$y\varphi \;\; y,y \;\; y = z$	$yz = z$	$y = z : z$
$\varphi \;\; z,x \;\; = y$	$x\varphi \;\; z,x \;\; z = x$	$z\varphi \;\; z,x \;\; x = y$	$yx = y$	$y = x : y$
$\varphi \;\; x,y \;\; = z$	$y\varphi \;\; x,y \;\; x = z$	$x\varphi(x,y) = x$	$zz = x$	$z = z : x$
$\varphi(y,x) = z$	$x\varphi(y,x) = x$	$y\varphi(y,x) = z$	$zx = z$	$z = x : z$
$\varphi(z,z) = z$	$z\varphi(z,z) = y$	$z\varphi(z,z) = y$	$zy = y$	$z = y : y$

следуют функциональные связи

$$\varphi \;\; \xi,\eta \;\;\; \eta\varphi \;\; \xi,\eta \;\; \xi \;\; = \xi\varphi \;\; \xi,\eta \;\; \eta,$$

$$\varphi \;\; \xi,\eta \;\; = \;\; \eta\varphi \;\; \xi,\eta \;\; \xi \;\; : \;\; \xi\varphi \;\; \xi,\eta \;\; \eta \;\; .$$

Расширение функциональных возможностей и исследование свойств анализируемой системы реперов может быть достигнуто разными способами и в разных направлениях. С одной стороны, есть множество функций, свойства которых могут быть проявлены в данном множестве.

С другой стороны, полнота операций предполагает их применением в функциональном отношении.

Понятно, что математические результаты следует согласовать разными средствами и способами с практикой, с экспериментальными результатами. Проанализируем свойства полного набора таблиц при последовательности операций $(\times),(+),(:),(-)$.
Она имеет вид

$$\bar{x},\bar{x}\to x,y,x,z,\ \bar{x},\bar{y}\to z,z,y,y,\ \bar{x},\bar{z}\to y,x,z,x,$$
$$\bar{y},\bar{x}\to y,z,y,x,\ \bar{y},\bar{y}\to x,x,z,z,\ \bar{y},\bar{z}\to z,y,x,y,$$
$$\bar{z},\bar{x}\to z,x,z.y,\ \bar{z},\bar{y}\to y,y,x,x,\ \bar{z},\bar{z}\to x,z,y,z.$$

Выполним на данном наборе операционную деформацию функций, изменив второй аргумент согласно последовательности операций. Получим выражения

$\varphi(x, x) = x$	$\varphi(x, xx) = x$	$\varphi(x, x+x) = z$	$\varphi(x, x:x) = x$	$\varphi(x, x-x) = y$
$\varphi(x, y) = z$	$\varphi(x, yx) = z$	$\varphi(x, y+x) = y$	$\varphi(x, y:x) = z$	$\varphi(x, y-x) = x$
$\varphi(x, z) = y$	$\varphi(x, zx) = y$	$\varphi(x, z+x) = x$	$\varphi(x, z:x) = y$	$\varphi(x, z-x) = z$
$\varphi(y, x) = z$	$\varphi(y, xy) = x$	$\varphi(y, x+y) = x$	$\varphi(y, x:y) = y$	$\varphi(y, x-y) = y$
$\varphi(y, y) = y$	$\varphi(y, yy) = z$	$\varphi(y, y+y) = z$	$\varphi(y, y:y) = x$	$\varphi(y, y-y) = x$
$\varphi(y, z) = x$	$\varphi(y, zy) = y$	$\varphi(y, z+y) = y$	$\varphi(y, z:y) = z$	$\varphi(y, z-y) = z$
$\varphi(z, x) = y$	$\varphi(z, xz) = x$	$\varphi(z, x+z) = y$	$\varphi(z, x:z) = z$	$\varphi(z, x-z) = y$
$\varphi(z, y) = x$	$\varphi(z, yz) = z$	$\varphi(z, y+z) = x$	$\varphi(z, y:z) = y$	$\varphi(z, y-z) = x$
$\varphi(z, z) = z$	$\varphi(z, zz) = y$	$\varphi(z, z+z) = z$	$\varphi(z, z:z) = x$	$\varphi(z, z-z) = z$

Они полезны для сравнения свойств различных функций. Аргументы с «крышками» на верху означают, что берется набор из 4 элементов, соответствующий указанному обозначению. Затем к нему применяется операция из набора.

Рассмотрим пример:

$x\varphi(x, x)x = x$	$\Phi(\bar{x}, \bar{x}) = x$	$Q(\bar{x}, \bar{x}) = x$
$x\varphi(x, y)y = x$	$\Phi(\bar{x}, \bar{y}) = x$	$Q(\bar{x}, \bar{y}) = x$
$x\varphi(x, z)z = x$	$\Phi(\bar{x}, \bar{z}) = x$	$Q(\bar{x}, \bar{z}) = x$
$y\varphi(y, x)x = z$	$\Phi(\bar{y}, \bar{x}) = y$	$Q(\bar{y}, \bar{x}) = y$
$y\varphi(y, y)y = z$	$\Phi(\bar{y}, \bar{y}) = y$	$Q(\bar{y}, \bar{y}) = y$
$y\varphi(y, z)z = z$	$\Phi(\bar{y}, \bar{z}) = y$	$Q(\bar{y}, \bar{z}) = y$
$z\varphi(z, x)x = y$	$\Phi(\bar{z}, \bar{x}) = z$	$Q(\bar{z}, \bar{x}) = z$
$z\varphi(z, y)y = y$	$\Phi(\bar{z}, \bar{y}) = z$	$Q(\bar{z}, \bar{y}) = z$
$z\varphi(z, z)z = y$	$\Phi(\bar{z}, \bar{z}) = z$	$Q(\bar{z}, \bar{z}) = z$

Здесь функции имеют такую структуру:

$$\Phi(\xi,\eta) = (\xi\times\eta) + (\xi+\eta) + (\xi:\eta) + (\xi-\eta),$$

$$Q(\xi,\eta) = (\xi\times\eta):(\xi+\eta):(\xi:\eta):(\xi-\eta).$$

В соответствии с полученными значениями функций, имеем функциональные связи

$$\Phi(\xi,\eta) = (\xi\varphi(\xi,\eta)\eta)^3 = Q(\xi,\eta).$$

Другой вид функциональных связей получается на основе применения к указанным наборам элементов операций произведения и вычитания. Получим выражения

$\varphi(x,x)=x$	$R(x,x)=x$	$S(x,x)=x$
$\varphi(x,y)=z$	$R(x,y)=z$	$S(x,y)=z$
$\varphi(x,z)=y$	$R(x,z)=y$	$S(x,z)=y$
$\varphi(y,x)=z$	$R(y,x)=z$	$S(y,x)=z$
$\varphi(y,y)=y$	$R(y,y)=y$	$S(y,y)=y$
$\varphi(y,z)=x$	$R(y,z)=x$	$S(y,z)=x$
$\varphi(z,x)=y$	$R(z,x)=y$	$S(z,x)=y$
$\varphi(z,y)=x$	$R(z,y)=x$	$S(z,y)=x$
$\varphi(z,z)=z$	$R(z,z)=z$	$S(z,z)=z$

Функции, приведенные в таблице значений, заданы выражениями

$$R(\xi,\eta) = (\xi\times\eta)(\xi+\eta)(\xi:\eta)(\xi-\eta),$$
$$S(\xi,\eta) = (\xi\times\eta) - (\xi+\eta) - (\xi:\eta) - (\xi-\eta).$$

Эти функции согласованы между собой законом

$$R(\xi,\eta) = \varphi^3(\xi,\eta) = S(\xi,\eta).$$

Базовая функция имеет циклическую структуру вида

$$\varphi(\xi,\eta) = \xi\eta\eta\xi + \eta\eta\xi\xi + \eta\xi\xi\eta + \xi\xi\eta\eta$$

Проведенные расчеты подтверждают точку зрения, что простая система множеств, имеющая полную систему операций, обладает системой сложных свойств. Часть из них аналогична известным законам. Однако есть также принципиально новые функциональные соотношения и связи.

Полное исследование любого множества предполагает анализ широкого класса функций, равно как и связей между ними. Их знание может быть полезно при реализации новых технологических возможностей. Они достигают уровня фундаментальных технологий, когда базируются на результатах фундаментальных исследований.

Новые элементы теории приобретают статус работающего инструмента для решения задач, когда они доведены до уровня, удобного для применений и надежного для расчетов. В силу этого условия на первом этапе требуется детальное исследование новых элементов и операций, а также их синтеза. На втором этапе требуется их применение в конкретных задачах, решенных другими средствами и с применением других инструментов анализа. Может показаться, что достигнутая новизна и результаты недостаточны для перехода к новому качеству анализа.

Но бывает так, что останавливает именно недостаточность применений с учетом всей возможной многогранности сторон и свойств новых элементов теории.

К синтезу внешних и внутренних функциональных свойств элементов и операций

Проанализируем на основе операций комбинаторного произведения и структурного суммирования базовую систему реперов, применив для этого циклическую функцию

$$\Psi(\xi,\eta)=\xi\eta\eta\eta\xi+\eta\eta\eta\xi\xi+\eta\eta\xi\xi\eta+\eta\xi\xi\eta\eta+\xi\xi\eta\eta\eta.$$

Для удобства ее анализа введем обозначения каждого из указанных слагаемых, обозначив их номерами

$$\Psi_1(\xi,\eta)=\xi\eta\eta\eta\xi,$$

$$\Psi_2(\xi,\eta)=\eta\eta\eta\xi\xi,\Psi_1(\xi,\eta)=\eta\eta\xi\xi\eta,\Psi_1(\xi,\eta)=\eta\xi\xi\eta\eta,$$

$$\Psi_1(\xi,\eta)=\xi\xi\eta\eta\eta.$$

Получим данные с простой структурой:

$$\Psi_1(x,x)=\Psi_5(x,x)=x,\ \ \Psi_2(x,x)=\Psi_3(x,x)=\Psi_4(x,x)=xx=x,$$

$$\Psi_1(x,y)=\Psi_5(x,y)=x,\ \ \Psi_2(x,y)=\Psi_3(x,y)=\Psi_4(x,y)=xy=z,$$

$$\Psi_1(x,z)=\Psi_5(x,z)=x,\ \ \Psi_2(x,z)=\Psi_3(x,z)=\Psi_4(x,z)=xz=y,$$

$$\Psi_1(y,x)=\Psi_5(y,x)=x,\ \ \Psi_2(y,x)=\Psi_3(y,x)=\Psi_4(y,x)=yx=y,$$

$$\Psi_1(y,y)=\Psi_5(y,y)=x,\ \ \Psi_2(y,y)=\Psi_3(y,y)=\Psi_4(y,y)=yy=x,$$

$$\Psi_1(y,z)=\Psi_5(y,z)=x,\ \ \Psi_2(y,z)=\Psi_3(y,z)=\Psi_4(y,z)=yz=z,$$

$$\Psi_1(z,x)=\Psi_5(z,x)=x,\ \ \Psi_2(z,x)=\Psi_3(z,x)=\Psi_4(z,x)=zx=z,$$

$$\Psi_1(z,y)=\Psi_5(z,y)=x,\ \ \Psi_2(z,y)=\Psi_3(z,y)=\Psi_4(z,y)=zy=y,$$

$$\Psi_1(z,z)=\Psi_5(z,z)=x,\ \ \Psi_2(z,z)=\Psi_3(z,z)=\Psi_4(z,z)=zz=x.$$

Их свойства задаются на любой паре элементов законами

$$\xi\xi=\xi\eta\eta\eta\xi=\xi\xi\eta\eta\eta=\eta\eta,$$

$$\eta\eta\eta\xi\xi = \eta\eta\xi\xi\eta = \eta\xi\xi\eta\eta = \xi\eta.$$

Замена сумм элементов их разностями или делениями генерирует разные общие значения:

$$\Phi\ \xi,\eta\quad + \ = \xi\eta\eta\eta\xi + \xi\xi\eta\eta\eta + \eta\eta\eta\xi\xi + \eta\eta\xi\xi\eta + \eta\xi\xi\eta\eta = y = x - y - z,$$
$$\Phi\ \xi,\eta\quad - \ = \xi\eta\eta\eta\xi - \xi\xi\eta\eta\eta - \eta\eta\eta\xi\xi - \eta\eta\xi\xi\eta - \eta\xi\xi\eta\eta = z = x + y + z,$$
$$\Phi\ \xi,\eta\quad : \ = \xi\eta\eta\eta\xi : \xi\xi\eta\eta\eta : \eta\eta\eta\xi\xi : \eta\eta\xi\xi\eta : \eta\xi\xi\eta\eta = x = x : y : z.$$

Этот пример убеждает в том, что множеству присуще согласование «сложных» и «простых» связей, которые могут быть частично или полностью скрыты от практики.

Функциональные метрики

Проанализируем значения сумм рассматриваемой циклической функции

$$\Psi\ \xi,\eta\ = \xi\eta\eta\eta\xi + \eta\eta\eta\xi\xi + \eta\eta\xi\xi\eta + \eta\xi\xi\eta\eta + \xi\xi\eta\eta\eta.$$

при выборе разного сочетания знаков расчетных выражений.

Из анализа слагаемых следует структура их сумм согласно комбинаторике вариантов объединения знаков. Базовые элементы с евклидовой и псевдоевклидовой метриками объединяются в форме единого выражения для их «сумм».

В данной модели есть три варианта величин, согласно которым получим

$$\begin{aligned}
&x + x + x + x + x = y, \quad && x + x + x + x - x = z,\\
&x + y + y + y + x = y, \quad && x + y + y + y - x = z,\\
&x + z + z + z + x = y, \quad && x + z + z + z - x = z,\\
&x - x - x - x + x = y, \quad && x - x - x - x - x = z,\\
&x - y - y - y + x = y, \quad && x - y - y - y - x = z,\\
&x - z - z - z + x = y, \quad && x - z - z - z - x = z.
\end{aligned}$$

Функциональные 5-метрики имеют каноническую структуру вида

$$\eta_{ab} = diag\,(1,1,1,1,1),\ \varphi_{ab} = diag\,(1,-1,-1,-1,1).$$

Четыре первых элемента при разных значениях «уравновешенной» метрики типа

$$\lambda_{kl}\,(\ ) = diag\,(1,1,-1,-1),\ \lambda_{kl}\,(\ ) = diag\,(1,-1,1,-1),\ \lambda_{kl}\,(\ ) = diag\,(1,-1,-1,1)$$

генерируют аналогичные суммы:

$$\begin{aligned}
&x + x - x - x = z, \quad && x - x + x - x = z, \quad && x - x - x + x = z,\\
&x + y - y - y = y, \quad && x - y + y - y = y, \quad && x - y - y + y = y,\\
&x + z - z - z = x, \quad && x - z + z - z = x, \quad && x - z - z + z = x.
\end{aligned}$$

Тот или другой выбор знаков будем интерпретировать как проявление функциональной метрики. Такая потребность обусловлена физической практикой, согласно которой «слагаемые» могут изменить свой знак под влияние внешних или внутренних условий. Такие изменения можно определить термином функциональные метрические мутации.

Согласно этим значениям получим изменения суммарных выражений при разных операциях для последнего элемента сумм:

$$
\begin{array}{llll}
zx = z, & z + x = x, & z : x = z, & z - x = y, \\
yx = y, & y + x = z, & y : x = y, & y - x = x, \\
xx = x, & x + x = y, & x : x = x, & x - x = z.
\end{array}
$$

Следовательно, сумма в функциональном выражении частично зависит от ее метрики.

Ассоциативность и коассоциативность на двойных операциях

Стандартное определение ассоциативности базируется на одной операции. Расширение понятия и подхода на двойные операции позволяет обнаружить новые грани ассоциативности. В частности, естественно рассмотреть свойства коассоциативности, когда пара операций, рассматриваемая в одном порядке следования, заменяется на пару операций в другом порядке следования.

Определим ассоциативность и коассоциативность на паре операций выражениями

$$
\begin{gathered}
a(\times)(+)(b(\times)(+)c) = (a(\times)(+)b)(\times)(+)c, \\
a(+)(\times)(b(+)(\times)c) = (a(+)(\times)b)(+)(\times)c.
\end{gathered}
$$

Естественно при этом выполнить сравнения выражений

$$
\begin{gathered}
a(\times)(+)(b(\times)(+)c) \leftrightarrow a(+)(\times)(b(+)(\times)c), \\
(a(\times)(+)b)(\times)(+)c \leftrightarrow (a(+)(\times)b)(+)(\times)c.
\end{gathered}
$$

Проанализируем эти выражения на примерах, базирующихся на сигруппе реперов размерности 3×3 с операциями комбинаторного произведения и структурного суммирования.

Получим, например, такие соотношения:

$$x(\times)(+)(y(\times)(+)z) = z \Rightarrow y(+)z = y, y(\times)y = x, x(+)x = y, x(\times)y = z,$$

$$(x(\times)(+)y)(\times)(+)z = z \Rightarrow x(+)y = z, x(\times)z = y, y(+)z = y, y(\times)z = z,$$

$$x(\times)(+)(y(\times)(+)z) = (x(\times)(+)y)(\times)(+)z,$$

$$
\begin{gathered}
x(+)(\times)(y(+)(\times)z) = x \Rightarrow y(\times)z = z, y(+)z = y, x(\times)y = z, x(+)z = x, \\
(x(+)(\times)y)(+)(\times)z = y \Rightarrow x(\times)y = z, x(+)z = y, x(\times)z = y, y(+)z = y,
\end{gathered}
$$

$$x(+)(\times)(y(+)(\times)z) \neq (x(+)(\times)y)(+)(\times)z,$$

Одна пара операций ассоциативна, другая пара операций неассоциативна. Смена порядка операций способна изменить ассоциативность. В рассматриваемом случае данный набор элементов ассоциативен, но он не коассоциативен.

$$x \otimes \oplus (y \otimes \oplus z) \neq x \oplus \otimes (y \oplus \otimes z),$$

$$(x \otimes \oplus y) \otimes \oplus z \neq (x \oplus \otimes y) \oplus \otimes z.$$

У полного набора элементов эти связи и соотношения будут разными. Понятно, что есть множества, у которых все связи и соотношения могут быть едиными.

Операционная зависимость нормированных отношений

К категории нормированных алгебр относят те из них, для которых справедливо функциональное условие

$$(x * y) * (x * y) = (x * x) * (y * y),$$

в котором символом $*$ обозначается операция в алгебре.

Расширение концепции нормирования реализуется, с одной стороны, на смене одной операции системой операций, с другой стороны – на соединении нескольких операций. Например, содержательно рассматривать функциональные связи вида

$$xy \pm xy = xx \pm yy,$$
$$xy : xy = xx : yy,$$
$$(x \pm y)(x \pm y) = (x \pm x)(y \pm y),$$
$$(x : y) \pm (x : y) = (x : x) \pm (y : y),...$$

В зависимости от того, как проявляют себя функциональные условия при смене операций, возможна классификация множеств. Указанные изменения операций будем трактовать как функциональные мутации. С физической точки зрения они могут реализовывать себя при изменении условий, в которых функционирует исследуемая система объектов. Проанализирует несколько моделей расширения условий нормировки на множестве из 3 реперов, подчиненных набору из 4 операций. Закон $(x \otimes y) \otimes (x \otimes y) = (x \otimes x) \otimes (y \otimes y)$, выполняется во всех случаях. Получим

xx	$xx = x$	$xx = x$
xy	$zz = x$	$xx = x$
xz	$yy = x$	$xx = x$
yx	$yy = x$	$xx = x$
yy	$xx = x$	$xx = x$
yz	$zz = x$	$xx = x$
zx	$zz = x$	$xx = x$
zy	$yy = x$	$xx = x$
zz	$xx = x$	$xx = x$

.

В таком варианте все элементы представлены с одной спектральной мерой в количестве трех объектов. При изменении операции и при соединении разных операций ситуация будет меняться. Проанализируем другие модели. Получим, например, связи вида

xx	$z-z=z$	$z-z=z$
xy	$y-y=z$	$z-z=z$
xz	$x-x=z$	$z-z=z$
yx	$x-x=z$	$z-z=z$
yy	$z-z=z$	$z-z=z$
yz	$y-y=z$	$z-z=z$
zx	$y-y=z$	$z-z=z$
zy	$x-x=z$	$z-z=z$
zz	$z-z=z$	$z-z=z$

,

$$(x-y)-(x-y)=(x-x)-(yy),$$

xx	$x+x=y$	$x+x=y$
xy	$z+z=z$	$x+x=y$
xz	$y+y=x$	$x+x=y$
yx	$y+y=x$	$x+x=y$
yy	$x+x=y$	$x+x=y$
yz	$z+z=z$	$x+x=y$
zx	$z+z=z$	$x+x=y$
zy	$y+y=x$	$x+x=y$
zz	$x+x=y$	$x+x=y$

,

$$xy+xy=xx+yy,$$

xx	$x:x=x$	$x:x=x$
xy	$y:y=z$	$x:z=z$
xz	$z:z=y$	$x:y=y$
yx	$y:y=z$	$z:x=z$
yy	$z:z=y$	$z:z=y$
yz	$x:x=x$	$z:y=x$
zx	$z:z=y$	$y:x=y$
zy	$x:x=x$	$y:z=x$
zz	$y:y=z$	$y:y=z$

,

$$(x:y):(x:y)=(x:x):(y:y).$$

Операционная альтернативность

Проанализируем на парах элементов аналоги условия альтернативности. Получим систему соответствий:

$$(xx)y = x(xy),$$

xx	$xx = x$	$xx = x$
xy	$xy = z$	$xz = y$
xz	$xz = y$	$xy = z$
yx	$xx = x$	$yy = x$
yy	$xy = z$	$yx = y$
yz	$xz = y$	$yz = z$
zx	$xx = x$	$zz = x$
zy	$xy = z$	$zy = y$
zz	$xz = y$	$zx = z$

,

$$(x + x) + y = x + (x + y),$$

xx	$y + x = z$	$x + y = z$
xy	$y + y = x$	$x + z = x$
xz	$y + z = y$	$x + x = y$
yx	$x + x = y$	$y + z = y$
yy	$x + y = z$	$y + x = z$
yz	$x + z = x$	$y + y = x$
zx	$z + x = x$	$z + x = x$
zy	$z + y = y$	$z + y = y$
zz	$z + z = z$	$z + z = z$

,

$$(x : x) : y = x : (x : y),$$

xx	$x : x = x$	$x : x = x$
xy	$x : y = y$	$x : y = y$
xz	$x : z = z$	$x : z = z$
yx	$z : x = z$	$y : y = z$
yy	$z : y = x$	$y : z = x$
yz	$z : z = y$	$y : x = y$
zx	$y : x = y$	$z : z = y$
zy	$y : y = z$	$z : x = z$
zz	$y : z = x$	$z : y = x$

.

Естественно найти приложения альтернативности в физической практике.

Коцепи в теневой группе реперов

Когомологический анализ групп базируется на системе условий, посредством которой классифицируются их автоморфизмы и классы расширений. Математически он выражается уравнениями, в которых объединены элементы групп и функции от этих элементов.

Известно, что эти выражения можно рассматривать как частный случай функциональных условий равновесия в физической системе.

Поскольку в практической деятельности чаще всего приходится искать условия равновесия факторов и обстоятельств, анализ таких свойств полезен для практических приложений.

Проанализируем несколько элементов стандартных функций коцепей как базовых элементов теории когомологий на примере множества реперов размерности 3×3 с операциями комбинаторного произведения и структурного суммирования.

Имеем уравнения

$$df(g) = gf(g) - f(g),$$

$$df(g_1, g_2) = g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1),$$

$$df(g_1, g_2, g_3) = g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2), \ldots$$

Проанализируем на теневой группе реперов условия

$$gf(g) = f(g),$$

$$g_1 f(g_2) + f(g_1) = f(g_1 g_2),$$

$$g_1 f(g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) = f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2).$$

Для первого условия подходит функция $f(g) = g + g^2 = g + x$. Действительно, получим

$$gf(g) = g(g + x) = x + g = g + x = f(g).$$

Второе условие выполняется при выборе функции $f(g_i) = g_i - g_i^2 = g_i - x$. В этом случае

$$g_1(g_2 - x) + g_1 - x = g_1 g_2 - g_1 + g_1 - x = g_1 g_2 - x.$$

Третье условие выполнится при усложнении условий «раскрытия» необходимой функции. Если учесть различие в разложении функции, зависящей от одного аргумента и их произведения, в виде

$$f(g_i, g_j) = g_i + g_j^2 = g_i + x,$$

$$f(g_i g_j, g_k) = g_i g_j + g_i + g_k^2 = g_i g_j + g_i + x,$$

$$f(g_i, g_j g_k) = g_i + g_j^2 + g_k^2 = g_i + x + x,$$

получим тождество $g_1(g_2 + x) + g_1 + x + x \equiv g_1 g_2 + g_1 + x + g_1 + x,$ так как $g_1 x = g_1$.

Те физические и функциональные условия, которые не выполняются или очень сложны для одной системы объектов с данными операциями могут естественно выполняться на других системах операций. Опять, в который раз, утверждается точка зрения, что любые объекты и взаимодействия, равно как и функциональные связи, следует анализировать со всех возможных точек зрения.

Операционный синтез различных множеств

Известно, что пара элементов

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

образует группу на матричной операции. Их графы ассоциированы с независимым существованием объектов и с возможностью парных взаимодействий.

Алгоритм перестановки значимых элементов генерирует из данной пары 6 матриц группы перестановок из трех элементов:

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\to\\\to\\\to\end{pmatrix}\Rightarrow a=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\to\\\to\\\to\end{pmatrix}\Rightarrow b=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\to\\\to\\\to\end{pmatrix}\Rightarrow E=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$c=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\to\\\to\\\to\end{pmatrix}\Rightarrow d=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\to\\\to\\\to\end{pmatrix}\Rightarrow e=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\to\\\to\\\to\end{pmatrix}\Rightarrow c=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Формальной перестановке значимых элементов на практике можно сопоставить реальные изменения отношений в системе анализируемых объектов. Согласно приведенному алгоритму такие изменения могут иметь циклический вид.
На матричной операции им соответствует таблица

$\overset{m}{\times}$	E	a	b	c	d	e
E	E	a	b	c	d	e
a	a	b	E	e	c	d
b	b	E	a	d	e	c
c	c	d	e	E	a	b
d	d	e	c	b	E	a
e	e	c	d	a	b	E

.

Качественно другое множество представляют матрицы

$$\alpha=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\gamma=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Их графы отношений соответствуют «конденсации» отношений применительно к каждому из указанных элементов.

Этот аспект отношений представляется важным с физической точки зрения, так как независимость или частичные связи принципиально отличаются от модели «конденсации», когда элемент влияет на себя, а другие объекты тоже влияют на него.

На первый взгляд кажется, что мы имеем дело с парой множеств, согласование и единое рассмотрение невозможно. Эту точку зрения подтверждает таблица матричных произведений.

Для данного множества таблица матричных произведений выглядит принципиально иначе:

$\overset{m}{\times}$	α	β	γ
α	α	β	γ
β	α	β	γ
γ	α	β	γ

.

Ситуация меняется, если к одному и второму множествам применить комбинаторную операцию произведения строк на строки. Например, получим

$$E \overset{k}{\underset{ll}{\times}} a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{k}{\underset{ll}{\times}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{100 \quad 010 \quad 001}{010 \quad 001 \quad 100} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$a \overset{k}{\underset{ll}{\times}} b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\underset{ll}{\times}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{010 \quad 001 \quad 100}{001 \quad 100 \quad 010} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ldots$$

Очевидное согласование различных множеств средствами комбинаторной операции отражается таблицей

$\overset{k}{\underset{ll}{\times}}$	E	a	b	c	d	e	α	β	γ
E	α	γ	β	e	d	c	E	b	a
a	β	α	γ	c	e	d	a	E	b
b	γ	β	α	d	c	e	b	a	E
c	b	a	E	α	γ	β	c	e	d
d	E	b	a	β	α	γ	d	c	e
e	a	E	b	γ	β	α	e	d	c
α	d	c	e	a	E	b	α	γ	β
β	e	d	c	b	a	E	β	α	γ
γ	c	e	d	E	b	a	γ	β	α

.

Комбинаторная операция объединила пару множеств, разных по структуре, размерности и свойствам на матричной операции. Реализован их синтез. Специфика полученного результата в том, что на элементах второго типа таблица произведений идентична таблице комбинаторного произведения реперов

$$\alpha = (1\ \ 0\ \ 0),\ \beta = (0\ \ 1\ \ 0),\ \gamma = (0\ \ 0\ \ 1).$$

Она имеет вид

$\underset{ll}{\overset{k}{\times}}$	α	β	γ
α	α	γ	β
β	β	α	γ
γ	γ	β	α

Следовательно, нами реализовано согласование элементов комплексных чисел в размерности 3×3 с элементами группы перестановок из трех элементов.

Проанализируем аналогичным образом данную пару различных множеств на операции структурного суммирования, согласно которой место значимого элемента сумм равно сумме мест исходных элементов, взятой по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц. Получим, например

$$E \underset{ll}{\overset{k}{+}} a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{ll}{\overset{k}{+}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a \underset{ll}{\overset{k}{+}} b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underset{ll}{\overset{k}{+}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ldots$$

Анализируемая система элементов на структурной операции суммирования генерирует таблицу

$\underset{ll}{\overset{k}{+}}$	E	a	b	c	d	e	α	β	λ
E	e	c	d	α	β	γ	a	b	E
a	c	d	e	β	γ	α	b	E	a
b	d	e	c	γ	α	β	E	a	b
c	α	β	γ	b	E	a	d	e	c
d	β	γ	α	E	a	b	e	c	d
e	γ	α	β	a	b	E	c	d	e
α	a	b	E	d	e	c	β	γ	α
β	b	E	a	e	c	d	γ	α	β
γ	E	a	b	c	d	e	α	β	γ

На элементах второго типа таблица структурного суммирования идентична таблице структурного суммирования реперов $\alpha = (1\ \ 0\ \ 0),\ \beta = (0\ \ 1\ \ 0),\ \gamma = (0\ \ 0\ \ 1)$. Она имеет вид

$\overset{k}{\underset{ll}{+}}$	α	β	γ
α	β	γ	α
β	γ	α	β
γ	α	β	γ

.

Наличие указанных связей между элементами различных множеств инициирует идею, что функциональные свойства всего множества могут проявлять себя по аналогии со свойствами тройки реперов. Анализ показал, что это так.

Вся система, например, подчинена на паре операции законам, которые присущи реперам трехмерного комплексного пространства:

$$A = \xi\varphi(\xi,\eta)\eta = \varphi(\eta,\xi)\eta = B,$$

$$\varphi(\xi,\eta) = \xi\eta\eta\xi + \eta\eta\xi\xi + \eta\xi\xi\eta + \xi\xi\eta\eta,$$

$$\xi\eta\eta\xi = \xi\xi\eta\eta, \eta\eta\xi\xi = \eta\xi\xi\eta.$$

Размерностная мутация функциональных равновесий

Анализ многообразия матриц размерности 3×3 с различным расположением значимых элементов в форме единиц по одному элементу в каждой строке на комбинаторной операции произведения строк и структурной операции суммирования позволил получить условие функционального равновесия вида

$$\xi\varphi(\xi,\eta)\eta = \varphi(\eta,\xi)\eta$$

на функции

$$\varphi(\xi,\eta) = \xi\eta\eta\xi + \eta\eta\xi\xi + \eta\xi\xi\eta + \xi\xi\eta\eta$$

Проанализируем этот закон на матрицах размерности 4×4. Выберем значения

$$\xi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \eta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим выполнение частных условий, которые в этой модели имеют место на матрицах меньшей размерности:

$$\xi\eta\eta\xi = \xi\xi\eta\eta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \eta\eta\xi\xi = \eta\xi\xi\eta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их сумма дает функцию

$$\varphi(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Согласно ее структуре, генерируется величина

$$\xi\varphi(\xi,\eta)\eta=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Следуя установленному закону, рассмотрим структуру выражения, задаваемого правой частью условия функционального равновесия. Имеем величины

$$\eta=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\xi\eta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\varsigma.$$

На их основе выполняются указанные частные законы

$$\eta\varsigma\varsigma\eta=\eta\eta\varsigma\varsigma=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\varsigma\varsigma\eta\eta=\varsigma\eta\eta\varsigma=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Их сумма согласно выражению для базовой функции, дает значение

$$\varphi(\varsigma,\xi\eta)=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

В рассматриваемом случае

$$\xi\varphi(\xi,\eta)\eta\neq\varphi(\varsigma,\xi\eta).$$

Имеет место новый закон

$$\varphi(\xi,\eta)=\varphi(\varsigma,\xi\eta).$$

Следовательно, расширение размерности многообразия величин со свойствами структуры, наследуемой из многообразия меньшей размерности, приводит к мутации условия функционального равновесия.

Из общих соображений следует, что мутация может быть локальной, справедливой только для некоторых пар элементов. Однако не исключена глобальная мутация, когда закон справедлив для любой пары элементов многообразия большей размерности.

Проанализируем ситуацию, выбрав произвольным образом новую пару элементов. Пусть

$$\xi=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\eta=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\xi\eta=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\varsigma.$$

В этом случае тоже выполняется новый закон: $\varphi(\xi,\eta)=\varphi(\eta,\xi\eta)$. По этой причине можно предположить, что размерностная мутация закона имеет глобальную структуру.

Рассмотрим циклическую функцию на паре элементов вида

$$\psi(\xi,\eta)=\xi\eta\eta\eta\xi+\eta\eta\eta\xi\xi+\eta\eta\xi\xi\eta+\eta\xi\xi\eta\eta+\xi\xi\eta\eta\eta$$

В этом случае выполняются условия

$$a=\xi\eta\eta\eta\xi=\xi\xi\eta\eta\eta,$$

$$b=\eta\eta\eta\xi\xi=\eta\eta\xi\xi\eta=\eta\xi\xi\eta\eta.$$

Например, если взять

$$\xi=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\eta=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

получим

$$a=\xi\eta\eta\eta\xi=\xi\xi\eta\eta\eta=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\eta,\ b=\eta\eta\eta\xi\xi=\eta\eta\xi\xi\eta=\eta\xi\xi\eta\eta=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Пара базовых значений на данной функции генерирует величины

$$\psi(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\psi(\eta,\xi)=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi\psi(\xi,\eta)\eta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\eta\psi(\eta,\xi)\xi=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\xi\psi(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Представленные величины формируют функциональный закон

$$\xi\psi(\xi,\eta)=(\xi\psi(\xi,\eta)\eta)(\eta\psi(\eta,\xi)\xi).$$

Этот закон имеет глобальный смысл на множестве матриц указанного типа.

Такой вывод следует из анализа функциональных условий равновесия для других пар элементов. Выберем, например, величины

$$\xi=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\eta=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Получим

$$\psi(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\psi(\eta,\xi)=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi\psi(\xi,\eta)\eta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\eta\psi(\eta,\xi)\xi=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi\psi(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Проанализируем возможную мутацию данного функционального условия равновесия на элементах меньшей размерности.

Пусть, например, имеем

$$\xi=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\eta=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

Условия первого плана частично выполняются, так как

$$a=\xi\eta\eta\eta\xi=\xi\xi\eta\eta\eta=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\neq\eta,\ b=\eta\eta\eta\xi\xi=\eta\eta\xi\xi\eta=\eta\xi\xi\eta\eta=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Условия второго плана не выполняются. Однако имеет место закон

$$\psi(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}=\psi(\eta,\xi).$$

Мутация на элементах меньшей размерности «упростила» закон. Аналогично ранее был упрощен элементами высшей размерности закон для элементов меньшей размерности.

Функциональная конденсация и смешение отношений

Анализируемая нами система есть математический образ отношений в тройке объектов, подчиненных четырем специальным операциям, которые позволяют во всех ситуациях сохранять эти отношения.

Следовательно, аналоги неевклидовой многопараметрической связи объектов, характеризующих отношения можно рассматривать как программы, заложенные в эту систему в виде изделий, поступление объектов в которую генерирует либо «конденсацию» к одному объекту, либо генерацию их определенного перемешивания.

Естественно попытаться изготовить аналоги таких устройств для других объектов. Математика «показывает» такие возможности, а иногда даже направляет практику в новое русло. Конечно, не все, что предсказывает математика, может быть подтверждено на практике в ограниченном нашей жизнью отрезке времени. Но «подсказка» способна инициировать новую, и достаточно неожиданную практику, что расширяет, с необходимостью, горизонты сознания.

С физической точки зрения «программы», управляемые операциями, характеризуют тип информационных связей. Естественно, что такие связи подчинены определенным законам. Их нахождением может быть полезным для конструирования новых изделий, учитывающих данные законы. Проиллюстрируем одну связь физики с данной математикой.

Из электродинамики известно, что сложение скоростей света с другими скоростями подчинено в нерелятивистском приближении закону неевклидового типа

$$u' = \frac{u-v}{1-w\dfrac{v}{c^2}u} \Rightarrow u' = \frac{u-v}{\alpha - uvw\sigma}.$$

Проанализируем аналогичное функциональное условие на системе отношений, выбирая для этого аналог экспериментально проверенного условия. Пусть

$$\xi'(-) = \frac{\xi - a}{\alpha - \xi ab\beta}, \xi'(+) = \frac{\xi + a}{\alpha + \xi ab\beta}.$$

Получим таблицы значений:

ξ	$\xi'(-)$
E	$\frac{E-a}{\alpha-c}=\frac{\beta}{E}=a$
a	$\frac{a-a}{\alpha-d}=\frac{\gamma}{b}=a$
b	$\frac{b-a}{\alpha-e}=\frac{\alpha}{a}=a$
c	$\frac{c-a}{\alpha-\beta}=\frac{E}{\beta}=a$
d	$\frac{d-a}{\alpha-\gamma}=\frac{a}{\alpha}=a$
e	$\frac{e-a}{\alpha-\alpha}=\frac{b}{\gamma}=a$
α	$\frac{\alpha-a}{\alpha-b}=\frac{e}{d}=a$
β	$\frac{\beta-a}{\alpha-E}=\frac{c}{c}=a$
γ	$\frac{\gamma-a}{\alpha-a}=\frac{d}{e}=a$

,

ξ	$\xi'(+)$
E	$\frac{E+a}{\alpha+c}=\frac{c}{d}=b$
a	$\frac{a+a}{\alpha+d}=\frac{d}{e}=a$
b	$\frac{b+a}{\alpha+e}=\frac{e}{c}=E$
c	$\frac{c+a}{\alpha+\beta}=\frac{\beta}{\gamma}=\alpha$
d	$\frac{d+a}{\alpha+\gamma}=\frac{\gamma}{\alpha}=\gamma$
e	$\frac{e+a}{\alpha+\alpha}=\frac{\alpha}{\beta}=\beta$
α	$\frac{\alpha+a}{\alpha+b}=\frac{b}{E}=c$
β	$\frac{\beta+a}{\alpha+E}=\frac{E}{a}=e$
γ	$\frac{\gamma+a}{\alpha+a}=\frac{a}{b}=d$

.

Они иллюстрируют «функциональную конденсацию» системы объектов к одному объекту.

Функциональные связи в системе операций

Множество из 9 объектов разной структуры объединено на основе комбинаторной операции произведения строк на строки и операции структурного суммирования в единую систему. Множество имеет 4 операции, в которых базовыми являются указанная пара операций. Операции деления и вычитания конструируются по ним на основе определенного алгоритма, ассоциированного с операциями для чисел. В итоге получается система таблиц, индуцированных операциями. Таблица комбинаторных произведений строк на строки

$\overset{k}{\underset{ll}{\times}}$	E	a	b	c	d	e	α	β	γ
E	α	γ	β	e	d	c	E	b	a
a	β	α	γ	c	e	d	a	E	b
b	γ	β	α	d	c	e	b	a	E
c	b	a	E	α	γ	β	c	e	d
d	E	b	a	β	α	γ	d	c	e
e	a	E	b	γ	β	α	e	d	c
α	d	c	e	a	E	b	α	γ	β
β	e	d	c	b	a	E	β	α	γ
γ	c	e	d	E	b	a	γ	β	α

частично ассоциативна. Например, получим

$$\alpha(\beta\alpha) = \alpha\beta = \gamma \equiv (\alpha\beta)\alpha = \gamma\alpha = \gamma,$$
$$\beta(\gamma\beta) = \beta\beta = \alpha \neq (\beta\gamma)\beta = \gamma\beta = \beta.$$

Таблица структурных сумм

$\overset{k}{\underset{ll}{+}}$	E	a	b	c	d	e	α	β	γ
E	e	c	d	α	β	γ	a	b	E
a	c	d	e	β	γ	α	b	E	a
b	d	e	c	γ	α	β	E	a	b
c	α	β	γ	b	E	a	d	e	c
d	β	γ	α	E	a	b	e	c	d
e	γ	α	β	a	b	E	c	d	e
α	a	b	E	d	e	c	β	γ	α
β	b	E	a	e	c	d	γ	α	β
γ	E	a	b	c	d	e	α	β	γ

.

ассоциативна. Тройная сумма элементов, следуя принятому подходу, генерирует нулевой элемент, представленный буквой γ. Этот «ноль» задает определенную систему отношений, которая может считаться аналогом нуля в системе чисел.

Таблица комбинаторных делений

$\overset{k}{\underset{ll}{:}}$	E	a	b	c	d	e	α	β	γ
E	d	e	c	γ	α	β	E	a	b
a	e	c	d	α	β	γ	a	b	E
b	c	d	e	β	γ	α	b	E	a
c	γ	α	β	a	b	E	c	d	e
d	α	β	γ	b	E	a	d	e	c
e	β	γ	α	E	a	b	e	c	d
α	E	a	b	c	d	e	α	β	γ
β	a	b	E	d	e	c	β	γ	α
γ	b	E	a	e	c	d	γ	α	β

.

получена по алгоритму $\left(\xi \overset{k}{\underset{ll}{\times}} \eta\right) \overset{k}{\underset{ll}{:}} \eta = (\xi\eta) : \eta = \xi$. Она получена по аналогии с моделью натуральных чисел, однако в силу применяемых операций имеет новые свойства. Генерация из частично ассоциативного множества не сохраняет это свойство. Операция деления ассоциативна. Кроме этого, результат объектного деления не меняется при взаимной замене числителя и знаменателя, что принципиально отличает ее от операции деления чисел.

Таблица структурных разностей

$\overset{k}{\underset{ll}{-}}$	E	a	b	c	d	e	α	β	γ
E	γ	β	α	d	c	e	b	a	E
a	α	γ	β	e	d	c	E	b	a
b	β	α	γ	c	e	d	a	E	b
c	a	E	b	γ	β	α	e	d	c
d	b	a	E	α	γ	β	c	e	d
e	E	b	a	β	α	γ	d	c	e
α	c	e	d	E	b	a	γ	β	α
β	d	c	e	a	E	b	α	γ	β
γ	e	d	c	b	a	E	β	α	γ

.

получена по алгоритму $\left(\xi \overset{k}{\underset{ll}{+}} \eta\right) \overset{k}{\underset{ll}{-}} \eta = (\xi + \eta) - \eta = \xi$. Она имеет свойство, присущее числам вида $\xi - \xi = \gamma \to 0$ чисел. Кроме этого, таблица становится частично ассоциативной. Например, получим

$$(E-\beta)-\gamma = a-\gamma = a \equiv E-(\beta-\gamma) = E-\beta = a,$$
$$(a-b)-c = \beta - c - a \neq a-(b-c) = a-c = e.$$

Таблицы, полученные нами, функционально связаны между собой. Таблицу деления и таблицу вычитания можно получить на основе расчета функций от пары элементов, применяя операцию произведения и операцию суммирования. Проиллюстрируем этот тезис примерами.

Рассмотрим функциональную связь вида

$$\xi : \eta = \xi + \eta + \xi\eta + \eta\xi.$$

На примере одной строки получим

$$d = E : E = E + E + EE + EE = e + \alpha + \alpha = d,$$

$$e = E : a = E + a + Ea + aE = c + \gamma + \beta = e,$$
$$c = E : b = E + b + Eb + bE = d + \beta + \gamma = c,$$
$$\gamma = E : c = E + c + Ec + cE = \alpha + e + b = \gamma,$$
$$\alpha = E : d = E + d + Ed + dE = \beta + c + E = \alpha,$$
$$\beta = E : e = E + e + Ee + eE = \gamma + c + a = \beta,$$
$$E = E : \alpha = E + \alpha + E\alpha + \alpha E = a + E + d = E,$$
$$a = E : \beta = E + \beta + E\beta + \beta E = b + b + e = a,$$

$$b = E : \gamma = E + \gamma + E\gamma + \gamma E = E + a + c = b.$$

Рассмотрим функциональную связь вида $\xi - \eta = \xi + 2\eta$. На примере одной строки получим

$$\gamma = E - E = E + E + E = e + E = \gamma,$$

$$\beta = E - a = E + a + a = c + a = \beta,$$
$$\alpha = E - b = E + b + b = d + b = \alpha,$$
$$d = E - c = E + c + c = \alpha + c = d,$$
$$c = E - d = E + d + d = \beta + d = c,$$
$$e = E - e = E + e + e = \gamma + e = e,$$
$$b = E - \alpha = E + \alpha + \alpha = a + \alpha = b,$$
$$a = E - \beta = E + \beta + \beta = b + \beta = a,$$

$$E = E - \gamma = E + \gamma + \gamma = E + \gamma = E.$$

Эта связь естественна благодаря условию

$$\xi - \eta = \xi + 2\eta,$$

$$\xi = \xi + 3\eta = \xi + \gamma = \xi.$$

В силу указанного условия получим зависимость операции суммирования от операции вычитания вида

$$\xi + \eta = \xi - \eta - \eta = \xi - 2\eta.$$

Как и в предыдущих случаях это правило подтвердим расчетом

На примере одной строки получим условия

$$e = E + E = E - E - E = \gamma - E = e,$$

$$c = E + a = E - a - a = \beta - a = c,$$
$$d = E + b = E - b - b = \alpha - b = d,$$
$$\alpha = E + c = E - c - c = d - c = \alpha,$$
$$\beta = E + d = E - d - d = c - d = \beta,$$
$$\gamma = E + e = E - e - e = e - e = \gamma,$$
$$a = E + \alpha = E - \alpha - \alpha = b - \alpha = a,$$
$$b = E + \beta = E - \beta - \beta = a - \beta = b,$$

$$E = E + \gamma = E - \gamma - \gamma = E - \gamma = E.$$

Рассмотрим функциональную связь вида

$$\xi\eta = \xi : \eta - (\xi - \xi : \eta).$$

На примере одной строки получим

$$\alpha = EE = E : E - (E - E : E) = d - c = \alpha,$$

$$\gamma = Ea = E : a - (E - E : a) = e - e = \gamma,$$
$$\beta = Eb = E : b - (E - E : b) = c - d = \beta,$$
$$e = Ec = E : c - (E - E : c) = \gamma - E = e,$$
$$d = Ed = E : d - (E - E : d) = \alpha - b = d,$$
$$c = Ee = E : e - (E - E : e) = \beta - a = c,$$
$$E = E\alpha = E : \alpha - (E - E : \alpha) = E - \gamma = E,$$
$$b = E\beta = E : \beta - (E - E : \beta) = a - \beta = b,$$

$$a = E\gamma = E : \gamma - (E - E : \gamma) = b - \alpha = a.$$

Наличие функциональных связей между операциями позволяет выводить из «простых» функциональных законов «сложные» функциональные законы. Обусловлено это тем, что произведения и другие операции заданы глобальными функциональными связями.

Это замечание может оказаться полезным при анализе реальных физических объектов, свойства которых известны согласно «простой» модели. Функциональные связи между операциями позволят генерировать на этой основе существенно более «тонкие» и «глубокие» законы. Получить их другими средствами может быть сложно.

Функциональный проектор Кэли

Назовем преобразование Кэли вида

$$x \to \frac{1-x}{1+x}$$

функциональным проектором. Название оправдано в силу результата, который мы получаем на множестве, состоящем из матриц трехмерного представления группы перестановок и трех матриц, которые аналогичны реперам канонического комплексного пространства.

На операциях комбинаторного произведения и структурного деления функцию единицы выполняет элемент α, который является аналогом единичного, действительного репера. Поэтому преобразование Кэли получает вид

$$f(x) = \frac{\alpha - x}{\alpha + x}.$$

Следуя ему, получим результат в форме проектирования каждого элемента анализируемого множества в «единичный» элемент:

$$f(\xi) = \alpha, \xi = E, a, b, c, d, e, \alpha, \beta, \gamma.$$

На операциях структурного суммирования и структурного вычитания функцию нулевого элемента выполняет объект, обозначенный буквой γ. В этом варианте функция Кэли

$$f(x) = \frac{\gamma - x}{\gamma + x}$$

реализует превращение каждого элемента множества в элемент β: $f(\xi) = \beta, \xi = E, a, b, c, d, e, \alpha, \beta, \gamma.$ Пара указанных проекторов генерирует аналоги пары реперов: действительного репера и комплексного репера Гаусса. Заметим, что результат не изменится, если мы вместо функции Кэли будем рассматривать обратную ей функцию, так как в рассматриваемой модели результат деления не зависит от порядка расположения числителя и знаменателя. Третий репер можно получить посредством нового проектирования. Функция $\varphi(x) = (\gamma - x)(\gamma + x)$ генерирует на всех элементах один элемент γ

$$\varphi(\xi) = \gamma, \xi = E, a, b, c, d, e, \alpha, \beta, \gamma.$$

С другой стороны, он может быть получен в форме произведения или суммы результатов двух первых проекторов. Косвенно здесь «подсказывается» модель физического устройства, действующего аналогично «проектору».

Скрытые свойства отношений

Моделирование фундаментальных свойств Реальности, следуя ранее выполненному анализу, должно быть основано на 4 предзарядах, свойства которых могут быть самыми разными. Проанализируем свойства системы из 4 объектов

$$a=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, d=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$$

на комбинаторной операции произведения и структурной операции суммирования.

Получим пару таблиц:

$\overset{k}{\underset{ll}{\times}}$	a	b	c	d
a	b	a	d	c
b	a	b	c	d
c	d	c	b	a
d	c	d	a	b

$$=b\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+a\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

,

$\overset{k}{\underset{ll}{+}}$	a	b	c	d
a	d	c	b	a
b	c	d	a	b
c	b	a	d	c
d	a	b	c	d

$$=d\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+a\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

На алгоритмах вида $\eta:\zeta=(\xi\times\zeta):\zeta=\xi, \eta-\xi=(\xi+\zeta)-\zeta$ получим таблицы делений и вычитаний:

$\overset{k}{\underset{ll}{:}}$	a	b	c	d
a	b	a	d	c
b	a	b	c	d
c	d	c	b	a
d	c	d	a	b

$$=b\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+a\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

,

$\overset{k}{\underset{ll}{-}}$	a	b	c	d
a	d	c	b	a
b	c	d	a	b
c	b	a	d	c
d	a	b	c	d

$$=d\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+a\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Следовательно, в данном случае анализируемое множество имеет необычные свойства:

$$\xi+\eta=\xi-\eta, \xi\times\eta=\xi:\eta.$$

Спектр функциональных решений в электродинамике

Решение в виде функции от некоторых переменных для системы базовых уравнений назовем функциональным решением. Под расслоением таких решений будем понимать их спектр, образованный разными решениями, которые могут быть согласованы друг с другом.

Проиллюстрируем расслоение функциональных решений на примере дифференциального продолжения уравнений электродинамики Максвелла. Они задают условия равновесия для антисимметричного тензора

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha,$$

подчиненного системе дифференциальных связей вида

$$\partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km} = 0.$$

Сконструируем дифференциальное продолжение

$$\partial_l (\partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km}) = 0.$$

Получим

$$\partial_l \partial_k (\partial_m A_n - \partial_n A_m) + \partial_l \partial_m (\partial_n A_k - \partial_k A_n) + \partial_l \partial_n (\partial_k A_m - \partial_m A_k) + \partial_k \partial_m \partial_n A_l - \partial_k \partial_m \partial_n A_l =$$

$$= \partial_l \partial_k \partial_m A_n - \partial_l \partial_k \partial_n A_m + \partial_l \partial_m \partial_n A_k - \partial_l \partial_m \partial_k A_n + \partial_l \partial_n \partial_k A_m - \partial_l \partial_n \partial_m A_k + \partial_k \partial_m \partial_n A_l - \partial_k \partial_m \partial_n A_l =$$

$$= \partial_k \partial_m (\partial_n A_l - \partial_l A_n) + \partial_m \partial_n (\partial_l A_k - \partial_k A_l) + \partial_n \partial_l (\partial_k A_m - \partial_m A_k) + \partial_l \partial_k (\partial_m A_n - \partial_n A_m) =$$

$$= \partial_k \partial_m F_{nk} + \partial_m \partial_n F_{lk} + \partial_n \partial_l F_{km} + \partial_l \partial_k F_{mn} = 0.$$

Учтем свойство антисимметричности тензора электромагнитного поля. Тогда дифференциальное продолжение преобразуется к виду

$$\partial_m (\partial_k F_{nl} - \partial_n F_{kl}) + \partial_l (\partial_n F_{km} - \partial_k F_{nm}) = 0.$$

Эта система уравнений допускает в качестве функционального решения симметричный тензор

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha B_\beta + \partial_\beta B_\alpha.$$

Получим

$$\partial_m \partial_k (\partial_n B_l + \partial_l B_n) - \partial_m \partial_n (\partial_k B_l + \partial_l B_k) + \partial_l \partial_n (\partial_k B_m + \partial_m B_k) - \partial_l \partial_k (\partial_n B_m + \partial_m B_n) =$$

$$= \partial_m \partial_k \partial_n B_l + \partial_m \partial_k \partial_l B_n - \partial_m \partial_n \partial_k B_l - \partial_m \partial_n \partial_l B_k + \partial_l \partial_n \partial_k B_m + \partial_l \partial_n \partial_m B_k - \partial_l \partial_k \partial_n B_m - \partial_l \partial_k \partial_m B_n = 0.$$

Принимая симметричный тензор в качестве гравитационного поля, мы замечаем, что дифференциальное продолжение уравнений электродинамики генерирует функциональные решения в форме суммы электромагнитного и гравитационного полей.

Естественно проанализировать другие функциональные решения, которые возможны в рамках анализируемой системы дифференциальных уравнений.

Проанализируем модели «смешения» пары указанных полей.

Пусть

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta B_\alpha.$$

Тогда

$$\partial_m\partial_k\partial_n A_l - \partial_m\partial_k\partial_l B_n - \partial_m\partial_n\partial_k A_l + \partial_m\partial_n\partial_l B_k + \partial_l\partial_n\partial_k A_m - \partial_l\partial_n\partial_m B_k - \partial_l\partial_k\partial_n A_m + \partial_l\partial_k\partial_m B_n \equiv 0.$$

Пусть

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta + \partial_\beta B_\alpha.$$

Тогда

$$\partial_m\partial_k\partial_n A_l + \partial_m\partial_k\partial_l B_n - \partial_m\partial_n\partial_k A_l - \partial_m\partial_n\partial_l B_k + \partial_l\partial_n\partial_k A_m + \partial_l\partial_n\partial_m B_k - \partial_l\partial_k\partial_n A_m - \partial_l\partial_k\partial_m B_n \equiv 0.$$

Следовательно, «смешения» пары различных полей можно рассматривать как новые функциональные решения анализируемой системы уравнений.

Проанализируем модели для систем скалярных величин.
Пусть, например, задана величина

$$\psi_{\alpha\beta} = \partial_\alpha\psi\partial_\beta\psi + \psi\partial_\alpha\partial_\beta\psi.$$

Тогда

$$\partial_k F_{nl} - \partial_n F_{kl} \Rightarrow \partial_k\psi_{nl} - \partial_n\psi_{kl} =$$

$$= \partial_k\partial_n\psi\cdot\partial_l\psi + \partial_n\psi\cdot\partial_k\partial_l\psi + \partial_k\psi\cdot\partial_n\partial_l\psi + \psi\cdot\partial_k\partial_n\partial_l\psi -$$

$$-\partial_n\partial_k\psi\cdot\partial_l\psi - \partial_k\psi\cdot\partial_n\partial_l\psi - \partial_k\psi\cdot\partial_k\partial_l\psi - \psi\cdot\partial_n\partial_k\partial_l\psi \equiv 0$$

В силу указанного условия анализируемая система уравнений содержит в себе решения с производными от скалярных функций.

Пусть

$$\Phi_{\alpha\beta} = \partial_\alpha\varphi\cdot\partial_\beta\psi + \partial_\beta\varphi\cdot\partial_\alpha\psi + \varphi\partial_\alpha\partial_\beta\psi + \psi\partial_\alpha\partial_\beta\varphi.$$

Тогда

$$\partial_k F_{nl} - \partial_n F_{kl} \Rightarrow \partial_k\Phi_{nl} - \partial_n\Phi_{kl} =$$

$$= \partial_k\partial_n\varphi\cdot\partial_l\psi + \partial_n\varphi\cdot\partial_k\partial_l\psi + \partial_k\partial_n\psi\cdot\partial_l\varphi + \partial_n\psi\cdot\partial_k\partial_l\varphi +$$

$$+\partial_k\varphi\cdot\partial_n\partial_l\psi + \varphi\cdot\partial_k\partial_n\partial_l\psi + \partial_k\psi\cdot\partial_n\partial_l\varphi + \psi\cdot\partial_k\partial_n\partial_l\varphi -$$

$$-\partial_n\partial_k\varphi\cdot\partial_l\psi - \partial_k\varphi\cdot\partial_n\partial_l\psi - \partial_n\partial_k\psi\cdot\partial_l\varphi - \partial_k\psi\cdot\partial_n\partial_l\varphi -$$

$$-\partial_n\varphi\cdot\partial_k\partial_l\psi - \varphi\cdot\partial_n\partial_k\partial_l\psi - \partial_n\psi\cdot\partial_k\partial_l\varphi - \psi\cdot\partial_n\partial_k\partial_l\varphi \equiv 0.$$

Имеет место также функциональное решение

$$\Phi_{\alpha\beta} = \partial_\alpha\varphi\cdot\partial_\beta\psi - \partial_\beta\varphi\cdot\partial_\alpha\psi + \varphi\partial_\alpha\partial_\beta\psi - \psi\partial_\alpha\partial_\beta\varphi.$$

Следовательно, дифференциальное продолжение уравнений электродинамики вида

$$\partial_l(\partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km}) = 0$$

в модифицированной «циклической» форме

$$\partial_m(\partial_k F_{nl} - \partial_n F_{kl}) + \partial_l(\partial_n F_{km} - \partial_k F_{nm}) = 0$$

генерирует спектр функциональных решений.

В частности, он задается функциями

$$\begin{aligned}
F_{\alpha\beta} &= \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha,\\
F_{\alpha\beta} &= \partial_\alpha B_\beta + \partial_\beta B_\alpha,\\
F_{\alpha\beta} &= \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta B_\alpha,\\
F_{\alpha\beta} &= \partial_\alpha A_\beta + \partial_\beta B_\alpha,
\end{aligned}$$

$$\psi_{\alpha\beta} = \partial_\alpha\psi\partial_\beta\psi + \psi\partial_\alpha\partial_\beta\psi,$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{\alpha\beta} &= \partial_\alpha\varphi\cdot\partial_\beta\psi + \partial_\beta\varphi\cdot\partial_\alpha\psi + \varphi\partial_\alpha\partial_\beta\psi + \psi\partial_\alpha\partial_\beta\varphi,\\
\Phi_{\alpha\beta} &= \partial_\alpha\varphi\cdot\partial_\beta\psi - \partial_\beta\varphi\cdot\partial_\alpha\psi + \varphi\partial_\alpha\partial_\beta\psi - \psi\partial_\alpha\partial_\beta\varphi.
\end{aligned}$$

Следовательно, уравнения Максвелла в форме их дифференциального продолжения допускают обобщенные решения, в которых могут быть объединены с постоянными весовыми множителями разные функциональные решения.

В частности, антисимметричные тензоры могут суммироваться с симметричными тензорами и дифференциальными объектами, образованными из скалярных величин. С физической точки зрения такая возможность означает единство электромагнетизма и гравитации. Наличие скалярных полей, сконструированных по-разному, позволяет учесть теоретически возможные связи между указанными физическими сущностями. Набор величин может быть разным, соответствуя исследуемой эмпирической ситуации.

Проиллюстрируем этот тезис на примере уравнений для тензора электромагнитного поля. В частности, физические 4-потенциалы могут иметь скрытую структуру:

$$\begin{aligned}
A_l^* &= \varphi A_l\psi = \varphi^p A_l\psi^s,\\
A_l^* &= a\partial_l\varphi + \Phi A_p \mathrm{H} + b\partial_l\psi,\\
A_l^* &= g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\psi A_l, \ldots
\end{aligned}$$

Следовательно, эмпирический анализ, базирующийся на показаниях измерительных устройств, обеспечивает только часть информации, доступную этим устройствам, но не более того.

Внутренние и скрытые стороны и свойства явлений могут быть «проявлены» только при дополнительном теоретическом и экспериментальном исследовании.

Если коэффициенты, связывающие функциональные решения, не постоянны, общее решение генерирует ненулевые элементы в правой части системы дифференциального продолжения уравнений электродинамики. В этом случае для полноты исследования требуются динамические уравнения для коэффициентов.

С дифференциальным продолжением уравнений электродинамики для полей необходимо согласовать дифференциальные продолжения для индукций, а также для связей между полями и индукциями.

Проанализируем возможность объединения в функциональном решении потенциалов поля и скалярных функций. Пусть, например,

$$\psi_{nl} = A_n \partial_l \psi + \psi \partial_l A_n, \psi_{kl} = A_k \partial_l \psi + \psi \partial_l A_k.$$

Тогда

$$\begin{gathered}\partial_k \psi_{nl} - \partial_n \psi_{kl} = \\ = \partial_k A_n \cdot \partial_l \psi + A_n \cdot \partial_k \partial_l \psi + \partial_k \psi \cdot \partial_l A_n + \psi \cdot \partial_k \partial_l A_n - \\ - \partial_n A_k \cdot \partial_l \psi - A_k \cdot \partial_n \partial_l \psi - \partial_n \psi \cdot \partial_l A_k - \psi \cdot \partial_n \partial_l A_k,\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\partial_n \psi_{km} - \partial_k \psi_{nm} = \\ = \partial_n A_k \cdot \partial_m \psi + A_k \cdot \partial_n \partial_m \psi + \partial_n \psi \cdot \partial_m A_k + \psi \cdot \partial_n \partial_m A_k - \\ - \partial_k A_n \cdot \partial_m \psi - A_n \cdot \partial_k \partial_m \psi - \partial_k \psi \cdot \partial_m A_n - \psi \cdot \partial_k \partial_m A_n.\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\partial_m (\partial_k \psi_{nl} - \partial_n \psi_{kl}) = \\ = \partial_m \partial_k A_n \cdot \partial_l \psi + \partial_k A_n \cdot \partial_m \partial_l \psi + \partial_m A_n \cdot \partial_k \partial_l \psi + A_n \cdot \partial_m \partial_k \partial_l \psi + \\ + \partial_m \partial_k \psi \cdot \partial_l A_n + \partial_k \psi \cdot \partial_m \partial_l A_n + \partial_m \psi \cdot \partial_k \partial_l A_n + \psi \cdot \partial_m \partial_k \partial_l A_n - \\ - \partial_m \partial_n A_k \cdot \partial_l \psi - \partial_n A_k \cdot \partial_m \partial_l \psi - \partial_m A_k \cdot \partial_n \partial_l \psi - A_k \cdot \partial_m \partial_n \partial_l \psi + \\ - \partial_m \partial_n \psi \cdot \partial_l A_k + \partial_n \psi \cdot \partial_m \partial_l A_k - \partial_m \psi \cdot \partial_n \partial_l A_k - \psi \cdot \partial_m \partial_n \partial_l A_k,\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\partial_l (\partial_n \psi_{km} - \partial_k \psi_{nm}) = \\ = \partial_l \partial_n A_k \cdot \partial_l \psi + \partial_n A_k \cdot \partial_l \partial_m \psi + \partial_l A_k \cdot \partial_n \partial_m \psi + A_k \cdot \partial_l \partial_n \partial_m \psi + \\ + \partial_l \partial_n \psi \cdot \partial_m A_k + \partial_n \psi \cdot \partial_l \partial_m A_k + \partial_l \psi \cdot \partial_n \partial_m A_k + \psi \cdot \partial_l \partial_n \partial_m A_k - \\ - \partial_l \partial_k A_n \cdot \partial_m \psi - \partial_k A_n \cdot \partial_l \partial_m \psi - \partial_l A_n \cdot \partial_k \partial_m \psi - A_n \cdot \partial_l \partial_k \partial_m \psi - \\ - \partial_l \partial_k \psi \cdot \partial_m A_n - \partial_k \psi \cdot \partial_l \partial_m A_n - \partial_l \psi \cdot \partial_k \partial_m A_n - \psi \cdot \partial_k \partial_m \partial_l A_n.\end{gathered}$$

В рассматриваемой модели функциональных решений эти слагаемые подчинены системе уравнений

$$\partial_m (\partial_k \psi_{nl} - \partial_n \psi_{kl}) + \partial_l (\partial_n \psi_{km} - \partial_k \psi_{nm}) = 0.$$

Эта возможность является принципиально новой. Единство 4-потенциалов со скаляром и производными от него свидетельствует о возможности их физического единства в некоторых экспериментальных ситуациях.

Заметим, что предложенные варианты имеют косвенное согласование с формализмом дифференциального продолжения систем уравнений, записанных в дифференциальных формах. По этой причине следовало бы более глубоко и более внимательно исследовать возможности, которые заложены в этом формализме, базирующемся на аппарате для глубинного исследования формы и сущности системы дифференциальных уравнений.

Возможно, исследование нужно выполнить не на данном частном примере, а на полной системе уравнений электродинамики, учитывающей, в частности, показатель отношения и его динамику.

Такая модель в ограниченном объеме рассматривалась ранее без связи с физическими аспектами проблемы единства электромагнитного и гравитационного полей со скалярными полями разной природы.

Заметим, что 4-потенциалы электродинамики, равно как и массодинамики, определены с точностью до системы функций, зависящих от внутренних переменных задачи, так как дифференцирование по координатам и времени в этом случае дает либо «скрытый множитель», либо тождественный ноль:

$$A_k(\xi^i, \eta^p) = \varphi(\eta^p) A_k(\xi^i) + \psi(\eta^p).$$

Это понятно с физической точки зрения, если мы принимаем модель структурных объектов, которые имеют внутреннюю структуру и «скрыто» проявляют себя в пространстве и во времени. Внутренние переменные и система внутренних параметров имеют свои степени свободы и «независимость» от внешних параметров и условий. Так было, есть и будет до тех пор, пока экспериментальные условия не нарушают структуру и динамику «внутреннего мира» физических объектов. Если же эти нарушения имеют место, что может реализоваться при больших энергиях взаимодействия, то привычные условия равновесия и «внутренние скрытости» получат проявления в эксперименте и должны будут учитываться в расчетных моделях.

Заметим, что величины, характеризующие 4-потенциалы, задаются с точностью до линейных функций в пространстве и во времени, основанных на симметричном тензоре. Действительно, рассмотрим, например, выражения

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_1 &= A_1 + g_{11}x^1 + g_{12}x^2 + g_{13}x^3 + g_{10}x^0, \\
\tilde{A}_2 &= A_2 + g_{21}x^1 + g_{22}x^2 + g_{23}x^3 + g_{20}x^0, \\
\tilde{A}_3 &= A_3 + g_{31}x^1 + g_{32}x^2 + g_{33}x^3 + g_{30}x^0, \\
\tilde{A}_0 &= A_0 + g_{01}x^1 + g_{02}x^2 + g_{03}x^3 + g_{00}x^0.
\end{aligned}$$

Принимая условие постоянства введенного симметричного тензора, получим обобщение

$$\tilde{F}_{12} = \partial_1 \tilde{A}_2 - \partial_2 \tilde{A}_1 = \partial_1 A_2 - \partial_2 A_1 + (g_{21} - g_{12}) = F_{12} + (g_{21} - g_{12}),$$

гарантирующее «внутреннюю инвариантность» стандартных уравнений электродинамики при «расширении» 4-потенциала на симметричном тензоре:

$$\partial_k \tilde{F}_{mn} + \partial_m \tilde{F}_{nk} + \partial_n \tilde{F}_{km} = \partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km} = 0.$$

Если симметричный тензор зависит от внешних координат и времени, ситуация становится «неравновесной в пространстве». Она будет выглядеть иначе на основе обобщенных функциональных уравнений электродинамики.

Заметим, что принятый подход не в состоянии учесть стационарные ранговые движения, которые могут дополнять стандартные 4-потенциалы электродинамики. Например, 4-потенциалы могут быть дополнены постоянными скоростями и ускорениями с фиксированными весовыми множителями:

$$\tilde{A}_k = A_k + \sigma_{km} \frac{dx^m}{ds} + \pi_{km} \frac{d^2 x^m}{ds^2} + \ldots$$

При дифференцировании по координатам и времени они дают нулевой вклад, хотя физические ситуации, им соответствующие, будут разными.

Алгебра процессов

Наличие системы матриц, с физической точки зрения, задает систему отношений между объектами, число которых равно размерности матриц. Произведения и суммирования в таком множестве генерируют систему алгебраических свойств. В частности, операции действуют таким образом, что они сохраняют структуру матриц. Таковы операции в множестве категории групп.

Алгебраические операции с матрицами, если быть внимательными, задают систему состояний, которая получается при разных вариантах «взаимодействия» элементов множества. Для получения «итогов» таких взаимодействий указанных алгоритмов достаточно. Так, например, на основе группы Лорентца анализируются состояния, экспериментально достигаемые разными инерциальными наблюдателями. При этом не указывается механизм физического различия, а также алгоритм, посредством которого это различие достигнуто. Система состояний «связана» преобразованиями группы Лорентца, но система динамических процессов на этой основе не может быть реализована.

Ситуация меняется, если в рассмотрение вводится система групп, так или иначе согласованных друг с другом. Такой объект назван сигруппой (сокращение слов «система групп»). Параметры, входящие в сигруппу обладают свойствами, достаточными для описания процесса изменения параметров.

Поступим теперь иначе. Рассмотрим математическую модель перемен матриц от одного состояния к другому, реализуя различие матриц на основе алгоритма «ослабления» одних элементов и «усиления» других элементов.

В простейшем случае этим словам соответствует некоммутативная функциональная операция вида

$$a\overset{f}{\times}b = xa + (1-x)b, \quad b\overset{f}{\times}a = xb + (1-x)a,$$
$$b\overset{f}{\times}c = xb + (1-x)c, \quad c\overset{f}{\times}b = xc + (1-x)b.$$

Она неассоциативна. В общем случае

$$\alpha = a\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}c\right) = xa + (1-x)\left(xb + (1-x)c\right) = xa + x(1-x)b + (1-x)^2 c,$$

$$\beta = \left(a\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}c = x\left(xa + (1-x)b\right) + (1-x)c = x^2 a + x(1-x)b + (1-x)c,$$

$$a\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}c\right) \neq \left(a\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}c.$$

Ассоциатор «исключает» промежуточный элемент, расположенный между двумя крайними:

$$\alpha - \beta = x(x-1)(c-a).$$

Если элементов больше, ассоциаторы зависят от всех элементов. Например, получим

$$a\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}\left(c\overset{f}{\times}d\right)\right)=xa+(1-x)xb+(1-x)^2xc+(1-x)^3d,$$

$$\left(\left(a\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}c\right)\overset{f}{\times}d=x^3a+(1-x)x^2b+(1-x)xc+(1-x)d.$$

Заметим, что ситуация обобщается без изменения указанных фундаментальных свойств при замене переменных величин функциями

$$x\to\alpha(x,y,z,...),(1-x)\to(1-\alpha(x,y,z,...))$$

Функциональная операция генерирует инварианты на циклических функциях. Например, получим

$$a\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}c\right)+b\overset{f}{\times}\left(c\overset{f}{\times}a\right)+c\overset{f}{\times}\left(a\overset{f}{\times}b\right)=a+b+c,$$

$$\left(a\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}c+\left(b\overset{f}{\times}c\right)\overset{f}{\times}a+\left(c\overset{f}{\times}a\right)\overset{f}{\times}b=a+b+c.$$

Некоммутативность подтверждает фундаментальное различие операций суммирования и вычитания. Получим

$$a\overset{f}{\times}b=xa+(1-x)b,b\overset{f}{\times}a=xb+(1-x)a,$$

$$a\overset{f}{\times}b+b\overset{f}{\times}a=a+b,$$

$$a\overset{f}{\times}b-b\overset{f}{\times}a=(2x-1)(a-b).$$

В определенном смысле можно сказать, что на основе данной операции «сила действия» не равна «силе противодействия», так как

$$\left(a\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}c=(1-x)c+(1-x)xb+x^2a,$$

$$\left(c\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}a=(1-x)a+(1-x)xb+x^2c.$$

Проанализируем разность «зеркальных выражений:

$$\left(a\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}c=(1-x)c+(1-x)xb+x^2a,$$

$$c\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}a\right)=xc+x(1-x)b+(1-x^2)a,$$

$$\delta=c\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}a\right)-\left(a\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}c=(1-2x^2)a+(2x-1)c.$$

Тогда $\delta(x=0)=a-c,\delta(x=1)=c-a.$ Имеем нормированный «переключатель».

Функциональная операция генерирует алгебраические функции, на основе которых можно проводить сравнение эффективности данной операции и возможности некоторого ее применения на практике. Так, например, для матриц

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}, a=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$$

получим

$$E\overset{f}{\times}a=\begin{pmatrix}x&1-x&0\\0&x&1-x\\1-x&0&x\end{pmatrix}=f(E,a;x).$$

Ее определитель имеет вид

$$Detf(E,a;x)=2x^3-3x^2+3x-1=Det(E,a).$$

Он обращается в ноль на паре комплексных чисел и на числе $x=0{,}5$.

Применим указанный алгоритм к множеству, состоящему из матриц

$$\underset{E}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{a}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{b}{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{c}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{d}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{e}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{\alpha}{\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{\beta}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{\gamma}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}}.$$

Получим таблицы значений для определителей, соответствующих указанным парам элементов:

	E	a	b	c
E	1	$3x^2-3x+1$	$3x^2-3x+1$	$2x-1$
a	$3x^2-3x+1$	1	$3x^2-3x+1$	$2x-1$
b	$3x^2-3x+1$	$3x^2-3x+1$	1	$2x-1$
c	$1-2x$	$1-2x$	$1-2x$	1
d	$1-2x$	$1-2x$	$1-2x$	$-(3x^2-3x+1)$
e	$1-2x$	$1-2x$	$1-2x$	$-(3x^2-3x+1)$
α	$(-x)^2$	$(-x)^2$	$(-x)^2$	$-(-x)^2$
β	$(-x)^2$	$(-x)^2$	$(-x)^2$	$-(-x)^2$
γ	$(-x)^2$	$(-x)^2$	$(-x)^2$	$-(-x)^2$

,

	d	e	α	β	γ
E	$2x-1$	$2x-1$	x^2	x^2	x^2
a	$2x-1$	$2x-1$	x^2	x^2	x^2
b	$2x-1$	$2x-1$	$-x^2$	$-x^2$	$-x^2$
c	$-(3x^2-3x+1)$	$3x^2-3x+1$	x^2	x^2	x^2
d	1	$-3x^2+3x-1$	$-x^2$	$-x^2$	$-x^2$
e	$-(3x^2-3x+1)$	1	$-x^2$	$-x^2$	$-x^2$
α	$-(1-x)^2$	$-(1-x)^2$	0	0	0
β	$-(1-x)^2$	$-(1-x)^2$	0	0	0
γ	$-(1-x)^2$	$-(1-x)^2$	0	0	0

.

Из таблиц следует вывод, что свойства анализируемой функциональной операции на данном множестве характеризуются спектром, состоящим, с точностью до знака минус, из двух констант и 4 функций

$$3x^2-3x+1,\ (1-x)^2,\ 1-2x,\ x^2.$$

Обращение их в ноль, если это обстоятельство рассматривать как условие равновесия, генерирует дискретный спектр чисел, что подтверждает экспериментальные данные о связи равновесных физических состояний с дискретными числами. В рассматриваемом случае для таких состояний имеем набор действительных чисел $n = 0, \frac{1}{2}, 1.$

Есть общие свойства циклических функций. Действительно, получим

$$a\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}c\right) = xa + x(1-x)b + (1-x)^2c,$$

$$b\overset{f}{\times}\left(c\overset{f}{\times}a\right) = xb + x(1-x)c + (1-x)^2a,$$

$$c\overset{f}{\times}\left(a\overset{f}{\times}b\right) = xc + x(1-x)a + (1-x)^2b,$$

$$f(a,b,c) = a\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}c\right) + b\overset{f}{\times}\left(c\overset{f}{\times}a\right) + c\overset{f}{\times}\left(a\overset{f}{\times}b\right) = a+b+c.$$

$$c\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}a\right) = xc + x(1-x)b + (1-x)^2a,$$

$$b\overset{f}{\times}\left(a\overset{f}{\times}c\right) = xb + x(1-x)a + (1-x)^2c,$$

$$a\overset{f}{\times}\left(c\overset{f}{\times}b\right) = xa + x(1-x)c + (1-x)^2b,$$

$$f(c,b,a) = c\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}a\right) + b\overset{f}{\times}\left(a\overset{f}{\times}c\right) + a\overset{f}{\times}\left(c\overset{f}{\times}b\right) = a+b+c.$$

$$f(a,b,c)=f(c,b,a)$$

$$(a+b+c)\left[f(a,b,c)+f(c,b,a)\right](c+b+a)=\frac{3}{2}\left(f(a,b,c)+f(c,b,a)\right)$$

Заметим, что данное условие выполняется для различных матриц и разных множеств. Они могут быть замкнутыми или не замкнутыми по операциям. Они могут иметь разную структуру и систему отношений между объектами.

Преодоление «мистики» комплексных чисел

Комплексные числа с формально математическим свойством $i^2=-1$ принято считать проявлением «виртуальных» граней действительных чисел, которые не могут быть поняты в рамках стандартного мышления и обыденной практики. Их применение эффективно при решении самых разных математических и физических задач. Однако эта практика не лишает их ареола мистики, изначально приданного им.

Покажем, что возможен другой подход, при котором элементы мистики практически исчезают. Для этого достаточно принять во внимание возможности расширения концепции чисел и операций с ними. С физической точки зрения понятно, что даже квадратное алгебраическое уравнение есть функциональное выражение системы отношений в паре физических объектов.

С математической точки зрения эти отношения следует задавать матрицами. По этой причине решать квадратное уравнение следует не только на системе чисел, но и на матричном исчислении.

При изучении динамических процессов требуется рассматривать системы групп. Они основаны на алгоритме взаимного превращения матриц. В частности, превращение одной матрицы в другую можно задать правилом их «весового» суммирования.

Тогда, например, паре матриц можно поставить в соответствие алгебраический полином

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}: y=\det\begin{pmatrix}x&0&1-x\\1-x&x&0\\0&1-x&x\end{pmatrix}=3x^2-3x+1.$$

Полином генерируется на основе решения практической задачи, в которой применяемые величины не ограничиваются действительными или комплексными числами.

«Равновесное» состояние этой пары объектов можно задать условием равенства нулю определителя:

$$x^2-x+\frac{1}{3}=0.$$

Ему соответствуют корни

$$x_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\frac{i}{2\sqrt{3}},i^2=-1.$$

Алгоритм взаимного превращения матриц допускает применение в качестве факторов преобразования матрицы, приближая ситуацию к физической практике. Тогда в рассматриваемом полиноме роль единицы может выполнять единичная матрица, а роль мнимой единицы такая матрица, квадрат которой равен минус единице. Понятно, что так выполняется расширение пространства решений алгебраического уравнения.

Проиллюстрируем его, приняв в качестве решения модель

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \pm \frac{1}{2\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим

$$x^2 - x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \pm \frac{1}{2\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \mp \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mp \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mp \frac{1}{2\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv 0.$$

Аналогично можно применить матрицы других конечных размерностей, подчиненные матричной операции.

Следовательно, алгебраическое уравнение второго порядка имеет спектр решений. Обычные числовые решения можно дополнить матричными решениями. Такой подход модифицирует «мистику» комплексных чисел: алгебраические уравнения имеют скрытые степени свободы, смысл и значение которых раскрываются при расширении пространства их решений.

Рассмотрим другую возможность. Рассмотрим семейство трехмерных реперов, приняв на основе комбинаторной операции соответствия

$$1 \rightarrow (1 \quad 0 \quad 0), I = (0 \quad i \quad 0), I^2 = -(1 \quad 0 \quad 0).$$

При расчете, аналогичном предыдущему расчету с матрицами, получим решение анализируемого квадратного уравнения.

Этот пример иллюстрирует возможность получения новых решений для одного и того же алгебраического уравнения, если применять новые математические объекты и новые математические операции.

Заметим, что концепция матричных комплексных чисел генерируется в основаниях математики и физики. Проиллюстрируем этот тезис примером. Рассмотрим матрицы, задающие алгебру вращений:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эти матрицы подчинены условиям

$$(\alpha + c)(c^2 - \alpha^2) = \alpha - c, (\beta + a)(a^2 - \beta^2) = \beta - a, (\gamma + b)(b^2 - \gamma^2) = \gamma - b,$$

$$(\alpha^2+c^2)(\gamma^2+b^2)=\beta^2+a^2.$$

Первые три условия генерируют алгебраическое уравнение

$$y^3-x^3+y^2x-yx^2+y-x=0.$$

Этот полином эквивалентен условию

$$(x+y)^2=-1.$$

Оно выполняется на парах элементов

$$(\alpha+c)^2=(\beta+a)^2=(\gamma+b)^2=-1.$$

Так в рассматриваемом случае генерируются элементы кватерниона. Понятно, что такая система матриц позволяет расширить пространство решений каждого алгебраического уравнения, решения которых можно выразить посредством стандартных комплексных чисел.

Новые решения приближают алгебраическую геометрию к физической практике. С другой стороны, понятно, что числа и операции отображают, так или иначе, многогранные свойства реальности. Она не ограничивается расчетом количества объектов, равно и количеством неких отношений, найденным на практике. Реальность всегда шире и глубже теории и практики уровневых объектов Реальности, к которым, в частности, принадлежит Человечество.

Факторалгебра Ли для электродинамики Максвелла

Проанализируем таблицу для матричного произведения системы из 6 элементов.

$\overset{m}{\times}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ α	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ β	$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ γ	$\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$ a	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$ b	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$ c
$\alpha\ \begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$\beta\ \begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$\gamma\ \begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$a\ \begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$b\ \begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$c\ \begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}$

Её алгебра Ли запишется системой формул:

$$\begin{aligned}
&\alpha\gamma - \gamma\alpha = \beta, \quad && ba - ab = \alpha,\\
&\gamma\beta - \beta\gamma = \alpha, \quad && cb - bc = \beta,\\
&\beta\alpha - \alpha\beta = \gamma, \quad && ac - ca = \gamma,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&a\alpha - \alpha a = b, \quad && a\beta - \beta a = 0, \quad && a\gamma - \gamma a = -c,\\
&b\alpha - \alpha b = -a, \quad && b\beta - \beta b = c, \quad && b\gamma - \gamma b = 0,\\
&c\alpha - \alpha c = 0, \quad && c\beta - \beta c = -b, \quad && c\gamma - \gamma c = a.
\end{aligned}$$

Элементы α,β,γ замкнуты на себя в смысле алгебры Ли, элементы a,b,c генерируют элементы α,β,γ, взаимные произведения элементов в смысле Ли «тасуют» элементы с латинскими обозначениями. Согласование элементов такого вида свидетельствует о том, что мы имеем пример факторалгебры Ли. Диагональные элементы таблицы имеют самостоятельные функции. Аналогичное заключение можно сделать о суммах и разностях исходных элементов.

Покажем, как на основе базовых матриц можно записать уравнения электродинамики Максвелла для полей $\vec{E},\vec{B}$.

Рассмотри пару матричных выражений, проектирование которых задает стандартные слагаемые для уравнений электродинамики.

Выражения

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\partial_z\right\}\begin{pmatrix}E_x\\E_y\\E_z\\E_0\end{pmatrix}\to\begin{matrix}-\partial_yE_z+\partial_zE_y,\\ \partial_xE_z-\partial_zE_x,\\ -\partial_xE_y+\partial_yE_x,\end{matrix}$$

при соединении с выражениями

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix}B_x\\B_y\\B_z\\B_0\end{pmatrix}\to\begin{matrix}-\partial_\tau B_x,\\ -\partial_\tau B_y,\\ -\partial_\tau B_z,\end{matrix}$$

$$\partial_xB_x+\partial_yB_y+\partial_zB_z$$

задают стандартную систему уравнений для электромагнитного поля. Анализируемые элементы генерируют пару кватернионов:

$$\underset{a_1=\beta+a}{\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{a_2=\gamma+b}{\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{a_3=\alpha+c}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\quad \underset{E=-(\alpha^2+c^2)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},.$$

$$\underset{b_1=\beta-a}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{b_2=\gamma-b}{\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{b_3=\alpha-c}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}},\quad \underset{E=-(\beta^2+a^2)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}}$$

На их основе уравнения электродинамики Максвелла записываются в виде

$$a^k\partial_k\overline{\Psi}+b^k\partial_k\Psi=0,$$

$$a^k=\delta^{kp}a_p, b^k=\delta^{kp}b_p$$

$$\Psi=column(E_x+iB_x,E_x+iB_x,E_x+iB_x,0),\overline{\Psi}=column(E_x-iB_x,E_x-iB_x,E_x-iB_x,0)$$

Заметим, что на кватернионах удобно записывать в матричной форме не только уравнения электродинамики, но и другие фундаментальные уравнения физической теории. В частности, так удобно записывать уравнения механики идеальной жидкости.

Анализ базовых элементов генерирует взаимосвязи элементов пары кватернионов. Так, получим

$$(\beta+a)\left(a^2-\beta^2\right)=\beta-a\Rightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\left(a^2-\beta^2\right)=\zeta,$$

$$\left(\gamma+b\right)\left(b^2-\gamma^2\right)=\gamma-b\rightarrow\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\left(b^2-\gamma^2\right)=\eta,$$

$$\left(\alpha+c\right)\left(c^2-\alpha^2\right)=\alpha-c\rightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}\Rightarrow\left(c^2-\alpha^2\right)=\xi,$$

$$(\alpha^2+c^2)\left(\gamma^2+b^2\right)=\beta^2+a^2\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\left(\gamma^2+b^2\right)=E.$$

Матричное произведение элементов, которые локально объединяют кватернионы, задается таблицей

	E	ζ	η	ξ
E	E	ζ	η	ξ
ζ	ζ	E	$-\xi$	$-\eta$
η	η	$-\xi$	E	$-\zeta$
ξ	ξ	$-\eta$	$-\zeta$	E

$$\Rightarrow\zeta\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}+\eta\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}+\xi\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\dots.$$

Её структура генерирует элементы матриц, симметричные относительно главной диагонали. Их совокупность образует один из трех известных антикватернионов.

Переходные элементы, соединяющие кватернионы, также образуют антикватернион. Они обращают также элементы кватерниона в элементы антикватерниона.

Например, получим

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},...$$

Придавая кватернионам и антикватернионам функции электромагнетизма и гравитации, мы отмечаем у переходных матриц функцию их взаимного превращения.

Анализируемая система двойных отношений имеет свойства, интересные с математической и с физической точек зрения.

Проиллюстрируем их на конкретных примерах.

Например, есть алгоритм генерации трехмерной метрики Евклида на циклической функции

$$\alpha\beta\gamma + \beta\gamma\alpha + \gamma\alpha\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно рассматривать анализируемую алгебру как множество с делителями нуля. Действительно, получим

$$abc = bca = cab = 0, \xi\eta \neq 0, \xi, \eta \neq 0,$$
$$a^3 = -a, b^3 = -b, c^3 = -c,$$
$$a^3 + a = 0 = a(a^2 + 1), a \neq 0, a^2 + 1 \neq 0,$$
$$b^3 + b = 0 = b(b^2 + 1), b \neq 0, b^2 + 1 \neq 0,$$
$$c^3 + c = 0 = c(c^2 + 1), c \neq 0, c^2 + 1 \neq 0.$$

Рассматриваемая система имеет много свойств. Их нахождение связано, в частности, с использованием различных функциональных законов. Они иллюстрируют то, что скрыто без их применения.

Например, генерацию «идеала» иллюстрирует обобщенная циклическая функция

$$a^3b^2c^2 + b^3c^2a^2 + c^3a^2b^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку

$$a^2b^2c^2 = b^2c^2a^2 = c^2a^2b^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

получим алгебраические выражения в форме метрики Минковского и идеала:

$$\alpha\beta\gamma + \beta\gamma\alpha + \gamma\alpha\beta + \frac{1}{3}\left(a^2b^2c^2 + b^2c^2a^2 + c^2a^2b^2\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$a^3b^2c^2 + b^3c^2a^2 + c^3a^2b^2 - \frac{1}{3}\left(a^2b^2c^2 + b^2c^2a^2 + c^2a^2b^2\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что фундаментальные объекты математики следуют из связей для отношений.

Скрытые уравнения механики и электродинамики

Общеизвестно, что линейные уравнения электродинамики Максвелла для полей по структуре и свойствам принципиально отличаются от нелинейных уравнений динамики идеальной и вязкой жидкости.

Отличия настолько существенны, что в теоретической физике практически исключена идея некоторого их единства.

Такой подход представляется естественным, так как электродинамика описывает объекты с нулевой массой покоя, а механика анализирует объекты с ненулевой массой покоя.

Принципиально различны также скорости движения света и частиц материи. Перечень различий легко продолжить. Однако наличие «видимых» различий не исключает возможности их «скрытого» единства.

С математической точки зрения фундаментальное «противостояние» расчетных алгоритмов неконструктивно, так как в обоих случаях мы имеем дело с функциональными алгебрами матричного типа. Их достаточно для генерации «скрытых» моделей.

Так, уравнения Максвелла имеют матричное представление на паре кватернионов

$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_t\right\}\begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$+\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_t\right\}\begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Вектора $\vec{E}, \vec{B}$ объединены посредством комплексной единицы.

Матричный вид уравнения динамики идеальной жидкости на кватернионе иной:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -u^x\partial_x \\ 0 & 0 & u^x\partial_x & 0 \\ 0 & -u^x\partial_x & 0 & 0 \\ u^x\partial_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u^0 & 0 & 0 & 0 \\ -u^3 & 0 & 0 & 0 \\ u^2 & 0 & 0 & 0 \\ -u^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -u^y\partial_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -u^y\partial_y \\ u^y\partial_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u^y\partial_y & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & u^3 & 0 & 0 \\ 0 & u^0 & 0 & 0 \\ 0 & -u^1 & 0 & 0 \\ 0 & -u^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+\begin{pmatrix} 0 & u^z\partial_z & 0 & 0 \\ -u^z\partial_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -u^z\partial_z \\ 0 & 0 & u^z\partial_z & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -u^2 & 0 \\ 0 & 0 & u^1 & 0 \\ 0 & 0 & u^0 & 0 \\ 0 & & -u^3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u^0\partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u^0\partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u^0\partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u^0\partial_0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & u^1 \\ 0 & 0 & 0 & u^2 \\ 0 & 0 & 0 & u^3 \\ 0 & 0 & 0 & u^o \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho}\begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix}.$$

На первый взгляд у данной пары расчетных моделей единство только в том, что они имеют матричную форму записи с применением кватернионов.

Заметим, что уравнения для идеальной жидкости записаны без применения комплексных единиц и они базируются только на модели четырехскоростей и сил. В электродинамике ситуация сложнее. По этой причине естественно расширить поле скоростей в динамике идеальной жидкости, дополнив четырехскорости моделью четырехвращений.

Рассмотрим величины $v^k = u^k + i\omega^k, \bar{v}^k = u^k - i\omega^k$. Присоединим эти компоненты к компонентам пары кватернионов с последующим их суммированием:

$$v^1 = u^1 + i\omega^1 \qquad v^2 = u^2 + i\omega^2 \qquad v^3 = u^3 + i\omega^3 \qquad v^0 = u^0 + i\omega^0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$v^1 = u^1 - i\omega^1 \qquad v^2 = u^2 - i\omega^2 \qquad v^3 = u^3 - i\omega^3 \qquad v^0 = u^0 - i\omega^0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \pm \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В зависимости от выбора знака перед единичной матрицей получим пару выражений:

$$\varphi^{kn} = \begin{pmatrix} u^0 & u^3 & -u^2 & -i\omega^1 \\ -u^3 & u^0 & u^1 & -i\omega^2 \\ u^2 & -u^1 & u^0 & -i\omega^3 \\ i\omega^1 & i\omega^2 & i\omega^3 & u^0 \end{pmatrix}, \quad \psi^{kn} = \begin{pmatrix} i\omega^0 & u^3 & -u^2 & -i\omega^1 \\ -u^3 & i\omega^0 & u^1 & -i\omega^2 \\ u^2 & -u^1 & i\omega^0 & -i\omega^3 \\ i\omega^1 & i\omega^2 & i\omega^3 & i\omega^0 \end{pmatrix}.$$

Полученные выражения имеют структуру тензора электромагнитного поля:

$$F^{kn} = \begin{pmatrix} 0 & E_z & -E_y & -iB_x \\ -E_z & 0 & E_x & -iB_y \\ E_y & -E_x & 0 & -iB_z \\ iB_x & iB_y & iB_z & 0 \end{pmatrix}.$$

В переменных $x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z, x^0 = ict$ тензорное уравнение $\partial_n F^{kn} = 0$ генерирует стандартную систему векторных уравнений электродинамики Максвелла:

$$\partial_y E_z - \partial_z E_y + \frac{1}{c}\partial_t B_x = 0,$$

$$\partial_z E_x - \partial_x E_z + \frac{1}{c}\partial_t B_y = 0,$$

$$\partial_x E_y - \partial_y E_x + \frac{1}{c}\partial_t B_z = 0,$$

$$\partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0.$$

Структура тензора механики ψ^{kn} аналогична структуре тензора электродинамики F^{kn}.

По признаку структурного единства рассмотрим, с точностью до коэффициентов, дополнительные, «скрытые» уравнения динамики идеальной жидкости:

$$\partial_y u_z - \partial_z u_y + \frac{1}{c}\partial_t \omega_x = 0, \partial_z u_x - \partial_x u_z + \frac{1}{c}\partial_t \omega_y = 0, \partial_x u_y - \partial_y u_x + \frac{1}{c}\partial_t \omega_z = 0,$$

$$\partial_x \omega_x + \partial_y \omega_y + \partial_z \omega_z = 0.$$

При таком подходе динамика материальных объектов с ненулевыми массами, следуя модели комплексного пространства, имеет свойства объектов с нулевыми массами, «привычными» в электродинамике.

На данной стадии анализа единство не выходит за границы математического предположения.

Его экспериментальное обоснование могло бы стать «мостом» между теорией света и теорией материальных объектов. Заметим, что в таком случае, поскольку механика «структурна», появляются дополнительные аргументы в пользу гипотезы о структуре частиц света.

Дополним тензор электромагнитного поля элементом, который не проявит себя в стандартной электродинамике:

$$\tilde{F}^{kn} = \begin{pmatrix} iB_0 & E_z & -E_y & -iB_x \\ -E_z & iB_0 & E_x & -iB_y \\ E_y & -E_x & iB_0 & -iB_z \\ iB_x & iB_y & iB_z & iB_0 \end{pmatrix}.$$

Сравним это выражение с тензором, который был применен при записи стандартных уравнений динамики идеальной жидкости

$$\theta^{kn} = \begin{pmatrix} u^0 & u^3 & -u^2 & u^1 \\ -u^3 & u^0 & u^1 & u^2 \\ u^2 & -u^1 & u^0 & u^3 \\ -u^1 & -u^2 & -u^3 & u^0 \end{pmatrix}.$$

Предположим, что электродинамика имеет скрытые степени свободы, которые явно «проявляет» механика. Тогда «родство» двух расчетных моделей может проявляться посредством нелинейных уравнений электродинамики, ассоциированных с уравнениями динамики для идеальной жидкости.

Следуя аналогии с механикой, получим расчетную, нелинейную модель скрытой электродинамики:

$$iB_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} iB_0 & 0 & 0 & 0 \\ -E_z & 0 & 0 & 0 \\ E_y & 0 & 0 & 0 \\ iB_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + E_y \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & E_z & 0 & 0 \\ 0 & iB_0 & 0 & 0 \\ 0 & -E_x & 0 & 0 \\ 0 & iB_y & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

.

$$+ E_z \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & -E_y & 0 \\ 0 & 0 & E_x & 0 \\ 0 & 0 & iB_0 & 0 \\ 0 & 0 & iB_z & 0 \end{pmatrix} + iB_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -iB_x \\ 0 & 0 & 0 & -iB_y \\ 0 & 0 & 0 & -iB_z \\ 0 & 0 & 0 & iB_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \\ \theta_0 \end{pmatrix}.$$

Скрытая неассоциативность в физических теориях

Информационные взаимодействия объектов, как показывает практика, подчинены неассоциативной математике. По этой причине во всех случаях и во всех ситуациях мы вправе и обязаны анализировать данный аспект взаимодействия, по-разному учитывая и применяя его свойства и проявления. Обратим внимание на тот факт, что иногда неассоциативность как-бы «скрыта» в расчетных моделях. В частности, неассоциативность может применяться в форме, когда ее проявления «компенсируют» друг друга.

Проиллюстрируем скрытую неассоциативность на простых примерах.

Известно, что классическая и квантовая теория физических явлений в основном базируется на алгебре Ли или её аналогах и обобщениях. В этом подходе базовой операцией «произведения» в алгебре является разность произведений двух элементов

$$a \circ b = ab - ba = [a,b].$$

В квантовой механике произведение операторов (в частности, это могут быть матрицы) задается согласно условию, в котором применяется сумма произведений двух элементов.

Например, имеем правило вида

$$a\times b=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4}=\frac{ab+ba}{2},$$
$$a*b=ab+ba=\{a,b\}.$$

Например, получим «дифференцирование» произведения при ассоциативном произведении анализируемых элементов:

$$[a,b*c]=[a,b]*c+b*[a,c],$$

$$[a,b*c]=a(bc+cb)-(bc+cb)a=a(bc)+a(cb)-(bc)a-(cb)a,$$

$$[a,b]*c=(ab-ba)c+c(ab-ba)=(ab)c-(ba)c+c(ab)-c(ba),$$

$$b*[a,c]=b(ac-ca)+(ac-ca)b=b(ac)-b(ca)+(ac)b-(ca)b.$$

Ситуация существенно сложнее, если произведения и суммы подчинены нестандартной системе операций произведения и суммирования. В частности, мы достигаем нового качества применения матриц, если базируемся на комбинаторном произведении и на структурном суммировании.

Примем во внимание функциональную неассоциативность двух указанных алгебраических операций при их последовательных применениях.

Получим не только доказательство неассоциативности, но и согласование пары функциональных операций между собой по свойствам их ассоциаторов:

$$a\circ(b\circ c)=[a,[b,c]]=a(bc-cb)-(bc-cb)a=a(bc)-a(cb)-(bc)a+(cb)a,$$

$$(a\circ b)\circ c=[[a,b],c]=(ab-ba)c-c(ab-ba)=(ab)c-(ba)c-c(ab)+c(ba),$$

$$a\circ(b\circ c)-(a\circ b)\circ c=(ba)c+c(ab)-(a(cb)+(bc)a)=[a,[b,c]]-[[a,b],c],$$

$$a*(b*c)=\{a,\{b,c\}\}=a(bc+cb)+(bc+cb)a=a(bc)+a(cb)+(bc)a+(cb)a,$$

$$(a*b)*c=\{\{a,b\},c\}=(ab+ba)c+c(ab+ba)=(ab)c+(ba)c+c(ab)+c(ba),$$

$$a*(b*c)-(a*b)*c=a(cb)+(bc)a-((ba)c+c(ab))=\{a,\{b,c\}\}-\{\{a,b\},c\},$$

$$a\circ(b\circ c)-(a\circ b)\circ c+a*(b*c)-(a*b)*c=0,$$

$$a\circ(b\circ c)+a*(b*c)=(a\circ b)\circ c+(a*b)*c.$$

Заметим «зеркальные свойства слагаемых в выражениях для ассоциаторов. Это свойства, равно как и равенство нулю суммы ассоциаторов на паре функциональных операций может найти применение в физических задачах при анализе некоторых условий равновесия.

Если трактовать пару операций в форме разности и суммы как проявление свойств пары фундаментальных физических взаимодействий, то можно принять точку зрения, что эта пара специально «создана» друг для друга, чтобы взаимно компенсировать присущую им информационную неассоциативность. Так проявляется в расчетной модели один из алгоритмов, согласно которому неассоциативность «скрывает» свои проявления.

Рассмотрим другой алгоритм, по которому можно «скрыть» неассоциативность. Проанализируем систему циклических функций:

$$\alpha = a \circ (b \circ c) = a(bc) - a(cb) - (bc)a + (cb)a,$$
$$\beta = b \circ (c \circ a) = b(ca) - b(ac) - (ca)b + (ac)b,$$
$$\gamma = c \circ (a \circ b) = c(ab) - c(ba) - (ab)c + (ba)c,$$
$$\alpha + \beta + \gamma = 0,$$
$$\tilde{\alpha} = (a \circ b) \circ c = -c \circ (a \circ b),$$
$$\tilde{\beta} = (b \circ c) \circ a = -a \circ (b \circ c),$$
$$\tilde{\gamma} = (c \circ a) \circ b = -b \circ (c \circ a),$$
$$\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} + \tilde{\gamma} = 0.$$
$$\alpha + \beta + \gamma + \tilde{\alpha} + \tilde{\beta} + \tilde{\gamma} = 0$$
$$\sigma_1 = a * (b * c) = a(bc) + a(cb) + (bc)a + (cb)a,$$
$$\sigma_2 = b * (c * a) = b(ca) + b(ac) + (ca)b + (ac)b,$$
$$\sigma_3 = c * (a * b) = c(ab) + c(ba) + (ab)c + (ba)c,$$
$$\tilde{\sigma}_1 = (a * b) * c = c * (a * b) = c * (b * a),$$
$$\tilde{\sigma}_2 = (b * c) * a = a * (b * c) = a * (c * b),$$
$$\tilde{\sigma}_3 = (c * a) * b = b * (c * a) = b * (a * c),$$
$$(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - (\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_3) = 0.$$

Заметим, что произведения пары элементов кватернионов компенсируют друг друга на сумме, а пара элементов антикватернионов компенсируется на вычитании. Эти обстоятельства фундаментальны, поскольку на них базируется физическая теория.

Функциональное расширение электродинамики Максвелла

Запишем в стандартном виде тензор электромагнитного поля

$F_{mn} =$

	1	2	3	0
1	0	B_z	$-B_y$	$-iE_x$
2	$-B_z$	0	B_x	$-iE_y$
3	B_y	$-B_x$	0	$-iE_x$
0	iE_x	iE_y	iE_z	0

$\rightarrow F_{12} = B_z, F_{21} = -B_z, \ldots$

Применяя координаты $x, y, z, ict = x_0$, имеем уравнения электродинамики Максвелла:

$$1\quad 2\quad 3\ \rightarrow \partial_1 F_{23}+\partial_2 F_{31}+\partial_3 F_{12}=0 \Rightarrow \partial_x B_x+\partial_y B_y+\partial_z B_z=0,$$

$$2\quad 3\quad 0\ \rightarrow \partial_2 F_{30}+\partial_3 F_{02}+\partial_0 F_{23}=0 \Rightarrow\ -i\left(\partial_y E_z-\partial_z E_y+\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t}\right)=0,$$

$$3\quad 0\quad 1\ \rightarrow \partial_3 F_{01}+\partial_0 F_{13}+\partial_1 F_{30}=0 \Rightarrow\ i\left(\partial_z E_x-\partial_x E_z+\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t}\right)=0,$$

$$0\quad 1\quad 2\ \rightarrow \partial_0 F_{12}+\partial_1 F_{20}+\partial_2 F_{01}=0 \Rightarrow\ -i\left(\partial_x E_y-\partial_y E_x+\frac{1}{c}\frac{\partial B_z}{\partial t}\right)=0.$$

Заметим, что индексы для начальных элементов в выражениях соответствуют сдвигам друг за другом элементов исходного их набора $1\quad 2\quad 3\quad 0$.

Уравнения заданы с точностью до произведения на ненулевые функции, что позволяет выполнить их функциональные расширения. Например, получим

$$\partial_1\left(F_{23}\varphi(x)\right)+\partial_2\left(F_{31}\varphi(x)\right)+\partial_3\left(F_{12}\varphi(x)\right)=$$

$$=\varphi(x)\left(\partial_1 F_{23}+\partial_2 F_{31}+\partial_3 F_{12}\right)+F_{23}\partial_1\varphi(x)+F_{31}\partial_2\varphi(x)+F_{12}\partial_3\varphi(x)=0,$$

$$F_{23}\partial_1\varphi(x)+F_{31}\partial_2\varphi(x)+F_{12}\partial_3\varphi(x)=0,$$

$$B_x\partial_x\varphi(x)+B_y\partial_y\varphi(x)+B_z\partial_z\varphi(x)=0.$$

При этом условии и при ненулевом значении введенной «скрытой» функции из расширенного функционального уравнения получаем стандартное уравнение электродинамики

$$\partial_1 F_{23}+\partial_2 F_{31}+\partial_3 F_{12}=0 \Rightarrow \partial_x B_x+\partial_y B_y+\partial_z B_z=0.$$

Другими словами, «внешние» проявления электромагнитного поля могут быть дополнены «скрытыми», «внутренними» условиями и свойствами. Получается так в том случае, если функции типа $\varphi(x_k), k=0,1,2,3$ по ряду причин и условий не обнаруживаются на эксперименте. Заметим, что функции могут быть самые разные, генерируя спектр новых свойств и решений.

Другое векторное уравнение дает другой результат:

$$\partial_2\left(F_{30}\varphi(x)\right)+\partial_3\left(F_{02}\varphi(x)\right)+\partial_0\left(F_{23}\varphi(x)\right)=$$

$$=\varphi(x)\left(\partial_2 F_{30}+\partial_3 F_{02}+\partial_0 F_{23}\right)+F_{30}\partial_2\varphi(x)+F_{02}\partial_3\varphi(x)+F_{23}\partial_0\varphi(x)=0,$$

$$F_{30..}\partial_2\varphi(x)+F_{02}\partial_3\varphi(x)+F_{23}\partial_0\varphi(x)=i\left(-E_z\partial_y\varphi(x)+E_y\partial_z\varphi(x)+B_x\partial_\tau\varphi(x)\right)=0.$$

В итоге получается полная система новых уравнений, инициируемая функциональным расширением уравнений электродинамики Максвелла.
В рассматриваемом случае она такова:

$$B_x\partial_x\varphi(0)+B_y\partial_y\varphi(0)+B_z\partial_z\varphi(0)=0.$$

$$E_y\partial_z\varphi(1)-E_z\partial_y\varphi(1)+B_x\partial_\tau\varphi(1)=0,$$

$$E_x\partial_z\varphi(2)-E_z\partial_x\varphi(2)+B_y\partial_\tau\varphi(2)=0,$$

$$E_x\partial_y\varphi(3)-E_y\partial_x\varphi(3)+B_z\partial_\tau\varphi(3)=0.$$

Полученные условия можно рассматривать как частичное «проявление» системы динамических уравнений вида

$$\partial_i S^{ik}=\partial_i\left(\sigma^{ijl}E_j\varphi_l(k)+\pi^{ijl}B_j\varphi_l(k)\right),$$

реализующееся при использовании дополнительных физических условий и законов равновесия.

Функции скалярного вида могут быть составляющими определенных сверток в системе тензоров, которую нужно рассматривать с введением дополнительных условий и уравнений динамики. Величины могут зависеть от тензора электромагнитного поля

$$\varphi(p)=\xi(p)^{km}F_{km}.$$

В такой модели генерируется сложное, нелинейное по полям расширение базовых уравнений электродинамики.

Ситуация становится более сложной, если функциональное расширение уравнений выполняется после их дифференциального расширения. Тогда, например, возможна система расширений вида

$$\partial_m\left(\partial_k F_{nl}\psi(1)-\partial_n F_{kl}\psi(1)\right)+\partial_l\left(\partial_n F_{km}\psi(1)-\partial_k F_{nm}\psi(1)\right)=0.$$

Из общих соображений следует, что в этой модели будут учтены дополнительные свойства не только антисимметричных полей. Расчет можно проводить с симметричным тензором и со скалярными полями. Количество расширений увеличивается с увеличением числа возможных решений исходной системы уравнений.

Заключение

Среди задач первостепенной важности в настоящее время можно выделить тройку:
а) существенное изменение практики применения энергии атомов и молекул, поскольку оценки показали, что реальное их применение составляет миллионные доли одного процента их полной энергии;
б) новая диагностика и коррекция здоровья и жизнедеятельности людей на уровне анализа и изменений внутриатомных и внутримолекулярных процессов с задачей обеспечения молодости на несколько сотен лет;
в) исследование сущностных структур и явлений в микро- и макровселенных с целью достижения гармонии с ними в физическом, умственном и чувственном планах.

Такие задачи могут быть решены только на основе новейших достижений науки в ее теоретических и экспериментальных аспектах. В первую очередь для этого требуются углубленные сведения о структуре и свойствах света и гравитации, а также стабильных элементарных частиц с большим временем жизни.

В теории на первый план выдвинулись задачи, прямо или косвенно базирующиеся на неассоциативной и частично неассоциативной математике. Складывается впечатление, что в этой области исследований находятся ключи для решения проблем информационного взаимодействия любых объектов и любой системы отношений. Новые алгоритмы и средства контроля и управления отношениями разных объектов могут обеспечить выход цивилизации на качественно новый уровень жизни и практики во Вселенной.

В этой монографии обозначен перечень новых научных направлений, базирующийся на решения простых задач, иллюстрирующих фундаментальное значение этих направлений. Расширение и углубление теории и эксперимента по новым тематикам представляется актуальным и перспективным.

Литература

1.Деза Е., Деза М. Фигурные числа. – М: Изд. МЦНМО, 2016. – 350 с.
2. Барыкин В.Н. Основы трансфинитной теории относительности. – Минск: Ковчег, 2016. .–. 316 с.
3. Барыкин В.Н. Атом света. – Минск: Изд. Скакун В.М., 2001, – 276 с.
4. Барыкин В.Н. Новая физика света. – Минск: Ковчег, 2003.–. 434 с.
5. Томсон Д.Д. Электричество и магнетизм. – М. Ижевск, 2004. 286 с.
6. Барыкин В.Н. Уроки света. – Минск: Ковчег, 2013.–. 172 с.
7. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. – М: Наука, 1975.
8. Барыкин В.Н. Лекции по электродинамике и теории относительности без ограничения скорости. – Минск: АП «Белпроект», 1993. .–. 224 с.
9. Барыкин В.Н. Неассоциативность на комбинаторной операции. – Минск: Ковчег, 2011. .–. 234 с.
10. Эддингтон А.С. Звезды и атомы. – М.-Л. Гостехиздат., 1920. – 152 с.
11. Индурайн Ф. Хромодинамика. – М: Мир, 1986. – 288 с.
12. Барыкин В. Новые интеллектуальные технологии. – Минск: Ковчег, 2016. .–. 336 с.
13. Давыдов А.С. Квантовая механика. – М: Наука, 1973. – 348 с.
14. Барыкин В. Обобщение теоремы Фробениуса. – Минск: Ковчег, 2017.–. 18 с.