

**В.Н. БАРЫКИН**

**ОБЪЕКТНАЯ  
САМООРГАНИЗАЦИЯ**

$$\vec{F} = \det \begin{pmatrix} m & \vec{u} \\ \frac{dm}{dt} & \frac{d\vec{u}}{dt} \end{pmatrix} = m \frac{d\vec{u}}{dt} \pm \frac{dm}{dt} \vec{u}.$$

**Барыкин В.Н.** Объектная самоорганизация / В.Н. Барыкин. – Минск : Ковчег, 2021. – 384 с.

В монографии представлены результаты анализа конечных объектных множеств разной размерности при действии в них неассоциативных и ассоциативных операций. Объединение операций позволило по-новому понять и частично проанализировать формы и сущность самоорганизации структурных объектов. Найден математический механизм образования и деления клеток. Проанализированы связи теории объектных множеств с теорией узлов и квазигрупп. Созданы предпосылки для дополнения расчетных физических моделей элементами неассоциативной математики. Представлены элементы структурной теории света, а также объединения электромагнетизма и гравитации. Проиллюстрированы аналоги алгебр Лейбница, Мальцева в конечных неассоциативных множествах.

Широкий спектр новых отношений и связей между объектами представлен в монографии в форме, доступной человеку со средним образованием. Более того, на этом уровне знаний можно самостоятельно развивать новые алгоритмы и получать новые результаты.

Монография предназначена для специалистов, разрабатывающих общую теорию обмена информацией и информационного взаимодействия объектов произвольной структуры.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
Связь сигруппы Галилея-Лорентца с алгеброй Йордана и биалгеброй Ли	8
Внешние проявления электромагнетизма	14
Предпосылки для структурного моделирования света	31
Матричная модель гравитации	35
Специфика объектных множеств	44
Базовая модель математического описания системы отношений между объектами	47
Аналог симметрического пространства в объектном множестве	56
Объектный ключ к динамике физических тел	57
Свойства элементов и бинарных связей объектного множества	58
Специфика функциональных равенств в объектном множестве	59
Взаимодействие подмножеств объектного множества	60
Поверхность операций, индуцированная парой комбинаторных произведений	63
Триада нулей объективного множества	65
Инструмент генерации факторгрупп и их аналогов в объектном множестве	66
Функциональное управление подмножествами	73
Новый тип функциональных отношений в системе подмножеств	75
Функциональная концентрация подмножеств объектного множества	79
Операционная гомологичность	80
Система фундаментальных свойств объектного множества	82
Связь функции Якоби с алгебраическим уравнением	84
Когомологические аспекты объектного множества	85
Специфика $H^1(g, a)$ когомологий объектной группы	89
Функциональное взаимодействие подмножеств объектной группы	91
Функциональные отношения подмножеств аддитивной факторгруппы	92
Операционная генерация группы перестановок	93
Фундаментальные связи неассоциативности и ассоциативности	95
Специфика когомологических отношений	97
Проективные свойства объектного множества	98
Глубинное согласование циклических и нециклических подмножеств	112
Операционное различие подмножеств объектного множества	115
Модель сохранения генетического кода пары подмножеств	116
Объектное моделирование последовательностей чисел	117
Объектная структура гравитационных и электрических предзарядов	122
Операционная генерация подмножеств	128
Объектный аналог цепей Маркова	130
Объектные циклы в модели цепей Маркова	133
Функциональное дополнение алгоритма объектных цепей Маркова	137
Функциональные согласования кодонных подмножеств объектного множества	139
Зависимость свойств подмножеств объектного множества от количества элементов	142
Конформационная общность генерируемых подмножеств по алгоритму Маркова	143
Зеркальная и обменная симметрия функций объектного множества	144
Объектная модель самоорганизации: конструирование и дублирование себя	146
Ментальное управление генерацией азотистых оснований	148
Объектное различие алгоритмов самосохранения и продолжения жизни	152
Некоторые свойства циклических подмножеств	156
Множество распределений тройки подмножеств	158
Специфика 5-мерного объектного многообразия	159
Новый алгоритм генерации операционно циклических подмножеств	165

Инвариантность цикличности при операционном произведении подмножеств	166
Самогенерация системы циклических подмножеств	168
Различие структуры и законов базового и индуцированного объектных множеств	169
Глобальная циклическая анизотропия объектного множества	173
Генерация «сплетающихся» объектных подмножеств	175
Таблица отношений на комбинаторной операции $M^{36}(k)$	181
Алгоритм генерации спектра объектных пространств	183
Свойства объектных мономиальных матриц, ассоциированных с 3-узлами	186
Сложные отношения в простой конечной системе	192
Операционная инвариантность матричного аналога звезды Давида	194
Матричное представление обобщенных генераторов Джонса	202
Аналоги модели кос на конформациях объектного множества	207
Аналог кольца вычетов по модулю $n$ в неассоциативном объектном множестве	211
Связи кос, узлов, диаграмм Гаусса, матриц и перестановок	213
Возможность цитологических аналогий в теории кос и узлов	217
Группа перестановок в качестве характеристик «живого» узла	220
Объектный аналог спектра энергий атома водорода	223
Информационная модель спектра энергий атома водорода	227
Вывод уравнения Шрёдингера из уравнений Навье-Стокса в четырехмерии	231
Операционные свойства подмножеств Паскаля в объектном множестве	233
Когомологические аспекты объектных множеств	239
Дополнительность функциональных и когомологических условий равновесия	250
Матричная операция в объектном множестве	254
Связи теории объектных множеств с фундаментальными уравнениями физики	256
Спектр операционных свойств подмножеств объектного множества	260
Функциональное представление таблиц произведения и суммы подмножеств	261
Согласованность объектного множества с динамикой релятивистских процессов	262
Биалгебра и 3-алгебры Лейбница в объектном множестве	264
Модели объектных производных	265
Различия в числовых и объектных решениях алгебраических уравнений	266
Конечная объектная геометрия	267
Симметричный аспект параллельности линий в конечной аффинной геометрии	271
Параллельные линии в объектном 5-угольнике	273
Параллельность связей объектов в неассоциативном множестве	275
Группа отношений между элементами подмножеств объектного множества	276
Связь массы, электрического заряда и спина для микрочастиц	277
Алгебра объектных многогранников	283
Новые функциональные равновесия объектных треугольников	285
Гомологические аспекты объектного множества	290
Свойства операции структурного суммирования	295
Самовоздействие при стационарных внешних условиях	296
Самовоздействие по внутренним программам	297
Спектр таблиц без мутации операций	299
Инвариантность глобального закона при операционной мутации	302
Объединение внешних и внутренних объектных чисел	306
Алгоритмы аддитивной скрытности на примере объектного многообразия	308
Аддитивная скрытность подмножеств на паре функций	310
Согласование объектной евклидовой метрики с функцией Якоби	311
Компенсаторы в неевклидовой объектной геометрии	312
Глобальное свойство аддитивной скрытности фундаментальных элементов	313
Воображаемые свойства элементов объектного множества	314

Специфика «генетической памяти» элементов объектного множества	316
Новая математическая операция для матриц	317
Функциональное различие подмножеств в группе перестановок	320
Операционное и физическое расширение теории кос	322
Функциональная специфика образующих 4 - косы	324
Функциональные свойства сплетенной 4- косы	326
Группа элементов на модульной операции	327
Матричное представление обобщенных октонионов	330
Модульная группа и ее алгебра	334
Функциональные равенства множества «социум».	340
Медиальная квазигруппа Брака-Тойоды в объектных множествах	344
Глобальные алгебры квазигруппы Брака-Тойоды в объектном множестве	345
Спектр медиальности объектных множеств	346
Новое функциональное условие в объектных множествах	347
Алгебра Йордана и биалгебра Ли на кватернионах и антикватернионах	348
Неассоциативность объектных антикватернионов	349
Неассоциативность объектных кватернионов	350
Векторная регенерация дистрибутивности в объектном множестве	351
Аналог внешнего произведения в объектном множестве	352
Скрытые группы действия операций	354
Множественность решений линейных уравнений в объектном множестве	355
Генерация квазигрупп по модели перестановок	357
Ассоциативное множество на модульной операции	358
Идемпотентные подмножества объектного множества на модульной операции	361
Тень теории Галуа в объектном множестве	363
Функциональные полиидемпотенты, иницируемые объектным множеством	364
Законы развития согласно модели объектного множества	366
Связь функциональных равенств с перестановками элементов множества	367
Алгебраическая концентрация объектного множества	368
Приложение 1. Связь комбинаторного произведения с группой перестановок	369
Приложение 2. Полициклическая операция в объектном множестве $M^{16}$	374
Приложение 3. Операционная мутация элементов множества $M^{16}$	380
Заключение	382
Литература	382

## Введение

Фундаментальным свойством Реальности, которое подтверждено всей практикой жизни, является факт наличия самых различных процессов: изменений объектов и явлений. Приятно сознавать, что у всех процессов есть одно общее свойство: процесс имеет начальное состояние, сам процесс и реализацию конечного состояния.

С теоретической и с расчетной точки зрения удобно описывать все стадии процесса на основе нормированной скалярной величины, которую назовем показателем отношения и представим значениями

$$w = [0-1].$$

Применение показателя отношения в теории реализуется через его «участие» в расчетных формулах. Если этот фактор отсутствует, можно считать, что в теории в скрытой форме применено значение, соответствующее окончанию процесса  $w = 1$ .

Известно, что в электродинамике Максвелла учет показателя отношения в связях между полями и индукциями позволил описать все релятивистские эффекты без применения теории относительности и без спектра сингулярностей, которые индуцированы ею.

Изменился, как это и предполагал Лобачевский, закон сложения скоростей. Он зависит теперь от показателя отношения. При малых скоростях среды  $\vec{u}_m$  и скорости первичного источника излучения  $\vec{u}_{fs}$  при движении излучения в среде с показателем  $n$  скорость света задается формулой

$$\vec{u} = \frac{c \vec{k}}{n k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) \left( (1-w) \vec{u}_{fs} + w \vec{u}_m \right).$$

При значении  $w=0$  в вакууме имеет место зависимость скорости света от скорости источника излучения, что «недопустимо» в специальной теории относительности. При  $w=1$  мы получаем результаты, относящиеся к конечной стадии динамического процесса измерения параметров света. Именно этот результат «подсказывается» на основе теории относительности. Следовательно, эта теория корректно предсказывает итоговые величины динамического процесса, но она не в состоянии описать его стадии [1–7].

Понятно, что учет показателя отношения обобщает связи между дифференциалами координат и времени, генерируя новую модель, в которой есть место и согласование между группой Галилея и группой Лоренца. В простейшем случае эта связь такова

$$dx' = \frac{dx - u dt}{\sqrt{1 - w \frac{u^2}{c^2}}}, dy' = dy, dz' = dz, dt' = \frac{dt - w \frac{u}{c^2} dx}{\sqrt{1 - w \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Связь дифференциалов координат и времени, как кажется, очень проста, но эта точка зрения ошибочна. Известно, что такая система групп, которая названа сигруппой, выходит за рамки алгебры Ли на группе Лоренца. Мы получаем модель алгебры Йордана. Другими словами, учет стадий динамического процесса в электродинамике деформирует алгебры.

Заметим, что с принятием концепции показателя отношения можно отказаться от «мистических» моделей пространства и времени. Ведь речь идет только о нахождении законов изменения физических параметров излучения. В данном случае новые связи дифференциалов координат и времени в физическом пространстве иллюстрируют поведение скорости поля. Но этого мало, так как из опыта следует, что изменение скорости согласовано с изменением частоты поля. А для этого нужно решать систему уравнений.

Новое понимание ситуации в фундаментальной теории инициирует новое направление творческой деятельности: подготовку и создание структурных моделей для изделий любого уровня материи. В частности, а, может быть в первую очередь, требуется найти алгоритмы описания и экспериментального подтверждения структурности света и гравитации.

Более того, пришло время, когда указанную деятельность актуально дополнить моделями Сонаний и Чувств любых объектов. Ментальная ситуация по работе в этом направлении теперь прояснилась. В течение двух последних столетий в основном развивались модели и теории, базирующиеся на ассоциативной математике. Этого достаточно для описания граней физических контактов, обмена энергией и импульсом. Но жизнь и практика в основном базируются не на этом фундаменте, а на информационном обмене и взаимодействии. Со всех сторон ясно, что этот обмен и взаимодействие в большей своей части базируется на теории и практике неассоциативного свойства.

Развитие концепции и граней структурности для объектов и явлений Реальности при их самовоздействии и самоорганизации на основе ассоциативных и неассоциативных действий уже много лет проявляют себя не только на слуху, но и различных расчетах и различных практических, жизненных действиях.

С философской точки зрения ситуацию можно представить так: физические тела в основном ассоциативны, Сознание же в основном неассоциативно. Но они едины. Их единство обеспечивается Чувствами, которые объединяют Тела и Сознания. По этой причине именно Чувства наиболее сложны в теории и на практике. По сути дела, все грани и стороны жизни управляются Чувствами. Но тогда следует, как только можно более аккуратно, изучить эти стороны Реальности с последующим оптимальным их применением на практике.

Монография продолжает исследования, результаты которых опубликованы в 2020 году. Форма и суть их в том, что рассматриваются конечные множества матриц, которые могут интерпретироваться базовыми объектами при условии подчинения их неассоциативным операциям в соединении с ассоциативными операциями. Этот синтез, с одной стороны, нацелен на развитие единых, структурных моделей и теорий Реальности. С другой стороны, множества позволяют теоретически проанализировать эффекты, обусловленные синтезом операций.

Найдены и применены операции, которые согласованы со структурой элементов объектных множеств. Таковы комбинаторные операции, которые известны уже более 10 лет, такова модульная операция, такова операция структурного суммирования. Не отрицается, а согласованно применяется в анализе матричная операция.

Смысл анализа в том, чтобы на моделях аналогов известных алгебр и системы различных функциональных условий найти признаки и проявления самоорганизации любых объектов. Естественно, что так приоткрываются некие новые грани самосохранения и эволюции функционирующих множеств.

Отдельной темой является учет свойства иерархии, а также иерархического управления элементами множества, что проявляется только на системе операций, которым подчинены множества. Кроме этого, естественно, результат зависит от того, как элементы объединены в подмножества, как подмножества «взаимодействуют» между собой.

Проводимый анализ согласован со структурой и свойствами ряда фундаментальных физических явлений. Объектные множества предъясняют динамику материальных тел на основе модели объектной динамики.

Из разных «источников» неассоциативные множества генерируют кватернионы и их дополнение в форме антикватернионов. В силу этого факта появляются основания для объединения электромагнитной теории на кватернионах с теорией гравитации, которая допустима на антикватернионах.

Широкий спектр новых отношений и связей между объектами представлен в монографии в форме, доступной человеку со средним образованием. Более того, на этом уровне знаний можно самостоятельно развивать новые алгоритмы и получать новые результаты.

## Связь сигруппы Галилея-Лорентца с алгеброй Йордана и биалгеброй Ли

Многовековая практика естествоиспытателей на основе множества экспериментов приблизила расчетные модели к применению в них симметричного анализа.

Известно, что уравнения механики объектов с ненулевой массой при малых скоростях движения инвариантны относительно преобразований Галилея, согласно которым каждый наблюдатель проводит эксперименты по единому времени, которое не зависит ни от его скорости, ни от скорости измерительных устройств.

Симметрия вакуумных уравнений электродинамики в форме Максвелла базируется на группе преобразований координат и времени, предложенной Лоренцем. В этом варианте симметричного описания явлений, следуя авторитарной интерпретации, времена различны для наблюдателей, имеющих разные скорости. По этой причине естествоиспытателям была «навязана» точка зрения, что пространство и время образуют единое многообразие, которое характеризуется 4-мерной псевдоевклидовой метрикой Минковского. Так полагал автор этой новой метрики.

Различие групп симметрии для тел с ненулевой массой и света с нулевой массой стало основанием для идеологии, согласно которой физические структурные объекты в форме объектов, состоящих из атомов и молекул, принципиально отличаются от света. У света нет, и не может быть структуры, потому что конечный размер в принципе возможных частиц света не согласуется с идеологией и принципами специальной теории относительности. Если у частицы света есть конечный размер в собственной системе отсчета, он «бесконечен» для любых других наблюдателей.

В настоящее время ситуация принципиально иная. С одной стороны, понятно, что, так как уравнения электродинамики имеют тензорный вид, они, в глобальном смысле, инвариантны относительно любых невырожденных линейных преобразований. Ограничение анализа группой Галилея или группой Лоренца есть конкретизация реальных физических ситуаций. Но если это верно, может и должен быть физический параметр, управляющий изменением симметрии и обеспечивающий ее локализацию. Модель, достаточная для класса задач, что подтверждено расчетом, базируется на новом скалярном физическом параметре, названном показателем отношения. Он обозначен буквой  $w$ . В этом случае естественно объединение группы Галилея и Лоренца в единый математический объект, который назван *сигруппой Галилея-Лоренца* (системой групп).

В простейшей форме в четырехмерном пространстве она задается преобразованиями

$$x' = \frac{x - \frac{u}{c} ct}{\sqrt{1 - w \frac{u^2}{c^2}}}, y' = y, z' = z, ct' = \frac{ct - w \frac{u}{c} x}{\sqrt{1 - w \frac{u^2}{c^2}}}.$$

При значении показателя отношения  $w=0$  мы имеем группу Галилея, если  $w=1$ , связи координат и времени соответствуют группе Лоренца.

Этот диапазон изменения показателя отношения естественен с физической точки зрения при описании динамического процесса взаимодействия света со средой: группа Галилея дает ключ к описанию ситуации при отсутствии взаимодействия, группа Лоренца обеспечивает данные, соответствующие конечной стадии динамического процесса.

Параметрическое изменение симметрии позволяет описывать не только состояния того или другого явления. Оно удобно, если это делать корректно, для описания динамического процесса. Представленный алгоритм дает «подсказку», что нужно объединять известные симметрии состояний, если мы желаем описывать процессы их изменения.

Известно, что теория приобретает элементы фундаментального знания, если она имеет представление в форме алгебры, дополняя операции произведения суммирование.



Что в этом случае представляет модель в форме сигруппы Галилея-Лоренца? Рассмотрим пару преобразований дифференциалов координат и времени, принадлежащих сигруппе:

$$\begin{pmatrix} dx' \\ cdt' \end{pmatrix} = \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & \frac{u_1}{c} \\ w_1 \frac{u_1}{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} dx'' \\ cdt'' \end{pmatrix} = \gamma_2 \begin{pmatrix} 1 & \frac{u_2}{c} \\ w_2 \frac{u_2}{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx' \\ cdt' \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} dx' \\ cdt' \end{pmatrix},$$

$$\gamma_1 = \left(1 - w_1 \frac{u_1^2}{c^2}\right)^{-0.5}, \quad \gamma_2 = \left(1 - w_2 \frac{u_2^2}{c^2}\right)^{-0.5},$$

Получим произведение элементов вида

$$\begin{pmatrix} dx'' \\ cdt'' \end{pmatrix} = \gamma_2 \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 + w_1 \frac{u_1 u_2}{c^2} & \frac{u_1 + u_2}{c} \\ \frac{w_1 u_1 + w_2 u_2}{c} & 1 + w_2 \frac{u_1 u_2}{c^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix} =$$

$$= \gamma_2 \gamma_1 \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{1,2}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{u_1 + u_2}{c} \\ \frac{w_1 u_1 + w_2 u_2}{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix} + \gamma_2 \gamma_1 \frac{u_1 u_2}{c^2} \begin{pmatrix} w_1 & 0 \\ 0 & w_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix},$$

$$k = \frac{\gamma_2 \gamma_1}{\gamma_{1,2}}, \quad \sigma = \gamma_2 \gamma_1 \frac{u_1 u_2}{c^2} \begin{pmatrix} w_1 & 0 \\ 0 & w_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma_{1,2} = \left(1 - \left(\frac{w_1 u_1 + w_2 u_2}{c}\right) \left(\frac{u_1 + u_2}{c}\right)\right)^{-0.5}.$$

Его свойства таковы:

$$\begin{aligned} A \cdot B &= \kappa C + \sigma_1, \quad B \cdot A = \kappa C + \sigma_2, \\ A, B, C &\Rightarrow M_1, \kappa, \sigma_i \Rightarrow M_2, M_3, \\ \Delta &= A \cdot B - B \cdot A = \sigma_1 - \sigma_2, \\ \frac{1}{2}(A \cdot B + B \cdot A) &= \kappa C + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2). \end{aligned}$$

Зададим элемент сигруппы через элемент канонической группы Лоренца и элемент группы треугольных матриц, принадлежащих унимодулярной группе. Получим

$$\frac{1}{\sqrt{1 - w \frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ w \frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - w \frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} \frac{1 - \frac{u^2}{c^2} w}{1 - \frac{u^2}{c^2}} & 0 \\ (w-1) \frac{u}{c} & 1 \\ \frac{1 - \frac{u^2}{c^2}}{1 - \frac{u^2}{c^2}} & \end{pmatrix}.$$

Элементы  $A, B, C$  принадлежат сигруппе  $M_1$ , элементы  $\kappa, \sigma$  принадлежат, соответственно, мультипликативной и аддитивной группам, ассоциированным с данной сигруппой.

Покажем, что произведение элементов сигруппы согласуется со структурой сигруппы. По этой причине действие сигруппы можно рассматривать как действие произведения двух согласованных между собой неизоморфных групп.

Выразим элемент, принадлежащий группе треугольных матриц, в виде произведения элементов двух других групп:

$$G_{1,2} = \frac{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{\sqrt{1-w\frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} \frac{1-\frac{u^2}{c^2}w}{\frac{1-\frac{u^2}{c^2}}{c^2}} & 0 \\ \frac{1-\frac{u^2}{c^2}}{c^2} & \\ \frac{(w-1)\frac{u}{c}}{\frac{1-\frac{u^2}{c^2}}{c^2}} & 1 \\ \frac{1-\frac{u^2}{c^2}}{c^2} & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{(w-1)\frac{u}{c}}{1-\frac{u^2}{c^2}w} & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{\sqrt{1-w\frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} \frac{1-\frac{u^2}{c^2}w}{\frac{1-\frac{u^2}{c^2}}{c^2}} & 0 \\ \frac{1-\frac{u^2}{c^2}}{c^2} & \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow G_1 \cdot G_2.$$

Структура группы  $G_1$  задана выражением вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \sigma & 1 \end{pmatrix}, \sigma = \frac{(w-1)\frac{v}{c}}{1-\frac{v^2}{c^2}w} \cong w - \frac{v}{c} + w^2 \frac{v^2}{c^2} - w \frac{v^3}{c^3}.$$

Структура группы  $G_2$  такова:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a^{-1} \end{pmatrix}, a = \frac{\sqrt{1-w\frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2}(1-w)\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{4}w\frac{v^4}{c^4}.$$

Выразим сигруппу Галилея-Лорентца через группу Галилея. Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{1-w\frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ w\frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-w\frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{w\frac{u}{c}}{1-w\frac{u^2}{c^2}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-w\frac{u^2}{c^2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Оба разложения формально похожи друг на друга. Они имеют общие свойства и по-разному выражают скалярную деформацию группы Лорентца. В окрестности единичного элемента сигруппы имеет вид

$$Sg_e = I + a_k \alpha^k + b_l \beta^l + c_m \gamma^m + \dots$$

Он алогичен локальной записи группы. Однако параметры групп, которыми представлена сигруппа, в данном случае зависимы друг от друга.

Это обстоятельство играет решающую роль при анализе законов сохранения, ассоциированных с сигруппой, а также в теории калибровочных полей, индуцируемых сигруппой.

Обратим внимание на специфику структуры исследуемой сигруппы. Заметим, что возможен вариант аддитивного представления сигруппы Галилея-Лорентца, используя каноническую группу Лорентца:

$$\gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} = \frac{\gamma_1}{\gamma} \gamma \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} + \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{v}{c}(w-1) & 1 \end{pmatrix} - \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим аддитивное разложение группы Лорентца:

$$\gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} = \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{v}{c} & 1 \end{pmatrix} - \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Группа Лорентца выражена через группу Галилея. Новым группам дадим название группы Барыкина и группы Ньютона. Получим морфологическую связь формул для групп:

$$\text{Ньютон} + \text{Лорентц} = \text{Галилей} + \text{Барыкин}.$$

Аддитивное разложение сигруппы Галилея-Лорентца по группе Галилея выглядит просто:

$$\gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \gamma_1 + \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} - \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В частности, каноническая группа Лорентца выступает в роли группы Галилея, дополненной группой растяжения времени и группой согласованных деформаций для координат и времени. Группа Галилея может рассматриваться как группа Лорентца дополненная аналогичными группами:

$$\gamma \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} - \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Аддитивное и мультипликативное представления сигруппы Галилея-Лорентца согласуются между собой по формуле:

$$g_1 g_2 g_3 \Leftrightarrow SG \Leftrightarrow \bar{g}_1 + \bar{g}_2 + \bar{g}_3.$$

Произведение элементов сигруппы можно вложить в алгебраическое множество, содержащее элементы  $(\alpha, \beta)$ .

Матрицу размерности  $2 \times 2$  можно записать в форме сигруппы и диагональной матрицы

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b \\ c & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & d-1 \end{pmatrix} = \alpha + \beta.$$

В таком виде, с точностью до коэффициентов, задается произведение элементов сигруппы. Прямой расчет показал, что элементы сигруппы принадлежат алгебре Йордана:

$$x \circ y = y \circ x,$$

$$(x^2 \circ y) \circ x = x^2 \circ (y \circ x),$$

$$x \circ y = \frac{1}{2}(xy + yx).$$

Функциональная связь элементов в алгебре Йордана такова:

$$(x^2 y)x + (yx^2)x + x(x^2 y) + x(yx^2) = x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2.$$

На операции вычитания получим модель биалгебры Ли:

$$x \cdot y + y \cdot x = 0,$$

$$(x^2 \cdot y) \cdot x = x^2 \cdot (y \cdot x),$$

$$x \cdot y = (xy - yx),$$

$$x^2 = \overset{m}{x \times x}.$$

В этом случае одинаковые элементы умножены согласно стандартному матричному произведению, а различные элементы подчинены условию анализа отклонения их произведения от коммутативности.

Функциональная связь элементов получит новый вид:

$$(x^2 y)x - (yx^2)x - x(x^2 y) + x(yx^2) = x^2(yx) - x^2(xy) - (yx)x^2 + (xy)x^2.$$

Обратим внимание на наличие класса преобразований координат и времени, при которых указанные *различные связи становятся идентичными*.

К этому классу относятся преобразования, характерные для элементов сигруппы

$$x = k_1 \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ b_1 & 1 \end{pmatrix}, y = k_2 \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Простой расчет показывает, что для них выполняются условия

$$(yx)x^2 = (yx^2)x, x(x^2 y) = x^2(xy).$$

Их можно записать в виде, «зеркальном» относительно знака равенства

$$x(x^2 y) + (yx)x^2 = x^2(xy) + (yx^2)x.$$

В этом случае для двух алгебр получаем единую функциональную связь вида

$$(x^2 y)x + x(yx^2) = x^2(yx) + (xy)x^2.$$

Это легко проверить на выражениях

$$x = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ b_1 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$x^2 = \begin{pmatrix} 1+a_1b_1 & 2a_1 \\ 2b_1 & 1+a_1b_1 \end{pmatrix},$$

$$xy = \begin{pmatrix} 1+a_1b_2 & a_1+a_2 \\ b_1+b_2 & 1+a_2b_1 \end{pmatrix}, yx = \begin{pmatrix} 1+a_2b_1 & a_1+a_2 \\ b_1+b_2 & 1+a_1b_2 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что элементы сигруппы подчинены условиям для квазигруппы Муфанг:

$$z((xy)z) = (zx)(yz) = (z(xy))z.$$

Сигруппа Галилея-Лорентца подчинена условию эластичности:

$$(xy)x = x(yx).$$

При использовании матриц оно является частным случаем ассоциативности матриц.

Если не принимать во внимание частную ситуацию, мы имеем пару функциональных связей:

$$(x^2 y)x + (yx^2)x + x(x^2 y) + x(yx^2) = x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2,$$

$$(x^2 y)x - (yx^2)x - x(x^2 y) + x(yx^2) = x^2(yx) - x^2(xy) - (yx)x^2 + (xy)x^2.$$

На сигруппе Галилея-Лоренца они выполняются независимо друг от друга.

Две алгебры принципиально отличаются при конструировании функциональных связей по базовым операциям. В первом случае действует операция суммирования, во втором случае действует операция вычитания. Если принять во внимание, что тензоры гравитации симметричны, а тензоры электромагнетизма антисимметричны, мы можем надеяться, что пара функциональных связей косвенно «свидетельствует» об алгебраическом единстве этих разных сущностей.

Более того, на сигруппе Галилея-Лоренца функциональные связи становятся проще и имеют единый вид. Это обстоятельство может свидетельствовать, что предложенный вариант анализа относится к категории особо простых ситуаций. То, что казалось нам вершиной теории, есть первая ступенька к полной и глубокой модели. Однако и здесь уже чувствуется дыхание новой истины, если гравитация и электромагнетизм едины.

Поскольку физикам, и не только им, хочется, чтобы теория строилась и «работала» не только для симметрий, но и для структурных объектов, желательно найти модели, которым свойственно выполнение пары указанных функциональных связей.

Последующий анализ убедит нас в том, что есть такие модели с неассоциативными операциями, описывающими информационное взаимодействие. По этой причине есть основания думать, что симметрии для координат и времени есть симметрии для тел.

## Внешние проявления электромагнетизма

Явления электромагнетизма в самых разных проявлениях фундаментальны для нашей цивилизации. На них «держится» вся современная техника и технологии. Однако до тех пор, пока эти явления бесструктурны, мы получили в свое распоряжение только часть всех свойств электромагнетизма, что можно назвать их внешними проявлениями. Актуальна задача, сохранив достигнутый опыт, продвинуться к пониманию и применению на практике внутренних, структурных свойств электромагнетизма.

В настоящее время накоплено достаточно новых данных и алгоритмов анализа, которые достаточны для начального решения поставленной задачи.

Направление исследования, как и намеченная цель, состоят в том, чтобы получить структурную, объектную модель электромагнетизма, согласно которой эти новые объекты, а также их структурные составляющие, подчинены информационному взаимодействию. Из многих соображений следует, что информационное взаимодействие неассоциативно. По этой причине задача сводится к тому, чтобы дополнить ассоциативную модель электродинамики неассоциативными составляющими, согласованными с действующей теорией. Поскольку электромагнетизм относится к категории калибровочных полей, решение поставленной задачи может стать стимулом для неассоциативного обобщения этого раздела теории.

Прежде всего, требуется избавиться от ошибок и авторитарных ограничений в теории электромагнетизма. В первую очередь, это относится к реализации выхода за пределы специальной теории относительности, устранив ее ложные приемы и догматы. Во вторую очередь, нужно найти достаточные основания для объективации электромагнетизма, чтобы можно было рассматривать свет в форме системы структурных объектов. В-третьих, следует объединить электромагнетизм и гравитацию в единую модель, что продиктовано единством электрических зарядов и массы у фундаментальных объектов Реальности, представленных электронами и нуклонами. И не только у них. В-четвертых, признание возможности обмена информацией в явлениях электромагнетизма и гравитации стимулирует исследования в направлении исследования языка и форм диалога с такими явлениями, а также с физическими, химическими, биологическими объектами.

У нас нет оснований для предположения, что достигнутое знание, как и наша логика, достаточны для решения сформулированных задач. Более того, неизвестно, достойны ли мы в форме нашей цивилизации, к получению искомой информации. Ведь новое знание, если только сохранится наша модель потребления и агрессивность, могут не только помочь, но и остановить, разрушить развитие. Практика свидетельствует, что нужно быть осторожным и особо внимательным ко всему новому, так как не сразу приходит умение распорядиться им эффективно.

Объективно правильное подтверждение результатов расчета экспериментами уже сейчас может и должно быть скорректировано, так как любые приборы и устройства «показывают» не совсем то, что есть на самом деле, а только то, что они могут показать. Приборы и устройства могут не только исказить, но и запутать данные и ситуацию, как и некоторые люди.

По этой причине требуется глубинное и тщательное развитие форм и алгоритмов расчета любых объектов и явлений, избегая авторитарных ограничений типа «вершин» науки. Это возможно при существенном изменении стадий и форм обучения и воспитания людей. Именно развитие творческого начала у исследователя (у теоретика и у экспериментатора) должно быть главным двигателем обучения и воспитания. Естественна ориентация каждой творческой личности не столько на то, чтобы «взять», а прежде всего на то, чтобы «дать».

Ожидаемое постижение новых форм информационного обмена и видов «языкового» взаимодействия невозможно без новых теорий и экспериментальных устройств. Конечно, это все требуется делать для достижения полноценной гармонии с Вселенной, когда она рада нашей деятельности и нашей жизни.

В электродинамике сред мы имеем дело с парой дифференциальных тензорных уравнений для полей и индукций

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \partial_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{s}^i.$$

На основе тензора четвертого ранга они дополнены связями между полями и индукциями:

$$\tilde{H}^{ik} = \tilde{\chi}^{ikmn} F_{mn}.$$

Заметим, что в частном случае, когда

$$\chi^{ikmn} = 0,5(\Omega^{im}\Omega^{kn} - \Omega^{in}\Omega^{km}),$$

требование форминвариантности уравнений электродинамики сводится в форминвариантности метрики  $\Omega^{ij}$ .

Меняя  $\Omega^{ij}$ , мы приходим к моделям электродинамики, соответствующим разным группам изометрий. В силу указанного обстоятельства группа Галилея, а также и группа Лоренца, с физической точки зрения дополняют друг друга, а, с математической точки зрения, являются симметриями уравнений электродинамики Максвелла, характеризующими различные локальные ситуации. Их различие фиксируется выбором значений  $\Omega^{ij}$ .

Независимость уравнений Максвелла от трехмерной метрики, а также общее свойство ковариантности в четырехмерном пространстве, первоначально была обнаружена Т. Вейлем [8]. Позднее эти вопросы рассматривали Ф. Коттлер [9], Э.Картан [10], Д. Данциг [11], Е. Пост [12], Ж. Дешам [13]. В Советском Союзе симметричные свойства уравнений электродинамики в рамках группового подхода широко проанализированы в работах Н.Х. Ибрагимова [14], В.И. Фушича и А.Г. Никитина [15]. Г.А. Котельников [16] рассмотрел нелинейные представления группы Галилея. Мною рассмотрена галилеевски инвариантная электродинамика вакуума [4] и доказана физическая дополнительность группы Галилея и Лоренца в электродинамике движущихся сред [7].

Рассмотрим инвариантность уравнений электродинамики с общих позиций, следуя монографии Е.Поста [12]. Зададим преобразования координат в четырехмерном пространстве вида

$$x^{k'} = x^{k'}(x^k), \quad x^k = x^k(x^{k'}), \quad A_j^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{j'}},$$

полагая, что они невырождены и голономны:

$$\partial_{i'} A_{j'}^j = \partial_{j'} A_{i'}^j, \quad \Delta = \det(A_{j'}^i) \neq 0.$$

Обозначим частные производные и якобиан преобразований

$$A_i^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}}, \quad A_i^{i'} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i}, \quad \Delta = \det|A_i^i| \neq 0.$$

Используем известные законы преобразования тензоров и тензорных плотностей

$$F_{i'j'} = A_i^i A_j^j F_{ij}, \quad \tilde{H}^{i'j'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} A_j^{j'} \tilde{H}^{ij}.$$

Рассмотрим вопрос об инвариантности первой пары уравнений. Получим

$$\partial_{[k'} F_{i'j']} = \partial_{[k'} (A_{i'}^i A_{j'}^j F_{ij}) = A_{[i'}^i A_{j'}^j \partial_{k']} F_{ij} + F_{ij} A_{[i'}^i \partial_{k'} A_{j']}^j + F_{ij} A_{[j'}^j \partial_{k'} A_{i']}^i.$$

Из-за голономности преобразований и антисимметричности  $F_{ij}$  второй и третий члены компенсируются, а так как  $\partial_{k'} = A_{k'}^k \partial_k$ , то

$$\partial_{[k'} F_{i'j']} = A_{[i'}^i A_{j'}^j A_{k'}^k \partial_k F_{ij}.$$

Перенесем индекс альтернирования по  $(ijk)$ . Получим

$$\partial_{[k'} F_{i'j']} = A_{k'}^k A_{i'}^i A_{j'}^j \partial_{[k} F_{ij]}.$$

Поскольку  $\partial_{[k} F_{ij]} = 0$ , то  $\partial_{[k'} F_{i'j']} = 0$ . Проанализируем симметричные свойства второй пары дифференциальных уравнений электродинамики. Так, легко видеть, что

$$\partial_k \tilde{H}^{ik'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} A_k^{k'} \partial_k \tilde{H}^{ik} + \tilde{H}^{ik} \left\{ |\Delta|^{-1} A_i^{i'} \partial_k A_k^{k'} + |\Delta|^{-1} A_k^{k'} \partial_k A_i^{i'} + A_i^{i'} A_k^{k'} \partial_k |\Delta|^{-1} \right\}.$$

Используем известные соотношения:

$$-|\Delta|^{-1} A_k^k \partial_i A_k^{k'} = \partial_i |\Delta|^{-1}, \quad A_i^{i'} A_j^{j'} \partial_j \tilde{H}^{ij} = A_i^{i'} \partial_j \tilde{H}^{ij}.$$

Сгруппируем выражения

$$\partial_k \tilde{H}^{ik'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} \partial_k \tilde{H}^{ik} + |\Delta|^{-1} \tilde{H}^{ik} \left\{ A_i^{i'} A_k^m \partial_m A_k^{k'} + \partial_k A_i^{i'} - A_i^{i'} A_k^m \partial_k A_m^{k'} \right\}.$$

Выражение  $\tilde{H}^{ik} \partial_k A_i^{i'}$  исчезнет из-за антисимметрии  $\tilde{H}^{ik}$ . Другие выражения в скобках компенсируются из условия голономности. Получим

$$\partial_k \tilde{H}^{ik'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} \partial_k \tilde{H}^{ik} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} \cdot \tilde{S}^i.$$

Следовательно, дифференциальные уравнения электродинамики Максвелла инвариантны относительно произвольных невырожденных преобразований голономных систем координат.

Уравнения Максвелла не показывают связность многообразия без кручения. Чтобы доказать это, заменим частные производные на ковариантные. Для тензора  $F_{mn}$  имеем

$$\nabla_{[k} F_{mn]} = \partial_{[k} F_{mn]} - 2F_{\sigma[k} \Gamma_{mn]}^{\sigma} = \partial_{[k} F_{mn]}.$$

Рассмотрим уравнения для  $\tilde{H}^{ik}$ :

$$\nabla_k \tilde{H}^{ik} = \partial_k \tilde{H}^{ik} + \tilde{H}^{pk} \Gamma_{kp}^i + \tilde{H}^{ip} \Gamma_{pk}^i - \Gamma_{pk}^p \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i.$$



Последний член разложения обусловлен структурой тензорной плотности. Величина  $\tilde{H}^{pk}\Gamma_{kp}^i = 0$  из антисимметрии  $\tilde{H}^{pk}$ . Два других слагаемых взаимно компенсируются вследствие симметричности связности. Отсюда следует вывод: дифференциальные уравнения Максвелла для среды независимы от метрики и линейной связности многообразия без кручения и допускают симметрию относительно группы невырожденных, голономных преобразований координат. Поэтому допустимо описывать все электромагнитные явления в многообразии аффинной связности  $R^3 \times T^1$ , рассматривая "метрику"  $\Omega_{kn}$  и связности как самостоятельные физические структуры. Они характеризуют условия, в которых находится электромагнитное поле.

Заметим, что требование неизменности связей между полями и индукциями в вакууме, называемое условием форминвариантности, принятое, в частности Лорентцем и, позднее, Эйнштейном, задает дополнительное условие на группу симметрии.

В этом случае анализ сводится к нахождению группы изометрий для пространства Минковского канонического вида. И хотя форминвариантность сужает общую симметрию до конкретной, остается еще значительная свобода в ее физическом заполнении. Для физической модели мы обязаны построить пространство скоростей для конкретной ситуации. Оно может быть подчинено общим ограничениям. Например, мы используем модель риманова пространства постоянной кривизны. У него есть конкретные свойства, без задания которых физическая задача не может решаться. Эксперимент всегда конкретен.

Выясним место тензора кручения в физической модели электромагнитных явлений. Пусть тензор  $B_{pn}^k = \Gamma_{pn}^k - \Gamma_{np}^k$ , показывающий отклонение компонент связности  $\Gamma_{pn}^k$  от симметричности по нижним индексам, отличен от нуля. Из предыдущего рассмотрения видно, что уравнения для  $\tilde{H}^{ik}$  изменяются следующим образом:

$$(\partial_k + B_{kp}^p)\tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i.$$

Для второй пары уравнений используем выражение для ковариантной производной ковариантного тензора второго ранга

$$\nabla_i F_{jk} = \partial_i F_{jk} - \Gamma_{ji}^l F_{lk} - \Gamma_{ki}^l F_{jl}.$$

Их суммирование даст

$$\nabla_{[k} F_{ij]} = \partial_{[k} F_{ij]} - B^l_{[ki} F_{j]l}.$$

Указанные добавки дают вклад кручения в уравнения Максвелла.

Сделаем несколько замечаний:

Преобразования координат и времени *не обязаны задавать группу*. В общем случае преобразования могут представлять собой некоторое многопараметрическое семейство, содержащее неизоморфные группы. И хотя подгруппы могут принадлежать некоторой группе, произведение их элементов может не принадлежать рассматриваемому семейству.

В симметричном подходе к электродинамике обычно слабо отражена *физика*. В частности, неясно, выражают ли исследуемые симметрии свойства некоторых конструкций или они отображают качества электромагнитного поля. Поскольку симметричный подход, инициированный Ли, направлен на поиск решений систем уравнений, мы понимаем, что исследование инвариантности есть один из вариантов анализа пространства решений.

Для конкретной ситуации требуется конкретная симметрия и конкретная модель. Её не так легко найти, как и все физические факторы, ей соответствующие. Обычный математический анализ, даже если он доказывает существование широкого класса

симметрий, не в состоянии без дополнительных предположений конкретизировать физику симметрий.

Использование общих преобразований координат, допускающее любые возможности, не может быть «привязано» к явному виду физических факторов, присущих конкретным задачам электродинамики. В частности, сложно учесть начальные и граничные условия. Поэтому кроме общего анализа требуется проводить физическое расширение модели, правильно учитывать *систему конкретных физических обстоятельств*.

Будем исходить из модели, базирующейся на концепции единичного наблюдателя. Пусть он обеспечен необходимыми измерительными устройствами, достаточными для исследования электромагнитных явлений. Примем точку зрения, что наблюдатель использует «абсолютные» эталоны длины и времени в соответствии с физической моделью пространства Ньютона  $R^3 \times T^1$ . Фактически это означает принятие одного из вариантов проведения оценок и вложения опыта. Так фиксируется пространство для измерительных устройств и для величин, измеряемых на эксперименте.

Физические законы электродинамики Максвелла также задаются в  $R^3 \times T^1$ . В соответствии с принятым подходом мы записываем уравнения в форме

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = \vec{0},$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\pi \frac{\vec{J}}{c}.$$

Объединим векторные поля в тензоры

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}, \quad H^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}.$$

Дифференциальные уравнения Максвелла получают вид

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k H^{ik} = S^i.$$

Отметим очевидный факт, что уравнения инвариантны относительно различных невырожденных линейных преобразований координат. В модели изначально «достаточно» места для группы Галилея и для группы Лоренца. Но действовать они могут и обязаны в условиях, которые адекватны их структуре.

Здесь  $\partial_k$  - частные производные по координатам

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ict.$$

На этом этапе примем следующую постановку задачи: найти обобщение материальных уравнений Максвелла, из которого, учитывая свойства реальных физических сред и не используя какой-либо модели эфира, удастся единым образом описать опыты Бредли, Допплера, Физо, Майкельсона, «постоянство» скорости света в вакууме по Эйнштейну.

Известно, что для покоящейся изотропной среды связь полей и индукций имеет вид

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{E},$$

где  $\varepsilon, \mu$ - диэлектрическая и магнитная проницаемости. Эти уравнения не содержат скоростей и факторов управления полями и индукциями. Они только кажутся простыми.

Задача состоит в том, чтобы разобраться в структуре связей и в них правильно учесть все, необходимое и достаточное для реалистической, конкретной, физической модели. Из решения самых разных задач известно, что связи, как и все конкретное, могут быть чрезвычайно сложны, более того, они способны управлять явлениями. По этой причине нужно хотя бы приблизиться к пониманию и учету конкретики физических ситуаций, не запутывая себя стремлением к неоправданной общности.

В варианте, рассмотренном Минковским, учтена скорость среды  $\vec{u}_m$ . В его подходе среда является вторичным источником излучения. В данном выражении отсутствует скорость первичного источника излучения  $\vec{u}_{fs}$ . Не сделаны какие-либо предположения о структуре излучения. Отсутствует анализ и алгоритм *воздействия измерительных устройств* на поле.

С экспериментом согласуются связи вида [17]:

$$\vec{D} + \left[ \frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{H} \right] = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{B} \right] \right),$$

$$\vec{B} + \left[ \vec{E} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] = \mu \left( \vec{H} + \left[ \vec{D} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] \right).$$

В силу указанных обстоятельств желательно обобщить связи, предложенные Минковским. Новые связи между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $H^{ik}$  будем искать в форме [18]:

$$H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

полагая, что в частном случае они переходят в известные. Пусть

$$\Omega^{im} = \alpha (\Theta^{im} + \beta U^i U^m).$$

Здесь  $\alpha, \beta$ - скалярные функции,  $\Theta^{im}$ - некий метрический тензор,  $U^i = dx^i / d\Theta$  - четырехскорости,  $d\Theta^2 = \Theta_{ij} dx^i dx^j$ . На начальном этапе анализа выражение для величины  $\Omega^{im}$  было найдено в [17] на основе решения системы нелинейных алгебраических уравнений. Они следуют из обобщенной формальной связи для полей и индукций. При равной нулю векторной скорости они переходят в известные уравнения.

Было получено обобщение

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[ \Theta^{im} + \left( \frac{\varepsilon \mu}{\chi} - 1 \right) U^i U^m \right].$$

Здесь  $\Theta^{im} = \text{diag}(1, 1, 1, \chi)$ , а  $\chi = \det \Theta^{im}$ . Тензор  $\Omega^{im}$  не имеет сингулярности при  $\chi = 0$ . Действительно,

$$d\Theta = \frac{icdt}{\sqrt{\chi}} \left(1 - \chi \frac{U^2}{c^2}\right)^{1/2}, \quad U^k = \frac{dx^k}{d\Theta} = \frac{\sqrt{\chi}}{ic} \frac{dx^k}{dt} \left(1 - \chi \frac{U^2}{c^2}\right)^{-1/2}.$$

При определении  $U_n = \Theta_{nk} U^k$  получим  $U^k U_k = 1$ . С учетом антисимметрии  $F_{mn}$  и  $H^{ik}$  можно использовать выражение

$$H^{ik} = \Omega^{ikmn} F_{mn}, \quad \Omega^{ikmn} = 0,5(\Omega^{im} \Omega^{kn} - \Omega^{in} \Omega^{km})$$

с условиями

$$\Omega^{ikmn} = -\Omega^{iknm} = -\Omega^{kimn}.$$

Начальный вариант обобщения состоял в том, что уравнения Максвелла оставались неизменными

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}.$$

Были скалярно «деформированы» связи между полями и индукциями в форме [18]:

$$\vec{D} + \chi \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right] = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{B} \right] \right), \quad \vec{B} + \chi \left[ \vec{E} \times \frac{\vec{U}}{c} \right] = \mu \left( \vec{H} + \left[ \vec{D} \times \frac{\vec{U}}{c} \right] \right).$$

На этой стадии требуется решить ряд проблем:

Какое выражение для скорости следует использовать?

Требуется ли и каким образом менять дифференциальные уравнения Максвелла, если принято решение об изменении величины  $\chi$ ?

Какие физические и математические следствия дает предлагаемое обобщение?

Покажем, что предложенные связи между полями и индукциями переходят в известные.

Действительно, при скорости  $\vec{U}$ , равной нулю, получим выражения:

$$U^k \Big|_{\vec{U}=0} = (0, 0, 0, \sqrt{w}),$$

$$\Omega^{ij} \Big|_{\vec{U}=0} = \alpha \Theta^{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad \Omega^{0i} = \Omega^{i0} = 0,$$

$$\Omega^{00} \Big|_{\vec{U}=0} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[ w + \left( \frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) w \right] \equiv \varepsilon \sqrt{\mu}.$$

Обобщенная система уравнений электродинамики, с точки зрения физика, имеет значение, если она позволяет получить решения, которые согласуются с экспериментом. По этой причине требуется конкретизировать значения и смысл математических символов и решить несколько конкретных задач.

Рассмотрим частную модель. Пусть источник первичного излучения движется вокруг Земли в вакууме со скоростью  $\vec{U}_{fs}$ , которая является скоростью первичного источника  $\vec{U}|_{\rho=0} = \vec{U}_{fs}$ . Пусть излучение распространяется из вакуума в атмосферу Земли с плотностью  $\rho$ , в которой при  $\rho = \rho_0$  скорость вторичного источника излучения становится равной скорости физической среды

$$\vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_m.$$

Введем величину  $\vec{U} = \vec{U}(\vec{U}_{fs}, \vec{U}_m, w(\rho))$ , полагая, что она зависит от функционала  $w(\rho)$ , который назовем показателем отношения.

Примем гипотезу, что скорость  $\vec{U}$  подчинена релаксационному уравнению

$$\frac{d\vec{U}}{d\xi} = -P_0(\vec{U} - \vec{U}_m), \quad \vec{U}|_{\xi=0} = \vec{U}_{fs}, \quad \xi = \rho/\rho_0.$$

Этот прием согласуется с физической постановкой анализируемой задачи [18]. Ведь из-за взаимодействия со средой скорость первичного источника излучения обязана релаксировать к скорости вторичного источника излучения. Получим решение

$$\vec{U} = (1-w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m, \quad w = 1 - \exp\left(-P_0 \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

Показатель отношения  $w$  введен в модель из физических соображений. Он порожден динамикой явления. Тогда, например,

$$\vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_{fs}, \quad w|_{\rho=0} = 0, \quad \vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_m, \quad w|_{\rho=\rho_0} = 1.$$

Примем дополнительное условие:

$$\chi = w.$$

Рассматриваемый вариант является частным случаем общей ситуации, в которой скорость подчинена динамическим уравнениям. Так и должно быть в реальных физических задачах, в которых величины не статичны, а динамичны.

Рассмотрим теперь возможное общее решение системы уравнений.

В рассматриваемом случае уравнения для потенциалов поля  $A_m$  в их четырехмерной форме при фиксированном значении показателя отношения, когда  $w = const$  имеют вид [19]:

$$\left[ \Theta^{kn} \frac{\partial}{\partial x^k} \frac{\partial}{\partial x^n} - (\epsilon\mu - w) \left( V^k \frac{\partial}{\partial x^k} \right)^2 \right] A_m = -\mu U^i \Theta_{im}, \quad V^k = \frac{U^k}{\chi}$$

при условии калибровки

$$\Theta^{kn} \frac{\partial A_n}{\partial x^k} + (\epsilon\mu - w) \frac{\partial A_l}{\partial x^k} U^l U^k = 0.$$

Для векторного  $\vec{A}$  и скалярного  $\phi$  потенциалов согласно их определению

$$\vec{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \phi, \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

получим

$$\hat{L}\vec{A} = -\frac{4\pi\mu}{c} \left\{ \vec{J} + \frac{\sigma\Gamma^2}{\sigma+w} \frac{\vec{U}}{c} (w\vec{U} \cdot \vec{J} - c^2\rho) \right\},$$

$$\hat{L}\phi = -4\pi\mu \frac{\Gamma^2}{w+\sigma} \left\{ \rho \left( 1 - \varepsilon\mu \frac{U^2}{c^2} \right) + \sigma \frac{\vec{U} \cdot \vec{J}}{c^2} \right\}$$

и условие калибровки

$$\left( \nabla \cdot \vec{A} + \frac{w}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\sigma\Gamma^2}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \right) (\vec{U} \cdot \vec{A} - c\phi) = 0.$$

Здесь

$$\hat{L} = \left( \Delta - \frac{w}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \sigma \frac{\Gamma^2}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \right)^2,$$

$$\sigma = \varepsilon\mu - w, \quad \Gamma^2 = (1 - w\beta^2)^{-1}, \quad \beta = \frac{U}{c}.$$

Функция Грина для векторных уравнений

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu (r^2 + \xi^2)^{-1/2} \delta \left( t - \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1 - w\beta^2) \sqrt{\varepsilon\mu}} (r^2 + \xi^2)^{1/2} \right)$$

указана в [19]. В цилиндрической системе координат, радиус-вектор которой есть  $R = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$ , имеем величины

$$r^2 = \rho^2 \frac{\varepsilon\mu(1 - w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}, \quad \xi = z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} Ut.$$

При  $\beta = 0$  получим функцию Грина для покоящего источника в среде без дисперсии

$$G_0(\vec{r}, t)|_{\vec{v}=0} = 16\pi^4 \mu \frac{1}{R} \delta \left( t - \frac{R\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \right).$$

Она отлична от нуля на поверхности

$$t = \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1 - w\beta^2) \sqrt{\varepsilon\mu}} \left( \rho^2 \frac{\varepsilon\mu(1 - w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} + \left( z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} Ut \right)^2 \right)^{1/2}.$$

Это эллипсоид вращения, ось симметрии которого совпадает с  $\vec{U}$ , а положение центра задается соотношением

$$z_0 = Ut \frac{\epsilon\mu - w}{\epsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

Центр поверхности, на которой функция Грина отлична от нуля, перемещается со скоростью

$$U_0 = U \frac{\epsilon\mu - w}{\epsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

Полуоси эллипса

$$a = ct \left( \frac{1 - w\beta^2}{\epsilon\mu - \beta^2 w^2} \right)^{1/2}, \quad b = ct \frac{\sqrt{\epsilon\mu}(1 - w\beta^2)}{\epsilon\mu - \beta^2 w^2}$$

нелинейно зависят от  $w$ . Имеем обобщенное дисперсионное уравнение

$$c^2 K^2 = w\omega^2 + \Gamma^2(\epsilon\mu - w)(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2$$

для электромагнитного поля. Из него следует выражение

$$\vec{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{K}} = c \frac{K + \sigma \Gamma^2 c^{-2} \vec{U} (\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})}{\frac{\omega}{c} w + \sigma \Gamma^2 c^{-1} (\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})}$$

для групповой скорости. В нерелятивистском пределе

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left( 1 - \frac{w}{n^2} \right) \left[ (1 - w) \vec{U}_{fs} + w \vec{U}_m \right].$$

Это выражение дает зависимость групповой скорости электромагнитного поля не только от показателя преломления, но и от показателя отношения, не только от скорости среды, но и от скорости первичного источника излучения. Оно иллюстрирует сложность простой конкретной ситуации, ее многогранность. Кроме этого, очевидно, проясняется тезис о соответствии разных симметрий разным физическим ситуациям. При переменном показателе отношения мы обязаны ввести в уравнения Максвелла ввести *новые слагаемые и новую связность*. Общий алгоритм известен: следует заменить частные производные на «ковариантные». Однако, что не менее важно, кроме показателя отношения могут понадобиться другие физические величины. Анализ позволяет сделать начальные выводы в модели обобщенной электродинамики. При значении показателя отношения  $w = 0$  получим

$$\vec{V}_g = c \frac{\vec{K}}{K} + \vec{U}_{fs}.$$

Значит, в обобщенной модели электромагнитных явлений поле в вакууме движется таким образом, что центр поверхности, на которой функция Грина отлична от нуля, движется со скоростью  $\vec{U}_{fs}$ , а полуоси эллипса в данном случае равны, задавая сферу переменного радиуса. Такая картина соответствует интуитивному пониманию факта, что в отсутствие внешних влияний поле сохраняет свою инерцию.

Имеет место согласование с опытами Майкельсона. Согласно условиям его экспериментов, скорость среды, как и скорость источника излучения, были равны нулю:  $\vec{U}_m = 0$ ,  $\vec{U}_{fs} = 0$ . По этой причине из уравнений следует независимость скорости излучения от направления распространения излучения, так как

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K}.$$

Обобщенная электродинамика Максвелла согласуется с опытом Физо. Согласно условиям его опыта имеем  $\vec{U}_{fs} = 0$  и  $w = 1$ . Поэтому скорость равна

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \vec{U}_m.$$

Мы рассмотрели обобщение электродинамики Максвелла, в котором динамические уравнения оставлены без изменений и обобщены только связи между полями и индукциями. Они содержат скорость первичного источника излучения  $\vec{U}_{fs}$ , скорость среды  $\vec{U}_m$ , а также новую величину: показатель отношения электромагнитного поля к среде  $w(\rho)$ . Расчет параметров поля и анализ экспериментальных данных выполнен в рамках модели пространства Ньютона.

Изучим динамику частоты поля. Групповая скорость электромагнитного поля, согласно полученным решениям, при  $w \rightarrow 0$  не зависит от  $\vec{U}_{fs}$ . Такое изменение, с физической точки зрения (поскольку скорость не может исчезнуть бесследно), должно проявиться в изменении частоты. Чтобы разобраться, как это происходит, дополним дисперсионное уравнение обобщенным фазовым условием, следуя [20]:

$$\frac{\omega - \vec{K} \cdot \vec{U}_\xi}{\left(1 - w_\xi \frac{U_\xi^2}{c^2}\right)^{1/2}} = const.$$

Оно не следует непосредственно из уравнений Максвелла. Это обстоятельство позволяет считать, что скорость  $\vec{U}_\xi$  может быть отличной от введенной выше обобщенной скорости  $\vec{U}$ . Следуя предложенной модели анализа поля введем

$$\vec{U}_\xi(\vec{U}_{fs}, \vec{U}_m, w_\xi(\rho)) \neq \vec{U}.$$

Зададим для нее, аналогично  $\vec{U}$ , уравнение

$$\frac{d\vec{U}_\xi}{d\xi} = -P_\xi(\vec{U}_\xi - \vec{U}_*), \quad \vec{U}_\xi|_{\rho=0} = \vec{U}_{fs}$$

релаксационного типа [18].



Примем, желая сохранить скорость  $\vec{U}_{fs}$  в зависимости для скорости  $\vec{U}_\xi$  условие

$$\vec{U}_* = \vec{U}_{fs} + \vec{U}_m.$$

Такой вариант возможен в предлагаемой модели. Решение

$$\vec{U}_\xi = \vec{U}_{fs} + w_\xi \vec{U}_m, \quad w_\xi = 1 - \exp\left(-P_\xi \frac{\rho}{\rho_0}\right)$$

ведет себя иначе, чем полученное из анализа скоростей. Так и должно быть согласно физике явления. "С кинематической точки зрения" скорость  $\vec{U}_{fs}$  из-за взаимодействия со средой исчезает при  $w=1$  и в групповой скорости не проявляется. "С энергетической точки зрения" она превращается в частоту  $\omega$ . Понятно, почему так происходит. Дисперсионное и фазовое условия в предлагаемой модели выполняют разные роли и имеют функции, дополнительные друг другу. Их можно рассматривать как систему дисперсионных уравнений. Частоты  $\omega$  и скорости  $\vec{U}$  можно интерпретировать как внутренние и внешние потенциальные функции инерции поля. Мы учитываем пару взаимосвязанных движений. В силу этого обстоятельства нужно учитывать их энергии, а также возможность их взаимных превращений.

Рассматриваемый вариант становится более простым и очевидным, если принять во внимание возможность числового обобщения связей между полями и индукциями. Дополним рассмотренные выше «внешние» условия для поля «внутренними» условиями. Пусть они относятся к «мнимой части» связей:

$$\Omega^{im} = \alpha(\theta^{im} + \beta U^i U^m) + jQU^i_\xi U^m_\xi.$$

Тогда «внешнее» дисперсионное уравнение будет дополнено «внутренним» дисперсионным уравнением. Оно базируется на обобщенных связях и остается в рамках электродинамики Максвелла.

Этот и другие моменты убеждают нас в том, что наши знания и представления о поведении, а потому и о модели света, могут отображать лишь верхушку айсберга, центр тяжести которого находится далеко от нашей «поверхности обзора». Кроме внешних проявлений электромагнетизм имеет внутреннюю структуру и внутреннюю динамику. С точки зрения идеологии частиц света такой подход естественен.

Примем точку зрения, что *изменение параметров инерции* электромагнитного поля происходит только из-за взаимодействия со средой или другими полями. Эта точка зрения не допускает возможность изменения инерции на основе внутренней динамики.

Изучим эти процессы.

Уточним постановку рассматриваемой выше модельной задачи. Пусть излучение с начальным значением частоты  $\omega_0$  и волновым вектором  $\vec{K}_0$  распространяется от источника, движущегося в вакууме со скоростью  $\vec{U}_{fs}$ , к поверхности Земли, на которой находится наблюдатель. Пусть атмосфера покоится:  $\vec{U}_m = 0$ . Требуется рассчитать, как меняются частота  $\omega$  и волновой вектор  $\vec{K}$  при взаимодействии излучения со средой.

Примем дополнительное условие, согласовывающее "внешнее" и "внутреннее" поведение поля, полагая

$$w = w_\xi.$$

Объединим в единую систему дисперсионное уравнение и фазовое условие [22]:

$$c^2 K^2 - w\omega^2 = \Gamma^2 (\varepsilon\mu - w) (\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2,$$

$$\omega = \omega_0 \left(1 - wU_{fs}^2/c^2\right)^{1/2} + \vec{K} \cdot \vec{U}_{fs}.$$

В начальной стадии исследуемого динамического процесса  $w_\zeta = 0$  и волновой вектор  $\vec{k}$  перпендикулярен скорости  $u_\zeta$ , что приводит к условию  $\omega_0 = const$ . Примем допущения, что  $K_{y_0} = 0$ ,  $K_z = K_{z_0}$ . Найдем зависимость  $\omega$ ,  $K_x$  от начальных значений  $\omega_0$ ,  $K_{z_0}$ . Преобразуем, с точностью до  $(U_{fs}/c)^2$ , дисперсионное уравнение к виду

$$AK_x^2 + BK_x + P = 0.$$

Его коэффициенты равны:

$$A = 1 - a \frac{U_{fs}^2}{c^2}, \quad a = w + \varepsilon\mu w^2 - w^3,$$

$$B = w \frac{w_0}{c} \frac{U_{fs}}{c} b, \quad b = 1 + \varepsilon\mu - w,$$

$$P = \frac{w_0^2}{c^2} \frac{U_{fs}^2}{c^2} q, \quad q = w^2 - 2w^3 + w^4 + 2\varepsilon\mu w^2 - w^3 \varepsilon\mu.$$

Рассчитаем  $a, b, q$  для  $\varepsilon\mu=1$ . Удобно выразить решение через функцию

$$\Phi = w[(2-w) + (1-w)^{1/2}].$$

Получим для  $K_x$  нелинейную зависимость от  $w$ :

$$K_x = \Phi \frac{\omega_0}{c} \frac{U_{fs}}{c}.$$

Угол абберации определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{K_x}{K_z} = \frac{U_{fs}}{c} \Phi.$$

Связь начальной и промежуточной частоты

$$\omega = \omega_0 \left[ \left(1 - w \frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} + \Phi \frac{U_{fs}^2}{c^2} \right]$$

зависит от величины  $w$ . Далеко от поверхности Земли

$$K_x = 0, \quad K_z = -\frac{\omega_0}{c}, \quad \omega = \omega_0.$$

По мере приближения к Земле величины  $K_x$ ,  $\omega$  меняются непрерывно из-за изменения  $w$ . В конце процесса, когда  $w = 1$ , получим

$$K_x = \frac{\omega_0}{c} \frac{U_{fs}}{c}, \quad \omega = \omega_0 \left( 1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2} \right)^{-1/2}.$$

Эти величины согласуются с экспериментом Бредли и с формулой для поперечного эффекта Доплера. Аналогичные результаты получаются в специальной теории относительности.

Предложенная модель электромагнитных явлений задает как конечные значения параметров динамического процесса, так и закон преобразования скорости в частоту.

Следуя проведенному расчету и сделанным выводам, мы вправе рассматривать специальную теорию относительности как формальную математическую теорию кинематического типа. Она применяется по алгоритму, соответствующему модели черного ящика: по входным параметрам явления ищутся параметры явления на выходе из черного ящика, но ни процесс взаимодействия, ни его физический механизм не раскрывается.

Предложенное обобщение позволяет описывать динамику величин  $(\omega, \vec{v}_g)$ , выражая ее через начальные параметры явления:

$$\omega = \omega_0 + \left( \Phi - \frac{1}{2} w \right) \frac{U_{fs}}{c} \omega_B, \quad \vec{v}_g \equiv \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left( 1 - \frac{w}{n^2} \right) (1 - w) \vec{U}_{fs}.$$

Здесь

$$\omega_B = \omega_0 \frac{U_{fs}}{c}.$$

Алгоритм расчета состоит в том, что мы «тянем» решение уравнений Максвелла, полученное наблюдателем при определенных начальных условиях, по области изменения физических параметров  $n, w \neq const$ , присущих физической среде или измерительным устройствам.

В вакууме  $\rho = 0$  и потому  $w = 0$ . Групповая скорость поля

$$\vec{v}_g = c \frac{\vec{K}}{K} + \vec{U}_{fs}$$

зависит от скорости первичного источника излучения. Поверхность волнового фронта представляет собой сферу, так как  $a = b = c_0 t$ , а центр этой сферы перемещается со скоростью

$$\vec{U}_* = \vec{U}_{fs}.$$

Такая картина распространения излучения соответствует «баллистической» модели Ритца. Из-за взаимодействия со средой, в частности с реальным измерительным устройством (системой отсчета), скорость  $\vec{U}_{fs}$  может «исчезнуть». Это происходит во всех случаях прямого измерения скорости света в вакууме [21].

Следует считать, что обобщенная модель электромагнитных явлений согласуется с «постоянством» скорости света в вакууме. Дополнительно она показывает, что для нахождения зависимости скорости света от скорости источника нужны косвенные эксперименты, когда измерение не повлияет на величину  $\vec{U}_{fs}$ . Если излучение движется в

гравитационном поле, оно может повлиять на частоту и скорость излучения. Это обстоятельство следует учитывать при анализе распространения излучения в космосе. Скорее всего, достаточно использовать значения  $w = w_g \ll 1$ , если гравитационное поле «слабое».

Мы получаем сверхсветовые скорости в движущемся разреженном газе. Покажем это. Пусть источник излучения покоится относительно наблюдателя  $\vec{U}_{fs} = 0$ , а среда (поток газа) движется со скоростью  $\vec{U}_m$ . Тогда для групповой скорости поля получим

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) w \vec{U}_m.$$

Оптимальным, с точки зрения увлечения света средой, будет значение  $w = 0.5$ . При показателе преломления, близком к единице, ему соответствует скорость

$$\vec{V}_g^{\max} = c \frac{\vec{K}}{K} + 0.25 \vec{U}_m.$$

Поскольку  $n = 1 + Q_\lambda$ , где  $Q_\lambda \cong 10^{-4}$ , в стандартной теории получим значение

$$\vec{V}_g \cong c_0 \frac{\vec{K}}{K}.$$

Очевидно существенное отличие предсказаний предлагаемой модели электромагнитных явлений от алгоритма, основанного на релятивистской кинематике. Указанные условия соответствуют опыту Физо, когда в качестве рабочей среды используется движущийся разреженный газ. Такой эксперимент может быть выполнен в самое близкое время. Согласно динамической модели изменения инерции электромагнитного поля, можно добиться, меняя разреженность движущегося газа, что полосы в интерферометре Физо станут двигаться, иллюстрируя сверхсветовые скорости.

Мы имеем из теории обоснование возможности движения материальных тел со скоростью света в вакууме. Действительно, анализ динамики поперечного эффекта Доплера для случая малых относительных скоростей приводит к заключению, что при  $w = 1$  частота  $\omega$  задается выражением

$$\omega = \frac{\omega_0}{\left(1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Умножим его на величину  $\hbar/c^2$ , где  $\hbar$  - постоянная Планка. Тогда получим зависимость для массы, используемую в релятивистской динамике:

$$m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Предлагаемая модель динамического изменения инерции электромагнитного поля дает другое выражение для связи частот. Покажем это. Используем рассмотренную выше задачу о распространении излучения из вакуума в атмосферу Земли, формально полагая, что скорость  $\vec{U}_{fs}$  стремится к величине, равной скорости света в вакууме. Ограничимся вариантом, когда достигнуто значение  $w = 1$ . Тогда  $\vec{U} = 0$ ,  $cK_z = n\omega_0$ . Поскольку  $U_{fs}/c$  близко к единице, возьмем показатель преломления, отличный от единицы:  $n = 1 + Q$ , где  $Q \ll 1$ . Тогда получим систему уравнений:

$$c^2 K_x^2 = n^2 (\omega^2 - \omega_0^2), \quad \omega = \omega_0 \left( 1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2} \right)^{1/2} + \frac{n}{c} U_{fs} (\omega^2 - \omega_0^2)^{1/2}.$$

Квадратное уравнение для частоты

$$\omega^2 - 2\omega\omega_0\sigma \left( 1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2} \right)^{1/2} + \omega_0^2\sigma \left( 1 + \frac{U_{fs}^2}{c^2} \Psi \right) = 0$$

содержит множитель

$$\sigma = \left[ 1 - U_{fs}^2 (1 + \Psi) / c^2 \right]^{-1}, \quad \Psi = 2Q + Q^2, \quad n = 1 + Q.$$

Значение предельной частоты поля задается законом:

$$\omega = \omega_0 \sigma \left[ \left( 1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2} \right)^{1/2} - \frac{U_{fs}^2}{c^2} \Psi^{1/2} (1 + \Psi)^{1/2} \right].$$

Он не имеет особенности при  $U_{fs} \rightarrow c$ . Тогда  $\omega^* = \lim_{U_{fs} \rightarrow c} \omega = \omega_0 \left( 1 + \frac{1}{\Psi} \right)^{1/2}$ . Полагая, что масса пропорциональна частоте, получаем новую зависимость:

$$m = m_0 \frac{\left( 1 - \frac{U^2}{c^2} \right)^{1/2} - \frac{U^2}{c^2} \Phi^{1/2} (1 + \Phi)^{1/2}}{1 - \frac{U^2}{c^2} (1 + \Phi)}.$$

Понятно, что для построения данного выражения из геометрических представлений недостаточно риманова многообразия. Требуется использовать либо неметрические выражения для расстояния между точками в пространстве скоростей, либо метрику для системы многообразий. Заметим, что аргументов для указанного предположения недостаточно, однако для него есть начальные предпосылки.

Значение  $\Phi$  следует находить опытным путем. В общем случае  $\Phi \neq \Psi$ . Мы получили указанные выражения на основе решения квадратного уравнения, в котором обращается в ноль коэффициент при старшем многочлене.

По этой причине оно будет сингулярным при скоростях, меньших скорости света в вакууме. Чтобы исправить этот недостаток, найдем новую формулу, действуя стандартным способом. Мы не ограничиваемся формальным анализом полученных выражений. Мы ищем физическую суть явлений.

Получим для частоты выражение, не имеющее сингулярности при  $U_{fs} = C$  :

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \frac{U_{fs}^2}{C^2} \Psi}{\left(1 - \frac{U_{fs}^2}{C^2}\right)^{1/2} + \sqrt{1 - \frac{U_{fs}^2}{C^2} - \left(1 + \frac{U_{fs}^2}{C^2} \Psi\right) \left(1 - \frac{U_{fs}^2}{C^2} (1 + \Psi)\right)}}$$

Аналогично запишется выражение для ненулевой массы, «разрешая» ей скорость света в вакууме. Понятно, что при этом частица может изменить свое качество, так как это уже свет с ненулевой массой, что интересно и теоретически, и экспериментально.

Из общих соображений следует, что создание структурной, объектной модели электромагнетизма может и должно быть согласовано с механикой. Проиллюстрируем эту возможность на данном этапе анализа.

Мы убедились, что при распространении излучения в разреженном газе от первичного источника, движущегося в вакууме со скоростью  $\vec{U}_{fs}$ , происходит динамическое изменение его групповой скорости  $\vec{V}_g$  и частоты  $\omega$ . При малых относительных скоростях частота  $\omega$  на конечной стадии динамического процесса отличается от начальной частоты  $\omega_0$  на величину

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = 0.5\omega_0 \frac{U_{fs}^2}{c^2}.$$

Умножим это выражение на постоянную величину Планка  $\hbar$  и воспользуемся определением Эйнштейна для массы инерции фотона

$$m_{in} = \hbar \frac{\omega_0}{c^2}.$$

Введем следующие определения: а) кинетическая энергия фотона, обусловленная скоростью первичного источника излучения, есть

$$E_{кин} = 0.5\hbar \frac{\omega_0}{c^2} U_{fs}^2,$$

б) потенциальная энергия фотона есть  $\Delta U = \hbar(\omega - \omega_0)$ .

Тогда получим  $\Delta U = E_{кин}$ . С физической точки зрения ситуация выглядит так: вначале фотон имел скорость  $\vec{U}_{fs}$ , дополнительную к скорости света в вакууме  $c$ , и частоту  $\omega_0$ . При взаимодействии со средой он "преобразовал" скорость  $\vec{U}_{fs}$  в добавку к частоте  $\Delta\omega$ .

Сформулируем основные результаты.

Возможно обобщение связей между полями и индукциями в электродинамике Максвелла, позволяющее учитывать все инерциальные факторы. Оно, во-первых, не использует специальной теории относительности, во-вторых, базируется на пространстве Ньютона. В-третьих, допускает сверхсветовые скорости и указывает условия, где и как их обнаружить. В-четвертых, описывает известные экспериментальные факты, задавая динамику инерционных параметров электромагнитного поля. В частности, эффекты Бредли, Майкельсона, Физо, Допплера имеют динамическую природу. Скорость света в движущемся разреженном газе может превысить скорость света в вакууме.

Тела ненулевой массы могут двигаться со скоростью света в вакууме. Этот вывод базируется на учете ряда физических факторов и условий. При таких скоростях может быть обнаружен ряд новых важных физических эффектов. Готовы ли мы их понять и принять?

## Предпосылки для структурного моделирования света

В начале прошлого века у физиков, химиков, биологов не было информации о структуре даже атомов и молекул. Когда выяснилось, что они образованы из нуклонов и электронов, на первый план выдвинулась задача конструирования моделей этих объектов. В настоящее время глубоких представлений об их структуре мы не имеем, а практика ограничивается начальными сведениями о них согласно базовым полевым теориям. Квант света в его морфологической модели «порции энергии» существует в теории уже более 100 лет. Главной «помехой» в развитии структурной модели света издавна является специальная теория относительности, следуя которой принимается отказ о возможности такой структуры. Речь, конечно, идет о том, что нет, и не может быть структурных составляющих у света, а также не может свет быть частицей и иметь конечные размеры в собственной системе отсчета. Да и как создать и применить на практике такую систему отсчета?

Ситуация формально изменилась с введением в теорию электромагнитных явлений новой величины в форме нормированного, скалярного показателя отношения  $w$ . Совместно с показателем преломления  $n$  эта пара обеспечила создание двумерного пространства, которое управляет электромагнитными явлениями. Заметим, что в варианте вакуумной электродинамики обе эти величины присутствуют в теории, они просто заданы числом 1.

По причине принятого ограничения не было возможности корректно описывать реальные, динамические процессы изменения параметров света. Аналогичное ограничение «обеспечивалось» авторитарной абсолютизацией группы Лоренца. Метрика Минковского, инвариантная в этом подходе, была принята в качестве локальной метрики риманова пространства, хотя, фактически, на ее основе действовала модель пространства скоростей.

Ситуация приобретает новые возможности с представлением теории электромагнитных явлений в матричном виде. Если и когда это возможно, мы имеем модель матриц, на основе их естественно делать структурные «предсказания» о структурных свойствах света.

В настоящее время такое представление известно. Проиллюстрируем его специфику и грани.

Представим уравнения обобщенной электродинамики в матричном виде. Используем координаты

$$x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z, x^0 = ict.$$

Зададим два контрвариантных метрических тензора:  $g^{kn} = \text{diag}(1,1,1,-1), r^{kn} = \text{diag}(1,1,1,1)$ . Введем в форме столбцов поля и индукции электромагнитного поля:

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \Psi^* = \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \varphi = \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix}, \varphi^* = \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Введем пару кватернионов  $A, B$  с элементами:

$$A \Rightarrow \left\{ a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, a_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$B \Rightarrow \left\{ b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, b_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Дифференциальные уравнения электродинамики запишем в матричном виде:

$$g^{kn} a_k \partial_n \Psi^* + r^{kn} b_k \partial_n \Psi = 0, r^{kn} a_k \partial_n \phi^* + g^{kn} b_k \partial_n \phi = \Phi.$$

Они содержат пару четырехметрик. Здесь  $\Phi = \text{столбец}(2\rho U_x, 2\rho U_y, 2\rho U_z, -2i\rho)$ .

Явный вид уравнений для полей таков:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \right.$$

$$\left. + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Их структура удивительно проста: к базисным элементам кватерниона присоединяются частные производные, действующие на столбец с элементами полевых функций. Аналогично записываются уравнения для индукций.

В аналогичном матричном виде легко записать связи между полями и индукциями:

$$i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \right\} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix} - i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \right.$$



$$\begin{aligned}
& + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix} = w \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \right. \\
& + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & w^{-1} & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \frac{1}{w} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + w \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \right. \\
& + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & -w^{-1} & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \frac{1}{w} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.
\end{aligned}$$

Заметим, что в этом варианте обобщенная электродинамика Максвелла базируется на материальных уравнениях электродинамики с частично «деформированными» базисными кватернионами. Деформация подчинена правилу

$$\tilde{\xi}_i = wQ^{-1}\xi_iQ, Q = \text{diag}(1,1,1,w).$$

Она выступает в роли нового средства для обобщения других физических моделей. Изменены также выражения для скоростей, они согласованы со скалярной деформацией матриц. На данном этапе не использованы обобщенные, ковариантные производные в уравнениях Максвелла, которые в общем случае нужно согласовать со скалярной деформацией матриц. Тот факт, что деформация частично затрагивает матрицы, представляет собой проблему для любого обобщения. По сути дела речь идет о необходимости разработки метода частичной деформации моделей. На примере электродинамики дана конкретная реализация и доказана её конструктивность.

Выражения

$$\Psi_1 = E_x + iB_x = \frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} + i \frac{\partial A_z}{\partial y} - i \frac{\partial A_y}{\partial z}, \dots, \Psi_1^* = E_x - iB_x = \frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} - i \frac{\partial A_z}{\partial y} + i \frac{\partial A_y}{\partial z}, \dots$$

также имеют матричное представление:

$$\begin{pmatrix} -\partial_\tau & -i\partial_z & i\partial_y & -i\partial_x \\ i\partial_z & -\partial_\tau & -i\partial_x & -i\partial_y \\ -i\partial_y & i\partial_x & -\partial_\tau & -i\partial_z \\ i\partial_x & i\partial_y & i\partial_z & -\partial_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ -i\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\partial_\tau & i\partial_z & -i\partial_y & -i\partial_x \\ -i\partial_z & -\partial_\tau & i\partial_x & -i\partial_y \\ i\partial_y & -i\partial_x & -\partial_\tau & -i\partial_z \\ i\partial_x & i\partial_y & i\partial_z & -\partial_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ -i\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1^* \\ \Psi_2^* \\ \Psi_3^* \\ \Psi_0^* \end{pmatrix}.$$

С математической точки зрения запись уравнений обобщенной электродинамики Максвелла в матричном виде проста и естественна.

С физической точки зрения эта запись является импульсом для *генерации идеи*, что структура света базируется на 4 структурных составляющих согласно размерности матриц.

Эта идея получает «поддержку» и развитие, если принять во внимание множество фундаментальных экспериментальных фактов. В частности, известно, что электроны и нуклоны генерируются из  $\gamma$ -квантов при высоких энергиях. Следовательно, материя, так или иначе, создается из света. Значит те свойства, которые проявляет свет, могут иметь общее значение в теории и в эксперименте. По этой причине следует найти кватернионам место в некотором множестве, которое не только их содержит, но которое фундаментально для любой физической теории.

Легко показать, что при взаимном произведении базисных элементов кватернионов получаются симметричные матрицы, которые удобно назвать антикватернионами.

В итоге получается множество матриц:

$$\begin{aligned}
 E &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & e_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & b_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & c_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
 e_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & e_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & a_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & f_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 a_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & b_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & f_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & b_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 c_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & f_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & a_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & c_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Они достаточны для представления в форме линейной суперпозиции всех элементов матричной алгебры: матриц, имеющих один значимый элемент на каждом из мест в этих матрицах. По этой причине косвенно «подтверждена» практика, согласно которой свет есть фундаментальная основа для всех явлений физической реальности.

Заметим, обратно, что произведения базисных элементов антикватернионов генерируют базисные элементы кватернионов. По этой причине, с физической точки зрения, «рождается» идея, что есть нечто, что создает электромагнетизм и, в частности, свет.

Кажется естественным, что фундаментальное генерируется фундаментальным. Но нам известно только одно явление, которое представляется столь же значимым и важным, как и свет. Это гравитация во всех ее проявлениях и формах.

В силу такой идеи следует ожидать, что возможно матричное представление уравнений для гравитации на антикватернионах. Но если это так, электромагнетизм может и должен быть дополнителен гравитации. Но тогда верно и обратное.

Более того, если структурирован свет, то, в силу ожидаемой общности, может и должна быть структурирована гравитация. Интересно, что морфологически у них разный «род».

## Матричная модель гравитации

Построим спинорную модель массодинамики в форме уравнений, ассоциированных с антикватернионами. При построении такой модели массодинамики используем аналогию с электродинамикой. Для этого, во-первых, введём через новые четырехпотенциалы  $A_n(\mu)$  в форме аналогов аналогии «электрических»  $\vec{L} \approx \vec{E}$  и «магнитных»  $\vec{K} \approx \vec{B}$  полей.

Учтем тот факт, что матричная электродинамика построена в форме линейных уравнений на паре кватернионов. Рассмотрим в качестве начального шага для построения матричной модели гравитации линейные уравнения для  $\vec{L}, \vec{K}$  на паре антикватернионов:

$$r^{ij} f_i \partial_j \phi^* + g^{ij} e_i \partial_j \phi = s.$$

Здесь

$$r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1), g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1), \\ \partial_1 = \partial_x, \partial_2 = \partial_y, \partial_3 = \partial_z, \partial_0 = \pm ic_g \partial_t.$$

В матричном виде получим вариант модели с оператором времени  $\partial_0 = -ic_g \partial_t$ :

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c_g} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} L_x - iK_x \\ L_y - iK_y \\ L_z - iK_z \\ L_0 - iK_0 \end{pmatrix} + \\ \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c_g} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} L_x + iK_x \\ L_y + iK_y \\ L_z + iK_z \\ L_0 + iK_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ s_0 \end{pmatrix}.$$

Отсюда следуют уравнения

$$\partial_y L_z + \partial_z L_y + \frac{1}{c_g} \partial_t K_x = -i \partial_x K_0 + s_x, \partial_x L_z + \partial_z L_x + \frac{1}{c_g} \partial_t K_y = -i \partial_y K_0 + s_y, \\ \partial_x L_y + \partial_y L_x + \frac{1}{c_g} \partial_t K_z = -i \partial_z K_0 + s_z, \partial_x K_x + \partial_y K_y + \partial_z K_z = \frac{i}{c_g} K_0 + s_0.$$

Введем дифференциальный оператор:

$$\text{rat} \vec{L} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ L_x & L_y & L_z \end{pmatrix} = \vec{i} (\partial_y L_z + \partial_z L_y) + \vec{j} (\partial_x L_z + \partial_z L_x) + \vec{k} (\partial_x L_y + \partial_y L_x).$$

Его конструкция принципиально отличается от модели стандартных операторов. Полезность и корректность его применения может подтвердить или опровергнуть только практика. Но следует заметить, что новой теории могут быть полезны новые операторы.

Он позволяет записать предложенные уравнения массодинамики в векторном виде, формально аналогичном уравнениям электродинамики Максвелла:

$$rat\vec{L} = -\frac{1}{c_g} \partial_t \vec{K} - i grad K_0 + \vec{s}, div \vec{K} = \frac{i}{c_g} K_0 + s_0.$$

При использовании оператора времени  $\partial_0 = ic_g \partial_t$  мы получим уравнения

$$rat\vec{L} = \frac{1}{c_g} \partial_t \vec{K} - i grad K_0 + \vec{s}, div \vec{K} = -\frac{i}{c_g} K_0 + s_0.$$

Чтобы достичь большего сходства с электродинамикой, рассмотрим частный случай с  $K_0 = const = 0, \vec{s} = 0, s_0 = 0$ . Получим уравнения

$$rat\vec{L} = \mp \frac{1}{c_g} \partial_t \vec{K}, div \vec{K} = 0.$$

В электродинамике в силу антисимметричности тензоров для полей и индукций у них отсутствуют диагональные элементы. Для симметричного тензора массодинамики их нужно как-то учесть. Используем для этого третий антикватернион, образующий подгруппу диагональных матриц Картана  $c^i$  в группе  $SL(4, C)$ . Будем рассматривать диагональные элементы симметричных тензоров независимо.

Для этого используем проекционные матрицы:

$$\Pi^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Pi^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Pi^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Pi^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Они сконструированы из матриц Картана  $c^i, i = 0, 1, 2, 3$  в виде:

$$\Pi^1 = 0, 25(c_0 + c^1 + c^2 + c^3), \Pi^2 = 0, 25(c_0 - c^1 + c^2 - c^3),$$

$$\Pi^1 = 0, 25(c_0 + c^1 - c^2 - c^3), \Pi^3 = 0, 25(c_0 - c^1 - c^2 + c^3).$$

Их можно записать в виде формул:

$$\Pi^k = \xi_{ij}(k) c^i c^j, \xi_{ij}(k) \Rightarrow c^k.$$

Здесь

$$c^0 = E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, c^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, c^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, c^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Применим их таким образом, чтобы система дифференциальных уравнения допускала «волновые» уравнения для четырехпотенциала массодинамики  $A_n(\mu)$ . Рассмотрим дополнение предыдущих уравнений новыми слагаемыми:

$$r^{ij} f_i \partial_j \phi^* + g^{ij} e_i \partial_j \phi + 2\Pi^i \Pi^j \partial_i \partial_j A(\mu) = s, A = \text{column}(A_1, A_2, A_3, A_0).$$

Пусть также, по аналогии с электродинамикой,  $K_0 = L_0 = 0$ . Получим уравнения вида

$$\text{rat}\bar{L} = \mp \frac{1}{c_g} \partial_t \bar{K} - 2 \text{grad}^2 \bar{A} + \bar{s}, \text{div}\bar{K} = \pm \frac{2}{c_g^2} \frac{\partial A_0}{\partial t} + s_0.$$

Здесь использован оператор

$$\text{grad}^2 \bar{A} = \bar{i} \partial_x^2 A_x + \bar{j} \partial_y^2 A_y + \bar{k} \partial_z^2 A_z.$$

Уравнения построены с использованием двух новых дифференциальных операторов:

$$\text{rat}\bar{L}, \text{grad}^2 \bar{A}.$$

Их нет в электродинамике, они не использовались в других разделах физики. Мы получаем некую качественно новую физическую модель. Выполним ее начальный анализ. Обратим внимание на возможные новые физические следствия.

$$\begin{aligned} \partial_y L_z + \partial_z L_y \pm \frac{1}{c_g} \partial_t K_x &= -2\partial_x^2 A_x + s_x, \partial_x L_z + \partial_z L_x \pm \frac{1}{c_g} \partial_t K_y = -2\partial_y^2 A_y + s_y, \\ \partial_x L_y + \partial_y L_x \pm \frac{1}{c_g} \partial_t K_z &= -2\partial_z^2 A_z + s_z, \partial_x K_x + \partial_y K_y + \partial_z K_z = s_0. \end{aligned}$$

Проанализируем структуру полученной модели. В декартовой системе координат введём симметричный тензор (он не связан пока с известными теориями гравитации):

$$\phi_{kl}(\mu) = \partial_k A_l(\mu) + \partial_l A_k(\mu).$$

Запишем его в матричном виде:

$$\phi_{ij}(\mu) = \begin{pmatrix} 2\partial_x A_x & \partial_x A_y + \partial_y A_x & \partial_x A_z + \partial_z A_x & \partial_x A_0 + \partial_0 A_x \\ \partial_x A_y + \partial_y A_x & 2\partial_y A_y & \partial_y A_z + \partial_z A_y & \partial_y A_0 + \partial_0 A_y \\ \partial_x A_z + \partial_z A_x & \partial_y A_z + \partial_z A_y & 2\partial_z A_z & \partial_z A_0 + \partial_0 A_z \\ \partial_x A_0 + \partial_0 A_x & \partial_y A_0 + \partial_0 A_y & \partial_z A_0 + \partial_0 A_z & 2\partial_0 A_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L^{11} & L_z & L_y & K_x \\ L_z & L^{22} & L_x & K_y \\ L_y & L_x & L^{33} & K_z \\ K_x & K_y & K_z & L^{00} \end{pmatrix}.$$

Введённые выше дифференциальные уравнения, которые претендуют на роль уравнений массодинамики, могут быть записаны через четырёхпотенциал. Так, например, из условия

$$\partial_y L_z + \partial_z L_y \pm \frac{1}{c} \partial_t K_x = -2\partial_x^2 A_x + s_x$$

следует уравнение

$$\partial_x (2\partial_x A_x) + \partial_y (\partial_x A_y + \partial_y A_x) + \partial_z (\partial_x A_z + \partial_z A_x) \pm \partial_0 (\partial_x A_0 + \partial_0 A_x) = s_x.$$

Из полной системы векторных уравнений, предлагаемых для описания гравитации, получим систему уравнений для четырёхпотенциала:

$$\nabla^2 A_x \pm \partial_0^2 A_x + \partial_x (\operatorname{div} \vec{A} \pm \partial_0 A_0) = s_x,$$

$$\nabla^2 A_y \pm \partial_0^2 A_y + \partial_y (\operatorname{div} \vec{A} \pm \partial_0 A_0) = s_y,$$

$$\nabla^2 A_z \pm \partial_0^2 A_z + \partial_z (\operatorname{div} \vec{A} \mp \partial_0 A_0) = s_z,$$

$$\nabla^2 A_0 \pm \partial_0^2 A_0 + \partial_0 (\operatorname{div} \vec{A} \pm \partial_0 A_0) = s_0.$$

Примем калибровочное условие

$$\operatorname{div} \vec{A} \pm \partial_0 A_0 = \operatorname{const} = 0.$$

Для четырёхпотенциала массодинамики получим уравнения, «аналогичные» используемым в электродинамике. Компоненты четырёхпотенциала массодинамики подчинены «волновому» уравнению вида

$$\nabla^2 A_n (\mu) \pm \partial_0^2 A_n (\mu) = s_n, n = 1, 2, 3, 0.$$

Заметим, что для четырёхметрики

$$\Gamma^{ij} \Rightarrow (\gamma^{ij} (1) = \operatorname{diag} (1, 1, 1, 1), \gamma^{ij} (-1) = \operatorname{diag} (1, 1, 1, -1))$$

динамические уравнения массодинамики имеют тензорный вид:

$$\Gamma^{kl} \partial_k \partial_l A_n (\mu) = s_n,$$

$$\Gamma^{kl} \partial_k A_l = 0.$$

Такова простейшая возможность ожидаемого описания гравитации симметричным тензором, зависимым от четырёхпотенциала  $A_n (\mu)$ . Мы убедились в алгебраической и математической аналогии массодинамики и электродинамики. Обе модели задаются на основе своих четырёхпотенциалов  $A_n (q), A_n (\mu)$ . Антисимметричные и симметричные тензоры образуются из них по аналогичному закону. Однако, так как в рассматриваемых моделях используются разные дифференциальные операторы, мы пришли пока только к формальной аналогии.

Есть другая, более простая возможность вывода полученных формул. Усилим тезис о единстве электромагнитного и гравитационного полей. Будем исходить из уравнений, решения которых допускают такую возможность. Они имеют вид

$$\partial_k \partial_l \varphi_{ps} - \partial_l \partial_p \varphi_{sk} + \partial_p \partial_s \varphi_{kl} - \partial_s \partial_k \varphi_{lp} = \partial_{(k} \partial_l \varphi_{ps)} = 0.$$

Их решением, в частности, является как симметричный тензор

$$\phi_{kl}(\mu) = \partial_k A_l(\mu) + \partial_l A_k(\mu),$$

так и антисимметричный тензор

$$\varphi_{kl}(\mu) = \partial_k A_l(\mu) - \partial_l A_k(\mu).$$

Легко показать, что эта система уравнений может быть выведена из электродинамики. Свет через свои свойства показывает гравитацию. Но это могут быть также гравитационные свойства света. Впервые есть система уравнений, допускающая решения как в форме симметричного, так и антисимметричного тензоров. Возможна также их суперпозиция с постоянными коэффициентами.

Введем тензорную плотность по четырёхмерной метрике Евклида

$$\tilde{\phi}^{ij} = \tilde{\sigma} \gamma^{jk} \gamma^{il} \phi_{kl}.$$

Рассмотрим уравнения

$$\partial_i \tilde{\phi}^{ij} = \tilde{s}^j.$$

Их можно трактовать как закон сохранения для рассматриваемой тензорной плотности, помеченной знаком тильда. Тогда, используя введенные ранее обозначения, получим

$$\partial_x (2\partial_x A_x) + \partial_y (\partial_x A_y + \partial_y A_x) + \partial_z (\partial_x A_z + \partial_z A_x) + \partial_0 (\partial_x A_0 + \partial_0 A_x) = s_x \dots \Rightarrow$$

Полная система уравнений совпадёт с векторными уравнениями массодинамики, если

$$K_0 = 0, \quad \partial_0 = -ic_g \partial_t.$$

Следовательно, одни и те же простейшие уравнения массодинамики можно получить разными способами.

Заметим, что «электрический» вектор массодинамики построен из уравнений для четырехпотенциала массодинамики по аналогии с «магнитным» вектором электродинамики.

С позиции не только формального, но и сущностного объединения электромагнетизма и гравитации создание генераторов электромагнитного поля «подсказывает» возможность создания генераторов гравитационного поля.

Мы ожидаем, исходя из общих соображений, доказательства гипотезы, что электрические и гравитационные взаимодействия едины не только математически, но и физически, что они дополняют друг друга, имеют возможность взаимного превращения, хотя различаются по типу зарядов.

Отметим проблему построения единой структуры динамики зарядов, инициированную объединением электромагнетизма и гравитации. Для движущихся масс в физической теории используются динамические уравнения Ньютона или их обобщения. Для электрических зарядов аналогичных уравнений нет. Такое различие представляется некорректным, если исходить из предположения, что электрический и массовый заряды могут быть по-разному изготовлены из одних и тех же элементов тонкой материи.

Из общих соображений следует, что если заряды изготовлены из предзарядов, то и для предзарядов хотелось бы иметь структурную теорию. В силу этой идеи и из формальных соображений есть потребность в математической теории, которая эффективна для любого уровня материи.

Покажем, что возможность объединения гравитации с электромагнетизмом следует из электродинамики. Рассмотрим базовые уравнения Фарадея-Ампера:

$$Q_{kmn} = \partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km} = 0 = \partial_{[k} F_{mn]}.$$

Так как

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m,$$

получим

$$\partial_k (\partial_m A_n - \partial_n A_m) + \partial_m (\partial_n A_k - \partial_k A_n) + \partial_n (\partial_k A_m - \partial_m A_k) \equiv 0.$$

Дополним их слагаемыми, сумма которых равна нулю:

$$\partial_l (\partial_k (\partial_m A_n - \partial_n A_m) + \partial_m (\partial_n A_k - \partial_k A_n) + \partial_n (\partial_k A_m - \partial_m A_k)) + \partial_k \partial_m \partial_n A_l - \partial_k \partial_m \partial_n A_l \equiv 0.$$

Их можно записать в другой форме:

$$\partial_k \partial_m (\partial_n A_l - \partial_l A_n) + \partial_m \partial_n (\partial_l A_k - \partial_k A_l) + \partial_n \partial_l (\partial_k A_m - \partial_m A_k) + \partial_l \partial_k (\partial_m A_n - \partial_n A_m) \equiv 0.$$

Получим систему циклических уравнений

$$\partial_k \partial_m F_{nl} + \partial_m \partial_n F_{lk} + \partial_n \partial_l F_{km} + \partial_l \partial_k F_{mn} = 0.$$

Переставим индексы в этих уравнениях, учитывая, что тензор, описывающий электромагнитное поле, антисимметричен. Получим систему уравнений

$$\partial_m (\partial_k \Phi_{nl} - \partial_n \Phi_{kl}) + \partial_l (\partial_n \Phi_{km} - \partial_k \Phi_{nm}) = 0.$$

Подставим в неё выражение для симметричного тензора, который предлагается использовать в качестве тензора напряжений гравитационного поля в тензорной теории гравитации, названной массодинамикой

$$G_{mn} = \partial_m B_n + \partial_n B_m.$$

Получим тождество

$$\partial_m (\partial_k (\partial_n B_l + \partial_l B_n) - \partial_n ((\partial_k B_l + \partial_l B_k))) + \partial_l (\partial_n (\partial_k B_m + \partial_m B_k) - \partial_k (\partial_n B_m + \partial_m B_n)) \equiv 0.$$

Рассматриваемая система уравнений в качестве решений даёт не только не только антисимметричный, но и симметричный тензоры напряженности электромагнитного поля. Аналогично есть решения для антисимметричного и симметричного гравитационного поля.

Решение, учитывающее все указанные возможности, имеет вид

$$\Phi_{mn} = \bar{i} \alpha F_{mn}(q, q) + \bar{j} \beta F_{mn}(q, \mu) + \bar{k} \gamma F_{mn}(\mu, q) + \bar{l} \delta F_{mn}(\mu, \mu).$$

Суперпозиция симметричных и антисимметричных тензоров напряженности как электромагнитного, так и гравитационного полей является качественно новой чертой данной системы уравнений.

Мы имеем дело с системой дифференциальных уравнений третьего порядка для пары четырехпотенциалов, посредством которых задаются симметричные и антисимметричные тензоры электромагнитного и гравитационного полей.



Понятно, что формальные соображения и системы уравнений без получения решений не убеждают в корректности и полезности развиваемых идей. Ситуация меняется, если есть доказательство или обоснование, что новая модель находится в соответствии с известными моделями. Проиллюстрируем этот факт на основе сравнения матричной модели гравитации с моделями Логунова и Эйнштейна.

Рассмотрим систему уравнений массодинамики для первого четырехпотенциала без учета конвективных движений в виде

$$\gamma^{kl} \partial_k \partial_l A_p = 0, \gamma^{kl} \partial_k A_l = 0.$$

Покажем, что из неё следует релятивистская модель гравитации Логунова. Выразим четырехпотенциал гравидинамики  $A_p(g)$  через четырехскорость праматерии  $u^s$  и новую переменную - симметричный тензор второго ранга  $\sigma_{ps}, \sigma = \det|\sigma_{ps}|$ . Он согласован с тензором энергии-импульса праматерии. Пусть

$$A_p = \sigma_{ps} \sqrt{-\sigma} \frac{u^s}{\sqrt{-\sigma}} = \tilde{\sigma}_{ps} \hat{u}^s.$$

Тогда

$$\gamma^{kl} \partial_k \partial_l A_p = \gamma^{kl} \partial_k \partial_l (\tilde{\sigma}_{ps} \hat{u}^s) = (\gamma^{kl} \partial_k \partial_l \tilde{\sigma}_{ps}) \hat{u}^s + 2\gamma^{lk} \partial_l \tilde{\sigma}_{ps} \partial_k \hat{u}^s + \tilde{\sigma}_{ps} \gamma^{kl} \partial_k \partial_l \hat{u}^s.$$

Примем предположение: поведение праматерии согласовано со свойствами грубой материи, в частности, с тензором энергии-импульса материи  $\tilde{T}_{ps}$  (алгоритм позволяет учесть дополнительно тензор энергии-импульса самого гравитационного поля  $\tilde{T}_{ps}(g)$ ).

Зададим сумму конвективных и волновых движений праматерии условием

$$2\gamma^{lk} \partial_l \tilde{\sigma}_{ps} \partial_k \hat{u}^s + \tilde{\sigma}_{ps} \gamma^{kl} \partial_k \partial_l \hat{u}^s = (k\tilde{T}_{ps} + \varepsilon\tilde{\sigma}_{ps}) \hat{u}^s.$$

Получим уравнения массодинамики, согласованные с поведением праматерии:

$$\gamma^{kl} \partial_k \partial_l \tilde{\sigma}_{ps} = k\tilde{T}_{ps} + \varepsilon\tilde{\sigma}_{ps}.$$

Примем дополнительные ограничения, которые следуют из калибровочных условий:

$$\gamma^{kl} \partial_k A_l = \gamma^{kl} \partial_k (\tilde{\sigma}_{ls} \hat{u}^s) = (\gamma^{kl} \partial_k \tilde{\sigma}_{ls}) \hat{u}^s + \tilde{\sigma}_{ls} \gamma^{kl} \partial_k \hat{u}^s = 0.$$

Если

$$\tilde{\sigma}_{ls} \gamma^{kl} \partial_k \hat{u}^s = \tilde{\chi}_s \hat{u}^s,$$

то

$$\gamma^{kl} \partial_k \tilde{\sigma}_{ls} = \tilde{\chi}^s.$$

В предлагаемой системе уравнений массодинамики анализ «метрического тензора» согласован с поведением праматерии, которое зависит от многих физических факторов.

Эта модель является новой по ряду признаков. У нее есть возможности, не учитываемые в обычных моделях гравитации. Кроме этого, в ней «метрический тензор» или физическое тензорное поле являются частью общей конструкции в массодинамике.

Простейшая тензорная модель массодинамики, учитывающая движение и свойства праматерии и зависящая от массивных тел, имеет вид:

$$\begin{aligned}\gamma^{kl}\partial_k\partial_l\tilde{\sigma}_{ps} &= k\tilde{T}_{ps} + \varepsilon\tilde{\sigma}_{ps}, \gamma^{kl}\partial_k\tilde{\sigma}_{ls} = \chi_s, \\ 2\gamma^{lk}\partial_l\tilde{\sigma}_{ps}\partial_k\hat{u}^s + \tilde{\sigma}_{ps}\gamma^{kl}\partial_k\partial_l\hat{u}^s &= (k\tilde{T}_{ps} + \varepsilon\tilde{\sigma}_{ps})\hat{u}^s, \\ \tilde{\sigma}_{ls}\gamma^{kl}\partial_k\hat{u}^s &= \tilde{\chi}_s\hat{u}^s.\end{aligned}$$

Введем контрвариантные компоненты используемых тензоров по правилу

$$\tilde{\sigma}_{ps} = \lambda_{pr}\lambda_{sq}\tilde{\sigma}^{rq}, \tilde{T}_{ps} = \lambda_{pr}\lambda_{sq}\tilde{T}^{rq}.$$

Пусть  $\lambda_{ij} = const$ . Указанные выше уравнения преобразуются в систему вида

$$\begin{aligned}\gamma^{kl}\partial_k\partial_l\tilde{\sigma}^{ps} &= k\tilde{T}^{ps} + \varepsilon\tilde{\sigma}^{ps}, \\ \gamma^{kl}\partial_k\delta_{lp}\tilde{\sigma}^{ps} &= \tilde{\chi}^s, \\ 2\gamma^{lk}\partial_l\tilde{\sigma}_{ps}\partial_k\hat{u}^s + \tilde{\sigma}_{ps}\gamma^{kl}\partial_k\partial_l\hat{u}^s &= (k\tilde{T}_{ps} + \varepsilon\tilde{\sigma}_{ps})\hat{u}^s, \\ \tilde{\sigma}_{ls}\gamma^{kl}\partial_k\hat{u}^s &= \tilde{\chi}_s\hat{u}^s.\end{aligned}$$

Они обобщают систему уравнений релятивистской теории гравитации. Мы используем в ней систему четырехметрик, гравитационные явления зависят от поведения праматерии.

К таким выводам мы приходим, используя только один тензор для полей гравитации в данной модели массодинамики. Однако мы не учли тензор индукций в массодинамике, который может быть подчинен более сложным уравнениям, чем уравнения для полей.

Поскольку релятивистская теория гравитации не только согласуется с подходом и моделью Эйнштейна, а развивает и обобщает ее, предлагаемая матричная модель массодинамики содержит в себе в частном случае теорию гравитации Эйнштейна.

Заметим, поскольку материя многоуровневая, что в теории требуется задавать структурные и динамические уравнения для каждого уровня материи. Затем их нужно согласовывать друг с другом. Такие задачи не решались физиками. К ним подойти нужно со всем вниманием и осторожностью.

Из общих соображений следует, что простой вариант массодинамики значительно выходит за рамки стандартной классической релятивистской теории гравитации.

Обратимся к релятивистской теории гравитации Логунова. В его модели введено соответствие

$$g_{rl} = \sqrt{-\gamma\gamma_{rl}} + \sqrt{-\gamma\varphi_{rl}}.$$

Здесь  $\gamma = Det\gamma_{rl}$ ,  $\gamma_{rl} = diag(1,1,1,-1)$  – метрика Минковского,  $\varphi_{rl}$  – тензорное физическое поле гравитации.

Поскольку поля инерции могут и должны быть присущи любому материальному объекту (а «поля» относятся к таким объектам), то и гравитационное поле тоже владеет инерцией и тяготением. Поэтому может и должна быть пара тензорных физических полей, что обнаруживается при построении массодинамики по аналогии с электродинамикой.

В электродинамике эффекты инерции скрыты из-за тождественного выполнения первой пары уравнений электродинамики при переходе к четырехпотенциалам. Но они учитываются во второй паре уравнений через связи между полями и индукциями.

В случае пространства постоянной кривизны метрика инерции подчинена уравнениям

$$R_{ij} - \frac{1}{2} \Omega_{ij} R = 0.$$

Логунов показал, что уравнения релятивистской теории гравитации приводят к формальному соответствию с теорией гравитации Эйнштейна, хотя физические их основы и выводы во многом различаются. В этом случае «эффективная» метрика будет подчинена уравнениям

$$R_{ij} - \frac{1}{2} \Omega_{ij} R = \kappa T_{ij}.$$

В силу указанных обстоятельств мы вправе ожидать, с общих позиций анализа, что простейшая модель массодинамики представляет собой дальнейшее развитие известных моделей гравитации. Аналогия с электродинамикой может облегчить понимание физических ситуаций в гравитации и, по-видимому, стимулирует создание технических устройств, пригодных для новой физической практики.

Предложенная модель является простейшей. Происходит это по многим причинам.

Во-первых, не детализирован тензор напряжений праматерии и его составляющие. Поскольку мы выделили систему базовых физических объектов и допускаем существование большого количества изделий, изготовленных из них, указанные выше величины будут зависеть от всех физических слагаемых.

Во-вторых, следует учесть всю систему ранговых движений: размеры, скорости, ускорения и т.п. В частности, требует усложнения зависимость 4-потенциала массодинамики от всей совокупности обозначенных величин и их свойств. Например, можно рассмотреть выражение

$$A_k(g) = a_s \sigma_{kl}^{sp} v_p^l + b_s \kappa_{kl}^{sp} v_p^l.$$

Здесь индекс  $s$  выражает ранг учитываемого движения, индекс  $p$  выражает тип микрообъекта, принадлежащего тонкой материи (открытые или замкнутые струны, электрические или гравитационные предзаряды...). Тензоры  $\sigma_{kl}^{sp}, \kappa_{kl}^{sp}$  - задают слагаемые напряжений в тонкой материи, обусловленные наличием разных объектов, изготовленных из неё.

В-третьих, нужно решить проблему замыкания уравнений для тонкой материи, решение которой станет возможным после достаточно сложной экспериментальной работы.

В-четвёртых, нами принята концепция тонкой материи. Она наполняется новым физическим содержанием в рамках концепции трансфинитности материи. Речь идет о системе уровней материи и об алгоритмах их учета на практике. В частности, требуется выполнить согласование структур и активностей любого изделия, изготовленного из материи разных уровней.

В-пятых, в теории отсутствуют элементы неассоциативной природы, что препятствует наполнению теории гравитации (и электродинамики) элементами информационного обмена и взаимодействия. При таком подходе оба фундаментальные явления никак не согласованы с объектами и явлениями живой Реальности, в которой информационное взаимодействие играет главную роль.

В-шестых, предложенные модели и полученные результаты не обеспечивают нас полной информацией о зарядах и их свойствах. В частности, совершенно непонятно, что такое предзаряды и их свойства и каким способом из них образуются устойчивые заряды и такие же их соединения. По-видимому, так получилось потому, что в полевых теориях такие цели не поставлены и не достигнуты, а структурных моделей просто не было.

## Специфика объектных множеств

В основу моделей объектных множеств заложена идея математического отображения фундаментальных свойств Реальности, которые достаточно обоснованы предшествующей данному этапу теории практикой естествознания.

Наличие объектов Реальности воспринято в форме существования структурных изделий, имеющих базовые составляющие, которые, далее, обеспечены структурными составляющими более глубокого уровня материи. Практика не ограничивает количество уровней материи, что предполагает, в свою очередь, наличие границ в возможностях объектов конкретного уровня материи.

Уровневым объектом является любой человек и само Человечество. По этой причине нет оснований надеяться на безграничность наших свойств и возможностей. Но раз это так, на первый план выдвигается задача поиска и реализации гармонии с миром, который доступен нам и частично подвластен нашей практике.

Фундаментальная идея объектных множеств состоит в том, что структурность объектов математически представляется концепцией и наличием их *мест* в Реальности, что следует отображать в расчетных моделях, достаточных для формулировки и выражения идеи и сущности концепции мест. В настоящее время эта концепция находится на начальной стадии своего развития, хотя она морфологически фигурирует в философии и глубоко подтверждена естествознанием и социальной практикой. Если этого звена в теории нет, такая теория не «желает» или не может учесть структурность исследуемых объектов. Она имеет право на существование, но вряд ли можно относить ее к категории фундаментальных теорий.

Простейшим математическим средством отображения концепции мест является модель матриц. В этом случае конечная система базовых объектов, объединение которых есть некоторое изделие, записывается в форме системы строк и столбцов, имеющих значимые элементы. Номера строк условно соответствуют натуральным числам, как-бы присвоенным базовым объектам. Значимый элемент в строке отображает некоторое *свойство отношений* с другими объектами. В этой модели диагональные элементы в квадратной матрице отображают учитываемое и описываемое теорией отношение к себе [23].

Заметим, что концепция места наполняется смыслом и содержанием только при наполнении ее элементами из системы отношений между объектами. В частности, естественно и необходимо учитывать отношение к себе [23].

В силу морфологически выраженных свойств объектные множества есть математические модели, достаточные для учета их средствами концепции мест и отношений. В простейшем случае *объектное множество есть множество матриц* с наличием в них значимых элементов. Понятно, что значимые элементы могут быть самыми разными, что позволяет единым образом учесть в расчетных моделях разнообразие сторон и свойств анализируемых изделий. Понятно, что значимые элементы будут меняться, если меняются отношения среди составляющих конкретного изделия.

Тонкость ситуации в том, что в теории, претендующей на фундаментальность, должны быть средства, которые достаточны, чтобы описывать свойства и ситуации для любых изделий физической Реальности.

Несколько нетривиален прием, согласно которому система отношений между объектами задается натуральными числами

$$[-1, 0, 1].$$

Есть основания полагать, что этот прием позволяет принять во внимание и исследовать единые свойства отношений, способные проявить себя для любых объектов любого уровня материи. При анализе таких ситуаций проявляется не только неассоциативность, но и «отказ» от дистрибутивности [24].

По этой причине становится актуальной задачей исследование свойств и возможностей систем матриц в предположении, что так мы приближаемся к описанию и пониманию общих свойств Реальности. При корректности этого подхода исчезают ограничения в познании Реальности, присущие, с экспериментальной точки зрения, уровневым изделиям. Невозможность экспериментов по ряду причин и обстоятельств не исключает, а, наоборот, стимулирует математическое моделирование объектов и системы их отношений между собой и остальной Реальностью.

Наличие системы матриц есть только одно звено математического моделирования. Расчетные модели всегда представляют собой объекты, которые удобно и правильно назвать функциональными алгебрами в широком смысле этого слова.

Алгебра появляется там и тогда, где и когда абстрактные математические объекты (это, конечно, и матрицы) подчинены системе операций. Исторически операции формировались на основе концепций и моделей чисел. Из спектра разнообразных операций общее значение и применение имеют операции сложения и вычитания, умножения и деления. Операции задаются на основании ряда логических и формальных условий, математически заданных для того, чтобы их применение позволило учесть те или другие условия «жизни» реальных объектов. Функциональность алгебр обеспечивается тем, что матрицы и операции дополнены функциями и операторами (например, оператором дифференцирования и т.п.), в синтезе с которыми получается расчетная модель.

В частности, теория электромагнетизма базируется на кватернионах с матрицами, которые содержат только указанные базовые числа, на величинах, выраженных антисимметричными тензорами, а также на дифференциальных и кодифференциальных (скоростных...) операторах. Такое объединение инициировано экспериментами и «выстрадано» расчетной практикой. Относиться к таким итогам следует с уважением. Но это не означает, что все другие расчетные модели обязаны иметь аналогичную структуру. В частности, уравнения электродинамики на тензорах базируются на операции дифференцирования первого порядка. Ниоткуда не следует, что этих операторов достаточно для глубинного и полного описания электромагнетизма. Фактически ситуация «родственна» теории кривых, если первым производным поставить в соответствие прямые линии. Не могут модели прямых линий охватить и описать все многообразие кривых линий и их свойств. Хотя это частично возможно локально.

подавляющее большинство расчетных моделей базируется на математике, которая не выходит за границы условий коммутативности

$$a \times b = b \times a,$$

и ассоциативности

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c.$$

Фактически всегда применяется условие дистрибутивности

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c,$$

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c.$$

Эти законы исторически обусловлены практическим применением моделей чисел. На определенной стадии развития математики им придан статус аксиом. Полезность и широта их применения безусловны. На этих аксиомах базируются модели полей, колец, векторных пространств, алгебр. В их границах расчетные модели хорошо согласуются с экспериментом.

Потребность в новых аксиомах и условиях в настоящее время инициируется, по сути дела, пониманием факта, что информационное взаимодействие не может быть учтено и описано привычными приемами и средствами. Не отрицая значение и полезность указанных

математических условий, требуется выйти за их границы. Если такой выход достигнет уровня конструктивности для описания информационной практики, мы просто дополним имеющийся опыт средствами и приемами новой теории.

В свое время потребовались значительные логические и математические усилия для дополнения натуральных чисел отрицательными числами. Еще сложнее было принять числа с комплексной единицей, а также некоммутативные кватернионы...Они утвердились в расчете только после уверенности в эффективности их применения.

По аналогии с указанным опытом примем точку зрения, что нужны и естественны новые аксиомы с «отрицательной» математической ориентацией. Состоит она в принятии условий отсутствия коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности. Нужны модели, которые выходят за границы условий коммутативности

$$a \times b \neq b \times a,$$

и ассоциативности

$$a \times (b \times c) \neq (a \times b) \times c.$$

В них не выполняются условия дистрибутивности

$$a \times (b + c) \neq a \times b + a \times c,$$

$$(a + b) \times c \neq a \times c + b \times c.$$

Анализ показал, что такие модели возможны. Этого уровня развития удалось достичь, применив к матрицам новые операции. С одной стороны, предложена пара комбинаторных операций произведения, дополняющих друг друга и иницирующих пару точек зрения на любую ситуацию и любое условие. С другой стороны, введена операция структурного суммирования, которая обладает свойством «сохранять» конечное множество объектов, что не присуще стандартной операции суммирования.

На основе алгоритмически обоснованных множеств матриц разной размерности и операций нового типа предложены модели объектных множеств  $M^9, M^{16}, M^{25}, M^{36}$ .

Анализ показал, что им присущи разнообразные функциональные свойства. В некоторых случаях расчетные ситуации иллюстрируют «выходы» моделей на социальную практику. Есть фактически прямые связи этих множеств с условиями и экспериментальной практикой химиков и биологов. В частности, множества позволяют рассматривать проблемы самоорганизации и деления живых клеток.

Объектные множества имеют свойства, непривычные с позиции стандартного анализа.

Из применения структурного суммирования следует, что сумма любых одинаковых элементов объектных множеств в количестве, равном размерности анализируемых матриц, всегда равна единице объектного множества. Следовательно, характеристика множества задается размерностью матриц объектного множества  $charM^{n^2} = n$ .

Более того, каждый элемент объектного множества есть делитель нуля объектного множества. Объектные множества частично коммутативны и частично ассоциативны.

Из начального анализа следует, что объектные множества открывают нам нетривиальные и необычные стороны информационного взаимодействия.

Информационное взаимодействие дополнительно физическому взаимодействию в его привычном виде и в новых видах и условиях, которые предстоит раскрыть практикой. Можно принять точку зрения, что так мы приближаем анализ к пониманию и описанию свойств и граней Сознаний и Чувств любых объектов Реальности.

На этом этапе анализа есть две возможности: можно расширять известные модели элементами неассоциативности или же по-новому объединять неассоциативность с ними.

## Базовая модель математического описания системы отношений между объектами

Примем фундаментальную гипотезу, что любое множество объектов, независимо от структуры объектов и их свойств, имеет характеристики взаимных отношений, которые индуцированы количеством  $n=1,2,3,4,\dots$  этих объектов. Для математического описания системы отношений сконструируем объектные множества  $M^{n^2}$  со «своими» операциями.

Рассмотрим в качестве примера множество  $M^{16}$ . Вначале применим алгоритм генерации начальных матриц, канонически (единицами) представляющих объекты многообразия  $M^{16}$ :

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 1+1=2 \\
 2+1=3 \\
 3+1=4
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 1+2=3 \\
 3+2=1 \\
 1+2=3
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 1+3=4 \\
 4+3=3 \\
 3+3=2
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 1+4=1 \\
 1+4=1 \\
 1+4=1
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}
 .$$

Выполним их трансляционное расширение, передвигая на одно место значимые элементы базовых матриц. Обозначим полученные матрицы номерами для удобства записи таблиц произведения и суммирования.

Получим систему элементов, представляющих множество  $M^{16}$ :

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 1 & 2 & 3 & 4
 \end{array}
 ,$$

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 5 & 6 & 7 & 8
 \end{array}
 ,$$

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 9 & 10 & 11 & 12
 \end{array}
 ,$$

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 13 & 14 & 15 & 16
 \end{array}
 .$$

Проиллюстрируем генерацию комбинаторных произведений и структурного суммирования на примере введенных матриц.

Комбинаторное произведение базируется на расчете количества трансляций от значимых элементов в строках одной матрицы к значимым элементам в строках другой матрицы. Поскольку анализ можно проводить в двух направлениях, мы имеем всегда пару комбинаторных произведений. Это обстоятельство фундаментально. Оно может быть основой различия ощущений и реакций на информацию у реальных изделий.

При расчетах с ориентацией влево получим, например, такие результаты:

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \times^k & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ 1 & & 15 & & 13 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \times^k & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ 8 & & 12 & & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Операция структурного суммирования базируется на расчете суммы мест значимых элементов в строках. Суммирование выполняется по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц. Получим, например, такие результаты:

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & +^{st} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ 1 & & 15 & & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & +^{st} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \\ 8 & & 12 & & 4 \end{matrix}$$



Подчиним объекты множеств  $M^{16}$  левому комбинаторному произведению и операции структурного суммирования. Получим таблицы:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
3	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
4	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
5	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
6	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
7	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
8	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
9	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
10	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
11	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
12	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
14	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
15	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
16	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13

$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13
14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Обратим внимание на наличие в объектном множестве подмножеств с единой таблицей взаимных произведений:

$\begin{matrix} k \\ \times \\ 1 & 3 & 9 & 11 \end{matrix}$	$\begin{matrix} k \\ \times \\ 2 & 4 & 10 & 12 \end{matrix}$	$\begin{matrix} k \\ \times \\ 6 & 8 & 14 & 16 \end{matrix}$	$\begin{matrix} k \\ \times \\ 5 & 7 & 13 & 15 \end{matrix}$
$\begin{matrix} 1 & 13 & 15 & 5 & 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 13 & 15 & 5 & 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 & 13 & 15 & 5 & 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 13 & 15 & 5 & 7 \end{matrix}$
$\begin{matrix} 3 & 15 & 13 & 7 & 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 15 & 13 & 7 & 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 8 & 15 & 13 & 7 & 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 7 & 15 & 13 & 7 & 5 \end{matrix}$
$\begin{matrix} 9 & 5 & 7 & 13 & 15 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 10 & 5 & 7 & 13 & 15 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 14 & 5 & 7 & 13 & 15 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 13 & 5 & 7 & 13 & 15 \end{matrix}$
$\begin{matrix} 11 & 7 & 5 & 15 & 13 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 12 & 7 & 5 & 15 & 13 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 16 & 7 & 5 & 15 & 13 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 15 & 7 & 5 & 15 & 13 \end{matrix}$

Запишем подмножества в форме таблицы

1	3	9	11
2	4	10	12
6	8	14	16
5	7	13	15

Ее структура согласована со структурой элементов объектного множества. При наложении на ее любой матрицы выделяется набор элементов, который при последовательном произведении в одном и в другом направлении соответствует таблице комбинаторных произведений.

Представим результаты для каждого из элементов:

1	→	1·4·14=15	15·14·4=1	5	→	1·10·6=13	13·6·10=1
2	→	3·10·16=5	5·16·10=3	6	→	3·12·8=15	15·8·12=3
3	→	9·12·6=7	7·6·12=9	7	→	9·2·14=5	5·14·2=9
4	→	11·2·8=13	13·8·2=11	8	→	11·4·16=7	7·16·4=11

9	→	1·12·14=7	7·14·12=1	13	→	1·2·6=5	5·6·2=1
10	→	3·2·16=13	13·16·2=3	14	→	3·4·8=7	7·8·4=3
11	→	9·4·6=15	15·6·4=9	15	→	9·10·14=13	13·14·10=9
12	→	11·10·8=5	5·8·10=11	16	→	11·12·16=15	15·16·12=11

По аналогичной методике легко проверить, что алгоритм корректен на любой перестановке в множестве, состоящем из 4 элементов. Например, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 1 \cdot 12 \cdot 8 = 13, 13 \cdot 8 \cdot 12 = 1, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 11 \cdot 4 \cdot 14 = 5, 5 \cdot 14 \cdot 4 = 11, \dots$$

Объектное множество подчинено алгоритму, согласно которому неассоциативная таблица комбинаторных произведений согласована не только со структурой элементов множества, но и со структурой матриц, представляющих все перестановки из 4 элементов.

Конформация, ассоциированной с комбинаторным произведением

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	5	7	13	15
5	13	15	5	7
7	15	13	7	5
13	5	7	13	15
15	7	5	15	13

есть четверная группа Клейна с элементами, входящими в состав объектного множества:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим вторую пару подмножеств с единой структурой взаимных произведений:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	5	6	7	8	$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	9	10	11	12	$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	13	14	15	16
1	13	14	15	16	5	13	14	15	16	9	13	14	15	16	13	13	14	15	16
2	16	13	14	15	6	16	13	14	15	10	16	13	14	15	14	16	13	14	15
3	15	16	13	14	7	15	16	13	14	11	15	16	13	14	15	15	16	13	14
4	14	15	16	13	8	14	15	16	13	12	14	15	16	13	16	14	15	16	13

Ассоциированная конформация

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

есть группа на матричной операции. Следовательно, данная таблица неассоциативных произведений *в скрытой форме* содержит пару групп, которым присуще ассоциативное матричное произведение. Мы имеем синтез ассоциативности с неассоциативностью.

Обратим внимание на адитивное свойство системы подмножеств в форме таблицы

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

При «чтении» сумм от низа вверх для разных матриц она корректна, аналогично первой системе подмножеств, на всех перестановках и на элементах объектного множества.

Из таблицы структурного суммирования следует объединение элементов объектного множества в подмножества по критерию одинаковости значений сумм пары каждого из элементов:  $\sigma = x + x$ . Подмножества неассоциативного множества имеют такой вид:

$\sigma$		$a$	$b$	$c$	$d$		
6	→	1	3	9	11	→	$\alpha$
8	→	2	4	10	12	→	$\beta$
14	→	5	7	13	15	→	$\gamma$
16	→	6	8	14	16	→	$\delta$

Легко проверить, что подмножество  $\gamma$  есть аналог нормальной подгруппы для остальных подмножеств на комбинаторной операции. Подмножество  $\delta$  есть аналог нормальной подгруппы для остальных подмножеств на операции структурного суммирования.

Элементы объектного множества генерируют одинаковые значения на операции комбинаторного произведения *нечетного элементов* при зеркальном их расположении относительно знака равенства. Например,

$$xyz = zyx.$$

Проиллюстрируем этот закон таблицей

$x$	$y$	$z$	$xyz$	$zyx$
6	14	9	1	1
10	16	2	16	16
13	1	9	5	5
5	3	4	6	6

При четном количестве элементов «зеркальное» равенство не выполняется.

Однако в этом случае есть другие законы:

$$ab + ba = cd + dc,$$

$$\alpha = ad + bc = ac + bd = \beta.$$

Второе условие «геометрического» типа проиллюстрируем таблицей

$a$	$b$	$c$	$d$	$ad$	$bc$	$ac$	$bd$	$\alpha$	$\beta$
15	12	5	6	8	10	7	11	2	2
2	6	1	3	14	8	16	6	6	6
7	8	9	10	4	2	3	3	6	6

Из указанной таблицы следует дополнительный закон

$$[2](ad - bc) = [2](ac - bd).$$

Есть также множество дополнительных функциональных связей, которые можно получить из указанных законов.



Проанализируем блочную структуру таблицы комбинаторных произведений и таблицы структурного суммирования. Обозначим блоками номера объектов:

$a$	$\rightarrow$	1	2	3	4
$b$	$\rightarrow$	5	6	7	8
$c$	$\rightarrow$	9	10	11	12
$d$	$\rightarrow$	13	14	15	16

Таблица комбинаторных произведений получит вид

$k$	$\times$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$		$d$	$a$	$b$	$c$
$b$		$c$	$d$	$a$	$b$
$c$		$b$	$c$	$d$	$a$
$d$		$a$	$b$	$c$	$d$

$$= a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрицы задают группу на матричном произведении. Наложение этих матриц на таблицу элементов генерирует подмножества

$\alpha$	$\rightarrow$	2	7	12	13
$\beta$	$\rightarrow$	3	8	9	14
$\gamma$	$\rightarrow$	4	5	10	15
$\delta$	$\rightarrow$	1	6	11	16

Они подчинены закону  $xуx = uxу$ . Проиллюстрируем закон примером:

3	8	9	14		4	5	10	15
4	5	10	15		3	8	9	14
14	14	14	14		16	16	16	16
3	8	9	14		4	5	10	15
2	7	12	13		1	6	11	16
4	5	10	15		3	8	9	14
15	15	15	15		15	15	15	15

Рассмотрим таблицу блоков на операции структурного суммирования:

$st$	$+$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$		$b$	$c$	$d$	$a$
$b$		$c$	$d$	$a$	$b$
$c$		$d$	$a$	$b$	$c$
$d$		$a$	$b$	$c$	$d$

Из таблицы следуют 4 матрицы и 4 подмножества объектного множества

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$\alpha \rightarrow 4 \ 7 \ 10 \ 13 \ \beta \rightarrow 1 \ 8 \ 11 \ 14 \ \gamma \rightarrow 2 \ 5 \ 12 \ 15 \ \delta \rightarrow 3 \ 6 \ 9 \ 16$

Эти матрицы задают смежный класс для указанной группы. Подмножества подчинены закону

$$xux = uxu.$$

Проиллюстрируем его примером:

$$\begin{array}{cccc} 4 & 7 & 10 & 13 \\ 1 & 8 & 11 & 14 \\ \hline 14 & 14 & 14 & 14 \\ 4 & 7 & 10 & 13 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 11 & 14 \\ \hline 15 & 15 & 15 & 15 \end{array}, \quad \begin{array}{cccc} 1 & 8 & 11 & 14 \\ 4 & 7 & 10 & 13 \\ \hline 16 & 16 & 16 & 16 \\ 1 & 8 & 11 & 14 \\ \hline 2 & 5 & 12 & 15 \\ 4 & 7 & 10 & 13 \\ \hline 15 & 15 & 15 & 15 \end{array}.$$

В обоих случаях приведенные подмножества сохраняются при произведениях элементов, находящихся на одинаковых местах.

Произведения генерируют 4 подмножества с одинаковыми элементами

$$\boxed{13 \ 13 \ 13 \ 13}, \boxed{14 \ 14 \ 14 \ 14}, \boxed{15 \ 15 \ 15 \ 15}, \boxed{16 \ 16 \ 16 \ 16}.$$

Эти множества тоже сохраняются при аналогичном применении комбинаторного произведения по аналогичным номерам.

Заметим, что ситуация с сохранением подмножеств (с точностью до перестановки элементов) имеет место на всех элементах объектного множества.

Проиллюстрируем этот факт примерами:

$$\begin{array}{cccc} 2 & 7 & 2 & 13 \\ 3 & 8 & 9 & 14 \\ 4 & 5 & 10 & 15 \\ 1 & 6 & 11 & 16 \\ \hline 4 & 4 & 4 & 4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cccc} 15 & 10 & 5 & 4 \\ 14 & 9 & 8 & 3 \\ 13 & 12 & 7 & 2 \\ 16 & 11 & 6 & 1 \\ \hline 15 & 4 & 5 & 10 \\ 16 & 1 & 6 & 11 \\ 13 & 2 & 7 & 12 \\ 14 & 3 & 8 & 9 \end{array}, \quad \begin{array}{cccc} 4 & 7 & 10 & 13 \\ 1 & 8 & 11 & 14 \\ 2 & 5 & 12 & 15 \\ 3 & 6 & 9 & 16 \\ \hline 4 & 4 & 4 & 4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cccc} 13 & 10 & 7 & 4 \\ 16 & 9 & 6 & 3 \\ 15 & 12 & 5 & 2 \\ 14 & 11 & 8 & 1 \\ \hline 4 & 7 & 10 & 13 \\ 1 & 8 & 11 & 14 \\ 2 & 5 & 12 & 15 \\ 3 & 6 & 9 & 16 \end{array}.$$

Подмножества сохраняются при самых разных «однородных» воздействиях элементов.

## Аналог симметрического пространства в объектном множестве

Определим конечное симметрическое пространство объектного множества на основе его подмножества, элементы  $x_i$  которого подчинены условиям

$$\begin{aligned}x * x &= x, \\x * (x * y) &= y, \\x * (y * z) &= (x * y) * (x * z).\end{aligned}$$

Введем операцию произведения (\*) на основе операции комбинаторного произведения для элементов объектного множества  $M^{16}$ :  $x * x = xux$ .

Из анализа следует, что анализируемое множество имеет 4 подмножества, для которых указанные условия корректны:

$$\begin{aligned}\alpha &\rightarrow 1 \quad 3 \quad 9 \quad 11 \\ \beta &\rightarrow 2 \quad 4 \quad 10 \quad 12 \\ \gamma &\rightarrow 6 \quad 8 \quad 14 \quad 16 \\ \delta &\rightarrow 5 \quad 7 \quad 13 \quad 15\end{aligned}$$

Обратим внимание на свойства, которые дополнительно имеют эти 4 множества:

$$\begin{aligned}\alpha &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ &\quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad 3 \quad \quad \quad 9 \quad \quad \quad 11 \\ \beta &\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ &\quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad 4 \quad \quad \quad 10 \quad \quad \quad 12 \\ \gamma &\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ &\quad \quad \quad 6 \quad \quad \quad 8 \quad \quad \quad 14 \quad \quad \quad 16 \\ \delta &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Множество  $\alpha$  образует группу на матричном произведении, множество  $\beta$  можно рассматривать на матричном произведении в качестве смежного класса для нормальной группы  $\alpha$ . Множество  $\gamma$  замкнуто на операции структурного суммирования. Множество  $\delta$  замкнуто на операции комбинаторного произведения.

Возможно, эти условия указывают специфику генерации 4 физических предзарядов.



## Объектный ключ к динамике физических тел

Абстрактное множество в образе матриц, подчиненное комбинаторной операции и операции структурного суммирования иллюстрирует закон, который можно рассматривать в качестве «ключа» (прообраза) динамики тел.

Проиллюстрируем это на основе простой идеи, что элементы объектного множества есть аналоги дифференциалов координат и времени. Тогда, рассмотрев объектные производные от этих элементов по «времени», меняя объекты, действующие в функции времени, мы можем найти единое правило, по которому введенные функции соединены между собой.

На основе базовых подмножеств объектного множества получим таблицу:

$dx$	$dy$	$dz$		$: dt$	$+s$		$\frac{dx}{dt}$	$\frac{dy}{dt}$	$\frac{dz}{dt}$		$\frac{d^2x}{dt^2}$	$\frac{d^2y}{dt^2}$	$\frac{d^2z}{dt^2}$
1	3	9		11	2		7	5	15		1	3	9
11	1	3		9	4		15	5	7		11	1	3
9	11	1		3	10		7	5	15		9	11	1
3	9	11		1	12		15	5	7		3	9	11
2	4	10		12	1		7	5	15		2	4	10
12	2	4		10	3		15	5	7		12	2	4
10	12	2		4	9		7	5	15		10	12	2
4	10	12		2	11		15	5	7		4	10	12
5	7	13		15	14		7	5	15		5	7	13
15	5	7		13	16		15	5	7		15	5	7
13	15	5		7	6		7	5	15		13	15	5
7	13	15		5	8		15	5	7		7	13	15
6	8	14		16	13		7	5	15		6	8	14
16	6	8		14	15		15	5	7		16	6	8
14	16	6		8	5		7	5	15		14	16	6
8	14	16		6	7		15	5	7		8	14	16

Из таблицы следует функциональный закон

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = d\xi.$$

Примем идею, что он является «формой» (заготовкой, инструментом...) для конструирования ассоциированных законов. В качестве частного примера из уравнения объектной динамики следует модель динамики точки в одномерном пространстве и во времени с условием, например, постоянства ускорения

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a.$$

Его решение иллюстрирует закон движения шаров Галилея при падении их с Пизанской башни под действием гравитации. Однако, заметим, что этот случай охватывает только грань ситуаций, генерируемых уравнением объектной динамики.

## Свойства элементов и бинарных связей объектного множества

Практика свидетельствует, что свойства объектов и явлений обнаруживаются тогда, когда получена информация о них. Далеко не всегда эти свойства можно получить на основе их измерений системой приборов или установок. Часто только расчет проявляет и утверждает их для применений. Простым примером, подтверждающим этот факт, являются стороны и свойства комплексных чисел и их обобщений в форме кватернионов, октонионов, петель разного типа.

Объектное множество  $M^{16}$  относится к категории ментально доступных объектов. Глубинное его предназначение, с позиции теории, объединяющей гравитацию и электромагнетизм, состоит в том, что, гипотетически, оно имеет и проявляет стороны и свойства 4 предзарядов. По этой причине мы получаем ментальный инструмент для анализа материи на том ее уровне, который недостижим, а может быть, и никогда не будет достижим, прямыми экспериментами.

Объектное множество  $M^{16}$  частично коммутативно и частично ассоциативно.

Такая модель может рассматриваться в качестве средства, содержащего и иллюстрирующего синтез трех составляющих любого объекта: ассоциативных тел, неассоциативных сознаний, базирующихся на информационном взаимодействии, а также системы чувств, соединяющих указанные два начала.

Согласно таблице комбинаторных произведений каждый элемент объектного множества имеет единые фундаментальные свойства:

- а) он обратен себе,
- б) имеет свой делитель нуля,
- в) делится на любой другой элемент (в том числе и на «ноль»).

Эта «пирамида» свойств естественно привлекательна для анализа функциональных возможностей объектного множества.

Представим формулами частичный спектр свойств:

$$\begin{aligned}
 xx &= 13, \\
 xy + yx &= 14, \\
 xxy + yxy &= 14, \\
 x + yx &= y + xy, \\
 xxyx + y &= xyxy + x, \\
 (x^2 y)x + x(yx^2) + x(x^2 y) + (yx^2)x &= x^2(yx) + (xy)x^2 + x^2(xy) + (yx)x^2, \dots
 \end{aligned}$$

Конечное множество имеет широкие функциональные возможности при соединении большего количества элементов. В частности, выполняется условие Брака-Гойоды

$$(xy)(zt) = (xz)(yt).$$

Коммутирующие элементы множества  $M^{16}$  с результатами их произведения таковы:

1,9	2,10	3,11	4,12	5,13	6,14	7,15	8,16	→	5
1,11	2,12	3,9	4,10	5,15	6,16	7,13	8,14	→	7
1,3	2,4	5,7	6,8	9,11	10,12	13,15	14,16	→	15

## Специфика функциональных равенств в объектном множестве

Указанные функциональные равенства характеризуют модели связей между пассивными элементами объектного множества  $M^{16}$ , подчиненными паре операций. Эта формальная ситуация для пассивных «реперов» многомерного объектного пространства приближается к реальным задачам, если активизировать реперы на основе присоединения к ним элементов из других множеств. В частности, роль таких активаторов для реперов могут выполнять числовые множества.

Проанализируем модель копирования свойств пассивных реперов элементами другого множества, присоединенного к ним. В этом случае условие функционального равновесия для элементов объектного множества повторяется на элементах другого множества. Такой вариант анализа позволяет находить условия функционального равновесия на модели, которая применена для активации базовой функциональной связи.

Возьмем в качестве примера функциональное уравнение

$$x + xux = y + уху.$$

Найдем на условии его копирования закон числового равновесия. Для  $x = n$  получим уравнение

$$y^2 - \frac{n^2 - 1}{n} y - 1 = 0.$$

Его решение

$$y_{1,2} = \frac{n^2 - 1}{2n} \pm \frac{n^2 + 1}{2n} = \varphi(n) \pm \psi(n) \rightarrow y_1 = n, y_2 = -\frac{1}{n}$$

объединяет пару числовых последовательностей. Их начальные значения таковы:

$$\begin{aligned}\varphi(n) &= 0, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{15}{8}, \frac{12}{5}, \frac{35}{12}, \dots \\ \psi(n) &= 1, \frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{17}{8}, \frac{13}{5}, \frac{37}{12}, \dots\end{aligned}$$

Их суммы есть целые числа, а разности генерируют обратные им числа с отрицательным знаком. Хорошо, если таковы доходы и расходы на жизнь в стабильной валюте, но так бывает не часто.

Рассмотрим функциональную связь объектного множества  $xу + ух = 14$ . Для числового множества ее копирование не дает ни скрытого, ни видимого результата. Ситуация меняется, если мы переходим к базисным элементам кватерниона. В этом случае действительно есть возможность существования различных пар элементов, для которых такой вариант суммы есть одно число. Другими словами, эта связь объектного множества может рассматриваться в качестве «подсказки» о существовании других множеств с указанным свойством постоянства пары элементов числового множества.

Функциональное выражение на паре одинаковых элементов с итогом в форме элемента, выполняющего функцию единицы множества  $xх = 1$ , генерирует идею поиска числовых представлений такого закона. Он имеет место, если в качестве таких элементов взять реперы антикватернионов.

Активизация и копирование функциональных законов объектного множества можно рассматривать в качестве реального активатора ментальной активности в направлении конструирования, с последующим применением на практике, других числовых множеств.

## Взаимодействие подмножеств объектного множества

Проанализируем модель поэлементного произведения подмножеств в порядке, соответствующем их местам в подмножествах. Выберем подмножества в форме конформаций. В этом случае им соответствуют строки в таблице мест элементов.

На правой комбинаторной операции получим таблицу

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	1234	5678	9101112	13141516
1234	13131313	1111	5555	9999
5678	9999	13131313	1111	5555
9101112	5555	9999	13131313	1111
13141516	1111	5555	9999	13131313

Левая комбинаторная операция генерирует несколько другой вариант:

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	1234	5678	9101112	13141516
1234	13131313	9999	5555	1111
5678	1111	13131313	9999	5555
9101112	5555	1111	13131313	9999
13141516	9999	5555	1111	13131313

Примем сокращенные обозначения для полученного подмножества, заменив 4 одинаковые номера на один номер. Мы имеем в этом случае некое подмножество

$$\sigma_s \rightarrow 1 \ 5 \ 9 \ 13.$$

Проанализируем по аналогичному алгоритму подмножества в форме столбцов таблицы расположения элементов. Для удобства записи таблицы вместо 4 одинаковых цифр будем записывать одно число.

На правой комбинаторной операции получим таблицу

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	15913	261014	371115	481216
15913	13	14	15	16
261014	16	13	14	15
371115	15	16	13	14
481216	14	15	16	13

На левой комбинаторной операции имеем эти же элементы, но они расположены в другом порядке в форме таблицы

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	15913	261014	371115	481216
15913	13	16	15	14
261014	14	13	16	15
371115	15	14	13	16
481216	16	15	14	13

Взаимодействие столбцов генерирует новое подмножество

$$\sigma_p \rightarrow 13 \ 14 \ 15 \ 16.$$

Расположим полученную пару подмножеств в таблице расположения мест элементов:

1	○	○	○
5	○	○	○
9	○	○	○
13	14	15	16

Принимая элемент с номером 13 за ось указанных двух стрелок «часов», соединим стрелки. В этом случае произведение совпадающих элементов в прямом и обратном порядке, на левой и правой комбинаторных операциях генерирует подмножество из трех элементов

$$\theta \rightarrow 2 \ 7 \ 12.$$

Получим расширенную таблицу расположения элементов

1	2	○	○
5	○	7	○
9	○	○	12
13	14	15	16

Заметим, что элементное произведение 3 подмножеств, содержащих по 3 элемента

$$1 \ 5 \ 9, \ 2 \ 7 \ 12, \ 14 \ 15 \ 16,$$

выполненное в соответствии с порядком мест, сохраняет эти подмножества с точностью до перестановки элементов.

Обозначим числами строки в таблице расположения элементов:

$$1 \rightarrow 1 \ 2 \ 3 \ 4, 2 \rightarrow 5 \ 6 \ 7 \ 8, 3 \rightarrow 9 \ 10 \ 11 \ 12, 4 \rightarrow 13 \ 14 \ 15 \ 16.$$

Произведения элементов строк друг на друга генерирует элементы других строк согласно таблицам для левого и правого комбинаторных произведений:

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	1	2	3	4
1	4	3	2	1
2	1	4	3	2
3	2	1	4	3
4	3	2	1	4

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	3	4	1	2
3	2	3	4	1
4	1	2	3	4

Конформационная структура идентична с точностью до номеров строк.

Аналогично обозначим номерами столбцы с элементами в таблице расположения элементов:

$$1 \rightarrow 1 \ 5 \ 9 \ 13, \ 2 \rightarrow 2 \ 6 \ 10 \ 14, \ 3 \rightarrow 3 \ 7 \ 11 \ 15, \ 4 \rightarrow 4 \ 8 \ 12 \ 16.$$

На паре комбинаторных операций получим таблицы:

$k$ $\times$ $\leftarrow$	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	2	1	4	3
3	3	2	1	4
4	4	3	2	1

$k$ $\times$ $\rightarrow$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

В 4 случаях таблицы генерируются одной конформацией с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, строки и столбцы в таблице расположения мест сущностно объединены друг с другом. Их объединение на паре комбинаторных операций обеспечивается единой конформацией. Она «управляет» взаимодействием элементов.

Эта конформация аналогична конформациям, которые ассоциированы с таблицами для строк правого и левого комбинаторных произведений. Результат несколько необычен для столбцов.

Иному закону подчинена таблица структурного суммирования. В этом случае суммирование номеров строк и столбцов подчинено закону сложения номеров по модулю числа 4. Для строк и столбцов получим единую таблицу

$st$ $+$	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

Отсюда следует конформация с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Этот факт указывает на управляющую роль произведений и косвенную роль суммирования.

## Поверхность операций, индуцированная парой комбинаторных произведений

Мы получили таблицу комбинаторных произведений, выполнив анализ на сравнении положений значимых элементов при движении вправо. Такую модель можно называть правым комбинаторным произведением. Однако есть другая возможность, когда сравнение мест значимых элементов реализуется при движении влево. Мы получаем в этом случае модель левого комбинаторного произведения.

Таблица левого комбинаторного произведения такова:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2
2	14	13	16	15	10	9	12	11	6	5	8	7	2	1	4	3
3	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4
4	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
5	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6
6	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11	6	5	8	7
7	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8
8	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
9	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10
10	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
11	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12
12	8	7	6	5	4	3	2	1	10	15	14	13	12	11	10	9
13	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14
14	10	9	12	11	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15
15	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16
16	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13

Сравнивая эту таблицу с таблицей правого комбинаторного произведения, мы замечаем, что она получается из нее заменой строк на столбцы.

Фактически мы имеем пару комбинаторных произведений, дополняющих друг друга. По этой причине математика предъявляет практике пару моделей для передачи и приема информации. Эту «двойственность» операций можно рассматривать в качестве фундаментального свойства информационного взаимодействия. С ней естественно связать пару алгоритмов информационного обмена, которые дополнительны друг другу.

Информационное взаимодействие, в рамках найденного свойства, реализуется на ментально-чувственной поверхности, у которой может быть достаточно много своих свойств, прямо или косвенно проявляющихся на практике.

Поскольку теория поверхностей хорошо развита, ее следует применить к анализу свойств и проявлений чувств и сознаний изделий Реальности.

Из анализа следует, что левая комбинаторная операция во многом аналогична правой комбинаторной операции. В частности, выполняются законы

$$xy + yx = 14,$$

$$x(yz) + y(zx) + z(xy) = x + y + z, \dots$$

Факторгруппа на операции структурного суммирования и объектная факторгруппа на комбинаторной операции задаются, соответственно, факторами в форме строк таблиц вида

$$\begin{array}{c}
 st \\
 + \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 3 & 9 & 11 \\
 \hline
 2 & 4 & 10 & 12 \\
 \hline
 5 & 7 & 13 & 15 \\
 \hline
 6 & 8 & 14 & 16 \\
 \hline
 \end{array},
 \quad
 \begin{array}{c}
 k \\
 \times \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 5 & 9 & 13 \\
 \hline
 2 & 6 & 10 & 14 \\
 \hline
 3 & 7 & 11 & 15 \\
 \hline
 4 & 8 & 12 & 16 \\
 \hline
 \end{array}.$$

Заметим, что левая и правая комбинаторные операции генерируют одинаковые объектные группы. Отличаются, понятно, только алгоритмы перестановок элементов в строках.

Представим обе таблицы в едином рисунке:

16							4
	◦15◦						◦3◦
		14				2	
			◦13◦	◦1◦			
			◦9◦	◦5◦			
		10				6	
	◦11◦						◦7◦
12							8

Комбинаторные операции объединяют элементы вертикальными и горизонтальными линиями. Операция структурного суммирования объединяет пары, расположенные по диагоналям рисунка.

Обратим внимание на действие левой комбинаторной операции на кохомологической функции ранга 2. Она имеет вид

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2) = \sigma.$$

На активационной функции  $f_a(\xi, \eta) = a(\xi + \eta)a$  имеем, например, таблицу

$g_1$	12	12	16	16
$g_2$	8	4	8	4
$g_3$	4	8	4	8
$\sigma$	1	13	9	5

Она аналогична таблице результатов, следующих в указанных условиях при действии правой комбинаторной операции.

Обратим внимание на различие операции деления при действиях левой и правой комбинаторных операциях.

Из анализа следует, что правая операция дает одинаковый результат на операции произведения и на операции деления. Левая операция различает операцию произведения и операцию деления. По этой причине следует быть внимательным при анализе функциональных условий, реализуемых на разных комбинаторных операциях.



### Триада нулей объективного множества

Объектное множество  $M^{16}$  имеет 3 нуля на элементах 6,8, 13 согласно таблицам:

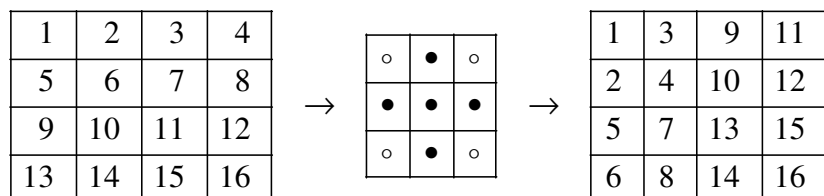
$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13
14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

$st$ -	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2
3	14	13	16	15	10	9	12	11	6	5	8	7	2	1	4	3
4	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4
5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
6	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6
7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11	6	5	8	7
8	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8
9	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9
10	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10
11	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13
14	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14
15	10	9	12	11	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15
16	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16

## Инструмент генерации факторгрупп и их аналогов в объектном множестве

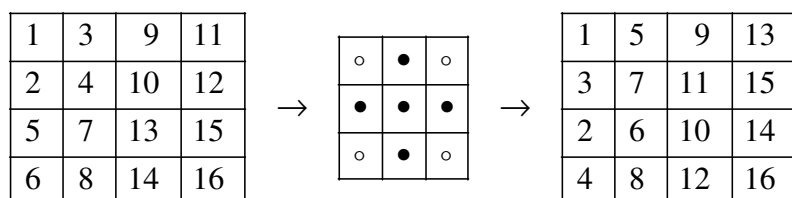
Применим к таблице стандартного расположения элементов объектного множества алгоритм выборки элементов согласно наложению на таблицу «решетки» меньшей размерности с выделенными блоками. Следуя расположению выделенных блоков, будем выбирать последовательности элементов.

На первом этапе получим генерацию вида



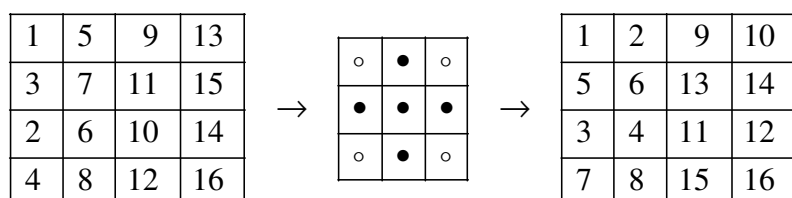
Из таблицы суммирования следует, что элементы распределились в форме факторгруппы с нормальной подгруппой, которая расположена в последней строке.

Применим выборку элементов повторно. Получим распределение элементов:

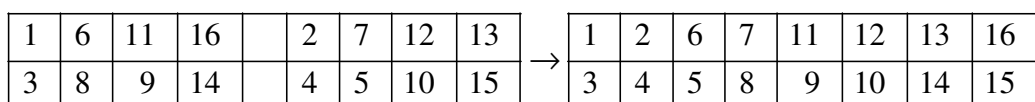


По отношениям между элементами строк по комбинаторному произведению мы получим аналог факторгруппы с нормальной подгруппой в форме элементов первой строки и смежными классами в форме элементов по строкам.

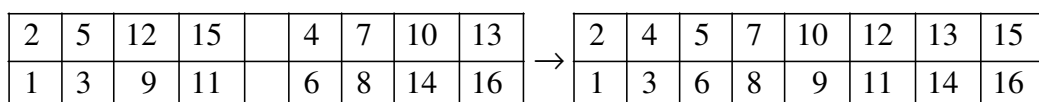
Проведем следующую выборку:



Элементы главной диагонали совместно с элементами, расположенными «параллельно» этой диагонали объединяются в нормальную подгруппу по структурному суммированию, а оставшиеся элементы есть смежный класс:



Элементы второй диагонали совместно с элементами, которые расположены «параллельно» ей, образуют аналог нормальной группы по комбинаторному произведению, а другие элементы есть аналог смежного класса:



Проанализируем разные системы подмножеств. Например, представим множество элементов таблицей с номерами рассматриваемых объектов

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Проведем выборку элементов из таблицы посредством наложения на нее элементов указанных конформаций. Например, получим соответствия:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 6 & & \\ & & 11 & \\ & & & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & & & \\ & 7 & & \\ & & 12 & \\ 13 & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & & 3 & \\ & & & 8 \\ 9 & & & \\ & & & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & & & 4 \\ & & & 5 \\ & 10 & & \\ & & & 14 \end{pmatrix}$$

Для удобства анализа расположим элементы в другие таблицы, обозначив стрелками возможности их объединения. Получим

16	↔	1
↕		↕
11	↔	6

, 

13	↔	2
↕		↕
12	↔	7

, 

14	↔	3
↕		↕
9	↔	8

, 

15	↔	4
↕		↕
10	↔	5

.

На основе таблиц произведения и суммирования элементов получим из первой модели равенства «зеркальных» выражений:

$$\begin{aligned}
 1+6+11+16 &= 6 = 16+11+6+1, \\
 1 \cdot 6 + 6 \cdot 11 + 11 \cdot 16 + 16 \cdot 1 &= 16 = 1 \cdot 16 + 16 \cdot 11 + 11 \cdot 6 + 6 \cdot 1, \\
 1 \cdot 6 \cdot 11 + 6 \cdot 11 \cdot 16 + 11 \cdot 16 \cdot 1 + 16 \cdot 1 \cdot 6 &= 6 = 6 \cdot 1 \cdot 16 + 1 \cdot 16 \cdot 11 + 16 \cdot 11 \cdot 6 + 11 \cdot 6 \cdot 1, \\
 1 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 16 &= 7 = 16 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

Аналогичные значения получаются на 3 других моделях.

Следовательно, элементы одной конформации имеют аналогичные свойства. Вторая конформация генерирует выборку элементов согласно таблицам

14	↔	1
↕		↕
11	↔	8

, 

14	↔	2
↕		↕
12	↔	5

, 

16	↔	3
↕		↕
9	↔	6

, 

13	↔	4
↕		↕
10	↔	7

.

Анализ показал, что «зеркальная» симметрия анализируемых выражений не нарушается при сохранении одних и тех же значений на одинаковом количестве сомножителей.

Выполним разбиение элементов множества на подмножества на основе условия, которое обеспечивает генерацию факторгруппы с операцией структурного суммирования.

Подсказку к реализации такой возможности дают таблицы сумм:

$st$	+	1	3	9	11
1		6	8	14	16
3		8	6	16	14
9		14	16	6	8
11		16	14	8	6

$st$	+	2	4	10	12
2		8	6	16	14
4		6	8	14	16
10		16	14	8	6
12		14	16	6	8

$st$	+	5	7	13	15
5		14	16	8	6
7		16	14	6	8
13		8	6	14	16
15		6	8	16	14

$st$	+	6	8	14	16
6		16	14	8	6
8		14	16	6	8
14		8	6	16	14
16		6	8	14	16

Искомые подмножества образуют 4 семейства по 4 элемента:

$$\begin{aligned} \alpha &\rightarrow 1 \ 3 \ 9 \ 11, \\ \beta &\rightarrow 2 \ 4 \ 10 \ 12, \\ \gamma &\rightarrow 5 \ 7 \ 13 \ 15, \\ \delta &\rightarrow 6 \ 8 \ 14 \ 16. \end{aligned}$$

Найдем семейство функций, действующих на множестве, которые оставляют эти подмножества инвариантными по количеству элементов и их структуре.

В качестве одного из вариантов конструирования искомых функций выберем модель

$$\begin{aligned} \theta &= z + z^2 + z^3 = x + iy, \\ z &= a + ib. \end{aligned}$$

Здесь  $a, b$  есть элементы объектного множества,  $i$  обозначает комплексную единицу.

Получим выражения

$$\begin{aligned} x &= a + (a^2 - b^2)a + (a^2 + b^2) - (a^2 + b^2)b, \\ y &= b + (a^2 - b^2)b + (a^2 + b^2) + (a^2 + b^2)a. \end{aligned}$$

В модели данного объектного множества  $a^2 + b^2 = 14, a^2 - b^2 = 16$ . Вследствие этого выражения становятся проще

$$\begin{aligned} x &= a + 16a + 14 - 14b, \\ y &= b + 16b + 14 + 14a. \end{aligned}$$

Мы получили функции на паре элементов одного из подмножеств, на основе которых мы будем находить другую пару согласно предложенной формуле.

Расчет генерирует таблицы:

<i>x</i>	1	3	9	11
1	1	3	9	11
3	1	3	9	11
9	1	3	9	11
11	1	3	9	11

<i>x</i>	2	4	10	12
2	2	4	10	12
4	2	4	10	12
10	2	4	10	12
12	2	4	10	12

<i>y</i>	1	3	9	11
1	9	9	9	9
3	11	11	11	11
9	1	1	1	1
11	3	3	3	3

<i>y</i>	2	4	10	12
2	12	12	12	12
4	10	10	10	10
10	4	4	4	4
12	2	2	2	2

<i>x</i>	5	7	13	15
5	5	7	13	15
7	5	7	13	15
13	5	7	13	15
15	5	7	13	15

<i>x</i>	6	8	14	16
6	6	8	14	16
8	6	8	14	16
14	6	8	14	16
16	6	8	14	16

<i>y</i>	5	7	13	15
5	5	5	5	5
7	7	7	7	7
13	13	13	13	13
15	15	15	15	15

<i>y</i>	6	8	14	16
6	8	8	8	8
8	6	6	6	6
14	16	16	16	16
16	14	14	14	14

Они имеют идентичный вид на 4 парах функций:

$$x = a + 16a + 6 - 6b,$$

$$y = b + 16b + 6 + 6a,$$

$$x = a + 16a + 8 - 8b,$$

$$y = b + 16b + 8 + 8a,$$

$$x = a + 16a + 14 - 14b,$$

$$y = b + 16b + 14 + 14a,$$

$$x = a + 16a + 16 - 16b,$$

$$y = b + 16b + 16 + 16a.$$

Другие таблицы обеспечивают инвариантность подмножеств по другому сценарию:

<i>x</i>	1	3	9	11
1	9	11	1	3
3	9	11	1	3
9	9	11	1	3
11	9	11	1	3

<i>x</i>	2	4	10	12
2	10	12	2	4
4	10	12	2	4
10	10	12	2	4
12	10	12	2	4

<i>y</i>	1	3	9	11
1	1	1	1	1
3	3	3	3	3
9	9	9	9	9
11	11	11	11	11

<i>y</i>	2	4	10	12
2	4	4	4	4
4	2	2	2	2
10	12	12	12	12
12	10	10	10	10

<i>x</i>	5	7	13	15
5	13	15	5	7
7	13	15	5	7
13	13	15	5	7
15	13	15	5	7

<i>x</i>	6	8	14	16
6	14	16	6	8
8	14	16	6	8
14	14	16	6	8
16	14	16	6	8

<i>y</i>	5	7	13	15
5	13	13	13	13
7	15	15	15	15
13	5	5	5	5
15	7	7	7	7

<i>y</i>	6	8	14	16
6	16	16	16	16
8	14	14	14	14
14	8	8	8	8
16	6	6	6	6

В этом случае множество функций таково:

$$x = a + 8a + 6 - 6b,$$

$$y = b + 8b + 6 + 6a,$$

$$x = a + 8a + 8 - 8b,$$

$$y = b + 8b + 8 + 8a,$$

$$x = a + 8a + 14 - 14b,$$

$$y = b + 8b + 14 + 14a,$$

$$x = a + 8a + 16 - 16b,$$

$$y = b + 8b + 16 + 16a.$$

Проанализируем новый вариант, которому соответствуют таблицы:

<i>x</i>	1	3	9	11
1	3	1	11	9
3	3	1	11	9
9	3	1	11	9
11	3	1	11	9

<i>x</i>	2	4	10	12
2	4	2	12	10
4	4	2	12	10
10	4	2	12	10
12	4	2	12	10

,

<i>y</i>	1	3	9	11
1	11	11	11	11
3	9	9	9	9
9	3	3	3	3
11	1	1	1	1

<i>y</i>	2	4	10	12
2	10	10	10	10
4	12	12	12	12
10	2	2	2	2
12	4	4	4	4

,

<i>x</i>	5	7	13	15
5	7	5	15	13
7	7	5	15	13
13	7	5	15	13
15	7	5	15	13

<i>x</i>	6	8	14	16
6	8	6	16	14
8	8	6	16	14
14	8	6	16	14
16	8	6	16	14

<i>y</i>	5	7	13	15
5	7	7	7	7
7	5	5	5	5
13	15	15	15	15
15	13	13	13	13

<i>y</i>	6	8	14	16
6	6	6	6	6
8	8	8	8	8
14	14	14	14	14
16	16	16	16	16

Он обеспечивается множеством функций

$$x = a + 14a + 6 - 6b,$$

$$y = b + 14b + 6 + 6a,$$

$$x = a + 14a + 8 - 8b,$$

$$y = b + 14b + 8 + 8a,$$

$$x = a + 14a + 14 - 14b,$$

$$y = b + 14b + 14 + 14a,$$

$$x = a + 14a + 16 - 16b,$$

$$y = b + 14b + 16 + 16a.$$

Есть еще одно множество функций, которое генерирует единые таблицы:

<i>x</i>	1	3	9	11
1	11	9	3	1
3	11	9	3	1
9	11	9	3	1
11	11	9	3	1

<i>x</i>	2	4	10	12
2	12	10	4	2
4	12	10	4	2
10	12	10	4	2
12	12	10	4	2

<i>y</i>	1	3	9	11
1	3	3	3	3
3	1	1	1	1
9	11	11	11	11
11	9	9	9	9

<i>y</i>	2	4	10	12
2	2	2	2	2
4	4	4	4	4
10	10	10	10	10
12	12	12	12	12

<i>x</i>	5	7	13	15
5	15	13	7	5
7	15	13	7	5
13	15	13	7	5
15	15	13	7	5

<i>x</i>	6	8	14	16
6	16	14	8	6
8	16	14	8	6
14	16	14	8	6
16	16	14	8	6

<i>y</i>	5	7	13	15
5	15	15	15	15
7	13	13	13	13
13	7	7	7	7
15	5	5	5	5

<i>y</i>	6	8	14	16
6	14	14	14	14
8	16	16	16	16
14	6	6	6	6
16	8	8	8	8

Их генерируют функции

$$x = a + 6a + 6 - 6b,$$

$$y = b + 6b + 6 + 6a,$$

$$x = a + 6a + 8 - 8b,$$

$$y = b + 6b + 8 + 8a,$$

$$x = a + 6a + 14 - 14b,$$

$$y = b + 6b + 14 + 14a,$$

$$x = a + 6a + 16 - 16b,$$

$$y = b + 6b + 16 + 16a.$$



## Функциональное управление подмножествами

Проанализируем свойства множества

$\alpha$	→	1	3	9	11
----------	---	---	---	---	----

$\beta$	→	2	4	10	12
---------	---	---	---	----	----

$\gamma$	→	5	7	13	15
----------	---	---	---	----	----

$\delta$	→	6	8	14	16
----------	---	---	---	----	----

на операции структурного суммирования. Легко видеть, что множество  $\delta$  выполняет функцию нормальной подгруппы на множестве, факторами которой являются подмножества  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Эти свойства задаются известной системой равенств:

$$\begin{aligned} \alpha + \alpha &\doteq \beta + \beta \doteq \gamma + \gamma \doteq \delta + \delta \rightarrow \delta, \\ \alpha + \beta &\doteq \gamma \doteq \beta + \alpha, \alpha + \gamma \doteq \beta \doteq \gamma + \alpha, \beta + \gamma \doteq \alpha \doteq \gamma + \beta, \\ \alpha + \delta &\doteq \alpha \doteq \delta + \alpha, \delta + \gamma \doteq \gamma \doteq \gamma + \delta, \beta + \delta \doteq \beta \doteq \delta + \beta. \end{aligned}$$

Проанализируем свойства системы подмножеств на множестве функций, аналогичных ранее представленным 16 функциям, обеспечивающим инвариантность подмножеств.

Различие состоит в том, что теперь в качестве опорных элементов будут применяться не элементы подмножества  $\delta$ , а элементы любого из оставшихся подмножеств.

Пусть  $\xi(1), \xi(2)$  – базовая пара элементов некоторого из представленных подмножеств, возьмем также  $\eta(1), \eta(2)$  – управляемую пару элементов из любого подмножества. Определим пару функций

$$\begin{aligned} x &= \eta(1) + \xi(1)\eta(1) + \xi(1) - \xi(2)\eta(2), \\ y &= \eta(2) + \xi(1)\eta(2) + \xi(1) + \xi(2)\eta(1). \end{aligned}$$

На их основе можно проанализировать генерацию элементов множества, перебирая разные базовые пары одного из подмножеств и управляемые пары из любых подмножеств. В итоге получатся таблицы, представляющие элементы  $x, y$ , индуцируемые любым указанным набором элементов множества.

Обозначая для удобства пару управляемых элементов множества буквами  $a, b$ , на примере множества с элементами 

$\alpha$	→	1	3	9	11
----------	---	---	---	---	----

, получим, в частности функции

$$\begin{aligned} x &= a + 1 \cdot a + 1 - 3 \cdot b, \\ x &= b + 1 \cdot b + 1 - 3 \cdot a, \\ \\ x &= a + 3 \cdot a + 3 - 9 \cdot b, \\ x &= b + 3 \cdot b + 3 - 9 \cdot a, \dots \end{aligned}$$

Когда базовые элементы брались из подмножества  $\delta$ , мы убедились, что подмножество имеет 16 функций, группируемых по 4 блока с одинаковыми табличными свойствами.

Анализ показал, что свойства функций с базовыми парами элементов из подмножеств  $\alpha, \beta, \gamma$  аналогичны свойствам, которые мы получаем при суммировании элементов данного множества.

Проиллюстрируем ситуацию на примере управляющих функций

$$x = a + 1 \cdot a + 1 - 3 \cdot b,$$

$$x = b + 1 \cdot b + 1 - 3 \cdot a.$$

Получим множество таблиц:

<i>x</i>	1	3	9	11
1	8	6	16	14
3	8	6	16	14
9	8	6	16	14
11	8	6	16	4

<i>x</i>	2	4	10	12
2	5	7	13	15
4	5	7	13	15
10	5	7	13	15
12	5	7	13	12

<i>y</i>	1	3	9	11
1	6	6	6	6
3	8	8	8	8
9	14	14	14	14
11	16	16	16	16

<i>y</i>	2	4	10	12
2	5	5	5	5
4	7	7	7	7
10	13	13	13	13
12	15	15	15	15

<i>x</i>	5	7	13	15
5	12	10	4	2
7	12	10	4	2
13	12	10	4	2
15	12	10	4	2

<i>x</i>	6	8	14	16
6	9	11	1	3
8	9	11	1	3
14	9	11	1	3
16	9	11	1	3

<i>y</i>	5	7	13	15
5	2	2	2	2
7	4	4	4	4
13	10	10	10	10
15	12	12	12	12

<i>y</i>	6	8	14	16
6	1	1	1	1
8	3	3	3	3
14	9	9	9	9
16	11	11	11	11

Сравним полученные свойства со свойствами подмножеств, следующих из суммирования элементов. На основе полученных таблиц имеем законы вида

$$f(\alpha, \alpha) \rightarrow \delta, f(\alpha, \beta) \rightarrow \gamma,$$

$$f(\alpha, \gamma) \rightarrow \beta, f(\beta, \gamma) \rightarrow \alpha.$$

Из анализа взаимных превращений элементов на других подмножествах и с другими управляющими функциями следует отмеченная аналогия.

## Новый тип функциональных отношений в системе подмножеств

Проанализируем функциональные отношения в системе подмножеств на функциях, которые содержат базовые элементы из разных подмножеств. Мы знаем, что если базовая пара элементов принадлежит одному подмножеству, функциональные свойства аналогичны свойствам факторов в факторгруппе.

Проиллюстрируем ситуацию примерами. Рассмотрим модель

$$x = a + 1 \cdot a + 1 - 3b,$$

$$y = b + 1 \cdot b + 1 + 3a.$$

Ей соответствует таблицы отношений:

$x$	1	3	9	11
1	8	6	16	11
3	8	6	16	11
9	8	6	16	11
11	8	6	16	11

$x$	2	4	10	12
2	5	7	13	15
4	5	7	13	15
10	5	7	13	15
12	5	7	13	15

$y$	1	3	9	11
1	6	6	6	6
3	8	8	8	8
9	14	14	14	14
11	16	16	16	16

$y$	2	4	10	12
2	5	5	5	5
4	7	7	7	7
10	13	13	13	13
12	15	15	15	15

$x$	5	7	13	15
5	12	10	4	2
7	12	10	4	2
13	12	10	4	2
15	12	10	4	2

$x$	6	8	14	16
6	9	11	1	3
8	9	11	1	3
14	9	11	1	3
16	9	11	1	3

$y$	5	7	13	15
5	2	2	2	2
7	4	4	4	4
13	10	10	10	10
15	12	12	12	12

$y$	6	8	14	16
6	1	1	1	1
8	3	3	3	3
14	9	9	9	9
16	11	11	11	11

Отношения соответствуют схеме:

$\delta$	$\leftrightarrow$	$\alpha$
$\gamma$	$\leftrightarrow$	$\beta$

Рассмотрим модель, согласно которой изменено одно звено функционального условия

$$x = a + 1 \cdot a + 1 - 4b,$$

$$y = b + 1 \cdot b + 1 + 4a.$$

В этой ситуации получим таблицы:

<i>x</i>	1	3	9	11
1	5	7	13	15
3	5	7	13	15
9	5	7	13	15
11	5	7	13	15

<i>x</i>	2	4	10	12
2	6	8	14	16
4	6	8	14	16
10	6	8	14	16
12	6	8	14	16

<i>y</i>	1	3	9	11
1	5	5	5	5
3	7	7	7	7
9	13	13	13	13
11	15	15	15	15

<i>y</i>	2	4	10	12
2	8	8	8	8
4	6	6	6	6
10	16	16	16	16
12	14	14	14	14

<i>x</i>	5	7	13	15
5	9	11	1	3
7	9	11	1	3
13	9	11	1	3
15	9	11	1	3

<i>x</i>	6	8	14	16
6	10	12	2	4
8	10	12	2	4
14	10	12	2	4
16	10	12	2	4

<i>y</i>	5	7	13	15
5	1	1	1	1
7	3	3	3	3
13	9	9	9	9
15	11	11	11	11

<i>y</i>	6	8	14	16
6	4	4	4	4
8	2	2	2	2
14	12	12	12	12
16	10	10	10	10

Отношения соответствуют схеме

$\gamma$	$\leftrightarrow$	$\alpha$
$\delta$	$\leftrightarrow$	$\beta$

Они не таковы, которые имеют место при рассмотрении факторгруппы. В этой ситуации нет главного управляющего звена. Отношения выстраиваются по парам.

Рассмотрим еще одну модель с изменено одного звено в функциональном условии

$$x = a + 1 \cdot a + 1 - 5b,$$

$$y = b + 1 \cdot b + 1 + 5a.$$

В этой ситуации получим таблицы:

$x$	1	3	9	11
1	10	12	2	4
3	10	12	2	4
9	10	12	2	4
11	10	12	2	4

$x$	2	4	10	12
2	11	9	3	1
4	11	9	3	1
10	11	9	3	1
12	11	9	3	1

$y$	1	3	9	11
1	4	2	12	10
3	4	2	12	10
9	4	2	12	10
11	4	2	12	10

$y$	2	4	10	12
2	3	3	3	3
4	1	1	1	1
10	11	11	11	11
12	9	9	9	9

$x$	5	7	13	15
5	14	16	6	8
7	14	16	6	8
13	14	16	6	8
15	14	16	6	8

$x$	6	8	14	16
6	15	13	7	5
8	15	13	7	5
14	15	13	7	5
16	15	13	7	5

$y$	5	7	13	15
5	16	16	16	16
7	14	14	14	14
13	8	8	8	8
15	6	6	6	6

$y$	6	8	14	16
6	15	15	15	15
8	13	13	13	13
14	7	7	7	7
16	5	5	5	5

Система отношений подчинена схеме

$\delta$		$\alpha$
$\updownarrow$		$\updownarrow$
$\gamma$		$\beta$

Она соответствует отношениям в паре элементов.

Рассмотрим новую модель с изменением одного звена в функциональном условии

$$x = a+1 \cdot a+1 - 6b,$$

$$y = b+1 \cdot b+1 + 6a.$$

Следуя этим формулам, получим таблицы:

x	1	3	9	11
1	11	9	3	1
3	11	9	3	1
9	11	9	3	1
11	11	9	3	1

x	2	4	10	12
2	12	10	4	2
4	12	10	4	2
10	12	10	4	2
12	12	10	4	2

y	1	3	9	11
1	3	3	3	3
3	1	1	1	1
9	11	11	11	11
11	9	9	9	9

y	2	4	10	12
2	2	2	2	2
4	4	4	4	4
10	10	10	10	10
12	12	12	12	12

x	5	7	13	15
5	15	13	7	5
7	15	13	7	5
13	15	13	7	5
15	15	13	7	5

x	6	8	14	16
6	16	14	8	6
8	16	14	8	6
14	16	14	8	6
16	16	14	8	6

y	5	7	13	15
5	15	15	15	15
7	13	13	13	13
13	7	7	7	7
15	5	5	5	5

y	6	8	14	16
6	14	14	14	14
8	16	16	16	16
14	6	6	6	6
16	8	8	8	8

Расчет предъявляет еще одну модель функциональных отношений в системе подмножеств. Она соответствует схеме

$\alpha$		$\beta$		$\gamma$		$\delta$
$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$
$\alpha$		$\beta$		$\gamma$		$\delta$

Из проведенного анализа следует, что функциональные отношения могут соответствовать разным отношениям пар факторов. Это новый вид отношений, если его сравнивать с системой отношений факторов в факторгруппе.

## Функциональная концентрация подмножеств объектного множества

Алгебраическая обработка объектных множеств открывает новые возможности функциональных выражений. В частности, становится возможной модель функциональной концентрации подмножеств в один элемент объектного множества. Проиллюстрируем эту ситуацию примерами.

Проанализируем функцию

$$f(x, y, z) = (xy + yz + zx)(13 + x + y + z)xyz.$$

Специфика ситуации в том, что при любом наборе троек элементов получается условие

$$xy + yz + zx = 15.$$

Анализ свидетельствует, что значения функции будут иметь одно значение на элементах одного подмножества. В рассматриваемом случае получим таблицу:

$\xi_i$	1 3 9 11	2 4 10 12	5 7 13 15	6 8 14 16
$f(x, y, z)$	8	6	16	14

Возможна функциональная концентрация элементов подмножеств в один элемент. Она обеспечивается функцией

$$\varphi(x, y, z) = xyz(13 + x + y + z)(xy + yz + zx) \rightarrow 14.$$

Если все элементы одинаковы, получим элемент с номером 16.

В алгебраической геометрии исследована узловая функция Кэли

$$k(x, y, z) = (xy + yz + zx)(1 - x - y - z)xyz.$$

Поскольку в объектном множестве функцию единицы выполняет объект под номером 13, это выражение изменится, и оно рассматривается уже не на числах, а на объектах с операцией комбинаторного произведения и структурного суммирования.

Получим функцию

$$f(x, y, z) = (xy + yz + zx)(13 - x - y - z)xyz.$$

Анализ показал, что она генерирует на каждом подмножестве один из своих элементов и элемент другого подмножества. Следовательно, мы имеем на этой функции еще одну модель концентрации элементов подмножеств.

Если рассматривать функцию в качестве программы взаимодействия в конечном подмножестве, мы понимаем, что «программы» способны «выделить» некоторые элементы в особое подмножество. Его можно рассматривать как желаемый или обязательный итог некоторой системы отношений.

Изменение «программы» естественно меняет статус элементов конечного множества. Так может получиться либо уменьшение, либо увеличение количества и качества функционально генерируемых объектов.

По сути дела функция выполняет функцию элемента, посредством которого реализуется *управление элементами* конечного множества в условиях, базирующихся на операциях.

## Операционная гомологичность

Нормальная подгруппа и смежный класс факторгруппы с аддитивной операцией структурного суммирования гомологичны по своему составу: они содержат в своей структуре пару подмножеств:

1	6	11	16		2	7	12	13
3	8	9	14		4	5	10	15

Эти подмножества обнаруживают сходство при применении к ним операции комбинаторного произведения. Проиллюстрируем этот факт расчетом.

Получим рисунки

$$2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 16 & \rightarrow & 1 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 11 & \leftarrow & 6 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 13 & \rightarrow & 2 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 12 & \leftarrow & 7 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 14 & \rightarrow & 3 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 9 & \leftarrow & 8 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 15 & \rightarrow & 4 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 9 & \leftarrow & 5 \\ \hline \end{array},$$

$$12 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 16 & \leftarrow & 1 \\ \hline \downarrow & & \uparrow \\ \hline 11 & \rightarrow & 6 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 13 & \leftarrow & 2 \\ \hline \downarrow & & \uparrow \\ \hline 12 & \rightarrow & 7 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 14 & \leftarrow & 3 \\ \hline \downarrow & & \uparrow \\ \hline 9 & \rightarrow & 8 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 15 & \leftarrow & 4 \\ \hline \downarrow & & \uparrow \\ \hline 9 & \rightarrow & 5 \\ \hline \end{array}.$$

Дополним их комбинаторными произведениями по диагоналям:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 11 &= 11 \cdot 1 = 6 \cdot 16 = 16 \cdot 6 = 7, \\ 2 \cdot 12 &= 12 \cdot 2 = 7 \cdot 13 = 13 \cdot 7 = 7, \\ 3 \cdot 9 &= 9 \cdot 3 = 8 \cdot 14 = 4 \cdot 8 = 7, \\ 4 \cdot 10 &= 10 \cdot 4 = 5 \cdot 15 = 15 \cdot 5 = 7. \end{aligned}$$

Квадраты каждого элемента генерируют объект под номером 13, который есть левая единица объектного множества на операции комбинаторного произведения.

Следовательно, гомологичность подмножеств задается набором элементов

$$\xi_i \rightarrow 2, 7, 12, 13.$$

Этот набор элементов замкнут по произведению, имеет левую единицу, он некоммутативен и неассоциативен.

Его можно определить термином «объектная группа». Гомологичность аддитивной группы по составу дополнена гомологичностью по операции комбинаторного произведения элементов подмножеств, входящих в структуру группы.

Сравним между собой подмножества смежного класса факторгруппы на комбинаторной операции

2	5	12	15		4	7	10	13
1	3	9	11		6	8	14	16

Просуммируем элементы подмножеств на основе операции структурного суммирования.



Получим соответствия

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 9 & 11 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 1+3=8 & 3+9=16 \\ \hline 1+9=14 & 3+11=8 \\ \hline 1+11=16 & 9+11=8 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 6 & 8 & 14 & 16 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 6+8=14 & 8+14=6 \\ \hline 6+14=8 & 8+16=8 \\ \hline 6+16=6 & 14+16=14 \\ \hline \end{array}.$$

В обоих случаях комбинаторная операция генерирует одинаковые наборы элементов

$$\eta_j \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 6 & 8 & 14 & 16 \\ \hline \end{array}.$$

Пара подмножеств смежного класса гомологична друг другу на одном из подмножеств, если применить к ним операцию комбинаторного произведения.

Замена операции структурного суммирования в системе подмножеств на операцию комбинаторного произведения обеспечивает их объединение в аналог факторгруппы.

Этот факт проиллюстрируем примером:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 9 & 11 \\ \hline 2 & 4 & 10 & 12 \\ \hline 5 & 7 & 13 & 15 \\ \hline 6 & 8 & 14 & 16 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 9 & 11 & & 2 & 4 & 10 & 12 \\ \hline 5 & 7 & 13 & 15 & & 6 & 8 & 14 & 16 \\ \hline \end{array}.$$

Замена операции комбинаторного произведения в системе подмножеств структуры, которая названа «объектной группой» на операцию структурного суммирования обеспечивает их объединение в факторгруппу.

Проиллюстрируем эту возможность примером:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 9 & 13 \\ \hline 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 14 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 9 & 13 & & 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 14 & & 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline \end{array}.$$

Дополнительная связь элементов получается при структурном суммировании элементов, которые расположены не по строкам, а по столбцам. В этом алгоритме реализуется генерация новой факторгруппы на структурной операции:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 9 & 13 \\ \hline 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 14 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \hline 5 & 6 & 7 & 8 & & 13 & 14 & 15 & 16 \\ \hline \end{array}.$$

Следовательно, системы подмножеств объектного множества обладают свойством операционной гомологичности.

Гомологичность проявляет себя при разных алгоритмах «прочтения» элементов, при изменении одного вида операции на другой вид, при ограничении анализа с полной системы на ее часть. Гомологичность объектного множества есть его фундаментальная черта.

## Система фундаментальных свойств объектного множества

Объектное множество  $M^{16}$  имеет простое свойство фундаментального типа на паре любых элементов множества вида

$$xy + yx = 14.$$

Поскольку сумма пары этих элементов равна нулю объектного множества, элемент которого обозначен номером 16, имеем условие

$$\alpha(x, y, z, \dots)\beta(x, y, z, \dots) + \beta(x, y, z, \dots)\alpha(x, y, z, \dots) + \gamma(x, y, z, \dots)\delta(x, y, z, \dots) + \delta(x, y, z, \dots)\gamma(x, y, z, \dots) = 16 = 0^*.$$

Эту ситуацию удобно представить рисунком:

$\delta(x, y, z, \dots)$	$\leftrightarrow$	$\alpha(x, y, z, \dots)$
$\updownarrow$	$+$	$\updownarrow$
$\gamma(x, y, z, \dots)$	$\leftrightarrow$	$\beta(x, y, z, \dots)$

Аналогично можно объединить элементы по диагонали. При этом возможно разнообразие аргументов.

Эта ситуация особо интересна с физической точки зрения. Известно, что модель типа

$$\alpha(x, y, z, \dots)\beta(x, y, z, \dots) + \beta(x, y, z, \dots)\alpha(x, y, z, \dots)$$

«свидетельствует» о сумме взаимных влияний у пары объектов.

По этой причине указанное условие гарантирует «равновесие» по операциям анализируемого множества для любых функций и любых условий.

Из общих соображений этот результат не имеет интерпретации.

Однако ситуация меняется, если принять во внимание фундаментальную модель устройства физической реальности. Согласно ей Реальность базируется на 4 предзарядах: на паре электрических предзарядов с противоположными знаками и на паре гравитационных предзарядов с противоположными знаками. Отсюда следуют структурные модели частиц света и частиц гравитации. И, как известно из практики, этих элементов достаточно для генерации любых материальных объектов.

Примем точку зрения, что система 4 предзарядов имеет свойства, которые частично представлены объектным множеством  $M^{16}$ . Оно соединяет в себе свойства ассоциативности и неассоциативности, позволяя «придать» анализируемым объектам признаки генерации и обмена информацией, подчинение системы программам поведения и реакции на информацию.

Следовательно, система 4 предзарядов, если ее свойства ассоциированы со свойствами объектного множества, имеет «безграничные» функциональные возможности и некоторые их проявления. В крайнем случае, здесь есть начало моделирования свойств предзарядов.

Специфика ситуации в том, что мы связываем информационный обмен со свойствами Сознаний и Чувств любого объекта. Принимая информационный обмен за основу самых разных проявлений и свойств 4 предзарядов, мы принимаем также не как гипотезу, а как факт наличие свойств Сознаний и Чувств на глубочайшем микроуровне материи.

Сознание и Чувства Реальности могут базироваться на элементах, которые следуют из их фундаментальности в микроматерии глубоких ее уровней.

Обратим внимание на систему законов, ассоциированных с функцией Якоби

$$f(x, y, z) = x(yz) + y(zx) + z(xy).$$

Известна алгебра Мальцева, физический смысл которой можно определить правилом согласования функции Якоби при внешнем воздействии и при внутреннем изменении согласно закону

$$J(x, y, zx) = xJ(x, y, z).$$

Эти частичные изменения, при всей сложности функциональных связей, не иллюстрируют общую ситуацию в категории рассматриваемых согласований и не подсказывают, как генерировать новые законы.

Ситуация меняется в случае анализа свойств объектного множества. Ему присуще функциональное свойство

$$f(x, y, z) = x(yz) + y(zx) + z(xy) = x + y + z = u(x, y, z).$$

Вследствие этого условия справедлив закон взаимных согласований в системе переменных:

$$f(x, y, z) - u(x, y, z) = f(\alpha, \beta, \gamma) - u(\alpha, \beta, \gamma).$$

Здесь  $\alpha, \beta, \gamma$  – различные функции от переменных  $x, y, z$  и от других параметров и величин. Этот закон фиксирует некоторую «демократию» функциональных отношений в объектном множестве: между собой равны не только «близкие», но и «дальние» родственники.

Анализ предьявляет также другой закон, отличающийся от предыдущего изменением знака минус на знак плюс. Справедливо условие

$$f(x, y, z) + u(x, y, z) = f(\alpha, \beta, \gamma) + u(\alpha, \beta, \gamma).$$

Мы имеем инвариантность условия равновесия относительно перемены знаков, что принципиально отличает объектное множество от стандартного числового множества.

Заметим, что функция Якоби и указанные законы ассоциированы со значением стандартного и симметричного определителей:

$$\det \begin{pmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{pmatrix} = x(zy) + z(yx) + y(xz) - (x^2)x - (y^2)y - (z^2)z,$$

$$\det \begin{pmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{pmatrix} = x(zy) + z(yx) + y(xz) + (x^2)x + (y^2)x + (z^2)x.$$

У объектного множества квадрат элемента есть единица операции комбинаторного произведения. В рассматриваемом случае она задается элементом с номером 13. В этом случае указанные функции идентичны указанным выше функциям:

$$(x^2)x + (y^2)x + (z^2)x = x + y + z.$$

## Связь функции Якоби с алгебраическим уравнением

Известна связь корней алгебраического уравнения с полиномами одинаковой степени. Запишем ее для алгебраического уравнения степени 3 по формулам Виета:

$$f(\xi) = \xi^3 + a\xi^2 + b\xi + c = (\xi - x)(\xi - y)(\xi - z),$$

$$a = -(x + y + z), b = xy + yz + zx, c = -xyz.$$

Здесь есть управление: изменение каждого из корней меняет коэффициенты уравнения.

Известно, что функция Якоби может быть получена как слагаемое определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{pmatrix}.$$

Запишем эту величину, приняв алгоритм «наложения» матрицы с дифференциальными операторами на матрицу полиномиальных величин, а также выполнив функциональную коррекцию генерируемого выражения:

$$\begin{pmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x \partial_x & \partial_x \partial_y & \partial_x \partial_z \\ \partial_y \partial_x & \partial_y \partial_y & \partial_y \partial_z \\ \partial_z \partial_x & \partial_z \partial_y & \partial_z \partial_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{8}x^3 & \frac{1}{2}xy^2 & \frac{1}{2}xz^2 \\ \frac{1}{2}xy^2 & \frac{1}{2}y^2z & xyz \\ \frac{1}{2}xz^2 & xyz & \frac{1}{2}z^2y \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдем значение определителя матрицы полиномиальных величин. Получим функцию

$$\theta = \det \begin{pmatrix} \frac{1}{8}x^3 & \frac{1}{2}xy^2 & \frac{1}{2}xz^2 \\ \frac{1}{2}xy^2 & \frac{1}{2}y^2z & xyz \\ \frac{1}{2}xz^2 & xyz & \frac{1}{2}z^2y \end{pmatrix} = \frac{1}{8}(xyz)^2 (4,25xyz - (x^3 + y^3 + z^3)).$$

Из формул Виета следуют выражения

$$S_2 = x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx),$$

$$S_2 = x^3 + y^3 + z^3 = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)) + 3xyz,$$

$$S_{n+3} + aS_{n+2} + bS_{n+1} + cS_n = 0.$$

Запишем найденную функцию через коэффициенты алгебраического уравнения

$$\theta = \frac{1}{8}c^2 (a(a^2 - b) - 1,25c) \leftrightarrow f(x, y, z) = x(yz) + y(zx) + z(xy).$$

Так функция Якоби косвенно связывается с коэффициентами алгебраического уравнения.

## Когомологические аспекты объектного множества

Проанализируем с позиции теории когомологий объектную группу вида

1	5	9	13
3	7	11	15
2	6	10	14
4	8	12	16

Элементы первой строки образуют нормальную объектную группу на комбинаторном произведении. Другие строки имеют свойства, аналогичные стандартным свойствам смежных классов обычной группы.

Найдем классы расширений нормальной объектной группы на основе элементов смежных классов, применяя для этого функциональное выражение для когомологий групп степени 2:

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2) = \theta.$$

Найдем выражения для функций и элементы группы, применяя которые с операциями объектного множества мы генерируем элементы нормальной подгруппы объектной группы.

Анализ показал, что для генерации пригодны только элементы последней строки с номерами 4, 8, 12, 16. Искомый результат достигается при различных значениях функций.

Проиллюстрируем эти свойства примерами.

Выберем функцию  $f(\xi, \eta) = \xi a \eta$  и три элемента из последней строки

$$g_1 = 16, g_2 = 8, g_3 = 4, g_1 g_2 = 5, g_2 g_3 = 9.$$

Получим выражения для одного элемента первой строки:

$$16(8 \cdot 13 \cdot 4) - (5 \cdot 13 \cdot 4) + 16 \cdot 13 \cdot 9 - 16 \cdot 13 \cdot 8 = 12 - 12 + 12 - 7 = 1,$$

$$16(8 \cdot 9 \cdot 4) - (5 \cdot 9 \cdot 4) + 16 \cdot 9 \cdot 9 - 16 \cdot 9 \cdot 8 = 16 - 16 + 16 - 11 = 1,$$

$$16(8 \cdot 5 \cdot 4) - (5 \cdot 5 \cdot 4) + 16 \cdot 5 \cdot 9 - 16 \cdot 5 \cdot 8 = 4 - 4 + 4 - 15 = 1,$$

$$16(8 \cdot 1 \cdot 4) - (5 \cdot 1 \cdot 4) + 16 \cdot 1 \cdot 9 - 16 \cdot 1 \cdot 8 = 8 - 8 + 8 - 3 = 1.$$

Для этой же функции при наборе элементов

$$g_1 = 8, g_2 = 12, g_3 = 16, g_1 g_2 = 1, g_2 g_3 = 1.$$

получим другой элемент первой строки:

$$8(12 \cdot 13 \cdot 16) - (1 \cdot 13 \cdot 16) + 8 \cdot 13 \cdot 1 - 8 \cdot 13 \cdot 12 = 4 - 4 + 12 - 3 = 5,$$

$$8(12 \cdot 9 \cdot 16) - (1 \cdot 9 \cdot 16) + 8 \cdot 9 \cdot 1 - 8 \cdot 9 \cdot 12 = 8 - 8 + 16 - 7 = 5,$$

$$8(12 \cdot 5 \cdot 16) - (1 \cdot 5 \cdot 16) + 8 \cdot 5 \cdot 1 - 8 \cdot 5 \cdot 12 = 12 - 12 + 4 - 11 = 5,$$

$$8(12 \cdot 1 \cdot 16) - (1 \cdot 1 \cdot 16) + 8 \cdot 1 \cdot 1 - 8 \cdot 1 \cdot 12 = 16 - 16 + 8 - 15 = 5.$$

При наборе элементов

$$g_1 = 4, g_2 = 8, g_3 = 12, g_1 g_2 = 1, g_2 g_3 = 1.$$

получим новый элемент первой строки:

$$4(8 \cdot 13 \cdot 12) - (1 \cdot 13 \cdot 12) + 4 \cdot 13 \cdot 1 - 4 \cdot 13 \cdot 8 = 16 - 16 + 18 - 11 = 9,$$

$$4(8 \cdot 9 \cdot 12) - (1 \cdot 9 \cdot 12) + 4 \cdot 9 \cdot 1 - 4 \cdot 9 \cdot 8 = 4 - 4 + 12 - 11 = 9,$$

$$4(8 \cdot 5 \cdot 12) - (1 \cdot 5 \cdot 12) + 4 \cdot 5 \cdot 1 - 4 \cdot 5 \cdot 8 = 8 - 8 + 16 - 3 = 9,$$

$$4(8 \cdot 1 \cdot 12) - (1 \cdot 1 \cdot 12) + 4 \cdot 1 \cdot 1 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 12 - 12 + 4 - 7 = 9.$$

При наборе элементов

$$g_1 = 4, g_2 = 8, g_3 = 16, g_1 g_2 = 1, g_2 g_3 = 5$$

получим еще один элемент первой строки:

$$4(8 \cdot 13 \cdot 16) - (1 \cdot 13 \cdot 16) + 4 \cdot 13 \cdot 5 - 4 \cdot 13 \cdot 8 = 4 - 4 + 12 - 11 = 13,$$

$$4(8 \cdot 9 \cdot 16) - (1 \cdot 9 \cdot 16) + 4 \cdot 9 \cdot 5 - 4 \cdot 9 \cdot 8 = 8 - 8 + 16 - 15 = 13,$$

$$4(8 \cdot 5 \cdot 16) - (1 \cdot 5 \cdot 16) + 4 \cdot 5 \cdot 5 - 4 \cdot 5 \cdot 8 = 12 - 12 + 4 - 3 = 13,$$

$$4(8 \cdot 1 \cdot 16) - (1 \cdot 1 \cdot 16) + 4 \cdot 1 \cdot 5 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 16 - 12 + 8 - 7 = 13.$$

Элементы

$$4, 8, 12, 16$$

образуют группу на операции структурного суммирования. Ее можно рассматривать как группу когомологий для анализируемого функционального условия.

Заметим, что аналогичные результаты мы получаем на основе функций

$$f_a(\xi, \eta) = \xi a \eta + (\xi + \eta),$$

$$f_a(\xi, \eta) = \xi a + \eta a.$$

Эти выражения не единственны, их спектр может быть расширен. Более того, система функций имеет фундаментальные свойства, которые проявляют себя только при анализе объектного множества когомологическими средствами.

Представим другие модели активационных функций  $f_a(\xi, \eta)$ , предъявляющих когомологии. Уравнение

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2) = \theta$$

на функции  $f_a(\xi, \eta) = a(\xi + \eta)a$  на каждом из элементов первой строки 1,5,9,13 генерирует при наборе значений согласно элементам последней строки 4,8,12,16 такую таблицу:

$g_1$	12	12	16	16
$g_2$	8	4	8	4
$g_3$	4	8	4	8
$\theta$	1	5	9	13

Рассмотрим при тех же параметрах задачи активационную функцию  $f_a(\xi, \eta) = a\xi a \eta a$ . Анализ предъявляет аналогичную таблицу значений:

$g_1$	12	12	16	16
$g_2$	8	4	8	4
$g_3$	4	8	4	8
$\theta$	1	5	9	13

Следовательно, на основе базового уравнения можно получить одинаковый результат на различных активационных функциях. Это следствие известно из практики жизни: действуя по-разному в одной и той же ситуации можно получить одинаковый итог.

Активационная функция  $f_a(\xi, \eta) = a(\xi \eta)a$  генерирует на базовом уравнении при тех же условиях генерации элементы другого подмножества. Этот факт иллюстрируется таблицей

$g_1$	4	8	16	4
$g_2$	16	4	4	8
$g_3$	12	16	8	16
$\theta$	3	7	11	15

С одной стороны, мы видим, что пара подмножеств может генерировать новое подмножество, что расширяет спектр ранее указанных свойств. С другой стороны, возникает вопрос о способах и приемах генерации всего множества.

Заметим, что новое подмножество при соединении с базовым подмножеством образует объектную группу. Если придать базовому подмножеству функцию выбора возможностей объединения с другими подмножествами, мы понимаем, что начальная пара может быть заменена на новую пару. Происходит аналог ротации действующих «команд». При этом первая вспомогательная пара может «остаться в тени» или вообще не будет больше участвовать в творческом процессе.

Естественно рассмотреть эту же активационную функцию на базовом уравнении, применяя для этого элементы нового подмножества. Фактически так мы ищем ответ на вопрос: какие возможности несет в себе новое подмножество? Сохраняет ли оно специфику и свойства предыдущего подмножества?

Получим таблицу значений

$g_1$	3	3	3	3
$g_2$	3	3	3	3
$g_3$	3	7	11	15
$\theta$	2	14	10	6

В рамках указанных условий элементы с номерами 3,7,11,15 генерируют подмножество с элементами 2,6,10,14.

Новое подмножество генерирует базовое подмножество:

$g_1$	2	2	2	2
$g_2$	2	2	2	2
$g_3$	2	6	10	14
$\theta$	1	13	9	5

Сравним между собой таблицы комбинаторных и функциональных произведений последнего типа для подмножеств объектного множества.

Получим такие результаты:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 9 & 13 \\ \hline 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 14 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \beta & \beta & \alpha & \delta & \gamma \\ \hline \gamma & \delta & \gamma & \alpha & \beta \\ \hline \delta & \gamma & \delta & \beta & \alpha \\ \hline \end{array} = \\
 = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 9 & 13 \\ \hline 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 14 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f_a(\xi, \eta) = a(\xi\eta)a & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & & \delta & \delta & \delta \\ \hline \beta & & \gamma & \gamma & \gamma \\ \hline \gamma & & \alpha & \alpha & \alpha \\ \hline \delta & & \beta & \beta & \beta \\ \hline \end{array} = \\
 = \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В рассматриваемом случае таблицы отношений многообразий принципиально различны.



## Специфика $H^1(g, a)$ когомологий объектной группы

Обычно расширение групп проводится с применением для этого нормальной подгруппы. Для этого требуется анализ базового уравнения

$$\sigma = g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1).$$

Он конструктивен при задании активационной функции.

Выберем активационную функцию  $f_a(g) = ga$ . Проанализируем, что генерирует базовое уравнение в случае применения к нему не только элементов нормальной подгруппы, но и элементов других подмножеств, которые обозначены греческими буквами.

Нормальная подгруппа и элементы подмножеств в анализируемом случае пусть будут таковы

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 9 & 13 \\ \hline 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 14 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline \end{array}.$$

Расчет по алгоритму, указанному при анализе когомологий  $H^1(g, a)$  генерирует таблицу:

$f_a(g) = ga$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\beta$	$\beta$	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$
$\gamma$	$\gamma$	$\delta$	$\beta$	$\alpha$
$\delta$	$\delta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$

$$\rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из таблицы следует вывод, что только нормальная подгруппа генерирует при управлении ее элементов любыми подмножествами эти же управляющие подмножества, обозначенные буквенным символом  $a$ . Аналогичный результат получается, если на элементы подмножества влияют элементы нормальной подгруппы. Конечно, этот результат инициирован структурой активационной функции.

Другими словами, функциональные действия нормальной подгруппы на модели базового уравнения аналогичны действиям нормальной группы на подмножества всей группы, если расчет базируется на операции комбинаторного произведения.

Ситуация меняется при изменении активационной функции.

Рассмотрим, например, модель  $f_a(g) = aga$ . В этом случае генерируется таблица

$f_a(g) = aga$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\beta$	$\beta$
$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\alpha$	$\alpha$
$\gamma$	$\gamma$	$\gamma$	$\delta$	$\delta$
$\delta$	$\delta$	$\delta$	$\gamma$	$\gamma$

Сравним таблицы функциональных отношений на паре активационных функций:

$$f_a(\xi) = \xi a - a\xi \qquad f_a(\xi) = \xi a + a\xi$$

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\delta$	$\delta$	$\gamma$	$\gamma$
$\beta$	$\gamma$	$\gamma$	$\delta$	$\delta$
$\gamma$	$\beta$	$\beta$	$\alpha$	$\alpha$
$\delta$	$\alpha$	$\alpha$	$\beta$	$\beta$

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\gamma$	$\gamma$	$\gamma$	$\gamma$
$\beta$	$\delta$	$\delta$	$\delta$	$\delta$
$\gamma$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$
$\delta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$

Изменение знака у активационной функции влечет за собой изменение качества отношений в системе объектов, подчиненной функциональному уравнению.

Поскольку такое уравнение можно рассматривать в качестве глобальной, базовой программы отношений для подмножеств, мы анализируем таким образом различные ее проявления на активационных функциях.

Активационные функции можно интерпретировать как принятые условия реализации базовых отношений. При одном базовом функциональном уравнении активационные функции могут быть самыми разными.

Поэтому мы фактически имеем сейчас новый инструмент для анализа и «проявления» различных свойств в системе подмножеств объектного множества при разных базовых функциональных уравнениях и при различных базовых функциях.

Речь может идти о *функциональной объектной динамике*.

Сравним действия другой пары активационных функций. Получим таблицы

$$f_a(g) = aga - a$$

$f_a(g)$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$
$\beta$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$
$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\gamma$
$\delta$	$\beta$	$\alpha$	$\gamma$	$\delta$

$$\rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$f_a(g) = aga + a$$

$f_a(g)$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$
$\beta$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$
$\gamma$	$\beta$	$\alpha$	$\gamma$	$\delta$
$\delta$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\gamma$

$$\rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Мы замечаем, что таблицы отношений между подмножествами не только отличаются, но могут быть частично похожи. Кроме этого, с таблицами ассоциированы конформации.

Они могут образовывать группу, как в последнем случае. Но этого может и не быть, как в случае предыдущей активационной функции. Табличные ситуации могут быть более сложными в их математическом представлении, как это показано ранее.

Таковы простейшие свойства функциональных управлений подмножествами объектного множества  $M^{16}$ .

## Функциональное взаимодействие подмножеств объектной группы

Проанализируем взаимодействие элементов объектной группы с подмножествами

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 9 & 13 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 14 \\ \hline 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline \end{array},$$

применяя для этого активационную функцию  $\varphi_a(g) = gag + g$ . Получим

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 = 5, & \quad 2 \cdot 5 \cdot 2 + 2 = 1, & \quad 2 \cdot 9 \cdot 2 + 2 = 13, & \quad 2 \cdot 13 \cdot 2 + 2 = 9, \\ 6 \cdot 1 \cdot 6 + 6 = 1, & \quad 6 \cdot 5 \cdot 6 + 6 = 13, & \quad 6 \cdot 9 \cdot 6 + 6 = 9, & \quad 6 \cdot 13 \cdot 6 + 6 = 5, \\ 10 \cdot 1 \cdot 10 + 10 = 13, & \quad 10 \cdot 5 \cdot 10 + 10 = 9, & \quad 10 \cdot 9 \cdot 10 + 10 = 5, & \quad 10 \cdot 13 \cdot 10 + 10 = 1, \\ 14 \cdot 1 \cdot 14 + 14 = 9, & \quad 14 \cdot 5 \cdot 14 + 14 = 5, & \quad 14 \cdot 9 \cdot 14 + 14 = 1, & \quad 14 \cdot 13 \cdot 14 + 14 = 13. \end{aligned}$$

Соотношение параметров, представленное таким образом, удобно задать таблицей:

$f_a(g)$	1	5	9	13
2	5	1	13	9
6	1	13	9	5
10	13	9	5	1
14	9	5	1	13

Выполним аналогичные расчеты на других подмножествах. Они генерируют таблицы

$f_a(g)$	1	5	9	13
1	6	2	14	10
5	2	14	10	6
9	14	10	6	2
13	10	6	2	14

, 

$f_a(g)$	1	5	9	13
3	8	4	16	12
7	4	16	12	8
11	16	12	8	4
15	12	8	4	16

, 

$f_a(g)$	1	5	9	13
4	7	3	15	11
8	3	15	11	7
12	15	11	7	3
16	11	7	3	15

При активации посредством элементов нормальной подгруппы объектной группы каждое подмножество генерирует элементы другого подмножества. Аналогичные результаты мы получаем при функциональном исследовании других подмножеств.

Общая картина функциональных отношений на предложенной активационной функции задается таблицей

$f_a(g)$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$
$\beta$	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$
$\gamma$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$
$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$	$\delta$

Глобальная таблица идентична локальным таблицам взаимных отношений и их конформация не образует группу на матричном произведении.

## Функциональные отношения подмножеств аддитивной факторгруппы

Проанализируем взаимосвязи подмножеств аддитивной факторгруппы с элементами

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 9 & 11 \\ \hline 2 & 4 & 10 & 12 \\ \hline 5 & 7 & 13 & 15 \\ \hline 6 & 8 & 14 & 16 \\ \hline \end{array}$$

при действии активационной функции  $f_a(g) = (g + a + g)g$ , операционно взаимной с активационной функцией для объектной факторгруппы вида  $\varphi_a(g) = gag + g$ .

Проиллюстрируем ситуацию на нескольких примерах:

$f_a(g)$	1	3	9	11
1	7	5	15	13
3	5	7	13	15
9	15	13	7	5
11	13	15	5	7

$f_a(g)$	1	3	9	11
2	6	8	14	16
4	8	6	16	14
10	14	16	6	8
12	16	14	8	6

$f_a(g)$	1	3	9	11
5	3	1	11	9
7	1	3	9	11
13	11	9	3	1
15	9	11	1	3

Общая связь подмножеств данной активационной функции такова:

$$\sigma = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline f_a(g) & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \gamma & \delta & \alpha & \beta \\ \hline \beta & \delta & \gamma & \beta & \alpha \\ \hline \gamma & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \delta & \beta & \alpha & \delta & \gamma \\ \hline \end{array} .$$

Соответствующая ей конформация образует группу на матричной операции:

$$\sigma = \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha c + \beta d + \gamma a + \delta b.$$

Таблица матричных произведений элементов конформаций дублирует структуру исходной конформации:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \begin{matrix} m \\ \times \end{matrix} & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & b & a & d & c \\ \hline c & c & d & a & b \\ \hline d & d & c & b & a \\ \hline \end{array} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

## Операционная генерация группы перестановок

Наличие группы на матричном произведении операционно реализуется указанной выше моделью. Мы имеем конформацию в форме группы Клейна.

Приняв такое произведение за основу анализа, рассмотрим новые конформации, следующие из таблицы произведений при перестановке ее строк или столбцов.

Получим

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline m \\ \times & b & c & d & a \\ \hline a & b & c & d & a \\ \hline b & a & d & c & b \\ \hline c & d & a & b & c \\ \hline d & c & b & a & d \\ \hline \end{array} = b \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline m \\ \times & a & c & b & d \\ \hline a & a & c & b & d \\ \hline b & b & d & a & c \\ \hline c & c & a & d & b \\ \hline d & d & b & c & a \\ \hline \end{array} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline m \\ \times & b & a & c & d \\ \hline a & b & a & c & d \\ \hline b & a & b & d & c \\ \hline c & d & c & a & b \\ \hline d & c & d & b & a \\ \hline \end{array} = b \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline m \\ \times & b & c & a & d \\ \hline a & b & c & a & d \\ \hline b & a & d & b & c \\ \hline c & d & a & c & b \\ \hline d & c & b & d & a \\ \hline \end{array} = b \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline m \\ \times & a & b & c & d \\ \hline b & b & a & d & c \\ \hline c & c & d & a & b \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline d & d & c & b & a \\ \hline \end{array} = b \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так реализуется, и этот вариант неоднозначный, вся система перестановок из 4 элементов.

Заметим, что таблица произведений или функциональных связей может быть трансформирована без изменения свойств этого произведения с проявлением конформации нового типа. Проиллюстрируем это обстоятельство на примерах. Рассмотрим модель

$$f_a(g) = aga - a$$

$f_a(g)$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$
$\beta$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$
$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\gamma$
$\delta$	$\beta$	$\alpha$	$\gamma$	$\delta$

$$\rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В этом случае элементы конформации не образуют группу на матричном произведении. Ситуация меняется при перестановке местами пары двух последних столбцов. Получим

$f_a(g)$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\gamma$
$\alpha$	$\gamma$	$\delta$	$\beta$	$\alpha$
$\beta$	$\delta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$
$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\delta$	$\beta$	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$

$$= \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эта конформация задает группу на матричном произведении.

Рассмотрим другой пример на таблице

$f_a(g)$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$
$\beta$	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$
$\gamma$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$
$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$	$\delta$

$$= \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Снова элементы конформации не образуют группу на матричном произведении. Однако при перестановке столбцов в таблице взаимных отношений ситуация меняется. Получим

$f_a(g)$	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$
$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
$\delta$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$

$$= \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эта конформация образует группу на матричном произведении.

Следовательно, нужно различать внешнее проявление конформации и ее внутреннюю сущность. Интересующие нас стороны и свойства объектов и явлений могут быть прямо или косвенно скрыты от анализа и проявления. Для того, чтобы их обнаружить и применить на практике требуются дополнительные средства или приемы анализа.

## Фундаментальные связи неассоциативности и ассоциативности

Объектное множество  $M^{16}$  имеет структуру аддитивного фактормножества на операции структурного суммирования с подмножествами в форме таблицы

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \\ \beta \\ \alpha \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 9 & 11 \\ \hline 2 & 4 & 10 & 12 \\ \hline 5 & 7 & 13 & 15 \\ \hline 6 & 8 & 14 & 16 \\ \hline \end{array}.$$

Структурная сумма подмножеств характеризуется таблицей

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \begin{matrix} st \\ + \end{matrix} & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \alpha & \gamma & \beta & \delta \\ \hline \beta & \gamma & \alpha & \delta & \beta \\ \hline \gamma & \beta & \delta & \alpha & \gamma \\ \hline \delta & \delta & \beta & \gamma & \alpha \\ \hline \end{array} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Конформация, генерируемая таблицей, образует группу на матричном произведении. Легко видеть, что таблица для суммирования подмножеств частично ассоциативна:

$$(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha \neq \alpha + (\beta + \gamma) = \delta, \dots \delta + (\beta + \beta) = \delta \neq (\delta + \beta) + \beta = \alpha, \dots \alpha + (\alpha + \alpha) = (\alpha + \alpha) + \alpha.$$

Аналогично проанализируем структуру конформаций и свойства таблиц для подмножеств на левой и правой комбинаторных операциях, характеризуемых единой системой подмножеств:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 9 & 13 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 14 \\ \hline 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline \end{array}.$$

На левой комбинаторной операции получим таблицу и левую конформацию:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix} & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \alpha & \delta & \gamma & \beta \\ \hline \beta & \beta & \alpha & \delta & \gamma \\ \hline \gamma & \gamma & \beta & \alpha & \delta \\ \hline \delta & \delta & \gamma & \beta & \alpha \\ \hline \end{array} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Левая конформация образует группу на матричной операции. Таблица частично ассоциативна:

$$(\alpha\beta)\gamma = \beta = \alpha(\beta\gamma), \dots \delta(\beta\beta) = \delta \neq (\delta\beta)\beta = \beta.$$

На правой комбинаторной операции получим таблицу и конформацию

$k$				
$\times$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\leftarrow$				
$\alpha$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\beta$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
$\gamma$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$
$\delta$	$\delta$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$

$$= \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Правая конформация образует группу на матричной операции. Таблица частично ассоциативна. Например, получим

$$(\alpha\beta)\gamma = \beta = \alpha(\beta\gamma), \dots \delta(\beta\beta) = \beta \neq (\delta\beta)\beta = \delta.$$

Следовательно, свойства ассоциативности и неассоциативности в объектном множестве  $M^{16}$  зависят от состава и структуры подмножеств.

Операция структурного суммирования на отдельных элементах ассоциативна. При объединении элементов в подмножества таблица суммирования подмножеств уже становится частично ассоциативной. Фактически, объединение элементов генерирует новое качество базовой структурной операции.

С позиции анализа социальной практики ситуация выглядит так: взаимодействие отдельных элементов объектного множества и взаимодействие подмножеств, которые можно назвать «семьями», подчиняется разным операциям. Другими словами, система отдельных, индивидуальных объектов подчиняется одному типу законов, а система «семей» имеет более сложные законы. Если образование «семей» рассматривать как «усложнение» множества, то для него естественно ожидать «усложнения» законов.

Пара операций комбинаторного произведения дополняет картину отношений новыми свойствами. Во-первых, наличие пары операций допускает и предполагает наличие пары множеств с одинаковой структурой объектов, но с подчинением их разным операциям и потому разным законам поведения. Во-вторых, индивидуальное взаимодействие различно, но в обоих случаях неассоциативно. Взаимодействие в форме «семей», которое следует определить словом коллективное взаимодействие, если учитывать структуру произведений подмножеств, частично ассоциативно. Неассоциативность дополняется ассоциативностью, что меняет качество анализируемого множества.

Заметим, что изменение операций в объектном множестве действует разрушительно на фундаментальные законы, которым подчинены множества в случае индивидуального взаимодействия. Так, на подмножествах выполняются новые законы:

$$xy + yx \neq const,$$

$$x(yz) + y(zx) + z(xy) \neq x + y + z.$$

Однако есть и единые, общие черты рассматриваемых ситуаций. Например, в обоих случаях нет дистрибутивности. Имеет место также зеркальный закон  $xyzp = pzyx, \dots$

Следовательно, усложнение операций может приводить к тому, что меняется качество законов, которые привычны для практики и присущи всем элементам множества. Разрушение фундаментальных законов приводит к генерации системы новых законов. Они могут быть непривычными и даже казаться неестественными для множества индивидуальных объектов. Но именно эти результаты подтверждает практика, генерируя различные «семьи» и достигая этим способом новых жизненных успехов.



## Специфика кохомологических отношений

В моделях объектных множеств мы вправе рассматривать кохомологические условия в качестве инструмента для анализа функциональных связей.

Действительно, проанализируем связи между функциями

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1), \\ \sigma_2 &= g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2).\end{aligned}$$

Пара функций генерирует при различных активационных функциях пару элементов объектного множества. Фундаментальный закон этого множества индуцирует систему законов для связей между кохомологическими функциями:

$$\xi\eta + \eta\xi = const \rightarrow \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i = const.$$

Мы получаем систему законов равновесия, объединяя между собой кохомологические функции для разных значений аргументов и активационных функций.

Однако эти законы не выполняются, если расчет выполняется не на элементах объектного множества, а на его подмножествах. В этом случае генерируются новые законы.

Проиллюстрируем такой закон на конкретном примере. В качестве объекта анализа на подмножествах  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  объектной группы с правым комбинаторным произведением и операцией структурного суммирования рассмотрим функцию

$$\sigma_1 = g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1).$$

Выполним анализ ее значений на паре активационных функций

$$f_a(g) = ag + ga \Rightarrow \sigma, f_a(g) = gag \Rightarrow \omega.$$

Из расчета на таблице структурных произведений следует таблица

<i>st</i>	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
+	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\alpha$	$\gamma$	$\beta$	$\delta$
$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\delta$	$\beta$
$\gamma$	$\beta$	$\delta$	$\alpha$	$\gamma$
$\delta$	$\delta$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$

 $\Rightarrow$ 

$a$	$g_1$	$g_2$	$\sigma$	$\omega$
$\delta$	$\gamma$	$\alpha$	$\delta$	$\delta$
$\delta$	$\alpha$	$\gamma$	$\beta$	$\beta$
$\gamma$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\gamma$
$\beta$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$
$\alpha$	$\gamma$	$\delta$	$\beta$	$\beta$

Из таблицы следует наличие двухуровневого функционального закона. Анализируемые значения функций, следующие из разных активаций, могут быть равны между собой. В случае, когда значения не равны, они коммутируют  $\sigma\omega = \omega\sigma$ .

Это условие не имеет общего значения. При другом наборе активационных функции оно не выполняется. Однако важно отметить, что есть активационные функции, которые генерируют согласованные значения элементов объектного множества.

К одному результату можно прийти в анализе на основе разных кохомологических функций.

## Проективные свойства объектного множества

Модели конечных проективных плоскостей базируются на соединении в геометрическую модель системы, состоящей из конечного числа точек, соединенных между собой линиями. Классический пример такого построения дает геометрия Фано. В ней 7 точек соединены 7 линиями.

Точкам и линиям в конечной проективной геометрии не ставятся в соответствие некие физические свойства. По этой причине такие модели практически не имеют приложений в решении проблем естествознания.

Объектные множества типа  $M^{16}$  не только конечны. Их элементы подчинены операции структурного суммирования и паре операций комбинаторного произведения. Такое множество имеет сложную систему функциональных сторон и свойств. Представляется естественным выполнить исследование проективных свойств такого множества.

Для решения этой задачи сконструируем аналог конечной проективной плоскости Фано. В качестве точек такой плоскости будем рассматривать элементы объектного множества. Их соединение между собой в форме замкнутого цикла будем рассматривать как аналог линий функционального типа. Это можно сделать, приняв алгоритм типа Фибоначчи, когда новый элемент цикла есть произведение двух предыдущих элементов. Если цикл состоит из 6 элементов, мы имеем аналог внешнего контура в геометрии Фано. Седьмой элемент можно находить, приняв дополнительное условие в силу его некоторой выделенности. В частности, это может быть единица объектной группы.

Заметим, что проективная геометрия разработана в условиях действия ассоциативной математики. В рассматриваемом случае объектное множество неассоциативно на паре комбинаторных операций. Более того, «точки» есть матрицы, которые ассоциированы с реальными физическими объектами. Кроме этого, линии, которые сопоставляются точкам, имеют функциональную природу. Мы рассматриваем ситуацию с функциональной инцидентностью.

Проиллюстрируем вариант конечной объектной проективной геометрии рисунком:

				6				
				↓				
9				6				10
	↘		↗		↘		↗	
		9				10		
		↕		13		↕		
		4				1		
	↗		↘		↗	↘		
4				8				1
				↑				
				8				

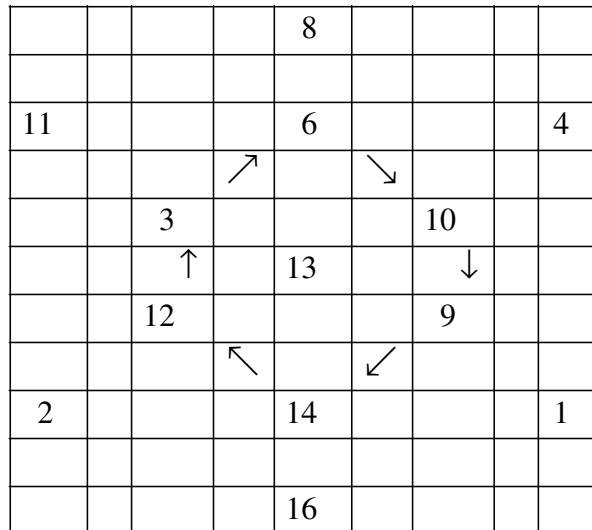
Мы получили двухуровневый аналог плоскости Фано. Он получает при генерации второго контура модели посредством правого комбинаторного произведения центрального элемента на элементы первого контура. Обратное, взаимное произведение близких элементов генерирует элемент, который расположен в центре.

Специфика ситуации в том, что оба контура подчинены функциональной связи согласно алгоритму Фибоначчи при обходе контура в обоих направлениях. При этом правая комбинаторная операция генерирует последующий элемент, а левая – предыдущий элемент.

Рассмотренный вариант является частным случаем, так как объектное множество способно к генерации системы конечных проективных геометрий.

Укажем модель, согласно которой действия правой и левой комбинаторных операций как-бы меняются местами. Сконструируем аналог конечной геометрии Фано на объектном множестве, применив для этого левую комбинаторную операцию со стандартным применением алгоритма Фибоначчи.

Имеем модель



Внешний контур рисунка содержит элементы, полученные при левом комбинаторном произведении центрального элемента на элементы первого контура. Тонкость в том, что внутренний контур получается из внешнего аналогично. Другими словами, пара контуров связана алгоритмом взаимной генерации.

Из таблиц произведений следует, что теперь правая комбинаторная операция действует на контуре цикла по алгоритму, присущему левой комбинаторной операции: она генерирует на паре объектов предыдущий объект цикла. Произошла смена механизмов генерации.

Проанализируем инцидентность элементов и «структурных» линий объектного множества на предыдущем примере, следуя алгоритму Василькова В.И. Получим таблицу

$f(*)$	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
	6	10	9	14	12	3	13
<i>a</i>	*	*		*			
<i>b</i>	*		*				*
<i>c</i>		*				*	*
<i>d</i>	*				*	*	
<i>e</i>				*	*		*
<i>f</i>			*	*		*	
<i>g</i>		*	*		*		

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$a = ABD, g = BCE, f = CDF, e = DEG, c = FGB, d = EFA, b = GAC.$$

Доказано, что инцидентность такого типа достаточна для выполнения аксиом проективного пространства. Мы имеем модель проективного объектного пространства.

Рассмотрим другие модели инцидентности. Например, получим

$f(*)$	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$	$G$
	6	10	9	14	12	3	13
$a$	*		*		*		
$b$		*		*			*
$c$	*		*			*	
$d$		*			*		*
$e$	*			*		*	
$f$			*		*		*
$g$		*		*		*	

 $\rightarrow$ 

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
---	---

Здесь

$$a = ACE, g = BDF, f = CEG, e = DFA, c = FAC, d = EGB, b = GBD.$$

Новая инцидентность генерирует матрицы, дополнительные предыдущим матрицам.

При других связях элементов получим новую модель инцидентности. Она такова

$f(*)$	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$	$G$
	6	10	9	14	12	3	13
$a$	*	*			*		
$b$	*			*			*
$c$			*			*	*
$d$		*			*	*	
$e$	*			*	*		
$f$			*	*			*
$g$		*	*			*	

 $\rightarrow$ 

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
---	---

Здесь

$$a = ABE, g = BCF, f = CDG, e = DEA, c = FGC, d = EFB, b = GAD.$$

Мы понимаем, что с инцидентностью ассоциирована конечная система мономиальных матриц. Понятно, что есть полная система матриц. Поэтому указанная система инцидентности неполна. Есть другие варианты, которые можно рассмотреть.

Мономиальные отношения конструируются на основе связей между элементами объектного множества. В рассматриваемом случае эти элементы выбраны на основе дополнительных условий. Их цикличность в соответствии с алгоритмом объединения по алгоритму Фибоначчи есть одно из таких условий. Понятно, что есть и другие условия, которые нужно знать и можно проанализировать.

С выбором формальной системы связей между элементами объектного множества, понятно, ассоциирована некоторая система физических связей. По этой причине условия инцидентности способны характеризовать условия, в которых находятся физические объекты.

Изменению инцидентности соответствует динамика физических связей.

Примем алгоритм Фибоначчи для периферического расширения конечных объектных проективных геометрий. Проиллюстрируем ситуацию на паре примеров множества  $M^{16}$ .

В первом примере пусть действует левая комбинаторная операция на одном из базовых циклов. Второй уровень получается из первого при произведении элемента, расположенного в центре цикла. Следующие уровни образованы произведением предыдущего элемента на последующий элемент, расположенный в радиальном направлении.

Получим рисунок

								6							
3								13							10
	13							6						13	
		3						6						10	
			3					15					10		
				5				8				7			
					11		→	6	→		4				
						3					10				
							↖			↗					
							↑		13			↓			
								↙			↘				
						12						9			
					2		←	14	←			1			
						7						5			
				12									9		
			12											9	
		13													13
12															9
															14

Следуя ему, мы обнаруживаем циклическое изменение периферических структур согласно последовательности генерации и расположения элементов объектного множества:

6	10	9	14	12	3
8	4	1	16	2	11
15	7	5	15	7	5
6	10	9	14	12	3
6	10	9	14	12	3
13	13	13	13	13	13
6	10	9	14	12	3
8	4	1	16	2	11
.	.	.	.	.	.

Циклическая природа периферических составляющих имеет аналогию со структурой реальных объектов типа «капусты».

Рассмотрим другой пример. В нем правая комбинаторная операция корректно действует на первичной циклической периферии в обоих направлениях. Левая комбинаторная операция действует аналогично с учетом своей специфики, что она генерирует не последующий паре элементов, а предыдущий элемент цепи. По-прежнему, центральный элемент генерирует второй уровень изделия, а другие уровни создают близкие радиальные пары элементов.

Получим рисунок

						8						
1						13						4
	1					6						4
		13				6				13		
			9		↗		↖		10			
				9				10				
					↖		↗					
					↕	13		↕				
					↙		↘					
				4				1				
			4		↖		↗		1			
		13				8				13		
	10					8					9	
10						13						9
						6						

Его специфика в том, что он иллюстрирует «зеркальное» отображение элементов при генерации последующих периферических структур. Эта возможность интересна с позиции различных наблюдателей, исследующих в радиальном направлении структуру слагаемых всего изделия. Каждый из них получит объективную информацию. Она будет меняться, но при этом не будет достигнут уровень исследования всего объектного множества.

Периферические структуры дублируют друг друга с элементами «зеркальности» относительно центра изделия:

6	10	1	8	4	9
6	10	1	8	4	9
13	13	13	13	13	13
8	4	9	6	10	1
8	4	9	6	10	1
.	.	.	.	.	.

Обратим внимание на возможность наличия анализируемых объектов с разным количеством периферических уровней.

Если рассматривать их в качестве физических объектов, мы начинаем понимать, что их взаимодействие естественно зависит от меры развития изделий и их состояния в момент и во время взаимодействия. Понятно, что взаимодействовать могут объекты с разной циклической структурой, по-разному проявляя себя. На данной стадии анализа все факторы зависят от системы операций, которым подчинены элементы объектного множества.

Проанализируем картину радиальных изменений циклического множества с возможностью двухстороннего сохранения при действии пары комбинаторных операций. Получим модели, каждый столбец в которых есть операционный «цикл»:

$$\begin{pmatrix} k \\ \times, 1 \\ \rightarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 2 & 6 & 13 & 4 & 16 & 5 \\ \triple \hline 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ \triple \hline 8 & 4 & 9 & 6 & 10 & 1 \\ \triple \hline 12 & 8 & 13 & 10 & 14 & 5 \\ \triple \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} k \\ \times, 1 \\ \leftarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 12 & 8 & 13 & 10 & 14 & 5 \\ \triple \hline 11 & 3 & 1 & 11 & 3 & 1 \\ \triple \hline 14 & 2 & 9 & 16 & 12 & 1 \\ \triple \hline 10 & 14 & 5 & 12 & 8 & 13 \\ \triple \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} k \\ \times, 5 \\ \rightarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 14 & 2 & 9 & 16 & 12 & 1 \\ \triple \hline 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ \triple \hline 8 & 4 & 9 & 6 & 10 & 1 \\ \triple \hline 16 & 12 & 1 & 14 & 2 & 9 \\ \triple \hline 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} k \\ \times, 5 \\ \leftarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 16 & 12 & 1 & 14 & 2 & 9 \\ \triple \hline 7 & 15 & 13 & 7 & 15 & 13 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 14 & 2 & 9 & 16 & 12 & 1 \\ \triple \hline 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} k \\ \times, 9 \\ \rightarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 10 & 14 & 5 & 12 & 8 & 13 \\ \triple \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \triple \hline 8 & 4 & 9 & 6 & 10 & 1 \\ \triple \hline 4 & 16 & 5 & 2 & 6 & 13 \\ \triple \hline 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} k \\ \times, 9 \\ \leftarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 4 & 16 & 5 & 2 & 6 & 13 \\ \triple \hline 3 & 11 & 9 & 3 & 11 & 9 \\ \triple \hline 14 & 2 & 9 & 16 & 12 & 1 \\ \triple \hline 2 & 6 & 13 & 4 & 16 & 5 \\ \triple \hline 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} k \\ \times, 14 \\ \rightarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 5 & 9 & 4 & 7 & 3 & 12 \\ \triple \hline 16 & 16 & 16 & 16 & 16 & 16 \\ \triple \hline 8 & 4 & 9 & 6 & 10 & 1 \\ \triple \hline 5 & 1 & 10 & 7 & 11 & 2 \\ \triple \hline 14 & 14 & 14 & 14 & 14 & 14 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} k \\ \times, 14 \\ \leftarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline 5 & 1 & 10 & 7 & 11 & 2 \\ \triple \hline 14 & 6 & 8 & 14 & 6 & 8 \\ \triple \hline 8 & 12 & 3 & 6 & 2 & 11 \\ \triple \hline 7 & 11 & 2 & 5 & 1 & 10 \\ \triple \hline 14 & 14 & 14 & 14 & 14 & 14 \\ \triple \hline 6 & 10 & 1 & 8 & 4 & 9 \\ \triple \hline \end{array}.$$

Картина трансформации периферических уровней анализируемого изделия меняется единообразно независимо от выбора элемента, который «активирует» первичную «цепь». Новые периферические структуры обычно не имеют циклической операционной связи, однако правая комбинаторная операция генерирует новую двухстороннюю «цепь» с элементами

8	4	9	6	10	1
---	---	---	---	----	---

Генерирует ли новый поперечный цикл тот цикл, который его «породил»? Для ответа на этот вопрос рассмотрим пару примеров:

$\begin{matrix} \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	(1) →	8	4	9	6	10	1
		4	16	5	2	6	13
		9	9	9	9	9	9
		6	10	1	8	4	9
		10	14	5	12	8	13
		1	1	1	1	1	1
		8	4	9	6	10	1

,

$\begin{matrix} \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	(5) →	8	4	9	6	10	1
		16	12	1	14	2	9
		5	5	5	5	5	5
		6	10	1	8	4	9
		14	2	9	16	12	1
		5	5	5	5	5	5
		8	4	9	6	10	1

Они подтверждают справедливость взаимной генерации поперечных циклов в моделях проективного объектного пространства.

Из таблиц следует вывод, что каждый их столбец есть двухсторонний цикл на паре комбинаторных операций. По этой причине радиальное расширение модели объектного проективного пространства можно представить в форме замкнутых «лепестков», имеющих начало в исходном цикле.

Поскольку расширение можно выполнить многократно, может быть различным количество лепестков на рисунке, представляющим такую модель.

Проиллюстрируем морфологическую картину геометрическим рисунком:

			12	8	9			
			1		2			
				6				
5	1						6	9
1		9		↑		10		4
9	5		↖		↗		1	8
				13				
	14	1	↙	↓	↘		13	9
	10		4			1		9
	9	16	↖		↙		1	13
				8				
			1		4			
			10	6	9			



Рисунок имеет табличное представление:

6	10	1	8	4	9
2	6	13	4	16	5
9	9	9	9	9	9
8	4	9	6	10	1
12	8	13	10	14	5
1	1	1	1	1	1
6	10	1	8	4	9

Радиальные системы без цикла имеют свойства генерации вторичных периферических изделий. Это возможно сделать на основе взаимных произведений для любых пар элементов. Проиллюстрируем ситуацию на примере таблицы

8	4	9	6	10	1
4	16	5	2	6	13
9	9	9	9	9	9
6	10	1	8	4	9
10	14	5	12	8	13
1	1	1	1	1	1
8	4	9	6	10	1

В ней находится пара циклических структур на первой, четвертой и последней строках. Вторая и пятая строка не имеют циклической природы. Однако любая пара из этих строк способна к генерации циклических изделий. Получим, например, таблицы:

4   16   5   2   6   13		10   14   5   12   8   13
↓		↓
4   16   9   10   14   1		10   14   1   4   16   9
4   5   2   10   5   12		10   5   12   4   5   2
4   2   15   10   12   15		10   12   15   4   2   15
4   6   3   10   8   11		10   8   11   4   6   3
4   13   10   10   13   4		10   13   4   4   13   10
16   5   6   14   5   8		14   5   8   16   5   6
16   2   3   14   12   11		14   12   11   16   2   3
16   6   7   14   8   7		14   8   7   16   6   7
16   13   14   14   13   16		14   13   16   16   13   14
5   2   10   5   12   4		5   12   4   5   2   10
5   6   14   5   8   16		5   8   16   5   6   14
2   6   1   12   8   9		12   8   9   2   6   1
2   13   12   12   13   2		12   13   2   2   13   12
6   13   8   8   13   6		8   13   6   6   13   8

Заметим, что представленные наборы элементов имеют циклические свойства на паре комбинаторных операций.

С теоретической точки зрения эти объекты можно рассматривать в качестве «строительного» материала при конструировании и создании различных ментальных изделий. С наивной, но прагматичной точки зрения, генерируемые математические изделия имеют аналогию с физическими объектами, доступными визуализации. В самом деле, у нас есть визуальные образы «ромашки», «фикуса», «пальмы», различных «цветов» и «деревьев».

Естественна аналогия данных математических объектов с молекулами, имеющими оболочечную структуру электронных оболочек. Аналогичны им также химические изделия. Определенная связь обнаруживается с алгоритмами кодирования информации.

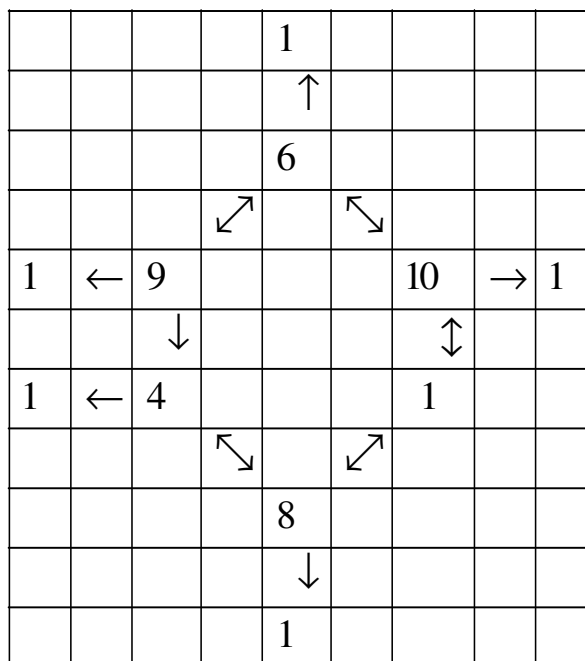
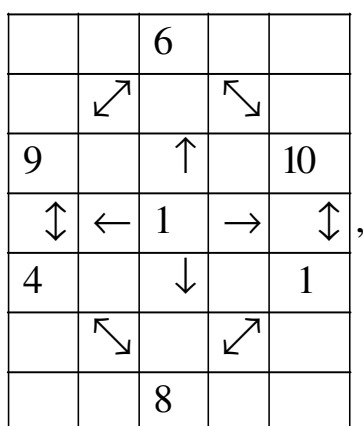
Обратим внимание на согласованность действия на наборы элементов некоего активного элемента «слева» и «справа» от этого набора.

Пусть набор элементов образует цикл. Получим, например, таблицы:

1	1	1	1	1	1
6	10	1	8	4	9
2	6	13	4	16	5
9	9	9	9	9	9
8	4	9	6	10	1
12	8	13	10	14	5
1	1	1	1	1	1
6	10	1	8	4	9

6	10	1	8	4	9
1	1	1	1	1	1
12	8	13	10	14	5
8	4	9	6	10	1
9	9	9	9	9	9
2	6	13	4	16	5
6	10	1	8	4	9
1	1	1	1	1	1

Они аналогичны, если читать одну таблицу сверху вниз, а вторую таблицу читать снизу вверх. Таблицы операционно обратны. Представим ситуацию рисунками:



Аналогичные результаты мы получаем для ситуации, когда набор элементов не является циклическим.

Проиллюстрируем этот факт таблицами:

3	3	3	3	3	3
4	16	5	2	6	13
14	10	3	16	4	11
11	11	11	11	11	11
10	14	5	12	8	13
16	4	11	14	10	3
3	3	3	3	3	3
4	16	5	2	6	13

4	16	5	2	6	13
3	3	3	3	3	3
16	4	11	14	10	3
10	14	5	12	8	13
11	11	11	11	11	11
14	10	3	16	4	11
4	16	5	2	6	13
3	3	3	3	3	3

Хотя это не циклический набор элементов, операции активного элемента слева и справа генерируют одинаковый набор, отличающийся только направлением прочтения.

Мы имеем алгоритмы генерации множества конечных подмножеств, часть из которых проявляет циклические свойства. Естественно возникает вопрос о том, есть ли у различных подмножеств некие единые свойства.

Предварительный анализ свидетельствует, что множество, состоящее из 6 элементов, имеют согласованные функциональные свойства на своих подмножествах. В частности, оно проявляет равенство сумм нечетных и четных (по номерам) элементов анализируемых множеств.

Проиллюстрируем эту ситуацию таблицами. Рассмотрим циклический и нециклический набор элементов, индуцируемый суммами с системой элементов объектного множества или с произведением с ними.

Рассмотрим несколько моделей. Выполним суммирование элементов анализируемого подмножества с каждым элементом объектного множества  $M^{16}$ .

На примере циклической последовательности получим таблицу:

	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$a+c+e$	$b+d+f$
$k(+)$	6	10	1	8	4	9	15	15
1	11	15	6	9	5	14	10	10
2	12	16	7	10	6	15	9	9
3	9	13	8	11	7	16	12	12
4	10	14	5	12	8	13	11	11
5	15	3	10	13	9	2	6	6
6	16	4	11	14	10	3	5	5
7	13	1	12	15	11	4	8	8
8	14	2	9	16	12	1	7	7
9	3	7	14	1	13	6	2	2
10	4	8	15	2	14	7	1	1
11	1	5	16	3	15	8	4	4
12	2	6	13	4	16	5	3	3
13	7	11	2	5	1	10	14	14
14	8	12	3	6	2	11	13	13
15	5	9	4	7	3	12	16	16
16	6	10	1	8	4	9	15	15

Она имеет неожиданные функциональные свойства вида

$$\begin{aligned}\xi + (a + c + e) &= 15 = \xi + (b + d + f), \\ (a + c + e) &= (b + d + f), \\ ac + bd &= ad + bc, \\ bd + ce &= be + cd, \\ ce + df &= cf + de.\end{aligned}$$

Конечно, элементы подмножеств подчинены функциональным законам всего множества.

Дополнительно пара комбинаторных операций генерирует на последних равенствах аддитивное условие равновесия: сумма полученных значений есть элемент с номером 16.

По аналогичному методу проанализируем это же циклическое условие при произведении слева элементов множества на правой комбинаторной операции.

Получим таблицу:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>a + c + e</i>	<i>b + d + f</i>
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	6	10	1	8	4	9	15	15
1	2	6	13	4	16	5	3	3
2	1	5	16	3	15	8	4	4
3	4	8	15	2	14	7	1	1
4	3	7	14	1	13	6	2	2
5	14	2	9	16	12	1	7	7
6	13	1	12	15	11	4	8	8
7	16	4	11	14	10	3	5	5
8	15	3	10	13	9	2	6	6
9	10	14	5	12	8	13	11	11
10	9	13	8	11	7	16	12	12
11	12	16	7	10	6	15	9	9
12	11	15	6	9	5	14	10	10
13	6	10	1	8	4	9	15	15
14	5	9	4	7	3	12	16	16
15	8	12	3	6	2	11	13	13
16	7	11	2	5	1	10	14	14

Она подчинена законам, которые аналогичны законам для системы, генерируемой суммированием:

$$\begin{aligned}\xi \times (a + c + e) &= 15 = \xi \times (b + d + f), \\ (a + c + e) &= (b + d + f), \\ ac + bd &= ad + bc, \\ bd + ce &= be + cd, \\ ce + df &= cf + de.\end{aligned}$$

Специфика ситуации в том, что одинаковые подмножества генерируются из базового подмножества операцией суммирования и операцией правого комбинаторного произведения.

Отличие лишь в том, что такой результат получается при действии разных элементов. Другими словами, из начального «материала» получается одно и то же при разных операциях, что принципиально недостижимо в стандартной, ассоциативной математике. То, что генерирует некий один элемент посредством операции суммирования, генерирует другой элемент множества посредством операции правого комбинаторного произведения.

Мы вправе говорить об операционной дополнителности элементов объектного множества. Функциональное их единство иллюстрирует таблица соответствий

$\alpha$	1	2	3	4	5	6	13	14	$\rightarrow \alpha + \beta = 13.$
$\beta$	12	11	10	9	8	7	16	15	

Проанализируем изменения этого же циклического подмножества под действие слева операции левого комбинаторного произведения.

Получим таблицу

	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$a+c+e$	$b+d+f$
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	6	10	1	8	4	9	15	15
1	12	8	13	10	14	5	11	11
2	9	5	14	11	15	6	10	10
3	10	6	15	12	16	7	9	9
4	11	7	16	9	13	8	12	12
5	16	12	1	14	2	9	7	7
6	13	9	2	15	3	10	6	6
7	14	10	3	16	4	11	5	5
8	15	11	4	13	1	12	8	8
9	4	16	5	2	6	13	3	3
10	1	13	6	3	7	14	2	2
11	2	14	7	4	8	15	1	1
12	3	15	8	1	5	16	4	4
13	8	4	9	6	10	1	15	15
14	5	1	10	7	11	2	14	14
15	6	2	11	8	12	3	13	13
16	7	3	12	5	9	4	16	16

Ее функциональные свойства аналогичны предыдущим моделям согласно связям

$$\begin{aligned} \xi \times (a+c+e) &= 15 = \xi \times (b+d+f), \\ (a+c+e) &= (b+d+f), \\ ac+bd &= ad+bc, \\ bd+ce &= be+cd, \\ ce+df &= cf+de. \end{aligned}$$

Однако «гармония» по генерации новых подмножеств, аналогичных предыдущим, уже не имеет места. Новые подмножества дополнителны им.

Анализ пары комбинаторных таблиц позволяет обнаружить дополнительную комбинаторных операций, которая состоит в том, что сумма значений, генерируемых одним элементом при умножении справа, имеет одно значение на паре подмножеств.

Проиллюстрируем это свойство таблицей для элемента с номером 8:

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	$\alpha$	15	11	4	13	1	12
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	$\beta$	15	3	10	13	9	2

 $\rightarrow \alpha + \beta = 14.$ 

Сравним наборы генерируемых подмножеств в ситуации, когда базовое подмножество не имеет циклических свойств. Ограничим анализ операцией структурного суммирования и правого комбинаторного произведения.

Получим таблицы значений:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	$\mu$	$\omega$
+	11	15	6	9	5	14	10	10
1	16	4	11	14	10	3	5	5
2	13	1	12	15	11	4	8	8
3	14	2	9	16	1	7	7	4
4	15	3	10	13	9	2	6	6
5	4	8	15	2	14	7	1	1
6	1	5	16	3	15	8	4	4
7	2	6	13	4	16	5	3	3
8	3	7	14	1	13	6	2	2
9	8	12	3	6	2	11	13	13
10	5	9	4	7	3	12	16	16
11	6	10	1	8	4	9	15	15
12	7	11	2	5	1	10	14	14
13	12	16	7	10	6	15	9	9
14	9	13	8	11	7	16	12	12
15	10	14	5	12	8	13	11	11
16	11	15	6	9	5	14	10	10

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	$\mu$	$\omega$
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	11	15	6	9	5	14	10	10
1	7	11	2	5	1	10	14	14
2	6	10	1	8	4	9	15	15
3	5	9	4	7	3	12	16	16
4	8	12	3	6	2	11	13	13
5	3	7	14	1	13	6	2	2
6	2	6	13	4	16	5	3	3
7	1	5	16	3	15	8	4	4
8	4	8	15	2	14	7	1	1
9	15	3	10	13	9	2	6	6
10	14	2	9	16	12	1	7	7
11	13	1	12	15	11	4	8	8
12	16	4	11	14	10	3	5	5
13	11	15	6	9	5	14	10	10
14	10	14	5	12	8	13	11	11
15	9	13	8	11	7	16	12	12
16	12	16	7	10	6	15	9	9

Они идентичны, как и ранее, для номеров объектов, сумма которых равна объекту с номером 13. Для суммы верен закон  $\xi + \mu = \xi + \omega = 10$ , для произведения  $\xi \cdot \mu = \xi \cdot \omega = 10$ .

Согласно таблицам имеют место функциональные связи

$$\begin{aligned}
 (a + c + e) &= (b + d + f), \\
 ac + bd &= ad + bc, \\
 bd + ce &= be + cd, \\
 ce + df &= cf + de.
 \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае не выполняются условия

$$\xi + (a + c + e) = 15 = \xi + (b + d + f),$$

$$\xi \times (a + c + e) = 15 = \xi \times (b + d + f).$$

Следовательно, циклические и нециклические подмножества имеют только частичное функциональное единство. Возможно, этого достаточно, чтобы критериально различать их без анализа условий цикличности.

Наличие этих свойств в соединении их с другими свойствами свидетельствует о наличии у объектного множества спектра функциональных возможностей, недостижимых или даже нереальных для моделей ассоциативных множеств.

Проанализируем нециклическое подмножество на левой комбинаторной операции. Получим таблицу:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>a+c+e</i>	<i>b+d+f</i>
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	11	15	6	9	5	14	10	10
1	7	3	12	5	9	4	16	16
2	8	4	9	6	10	1	15	15
3	5	1	10	7	11	2	14	14
4	6	2	11	8	12	3	13	13
5	11	7	16	9	13	8	12	12
6	12	8	13	10	14	5	11	11
7	9	5	14	11	15	6	10	10
8	10	6	15	12	16	7	9	9
9	15	11	4	13	1	12	8	8
10	16	12	1	14	2	9	7	7
11	13	9	2	15	3	10	6	6
12	14	10	3	16	4	11	5	5
13	3	15	8	1	5	16	4	4
14	4	16	5	2	6	13	3	3
15	1	13	6	3	7	14	2	2
16	2	14	7	4	8	15	1	1

Обратим внимание, что суммы трех элементов, генерируемых нециклическими подмножествами, указанными в таблице, располагаются в обратном порядке с номерами элементов объектного множества.

Пары элементов, генерирующих в сумме элемент под номером 1, задаются таблицей:

$\alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	$\rightarrow \alpha + \beta = 1.$
$\beta$	16	15	14	13	12	11	10	9	

Интерес представляет задача о нахождении других нециклических подмножеств с такими свойствами. Понятно, что они будут иметь похожие функциональные свойства.

## Глубинное согласование циклических и нециклических подмножеств

Из предыдущего анализа следует вывод, что системы подмножеств, генерируемые активационными элементами, различны для циклических и нециклических подмножеств. Однако они имеют свойства глубинного согласования. Проиллюстрируем эту возможность на примере.

Сопоставим между собой тройки элементов подмножеств, генерируемых одинаковыми элементами объектного множества. Выполним взаимное произведение элементов в каждом столбце, применив для этого, по очереди, пару комбинаторных операций.

На базовых элементах циклического множества 6,10,1,8,4,9 и нециклического множества с элементами 11,15,6,9,5,14 получим таблицы указанных произведений:

$\times_k(1) \rightarrow$	
$\leftarrow$	

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
2	2	2		2	2	2
2	13	16		6	4	5
7	2	1		11	5	10
12	12	12		12	12	12

$\times_k(1) \rightarrow$	
$\rightarrow$	

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
12	12	12		12	12	12
2	13	16		6	4	5
7	2	1		11	5	10
2	2	2		2	2	2

$\times_k(8) \rightarrow$	
$\leftarrow$	

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
2	2	2		2	2	2
15	10	9		3	13	2
4	15	14		8	2	7
12	12	12		12	12	12

$\times_k(8) \rightarrow$	
$\rightarrow$	

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
12	12	12		12	12	12
15	10	9		3	13	2
4	15	14		8	2	7
2	2	2		2	2	2

$\times_k(10) \rightarrow$	
$\rightarrow$	

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
2	2	2		2	2	2
9	8	7		13	11	16
14	9	12		2	16	1
12	12	12		12	12	12

$\times_k(10) \rightarrow$	
$\rightarrow$	

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
12	12	12		12	12	12
9	8	7		13	11	16
14	9	12		2	16	1
2	2	2		2	2	2

$\times_k(15) \rightarrow$	
$\leftarrow$	

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
2	2	2		2	2	2
8	3	2		12	6	11
9	8	7		13	11	16
12	12	12		12	12	12

$\times_k(15) \rightarrow$	
$\rightarrow$	

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
12	12	12		12	12	12
8	3	2		12	6	11
9	8	7		13	11	16
2	2	2		2	2	2

Удивительным образом мы обнаруживаем одинаковые результаты на всех тройках из генерируемых подмножеств. Кроме этого, левая и правая операции как-бы действуют в «разных направлениях». Генерируемые элементы образуют единую сумму

$$2+12 = const = 14.$$



Проанализируем теперь действие левой и правой комбинаторных операций на подмножествах, генерируемых из базового, нециклического подмножества

11	15	6	9	5	14
----	----	---	---	---	----

Получим таблицы:

$\overset{k}{\times}_{\leftarrow}(1) \rightarrow$	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	13	7	5		5	13	7
	7	12	9		3	5	4
	7	2	1		11	5	10
	13	7	5		5	13	7

$\overset{k}{\times}_{\rightarrow}(1) \rightarrow$	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	13	7	5		5	13	7
	7	12	9		3	5	4
	7	2	1		11	5	10
	13	7	5		5	13	7

$\overset{k}{\times}_{\leftarrow}(8) \rightarrow$	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	7	13	15		15	7	13
	10	15	16		6	12	7
	4	15	14		8	2	7
	7	13	15		15	7	13

$\overset{k}{\times}_{\rightarrow}(8) \rightarrow$	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	7	13	15		15	7	13
	10	15	16		6	12	7
	4	15	14		8	2	7
	7	13	15		15	7	13

$\overset{k}{\times}_{\leftarrow}(10) \rightarrow$	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	15	5	7		7	15	5
	16	1	2		12	14	9
	14	9	12		2	16	1
	15	5	7		7	15	5

$\overset{k}{\times}_{\rightarrow}(10) \rightarrow$	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	15	5	7		7	15	5
	16	1	2		12	14	9
	14	9	12		2	16	1
	15	5	7		7	15	5

$\overset{k}{\times}_{\leftarrow}(15) \rightarrow$	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	5	15	13		13	5	15
	1	6	7		13	3	14
	9	8	7		13	11	16
	5	15	13		13	5	15

$\overset{k}{\times}_{\rightarrow}(15) \rightarrow$	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>		<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	5	15	13		13	5	15
	1	6	7		13	3	14
	9	8	7		13	11	16
	5	15	13		13	5	15

В рассматриваемом случае значения одинаковы в верхних и нижних строках таблиц. Более того, действия левой и правой комбинаторных операций одинаковы.

Обратим внимание, что суммы значений, генерируемых в столбцах, одинаковы:

$$5+5=13+13=15+15=7+7=const=14.$$

Следовательно, операции, которые генерируют разные подмножества, могут одинаково действовать на других подмножествах. Эта ситуация нетривиальна, она не свойственна моделям с ассоциативными операциями.

Проанализируем периферическое расширение конечной проективной геометрии Фано при действии одного элемента объектного множества на циклическое и нециклическое подмножество в ситуации, когда действует пара комбинаторных операций.

Получим таблицы:

$\overset{k}{\times} \Rightarrow 13 \times$
$\rightarrow$

0	6	10	9	14	12	3
1	6	10	9	14	12	3
2	13	13	13	13	13	13
3	8	4	1	16	2	11
4	8	4	1	16	2	11
5	13	13	13	13	13	13
6	6	10	9	14	12	3
7	6	10	9	14	12	3
8	13	13	13	13	13	13

$\overset{k}{\times} \Rightarrow 13 \times$
$\leftarrow$

0	6	10	9	14	12	3
1	8	4	1	16	2	11
2	15	7	5	15	7	5
3	6	10	9	14	12	3
4	6	10	9	14	12	3
5	13	13	13	13	13	13
6	6	10	9	14	12	3
7	8	4	1	16	2	11
8	15	7	5	15	7	5

На первом этапе иницирующее число генерирует первую строку по элементам нулевой строки. Другие строки получаются по алгоритму Фибоначчи. Совпадение достигнуто на пятой и шестой строках. Далее опять идут расхождения. Если принять алгоритм периферического расширения конечной проективной геометрии в качестве инструмента для изменения начального состояния, то наличие совпадения можно принять в качестве условия для прекращения дальнейших изменений.

Мы рассмотрели модель циклического подмножества. Проанализируем аналогично одно из нециклических подмножеств.

Получим, например, пару таблиц:

$\overset{k}{\times} \Rightarrow 13 \times$
$\rightarrow$

0	11	15	6	9	5	14
1	11	15	6	9	5	14
2	13	13	13	13	13	13
3	3	15	8	1	5	16
4	3	15	8	1	5	16
5	13	13	13	13	13	13
6	11	15	6	9	5	14
7	11	15	6	9	5	14
8	13	13	13	13	13	13

$\overset{k}{\times} \Rightarrow 13 \times$
$\leftarrow$

0	11	15	6	9	5	14
1	3	15	8	1	5	16
2	5	13	15	5	13	15
3	11	15	6	9	5	14
4	11	15	6	9	5	14
5	13	13	13	13	13	13
6	11	15	6	9	5	14
7	3	15	8	1	5	16
8	5	13	15	5	13	15

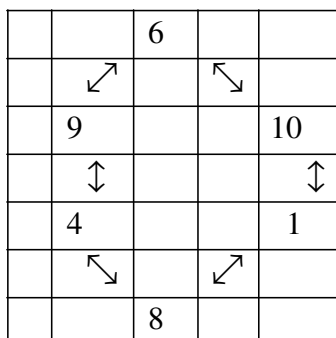
На первом этапе иницирующее число генерирует первую строку по элементам нулевой строки. Другие строки получаются по алгоритму Фибоначчи. Совпадение достигнуто на пятой и шестой строках. Далее опять идут расхождения.

Если принять алгоритм периферического расширения конечной проективной геометрии в качестве инструмента для изменения начального состояния, то наличие совпадения можно принять в качестве условия для прекращения дальнейших изменений.

Из этого простого анализа можно сделать вывод для практических действий в жизни. Например, есть пара людей, каждый из которых живет по своей программе. Допустим, они желают перемен, стартуя с одинаковой исходной позиции. Тогда возможна гармония.

## Операционное различие подмножеств объектного множества

Мы имеем базовую систему отношений в системе подмножеств объектного множества с элементами 6,10,1,8,4,9. Она имеет фундаментальное свойство, что ее близкие элементы согласованы между собой при движении по часовой стрелке и в обратном направлении на паре комбинаторных операций. Операционные отношения удобно представить рисунком



Примем точку зрения, что этот рисунок дает визуальный образ реального физического изделия в форме ожерелья с драгоценными камнями, заданными номерами объектов, и эти объекты соединены между собой «нитьями».

Возможны различные расширения такого визуального рисунка, если принять модель наличия в его внешней части элементов объектного множества, которые имеют свойство взаимодействия с базовым объектом по алгоритму Фибоначчи.

Проиллюстрируем ситуацию на примере наличия во внешней области объектов с единым номером.

6	1	11	16	11	11	6
10	1	15	4	3	7	10
1	1	6	11	1		
8	1	9	14	11	9	8
4	1	5	10	3	13	4
9	1	14	3	1	8	9

6	5	15	8	7	15	6
10	5	3	12	15	11	10
1	5	10	3	13	4	1
8	5	13	6	7	13	8
4	5	9	2	15	1	4
9	1	14	3	1	8	9

6	9	3	16	3	3	6
10	9	7	4	11	15	10
1	9	14	11	9	8	1
8	9	1	14	3	1	8
4	9	13	10	11	5	4
9	9	6	3	9		

6	13	7	8	15	7	6
10	13	11	12	7	3	10
1	13	2	3	5	12	1
8	13	5	6	15	5	8
4	13	1	2	7	9	4
9	13	10	11	5	4	9

В рассматриваемом случае мы имеем расширение базовой конструкции, которое выполнено в предположении, базовый физический объект находится в среде с одинаковыми объектами с условием взаимодействия между ними.

Понятно, что при наличии «смеси» объектов возможно различное присоединение к базовым элементам других элементов, допуская «цветовой» рисунок расширенной конструкции. Аналогичное взаимодействие возможно на новых элементах, которые тоже имеют циклическую природу.

## Модель сохранения генетического кода пары подмножеств

Из анализа генерации объектных подмножеств на примере пары начальных элементов следует, что расширение имеет циклическое свойство: на определенном этапе получается начальный элемент подмножества. Это свойство ранее многократно проиллюстрировано различными примерами.

Возникает вопрос: имеет ли пара подмножеств аналогичные свойства на различных операциях?

Для ответа на этот вопрос следует взять пары подмножеств, которые получаются при действии алгоритма Фибоначчи на две пары начальных элементов. Затем можно рассмотреть взаимные превращения на этих же операциях пар элементов, расположенных на одинаковых местах в анализируемых подмножествах. В итоге будут последовательно получаться другие подмножества. Важно выяснить, дублируют ли они свойства исходных подмножеств? Есть ли у разных произведений нечто общее?

Проанализируем на системе операций свойства подмножеств, генерируемых из двух пар элементов?

Получим таблицы:

		$\overset{k}{\times}$		$\overset{k}{\times}$																																																																																																		
		$\leftarrow$		$\rightarrow$																																																																																																		
		<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: left;"><tr><td>15</td><td>1</td><td>11</td><td>7</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>15</td><td>3</td><td>9</td><td>7</td></tr><tr><td>9</td><td>13</td><td>9</td><td>1</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>7</td><td>1</td><td>3</td><td>15</td><td>1</td><td>11</td></tr><tr><td>3</td><td>9</td><td>7</td><td>3</td><td>1</td><td>15</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td>9</td><td>9</td><td>13</td><td>9</td></tr><tr><td>15</td><td>1</td><td>11</td><td>7</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>15</td><td>3</td><td>9</td><td>7</td></tr></table>	15	1	11	7	1	3	3	1	15	3	9	7	9	13	9	1	5	9	7	1	3	15	1	11	3	9	7	3	1	15	1	5	9	9	13	9	15	1	11	7	1	3	3	1	15	3	9	7	,	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: left;"><tr><td>15</td><td>1</td><td>3</td><td>15</td><td>9</td><td>11</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>15</td><td>11</td><td>9</td><td>15</td></tr><tr><td>1</td><td>13</td><td>9</td><td>9</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>15</td><td>9</td><td>11</td><td>15</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>11</td><td>9</td><td>15</td><td>3</td><td>1</td><td>15</td></tr><tr><td>9</td><td>13</td><td>1</td><td>1</td><td>13</td><td>9</td></tr><tr><td>15</td><td>1</td><td>3</td><td>15</td><td>9</td><td>11</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>15</td><td>11</td><td>9</td><td>15</td></tr></table>	15	1	3	15	9	11	3	1	15	11	9	15	1	13	9	9	13	1	15	9	11	15	1	3	11	9	15	3	1	15	9	13	1	1	13	9	15	1	3	15	9	11	3	1	15	11	9	15	,	
15	1	11	7	1	3																																																																																																	
3	1	15	3	9	7																																																																																																	
9	13	9	1	5	9																																																																																																	
7	1	3	15	1	11																																																																																																	
3	9	7	3	1	15																																																																																																	
1	5	9	9	13	9																																																																																																	
15	1	11	7	1	3																																																																																																	
3	1	15	3	9	7																																																																																																	
15	1	3	15	9	11																																																																																																	
3	1	15	11	9	15																																																																																																	
1	13	9	9	13	1																																																																																																	
15	9	11	15	1	3																																																																																																	
11	9	15	3	1	15																																																																																																	
9	13	1	1	13	9																																																																																																	
15	1	3	15	9	11																																																																																																	
3	1	15	11	9	15																																																																																																	
		<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: left;"><tr><td>15</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>9</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>8</td><td>9</td><td>1</td><td>14</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>12</td><td>2</td><td>14</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>11</td><td>4</td><td>15</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>11</td><td>1</td><td>16</td><td>1</td><td>1</td><td>6</td></tr><tr><td>4</td><td>16</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr><tr><td>15</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>9</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>8</td><td>9</td><td>1</td><td>14</td></tr></table>	15	1	4	5	9	2	3	1	8	9	1	14	2	6	12	2	14	4	5	11	4	15	3	2	11	1	16	1	1	6	4	16	4	4	8	12	15	1	4	5	9	2	3	1	8	9	1	14	,	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: left;"><tr><td>15</td><td>1</td><td>10</td><td>7</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>14</td><td>3</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>12</td><td>16</td><td>12</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr><tr><td>7</td><td>1</td><td>2</td><td>15</td><td>3</td><td>12</td></tr><tr><td>1</td><td>11</td><td>6</td><td>1</td><td>1</td><td>16</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>12</td><td>10</td><td>14</td><td>12</td></tr><tr><td>15</td><td>1</td><td>10</td><td>7</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>14</td><td>3</td><td>11</td><td>8</td></tr></table>	15	1	10	7	3	4	3	1	14	3	11	8	12	16	12	4	8	12	7	1	2	15	3	12	1	11	6	1	1	16	2	6	12	10	14	12	15	1	10	7	3	4	3	1	14	3	11	8	,	
15	1	4	5	9	2																																																																																																	
3	1	8	9	1	14																																																																																																	
2	6	12	2	14	4																																																																																																	
5	11	4	15	3	2																																																																																																	
11	1	16	1	1	6																																																																																																	
4	16	4	4	8	12																																																																																																	
15	1	4	5	9	2																																																																																																	
3	1	8	9	1	14																																																																																																	
15	1	10	7	3	4																																																																																																	
3	1	14	3	11	8																																																																																																	
12	16	12	4	8	12																																																																																																	
7	1	2	15	3	12																																																																																																	
1	11	6	1	1	16																																																																																																	
2	6	12	10	14	12																																																																																																	
15	1	10	7	3	4																																																																																																	
3	1	14	3	11	8																																																																																																	

Во всех случаях при таких действиях мы получаем доказательство возможности сохранения генетического кода пары начальных подмножеств. Операции генерируют разные подмножества и частично отличающийся механизм их трансформации на каждом последующем расширении. В итоге через одинаковое количество шагов получаются начальные пары подмножеств. В определенном приближении можно сказать, что сохранение генетического кода пары подмножеств не зависит от того, какие операции действуют на исходных парах элементов и на самих подмножествах. Это свойство важно в том смысле, что тогда можно надеяться, что сохранение генетического кода может иметь место на объектных алгебрах. Во всех случаях мы имеем таблицы в форме магических квадратов.

## Объектное моделирование последовательностей чисел

Последовательности чисел привычны для самой разной практики людей. Издавна в решениях геометрических задач применяется число  $\pi$ . В сокращенном виде имеем набор цифр

$$\pi \cong 3,14159265358979323846\dots$$

Им принято давать самую разную трактовку вплоть до отображения таким числом всей системы свойств самой Вселенной.

Последовательность чисел в физических задачах естественно появляется при повышении точности эксперимента. В грубых экспериментах физические константы, например, задаются несколькими числами после запятой. С улучшением эксперимента эти цифры корректируются и уточняются с получением большего числа знаков. Однако, как и в предыдущем случае с геометрией, сложно и нетривиально интерпретировать эти числа и порядок в их последовательности.

Например, известно значение масса протона  $m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27}$  кг, гравитационной постоянной  $G = 6,67430(15) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1}$ , ... Для их расчета имеются частные модели. Нет единого алгоритма, пригодного для расчета не только этих, но и других констант физики.

Для построения общего, математического алгоритма расчета любых констант объединим идею о структурности физической реальности в форме объектов на всех уровнях материи с идеей, что объекты информационно воздействуют на себя и на другие объекты. С математической точки зрения передача, прием и реакция на информацию есть изменения множества базовых объектов, подчиненных системе операций. Примем точку зрения, что можно согласовать номера объектов с экспериментальными числами, а изменение в последовательности чисел с действием системы операций. Тогда то или иное число в последовательности чисел получается согласованно с предыдущими числами, отображая, с физической точки зрения, свойства более глубоких уровней материи.

С этой точки зрения экспериментальные средства иллюстрируют информационное взаимодействие объектов посредством числовых последовательностей.

В частности, очередное число последовательности можно получить из пары предыдущих чисел по алгоритму действия с ними посредством одной или нескольких согласованных операций на множестве базовых объектов, предназначенных для решения задачи. Ситуация получает аналогию с физическим взаимодействием, если у нас есть система физических объектов, которые обозначены номерами. Тогда генерация новых чисел ассоциирована с однократным или многократным взаимодействием объектов.

С математической точки зрения нам нужно иметь конечное множество объектов, которым поставлены в соответствии натуральные числа 1,2,3,4,5,6,7,8,9, в ситуации с их подчинением системе операций. Объектные множества анализируемого типа владеют таким набором свойств. Следовательно, нам требуется сконструировать объектное множество из 9 объектов (матриц определенного вида), а также получить таблицы их отношений между собой под действием левой и правой комбинаторной операций, а также операций суммирования и вычитания. Для числа 0 требуется принять дополнительные условия.

Реализуем предлагаемый алгоритм согласования числовых последовательностей со свойствами объектного множества, состоящего из матриц размерности 3.

Базовые матрицы алгоритма сконструируем стандартным образом:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1+3=1 \\ 1+3=1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Трансляция значимых мест в каждой из базовых матриц генерирует множество, состоящее из 9 матриц. Обозначим матрицы номерами:

$$\begin{matrix}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
 7 & 8 & 9
 \end{matrix}$$

Расчет таблиц левого и правого комбинаторных произведений базируется на трех блоках элементов:

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
 \end{array}$$

Располагая места значимых элементов в столбец, расчет удобно проводить по соответствиями этих мест, различных для правого и левого комбинаторных произведений:

$k$			
$\times$	1	2	3
$\rightarrow$			
1	1	2	3
2	3	1	2
3	2	3	1

$k$			
$\times$	1	2	3
$\leftarrow$			
1	1	3	2
2	2	1	3
3	3	2	1

Получим таблицы комбинаторных произведений:

$k$									
$\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\rightarrow$									
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7

$k$									
$\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\leftarrow$									
1	7	9	8	4	6	5	1	3	2
2	8	7	9	5	4	6	2	1	3
3	9	8	7	6	5	4	3	2	1
4	1	3	2	7	9	8	4	6	5
5	2	1	3	8	7	9	5	4	6
6	3	2	1	9	8	7	6	5	4
7	4	6	5	1	3	2	7	9	8
8	5	4	6	2	1	3	8	7	9
9	6	5	4	3	2	1	9	8	7

Таблица структурного суммирования такова:

<sup>st</sup> +	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	2	1	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Теперь мы почти готовы для расчета числовых последовательностей, содержащих указанные числа.

Применим предлагаемый алгоритм для расчета массы протона. Получим, исходя из пары начальных чисел, с учетом известных данных, структуру действующих операций объектного множества, принимая которую мы «предсказываем» уточнения в значении анализируемой константы:

$$m_p : 1+6 \rightarrow 7 \leftarrow 2 \rightarrow 6+2 \rightarrow 8 \leftarrow 4 \rightarrow 2+5 \quad 7 \Leftrightarrow 1,6726284257\dots$$

В рассматриваемом случае «удлинение» числовой последовательности базируется на идее, что одна модель отношений между номерами чисел объектного множества достаточна для описания глубинных свойств материи. На самом деле, ситуация может быть другой. Мы имеем пока в применении только один вариант числовой нумерации элементов объектного множества. Желая получить другие варианты, нам следует выполнить перестановки элементов, меняя их номера. В этом случае операции произведения и суммирования дают новые таблицы. Количество вариантов определяется факториалом числа 9. В приложении к практике мы получаем 362880 типов таблиц. Понятно, что среди них могут быть таблицы, удобные для расчета различных констант.

Аналогичным способом на основе имеющихся первичных экспериментальных данных продолжим числовую последовательность для гравитационной постоянной. Получим структуру действующих операций и искомый результат:

$$G : 6 \rightarrow 6+7-4 \leftarrow 3 \rightarrow 2+9-2 \leftarrow 4 \quad 5\dots \rightarrow 6,674329245\dots$$

Объектное множество  $M^{16}$  генерирует систему операций на числовой последовательности, характеризующей отношение массы протона к массе электрона:

$$\frac{m_p}{m_e} = 1836,1527\dots \rightarrow 1 \leftarrow 8 \leftarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 5+2 \quad 7\dots$$

Самостоятельной задачей становится алгоритм введения элемента с номером 0 в модель расчета. Понятно, что отдельный элемент, не входящий в объектное множество, можно рассматривать как средство для учета неких внешних или внутренних факторов, влияющих на элементы множеств или на действующие операции.

На паре комбинаторных операций получим систему циклических подмножеств.

На операции  $\times_k \rightarrow$  получим модели

		7		
	↗		↘	
4				1
4				1
	↖		↙	
		7		

		7		
	↗		↘	
6				2
6				2
	↖		↙	
		7		

		7		
	↗		↘	
5				3
5				3
	↖		↙	
		7		

...

Сумма элементов каждого подмножества равна объекту под номером 9.

На операции  $\times_k \leftarrow$  получим модели

		1		
	↗		↘	
5				2
8				9
6				3
	↖		↙	
		4		

		1		
	↗		↘	
6				3
9				8
5				2
	↖		↙	
		4		

		1		
	↗		↘	
8				6
2				5
3				8
	↖		↙	

...

Сумма элементов каждого подмножества равна элементу с номером 8.

При взаимном произведении элементов с наложением подмножеств получим пару подмножеств

		7		
	↗		↘	
8				8
8				9
9				9
	↖		↙	
		7		

		7		
	↗		↘	
9				9
9				8
8				8
	↖		↙	
		7		

Сумма элементов этих подмножеств равна элементу под номером 4.

Не подтверждается идея, что функциональное множество с элементами малой размерности характеризуется малыми циклическими подмножествами.

Анализ показал, что в рассматриваемом случае реализуются циклические подмножества высокой размерности: малые системы объединяют свои элементы для успешной жизни. Для множеств высокой размерности достаточно свойств наличных элементов, чтобы выстоять в буре жизненных перемен.

В частности, археи базируются на множествах с матрицами, размерность которых равна и более 5. Так, липиды археи основаны на 5-углеродной боковой цепочке. Большую роль в «жизни» архей играет глицерин с формулой  $C_3O_3H_8$ . Но именно эти числа характеризуют количество элементов в циклических подмножествах объектного множества  $M^9$ .



Дополним анализ матричным произведением. Представим соответствующую таблицу:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
		$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	2	3	1	6	4	5	7	8	9
3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	3	1	2	5	6	4	7	8	9
4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	4	5	6	1	2	3	7	8	9
5	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	5	6	4	3	1	2	7	8	9
6	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	6	4	5	2	3	1	7	8	9
7	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	7	8	9	7	8	9	7	8	9
8	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	8	9	7	9	7	8	7	8	9
9	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	9	7	8	8	9	7	7	8	9

Множество из трех объектов характеризуется конечным множеством отношений, которое замкнуто на паре комбинаторных операций, на операции структурного суммирования, а также на операции матричного произведения.

Фактически на этой основе утверждается единство законов сохранения на ассоциативной операции, которая стандартно применяется при описании физических тел с законами сохранения привычного типа, а также законов информационного обмена на неассоциативных операциях. Поскольку это так, косвенно утверждается единство физических тел и сознания. Конечно, сознание неотделимо от чувств, которые на данной стадии скрыты.

## Объектная структура гравитационных и электрических предзарядов

Первичная структурная модель атомов и молекул света базировалась на идее, что в Природе существует пара гравитационных предзарядов с противоположными знаками и пара электрических предзарядов с противоположными знаками. Их достаточно, чтобы формально визуализировать физический объект, содержащий пару гравитационных предзарядов в своей центральной части и движущуюся пару электрических предзарядов на периферии.

Такой объект назван атомом света.

Его можно рассматривать как аналог атома водорода, структура которого базируется на наличии протона с положительным электрическим зарядом в центре атома и электрона с отрицательным электрическим зарядом, расположенного на периферии. У протона и электрона есть масса с положительным зарядом. Если предположить, что атом водорода имеет отрицательную массу, обеспечивающую связи протона и электрона, его размытую энергетическую оболочку, то атом водорода формально «близок» по структуре с атомом света.

Молекулы света, согласно указанной аналогии, было предложено рассматривать, следуя знаниям о структуре физических молекул, формально представляющих собой объединения атомов водорода. Из экспериментов известно, что такое объединение дополняется наличием нейтронов в центре молекул. С физической точки зрения новый элемент структуры есть гарантия корректного взаимодействия центральных частей молекул. В силу имеющихся данных о структуре молекул и принимая аналогию с ними, мы можем рассматривать молекулы света в форме объектов, состоящих из атомов света.

Заметим, что «лучи света» являются подсказкой к алгоритму объединения атомов света в функционирующий новый объект. Достаточно принять точку зрения, что атом света имеет аналогию с Солнечной системой: электрические предзаряды двигаются в определенной плоскости. Мы имеем «плоский» объект, который способен объединяться с другими плоскими объектами. В итоге получается «сарделька», которой «питаются» самые различные физические объекты. Вектор движения «сардельки» направлен перпендикулярно плоскости ее атомов, что действительно можно рассматривать как «луч света».

Из различных источников следует, что количество атомов света в молекуле света может существенно превосходить количество нуклонов в молекулах материи. Скорее всего, это свидетельствует о многообразии свойств, которые имеют молекулы света. В частности, молекулы света в форме «книги» могут быть структурными образованиями, описывающими силовые линии, связывающие между собой нуклоны и электроны в атомах.

Из ментальных соображений следует, что нет атомов света с нулевым расстоянием между центром и периферией. Из физических соображений следует, что не может быть молекул света с бесконечными пространственными размерами, так как для этого требуются особые условия для целостности такого объекта. В силу сделанных замечаний следует корректно проводить расчеты свойств самого света и специфики его взаимодействия с другими объектами.

Поскольку свет характеризуется частотой, мы вправе ассоциировать ее с частотой вращения электрических предзарядов вокруг гравитационных предзарядов. Из общих соображений следует, а эксперименты это подтверждают, что внешние скорости объектов оказывают влияние на скорость и частоту света. Модель, достаточная для описания таких явлений и для предсказания новых фактов базируется на введении в теорию нового физического параметра, названного показателем отношения. В этом случае для расчетов в электродинамике нет необходимости применять специальную теорию относительности. Свет получает права на структуру и «проживание» в привычном для нас и экспериментально реализующемся пространстве физических объектов.

Математическим импульсом в построении модели атома света и молекул света было представление теории электромагнитных явлений в матричном виде на паре кватернионов.

Так были единым образом записаны дифференциальные и материальные уравнения. Теория стала базироваться на мономиальных матрицах размерности 4.

Поскольку, очевидно, матрицы размерности 4 задают отношения между какими-то 4 объектами, естественно принять точку зрения, что структура света базируется на системе, состоящей из 4 объектов.

Кроме этого, что экспериментально подтверждено, свет не имеет ни электрического, ни массового заряда. Но тогда естественно принять точку зрения, что есть гравитационные и электрические предзаряды с противоположными знаками.

Остается придумать, как объединить эти предположения в физическую модель. Атом света есть ментальная материализация такой возможности. Однако модель хороша тогда, когда выводы из нее согласуются с экспериментальными фактами. Анализ показал, что это не только возможно, но и перспективно. Следуя электродинамике без ограничения скорости и идеям Томсона, выведено, например, значение постоянной Планка. Достигнута возможность представления и анализа света как системы структурных объектов, которые можно ментально визуализировать. Указаны недостатки предыдущих теорий и перспективы развития фундаментальной физики.

Во-первых, стимулируется развитие калибровочных полей с целью получения структурных калибровочных частиц. Это естественно потому, что электромагнетизм есть простейшая калибровочная теория. Поскольку эта теория получила структурное развитие, требуется выполнить аналогичную работу для других калибровочных полей.

Во-вторых, на основе дифференциального расширения уравнений электродинамики получена новая система дифференциальных уравнений третьего порядка для тензора второго ранга. Её можно рассматривать в качестве начала единой модели электромагнетизма и гравитации. В этом случае электромагнетизм описывается антисимметричными тензорами второго ранга, а гравитация описывается симметричными тензорами второго ранга. Следуя аналогии с электродинамикой, гравитацию необходимо задавать тензором поля и тензором индукции, объединяя их посредством материальных уравнений. Это направление теории находится теперь в начальном состоянии, ожидает своего развития.

В-третьих, структурная теория частиц света в форме атомов и молекул света инициирует построение и анализ структурных частиц гравитации. Идея состоит в том, что с симметрией тензоров полей можно связать физическую ориентацию в структуре указанных частиц. Изменению симметрии тензоров поставим в соответствие ориентацию в частицах света и гравитации. В атомах света ориентация от гравитационных предзарядов к электрическим предзарядам совпадает с радиусом-вектором от центра изделия к периферии. Ориентация меняет знак, если расположить электрические предзаряды в центральную часть объекта, а гравитационные предзаряды пусть движутся на периферии. Этот факт, согласно принятой идее, учитывается посредством симметрии тензоров, характеризующих исследуемые явления.

Частицы гравитации структурно обратны частицам света: одни имеют гравитационные предзаряды на периферии, а другие в центре объекта. Аналогично характеризуется обратная структура электрических предзарядов.

Аналогично атому света мы вправе предложить модель атома гравитации. Но тогда, конечно, есть молекулы гравитации с системой своеобразных свойств.

Заметим, что речь идет пока что только о линейных теориях. Они недостаточны анализа условий, реализуемых нелинейными средствами.

Идея о наличии 4 предзарядов стимулировала поиск модели структурного обоснования такой возможности.

Простейший формальный вариант обоснования структуры предзарядов можно реализовать на основе гипотезы, что каждый из предзарядов есть топологический образ физических изделий, изготовленных из ориентированных «струн». В этом случае не так много вариантов.

Есть объекты, у которых «струны» в форме стрелок ориентированы к центру изделия. Есть объекты, у которых «струны» в форме стрелок ориентированы от центра изделия. Такова, например, пара электрических предзарядов в предположении, что система струн имеет поперечные соединения.

Есть объекты, у которых «струны» в форме стрелок замыкаются с образованием аналога некоторой «цепи», множество которых объединены друг с другом в форме некоторого «клубка». Понятно, что эти «цепи» могут быть разными. Например, они создаются по разным алгоритмам, которые, вообще говоря, требуется найти. Дополнительно могут иметь место соединения в форме линейных структур, с направлениями к центру объекта или от центра объекта.

На этом этапе естественно ментально представить преобразование одного типа предзарядов в другой тип, если допустить замыкание линейных структур и размыкание замкнутых структур. Конечно, этот переход требует определенных условий и может быть совсем не простым.

С математической точки зрения реализация воображаемых изделий, представляющих систему предзарядов, требует нахождения базовых математических объектов и операций, на основе которых конструируются протяженные линейные изделия, а также изделия в форме «цепей». Модель должна содержать в себе средства, обеспечивающие физический аспект изделия, называемый ориентацией.

Если такая модель найдена, появляются основания для математического моделирования и анализа структуры предзарядов. На этой же основе можно конструировать взаимодействие между предзарядами.

В настоящее время, как кажется, появляются предпосылки желаемого моделирования. Оно базируется на возможностях теории объектного множества  $M^{16}$ , состоящего из 16 элементов. Это множество имеет новые свойства, которых нет в существующих математических теориях.

В частности, объекты подчинены паре комбинаторных операций произведения. Они позволяют объединять элементы объектного множества по-разному, реализуя математическими средствами *идею различия ориентации* открытых или замкнутых «струн».

Математическая операция структурного суммирования отличается от стандартной операции, действуя в границах модели конечного множества. Суммирование обеспечивает математическими средствами дополнительную степень свободы в конструировании изделий, состоящих из элементов объектного множества.

Фактически у нас есть пара комбинаторных произведений и вторая пара, состоящая из операции суммирования и операции вычитания. Для 4 предзарядов, так или иначе, мы имеем 4 операции на одном множестве элементов, состоящем из 16 объектов множества  $M^{16}$ , что обеспечивает единство базовых элементов для предзарядов.

Элементы объектного множества  $M^{16}$  представляют собой матрицы размерности 4, что на новом уровне анализа свидетельствует о наличии базовых объектов физической материи более глубокого уровня, чем уровень предзарядов. Из этого нового уровня мы извлекаем математическими средствами 16 базовых объектов. Они принимаются, во-первых, за основу для операционного моделирования предзарядов, для взаимодействия которых пока нет никакой теории. Они могут, во-вторых, и должны быть применены для функционального моделирования новых объектов, дополнительных к системе предзарядов.

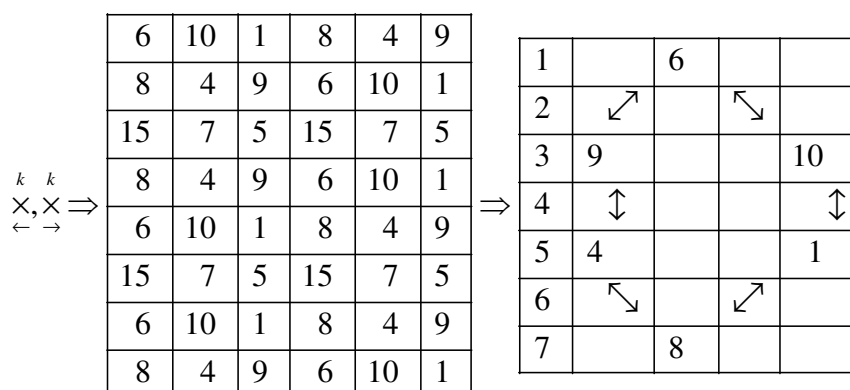
Из физических соображений следует, что пространственные размеры предзарядов в миллиарды раз меньше размеров протонов и нейтронов. Эти размеры и их свойства сейчас недостижимы экспериментальным средствам. По развиваемой идеологии новые уровни материи содержат еще более «мелкие» базовые элементы.

Скорее всего, необходимый анализ свойств и динамики глубоких уровней материи будет длительное время осуществляться только теоретическими средствами.

Рассмотрим возможности моделирования базовых элементов предполагаемой структурной теории предзарядов на примере свойств множества  $M^{16}$ .

Множество имеет систему операционно замкнутых объектных струн, у которых пара объектов по алгоритму влияния последующего элемента на предыдущий (а этот алгоритм легко представить ментально) замыкается на паре комбинаторных операций.

Представим ситуацию примером:

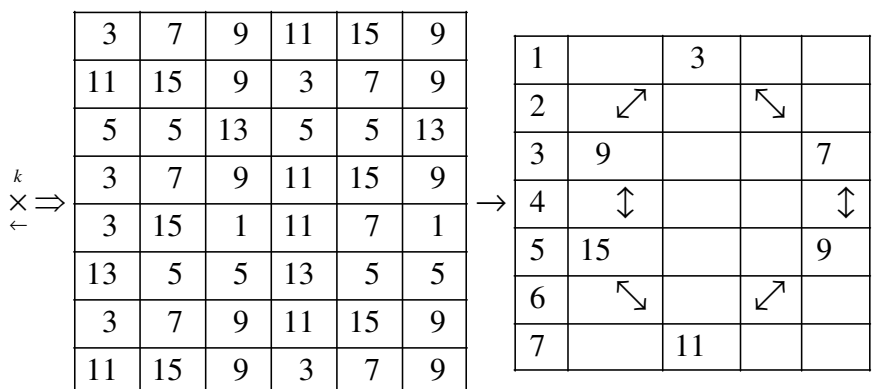


В этой ситуации начальная цепочка объектов представлена рисунком. Первичное взаимодействие реализуется на объектах, которые расположены на прямой линии друг относительно друга. В итоге получается операционно замкнутая система, состоящая из 6 объектов. При последовательном произведении генерируются новые операционно замкнутые системы, корректные на паре операций. При этом в данном случае эти циклы реализуется не только по строкам, но и по столбцам.

Специфика расчетной модели в том, что одна операция на паре элементов генерирует последующий объект в системе, а другая операция генерирует предыдущий элемент.

Модель генерирует также операционно замкнутые цепочки объектов, справедливые только на одной комбинаторной операции, но не реализующиеся на другой комбинаторной операции.

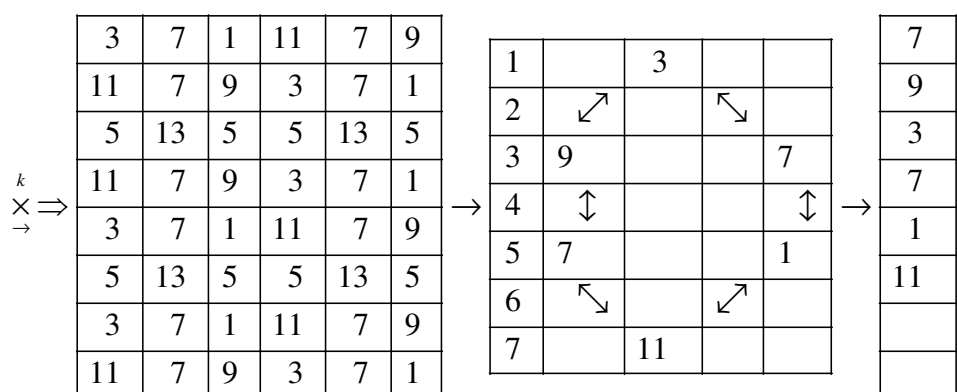
Имеем первый пример:



Левая комбинаторная операция предьявляет набор упорядоченных подмножеств (их можно назвать ориентированными подмножествами), которые не соединены операционно посредством правой комбинаторной операции. Однако есть пара подмножеств на строках 3, 5, которые операционно замкнуты на каждой из указанных операций.

Другими словами, частично подтверждена возможность материализации элементов, которые необходимы для конструирования электрических и гравитационных предзарядов. Понятно, что мы указали только одно звено моделирования. Здесь нет никаких предпосылок и анализа для объединения базовых элементов.

Рассмотрим другой пример:

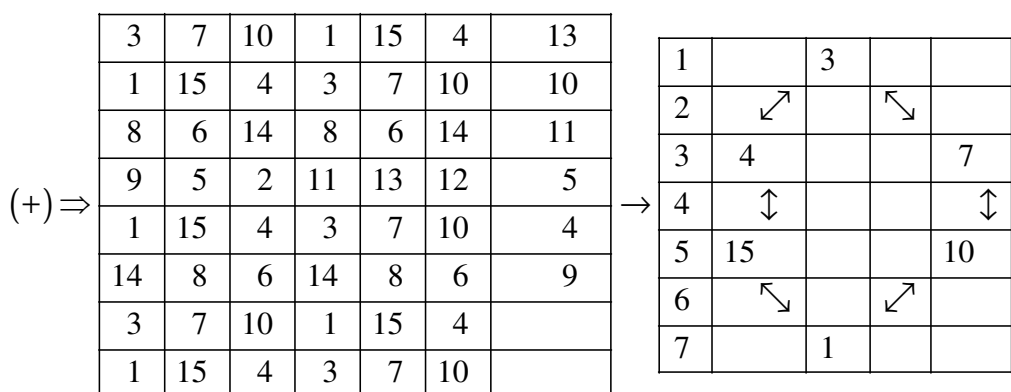


Правая комбинаторная операция также предъявляет набор упорядоченных подмножеств (ориентированных подмножеств), которые не соединены операционно посредством левой комбинаторной операции. Здесь тоже есть пара подмножеств на строках 3, 5, которые операционно замкнуты на каждой из указанных операций.

Из физических соображений естественно допустить разнообразные связи операционно замкнутых подмножеств. Уже на этом этапе исследования очевидно, что пара комбинаторных операций предъявляет условия для генерации пары различных предзарядов.

Столбец значений, расположенный на рисунках справа образует подмножество, посредством которого можно объединить в одно целое систему подмножеств, которые указаны в таблице значений. В итоге мы получаем некий «клубок» подмножеств. Заметим, что элементы столбца при прочтении сверху вниз образуют операционно замкнутое подмножество на правой комбинаторной операции.

Аналогичным образом на операции суммирования можно выполнить генерацию системы подмножеств. В этом случае имеем связи согласно таблице:

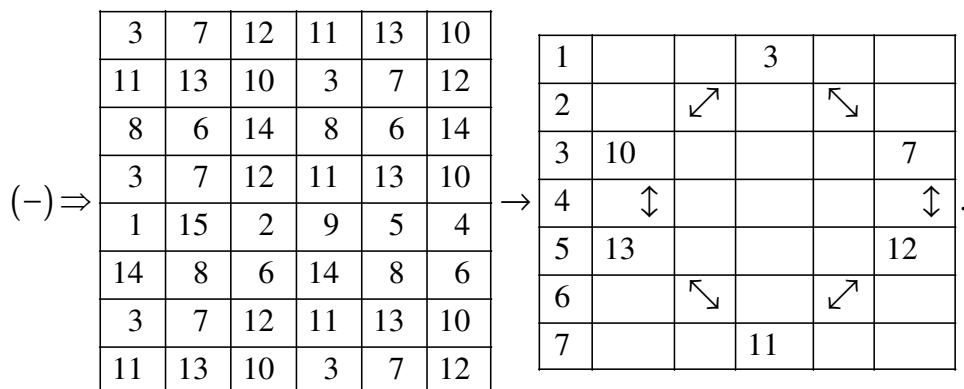


Здесь операция суммирования генерирует систему подмножеств, которые операционно замкнуты на ней. Их можно объединить между собой, соединяя подмножества между собой посредством суммирования последнего элемента строки с элементов, которые расположены в последнем столбце. Этот столбец образует самостоятельное подмножество, операционно замкнутое на операции суммирования. Понятно, что в этом случае мы имеем аналог «бамбука», его звенья соединены другими элементами.

Мы понимаем, что система операций генерирует не только систему подмножеств, но и подмножества для их согласования между собой. При этом согласующие подмножества получаются на операциях, посредством которых генерируется некая система подмножеств.

С математической точки зрения понятно, что возможны другие алгоритмы генерации подмножеств и модели их объединений, которые могут быть операционными.

Аналогично проанализируем исходную пару элементов на операции вычитания. Получим модель



На ее основе генерируются новые подмножества. Их можно получать на основе суммирования элементов справа налево от конца строки по ближним парам элементов. Мы получаем подмножества с разными направлениями генерации: в одном случае от начала строки, а в другом случае от конца строки.

Возможна другая постановка задачи: найти пару элементов, которая генерирует ожидаемый элемент в начале или в конце строк, которые представляют эти подмножества.

Проиллюстрируем расчет рисунком в форме «паутинки»:

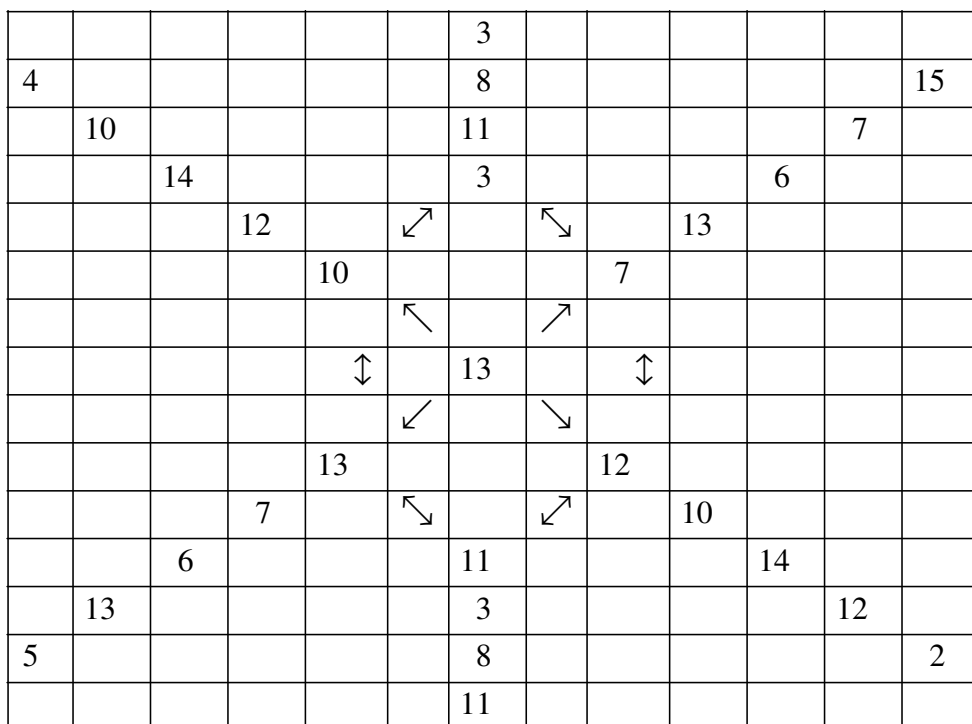


Таблица значений представлена не полностью. Это сделано сознательно, чтобы проиллюстрировать возможность «механической» деформации согласованной системы подмножеств объектного множества. Часть периферических конструкций «оборвана». Так может произойти в условиях жизнедеятельности визуализированного изделия. Но такой может быть информация о структуре изделия. Если получена недостаточная, неполная информация. В обоих случаях при анализе взаимодействия объектов со структурой, эти две тонкости могут и должны быть учтены при расчетах и сравнении с экспериментом.

## Операционная генерация подмножеств

Расчет физических констант на основе таблиц для элементов объектного множества  $M^9$  «подсказывает» алгоритм операционной генерации подмножеств для различных объектных множеств. Элементы можно соединять между собой, применяя для этого некоторую систему операций.

Алгоритмы такого типа актуальны для практики, если применять их в качестве приема для конструирования системы подмножеств объектного множества с целью дальнейшего их применения в качестве «строительного материала» для системы физических предзарядов. Понятно, что эти подмножества могут применяться также для конструирования на уровне математических расчетов некоторых других объектов с разными свойствами.

Тонкость ситуации в том, что объектные множества неассоциативны и не имеют свойства дистрибутивности. В силу этого свойства они могут быть достаточны для частичного описания информационного взаимодействия. Если принять точку зрения, что обмен разной информацией в различных ее вариантах и формах есть основа любого взаимодействия, то математический анализ неассоциативных моделей может приоткрыть тайны различных взаимодействий в естествознании.

Ранее мы рассматривали конструирование подмножеств объектных множеств с действием одной операции. В этом варианте теории подмножества имеют циклические свойства, проявляющиеся в их структуре. Проанализируем другую возможность, когда действует последовательность операций. Например, рассмотрим циклические операции:

$$\begin{aligned} \alpha &\Rightarrow + \rightarrow \leftarrow - , \\ \beta &\Rightarrow \rightarrow \leftarrow - + , \\ \gamma &\Rightarrow \leftarrow - + \rightarrow , \\ \delta &\Rightarrow - + \rightarrow \leftarrow . \end{aligned}$$

Проанализируем несколько ситуаций в объектном множестве  $M^9$ :

$$\begin{aligned} &\alpha \Rightarrow + \rightarrow \leftarrow - \\ &\Downarrow \\ &1 + 1 \rightarrow 5 \leftarrow 2 - 1 + 7 \rightarrow 2 \leftarrow 2 - 7 \Rightarrow 1 , \\ &5 + 5 \rightarrow 1 \leftarrow 6 - 5 + 7 \rightarrow 6 \leftarrow 6 - 7 \Rightarrow 5 , \\ &8 + 8 \rightarrow 7 \leftarrow 9 - 8 + 7 \rightarrow 9 \leftarrow 9 - 7 \Rightarrow 8 . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\beta \Rightarrow \rightarrow \leftarrow - + \\ &\Downarrow \\ &1 \rightarrow 1 \leftarrow 7 - 1 + 6 \rightarrow 7 \leftarrow 2 - 6 + 5 \Rightarrow 2 , \\ &5 \rightarrow 5 \leftarrow 7 - 5 + 2 \rightarrow 7 \leftarrow 6 - 2 + 1 \Rightarrow 6 , \\ &8 \rightarrow 8 \leftarrow 7 - 8 + 8 \rightarrow 7 \leftarrow 9 - 8 + 7 \Rightarrow 9 . \end{aligned}$$

Очевидна определенная цикличность элементов анализируемых подмножеств.



Рассмотрим две последующие циклические операции:

$$\gamma \Rightarrow \left[ \leftarrow \quad - \quad + \quad \rightarrow \right]$$

↓

$$\begin{array}{l} 1 \leftarrow 1 - 7 + 3 \rightarrow 1 \leftarrow 8 - 3 + 5 \rightarrow 8 \Rightarrow 1, \\ 5 \leftarrow 5 - 7 + 4 \rightarrow 5 \leftarrow 8 - 4 + 1 \rightarrow 8 \Rightarrow 5, \\ 8 \leftarrow 8 - 7 + 7 \rightarrow 8 \leftarrow 8 - 7 + 7 \rightarrow 8 \Rightarrow 8. \end{array}$$

$$\delta \Rightarrow \left[ - \quad + \quad \rightarrow \quad \leftarrow \right]$$

↓

$$\begin{array}{l} 1 - 1 + 9 \rightarrow 1 \leftarrow 2 - 9 + 2 \rightarrow 2 \leftarrow 7 \Rightarrow 2, \\ 5 - 5 + 9 \rightarrow 5 \leftarrow 6 - 9 + 6 \rightarrow 6 \leftarrow 7 \Rightarrow 6, \\ 8 - 8 + 9 \rightarrow 8 \leftarrow 9 - 9 + 9 \rightarrow 9 \leftarrow 7 \Rightarrow 9. \end{array}$$

Обнаружено дублирование конечных значений при генерации подмножеств в условиях действия пары операционных циклов с разной последовательностью операций.

Обратим внимание, что для одной пары операций характерно «возвращение» к начальным значениям величин. Эти результаты можно рассматривать в форме произведения элементов на элемент с номером 7 согласно действию левой комбинаторной операции. Вторая пара циклических операций дает результат, который может быть получен на основе суммирования с элементом под номером 7.

Проиллюстрируем сказанное расчетом:

$$\begin{array}{l} \overset{k}{1} \times \underset{\leftarrow}{7} = \overset{k}{1,5} \times \underset{\leftarrow}{7} = \overset{k}{7,8} \times \underset{\leftarrow}{7} = 8, \\ \overset{st}{1} + 7 = \overset{st}{2,5} + 7 = \overset{st}{6,8} + 7 = 9. \end{array}$$

Эта иллюстрация интересна с позиции жизненной практики: она свидетельствует простыми средствами, что одинаковый результат можно получить «просто» и «сложно».

Аналогично проанализируем ситуацию, когда начальные элементы разные:

$$1 + 2 \rightarrow 6 \leftarrow 2 - 2 + 9 \rightarrow 2 \leftarrow 3 - 9 \Rightarrow 3,$$

$$1 \rightarrow 2 \leftarrow 8 - 1 + 4 \rightarrow 8 \leftarrow 2 - 4 + 4 \Rightarrow 2,$$

$$1 \leftarrow 2 - 9 + 2 \rightarrow 2 \leftarrow 7 - 2 + 5 \rightarrow 7 \Rightarrow 3,$$

$$1 - 2 + 8 \rightarrow 1 \leftarrow 3 - 8 + 1 \rightarrow 3 \leftarrow 9 \Rightarrow 1.$$

Имеет место частичная аналогия действия операций по сравнению с предыдущим случаем.

## Объектный аналог цепей Маркова

Базовым элементом теории цепей Маркова является алгоритм расчета новых значений некоторой системы величин при их «прохождении» через определенное «устройство», которое, так или иначе, преобразует их. Новые величины могут быть подчинены данному циклу или другому циклу.

Проиллюстрируем алгоритм на произведении строки элементов на матрицу:

$$(a \quad b \quad c) \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = (A \quad B \quad C),$$

$$A = aa_1 + ba_2 + ca_3,$$

$$B = ab_1 + bb_2 + cb_3,$$

$$C = ac_1 + bc_2 + cc_3.$$

Обычно элементы модели задаются числами, которые, в частности, характеризуют вероятности определенных явлений. Например, так можно «предсказывать» вероятность состояний погоды или других событий, подчиняющихся законам теории вероятностей. Конечно, величины могут быть матрицами.

Элементы объектного множества представляют собой матрицы, они имеют номера, заданные для удобства числами. Этого достаточно, чтобы формально применить к объектам алгоритм Маркова.

Например, получим такой результат:

$$\begin{pmatrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{pmatrix} : (7 \quad 12 \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 16 \\ 6 & 1 & 10 \\ 11 & 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 3 + 12 \cdot 6 + 2 \cdot 11 = 1 + 3 + 8 = 16 \\ 7 \cdot 2 + 12 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 2 + 8 + 16 = 10 \\ 7 \cdot 16 + 12 \cdot 10 + 2 \cdot 7 = 8 + 15 + 12 = 3 \end{pmatrix} \Rightarrow (16 \quad 10 \quad 3),$$

$$\begin{pmatrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{pmatrix} : (7 \quad 12 \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 16 \\ 6 & 1 & 10 \\ 11 & 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 3 + 12 \cdot 6 + 2 \cdot 11 = 9 + 11 + 6 = 14 \\ 7 \cdot 2 + 12 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 12 + 6 + 14 = 4 \\ 7 \cdot 16 + 12 \cdot 10 + 2 \cdot 7 = 6 + 15 + 2 = 11 \end{pmatrix} \Rightarrow (14 \quad 4 \quad 11).$$

Полученный результат не зависит от перестановки элементов в начальном множестве. Аналогично он не зависит от перестановки строк в управляющей матрице.

Проиллюстрируем эту специфику объектного множества парой примеров:

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	7 12 2	12 7 2	2 7 12	7 2 12	12 2 7	2 12 7
$a_i$	1 3 8	6 14 8	16 14 13	1 9 14	6 9 9	16 3 9
$b_i$	2 8 16	7 3 16	13 3 6	2 14 6	7 14 1	13 8 1
$c_i$	8 15 12	9 10 12	3 10 2	8 5 2	9 5 13	3 15 13

Во всех случаях, при таком различии элементов, имеем одинаковые значения сумм в каждом столбце

$$\sum_i a_i = 16, \sum_i b_i = 10, \sum_i c_i = 3.$$

Правая комбинаторная операция генерирует инвариантным образом другие значения:

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	7 12 2	12 7 2	2 7 12	7 2 12	12 2 7	2 12 7
$a_i$	9 11 6	8 16 6	14 16 16	9 1 16	8 1 1	14 11 1
$b_i$	12 6 14	7 11 14	13 11 8	12 16 8	7 16 9	13 6 9
$c_i$	6 15 2	1 4 2	11 14 12	6 5 12	1 5 13	11 15 13

Во всех рассматриваемых случаях имеем одинаковые значения сумм в каждом столбце

$$\sum_i a_i = 14, \sum_i b_i = 4, \sum_i c_i = 11.$$

Обратим внимание на одинаковые значения полученных сумм:

$$16+10+3=13=14+4+11.$$

С другой стороны, эти же значения следуют из произведения сумм элементов в начальной строке и в строках управляющей таблицы. Имеем суммы

$$5=7+12+2, \quad 3+2+16=6+1+10=11+3+7=5.$$

Их произведения на левой и правой комбинаторных операциях одинаковы и задают элемент под номером 13.

Указанные свойства имеют место при других наборах элементов.

В рассматриваемом случае суммы элементов в начальном подмножестве аналогичны суммам элементов в каждой строке управляющей матрицы.

Рассмотрим ещё один пример:

$$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix} : (7 \quad 12 \quad 4) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 14 \\ 6 & 1 & 12 \\ 11 & 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3+6=14 \\ 2+8+14=12 \\ 6+13+12=3 \end{pmatrix} \rightarrow 14+12+3=13,$$

$$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix} : (7 \quad 12 \quad 4) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 14 \\ 6 & 1 & 12 \\ 11 & 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9+11+8=16 \\ 12+6+16=2 \\ 8+13+2=11 \end{pmatrix} \rightarrow 16+2+11=13.$$

$$\text{Здесь } 7+12+4=7, \quad 3+2+14=6+1+12=11+3+5=7, \quad \begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix} 7 = 13 = \begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix} 7.$$

Есть много других вариантов. Рассмотрим произведение строки с суммой элементов под номером 12 с управляющей матрицей, в которой каждая строка имеет сумму под номером 8. Получим

$$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix} : (3 \quad 1 \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 \\ 2 & 5 & 11 \\ 3 & 7 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15+16+14=13 \\ 10+9+10=1 \\ 7+7+5=7 \end{pmatrix} \Rightarrow 13+1+7=9, \begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix} 8 = 9.$$

В этом варианте левая комбинаторная операция согласована с правой комбинаторной операцией по произведению.

Проанализируем этот же пример на основе правой комбинаторной операции произведения:

$$\begin{array}{c} \times \\ \rightarrow \end{array} : (3 \ 1 \ 4) \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 \\ 2 & 5 & 11 \\ 3 & 7 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15+14+16=13 \\ 4+1+4=9 \\ 7+7+5=7 \end{pmatrix} \Rightarrow 13+9+7=1, 12 \begin{array}{c} \times \\ \leftarrow \end{array} 8 = 1.$$

Аналогично предыдущему случаю, здесь согласованы между собой правая и левая комбинаторные операции произведения.

Рассмотрим более сложную ситуацию. Возьмем управляющую таблицу с разными значениями сумм элементов в строках:

$$\begin{array}{l} 3+1+4=12, \\ 3+2+1=10, 7+5+6=6, 12+11+9=4, \\ 10+6+4=8. \end{array}$$

В этом варианте получим  $12 \begin{array}{c} \times \\ \rightarrow \end{array} 8 = 9, 12 \begin{array}{c} \times \\ \leftarrow \end{array} 8 = 1$ . Из прямого расчета следует, что

$$\begin{array}{c} \times \\ \leftarrow \end{array} : (3 \ 1 \ 4) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 5 & 6 \\ 12 & 11 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13+11+5=1 \\ 14+9+6=1 \\ 15+12+8=3 \end{pmatrix} \Rightarrow 1+1+3=9,$$

$$\begin{array}{c} \times \\ \rightarrow \end{array} : (3 \ 1 \ 4) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 5 & 6 \\ 12 & 11 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13+3+5=9 \\ 16+1+8=9 \\ 15+2+6=11 \end{pmatrix} \Rightarrow 9+9+11=1.$$

Комбинаторные операции взаимно согласованы друг с другом по результату.

Уникально одно из следствий выполненного расчета. Если нас интересует только сумма полученных значений, то ее можно получить без матричного расчета, применяя только таблицу произведений.

Заметим, что таких таблиц должно быть две. В нашей модели есть левая и правая операции произведения. Они взаимно дополнительные друг другу с точки зрения итоговой суммы элементов.

Заметим, что можно переставлять строки в управляющей матрице, не меняя расположение в строке начальных элементов. Спектр полученных подмножеств будет тот же. Имеет место стабильность значения суммы генерируемых элементов, ее независимость от перестановки элементов в начальной строке или в строках управляющей матрицы.

С физической точки зрения мы имеем модель анализа динамики кодонов на уровне материи, проявляющей структуру и взаимодействие предзарядов. Кодоны характеризуются подмножеством, состоящим из 3 элементов объектного множества, содержащего 16 объектов.

Алгоритм расчета, базирующийся на модели цепей Маркова, есть один из способов изменения кодонов. Понятно, что он иллюстрирует одну из многочисленных граней свойств кодонов. Общая модель взаимодействия содержит спектр алгоритмов для превращения кодонов друг в друга.

Объектное множество предназначено для описания информационной составляющей взаимодействия. По этой причине управляющая матрица аналогична устройству, которое принимает информацию от системы объектов и преобразует её в новый вид о подмножества.

Заметим, что аналогично человек преобразует звуковые сигналы в команду поведения.

## Объектные циклы в модели цепей Маркова

Из анализа операционных отношений элементов объектного множества следует, что последовательное действие любой операции генерирует циклы этого множества. Во многом так происходит потому, что объектное множество конечно.

Генерирует ли алгоритм анализа цепей Маркова циклы подмножеств объектного множества? Какова структура возможных циклов подмножеств?

Для начального ответа на поставленные вопросы проанализируем изменение конкретного подмножества под действием отдельных операций или под действием пары операций.

Рассмотрим изменение начального подмножества при действии левого или правого комбинаторных произведений. Получим, например, такие результаты:

$$\begin{aligned} \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}}:(7 \ 12 \ 2) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 16 \\ 6 & 1 & 10 \\ 11 & 3 & 7 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1+3+8=16 \\ 2+8+16=10 \\ 8+15+12=3 \end{pmatrix} \Rightarrow (16 \ 10 \ 3), \\ \overset{k}{\underset{\rightarrow}{\times}}:(7 \ 12 \ 2) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 16 \\ 6 & 1 & 10 \\ 11 & 3 & 7 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 9+11+6=14 \\ 12+6+14=4 \\ 6+15+2=11 \end{pmatrix} \Rightarrow (14 \ 4 \ 11). \end{aligned}$$

Продолжение аналогичного расчета генерирует множество подмножеств, согласованных между собой на паре комбинаторных произведений. Эти согласования подтверждают идею о возможности циклов на подмножествах:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 6 & 12 & 3 & \Rightarrow & 16 & 10 & 3 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 6 & 12 & 3 & \Rightarrow & 14 & 4 & 11 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 7 & 12 & 2 & \Rightarrow & 16 & 10 & 3 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 3 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 8 & 2 & 11 & \Rightarrow & 16 & 10 & 3 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 7 & 12 & 2 & \Rightarrow & 14 & 4 & 11 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 3 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 8 & 2 & 11 & \Rightarrow & 16 & 10 & 3 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 4 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 14 & 4 & 11 & \Rightarrow & 8 & 2 & 11 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 5 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 16 & 10 & 3 & \Rightarrow & 8 & 2 & 11 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 4 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 14 & 4 & 11 & \Rightarrow & 6 & 12 & 3 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 5 & \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}} & 16 & 10 & 3 & \Rightarrow & 6 & 12 & 3 \\ \hline \end{array}.$$

Структура операционных циклов на подмножествах такова:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 6 & 12 & 3 & \leftrightarrow & 16 & 10 & 3 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 6 & 12 & 3 & \leftrightarrow & 14 & 4 & 11 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 6 & 12 & 3 & \rightarrow & 14 & 4 & 11 & \rightarrow & 8 & 2 & 11 & \leftrightarrow & 16 & 10 & 3 \\ \hline \end{array}, \dots$$

Проанализируем другую модель генерации системы подмножеств, почленно суммируя для следующего действия преобразующей матрицы начальное подмножество с его новым образом.

Проиллюстрируем один шаг такого алгоритма:

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{k} (8 \ 5 \ 11) \\ \rightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 16 \\ 6 & 1 & 10 \\ 11 & 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12+14+13=11 \\ 11+9+5=13 \\ 5+2+9=8 \end{pmatrix} \Rightarrow (8 \ 5 \ 11) + (11 \ 13 \ 9) = (3 \ 6 \ 3),$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{k} (3 \ 6 \ 3) \\ \rightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 16 \\ 6 & 1 & 10 \\ 11 & 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow (3 \ 6 \ 3) + (7 \ 9 \ 4) = (10 \ 3 \ 7), \dots$$

Из указанного начала расчета следует последовательность превращений. Она имеет циклические свойства, образуя некий аналог «смотровой площадки», так как разные подмножества посредством активной матрицы генерируют одинаковый результат:

8	5	11	→	11	13	8	+	3	6	3	,
							→				
3	6	3	→	7	9	4	+	10	3	7	,
							→				
10	3	7	→	15	1	12	+	9	8	3	,
							→				
9	8	3	→	15	1	12	+	12	9	15	,
							→				
12	9	15	→	15	1	12	+	11	14	11	,
							→				
11	14	11	→	15	1	12	+	10	3	7	,
							→				
10	3	7	→	15	1	12	+	9	8	3	.
							→				

Другие наборы демонстрируют аналогичные свойства при действии указанного алгоритма. В частности, генерируется циклическая последовательность подмножеств:

3	15	4	→	3	2	14	→	3	8	11	,	3	8	11	→	4	11	5	→	3	16	1	,
3	16	1	→	2	1	13	→	1	6	9	,	1	6	9	→	4	11	5	→	3	16	1	,...

Проанализируем ситуацию, когда подмножество меняется под действием системы управлений его структурой. Пусть процесс состоит из двух стадий. На первой стадии последовательно действует пара управляющих структур. На второй стадии достигнутые изменения корректирует новая управляющая структура, функционально зависящая от начальной пары управлений.

Зададим пару начальных управлений с указанным порядком объектными матрицами

$$\alpha = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 2 & 15 \\ \hline 3 & 11 & 5 \\ \hline 6 & 9 & 10 \\ \hline \end{array}, \quad \beta = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 8 & 1 \\ \hline 12 & 11 & 13 \\ \hline 14 & 16 & 7 \\ \hline \end{array}.$$

Их функциональную зависимость для следующего управления зададим на системе операций для элементов матриц, полученных при наложении матриц друг на друга:

$$\alpha + \beta = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 11 & 10 & 4 \\ \hline 15 & 6 & 6 \\ \hline 8 & 9 & 1 \\ \hline \end{array}, \quad \alpha - \beta = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 10 & 10 \\ \hline 7 & 16 & 8 \\ \hline 8 & 9 & 3 \\ \hline \end{array}, \quad \alpha \underset{\leftarrow}{\times} \beta = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 11 & 11 \\ \hline 8 & 13 & 5 \\ \hline 5 & 10 & 4 \\ \hline \end{array}, \quad \alpha \underset{\rightarrow}{\times} \beta = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 10 & 3 & 3 \\ \hline 6 & 13 & 5 \\ \hline 5 & 4 & 10 \\ \hline \end{array}.$$

Проанализируем, как меняется одно подмножество при последовательном действии на него тройки управлений.

В этом случае начальная пара преобразований будет одинакова для всех 4 моделей тройного управления. Получим новую пару подмножеств из подмножества (2 6 10), применив для произведения элементов левую комбинаторную операцию:

$$(2 \ 6 \ 10) \begin{pmatrix} 7 & 2 & 15 \\ 3 & 11 & 5 \\ 6 & 9 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12+4+1=1 \\ 13+12+14=11 \\ 4+14+13=3 \end{pmatrix} \Rightarrow (1 \ 11 \ 3),$$

$$(1 \ 11 \ 3) \begin{pmatrix} 4 & 8 & 1 \\ 12 & 11 & 13 \\ 14 & 16 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14+16+2=4 \\ 10+13+4=15 \\ 13+11+9=5 \end{pmatrix} \Rightarrow (4 \ 15 \ 5).$$

С этого момента начинается действие третьей матрицы, которая функционально зависит от двух указанных матриц. В ситуации при их суммировании получим

$$(4 \ 15 \ 5) \begin{pmatrix} 11 & 10 & 4 \\ 15 & 6 & 6 \\ 8 & 9 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+13+14=5 \\ 7+6+9=10 \\ 13+6+1=12 \end{pmatrix} \Rightarrow (5 \ 10 \ 12).$$

Продолжение действия тройки операций генерирует цикл подмножеств с условием, что повторяющееся подмножество подчинено действию первичной для него операции:

$$(2 \ 6 \ 10) \rightarrow (1 \ 11 \ 3) \rightarrow (4 \ 15 \ 5) \rightarrow (5 \ 10 \ 12) \rightarrow (10 \ 4 \ 12) \rightarrow \\ \rightarrow (11 \ 6 \ 16) \rightarrow (14 \ 3 \ 1) \rightarrow (1 \ 11 \ 3) \rightarrow \dots$$

Здесь пара подмножеств на операции  $\alpha$  генерирует одинаковое подмножество, что позволяет рассматривать действие тройки операций в качестве алгоритма конструирования циклической системы подмножеств. Принимая циклическую систему подмножеств в качестве аналога физического объекта в форме «цепи», мы можем представить соединенной таким образом систему кодонов. Множество соединенных между собой «цепей» можно рассматривать как одно из средств объединения между собой различных элементарных объектов.

Есть дополнительная общность пары подмножеств, одинаково генерирующих цепь подмножеств. Действительно, пара подмножеств  $(2\ 6\ 10), (14\ 3\ 1)$  содержит элементы, структурная сумма которых одинакова и равна элементу под номером 6.

Вторая функциональная операция, основанная на знаке «минус», с третьего этапа последовательно генерирует новую циклическую последовательность подмножеств:

$$(2\ 6\ 10) \rightarrow (1\ 11\ 3) \rightarrow (4\ 15\ 5) \rightarrow (5\ 4\ 2) \rightarrow \\ \rightarrow (10\ 4\ 12) \rightarrow (11\ 6\ 16) \rightarrow (14\ 9\ 11) \rightarrow (1\ 11\ 3) \rightarrow \dots$$

Сумма элементов второго начала цикла в форме подмножества  $(14\ 9\ 11)$  задается элементом с номером 6.

Это же подмножество генерируется при использовании в качестве третьего элемента операций матрицы, полученной почленным произведением начальных матриц с применением левой комбинаторной операции.

В этой модели последовательность подмножеств такова:

$$(2\ 6\ 10) \rightarrow (1\ 11\ 3) \rightarrow (4\ 15\ 5) \rightarrow (6\ 1\ 3) \rightarrow \\ \rightarrow (9\ 3\ 11) \rightarrow (12\ 7\ 13) \rightarrow (14\ 9\ 11) \rightarrow (1\ 11\ 3) \rightarrow \dots$$

Активная матрица, полученная из пары начальных матриц на основе правой комбинаторной операции, генерирует короткую циклическую последовательность

$$(2\ 6\ 10) \rightarrow (1\ 11\ 3) \rightarrow (4\ 15\ 5) \rightarrow (14\ 3\ 1) \rightarrow (1\ 11\ 3) \rightarrow \dots$$

Подмножество второго цикла в форме элементов  $(14\ 3\ 1)$  аналогично подмножеству второго цикла, выведенному на основе операции суммирования базовых матриц.

Следовательно, циклы операций, действующие на элементы подмножеств, генерируют циклы подмножеств. Циклы операций можно рассматривать как алгоритмы изменения программ, которым подчинено изменение элементов подмножеств. Эти циклы программ имеют «материализацию» в форме системы матриц, последовательно меняющих элементы подмножеств.

Мы фактически применяем для преобразования подмножеств, с физической точки зрения, систему «устройств», которые соединены между собой в замкнутую последовательность. Деятельность функционирующего изделия генерирует циклическую последовательность подмножеств.

Если есть возможность соединения элементов такого множества, мы получаем «цепь» подмножеств, длину которых можно сделать удобной для «практического применения».

Но таковы могут быть силовые линии, удерживающие элементарные частицы друг относительно друга. Они естественно являются источниками энергии при «разрыве» связей.



## Функциональное дополнение алгоритма объектных цепей Маркова

Алгоритм объектных цепей Маркова позволяет сопоставить отдельному подмножеству их циклическое семейство. Понятно, что дополнительно этому методу можно рассматривать другие возможности генерации системы подмножеств по базовому подмножеству.

Проиллюстрируем такие возможности, согласовывая при этом различные алгоритмы между собой. В частности, так реализуется функциональное дополнение объектных цепей Маркова. Проведем анализ на основе управляющей объектной матрицы

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

В этом случае действия на подмножества подчинены алгоритму вида

$$(a_1 \ b_1 \ c_1) \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix} = (\alpha_1 \ \beta_1 \ \gamma_1), (\alpha_1 \ \beta_1 \ \gamma_1) \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix} = (a_2 \ b_2 \ c_2), \dots$$

Применим действие управляющей матрицы несколько раз. Получим, например, систему подмножеств:

$$(1 \ 8 \ 7) \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+4+2=7 \\ 4+6+8=3 \\ 3+2+9=5 \end{pmatrix} \rightarrow (7 \ 3 \ 5), (7 \ 3 \ 5) \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3+4=2 \\ 7+2+1=4 \\ 6+7+2=9 \end{pmatrix} \rightarrow (2 \ 4 \ 9),$$

$$(2 \ 4 \ 9) \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9+8+3=2 \\ 6+7+1=4 \\ 2+6+7=9 \end{pmatrix} \rightarrow (2 \ 4 \ 9).$$

За два «шага» алгоритм преобразовал начальное подмножество в подмножество, инвариантное относительно действия управляющей объектной матрицы.

Рассмотрим вариант вывода аналогичных значений на основе системы функций от переменных  $a, b, c$ :

$$abc + a + c = \xi, bca + b + b = \eta, cab + c + a = \zeta.$$

Получим такие результаты:

$$(1 \ 8 \ 7) \rightarrow \begin{pmatrix} cab + c + a = \alpha \\ bca + b + b = \beta \\ abc + a + c = \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 \cdot 8 + 7 + 1 = 7 \\ 8 \cdot 7 \cdot 1 + 8 + 8 = 3 \\ 1 \cdot 8 \cdot 7 + 1 + 7 = 5 \end{pmatrix} \rightarrow (7 \ 3 \ 5),$$

$$(7 \ 3 \ 5) \Rightarrow \begin{pmatrix} cab + c + a = \alpha \\ bca + b + b = \beta \\ abc + a + c = \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \cdot 7 \cdot 3 + 5 + 7 = 4 \\ 3 \cdot 5 \cdot 7 + 3 + 3 = 2 \\ 7 \cdot 3 \cdot 5 + 5 + 7 = 9 \end{pmatrix} \rightarrow (4 \ 2 \ 9),$$

$$(4 \ 2 \ 9) \rightarrow \begin{pmatrix} cab + c + a = \alpha \\ bca + b + b = \beta \\ abc + a + c = \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \cdot 4 \cdot 2 + 4 + 9 = 2 \\ 2 \cdot 9 \cdot 4 + 2 + 2 = 4 \\ 4 \cdot 2 \cdot 9 + 4 + 9 = 9 \end{pmatrix} \rightarrow (2 \ 4 \ 9),$$

$$(2 \ 4 \ 9) \rightarrow \begin{pmatrix} cab + c + a = \alpha \\ bca + b + b = \beta \\ abc + a + c = \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \cdot 2 \cdot 4 + 2 + 9 = 4 \\ 4 \cdot 9 \cdot 2 + 4 + 4 = 2 \\ 2 \cdot 4 \cdot 9 + 2 + 9 = 9 \end{pmatrix} \rightarrow (4 \ 2 \ 9).$$

Функциональный алгоритм расчета позволяет получить результаты, аналогичные алгоритму Маркова с точностью до перестановки элементов. Кроме этого, расширено множество инвариантных подмножеств, их теперь пара:  $(2 \ 4 \ 9), (4 \ 2 \ 9)$ .

В диапазоне рассматриваемых величин тройные произведения генерируют средний элемент. По этой причине ситуацию можно упростить функционально:

$$\begin{aligned} cab + c + a = \alpha &= a + a + c, \\ bca + b + b = \beta &= b + b + c, \\ abc + a + c = \gamma &= a + b + c. \end{aligned}$$

Каждое новое подмножество получается на основе структурного суммирования элементов предыдущего подмножества.

Применим этот простой алгоритм для сравнительного анализа системы подмножеств, которые получаются из одного подмножества по методу цепей Маркова и по методу суммирования элементов согласно полученным функциям.

Пусть начальное подмножество состоит из элементов  $(1 \ 4 \ 2)$ . Тогда по методу Маркова получим последовательность подмножеств вида

$$\begin{matrix} \times \\ \rightarrow \end{matrix} : (1 \ 4 \ 2) \xrightarrow{k} (7 \ 3 \ 5) \rightarrow (2 \ 4 \ 9) \rightarrow (2 \ 4 \ 9) \rightarrow \dots$$

На основе системы функций

$$\begin{aligned} a + a + c &= \alpha, \\ b + b + c &= \beta, \\ a + b + c &= \gamma \end{aligned}$$

получим последовательность подмножеств

$$f : (1 \ 4 \ 2) \rightarrow (7 \ 4 \ 1) \rightarrow (3 \ 6 \ 9) \rightarrow (6 \ 3 \ 9) \rightarrow (3 \ 6 \ 9) \rightarrow \dots$$

Аналогично предыдущему случаю функциональный расчет дает пару инвариантных подмножеств. Алгоритм Маркова генерирует одно инвариантное подмножество. В этом случае инвариантные подмножества различны. Заметим, что расчет по первичным функциям дает те же инвариантные подмножества.

Результат стандартен: разные алгоритмы дают разные результаты при одинаковых начальных условиях. Важно другое, что разными способами может быть получен один и тот же результат.

Прикладной характер эти расчеты могут получить в том случае, если с подмножествами можно будет ассоциировать некие физические объекты или их свойства.

## Функциональные согласования кодонных подмножеств объектного множества

Алгоритмы преобразования одного подмножества, состоящего из 3 элементов, названного кодонным подмножеством, в другое аналогичное подмножество могут быть самыми разными. Алгоритм в форме цепей Маркова, действующий на элементы объектного множества, задается, в частности, уравнением

$$(a \ b \ c) \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix} = (\alpha \ \beta \ \gamma).$$

При таком выборе преобразующей функции получим множество соответствий между начальными и преобразованными кодонными подмножествами:

<i>a</i>	1	7	6	4	8	1	1	6	2	6	7	3	2
<i>b</i>	8	3	8	2	5	4	4	1	4	8	3	7	7
<i>c</i>	7	5	1	9	3	2	3	8	9	5	5	5	9
↓													↓
$\alpha$	7	2	4	4	8	4	6	8	2	7	2	2	2
$\beta$	3	4	2	2	5	2	1	6	4	3	4	4	3
$\gamma$	5	9	9	9	3	9	8	1	9	5	9	9	7

Проанализируем возможность существования и связей функциональных согласований между такими подмножествами на примере объектного множества  $M^9$ . Из анализа следует выполнение условия

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \omega_1, \\ \mu_1 &= a\alpha + b\beta + c\gamma + \gamma a + \beta b + \alpha c, \\ \omega_1 &= \alpha a + \beta b + \gamma c + a\gamma + b\beta + c\alpha. \end{aligned}$$

Проиллюстрируем его на паре подмножеств: 

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
3	7	5

, 

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
2	4	9

. Получим

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3 \cdot 2 + 7 \cdot 4 + 5 \cdot 9 + 9 \cdot 3 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 9 + 4 + 2 + 1 + 1 + 1 = 9, \\ \omega_1 &= 2 \cdot 3 + 4 \cdot 7 + 9 \cdot 5 + 3 \cdot 9 + 7 \cdot 4 + 5 \cdot 2 = 8 + 1 + 6 + 4 + 4 + 4 = 9. \end{aligned}$$

Общее функциональное условие в данной ситуации дополняется парой более простых условий вида

$$\begin{aligned} \alpha a + \beta b + \gamma c &= a\alpha + b\beta + c\gamma, \\ a\gamma + b\beta + c\alpha &= \gamma a + \beta b + \alpha c. \end{aligned}$$

Заметим, что начальное условие выполняется при произвольном выборе элементов подмножеств, состоящих из трех элементов. Простые условия выполняются только в частных ситуациях.

Следовательно, кодонные подмножества подчинены фундаментальному закону, но могут иметь дополнительные свойства.

Рассмотрим более сложные полиномиальные выражения на примере формальной пары подмножеств, не согласованной с каким-либо выбором преобразующей функции:

$a$	$b$	$c$	,	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1	2	3		5	6	7

Пусть функции имеют такой вид

$$\sigma_1 = a(\alpha\beta) + b(\beta\gamma) + c(\gamma\alpha),$$

$$\theta_1 = \alpha(ab) + \beta(bc) + \gamma(ca),$$

$$\sigma_2 = a(\gamma\beta) + b(\beta\alpha) + c(\alpha\gamma),$$

$$\theta_2 = \gamma(ab) + \beta(bc) + \alpha(ca).$$

Получим выражения:

$$\sigma_1 = 1(5 \cdot 6) + 2(6 \cdot 7) + 3(7 \cdot 5) = 1 \cdot 8 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 5 + 7 + 3 = 9,$$

$$\theta_1 = 5(1 \cdot 2) + 6(2 \cdot 3) + 7(3 \cdot 1) = 5 \cdot 8 + 6 \cdot 8 + 7 \cdot 8 = 1 + 3 + 8 + 6,$$

$$\sigma_2 = 1(7 \cdot 6) + 2(6 \cdot 5) + 3(5 \cdot 7) = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 3 = 3 + 5 + 7 = 9,$$

$$\theta_2 = 7(1 \cdot 2) + 6(2 \cdot 3) + 5(3 \cdot 1) = 7 \cdot 8 + 6 \cdot 8 + 5 \cdot 8 = 8 + 3 + 1 = 6.$$

Из частного расчета следует возможность частных законов

$$\sigma_1 = \sigma_2, \theta_1 = \theta_2.$$

Анализ свидетельствует, что общий закон объединяет пары элементов и имеет вид

$$\sigma_1 + \theta_1 = \sigma_2 + \theta_2,$$

$$a(\alpha\beta) + b(\beta\gamma) + c(\gamma\alpha) + \alpha(ab) + \beta(bc) + \gamma(ca) = a(\gamma\beta) + b(\beta\alpha) + c(\alpha\gamma) + \gamma(ab) + \beta(bc) + \alpha(ca).$$

Из анализа частных законов

$$a(\alpha\beta\gamma) + b(\beta\gamma\alpha) + c(\gamma\alpha\beta) = a(\gamma\beta\alpha) + b(\beta\alpha\gamma) + c(\alpha\gamma\beta),$$

$$\alpha(abc) + \beta(bca) + \gamma(cab) = \gamma(abc) + \beta(bca) + \alpha(cab),$$

следует закон, выполняющийся для любой пары кодонных подмножеств

$$A = B,$$

$$A = a(\alpha\beta\gamma) + b(\beta\gamma\alpha) + c(\gamma\alpha\beta) + \alpha(abc) + \beta(bca) + \gamma(cab),$$

$$B = a(\gamma\beta\alpha) + b(\beta\alpha\gamma) + c(\alpha\gamma\beta) + \gamma(abc) + \beta(bca) + \alpha(cab).$$

На кодонных подмножествах

$a$	$b$	$c$	,	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
6	8	1		4	2	9

справедливы не только общие,

но и указанные частные условия.

Естественно, что объектное множество  $M^9$  подчинено системе общих законов.

Проиллюстрируем выполнение указанных законов на примере. Выберем пару подмножеств

$a$	$b$	$c$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1	4	3	6	1	8

Получим числовое представление первого закона

$$\mu_1 = a\alpha + b\beta + c\gamma + \gamma a + \beta b + \alpha c = \alpha a + \beta b + \gamma c + a\gamma + b\beta + c\alpha = \omega_1.$$

Оно имеет вид

$$\begin{aligned}\mu_1 &= 1 \cdot 6 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 8 + 8 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 3 + 4 + 6 + 3 + 1 + 4 = 9, \\ \omega_1 &= 6 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 8 \cdot 3 + 1 \cdot 8 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 6 = 5 + 1 + 2 + 5 + 4 + 1 = 9.\end{aligned}$$

Второй закон

$$\begin{aligned}\mu_2 &= a(\alpha\beta) + b(\beta\gamma) + c(\gamma\alpha) + \alpha(ab) + \beta(bc) + \gamma(ca) = \\ &= a(\gamma\beta) + b(\beta\alpha) + c(\alpha\gamma) + \gamma(ab) + \beta(bc) + \alpha(ca) = \omega_2\end{aligned}$$

имеет такое числовое представление:

$$\begin{aligned}\mu_2 &= 1(6 \cdot 1) + 4(1 \cdot 8) + 3(8 \cdot 6) + 6(1 \cdot 4) + 1(4 \cdot 3) + 8(3 \cdot 1) = \\ &= 1 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 6 \cdot 1 + 1 \cdot 6 + 8 \cdot 8 = 2 + 8 + 3 + 5 + 3 + 7 = 4, \\ \omega_2 &= 1(8 \cdot 1) + 4(1 \cdot 6) + 3(6 \cdot 8) + 8(1 \cdot 4) + 1(4 \cdot 3) + 6(3 \cdot 1) = \\ &= 1 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 1 \cdot 6 + 6 \cdot 8 = 9 + 6 + 7 + 3 + 3 + 3 = 4.\end{aligned}$$

Для третьего закона

$$\begin{aligned}\mu_3 &= \omega_3, \\ \mu_3 &= a(\alpha\beta\gamma) + b(\beta\gamma\alpha) + c(\gamma\alpha\beta) + \alpha(abc) + \beta(bca) + \gamma(cab), \\ \omega_3 &= a(\gamma\beta\alpha) + b(\beta\alpha\gamma) + c(\alpha\gamma\beta) + \gamma(abc) + \beta(bca) + \alpha(cab)\end{aligned}$$

получим выражения:

$$\begin{aligned}\mu_3 &= 1(6 \cdot 1 \cdot 8) + 4(1 \cdot 8 \cdot 6) + 3(8 \cdot 6 \cdot 1) + 6(1 \cdot 4 \cdot 3) + 1(4 \cdot 3 \cdot 1) + 8(3 \cdot 1 \cdot 4) = \\ &= 1 \cdot 1 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 6 + 6 \cdot 9 + 1 \cdot 5 + 8 \cdot 6 = 7 + 2 + 1 + 1 + 2 + 5 = 9, \\ \omega_3 &= 1(8 \cdot 1 \cdot 6) + 4(1 \cdot 6 \cdot 8) + 3(6 \cdot 8 \cdot 1) + 8(1 \cdot 4 \cdot 3) + 1(4 \cdot 3 \cdot 1) + 6(3 \cdot 1 \cdot 4) = \\ &= 1 \cdot 1 + 4 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 1 \cdot 5 + 6 \cdot 6 = 7 + 9 + 6 + 8 + 2 + 7 = 9.\end{aligned}$$

Приведенные формулы не исчерпывают всего богатства функциональных связей между аналогами кодонов в моделях ДНК. Они иллюстрируют сложность и многообразие отношений, если их классифицировать посредством условия равенства в системе функций. Из общих соображений следует, что между собой могут быть согласованы различные законы. В рассматриваемом случае это условие имеет место для законов первого и третьего рядов. Есть еще несколько дополнительных функциональных законов.

## Зависимость свойств подмножеств объектного множества от количества элементов

Объектное множество  $M^9$  подчинено левой и правой комбинаторным операциям. Анализ свидетельствует, что обе операции имеют систему одинаковых свойств. Покажем это на конкретных примерах.

Введем функции на паре элементов:

$$\varphi(a,b) = ab + ba, \varphi(b,a) = ba + ab, \psi(a,b) = \varphi(a,b) + \varphi(b,a).$$

На левой комбинаторной операции получим в конкретном случае такие результаты:

$$\begin{aligned} \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}}: \varphi(1,2) &= 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 9 + 8 = 8, \varphi(2,1) = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 8 + 9 = 8, \psi(1,2) = \varphi(1,2) + \varphi(2,1) = 8 + 8 = 7, \\ \overset{k}{\underset{\rightarrow}{\times}}: \varphi(1,2) &= 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8 + 9 = 8, \varphi(2,1) = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 9 + 8 = 8, \psi(1,2) = \varphi(1,2) + \varphi(2,1) = 8 + 8 = 7. \end{aligned}$$

Введем функции на тройке элементов:

$$\varphi(a,b,c) = ab + dc + ca, \varphi(c,b,a) = cb + ba + ac, \psi(a,b,c) = \varphi(a,b,c) + \varphi(c,b,a).$$

В конкретной ситуации получим

$$\begin{aligned} \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}}: \varphi(1,3,9) &= 1 \cdot 3 + 3 \cdot 9 + 9 \cdot 1 = 8 + 1 + 6 = 9, \varphi(9,3,1) = 9 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 9 = 4 + 9 + 2 = 9, \\ \psi(1,3,9) &= \varphi(1,3,9) + \varphi(9,3,1) = 9, \\ \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}}: \varphi(1,3,9) &= 1 \cdot 3 + 3 \cdot 9 + 9 \cdot 1 = 9 + 4 + 2 = 9, \varphi(9,3,1) = 9 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 9 = 4 + 9 + 2 = 9, \\ \psi(1,3,9) &= \varphi(1,3,9) + \varphi(9,3,1) = 9. \end{aligned}$$

Введем функции на четырех элементах:

$$\varphi(a,b,c,d) = ab + bc + cd + da, \varphi(d,c,b,a) = dc + cb + ba + ad, \psi(a,b,c,d) = \varphi(a,b,c,d) + \varphi(d,c,b,a).$$

На конкретном примере получим

$$\begin{aligned} \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}}: \varphi(1,3,7,6) &= 1 \cdot 3 + 3 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 1 = 8 + 3 + 2 + 3 = 7, \\ \varphi(6,7,3,1) &= 6 \cdot 7 + 7 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 6 = 6 + 5 + 9 + 5 = 7, \\ \psi(1,3,7,6) &= \varphi(1,3,7,6) + \varphi(6,7,3,1) = 8, \\ \overset{k}{\underset{\leftarrow}{\times}}: \varphi(1,3,7,6) &= 1 \cdot 3 + 3 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 1 = 9 + 5 + 6 + 5 = 7, \\ \varphi(6,7,3,1) &= 6 \cdot 7 + 7 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 6 = 2 + 3 + 8 + 3 = 7, \\ \psi(1,3,7,6) &= \varphi(1,3,7,6) + \varphi(6,7,3,1) = 8. \end{aligned}$$

Указанные значения величин справедливы для произвольного выбора элементов, что свидетельствует о фундаментальности этих законов. Суммы одинаковы для разных операций произведения. Они повторяются по количеству элементов с расчетом их числа по модулю 3.

## Конформационная общность генерируемых подмножеств по алгоритму Маркова

Алгоритм Маркова позволяет получать новые подмножества объектного множества на основе начальных подмножеств. Из анализа следует, что разные подмножества могут генерировать одно подмножество при действии единой функции активации. Другими словами, объектному множеству присуще свойство дублирования результата при разных «начальных условиях». Проиллюстрируем этот тезис примерами на модели

$$(a \ b \ c \ d) \begin{pmatrix} 7 & 13 & 2 & 5 \\ 11 & 3 & 4 & 8 \\ 6 & 14 & 9 & 10 \\ 1 & 12 & 16 & 15 \end{pmatrix} = (\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta).$$

Обеспечим выбор системы подмножеств на моделях конформаций, родственных структуре матриц, представляющих элементы объектного множества  $M^{16}$ . Выполним расчет элементов генерируемых новых подмножеств.

Получим подтверждение общности генерации одного подмножества разными наборами:

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th><i>a</i></th><th><i>b</i></th><th><i>c</i></th><th><i>d</i></th></tr> <tr><td>1</td><td>6</td><td>11</td><td>16</td></tr> <tr><td>2</td><td>7</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr><td>3</td><td>8</td><td>9</td><td>14</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td></tr> </table>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	1	6	11	16	2	7	12	13	3	8	9	14	4	5	10	15	→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}</math></td><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>12</td></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}</math></td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>4</td></tr> </table>		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	5	8	3	12	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	7	8	9	4	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th><i>a</i></th><th><i>b</i></th><th><i>c</i></th><th><i>d</i></th></tr> <tr><td>1</td><td>7</td><td>9</td><td>15</td></tr> <tr><td>2</td><td>8</td><td>10</td><td>16</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>11</td><td>13</td></tr> <tr><td>4</td><td>6</td><td>12</td><td>14</td></tr> </table>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	1	7	9	15	2	8	10	16	3	5	11	13	4	6	12	14	→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}</math></td><td>7</td><td>6</td><td>1</td><td>10</td></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}</math></td><td>5</td><td>6</td><td>11</td><td>2</td></tr> </table>		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	7	6	1	10	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	5	6	11	2	,
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>																																																																										
1	6	11	16																																																																										
2	7	12	13																																																																										
3	8	9	14																																																																										
4	5	10	15																																																																										
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$																																																																									
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	5	8	3	12																																																																									
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	7	8	9	4																																																																									
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>																																																																										
1	7	9	15																																																																										
2	8	10	16																																																																										
3	5	11	13																																																																										
4	6	12	14																																																																										
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$																																																																									
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	7	6	1	10																																																																									
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	5	6	11	2																																																																									
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th><i>a</i></th><th><i>b</i></th><th><i>c</i></th><th><i>d</i></th></tr> <tr><td>1</td><td>8</td><td>11</td><td>14</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>12</td><td>15</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>16</td></tr> <tr><td>4</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td></tr> </table>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	1	8	11	14	2	5	12	15	3	6	9	16	4	7	10	13	→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}</math></td><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>12</td></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}</math></td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>4</td></tr> </table>		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	5	8	3	12	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	7	8	9	4	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th><i>a</i></th><th><i>b</i></th><th><i>c</i></th><th><i>d</i></th></tr> <tr><td>1</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td><td>10</td><td>14</td></tr> <tr><td>3</td><td>7</td><td>11</td><td>15</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td></tr> </table>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12	16	→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}</math></td><td>7</td><td>6</td><td>1</td><td>10</td></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}</math></td><td>5</td><td>6</td><td>11</td><td>2</td></tr> </table>		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	7	6	1	10	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	5	6	11	2	.
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>																																																																										
1	8	11	14																																																																										
2	5	12	15																																																																										
3	6	9	16																																																																										
4	7	10	13																																																																										
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$																																																																									
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	5	8	3	12																																																																									
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	7	8	9	4																																																																									
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>																																																																										
1	5	9	13																																																																										
2	6	10	14																																																																										
3	7	11	15																																																																										
4	8	12	16																																																																										
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$																																																																									
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	7	6	1	10																																																																									
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	5	6	11	2																																																																									

Результаты получены на паре комбинаторных операций. Понятно, что они генерируют разные элементы. При этом имеет место дублирование подмножеств.

Результаты имеют общность, состоящую в том, сумма элементов каждого нового подмножества задается числом под номером 16. Он выполняет функцию нуля в объектном множестве. С физической точки зрения такой результат можно трактовать условием равновесия в системе подмножеств. Кроме этого, аналогичное равновесие присуще паре элементов, генерируемых, соответственно, левой и правой комбинаторной операциями.

Специфика и необычность расчетной ситуации в том, что результат не меняется при перестановке местами элементов в базовых подмножествах. Так, например, получим

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th><i>a</i></th><th><i>b</i></th><th><i>c</i></th><th><i>d</i></th></tr> <tr><td>1</td><td>6</td><td>11</td><td>16</td></tr> <tr><td>6</td><td>16</td><td>1</td><td>11</td></tr> <tr><td>11</td><td>1</td><td>16</td><td>6</td></tr> <tr><td>16</td><td>11</td><td>6</td><td>1</td></tr> </table>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	1	6	11	16	6	16	1	11	11	1	16	6	16	11	6	1	→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}</math></td><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>12</td></tr> <tr><td><math>\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}</math></td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>4</td></tr> </table>		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	5	8	3	12	$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	7	8	9	4	.
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>																																			
1	6	11	16																																			
6	16	1	11																																			
11	1	16	6																																			
16	11	6	1																																			
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$																																		
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	5	8	3	12																																		
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	7	8	9	4																																		

## Зеркальная и обменная симметрия функций объектного множества

Зеркальная симметрия функций определяется симметрией расположения элементов относительно знака равенства. Варианты такого соединения могут быть самые различные. Однако не все они обязаны выполняться в анализируемом множестве. Есть частные примеры, которые представляют интерес в качестве функциональных условий равновесия. Конечно, желательно найти полный спектр зеркальных функций, а также условия и применения их в расчетной практике.

Проанализируем пару примеров зеркальной симметрии функций. Рассмотрим модель:

$$\alpha = x(xy) y = y(yx) x = \beta.$$

На элементах объектного множества  $M^{16}$  с применением пары комбинаторных операций произведения получим таблицу:

$x$	1	3	4	13	8	12	14	8	1	14
$y$	9	7	11	10	15	2	5	6	2	15
$\overset{k}{\times} \alpha \leftarrow$	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
$\overset{k}{\times} \beta \leftarrow$	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
$\overset{k}{\times} \alpha \rightarrow$	5	5	7	13	15	7	15	15	5	16
$\overset{k}{\times} \beta \rightarrow$	5	13	5	10	13	7	13	15	7	13

Из анализа следует, что те функции, которые зеркальны для одной операции произведения, частично зеркальны для другой операции произведения. Именно такую ситуацию мы знаем из социальной практики: то, что представляется условием равновесия для одного лица, может восприниматься совсем иначе другим лицом при аналогичных алгоритмах и способах оценки.

Проанализируем аналогичную другую модель с условием зеркального равновесия вида  $\alpha = x(x+y) y = y(y+x) x = \beta$ . На элементах объектного множества  $M^{16}$  с применением пары комбинаторных операций произведения получим таблицу:

$x$	1	3	4	13	8	12	4	8	1	14
$y$	9	7	11	10	15	2	5	6	2	15
$\overset{k}{\times} \alpha \leftarrow$	8	16	8	6	16	6	16	14	6	16
$\overset{k}{\times} \beta \leftarrow$	8	8	6	16	14	6	14	14	8	14
$\overset{k}{\times} \alpha \rightarrow$	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
$\overset{k}{\times} \beta \rightarrow$	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16

Отношение операций на этой функции обратно отношениям на предыдущей функции.



Ситуация с обменными функциями меняет результаты расчета. Рассмотрим модель

$$\alpha = (xux)x = y(uyu) = \beta.$$

Получим таблицу

$x$	1	3	4	13	8	12	14	8	1	14
$y$	9	7	11	10	15	2	5	6	2	15
$\begin{matrix} k \\ \times \alpha \\ \rightarrow \end{matrix}$	13	1	16	4	8	13	8	13	8	14
$\begin{matrix} k \\ \times \beta \\ \rightarrow \end{matrix}$	13	9	14	10	6	13	6	13	8	14
$\begin{matrix} k \\ \times \alpha \\ \leftarrow \end{matrix}$	5	1	8	10	8	7	8	15	14	14
$\begin{matrix} k \\ \times \beta \\ \leftarrow \end{matrix}$	5	1	8	10	8	7	8	15	16	16

«Равновесие» достигается на одной операцией с одними элементами и на других элементах с другой операцией. Эта модель обеспечивает «смешение» двух предыдущих моделей.

Проанализируем функции

$$\alpha = x(xux) = (uyu)y = \beta.$$

Получим таблицу

$x$	1	3	4	13	8	12	14	8	1	14
$y$	9	7	11	10	15	2	5	6	2	15
$\begin{matrix} k \\ \times \alpha \\ \leftarrow \end{matrix}$	13	9	14	10	6	13	6	13	6	16
$\begin{matrix} k \\ \times \beta \\ \leftarrow \end{matrix}$	13	1	16	4	8	13	8	13	8	14
$\begin{matrix} k \\ \times \alpha \\ \rightarrow \end{matrix}$	5	9	6	4	6	7	6	15	16	16
$\begin{matrix} k \\ \times \beta \\ \rightarrow \end{matrix}$	5	9	6	4	6	7	6	15	16	16

В этой модели на правой комбинаторной операции результаты одинаковы, но генерируются разные значения. На левой комбинаторной операции только некоторые пары имеют функциональное равновесие.

Поведение обменных функций отличается от поведения зеркальных функций. Это условие имеет общий характер, что важно учитывать при конструировании расчетных моделей.

Ситуация становится более сложной при суперпозиции функций. Интерес представляет модель

$$[k](x + y + x + xux) = [l](y + x + y + yux).$$

Числа в скобках задают количество необходимых суммирований для реализации равновесия функций. Понятно, что в общем случае возможны самые разные дополнительные связи.

## **Объектная модель самоорганизации: конструирование и дублирование себя**

Известно, что материальную основу наследственности задают элементы живой клетки. Их фундаментальные свойства, которые наиболее впечатляют, состоят в том, что они способны не только создавать, но и воспроизводить себя, обеспечивая точность копирования структуры и функций в генерируемых ими дочерних клетках.

Например, хромосомы воспроизводят свою точную копию, строго регулируют происходящие в них изменения, кодируют систему признаков и имеют механизм расхождения в процессе клеточного деления. Хромосома есть система линейно сцепленных генов, достаточных для хранения и передачи информации. Согласно простейшей модели, хромосомы состоят из генов в форме молекул ДНК, РНК и белков.

Ген можно рассматривать как материальный, физико-химический объект, подчиненный программе и механизмам самосохранения, имеющий инструменты взаимодействия с элементами окружающей среды, необходимые и достаточные для выполнения заложенной в него программы создания других физико-химических объектов и их свойств, для целевой реализации их жизни.

У каждой ДНК есть своя РНК, эта пара генерирует образование специфических для пары белковых молекул. ДНК способны удваиваться, сохраняя последовательность пар. Передача информации в цитоплазму идет от ДНК к РНК, которая состоит из одиночной цепочки нуклеотидов. Важнейшими вопросами для понимания жизни клеток, а из этого опыта для жизни вообще, являются проблемы самоорганизации. Каков спектр возможностей для генерации структурных объектов? Какие процессы происходят в объектах, на каких механизмах и отношениях они основаны? Можно ли управлять генерацией объектов и системой их свойств?

Заметим, что клетка рассматривается и изучается в форме организма, структура и свойства которого базируются на соединении в органеллы атомов и молекул материи, имеющих базовые свойства сохранения себя и взаимодействия друг с другом. Если бы не было механизмов генерации атомов и молекул, никакая клетка не была бы возможна.

Более того, атомы и молекулы логично и рационально рассматривать в качестве элементов более глубокого уровня жизни. Для этого в настоящее время есть некоторые основания. Они исходят из возможности существования частиц света и гравитации. Эти частицы имеют первичные элементы в форме структурных атомов, состоящих из 4 базовых частиц в форме предзарядов. Из структурной теории света следует, что простейший атом света состоит из пары гравитационных предзарядов, расположенных в центре и пары электрических предзарядов, расположенных и движущихся на периферии. Другие атомы света образуются на основе соединения в линейный протяженный объект простейших базовых атомов света. На этом уровне материи предзаряды и другие изделия, которые можно образовать из них, создают среду генерации и жизни для частиц света. Из экспериментов известно, что частицы света высокой частоты способны к генерации электронов и нуклонов, что обеспечивает создание нового уровня жизни. Действительно, электроны и нуклоны имеют неограниченное время жизни и спектр свойств, достаточный для генерации атомов и молекул материи. Но точно так при объединении живых клеток создаются жизнеспособные макроорганизмы.

Частицы гравитации, согласно структурной модели гравитации есть изделия, которые структурно обратны частицам света. У них в центре изделия находится пара электрических предзарядов, а на периферии расположены и движутся гравитационные предзаряды. По сути дела, это мир дополнительных возможностей структуры и свойств изделий этого уровня материи и других его уровней, которые могут быть получены из указанных и других базовых изделий.

Модели объектных множеств базируются на ментальных объектах в форме системы конфигураций и новых операций произведений и суммирований.

Специфика объектных множеств в том, что они замкнуты относительно операций, которым они подчинены, образуя аналог алфавита для языка. В этом смысле изделия из них есть аналог слов.

Кроме этого, пара операций произведения неассоциативна, а операция структурного суммирования не имеет свойства дистрибутивности. Эта специфика естественна, как уже понятно, для теории информационного взаимодействия. По этой причине следствия из теории объектных множеств можно интерпретировать как проявление специфики и граней информационного взаимодействия объектов.

Применим теорию объектного множества  $M^{16}$  к решению задач самоорганизации. Подчиним начальную пару элементов правому и левому комбинаторному произведениям.

Получим рисунки на левой и правой комбинаторных операциях соответственно:

				16			
				5			
11				8			12
	7		↗		↘		15
		1				10	
		↑				↓	
		12				11	
	15		↖		↙		7
10				16			1
				5			
				8			

				8			
				15			
11				8			10
	5		↗		↘		7
		11				10	
		↕				↕	
		4				3	
	7		↖		↙		
4				6			
				15			
				6			

				15			
				5			
11				7			9
	5		↗		↘		13
		3				9	
		↑				↓	
		9				11	
	13		↖		↙		5
9				15			3
				5			
				7			

				7			
				13			
11				7			9
	5		↗		↘		5
		11				9	
		↕				↕	
		1				3	
	5		↖		↙		5
1				7			3
				13			
				7			

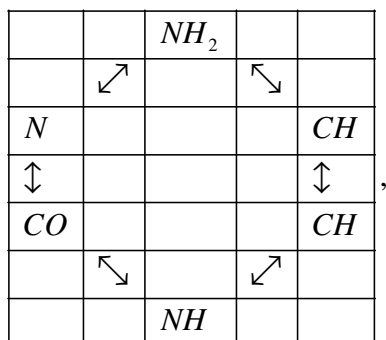
Мы замечаем, что объектное множество генерирует разные подмножества, замкнутые относительно рассматриваемых операций. Другими словами, множество имеет внутреннее свойство самогенерации подмножеств. Оно позволяет получать спектр подмножеств.

Операция произведения объектов подмножества, расположенных «друг против друга», генерирует новую систему подмножеств (промежуточное подмножество). Эта пара по одной системе операций генерирует новое подмножество, идентичное по структуре и составу базовой системе подмножеств. Элементы для другого изделия созданы естественно.

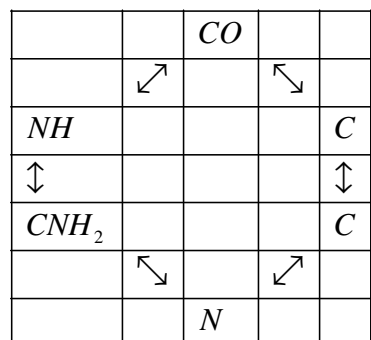
## Ментальное управление генерацией азотистых оснований

Азотистые основания в форме аденина, цитозина, гуанина, урацила и тимина образуют при разнообразных соединениях макроскопические изделия, имеющие названия ДНК и РНК. Их структура во многом идентична, она аналогична форме правильного шестиугольника, вершины которого «заполнены» атомами водорода, кислорода, углерода, азота:  $H, O, C, N$ .

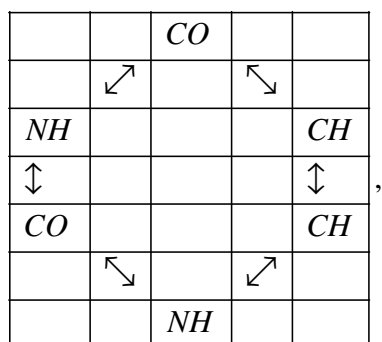
Представим азотистые основания рисунками:



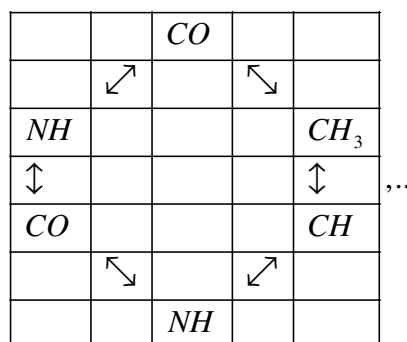
цитозин



гуанин



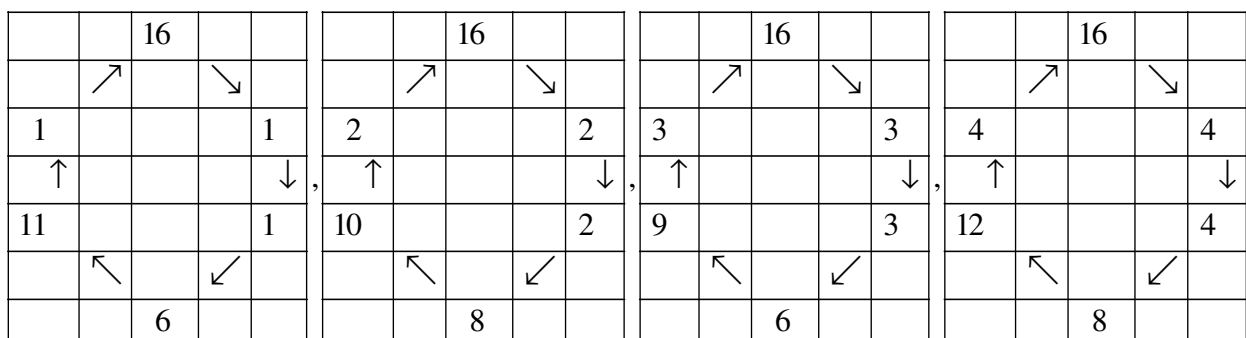
урацил

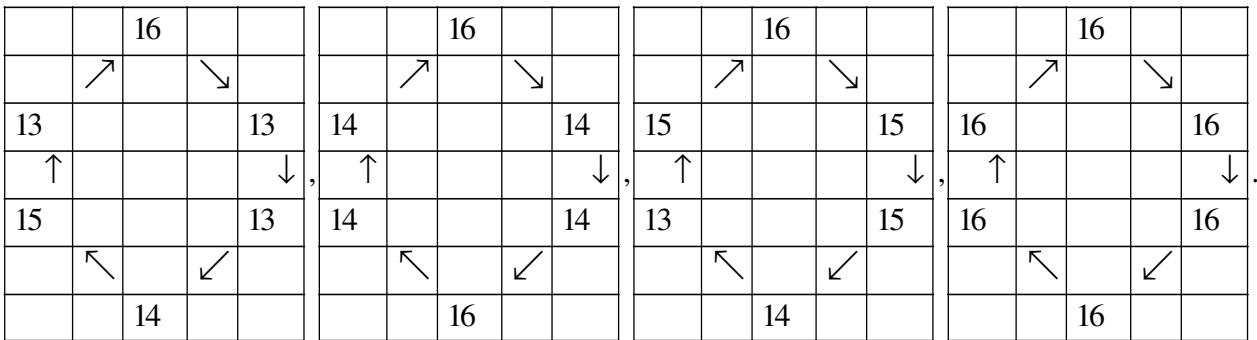
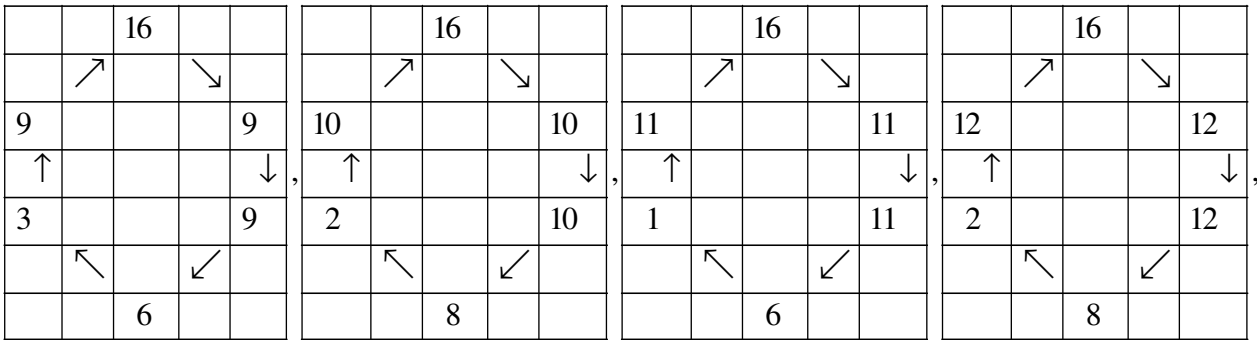
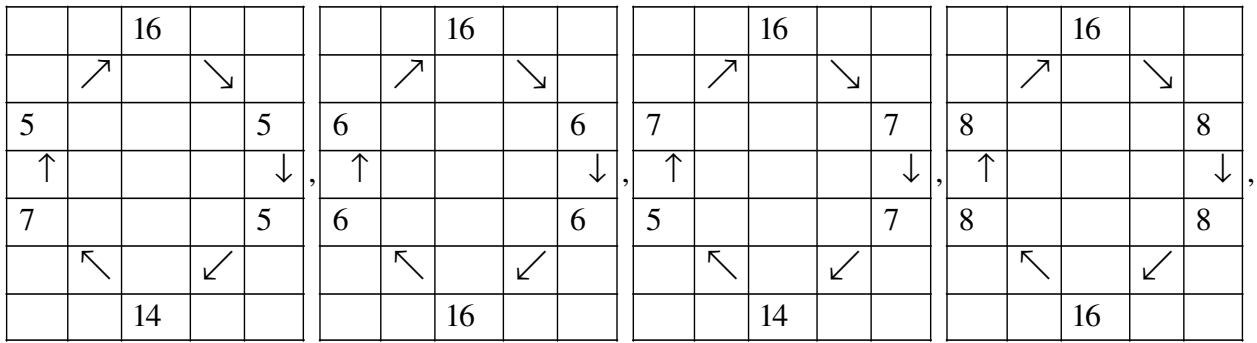


тимин

Рассмотрим генерацию циклов на элементах объектного множества, применив для этого операцию структурного суммирования. Начнем анализ с объектного нуля под номером 16 и образуем циклы с каждым элементом объектного множества.

Получим рисунки, структура которых формально аналогична структуре правильных геометрических шестиугольников. Их отличие принципиально: между собой операционно объединены элементы объектного множества, представленные матрицами. Эти матрицы получены на основе идеи наличия системы объектов, ассоциированных с четверкой предзарядов. Из-за неассоциативности произведений и отсутствия дистрибутивности при суммировании мы имеем ментальные объекты. Рассмотрим варианты их объединений:





Операция структурного суммирования объединяет элементы объектного множества в систему согласованных подмножеств. Их можно рассматривать, следуя идеологии и методам информационного взаимодействия, в качестве структурных объектов, способных привлекать к себе объекты своего или другого уровня материи. В определенном смысле их можно рассматривать в качестве материализованного «мозга» для себя и для материи других уровней.

Во-первых, привлечение новых объектов генерирует ассоциированные циклы, в качестве которых мы можем рассматривать азотистые основания.

Во-вторых, каждый из элементов указанной циклической системы может иметь свойство соединения не только с указанными элементами, но и с другими элементами, применяя для этого не только операцию структурного суммирования и образуя по этой причине аналог активной, «живой» структуры.

В-третьих, заметим, что указанные элементы могут иметь разные свойства по привлечению к себе элементов объектного множества, а также объектов другого уровня материи. Это возможно потому, что любой реальный структурный объект любого уровня материи может и должен иметь не только обозначение, но и спектр состояний и энергий. Они пока никак не учтены в данном начальном анализе.

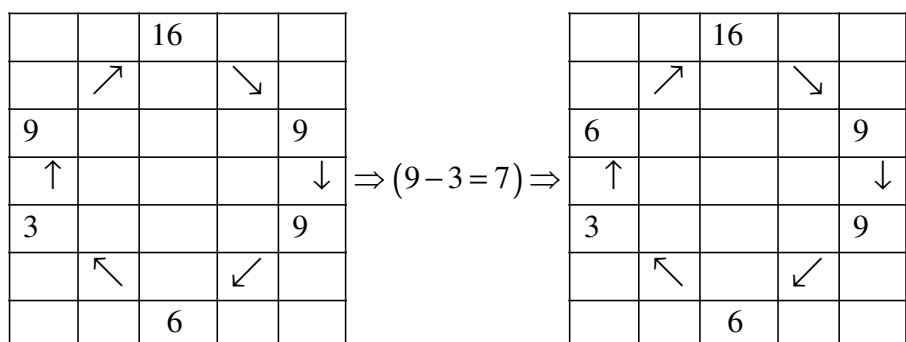
В-четвертых, элементы объектного множества, если расширить множество знаковой группой, на каждой конформации генерируют элементы матричной группы. Следовательно, на их основе можно конструировать расчетные модели неассоциативного типа.

Назовем ментальной генерацией алгоритм образования азотистых оснований на базе рисунков для циклов объектного множества.

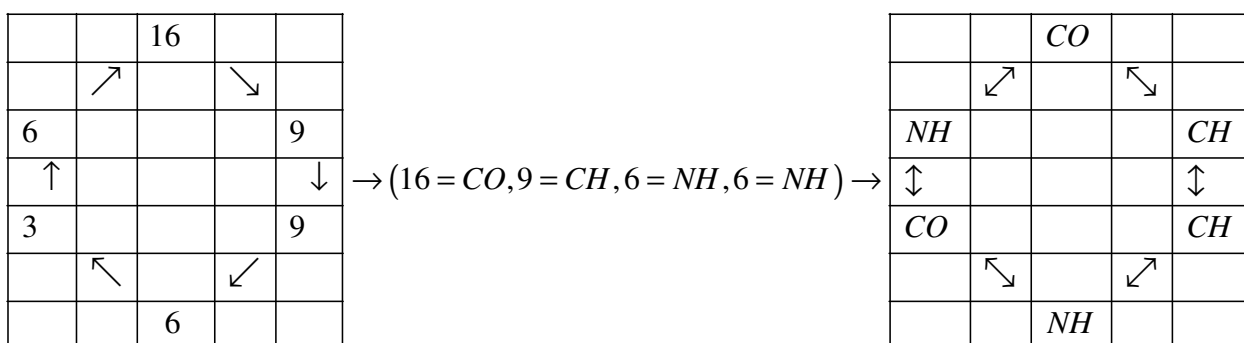
Поскольку элемент, который завершает цикл, идентичен второму и третьему элементу цикла, примем механизм замыкания цикла, позволяющий подготовить абстрактное изделие к выполнению задачи генерации азотистых оснований. Для этого достаточно изменить конечный элемент ментальной конструкции. Примем точку зрения, что изделия, представленные рисунками, эволюционируют на основе учета свойств ряда предыдущих элементов «цепочки».

Примем одноуровневую «эволюцию» ментальной цепи элементов объектного множества, полагая, что конечный элемент меняется на основе его произведения с предыдущим элементом.

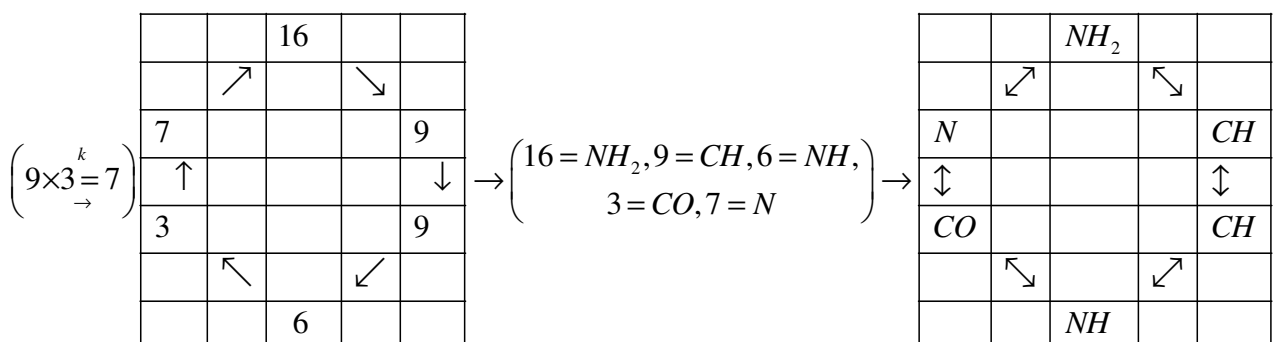
Проиллюстрируем алгоритм примером:



Сопоставим полученный ментальный объект управления с реальным азотистым основанием:



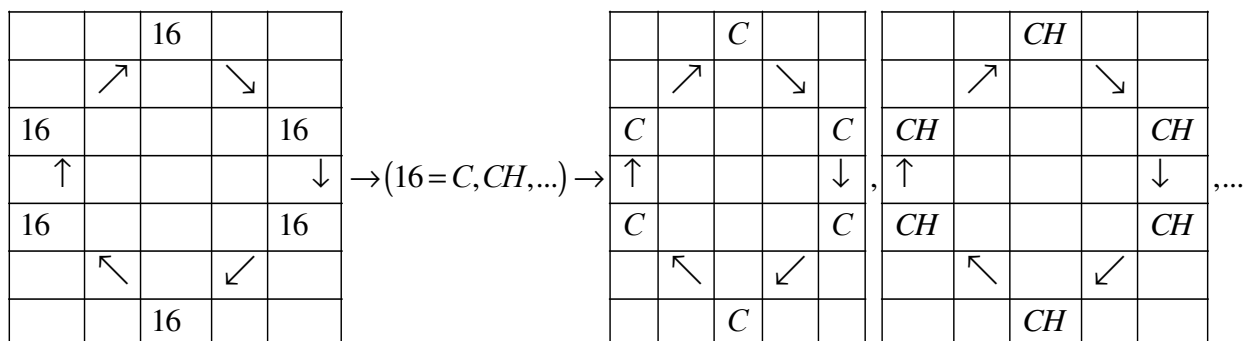
Рассмотрим другой пример:



Эволюционные механизмы и алгоритмы перемен могут быть самыми разными, что согласуется с фундаментальным принципом трансфинитности перемен и наличия у каждого элемента теории дополнительных степеней свободы для динамики и перемен.

На данной стадии анализа естественно возникает возможность достижения ментального единства формальной конструкции в форме цепи на элементах объектного множества с номером 16 и возможных объединений атомов углерода (отдельно или с другими атомами).

Получим, в частности, соответствия



Атомно-молекулярные конструкции получены нами на основе присоединения к управляющему изделию в форме циклической цепочки, состоящей из элементов объектного множества.

Объектное множество, согласно развиваемой идеологии, представляет собой систему отношений между 4 предзарядами. Они фундаментальны в структурной теории частиц света и частиц гравитации. Система их отношений между собой применена в качестве средства для управления другими возможными изделиями.

На данной стадии анализа система отношений состоит из 4 конформаций. Их можно условно отождествить с принятой на практике структурой живых объектов. У каждого из них есть 4 слагаемых: Тело, Чувства, Сознание и Дух. Они согласованы между собой, и этот факт учтен в простейшей модели, состоящей из 16 элементов.

Расширение каждой конформации на основе знаковой группы превращает 4 элемента в 16 элементов, достаточных для образования посредством суммирования и вычитания матриц всех элементов матричной алгебры с матрицами размерности 4. По этой причине каждая из конформаций будет по-своему отображать указанные слагаемые живого объекта.

Поскольку подход имеет общее значение, живыми называются все существующие объекты, имеющие структуру и активность на любом уровне материи.

Обратим внимание на возможность изменения каждой управляющей структуры, состоящей из элементов объектного множества при влиянии на нее других элементов. Эти изменения зависят от того, на основе каких операций осуществляется изменение.

Рассмотрим несколько примеров:

*	16	7	7	14	5	7	*	16	10	10	8	2	10
+14	14	5	5	16	7	5	+7	7	1	1	15	9	1
$\overset{k}{\times}14$ $\leftarrow$	15	6	6	13	8	6	$\overset{k}{\times}7$ $\leftarrow$	6	4	4	14	12	4
$\overset{k}{\times}14$ $\rightarrow$	15	8	8	13	6	8	$\overset{k}{\times}7$ $\rightarrow$	8	10	10	16	2	10

Пара циклических изделий, эффективных в обоих направлениях, на основе действия операций превратились в новые изделия, у которых такая гармония отсутствует. Другими словами, необдуманно принятое воздействие способно изменить качество конструкции.

Этот факт подтверждается социальной практикой: многое может измениться совсем не так, как хотелось бы, если без критерия принимается любое влияние.

## Объектное различие алгоритмов самосохранения и продолжения жизни

Из общих соображений и из частного анализа следует, что любое изделие, поскольку оно находится в окружении других изделий, будет подвержено их влиянию. По этой причине сохранение себя следует рассматривать как реальную проблему выживания. Понятно, что не последнюю роль в ее решении играет самовоздействие.

Объектное множество  $M^{16}$  простыми средствами предъявляет механизм самосохранения изделия после его генерации. Его математическую основу задает пара комбинаторных операций: при самовоздействии любого элемента объектного множества генерируется элемент под номером 13. Он выполняет функцию единицы правого комбинаторного произведения. По этой причине имеется возможность образования одного или нескольких объектов с номером 13 при дополнительном условии расположения их в центре исходного изделия. Зададим этому новому объекту функцию управления исходным изделием. На этой основе мы получим второй уровень начальной конструкции, который будет формально тождественен первому уровню. Между парой уровней введем взаимодействие в форме комбинаторных произведений. Получим объекты с номером 13 для внешней оболочки данной двухуровневой конструкции. Все они будут характеризоваться тем, что их влияние на внешнюю оболочку можно рассматривать как «отталкивание» объектов без изменения их качества по структуре.

Приведенные рассуждения проиллюстрируем рисунком:

				13				
				$\alpha$				
13				$\alpha$				13
	$\kappa$		$\nearrow$		$\nwarrow$		$\beta$	
		$\kappa$	$\nwarrow$	$\uparrow$	$\nearrow$	$\beta$		
		$\downarrow$		13		$\downarrow$		
		$\varepsilon$	$\nwarrow$	$\downarrow$	$\nwarrow$	$\gamma$		
	$\varepsilon$		$\nwarrow$		$\nearrow$		$\gamma$	
13				$\delta$				13
				$\delta$				
				13				

На этой стадии анализа ясно, что для генерации центра, обеспечивающего сохранение начального изделия, требуется именно самовоздействие элементов этого изделия с условием подчинения элементов такому воздействию.

Этот вывод согласуется с опытом, следующим из общения людей: желая сохранить себя или дорогой для тебя коллектив, следует подчинить себя корректному самовоздействию, и только потом проявлять активность.

Заметим, что сохранение начальной конструкции можно рассматривать в качестве условия для постоянного контроля за системой отношений между объектами в рамках действующих операций.

Заметим, что влияние внешней среды на элементы с номером 13 мы вправе подчинить левой комбинаторной операции, равно как и влияние основных элементов на элементы центра. Тогда ситуация с взаимодействием становится *ментально прозрачной*: по радиусу от центра изделия действует правая комбинаторная операция, в противоположном направлении действует левая комбинаторная операция. Тогда понятна потребность в паре операций.



Алгоритм «продолжения жизни» для объекта, способного сохранять себя, дополним возможностью взаимодействия между элементами первичного объекта, которые находятся друг напротив друга. Для этого достаточно удалить из центра изделия элементы под номером 13 и запретить расширение «не глаза в глаза». Так получим обновление изделия.

Проиллюстрируем ситуацию рисунками. Имеем ситуацию без «центра» с последующим ее изменением с созданием промежуточной «оболочки»:

				13				
				8				
13				8				13
	11		↗		↖		10	
		11				10		
		↓				↓		
		4				3		
	4		↖		↗		3	
13				6				13
				6				
				13				

↓

				13				
				8				
13				15				13
	11			8			10	
		5	↗		↖		7	
		11				10		
		↓				↓		
		4				3		
		7	↖		↗		5	
	4			6			3	
13				15				13
				6				
				13				

«Встречное» взаимодействие элементов создало некую оболочку, что достаточно для развития новых отношений в изделии. Заметим, что в рассматриваемом случае пара комбинаторных операций произведения действует идентично: каждая операция создает одинаковые элементы.

«Промежуточная среда» становится средством для дальнейших изменений начального изделия, которое было подчинено условиям самосохранения.

Ожидаемые возможности перемен базируются на модели трехмерного творческого пространства. Одно его измерение образуют ментальные фантазии, другое измерение задает теория объектных множеств, третье измерение базируется на теории и практике анализа структуры и динамики живых объектов.

Представим начальную ситуацию размножения изделия таблицей:

*	8	15,15	8	13
*	10	7,7	10	13
*	3	5,5	3	13
*	6	15,15	6	13
*	4	7,7	4	13
*	11	5,5	11	13

Звездочкой отмечено расположение центра изделия. Остальные объекты располагаются по мере удаления от центра. Двойные цифры отображают факт, что левые и правые операции при «визуальном» взаимодействии элементов генерируют одинаковые элементы. По этой причине «промежуточный» объект имеет дублируемые элементы.

Действия элементов «промежуточного» объекта влево, к центру посредством левой комбинаторной операции и действие его элементов вправо посредством правой комбинаторной операции меняет структуру объекта согласно таблице

*	8	8	15	15	8	6	13
*	10	10	7	7	10	4	13
*	3	3	5	5	3	11	13
*	6	6	15	15	6	8	13
*	4	4	7	7	4	10	13
*	11	11	5	5	11	3	13

Левая комбинаторная операция генерирует на паре элементов, которые ближе к «центру» элементы под номером 13. «Промежуточный» слой при действии правой комбинаторной операции генерирует с новым периферическим слоем элементы начального слоя. В итоге получается изделие вида

13	8	8	15	15	8	8	13
13	10	10	7	7	10	10	13
13	3	3	5	5	3	3	13
13	6	6	15	15	6	6	13
13	4	4	7	7	4	4	13
13	11	11	5	5	11	11	13

Заметим, что каждая из конформаций объектного множества имеет возможность многообразных расширений. Эту возможность гарантирует, например, действие знаковой группы. Более сложны и функциональны расширения на алгоритмах дополнения конформаций различными функциями и операторами. Этот подход можно назвать «математическим оживлением» теории объектных множеств. Понятно, что соединяя предлагаемое расширение с привычными расчетными моделями, мы приближаемся к расчетным моделям, достаточным не только для живых объектов.

Теперь введем в рассмотрение взаимное произведение элементов «промежуточного» объекта.

Получим ситуацию, иллюстрируемую таблицей

13	8	8	13	13	8	8	13
13	10	10	13	13	10	10	13
13	3	3	13	13	3	3	13
13	6	6	13	13	6	6	13
13	4	4	13	13	4	4	13
13	11	11	13	13	11	11	13

Взаимодействие элементов в центральной части таблицы сводится к генерации только элементов под номером 13. В результате этого взаимного локального влияния единое изделие превращается в пару самостоятельных изделий, имеющих внутренний алгоритм самосохранения.

Ситуация представляется в форме пары идентичных объектов:

13	8	8	13
13	10	10	13
13	3	3	13
13	6	6	13
13	4	4	13
13	11	11	13

↔ ↔

13	8	8	13
13	10	10	13
13	3	3	13
13	6	6	13
13	4	4	13
13	11	11	13

Так математика, базирующаяся на модели простейшего объектного множества  $M^{16}$ , дает *расчетное представление* об алгоритме деления элементов живой клетки.

Элементы в живой клетке различны, что можно учесть конструированием различных начальных изделий в форме множества элементов, образующих циклическую систему. В рассматриваемом случае циклическая система генерировалась как в одну, так и в другую сторону. Более того, действие левой операции задает элементы, которые находятся в циклическом изделии за анализируемой парой. Другими словами, существуют подмножества объектного множества, которые 4-кратно согласованы между собой на операциях произведения. Скорее всего, этот набор операций максимален для конструирования искомым подмножеств.

Заметим, что анализ возможностей самосохранения и деления элементов живой клетки был выполнен на основе действия только операций произведения. Они никак не дополнены и не согласованы с операциями суммирования и вычитания. Правда, при суммировании подмножества имеют более простую структуру. Но именно она более привлекательна для присоединения к ней атомов и молекул материи, образуя, например, азотистые основания.

Анализ выполнялся на условиях локального взаимодействия с привлечением новых элементов объектного множества только при анализе пары соседних его элементов в анализируемом изделии. Реально может и должно выполняться взаимодействие дальнего уровня, тонкости которого скрыты при локальном рассмотрении.

Подмножества на операциях суммирования и вычитания имеют другую структуру. Для них могут и должны выполняться законы и алгоритмы самосохранения и деления. Если это так, мы вправе рассматривать три типа подмножеств циклического плана: на операциях произведения, на операциях суммирования и на суперпозиции этих операций.

## Некоторые свойства циклических подмножеств

Сравним свойства циклических подмножеств, анализируемых нами в алгоритме деления живой клетки. Мы начали анализ с ситуации в форме таблицы, согласно которой отношения между элементами объектного множества заданы множеством из 3 подмножеств:

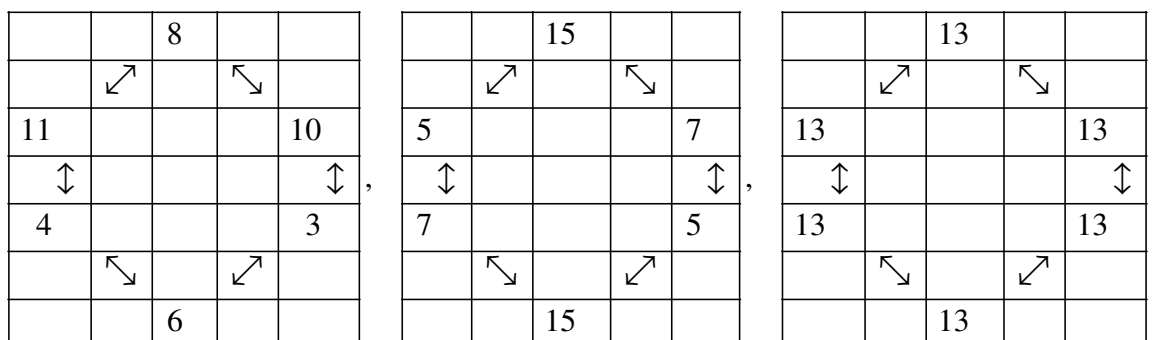
*	8	15,15	8	13	→	8	15	13	⇒	$\alpha$
*	10	7,7	10	13		10	7	13		$\beta$
*	3	5,5	3	13		3	5	13		$\gamma$
*	6	15,15	6	13		6	15	13		$\delta$
*	4	7,7	4	13		4	7	13		$\varepsilon$
*	11	5,5	11	13		11	5	13		$\kappa$

Структурное суммирование обеспечивает выполнение системы равенств на подмножествах

$$\begin{aligned}\alpha + \beta + \gamma &= \delta + \varepsilon + \kappa, \\ \beta + \gamma + \delta &= \varepsilon + \kappa + \alpha, \\ \gamma + \delta + \varepsilon &= \kappa + \alpha + \beta.\end{aligned}$$

Косвенно так подсказывается факт образования циклических подмножеств в форме систем, состоящих из пар «кодонов»: подмножеств, состоящих из трех элементов объектного множества. В рассматриваемом случае «кодоны» имеют дополнительные согласования на операции структурного суммирования.

Обратим внимание на различие операционных свойств в циклических подмножествах. Мы имеем для них рисунки такого вида:



Их циклические свойства различны. Первый и третий рисунки задают равноправные отношения между элементами на левой и правой комбинаторных операциях. Второй рисунок имеет другой тип отношений: левая комбинаторная операция генерирует объекты, которые находятся на рисунке перед начальным элементом произведения (сзади пары объектов). Правая комбинаторная операция задает на паре объектов объект, который расположен перед ними.

Другими словами, самовоздействие и «визуальное» взаимодействие генерирует подмножества с разными операционными свойствами. Это свойство подтверждается практикой социального общения: есть существенная разница в итоге, если имеет место самовоздействие или взаимодействие различных объектов.

Это важно учитывать при анализе живого организма. Самовоздействие и взаимное влияние органелл клетки способно по-разному изменить ее структуру и свойства.

Обратим внимание на состав элементов конкретного базового подмножества

		8		
	↗		↖	
11				10
↕				↕
4				3
	↖		↗	
		6		

Оно объединяет матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

8
10
3
6
4
11

Из трех конформации элементы выбраны парами. Косвенно так подсказывается их единство с «визуальной» точки зрения.

Обратим внимание на возможность маскировки подмножеством своих операционных свойств. Для этого просуммируем элементы базового циклического подмножества с элементом под номером 7. При суммировании мы получим элементы, которые не имеют прямой операционной связи друг с другом. Однако эта связь не восстанавливается при повторном суммировании.

Проиллюстрируем это свойство рисунками:

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td></td><td></td><td>8</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>↗</td><td></td><td>↖</td><td></td></tr> <tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td>10</td></tr> <tr><td>↕</td><td></td><td></td><td></td><td>↕</td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td>↖</td><td></td><td>↗</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>0</p>			8				↗		↖		11				10	↕				↕	4				3		↖		↗				6			<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td></td><td></td><td>15</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>↗</td><td></td><td>↖</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>↕</td><td></td><td></td><td></td><td>↕</td></tr> <tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td>10</td></tr> <tr><td></td><td>↖</td><td></td><td>↗</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>13</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>+7</p>			15				↗		↖		2				1	↕				↕	11				10		↖		↗				13			<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>↗</td><td></td><td>↖</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td>12</td></tr> <tr><td>↕</td><td></td><td></td><td></td><td>↕</td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>↖</td><td></td><td>↗</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>8</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>++7</p>			6				↗		↖		9				12	↕				↕	2				1		↖		↗				8		
		8																																																																																																									
	↗		↖																																																																																																								
11				10																																																																																																							
↕				↕																																																																																																							
4				3																																																																																																							
	↖		↗																																																																																																								
		6																																																																																																									
		15																																																																																																									
	↗		↖																																																																																																								
2				1																																																																																																							
↕				↕																																																																																																							
11				10																																																																																																							
	↖		↗																																																																																																								
		13																																																																																																									
		6																																																																																																									
	↗		↖																																																																																																								
9				12																																																																																																							
↕				↕																																																																																																							
2				1																																																																																																							
	↖		↗																																																																																																								
		8																																																																																																									

Ситуация меняется, если операцию суммирования заменить операцией правого комбинаторного произведения. Получим операционную маскировку на первом произведении и восстановление подмножества при повторном произведении. Проиллюстрируем этот факт:

$$\begin{bmatrix} 8 & 10 & 3 & 6 & 4 & 11 \end{bmatrix} \times_7^k = \begin{bmatrix} 16 & 10 & 1 & 14 & 4 & 9 \end{bmatrix} \times_7^k = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 3 & 6 & 4 & 11 \end{bmatrix}.$$

Так бывает при обучении: то, что непонятно сначала, проясняется при повторении.

## Множество распределений тройки подмножеств

Наличие тройки произвольных подмножеств позволяет ввести в рассмотрение множество их распределений, соединяя разными вариантами подмножества в единую систему.

Введем визуальные обозначения для 3 подмножеств:

$$\boxed{\alpha \rightarrow *** \quad \beta \rightarrow \bullet\bullet\bullet \quad \gamma \rightarrow \circ\circ\circ}.$$

Множество их распределений имеет визуальное представление:

```

***   ●●●   ○○○
***   ●●●   ○○○
***   ●●●   ○○○

***  ***  ●●●  ○○○  ***  ***  ●●●  ○○○
●●●  ***  ●●●  ○○○  ○○○  ***  ●●●  ○○○
○○○  ●●●  ***  ***  ●●●  ○○○  ○○○  ●●●

○○○  ***  ●●●  ○○○  ○○○  ***  ●●●  ○○○
●●●  ○○○  ○○○  ***  ***  ●●●  ○○○  ●●●
***  ***  ○○○  ○○○  ●●●  ***  ●●●  ○○○

●●●  ●●●  ***  ***  ●●●  ○○○  ○○○  ●●●
○○○  ***  ●●●  ○○○  ***  ***  ●●●  ○○○
***  ***  ●●●  ○○○  ○○○  ***  ●●●  ○○○
    
```

Мы имеем 27 вариантов распределения трех подмножеств. Ситуация непростая по той причине, что структура подмножеств, как и их состав, не указаны явно. По этой причине продолжение исследований в направлении изучения взаимодействия подмножеств только обозначено как тема.

Заметим, что уже на этой стадии мы имеем обобщение множества иероглифов в китайской Книге перемен.

Обратим внимание на *надежность отношений* в ряду функциональных связей элементов подмножеств. С интуитивной точки зрения так может обеспечивать надежность и структуры и динамики анализируемых объектов.

На паре комбинаторных операций любой набор элементов подмножеств, обозначенных греческими буквами, подчиняется функциональному закону согласованного взаимодействия пар элементов.

Проиллюстрируем эти законы:

$$\begin{aligned} (\alpha \ \beta) &\rightarrow \alpha\beta + \beta\alpha = 14, \\ (\alpha \ \beta \ \gamma) &\rightarrow \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 15, \\ (\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta) &\rightarrow \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta\alpha = 16, \dots \end{aligned}$$

Если рассматривать взаимодействие пар элементов в качестве его основы для ряда ситуаций, мы понимаем, что объектное множество  $M^{16}$  гарантирует надежность их реализации.

## Специфика 5-мерного объектного многообразия

Рассмотрим систему матриц размерности 5:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)                      (5)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(6)                      (7)                      (8)                      (9)                      (10)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(11)                      (12)                      (13)                      (14)                      (15)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(16)                      (17)                      (18)                      (19)                      (20)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(21)                      (22)                      (23)                      (24)                      (25)

По строкам расположены 5 подмножеств объектного множества, каждое из которых заполняет все значимые места в матрицах своей размерности.

Они обозначены номерами, которые представляют данные математические объекты в таблицах суммирования и произведения.

Комбинаторное произведение генерирует таблицу отношений между этими объектами:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
2	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
3	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
4	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
5	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
6	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
7	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
8	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
9	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
10	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
11	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
12	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
13	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
15	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
16	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
17	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
18	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
19	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
20	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
21	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
22	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
23	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
24	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
25	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16



×	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
2	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
3	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
4	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
5	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
6	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
7	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
8	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
9	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
10	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
11	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
12	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
13	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2

×	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
15	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
16	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
17	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
18	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
19	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
20	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
21	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
22	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
23	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
24	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
25	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5

Это произведение некоммутативно и частично ассоциативно. Проиллюстрируем их свойства:

$$2 \cdot 3 = 9, 3 \cdot 2 = 6, 5 \cdot 6 = 12, 6 \cdot 5 = 9,$$

$$(14 \cdot 2)3 = 6, 14(2 \cdot 3) = 6, (18 \cdot 12)10 = 14, 18(12 \cdot 10) = 18, \dots$$

Некоммутативность и неассоциативность требуются для охвата и описания некоторых возможностей информационного обмена между исследуемыми реальными объектами, которые имеют 5 структурных составляющих.

Структурное суммирование основано на суммировании по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц, мест значимых элементов по строкам матриц. Такой подход достаточно необычен, однако он не выводит модель за рамки системы конформаций.

Стандартная таблица структурного суммирования такова:

$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10
2	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6
3	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7
4	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8
5	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9
6	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23
7	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24
8	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25
9	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21
10	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22
11	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4
12	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5
13	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1

$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2
15	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3
16	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
17	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11
19	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
21	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19
22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20
23	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16
24	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17
25	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18

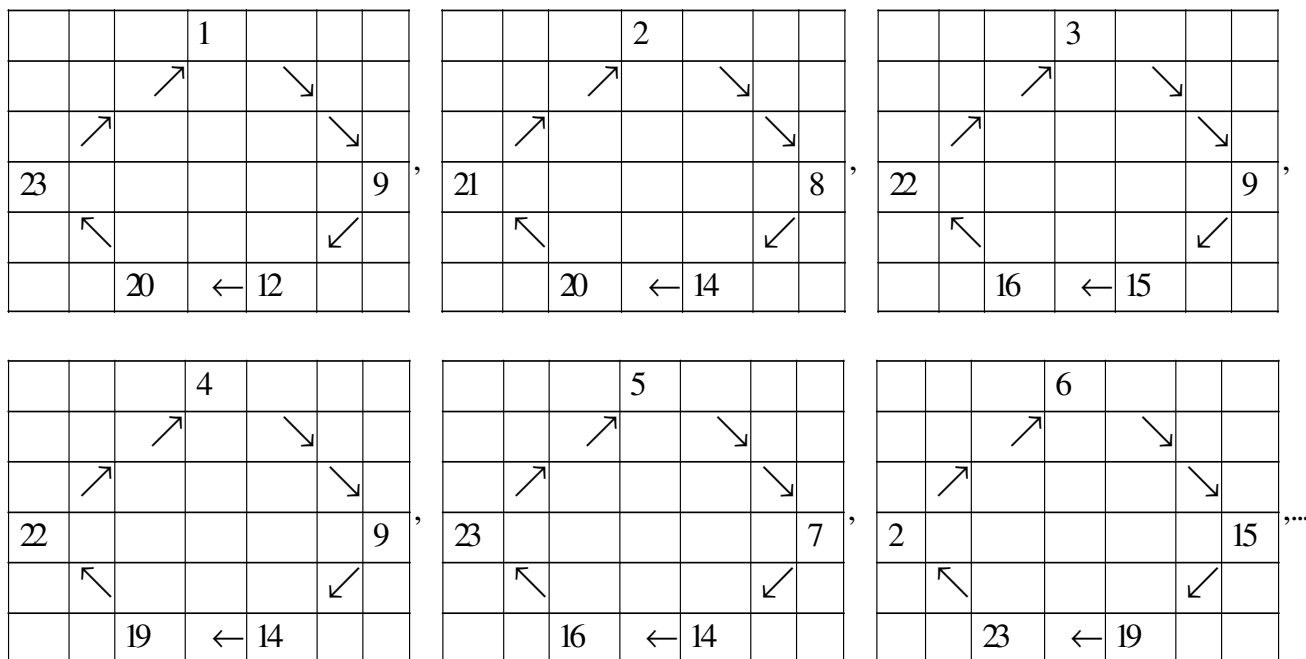
$st$ +	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
2	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12
3	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
4	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	4
5	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
6	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
7	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1
8	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
9	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
10	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
11	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16
12	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
13	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18

$st$ +	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
15	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
16	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
17	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
18	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
20	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7
22	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
23	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
24	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
25	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6

Получим на основе данных элементов и операций модели циклических подмножеств, проанализируем некоторые их свойства.

Операция комбинаторного произведения генерирует в рассматриваемом случае систему циклических подмножеств с 5 элементами.

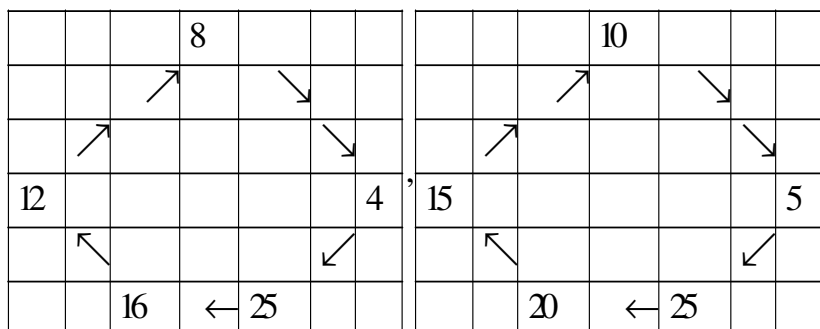
Проиллюстрируем несколько вариантов:



Обозначим элементы циклических подмножеств 5 греческими буквами. Во всех рассмотренных случаях получим равенство

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 19.$$

Выполним генерацию нециклических подмножеств на основе прямого и обратного произведения первой пары указанных циклических подмножеств. Получим, в частности,



Сумма элементов этих подмножеств идентична представленной выше сумме.

Выполним произведение трех элементов циклических подмножеств по алгоритму

$$a = \alpha\beta\gamma, b = \alpha(\beta\gamma).$$

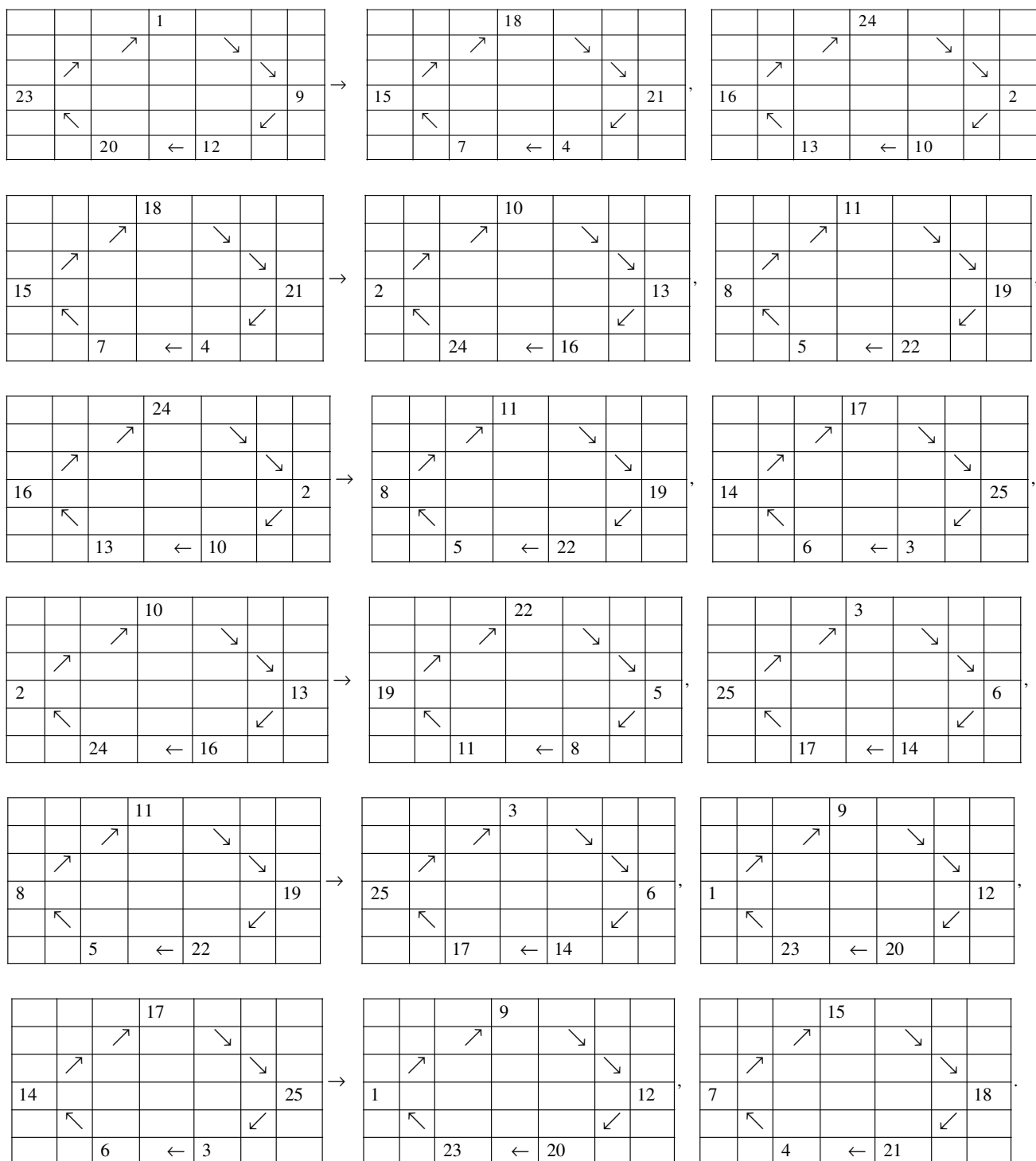
Новые подмножества не имеют свойств операционно циклических подмножеств. Однако и в этом случае имеет место условие

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 19.$$

## Новый алгоритм генерации операционно циклических подмножеств

Возьмем в качестве примера одно из циклических подмножеств. На основе его элементов сконструируем пару новых подмножеств. Первое из них получается при произведении элементов подмножества с расчетом через один элемент. Второе подмножество получается при произведении пары элементов, когда они расположены через два элемента.

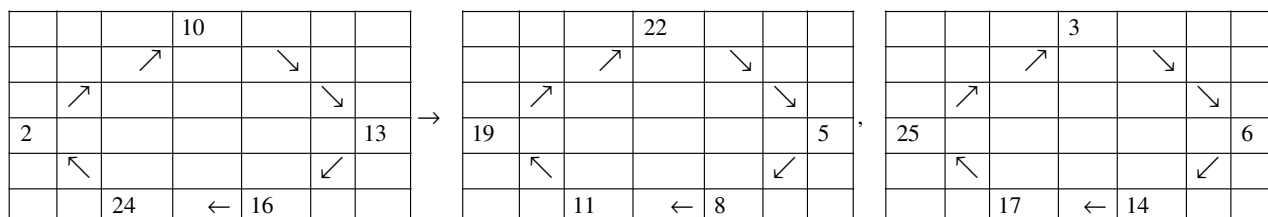
Многочисленные действия генерируют последовательность циклических подмножеств:



Алгоритм генерирует конечное множество подмножеств, обеспечивая возвращение к началу. Сумма элементов каждого подмножества задается элементом с номером 19.

## Инвариантность цикличности при операционном произведении подмножеств

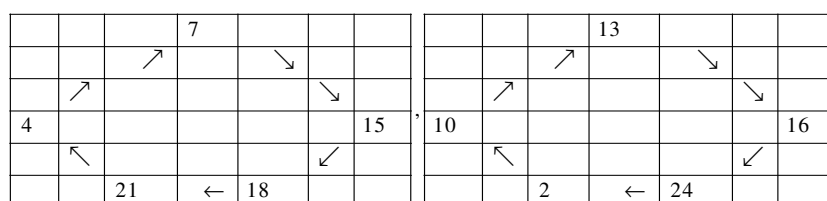
Возьмем за основу систему, состоящую из трех циклических подмножеств



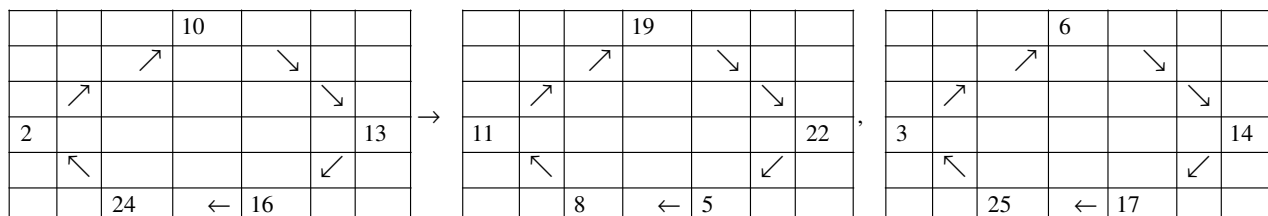
Сконструируем пару новых подмножеств, выполнив взаимные произведения элементов:

$$a_i = \alpha_i \beta_i \gamma_i, b_i = \alpha_i (\beta_i \gamma_i).$$

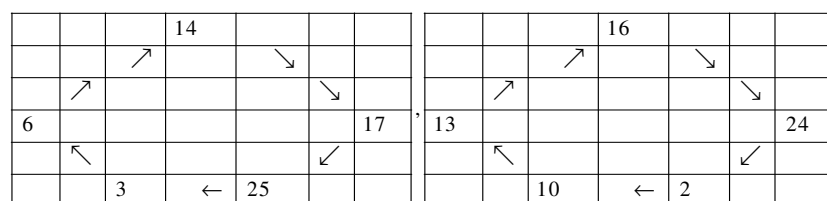
Получим пару новых подмножеств, которые тоже являются циклическими



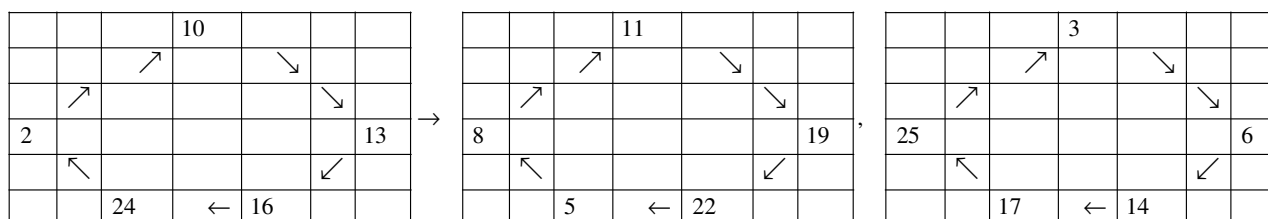
Повернем второй начальный рисунок подмножества вправо на один элемент, а второй начальный рисунок повернем влево на один элемент. Получим систему из 3 рисунков



Повторим аналогичные действия. Получим новую пару циклических подмножеств



Рассмотрим новый вариант, при котором вторая матрица повернута дважды, а третья матрица неизменна:



Снова получим пару циклических подмножеств

			9			
		↗		↘		
	↗				↘	
1						12
	↖				↗	
		23	←	20		

			15			
		↗		↘		
	↗				↘	
9						18
	↖				↗	
		4	←	21		

Рассмотрим более сложную ситуацию, когда матрицы имеют такую структуру

			10			
		↗		↘		
	↗				↘	
2						13
	↖				↗	
		24	←	16		

			11			
		↗		↘		
	↗				↘	
8						19
	↖				↗	
		5	←	22		

			3			
		↗		↘		
	↗				↘	
25						6
	↖				↗	
		17	←	14		

В этом наборе параметров снова получим пару циклических подмножеств

			16			
		↗		↘		
	↗				↘	
13						24
	↖				↗	
		10	←	2		

			24			
		↗		↘		
	↗				↘	
16						2
	↖				↗	
		13	←	10		

В этой же ситуации двойные произведения первого подмножества на второе подмножество и второго подмножества на третье подмножество дают одинаковый результат в форме известного подмножества

			17			
		↗		↘		
	↗				↘	
14						25
	↖				↗	
		6	←	3		

Двойное произведение предыдущей пары подмножеств генерирует известное циклическое подмножество

			2			
		↗		↘		
	↗				↘	
24						10
	↖				↗	
		16	←	13		

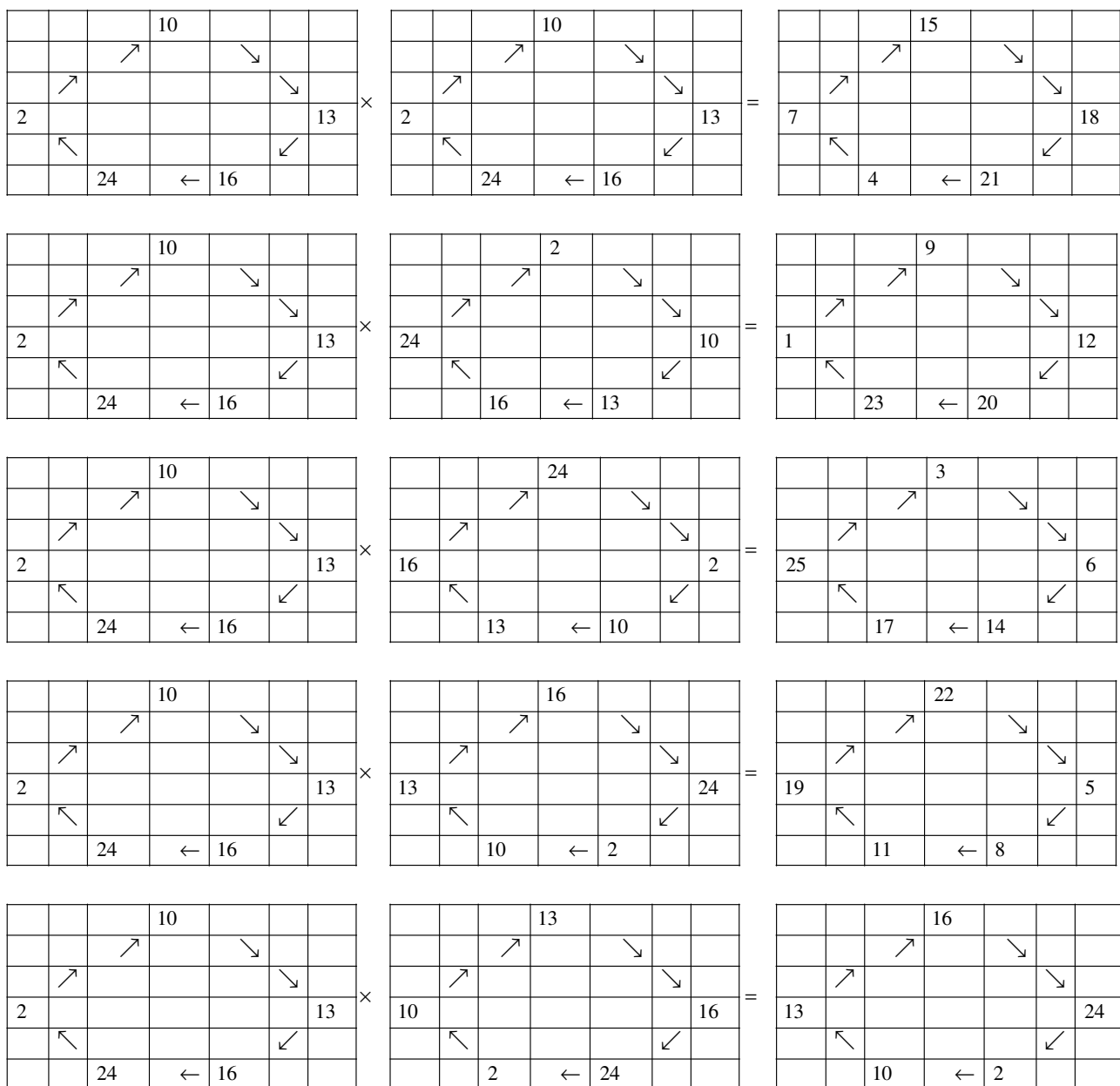
Мы имеем удивительный факт: подмножества, генерируемые на основе двойных, тройных и других произведений элементов циклических подмножеств имеют циклические свойства.

Циклическость в системе подмножеств инвариантна относительно операции произведения. Другими словами, подобное генерирует подобное.

## Самогенерация системы циклических подмножеств

Проанализируем взаимное произведение элементов одного циклического подмножества на себя при систематическом изменении положения элементов.

Получим последовательность циклических подмножеств:



Эти подмножества аналогичны полученным ранее и имеют табличное представление:

10	13	16	24	2
15	18	21	4	7
9	12	20	23	1
3	6	14	17	25
22	5	8	11	19
16	24	2	10	13



## Различие структуры и законов базового и индуцированного объектных множеств

Сконструируем объектное индуцированное множество по следующему простому алгоритму: в места расположения единичных элементов объектного множества разместим его элементы, согласовав их значения с таблицей номеров объектного множества.

Мы получим множество, имеющее аналог с моделью тензорного произведения при дополнительном условии, что это произведение условно, имеет конструктивную специфику. Этот алгоритм можно назвать условным тензорным произведением.

Проиллюстрируем алгоритм примерами. Введем на начальном этапе таблицу номеров мест для элементов базового объектного множества  $M^{25}$ :

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Для примера конструирования индуцированного объектного множества возьмем первую конформацию с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1)
(2)
(3)
(4)
(5)

При наложении каждой из указанных матриц на таблицу номеров мест мы получим выборку этих элементов в определенном порядке, элементы которой можно для удобства обозначить номерами элементов базисного множества. Однако такой способ вносит путаницу в расчет. По этой причине удобно обозначить каждую конформацию латинскими буквами, указав номером последовательность их расположения согласно последовательности базовых матриц.

Запишем полученные индуцированные объектные множества в форме строк:

$$\begin{aligned}
 a1\alpha &\rightarrow 1 \quad 7 \quad 13 \quad 19 \quad 25, \\
 a2\alpha &\rightarrow 2 \quad 8 \quad 14 \quad 20 \quad 21, \\
 a3\alpha &\rightarrow 3 \quad 9 \quad 15 \quad 16 \quad 22, \\
 a4\alpha &\rightarrow 4 \quad 10 \quad 11 \quad 17 \quad 23, \\
 a5\alpha &\rightarrow 5 \quad 6 \quad 12 \quad 18 \quad 24.
 \end{aligned}$$

Третий индекс  $\alpha$  свидетельствует о том, что элементы объектного индуцированного множества расположены в начальном порядке. Этот порядок может быть циклически изменен, что будем обозначать греческими буквами:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ . Изменение порядка элементов применим для расчета произведения элементов индуцированного множества.

Проиллюстрируем ситуацию с изменением расположения элементов на примере:

$$\begin{aligned}
 a1\alpha &\rightarrow 1 \ 7 \ 13 \ 19 \ 25, \\
 a1\beta &\rightarrow 7 \ 13 \ 19 \ 25 \ 1, \\
 a1\gamma &\rightarrow 13 \ 19 \ 25 \ 1 \ 7, \\
 a1\delta &\rightarrow 19 \ 25 \ 1 \ 7 \ 13, \\
 a1\varepsilon &\rightarrow 25 \ 1 \ 7 \ 13 \ 19.
 \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае каждый элемент объектного индуцированного множества можно рассматривать в качестве «молекулы», ассоциированной с элементом базового объектного множества. Значимые единицы заменены матрицами с соответствующими номерами.

На этом примере рассмотрим почленное произведение элементов объектного индуцированного множества:

$$\begin{array}{r}
 a1\alpha \rightarrow 1 \ 7 \ 13 \ 19 \ 25 \\
 \quad \quad \quad \times^k \\
 a1\alpha \rightarrow 1 \ 7 \ 13 \ 19 \ 25 \ 13 \ 19 \ 25 \ 1 \ 7 \ a5\beta, \\
 a1\beta \rightarrow 7 \ 13 \ 19 \ 25 \ 1 = 20 \ 21 \ 2 \ 8 \ 14 \rightarrow a2\delta, \\
 a1\gamma \rightarrow 13 \ 19 \ 25 \ 1 \ 7 \ 22 \ 3 \ 9 \ 15 \ 16 \ a3\varepsilon, \\
 a1\delta \rightarrow 19 \ 25 \ 1 \ 7 \ 13 \ 4 \ 10 \ 11 \ 17 \ 23 \ a4\alpha. \\
 a1\varepsilon \rightarrow 25 \ 1 \ 7 \ 13 \ 19
 \end{array}$$

Аналогично можно рассчитать произведения с остальными греческими индексами. В итоге на произведении одного элемента на себя, но с разными перестановками элементов по циклу, получим таблицу

$a1 \times a1^k$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$a1 \times a1^k$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$
$\alpha$	5	1	2	3	4	$\alpha$	2	3	4	5	1
$\beta$	4	5	1	2	3	$\beta$	1	2	3	4	5
$\gamma$	3	4	5	1	2	$\gamma$	5	1	2	3	4
$\delta$	2	3	4	5	1	$\delta$	4	5	1	2	3
$\varepsilon$	1	2	3	4	5	$\varepsilon$	3	4	5	1	2
*	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$\alpha$	*	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$\alpha$

Так, например, получим  $a1\gamma \times^k a1\delta = a1\varepsilon, a1\varepsilon \times^k a1\delta = a4\varepsilon, \dots$

Специфика ситуации в том, что пара элементов конформации, если учитывать перестановки элементов, генерирует (с точностью до перестановок элементов) все значения, которые получаются, если произведения выполнены, например, всех элементов конформации при одинаковых значениях греческого индекса.

Элементы последней строки указывают индексы столбца указанных матриц. Номера элементов в матрицах обозначают аналоги элементов базового объектного множества. Из анализа следует, что в модели объектного индуцированного множества произведение элементов конформаций на себя не выводит значения за пределы данной конформации. При взаимном произведении ситуация более сложна. Она подчинена базовой таблице произведений, когда все элементы рассматриваются с одинаковыми греческими индексами.

На основе этих элементов простыми средствами задаются все элементы произведений при перестановке элементов в циклических системах.

Таблица базовых произведений элементов объектного индуцированного множества выглядит так:

$k \times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	5	2	4	3	1	24	21	23	25	22	16	18	20	17	19	7	9	6	8	10	13	15	12	14	11
2	4	1	3	5	2	23	25	22	24	21	20	17	19	16	18	6	8	10	7	9	12	14	11	13	15
3	3	5	2	4	1	22	24	21	23	25	19	16	18	20	17	10	7	9	6	8	11	13	15	12	14
4	2	4	1	3	5	21	23	25	22	24	18	20	17	19	16	9	6	8	10	7	15	12	14	11	13
5	1	3	5	2	4	25	22	24	21	23	17	19	16	18	20	8	10	7	9	6	14	11	13	15	12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6	13	15	12	14	11	7	9	6	8	10	24	21	23	25	22	5	2	4	3	1	16	18	20	17	19
7	12	14	11	13	15	6	8	10	7	9	23	25	22	24	21	4	1	3	5	2	20	17	19	16	18
8	11	13	15	12	14	10	7	9	6	8	22	24	21	23	25	3	5	2	4	1	19	16	18	20	17
9	15	12	14	11	13	9	6	8	10	7	21	23	25	22	24	2	4	1	3	5	18	20	17	19	16
10	14	11	13	15	12	8	10	7	9	6	25	22	24	21	23	1	3	5	2	4	17	19	16	18	20

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	7	9	6	8	10	16	18	20	17	19	13	15	12	14	11	24	21	23	25	22	5	2	4	3	1
12	6	8	10	7	9	20	17	19	16	18	12	14	11	13	15	23	25	22	24	21	4	1	3	5	2
13	10	7	9	6	8	19	16	18	20	17	11	13	15	12	14	22	24	21	23	25	3	5	2	4	1
14	9	6	8	10	7	18	20	17	19	16	15	12	14	11	13	21	23	25	22	24	2	4	1	3	5
15	8	10	7	9	6	17	19	16	18	20	14	11	13	15	12	25	22	24	21	23	1	3	5	2	4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	24	21	23	25	22	13	15	12	14	11	5	2	4	3	1	16	18	20	17	19	7	9	6	8	10
17	23	25	22	24	21	12	14	11	13	15	4	1	3	5	2	20	17	19	16	18	6	8	10	7	9
18	22	24	21	23	25	11	13	15	12	14	3	5	2	4	1	19	16	18	20	17	10	7	9	6	8
19	21	23	25	22	24	15	12	14	11	13	2	4	1	3	5	18	20	17	19	16	9	6	8	10	7
20	25	22	24	21	23	14	11	13	15	12	1	3	5	2	4	17	19	16	18	20	8	10	7	9	6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	16	18	20	17	19	5	2	4	3	1	7	9	6	8	10	13	15	12	14	11	24	21	23	25	22
22	20	17	19	16	18	4	1	3	5	2	6	8	10	7	9	12	14	11	13	15	23	25	22	24	21
23	19	16	18	20	17	3	5	2	4	1	10	7	9	6	8	11	13	15	12	14	22	24	21	23	25
24	18	20	17	19	16	2	4	1	3	5	9	6	8	10	7	15	12	14	11	13	21	23	25	22	24
25	17	19	16	18	20	1	3	5	2	4	8	10	7	9	6	14	11	13	15	12	25	22	24	21	23

Применим для элементов объектного индуцированного множества базовую операцию структурного суммирования. Выглядит она так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
1	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
2	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12
3	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
4	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14
5	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
6	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
7	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1
8	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
9	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
10	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
11	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16
12	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
13	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18
14	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
15	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
16	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
17	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
21	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7
22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
23	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
24	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
25	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6

Специфика ситуации в том, что операция структурного суммирования не сохраняет элементы объектного индуцированного множества. Это возможно, если для этих элементов применить базовую операцию структурного суммирования. В этом случае мы получим конечное множество. Однако оно не связано прямо и непосредственно со стандартными условиями суммирования. Речь идет не только о том, что не имеет места дистрибутивность. Не имеет места суммирование элементов ни в стандартном, ни в структурном смысле.

## Глобальная циклическая анизотропия объектного множества

Объектное множество  $M^{25}$  содержит элементы в форме системы строк и столбцов. Обозначим строки греческими буквами, обозначим столбцы латинскими буквами. Получим табличное представление объектного множества

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
$\alpha$	1	2	3	4	5
$\beta$	6	7	8	9	10
$\gamma$	11	12	13	14	15
$\delta$	16	17	18	19	20
$\varepsilon$	21	22	23	24	25

Выполним почленное произведение строк и столбцов. Например, получим

$$(1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5)^2 = (6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10) \rightarrow \alpha^2 = \beta,$$

$$(1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5)(6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10) = (11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15) \rightarrow \alpha\beta = \gamma, \dots$$

Взаимные произведения строк подчинены таблице

$\times^k$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$\alpha$
$\beta$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$\alpha$
$\gamma$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$\alpha$
$\delta$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$\alpha$
$\varepsilon$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$\alpha$

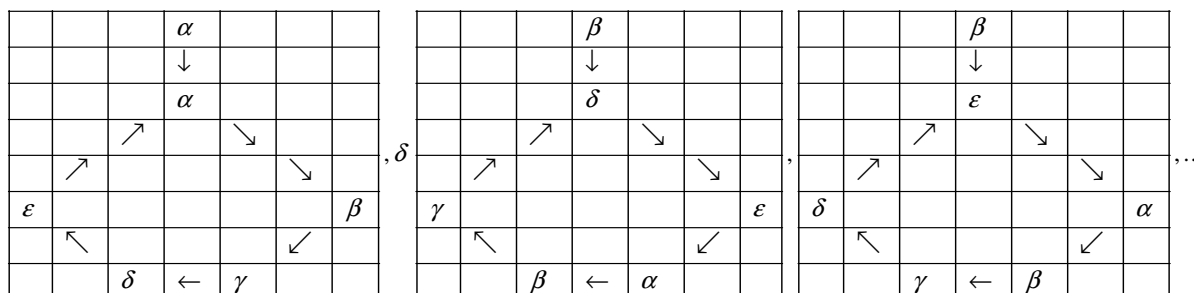
Бинарное рекуррентное произведение этих элементов генерирует циклы с «флагом»:

$$\alpha\alpha = \beta, \alpha\beta = \gamma, \beta\gamma = \delta, \gamma\delta = \varepsilon, \delta\varepsilon = \alpha, \varepsilon\alpha = \beta,$$

$$\beta\delta = \varepsilon, \delta\varepsilon = \alpha, \varepsilon\alpha = \beta, \alpha\beta = \gamma, \beta\gamma = \delta, \gamma\delta = \varepsilon,$$

$$\beta\varepsilon = \alpha, \varepsilon\alpha = \beta, \alpha\beta = \gamma, \beta\gamma = \delta, \gamma\delta = \varepsilon, \delta\varepsilon = \alpha, \dots$$

Эти связи иллюстрируют циклы с одной ориентацией



Есть цикл без «флага» с одной ориентацией на рекуррентном произведении

$$\alpha\beta = \gamma, \beta\gamma = \delta, \gamma\delta = \varepsilon, \delta\varepsilon = \alpha, \varepsilon\alpha = \beta.$$

Он соответствует графу

			$\alpha$			
		$\nearrow$		$\searrow$		
	$\nearrow$				$\searrow$	
$\varepsilon$						$\beta$
	$\nwarrow$				$\swarrow$	
		$\delta$	$\leftarrow$	$\gamma$		

Элементы объектного множества, представленные столбцами в таблице элементов, имеют другие свойства.

Так, например, при произведении столбцов реализуется сдвиг элементов столбца:

$$(1 \ 6 \ 11 \ 16 \ 21)^2 = (6 \ 11 \ 16 \ 21 \ 1) \rightarrow a_\alpha^2 = a_\beta,$$

$$(6 \ 11 \ 16 \ 21 \ 1)^2 = (16 \ 21 \ 1 \ 6 \ 11) \rightarrow a_\beta^2 = a_\gamma, \dots$$

Если не учитывать порядок расположения элементов в столбцах, получим таблицу произведений

$\times$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$a$	$a$	$c$	$e$	$b$	$d$
$b$	$e$	$b$	$d$	$a$	$c$
$c$	$d$	$a$	$c$	$e$	$b$
$d$	$c$	$e$	$b$	$d$	$a$
$e$	$b$	$d$	$a$	$c$	$e$

Из ее анализа следует наличие двухстороннего цикла для элементов множества согласно произведениям

$$ab = c, bc = d, cd = e, de = a, ea = b,$$

$$ae = d, ed = c, dc = b, cb = a, ba = e.$$

Циклам соответствует граф

			$a$			
		$\nearrow$		$\nwarrow$		
	$\swarrow$				$\searrow$	
$e$						$b$
	$\nwarrow$				$\swarrow$	
		$d$	$\leftrightarrow$	$c$		

Следовательно, объектному множеству  $M^{16}$  присуща глобальная операционная анизотропия: строки и столбцы при произведениях преобразуются по-разному и циклически связаны между собой тоже по-разному. По этой причине произведения строк и столбцов генерируют сплетения указанных свойства, обеспечивая «операционное богатство».

## Генерация «сплетающихся» объектных подмножеств

Известно некоторое единство теории кос и теории узлов. Так или иначе, они имеют выходы на абстрактную алгебру и физику. В частности, на этой основе можно рассматривать модели объединения системы нитей и окружностей, что имеет прямые связи с практикой плетения и образования системы различных узлов из нитей.

Известна идея Максвелла, который предложил рассматривать атомы как образования в форме «клубков» из нитей, имеющих разное количество узлов в «клубке».

Модель объектного множества приближает анализ сплетений и узлов к ситуации, когда мы имеем дело с парой принципиально различных объединений элементов множества. С одной стороны, есть объединения элементов циклического типа, которые по своей структуре аналогичны окружностям. Это множество есть система объектных циклов. С другой стороны, есть нециклические объединения элементов множества. Их можно рассматривать как системы нитей. Это множество есть система объектных нитей.

На данной стадии анализа появляются основания для ответа на ряд вопросов. Допускает ли модель объектного множества сплетения и узлы на указанной паре подмножеств? В каких ситуациях и как может это произойти? Почему не реализуются любые сплетения и узлы? Какие средства и приемы следует применить для связи формальной теории объектного множества с физикой, химией, биологией и цитологией? Есть ли в модели объектного множества признаки и основания для конструирования и анализа моделей ДНК и РНК?

Примем в качестве начальной позиции для ответа на эти сложнейшие вопросы таблицу комбинаторных произведений объектного множества  $M^{25}$ .

Запишем таблицу произведений компактно, приняв обозначения для подмножеств. Имеем отправную точку расчета в форме двух таблиц:

<i>a</i>	1	2	3	4	5
<i>b</i>	6	7	8	9	10
<i>c</i>	11	12	13	14	15
<i>d</i>	16	17	18	19	20
<i>e</i>	21	22	23	24	25

$\times^k$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>d</i>
<i>c</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
<i>e</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>e</i>

Заметим, что таблица комбинаторных произведений задана с точностью до введенных ранее греческих индексов для элементов объектного множества, посредством которых учитываются возможные циклические перестановки элементов множества в подмножествах. По этой причине выводы из этой таблицы обеспечивают только грубую картину в системе отношений между элементами множества. Однако и она достаточно содержательна.

Таблица произведений в соединении с таблицей подмножеств дает множество «нитей»:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(1 \ 9 \ 15 \ 18 \ 22) \ (2 \ 8 \ 14 \ 16 \ 25) \ (3 \ 10 \ 12 \ 19 \ 21) \ (4 \ 7 \ 11 \ 20 \ 23) \ (5 \ 6 \ 13 \ 17 \ 24)$$

Полученные подмножества не замыкаются на операциях, они не образуют циклы.

Мы получили множество «нитей». Оно может быть расширено на алгоритме матричного произведения каждой из указанных матриц с последующим сопоставлением им новых подмножеств объектного множества. Так будут образованы «нити» высших порядков.

Зададим ситуацию конкретными выражениями:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(1 \ 8 \ 12 \ 20 \ 24) \quad (1 \ 10 \ 14 \ 17 \ 23) \quad (1 \ 7 \ 13 \ 19 \ 25)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(3 \ 9 \ 11 \ 17 \ 25) \quad (4 \ 6 \ 12 \ 18 \ 25) \quad (1 \ 7 \ 13 \ 19 \ 25)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(2 \ 6 \ 15 \ 19 \ 23) \quad (5 \ 8 \ 11 \ 19 \ 22) \quad (1 \ 7 \ 13 \ 19 \ 25)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(5 \ 7 \ 14 \ 18 \ 21) \quad (3 \ 7 \ 15 \ 16 \ 24) \quad (1 \ 7 \ 13 \ 19 \ 25)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$(4 \ 10 \ 13 \ 16 \ 22) \quad (2 \ 9 \ 13 \ 20 \ 21) \quad (1 \ 7 \ 13 \ 19 \ 25)$$

Множество из 5 подмножеств расширено до множества из 16 подмножеств.



Заметим, что четвертая степень каждой матрицы есть единичная матрица. Каждая первичная матрица генерирует еще два новых подмножества и одно общее подмножество. Из простого анализа следует, что общее подмножество имеет циклические свойства на операции комбинаторного произведения.

Мы получили 5 систем, у которых 3 нециклические подмножества дополнены общим циклическим подмножеством. Если их удастся каким-то способом объединить, мы получим алгоритм сплетения подмножеств.

На этом этапе анализа обнаруживается начальная аналогия свойств данного объектного множества со структурной теорией частиц света и гравитации. Согласно структурному описанию этих фундаментальных граней Реальности, свойства света и гравитации основаны на 4 предзарядах. Мы имеем пару электрических предзарядов с противоположными знаками и пару гравитационных предзарядов с противоположными знаками. Но, следуя практике, отрицательные массы не проявляют себя в привычных экспериментах, они как-бы имеют иные свойства. Но именно к этому отличию «призывает» нас объектное множество, указывая на то, что 3 нециклические подмножества и одно циклическое подмножество.

Заметим, что объектное множество предъявляет практике множество предзарядов, отличие которых состоит в том, что между их структурными составляющими имеют место разные системы отношений.

Математическую возможность «сплетений» обоснуем аналогией с теорией кос, общие свойства которых Артин обосновал системой функциональных связей для элементов  $s_i, s_j$ , представляющих отдельные «нити»:

$$s_i s_j^{-1} = s_j^{-1} s_i = E,$$

$$s_i s_j = s_j s_i,$$

$$s_i s_{i+1} s_i = s_{i+1} s_i s_{i+1}.$$

Два первых свойства типичны для коммутативных множеств с единицей. Третье свойство имеет специальный вид, характерный только для кос.

Примем точку зрения, что каждое нециклическое подмножество объектного множества есть аналог элемента теории кос. Чтобы убедиться, что эта позиция конструктивна, выполним некоторые расчеты.

Проанализируем, выполняется ли третье условие для кос на первичных нециклических подмножествах в форме закона

$$xux = uxu.$$

Из простого произведения элементов подмножеств, расположенных на одинаковых местах, следуют такие свойства:

1	9	15	18	22	3	10	12	19	21	2	8	14	16	25	4	7	11	20	23
3	10	12	19	21	1	9	15	18	22	4	7	11	20	23	2	8	14	16	25
10	11	19	25	5	9	13	18	22	3	6	11	18	24	1	10	14	17	22	2
1	9	15	18	22	3	10	12	19	21	2	8	14	16	25	4	7	11	20	23
7	12	16	21	4	7	12	16	21	4	8	15	20	23	4	8	15	20	23	4

Следовательно, нециклические начальные подмножества имеют свойства, присущие элементам, анализируемым в теории кос. Однако, как легко видеть, поскольку объектное множество некоммутативно, что пара других свойств кос может быть обобщена.

Проанализируем ситуацию с проверкой возможности закона  $xy^2x = y^2xy^2$ . Получим, например, такие результаты:

1	9	15	18	22	1	8	12	20	24	3	10	12	19	21	1	8	12	20	24
1	8	12	20	24	1	9	15	18	22	1	8	12	20	24	3	10	12	19	21
6	12	19	22	1	6	15	18	21	5	9	11	17	21	2	10	12	1	23	3
1	9	15	18	22	1	8	12	20	24	3	10	12	19	21	1	8	12	20	24
6	11	16	24	3	6	11	16	24	3	7	14	17	22	5	7	14	17	22	5

Расчет подтвердил выполнение закона.

Проверим выполнение условия  $x^2y^3x^2 = y^3x^2y^3$ . В этом случае получим

2	6	15	19	23	2	9	13	20	21	1	8	12	20	24	1	10	14	17	23
2	9	13	20	21	2	6	15	19	23	1	10	14	17	23	1	8	12	20	24
7	12	16	21	4	7	13	17	23	5	6	12	16	24	2	6	11	20	23	5
2	6	15	19	23	2	9	13	20	21	1	8	12	20	24	1	10	14	17	23
7	15	19	22	2	7	15	19	22	2	6	14	18	21	1	6	14	18	21	1

Искомое условие выполняется.

Расчет подтверждает выполнение других законов:

$$xy^2x = y^2xy^2, xy^3x = y^3xy^3, x^2y^2x^2 = y^2x^2y^2, x^2y^3x^2 = y^3x^2y^3, \dots$$

Ограничив степени числом 3, мы получаем общий закон

$$x^k y^n x^k = y^n x^k y^n.$$

Сплетаются ли нециклические подмножество со «своим» циклическим подмножеством? Выполним несколько расчетов:

1	9	15	18	22	1	7	13	19	25	1	8	12	20	24	1	7	13	19	25
1	7	13	19	25	1	9	15	18	22	1	7	13	19	25	1	8	12	20	24
6	15	16	25	3	6	11	17	22	4	6	11	19	23	1	6	14	16	21	3
1	9	15	18	22	1	7	13	19	25	1	8	12	20	24	1	7	13	19	25
6	13	19	21	1	6	13	19	21	1	6	15	20	22	2	6	15	20	22	2

Анализ подтвердил функциональное единство подмножеств циклического и нециклического типа.

Ситуация была бы тривиальной, если бы все элементы объектного множества подчинялись закону типа  $xux = uxu$ . Однако это не так:

$$7 \cdot 3 \cdot 7 = 15 \neq 3 \cdot 7 \cdot 3 = 10, 4 \cdot 6 \cdot 4 = 10 \neq 6 \cdot 4 \cdot 6 = 15, \dots$$

Кроме этого, нужно учесть тот факт, что объектное множество не имеет глобальной единицы.

Анализ дает сплетение циклических подмножеств. Например, получим

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 1 & 7 & 13 & 19 & 25 \\ \hline 6 & 13 & 20 & 22 & 4 \end{array}, \begin{array}{ccccc} 1 & 7 & 13 & 19 & 25 \\ 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ \hline 6 & 15 & 19 & 23 & 2 \end{array}.$$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 6 & 14 & 17 & 25 & 3 \end{array}, \begin{array}{ccccc} 1 & 7 & 13 & 19 & 25 \\ 6 & 14 & 17 & 25 & 3 \end{array}$$

Объединение нециклического подмножества с циклическим подмножеством не своего класса поддерживает закон сплетения:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 3 & 10 & 12 & 19 & 21 \\ \hline 10 & 14 & 18 & 22 & 1 \end{array}, \begin{array}{ccccc} 3 & 10 & 12 & 19 & 21 \\ 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ \hline 9 & 12 & 20 & 23 & 1 \end{array}.$$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 7 & 13 & 19 & 25 & 1 \end{array}, \begin{array}{ccccc} 3 & 10 & 12 & 19 & 21 \\ 7 & 13 & 19 & 25 & 1 \end{array}$$

Формальный нецикл, не связанный с таблицей произведений, не поддерживает сплетения с циклом. Проиллюстрируем этот факт примером:

$$\begin{array}{ccccc} 7 & 13 & 2 & 8 & 5 \\ 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ \hline 10 & 14 & 20 & 24 & 2 \end{array}, \begin{array}{ccccc} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 7 & 13 & 2 & 8 & 5 \\ \hline 13 & 20 & 8 & 15 & 8 \end{array}.$$

$$\begin{array}{ccccc} 7 & 13 & 2 & 8 & 5 \\ 14 & 17 & 9 & 12 & 8 \end{array}, \begin{array}{ccccc} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 9 & 12 & 19 & 22 & 4 \end{array}$$

Приведенные примеры можно подтвердить реальными объединениями объектных подмножеств. Это можно сделать разными способами. В частности, есть алгоритм синтеза подмножеств на основе «склеивания» совпадающих элементов. На этом алгоритме мы приходим к моделям «объектных атомов и молекул», если рассматривать элементы объектного множества в качестве «центров конденсации» реальных атомов и молекул.

Такое применение теории кос можно рассматривать в качестве принципиально нового алгоритма описания химических формул, а также образований типа ДНК и РНК.

Обратим внимание на качественно новое свойство объектного множества. Оно состоит в том, что каждое его подмножество подчинено действию правой локальной единицы. Другими словами, у каждого подмножества есть сопутствующее ему локальное подмножество, которые при произведении справа не меняют его. Кроме этого, подмножество имеет всегда глобальный ноль. В анализируемой ситуации он задается элементом с номером 20.

Алгоритм нахождения правой локальной единицы проиллюстрируем примерами для циклического и нециклического подмножеств:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 21 & 1 & 6 & 11 & 16 \\ \hline 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \end{array}, \begin{array}{ccccc} 1 & 9 & 15 & 18 & 22 \\ 21 & 4 & 10 & 13 & 17 \\ \hline 1 & 9 & 15 & 18 & 22 \end{array}$$

Наличие локальных правых единиц позволяет найти для каждого подмножества то подмножество, которое обратное ему по правой единице. В рассматриваемом случае получим

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccccc} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 16 & 21 & 1 & 6 & 11 \\ \hline 21 & 1 & 6 & 11 & 16 \end{array} & , & \begin{array}{ccccc} 1 & 9 & 15 & 18 & 22 \\ 16 & 24 & 5 & 8 & 12 \\ \hline 21 & 4 & 10 & 13 & 17 \end{array} \end{array}$$

Для нахождения функциональных связей между прямыми и обратными подмножествами с локальными единицами применим алгоритм, генерирующий условие сплетения различных подмножеств.

На циклическом и нециклическом подмножествах соответственно получим

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccccc} s & 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ s^{-1} & 16 & 21 & 1 & 6 & 11 \\ \hline & 21 & 1 & 6 & 11 & 16 \\ s & 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ \hline & 6 & 11 & 16 & 21 & 1 \end{array} & , & \begin{array}{ccccc} s^{-1} & 16 & 21 & 1 & 6 & 11 \\ s & 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ \hline & 6 & 11 & 16 & 21 & 1 \\ s^{-1} & 16 & 21 & 1 & 6 & 11 \\ \hline & 21 & 1 & 6 & 11 & 16 \end{array} \\ \\ \begin{array}{ccccc} s & 1 & 9 & 15 & 18 & 22 \\ s^{-1} & 16 & 24 & 5 & 8 & 12 \\ \hline & 21 & 4 & 10 & 13 & 17 \\ s & 1 & 9 & 15 & 18 & 22 \\ \hline & 6 & 14 & 20 & 23 & 2 \end{array} & , & \begin{array}{ccccc} s^{-1} & 16 & 24 & 5 & 8 & 12 \\ s & 1 & 9 & 15 & 18 & 22 \\ \hline & 6 & 14 & 20 & 23 & 2 \\ s^{-1} & 16 & 24 & 5 & 8 & 12 \\ \hline & 21 & 4 & 10 & 13 & 17 \end{array} \end{array}$$

Из анализа произведений следуют функциональные связи

$$s_i s_i^{-1} = s_i^{-1} s_i s_i^{-1}, s_i^{-1} s_i = s_i s_i^{-1} s_i.$$

Тонкость ситуации в том, что обратные подмножества для циклического подмножества есть элементы этого же подмножества, отличающиеся только перестановкой элементов. Для нециклических подмножеств наличия своих элементов для образования обратного подмножества недостаточно.

Полная система функциональных связей, достаточная для анализа алгоритма сплетения подмножеств объектного множества выглядит так:

$$\begin{aligned} s_i s_{i+1} s_i &= s_{i+1} s_i s_{i+1}, \\ s_i s_i^{-1} &= s_i^{-1} s_i s_i^{-1}, s_i^{-1} s_i = s_i s_i^{-1} s_i, \\ s_i s_j &\neq s_j s_i. \end{aligned}$$

Эта система функциональных связей для подмножеств объектного множества существенно более сложна общепринятых функциональных связей в теории кос. Существенно меняет ситуацию некоммутативность подмножеств. Кроме этого, ряд тонкостей открывается из-за системы локальных единиц. Кроме этого, наличие степеней элементов становится дополнительным средством для учета специфики объектных сплетений. Однако, скорее всего, новая модель приближает математику к реальным практическим задачам.

### Таблица отношений на комбинаторной операции $M^{36}(k)$

Проанализируем систему отношений между 36 элементами, применяя к ним комбинаторную операцию. Получим таблицы:

$k$ $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	13	14	15	16	17	18	25	26	27	28	29	30	7	8	9	10	11	12
2	18	13	14	15	16	17	30	25	26	27	28	29	12	7	8	9	10	11
3	17	18	13	14	15	16	29	30	25	26	27	28	11	12	7	8	9	10
4	16	17	18	13	14	15	28	29	30	25	26	27	10	11	12	7	8	9
5	15	16	17	18	13	14	27	29	29	30	25	26	9	10	11	12	7	8
6	14	15	16	17	18	13	26	27	28	29	30	25	8	9	10	11	12	7
7	19	20	21	22	23	24	13	14	15	16	17	18	1	2	3	4	5	6
8	24	19	20	21	22	23	18	13	14	15	16	17	6	1	2	3	4	5
9	23	24	19	20	21	22	17	18	13	14	15	16	5	6	1	2	3	4
10	22	23	24	19	20	21	16	17	18	13	14	15	4	5	6	1	2	3
11	21	22	23	24	19	20	15	16	17	18	13	14	3	4	5	6	1	2
12	20	21	22	23	24	19	14	15	16	17	18	13	2	3	4	5	6	1
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
14	6	1	2	3	4	5	12	7	8	9	10	11	18	13	14	15	16	17
15	5	6	1	2	3	4	11	12	7	8	9	10	17	18	13	14	15	16
16	4	5	6	1	2	3	10	11	12	7	8	9	16	17	18	13	14	15
17	3	4	5	6	1	2	9	10	11	12	7	8	15	16	17	18	13	14
18	2	3	4	5	6	1	8	9	10	11	12	7	14	15	16	17	18	13

$k$ $\times$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	1	2	3	4	5	6	31	32	33	34	35	36	19	20	21	22	23	24
2	6	1	2	3	4	5	36	31	32	33	34	35	24	19	20	21	22	23
3	5	6	1	2	3	4	35	36	31	32	33	34	23	24	19	20	21	22
4	4	5	6	1	2	3	34	35	36	31	32	33	22	23	24	19	20	21
5	3	4	5	6	1	2	33	34	35	36	31	32	21	22	23	24	19	20
6	2	3	4	5	6	1	32	33	34	35	36	31	20	21	22	23	24	19
7	31	32	33	34	35	36	7	8	9	10	11	12	25	26	27	28	29	30
8	36	31	32	33	34	35	12	7	8	9	10	11	30	25	26	27	28	29
9	35	36	31	32	33	34	11	12	7	8	9	10	29	30	25	26	27	28
10	34	35	36	31	32	33	10	11	12	7	8	9	28	29	30	25	26	27
11	33	34	35	36	31	32	9	10	11	12	7	8	27	28	29	30	25	26
12	32	33	34	35	36	31	8	9	10	11	12	7	26	27	28	29	30	25
13	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
14	24	19	20	21	22	23	30	25	26	27	28	29	36	31	32	33	34	35
15	23	24	19	21	22	23	29	30	25	26	27	28	35	36	31	32	33	34
16	22	23	24	19	20	21	28	29	30	25	26	27	34	35	36	31	32	33
17	21	22	23	24	19	20	27	28	29	30	25	26	33	34	35	36	31	32
18	20	21	22	23	24	19	26	27	28	29	30	25	32	33	34	35	36	31

$k$ $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	7	8	9	10	11	12	31	32	33	34	35	36	25	26	27	28	29	30
20	12	7	8	9	10	11	36	31	32	33	34	35	30	25	26	27	28	29
21	11	12	7	8	9	10	35	36	31	32	33	34	29	30	25	26	27	28
22	10	11	12	7	8	9	34	35	36	31	32	33	28	29	30	25	26	27
23	9	10	11	12	7	8	33	34	35	36	31	32	27	28	29	30	25	26
24	8	9	10	11	12	7	32	33	34	35	36	31	26	27	28	29	30	25
25	31	32	33	34	35	36	1	2	3	4	5	6	19	20	21	22	23	24
26	36	31	32	33	34	35	6	1	2	3	4	5	24	19	20	21	22	23
27	35	36	31	32	33	34	5	6	1	2	3	4	23	24	19	20	21	22
28	34	35	36	31	32	33	4	5	6	1	2	3	22	23	24	19	20	21
29	33	34	35	36	31	32	3	4	5	6	1	2	21	22	23	24	19	20
30	32	33	34	35	36	31	2	3	4	5	6	1	20	21	22	23	24	19
31	25	26	27	28	29	30	19	20	21	22	23	24	31	32	33	34	35	36
32	30	25	26	27	28	29	24	19	20	21	22	23	36	31	32	33	34	35
33	29	30	25	26	27	28	23	24	19	20	21	22	35	36	31	32	33	34
34	28	29	30	25	26	27	22	23	24	19	20	21	34	35	36	31	32	33
35	27	28	29	30	25	26	21	22	23	24	19	20	33	34	35	36	31	32
36	26	27	28	29	30	25	20	21	22	23	24	19	32	33	34	35	36	31

$k$ $\times$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
19	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6
20	18	13	14	15	16	17	24	19	20	21	22	23	6	1	2	3	4	5
21	17	18	13	14	15	16	23	24	19	20	21	22	5	6	1	2	3	4
22	16	17	18	13	14	15	22	23	24	19	20	21	4	5	6	1	2	3
23	15	16	17	18	13	14	21	22	23	24	19	20	3	4	5	6	1	2
24	14	15	16	17	18	13	20	21	22	23	24	19	2	3	4	5	6	1
25	25	26	27	28	29	30	13	14	15	16	17	18	7	8	9	10	11	12
26	30	25	26	27	28	29	18	13	14	15	16	17	12	7	8	9	10	11
27	29	30	25	26	27	28	17	18	13	14	15	16	11	12	7	8	9	10
28	28	29	30	25	26	27	16	17	18	13	14	15	10	11	12	7	8	9
29	27	28	29	30	25	26	15	16	17	18	13	14	9	10	11	12	7	8
30	26	27	28	29	30	25	14	15	16	17	18	13	8	9	10	11	12	7
31	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	13	14	15	16	17	18
32	12	7	8	9	10	11	6	1	2	3	4	5	18	13	14	15	16	17
33	11	12	7	8	9	10	5	6	1	2	3	4	17	18	13	14	15	16
34	10	11	12	7	8	9	4	5	6	1	2	3	16	17	18	13	14	15
35	9	10	11	12	7	8	3	4	5	6	1	2	15	16	17	18	13	14
36	8	9	10	11	12	7	2	3	4	5	6	1	14	15	16	17	18	13

Они существенно отличаются от указанных ранее операций  $M^{36}(c), M^{36}(p)$ . Специфика их в том, что квадраты каждого элемента равны одному «числу», что существенно упрощает свойства такой модели отношений.

## Алгоритм генерации спектра объектных пространств

Применим модель объектного множества  $M^{36}$  к задачам теории зацеплений и узлов. Подсказки в актуальности такого анализа многочисленны. Объектное множество проявляет свойства генерации «фундаментов» для построения моделей атомов и молекул, объединяя между собой в некие единые объекты циклические и нециклические подмножества. В зависимости от того, какие изделия, и в каких местах пристроены к изготовленному фундаменту, мы получаем структурные модели любого уровня материи.

Доказательство возможности зацепления конструкций объектного множества убеждает в перспективности указанного направления теории.

Поскольку в качестве базовой точки конструирования самого объектного множества применена идея представления системы отношений между 4 предзарядами, мы фактически получаем аналог модели «эфира», структурированного предзарядами. Объекты «эфира» в форме подмногобразий объектного пространства, разными способами согласованные между собой, мы рассматриваем как «пылинки», на которых концентрируется материя более высоких уровней. В определенном смысле можно считать, что эти «пылинки» аналогичны модели Сознаний и Чувств реальных объектов, которые присоединены к ним.

Такой подход при всей его примитивности является продолжением и некоторым развитием идей о структуре и свойствах Реальности, которые в свое время предложили Ньютон, Максвелл, Кельвин, Менделеев.

Ньютон принял точку зрения, что свет имеет структуру и его взаимодействие со средой зависит от того, в каком состоянии находятся его составляющие при «встрече» со средой. Эта точка зрения сейчас обоснована теоретически и имеем множество экспериментальных подтверждений, часть из которых тщательно скрывается. Возможно, так происходит потому, что не всем нравится рассматривать Человека в качестве Света для этого мира. С признанием такой точки зрения детальное изучение свойств частиц света позволит изменить отношение к Реальности и поведение, а, может быть, и структуру людей. Ведь Свет имеет свойства, которые существенно превосходят возможности людей.

Максвелл предлагал рассматривать атомы как «клубки» волн, представляемых в форме сплетенных нитей с узлами. Тогда свойства атомов можно согласовывать с количеством и структурой разнообразных узлов. Заметим, что подмножества объектного множества в форме объединения «нитей» и «циклов» математически обосновывают конструктивность этой идеи. Максвелл не абсолютизировал идею непрерывности электромагнитного поля, он, следуя глубинной интуиции, пытался найти в экспериментальных данных предпосылки для структурной модели света и атомов. Современные модели «обходятся» без предположений об узлах и зацеплениях только потому, что продолжается и поддерживается деятельность в направлении развития непрерывной, полевой концепции физических объектов. Частично новой точкой зрения, хотя очень осторожной и недостаточно развитой, становится модель струнного мира, когда струны являются «кирпичиками» объектов Реальности. Модель «осторожна» потому, что она развивается в условиях, когда над головой исследователей занесен меч специальной теории относительности, отрицающей и запрещающей развитие структурных теории света. Если это так, а электроны и нуклоны, согласно экспериментам, порождаются при столкновении  $\gamma$  – квантов, они тоже не могут быть структурны.

Лорд фон Кельвин пытался составить периодическую систему химических элементов, рассматривая атомы в форме завязанных в «клубки» нитей эфира. Эту работу продолжили его ученики, что не принесло значимого успеха. Исходя из этой идеи, Дж. Тейт создал первую таблицу узлов. В настоящее время она достаточно объемна. Однако, заметим, и нити, и узлы не имеют структурного представления. Они рассматриваются в форме геометрических картинок с визуальным образом. Математические методы позволяют поставить в соответствие узлам и зацеплениям спектр математических величин, которые в настоящее время недостаточно связаны со свойствами живой и «неживой» материи.

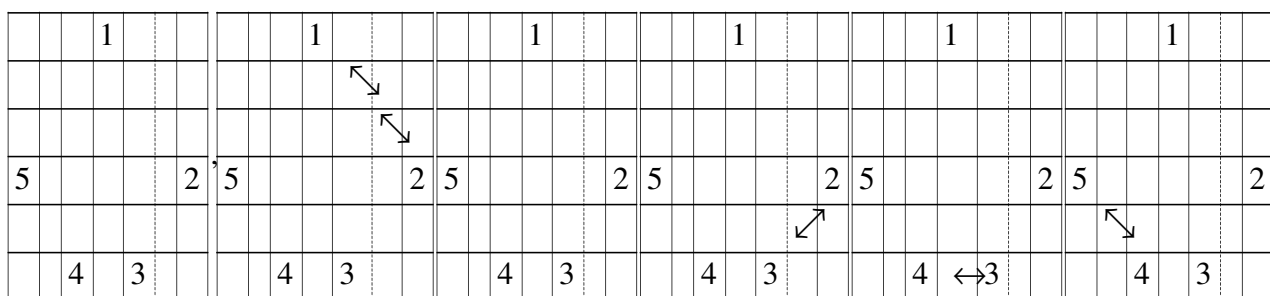
Менделеев при создании периодической системы элементов рассматривал «эфир» в качестве начального элемента для образования атомов. Никаких предположений о свойствах и структуре эфира предложено не было. На интуитивном уровне было «подсказано», что атомы следует рассматривать как сложные, структурные изделия. Именно структурность можно рассматривать в качестве замены слова «эфир». В настоящее время нет сомнений в корректности предвидения Менделеева. «Эфир» образуют электроны и нуклоны атомов. Но есть, как известно, гиперонные и  $\pi$ -мезонные атомы, которые инициируют создание обобщенной, многоуровневой периодической системы атомов. Эксперименты инициируют углубление структурной теории материи. Успех в таком направлении деятельности предьявлен периодической системой резонансов, базирующейся на моделях кварков. Однако, как уже было и ранее, стоит задача постижения устройства и структуры кварков.

Эксперименты с живой материей подтверждают актуальность исследований узлов и зацеплений. Так, известно, что двойные спирали ДНК связываются в узлы и зацепляются в петли. Механизм распутывания узлов в живых клетках имеет аналогию с математическим методом генерации новых полиномиальных инвариантов в теории узлов.

При исследовании проблемы магнетизма фундаментальную роль в решении ряда задач играет концепция спина: магнитного момента электрона. В зависимости от того, как направлены «стрелки» спина (без достаточного физического обоснования) и как они между собой соединены, будет иметь место ферромагнетизм или парамагнетизм. То, что это реально и возможно, подтверждено Онзагером на основе решения 2-мерной модели Изинга, подтвердившей фазовый переход в системах со спинами. Известно, что его решение имеет элементы, названные «звездой» и «треугольником». Но именно такие подмножества, как показано ранее, имеет объектное множество  $M^{25}$ .

Модель Изинга решена новым способом на основе алгебры Темперли-Либо, генерируя известные операторные соотношения Джонса. Алгебра базируется на операторах, ассоциированных с непересекающимися геометрическими связями между  $n$  – точками.

Их можно проиллюстрировать на 5 точках, расположенных на определенном расстоянии друг от друга, системой рисунков:



Рисункам соответствуют канонические таблицы взаимных связей:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Квадрат каждой из матриц на матричном произведении дает единичную матрицу. Однако они не образуют конечное множество на матричном произведении. Операторы Джонса образуют в алгебре Темперли-Либо конечную систему.



Дополним анализ, выполненный Джонсом, новыми данными, применив полученные матрицы для генерации подмножеств объектного множества, состоящего из 25 элементов со своими номерами.

Наложением матриц на таблицу расположения элементов объектного множества получим 5 подмножеств:

$$\begin{aligned}\alpha &\rightarrow 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ \beta &\rightarrow 8 \quad 10 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ \gamma &\rightarrow 1 \quad 9 \quad 6 \quad 4 \quad 5 . \\ \delta &\rightarrow 1 \quad 2 \quad 10 \quad 7 \quad 5 \\ \varepsilon &\rightarrow 1 \quad 2 \quad 3 \quad 6 \quad 8\end{aligned}$$

Проанализируем эту систему подмножеств на основе функционального произведения с 3-кратным применением комбинаторной операции произведения:

$$x * y = x \overset{k}{\times} y \overset{k}{\times} y \overset{k}{\times} x.$$

Получим произведения совпадающих элементов

$$\begin{aligned}\alpha * \alpha = a &\rightarrow 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \\ \beta * \beta = b &\rightarrow 13 \quad 15 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \\ \gamma * \gamma = c &\rightarrow 6 \quad 14 \quad 11 \quad 9 \quad 10 . \\ \delta * \delta = d &\rightarrow 6 \quad 7 \quad 15 \quad 12 \quad 10 \\ \varepsilon * \varepsilon = e &\rightarrow 6 \quad 7 \quad 8 \quad 11 \quad 13\end{aligned}$$

Таблица отношений такова:

*	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$
$\alpha$	$a$	$a$	$a$	$a$	$a$
$\beta$	$b$	$b$	$b$	$b$	$b$
$\gamma$	$c$	$c$	$c$	$c$	$c$
$\delta$	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$
$\varepsilon$	$e$	$e$	$e$	$e$	$e$

Следуя таблице, вычислим значения ряда функций

$$\begin{aligned}A &= \alpha * \alpha + \beta * \beta + \gamma * \gamma + \delta * \delta + \varepsilon * \varepsilon, \\ B &= \alpha * \beta + \beta * \gamma + \gamma * \delta + \delta * \varepsilon + \varepsilon * \alpha, \\ C &= \alpha * \varepsilon + \varepsilon * \delta + \delta * \gamma + \gamma * \beta + \beta * \alpha, \\ D &= \alpha * \gamma + \beta * \delta + \gamma * \varepsilon + \delta * \alpha + \varepsilon * \beta, \\ E &= \beta * \varepsilon + \gamma * \alpha + \delta * \beta + \varepsilon * \gamma + \alpha * \delta.\end{aligned}$$

Полная сумма парных объединений элементов, рассматриваемых при движении по контуру правильного пятиугольника в одну или другую сторону, через один или через два элемента равны между собой

$$A = B = C = D = E.$$

## Свойства объектных мономиальных матриц, ассоциированных с 3-узлами

По определению, 3-узел характеризует нить в трехмерном пространстве, проекция которой на плоскость имеет 3 пересечения. Такую структуру имеет, как известно, узел, который называется трилистником.

Полный обход трилистника с обозначением номерами проходимых точек пересечения нити обеспечивает образование пар номеров:  $(1,4)$ ,  $(2,5)$ ,  $(3,6)$ . Если расположить 6 точек на окружности, соединив их между собой прямыми линиями, мы получим их пересечения в центре окружности. Так будет выглядеть одна из диаграмм узла, которую принято называть диаграммой Гаусса.

Соединим пары точек, расположенные на окружности, кривыми линиями. Уберем линии окружности напротив вершин полученного внутреннего треугольника, а также точки на окружности, обозначенные номерами. Мы получаем обратную диаграмму Гаусса. Она имеет, с топологической точки зрения, форму трилистника.

Для построения математической модели узла применимы самые разнообразные приемы. Есть простейшие варианты, которые тоже представляют интерес. С одной стороны, синтез номеров в пары удобно представить алгоритмом перестановок. В рассмотренном случае имеем перестановку

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3

Связь узла с алгоритмом перестановок позволяет применить для анализа узлов приемы и средства, применяемые для перестановок. Поскольку на данной стадии мы ограничиваем анализ моделью образования пар, количество узлов будет равно числу объединений элементов в пары при наличии 6 элементов. Естественно, оно равно 15.

Другой алгоритм математического представления множества из 3 пар с номерами основан на идеологии отношений между элементами. В этом случае первый элемент имеет отношение с четвертым элементом, а четвертый элемент имеет отношение с первым. Тогда, располагая элементы в матрицах представления ситуации отношений по строкам, мы можем задавать отношение к объекту единицей в соответствующем столбце.

В ситуации с трилистником такой прием генерирует матрицу

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \rightarrow \alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично будут представлены другие узлы, что обеспечивает возможность анализа системы узлов средствами теории групп и алгебраическими методами. Для этого требуется применить систему операций, что наполняет теорию узлов новым содержанием. Более того, можно по-разному применить полученные матрицы. В частности, можно проанализировать их собственные значения, а также любые объекты, ассоциированные с ними.

Понятно, что соединение точек на диаграмме Гаусса можно выполнить по-разному, мы автоматически получаем множество различных диаграмм. В рассматриваемом случае 3 диаграммы из 5 топологически различных диаграмм, будут иметь пересечения линий внутри окружности, иллюстрируя модель объединения «треугольника» с «пятиугольником».

Рассмотрим на диаграмме Гаусса с 6 точками три новых пары:  $(1,4), (2,6), (3,5)$ . В этой ситуации внутри окружности три линии, проходящие через центр, задают одну точку синтеза. По этой причине, поскольку диаграмма есть плоская модель объемного изделия, мы вправе «продолжить рассматриваемые линии до объединения друг с другом за пределами окружности. В результате их последующего объединения с образованием трех точек пересечения мы получим окружность с диаметром, обеспечивая соединение точки в центре с полуокружностью, связывающей ее с периферической точкой. Их перестановочный и матричный образ имеет такую структуру

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 4 & 6 & 5 & 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Понятно, что это представление фиксирует только один из трех вариантов взаимной связи точек на окружности в диаграмме Гаусса.

Новый вариант объединения элементов с номерами в пары представим в форме узла, в котором на паре отрезков присоединены три окружности, не имеющие прикосновений друг к другу. Получим перестановочный и матричный образ этого узла

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 5 \\ \hline \end{array} \rightarrow \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Принципиально новый вариант предъявляет модель узла, в котором две окружности соединены отрезком, который содержит полуокружность. В этом случае имеем новый перестановочный и матричный образ

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 \\ \hline \end{array} \rightarrow \delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В такой модели одна линия в диаграмме Гаусс проходит через центр круга. Две другие линии соединяют боковые пары точек параллельно центральной линии, не пересекая ее. Понятно, что если реализовать эти пересечения, мы получим качественно новый узел. Заметим, что, как и в предыдущих трех случаях, указанные представления имеют три реализации. Имеет место трехкратное разветвление диаграмм. На этой стадии у нас есть 10 перестановок из 6 элементов, а также 10 различных матриц.

К полной картине попарного соединения точек в системе из 6 точек (заданной с точностью до дублирования) мы приходим, дополнив ее еще одной моделью узла. Она состоит в том, что одна пара точек соединяется друг с другом без пересечения с другими соединительными линиями, а две другие линии пересекаются друг с другом.

Она соответствует присоединению одной окружности к вершине правильного треугольника, а другая линия соединяет снаружи треугольника две другие вершины. Таких диаграмм будет 6 штук из-за возможности соединения пар

$$(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,6),(6,1),$$

соответствуя количеству граней правильного шестиугольника.

В итоге мы получим, если учтем все варианты, 16 перестановок и 16 матриц.

Данный узел имеет свое перестановочное и матричное представление

1	2	3	4	5	6
5	6	4	3	1	2

 $\rightarrow \varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$

Примем полученные выражения для матриц в качестве для генерации подмножеств объектного множества  $M^{36}$ . Этот шаг делается для того, чтобы выполнить функциональный анализ системы подмножеств, косвенно согласованных между собой концепцией узлов.

На начальном этапе анализа для этого требуется выбрать элементы объектного множества, накладывая полученные матрицы на таблицу расположения элементов объектного множества.

В рассматриваемом случае таблица такова:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Подмножества объектного множества  $M^{36}$  таковы:

$$\begin{aligned} \alpha &\rightarrow 4 \ 11 \ 18 \ 19 \ 26 \ 33 \\ \beta &\rightarrow 4 \ 12 \ 17 \ 19 \ 27 \ 32 \\ \gamma &\rightarrow 2 \ 7 \ 16 \ 21 \ 30 \ 35 \\ \delta &\rightarrow 4 \ 9 \ 14 \ 19 \ 30 \ 35 \\ \varepsilon &\rightarrow 5 \ 12 \ 16 \ 21 \ 25 \ 32 \end{aligned}$$

Проанализируем свойства многократного комбинаторного произведения для подмножеств.

Выполним трехкратное произведение элементов в паре подмножеств, которые расположены на одинаковых местах согласно правилу

$$x * y = x \overset{k}{\times} y \overset{k}{\times} y \overset{k}{\times} x.$$

На паре действующих здесь комбинаторных операций получим одну таблицу

*	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$
$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$
$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$
$\gamma$	$\gamma$	$\gamma$	$\gamma$	$\gamma$	$\gamma$
$\delta$	$\delta$	$\delta$	$\delta$	$\delta$	$\delta$
$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\varepsilon$

Следовательно, существуют многократные *операции*, действие которых не разрушает базовые подмножества, они *сохраняют узлы* при самовоздействии и при внешнем воздействии справа.

На операции «перпендикулярного» типа квадраты первичных подмножеств таковы:

$$a = \alpha \overset{k}{\times} \alpha \rightarrow 10 \quad 17 \quad 24 \quad 25 \quad 32 \quad 3$$

$$b = \beta \overset{k}{\times} \beta \rightarrow 10 \quad 18 \quad 23 \quad 25 \quad 33 \quad 2$$

$$c = \gamma \overset{k}{\times} \gamma \rightarrow 8 \quad 13 \quad 22 \quad 27 \quad 36 \quad 5$$

$$d = \delta \overset{k}{\times} \delta \rightarrow 10 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \quad 36 \quad 5$$

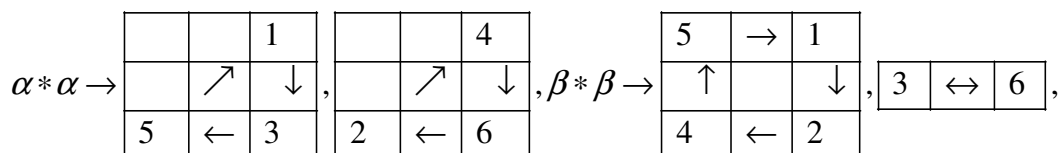
$$e = \varepsilon \overset{k}{\times} \varepsilon \rightarrow 11 \quad 18 \quad 22 \quad 27 \quad 31 \quad 2$$

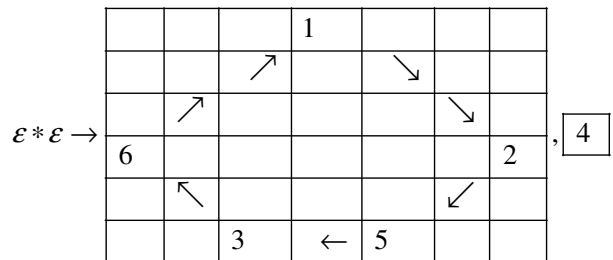
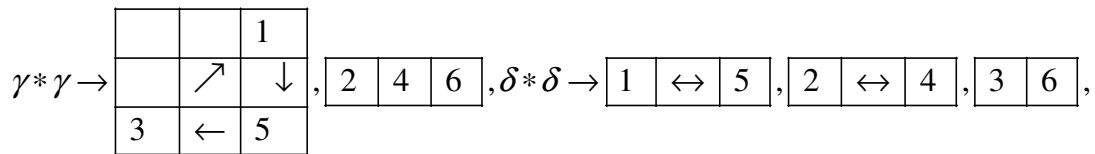
Применив эти подмножества для регенерации по ним и таблице номеров элементов новые матрицы, соответственно получим

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a)                      (b)                      (c)                      (d)                      (e)

Отношения между элементами матриц представляются рисунками:





Полученный результат свидетельствует о возможности «хирургической» деятельности подмножеств. Собственными усилиями, без участия посредников, узел может превратить себя в набор «обрывков», имеющих структуру циклических и нециклических подмножеств. Дальнейшее самовоздействие на «обрывки» по модели базового многообразия позволяет восстановить разрушенную структуру, произвести *регенерацию узла*.

На этой стадии возможна постановка обратной задачи в теории узлов: по набору «обрывков» создать некий узел с парами точек в плоской картине пересечения линий. Из анализа следует, что для этого достаточно к некоторой системе «обрывков» применить необходимую созидательную программу. В рассматриваемом случае функцию программы выполняет подмножество с комбинаторной операцией «перпендикулярного» типа.

В некотором смысле можно сказать, что представленные рисунки есть визуальное представление квадратного корня от соответствующих узлов.

Заметим, что указанные преобразования подмножеств сущностно похожи на элементы, присутствующие в практике поведения людей. Другими словами, взаимодействие подмножеств объектного множества способно математически отображать социальную практику живых объектов. Но эта практика допустима, как следует из анализа, для любых изделий в форме структурированных подмножеств с алгоритмами обмена информацией.

Предлагаемый подход нацелен на стирание границ между «живыми» и «неживыми» изделиями. Это возможно, если принять структурность любых изделий и операционное взаимодействие между ними информационного типа.

Квадраты объектных подмножеств в ситуации с их подчинением комбинаторной операции «параллельного» типа генерируют подмножества

$$\begin{aligned} A &\rightarrow 16 \ 23 \ 30 \ 31 \ 2 \ 9, \\ B &\rightarrow 16 \ 24 \ 29 \ 34 \ 3 \ 8, \\ C &\rightarrow 14 \ 19 \ 28 \ 33 \ 6 \ 11, \\ D &\rightarrow 16 \ 21 \ 26 \ 31 \ 6 \ 11, \\ E &\rightarrow 17 \ 24 \ 28 \ 33 \ 1 \ 8. \end{aligned}$$

Они иллюстрируют превращение соответствующих узлов в новые изделия.

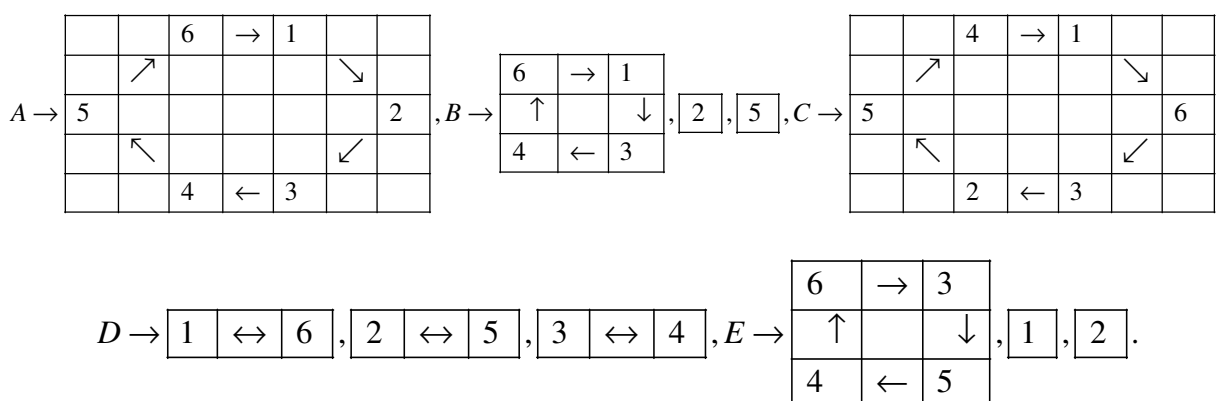
Как и в предыдущем случае, картина становится доступной после генерации матриц, ассоциированных с объектными подмножествами. Заметим, что наличие системы операций обеспечивает условия для генерации различных подмножеств на основе имеющихся подмножеств. Мы рассматриваем здесь операции комбинаторного произведения, структурного суммирования. Возможны алгоритмы объединения различных операций в форме определенной программы функциональных отношений. Все эти возможности не охватывают возможности реальных изделий, но приближают теорию к их полному анализу.

В рассматриваемом случае «параллельной» операции матрицы, ассоциированные с квадратами базовых подмножеств, таковы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$A$ 
 $B$ 
 $C$ 
 $D$ 
 $E$

Представим отношения между элементами, индуцируемые матрицами. Получим рисунки:



Из сравнения рисунков для операций «перпендикулярного» и «параллельного» типов следует, как и должно быть при различии операций, что результаты самовоздействия зависят от операций.

В аспекте информационного взаимодействия это означает, что даже при понимании себя нужно осторожно относиться к самовоздействию.

Из проведенного анализа следует, что наличие объектов предполагает и допускает самые разнообразные отношения между ними. Отношения обусловлены многообразием дополнительных условий и ограничений, которые могут быть приняты за основу новых математических моделей. При этом математическое моделирование, с одной стороны, есть средство для описания, расчета и предвидения поведения реальных объектов. С другой стороны, оно является удобным инструментом для моделирования виртуальной реальности. Оба направления деятельности полезны и актуальны. Ведь жизнь постепенно подсказывает нам не только то, что уже доступно, но и то, что может быть доступно в будущей практике. По этой причине математическое «предвидение» и горизонты мышления, а также ожидаемой практики, которое они приоткрывают, являются капиталом будущего. Кроме этого, полезность математического моделирования состоит еще и в том, что оно позволяет уменьшить или исключить материальные затраты при решении ряда задач.

Фактически алгоритмы конструирования новых операций сравнимы с созданием новых экспериментальных методик и средств.

Они особенно востребованы при исследовании областей Реальности, которые сложно или даже невозможно изучать экспериментально. Например, это относится к объектам особо малых размеров или к объектам с гигантскими размерами.

Но еще более важно то, что математика в состоянии моделировать и предсказывать состояние и динамику чувств и сознаний разных объектов с разными «языками».

## Сложные отношения в простой конечной системе

Представим в матричном виде генераторы алгебры  $TL_5(\delta)$  Темперли-Либа:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$(U_0) \qquad (U_1) \qquad (U_2) \qquad (U_3) \qquad (U_4)$

Проанализируем функциональные свойства этой системы на матричном произведении. Получим двойные произведения

$$U_1 U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_2 U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_1 U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_3 U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$U_1 U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_4 U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_2 U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_3 U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$U_2 U_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_4 U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_3 U_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_4 U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Отсюда следует условие  $(U_i U_j)(U_j U_i) = U_0$ . Дополнительные связи имеют матрицы с близкими номерами:

$$U_1 U_2 U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = U_2 U_1 U_2, U_2 U_3 U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = U_3 U_2 U_3, U_3 U_4 U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = U_4 U_3 U_4.$$



Последующие тройные произведения близких элементов подчинены другим законам

$$U_1U_4U_1 = U_4, U_4U_1U_4 = U_1.$$

Имеет место функциональная неоднородность.

Функциональный закон, обеспечивающий условие конечности начального множества из 5 элементов на матричной операции зададим выражением

$$U_iU_k(U_iU_kU_i) = U_j.$$

Проиллюстрируем получаемые значения:

$$\begin{aligned} U_1U_2(U_1U_2U_1) &= U_2, U_1U_3(U_1U_3U_1) = U_1, U_1U_4(U_1U_4U_1) = U_1, \\ U_2U_1(U_2U_1U_2) &= U_1, U_2U_3(U_2U_3U_2) = U_3, U_2U_4(U_2U_4U_2) = U_2, \\ U_3U_1(U_3U_1U_3) &= U_3, U_3U_2(U_3U_2U_3) = U_2, U_3U_4(U_3U_4U_3) = U_4, \\ U_4U_1(U_4U_1U_4) &= U_4, U_4U_2(U_4U_2U_4) = U_4, U_4U_3(U_4U_3U_4) = U_3. \end{aligned}$$

Если элементы совпадают, на этой функциональной основе получим этот же элемент

$$U_iU_i(U_iU_iU_i) = U_i.$$

Применение в функциональном условии элемента  $U_0$  во всех случаях генерирует этот же элемент.

Представим ситуацию рисунком:

		$U_1$		
$U_4$		$U_0$		$U_2$
		$U_3$		

Функциональное условие разбивает 4 базовые элементы на 2 класса с разными результатами генерации:

$$\begin{aligned} U_1 &\Rightarrow U_1 U_1 U_1 U_2, \\ U_2 &\Rightarrow U_1 U_2 U_2 U_3, \\ U_3 &\Rightarrow U_2 U_3 U_3 U_4, \\ U_4 &\Rightarrow U_3 U_4 U_4 U_4. \end{aligned}$$

Первый элемент сконцентрирован на себе и «видит» только тот элемент, который «впереди» его. Аналогично ведет себя по генерации четвертый элемент, но «видит» он только идущего за ним. Второй и третий элемент преимущественно генерируют себя и «видят» тех, кто от них слева и справа.

С аналогичными отношениями мы имеем дело в социальной практике.

## Операционная инвариантность матричного аналога звезды Давида

Проанализируем отношения в «семье», состоящей из 6 «человек». Присвоим каждому объекту порядковый номер. Зададим отношения между членами «семьи», применив известный, стандартный прием. Во-первых, предоставим каждому объекту «свою» строку матрицы в соответствии с присвоенным номером. Во-вторых, зададим отношения к другим объектам числом в столбце, номер которого есть номер объекта. В частности, ситуация, когда объекты «вливают» только на себя, имеют отношения к себе, отображается матрицей с элементами по диагонали. Простейшая модель отношений соответствует выбору одинаковых чисел в матрице, равных единице. Так отображается только наличие связи (отношений) между объектами, но не оценивается качество этой связи. Однако уже в этом алгоритме есть основания для нахождения фундаментальных законов, которым подчиняются отношения объектов. Заметим, что на данном этапе никак не учитывается качество анализируемых объектов. Мы имеем дело с простейшей моделью отношений.

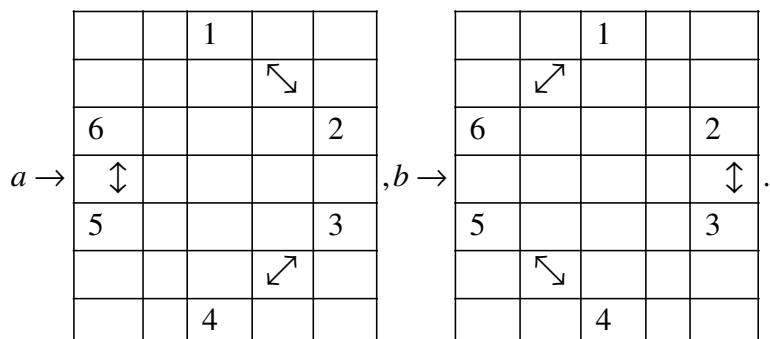
В качестве начального состояния системы отношений примем условие, что объекты имеют «право» воздействовать только на себя, что формирует, с математической точки зрения, единичную матрицу размерности 6.

Пусть реализуется далее алгоритм отношений между объектами, когда образуются только отношения с объектами, имеющие ближайшие номера в цепочке номеров. В этом случае алгоритм генерирует пару матриц

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их «беда» в том, что при воздействии на себя посредством матричного произведения отношения разрушаются, квадраты этих матриц образуют единичную матрицу. Другими словами, невозможно ни сохранение себя, ни изменение в сторону развития, если не принять во внимание, что возможна генерация новых отношений на основе взаимодействия базовых отношений.

Указанные матрицы удобно представить рисунками:



Более изящно они выглядят на диаграммах Гаусса, в которых точки располагаются на окружности, образуя правильный шестиугольник, и соединяются между собой дугами. Если диаграмму Гаусса рассматривать как плоской образ трехмерного изделия, мы имеем три «материка», расположенные на одной «планете». «Материки» объединены «планетой».

Эти оба вида отношений можно представить в форме узлов. В первом случае две окружности «нитьями» присоединены к одной точке третьей окружности, что позволяет задать их обход в соответствии с представленной матрицей. Во втором случае пара окружностей присоединена друг к другу в аналогичных точках двумя «нитьями», образуя аналог «очков» со сведенными «ушками». В первом случае есть некий «намеки» на управление парой окружностей со стороны одной окружности, подсказка на возможность их объединения в форме треугольника с расположением на его вершинах. Во втором случае есть «намеки» на возможность разглядеть отношения через ментальные «очки».

Пара матриц имеет представление на четных перестановках

1	2	3	4	5	6
2	1	4	3	6	5

1	2	3	4	5	6
6	3	2	5	4	1

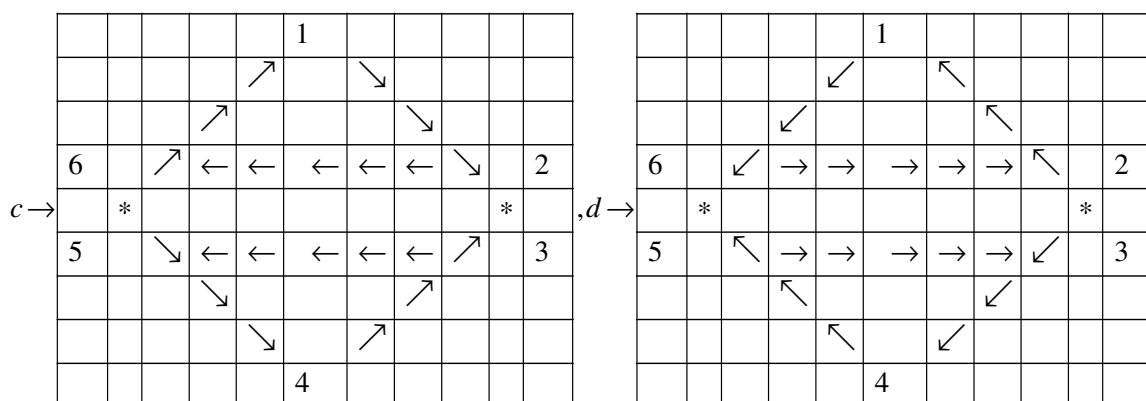
Эти перестановки можно рассматривать в качестве перестановок корней некоторого алгебраического уравнения, ассоциированного с парой указанных отношений.

Игра отношений в форме произведения матриц генерирует новую пару матриц

$$c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Такие отношения при самовоздействии генерируют друг друга и разрушаются при взаимном влиянии в форме матричного произведения, образуя единичную матрицу.

Представим эти отношения рисунками:



С формальной точки зрения рисунки аналогичны звезде Давида. Мы имеем на обоих рисунках фигуру, образованную пересечением двух треугольников. Один треугольник направлен вершиной вверх, а другой треугольник направлен вершиной вниз. Кроме этого, треугольники имеют разную ориентацию, которая индуцирована расположением мест значимых элементов в матрицах. По этой причине мы имеем виды на звезду Давида при рассмотрении ее с двух противоположных сторон. Этого свойства нет на рисунках и узлах пары предыдущих матриц.

Можно считать, что произведение (взаимодействие) отношений показывает возможность операционной генерации нового качества отношений: и как «путь» и как алгоритм.

На этой стадии обнаруживается возможность бережного отношения матриц «нового поколения» к матрицам, которые обеспечили их операционное «рождение». С жизненной точки зрения можно сказать так: дети заботятся о своих родителях. Заметим, что «дети» имеют уже новую структуру и новые свойства.

Функциональные связи таковы:

$$cac = dad = a, cbc = dbd = b.$$

Их алгоритм по указанной подсказке позволяет базовой паре матриц задать еще одну матрицу

$$e = aba = bab.$$

Ее матричная структура такова

$$e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица очевидно «обеспечивает отношения» элементов множества с элементами, которые взаимно удалены на два места от каждого из них.

Матрица имеет своеобразную структуру узла: геометрический образ волны в форме синусоиды соединен от концов через середину прямой линией и дополнительно концы этой волны соединены полуокружностью. С физической точки зрения такой образ можно рассматривать в качестве подсказки, что отношения предполагают наличие и описание волновых процессов, имеющих конечное число волн. Мы обнаруживаем здесь косвенную связь со структурой молекул света и гравитации, которые имеют внутри себя периодические изменения конечное количество слагаемых с такими параметрами.

Запишем три новые матрицы перестановками:

$$c \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 3 & 6 & 5 & 2 & 1 & 4 \\ \hline \end{array}, d \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 5 & 4 & 1 & 6 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}, e \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}.$$

Каждая матрица соответствует нечетной перестановке. Три предыдущие матрицы, которые были проанализированы раньше, соответствовали четным перестановкам. Мы имеем множество с равным количеством матриц, имеющих четные и нечетные перестановки.

Обратим внимание на *операционную инвариантность* матриц, имеющих математическую аналогию со звездой Давида, если базироваться на геометрических рисунках этих матриц.

Инвариантность имеет функциональное представление: воздействие на себя этих матриц генерирует матрицу того же типа, но с обратной ориентацией, воздействие в четвертой степени сохраняет исходную звезду Давида.

Представим результат формулами

$$\begin{aligned} c^2 &= d, d^2 = c, \\ c^3 &= E, d^3 = E \leftrightarrow dc = E = cd, \\ c^4 &= c, d^4 = d. \end{aligned}$$

Анализ свидетельствует, что множество из 6 указанных матриц есть группа на матричном произведении.

Таблица произведения элементов такова:

$\begin{matrix} m \\ \times \end{matrix}$	$E$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$E$	$E$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$a$	$a$	$E$	$c$	$b$	$e$	$d$
$b$	$b$	$d$	$E$	$e$	$a$	$c$
$c$	$c$	$e$	$a$	$d$	$E$	$b$
$d$	$d$	$b$	$e$	$E$	$c$	$a$
$e$	$e$	$c$	$d$	$a$	$b$	$E$

Из таблицы следуют выражения для 6 индуцированных матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$(\alpha) \qquad (\beta) \qquad (\gamma)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$(\delta) \qquad (\epsilon) \qquad (\kappa)$

Эти матрицы генерируют пару объектов, операционное поведение которых аналогично поведению элементов, ассоциированных со звездой Давида.

Получим матрицы

$$= p = \delta^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, s = \epsilon^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Им присущи функциональные свойства:  $p^2 = s, s^2 = p, sp = E = ps$ .

Сконструируем конформации на квадратах новых матриц. Получим величины с разными перестановками элементов и с разными зацеплениями и узлами. Они представляют собой модель эволюционного изменения отношений на основе операций, которым эти отношения подчинены. Новые матриц дополняют те, которые были получены ранее. Более того, на этой основе можно генерировать разнообразные функциональные связи и законы. Естественно возникает вопрос: связаны ли новые матрицы с начальными базовыми матрицами? Если такие связи имеют место, в чем их смысл и каковы возможные их применения на практике?

Модели отношений легко визуализировать на базе соответствующих матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$(a_1) \qquad (a_2) \qquad (a_3)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$(a_4) \qquad (a_5) \qquad (a_6)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$(b_1) \qquad (b_2) \qquad (b_3)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$(b_4) \qquad (b_5) \qquad (b_6)$



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

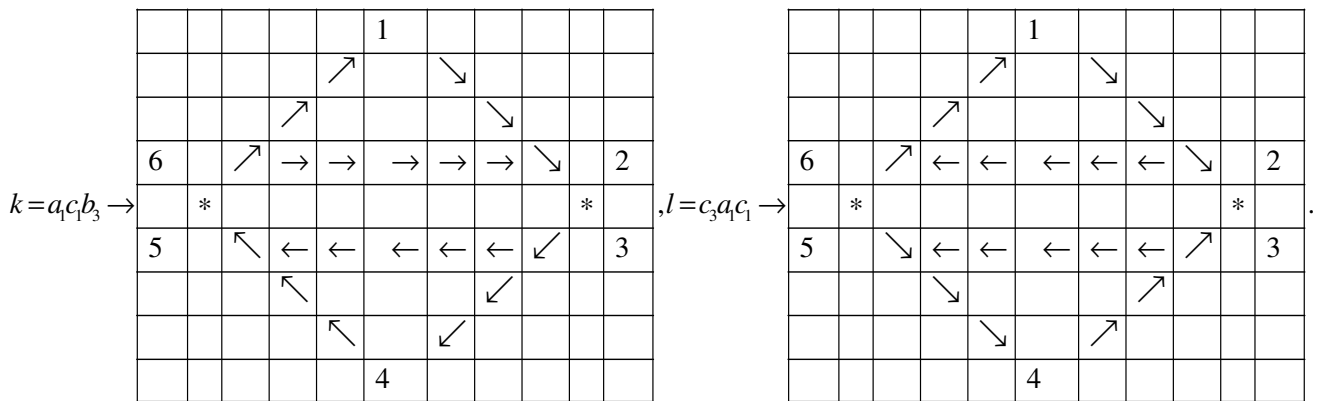
$(e_4)$                        $(e_5)$                        $(e_6)$

Анализ свидетельствует, что тройные произведения элементов генерируют отношения, представимые матричным аналогом звезды Давида.

Проиллюстрируем эту возможность примерами:

$$k = a_1 c_1 b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad l = c_3 a_1 c_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Этим отношениям соответствуют рисунки:



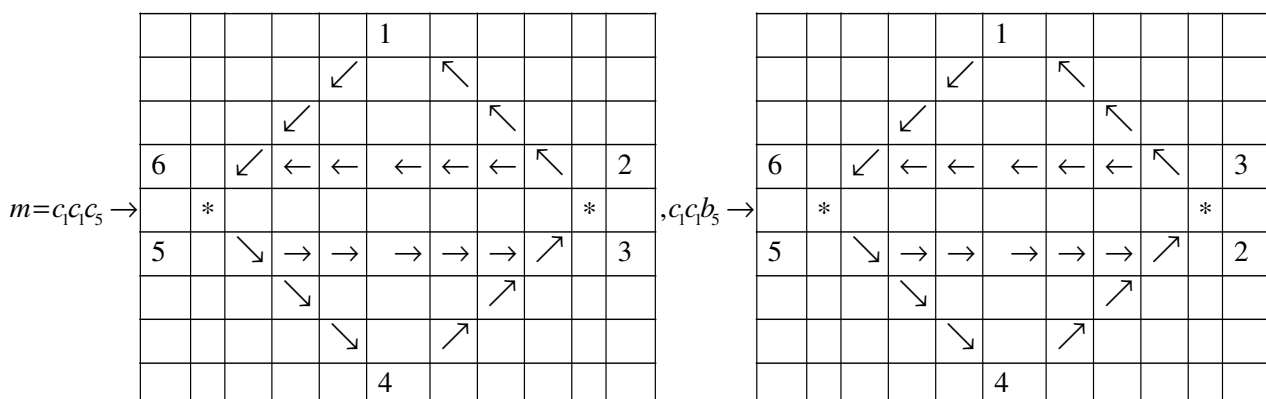
Мы получили матричные аналоги звезды Давида с измененной и с сохраненной ориентацией отношений между элементами. Дополнительные свойства проявляют тройные произведения

$$c_1 c_2 c_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad c_1 c_1 b_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



Согласно этим примерам меняется не только ориентация в треугольниках матричных аналогов звезды Давида. Меняется также нумерация вершин, обеспечивая скрытые свойства пары треугольников.

Ситуацию иллюстрируют рисунки



Выведенные матричные аналоги звезд Давида имеют матричные свойства, аналогичные свойствам первичных аналогов.

Получим матрицы

$$k^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, l^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, m^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Они имеют единые свойства «саморазрушения» вида

$$\xi^3 = E, \xi^4 = \xi.$$

Анализ предъявил матричный алгоритм регенерации объектов. Он базируется на том, что на первом этапе перемен может быть самовоздействие. После этого реализуется самовоздействие нового объекта. В итоге получается начальный объект. Регенерация основана на самовоздействии каждого «поколения» на себя.

На начальной стадии анализа среди 6 элементов были 2 элемента, характеризующиеся рисунками в виде звезды Давида. В системе всех матриц таких элементов мало: их можно интерпретировать крупинками золота в дюнах песка.

Наличие чего-либо не означает, что доступны и понятны возможности и применения доставшихся практике элементов. Этот тезис применим к рассматриваемой ситуации. С одной стороны, мы имеем лишь минимум информации. С другой стороны, информация достаточно разнообразна. Мы имеем элементы теории перестановок, элементы теории узлов, а также множество рисунков и графов.

В частности, генерация матричных аналогов звезды Давида «подсказывает» возможность применения на практике объектов, состоящих из 3 элементов. С этой ситуацией мы имеем дело в генетике на модели кодонов. В теории элементарных частиц для их моделирования применяются 3 кварка.

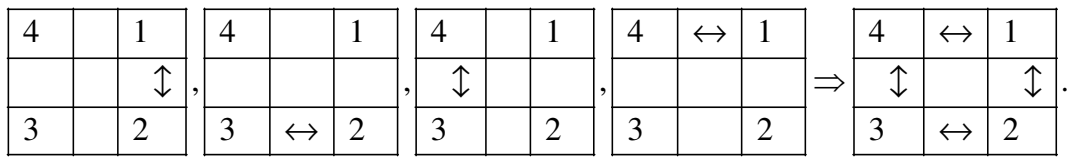
В религии и философии везде и постоянно применяется концепция Троицы.

## Матричное представление обобщенных генераторов Джонса

Генераторы группы кос с 4 точками отсчета базируются на визуальном образе системы, состоящей из двух наборов, имеющих по 4 пронумерованные точки, находящиеся на вертикально расположенных отрезках.

Несколько обобщим стандартный подход. Рассмотрим систему взаимных отношений между пронумерованными объектами, допуская только связи элементов с близкими номерами. Получим множество, состоящее из 4 рисунков. Согласно первому рисунку между собой взаимно объединены линиями элементы с номером 1 и номером 2. На другом рисунке аналогичное соединение имеют элементы с номерами 2 и 3. Третий рисунок представляет связь элементов с номерами 3 и 4. Четвертый рисунок соединяет элементы с номерами 4 и 1. Пусть на всех рисунках другие элементы соединены с элементами, которые имеют аналогичный номер.

Этот набор данных можно проиллюстрировать так:



Суммарный рисунок имеет аналог закрытого семейства, которое при наложении первых 3 рисунков задает модель плоского «бокала».

Действуя стандартным образом, позволяющим придать рисунку форму канонической матрицы, получим четыре их матричных представления:

$$U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Мы выразили таким образом систему отношений между объектами, в которой отношение к себе (связь с объектом того же номера) задается единицей на диагонали.

Эти произведения частично коммутативны:

$$U_1U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_2U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_1U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_3U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$U_1U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_4U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_2U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_3U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$U_2U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_4U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_3U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_4U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем тройные матричные произведения согласно формулам в теории кос. Получим такие результаты:

$$\begin{aligned}
 U_1 U_2 U_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_2 U_1 U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_1 U_3 U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_3 U_1 U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 U_1 U_4 U_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_4 U_1 U_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_2 U_3 U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_3 U_2 U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 U_2 U_4 U_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_4 U_2 U_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_3 U_4 U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, U_4 U_3 U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Тройные произведения такого типа и квадраты взаимных произведений подчинены квадратичным законам:

$$\begin{aligned}
 (U_i U_j U_i)^2 &= (U_j U_i U_j)^2, \\
 U_i^2 U_j^2 &= U_j U_i^2.
 \end{aligned}$$

Введем на множестве матриц операцию, зависящую от количества и качества элементов:

$$\begin{aligned}
 \alpha * \alpha &= \alpha \alpha \alpha, \beta * \beta = \beta \beta \beta, \\
 \alpha * \beta &= (\alpha \beta \alpha)^2, \beta * \alpha = (\beta \alpha \beta)^2, \\
 \alpha * \beta * \alpha &= \alpha^2 \alpha \beta^2, \beta * \alpha * \beta = \beta^2 \beta \alpha^2.
 \end{aligned}$$

Элементы, обеспечивающие произведение, подчинены ближнему управлению от последнего элемента. Пара элементов «взаимодействует» с сохранением своих степеней, подчиняясь указанному преобразованию с последующим возведением результата во вторую степень.

Сумма степени умножаемых элементов  $k$  и степени итогового результата  $n$  в паре функциональных ситуаций образует числовой инвариант (если элементы различны):

$$p = k + n = 3.$$

Алгоритм произведения состоит в том, что элемент, стоящий перед управляющим, последним элементом произведения переносится за этот элемент, а элемент, стоящий перед переносимым элементом, остается на месте с той или иной модификацией. Когда умножается пара элементов, роль дальнего элемента выполняет единица. При явном ее наличии меняется результат произведения.

Представленный алгоритм имеет аналогию с моделью операторов  $G_i$  Джонса:

$$\begin{aligned}
 G_i \circ G_i &= G_i, \\
 G_i \circ G_j &= G_j \circ G_i, \\
 G_i \circ G_j \circ G_i &= G_i.
 \end{aligned}$$

Проанализируем возможность связи предложенной модели с теорией кос. Основные функциональные связи для элементов  $x_i, y_j$  косы, следуя Артину, имеют такой вид

$$\begin{aligned}x_i y_j &= y_j x_i, \\x_i y_j x_i &= y_j x_i y_j.\end{aligned}$$

Введем обозначения для тройных произведений:

$$\begin{aligned}a &= U_1 U_2 U_1, b = U_2 U_1 U_2, c = U_1 U_3 U_1, d = U_3 U_1 U_3, e = U_1 U_4 U_1, f = U_4 U_1 U_4, \\g &= U_2 U_3 U_2, h = U_3 U_2 U_3, p = U_2 U_4 U_2, q = U_4 U_2 U_4, r = U_3 U_4 U_3, s = U_4 U_3 U_4.\end{aligned}$$

Различных величин всего 6. Они таковы:

$$\begin{aligned}a = b = r = s &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = e = f = g = h, \\c &= U_3, d = U_1, p = U_4, q = U_2.\end{aligned}$$

Анализ свидетельствует о равенстве выражений

$$(U_i U_j U_i)(U_j U_i U_j) = (U_j U_i U_j)(U_i U_j U_i).$$

Их вид на введенных обозначениях аналогичен условию коммутативности элементов косы:

$$ab = ba, cd = dc, ef = fe, gh = hg, pq = qp, rs = sr \rightarrow x_i y_j = y_j x_i.$$

Фактически, мы приняли модель расчета с 6 генераторами, дополнив 4 базовых генератора их тройными произведениями. Анализ предъявляет дополнительные их свойства:

$$aba = b, bab = a, cdc = d, dcd = c, \dots rsr = s, srs = r \Rightarrow x_i y_j x_i = y_j, y_i x_j y_i = x_j.$$

Отсюда следует условие функционального равновесия

$$x_i y_j x_i + x_i = y_j + x_i, y_j x_i y_j + y_j = x_i + y_j.$$

Тройные произведения базовых генераторов генерируют аналог модели кос вида

$$\begin{aligned}x_i y_j &= y_j x_i, \\x_i y_j x_i + x_i &= y_j x_i y_j + y_j.\end{aligned}$$

Стандартные функциональные связи аддитивно дополнены известными величинами. При этом операция суммирования может быть достаточно произвольной, что генерирует спектр алгебр, ассоциированных с косой.

Проанализируем другой вариант, в котором начальные матрицы образуют группу:

$$U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их взаимные произведения равны согласно равенствам

$$U_1 U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = U_2 U_1, U_1 U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = U_3 U_1, U_2 U_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = U_3 U_2.$$

Тройные произведения подчинены условию

$$U_i U_j U_i = U_j, U_j U_i U_j = U_i.$$

Например, получим

$$U_1 U_2 U_1 = U_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = U_1 = U_2 U_1 U_2, \dots$$

В силу указанных условий получим согласованную систему уравнений

$$\begin{aligned} x_i y_j &= y_j x_i, \\ x_i y_j x_i + x_i &= y_j x_i y_j + y_j. \end{aligned}$$

Следовательно, элементы, задающие базис векторного пространства функционально аналогичны элементам, образующим группу на матричном произведении. Имеет место *функциональная гомология* различных множеств.

Единичный элемент анализируемой группы генерируется при «самовоздействии» базовых матриц, задаваемых квадратами их величин.

Иной алгоритм генерации элемента  $U_4$  из базисных матриц векторного пространства. Этот элемент можно получить на основе «зеркальных» выражений

$$U_1 U_2 U_1 U_3 U_1 U_2 U_1 = U_4 = U_2 U_3 U_2 U_1 U_2 U_3 U_2.$$

Пара других «зеркальных» функций генерирует новые матрицы

$$U_1 U_3 U_1 U_2 U_1 U_3 U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = U_3 U_1 U_3 U_2 U_3 U_1 U_3.$$

Тройка элементов, генерируемых функциональными «зеркалами», такова:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Произведения этих элементов частично коммутативны:

$$\sigma_1\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_1\sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_2\sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Приведем симметричные тройные произведения

$$\sigma_1\sigma_2\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \sigma_2\sigma_1\sigma_2,$$

$$\sigma_1\sigma_3\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \sigma_3\sigma_1\sigma_3,$$

$$\sigma_2\sigma_3\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \sigma_3\sigma_2\sigma_3.$$

Из проведенного анализа следуют законы, которым подчинена тройка элементов

$$(\sigma_i\sigma_j)(\sigma_j\sigma_i) = E,$$

$$(\sigma_i\sigma_j\sigma_i)^2 = (\sigma_j\sigma_i\sigma_j)^2.$$

Следовательно, есть ряд моделей, которые функционально гомологичны модели кос.

## Аналоги модели кос на конформациях объектного множества

Модели кос достаточно просты и однообразны. Коммутативность элементов косы и симметричный вид функциональных связей являются специальными ее свойствами. Представляет интерес задача конструирования аналогов модели кос в объектных множествах.

Рассмотрим в качестве примера множество  $M^{16}$ . Вначале применим алгоритм генерации первичных матрицы, представляющих объекты многообразия  $M^{16}$ :

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 1+1=2 \\
 2+1=3 \\
 3+1=4
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 1 \\
 1+2=3 \\
 3+2=1 \\
 1+2=3 \\
 1+3=4 \\
 4+3=3 \\
 3+3=2 \\
 1+4=1 \\
 1+4=1 \\
 1+4=1
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 1 \\
 1+4=1 \\
 1+4=1 \\
 1+4=1
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}
 .$$

Выполним их трансляционное расширение, передвигая на одно место значимые элементы базовых матриц. Обозначим полученные матрицы номерами для удобства записи таблиц произведения и суммирования. Получим систему элементов, представляющих множество  $M^{16}$ :

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 1 & 2 & 3 & 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 5 & 6 & 7 & 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 9 & 10 & 11 & 12
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 13 & 14 & 15 & 16
 \end{array}$$

Мы имеем 4 конформации. Проанализируем их свойства с нацеленностью на получение аналогов модели кос.

Первая конформация содержит элементы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a<sub>1</sub>)                      (a<sub>2</sub>)                      (a<sub>3</sub>)                      (a<sub>4</sub>)

Двойные произведения таковы:

$$\begin{aligned} a_1 a_1 &= a_1, a_2 a_2 = a_3, a_3 a_3 = a_1, a_4 a_4 = a_3, \\ a_1 a_2 &= a_2, a_1 a_3 = a_3, a_1 a_4 = a_4, a_2 a_3 = a_2, a_3 a_1 = a_3, a_4 a_1 = a_4, a_2 a_3 = a_4, a_3 a_4 = a_4, \\ a_2 a_4 &= a_1, a_4 a_2 = a_1, a_3 a_4 = a_2, a_4 a_3 = a_2, a_3 a_4 = a_2, a_4 a_3 = a_2. \end{aligned}$$

Тройные симметричные выражения имеют вид

$$\begin{aligned} a_1 a_2 a_1 &= a_2, a_1 a_3 a_1 = a_3, a_1 a_4 a_1 = a_4, a_2 a_1 a_2 = a_3, a_3 a_1 a_3 = a_1, \\ a_4 a_1 a_4 &= a_3, a_2 a_3 a_2 = a_1, a_3 a_2 a_3 = a_2, a_2 a_4 a_2 = a_2, a_4 a_2 a_4 = a_4, \\ a_3 a_4 a_3 &= a_4, a_4 a_3 a_4 = a_1, a_3 a_4 a_3 = a_4, a_4 a_3 a_4 = a_1. \end{aligned}$$

Из полученных выражений следуют функциональные законы

$$\begin{aligned} a_i a_j &= a_j a_i, \\ (a_i a_j a_i)(a_j a_i a_j) &= (a_j a_i a_j)(a_i a_j a_i). \end{aligned}$$

Вторая конформация содержит элементы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(b<sub>1</sub>)                      (b<sub>2</sub>)                      (b<sub>3</sub>)                      (b<sub>4</sub>)

Матричные произведения выражаются через элементы четвертой конформации

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

[1]                      [2]                      [3]                      [4]

$$\begin{aligned} b_1 b_1 &= b_2 b_3 = b_3 b_1 = b_4 b_3 = [1], b_1 b_2 = b_2 b_4 = b_3 b_2 = b_4 b_4 = [2], \\ b_1 b_3 &= b_2 b_1 = b_3 b_3 = b_4 b_1 = [3], b_1 b_4 = b_2 b_2 = b_3 b_4 = b_4 b_2 = [4]. \end{aligned}$$



Применяя операцию структурного суммирования, что является качественно новым элементом в теории кос, получим принципиально новые законы

$$b_i b_j + b_i^2 = b_j b_i + b_j^2,$$

$$b_i b_j b_i + b_i^2 = b_j b_i b_j + b_j^2.$$

На элементах третьей конформации

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(c<sub>1</sub>)                      (c<sub>2</sub>)                      (c<sub>3</sub>)                      (c<sub>4</sub>)

матричное произведение генерирует элементы

$$c_1 c_2 = c_2 c_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = c_3 c_4 = c_4 c_1, c_1 c_3 = c_2 c_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = c_3 c_1 = c_4 c_2,$$

$$c_1 c_4 = c_2 c_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = c_3 c_2 = c_4 c_3,$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = c_2 c_3 c_2 = c_3 c_1 c_3 = c_4 c_3 c_4, c_1 c_4 c_1 = c_3 c_4 c_3 = c_4 c_2 c_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c_1 c_3 c_1 = c_2 c_1 c_2 = c_4 c_1 c_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = c_1 c_2 c_1 = c_2 c_4 c_2 = c_3 c_2 c_3.$$

В этой ситуации получим аналог модели кос:

$$(c_i c_j)^4 = (c_j c_i)^4,$$

$$(c_i c_j c_i)^2 = (c_j c_i c_j)^2.$$

Эти функциональные связи нелинейны. Они достаточно «далеки» от законов, которым подчиняются косы. Однако их слагаемые имеют аналогию с этой теорией.

Четвертая конформация обеспечена элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(d<sub>1</sub>)                      (d<sub>2</sub>)                      (d<sub>3</sub>)                      (d<sub>4</sub>)

Двойные и тройные матричные произведения представлены выражениями:

$$\begin{aligned} d_1^2 &= d_2 d_1 = d_3 d_1 = d_4 d_1 = d_1, d_2^2 = d_1 d_2 = d_3 d_2 = d_4 d_2 = d_2, \\ d_3^2 &= d_1 d_3 = d_2 d_3 = d_4 d_3 = d_3, d_4^2 = d_1 d_4 = d_2 d_4 = d_3 d_4 = d_4, \\ d_1 d_2 d_1 &= d_1 d_3 d_1 = d_1 d_4 d_1 = d_1, d_2 d_1 d_2 = d_2 d_3 d_2 = d_2 d_4 d_2 = d_2, \\ d_3 d_1 d_3 &= d_3 d_2 d_3 = d_3 d_4 d_3 = d_3, d_4 d_1 d_4 = d_4 d_2 d_4 = d_4 d_3 d_4 = d_4. \end{aligned}$$

Из системы связей следуют функциональные законы в форме аналога модели кос вида

$$\begin{aligned} d_i d_j^{st} + d_i &= d_j d_i^{st} + d_j, \\ d_i d_j d_i^{st} + d_j &= d_j d_i d_j^{st} + d_i. \end{aligned}$$

Следовательно, конформации объектного множества действительно генерируют спектр функциональных законов, которые имеют аналогию с законами теории кос.

Они таковы:

$$\begin{aligned} a_i a_j &= a_j a_i, \\ (a_i a_j a_i)(a_j a_i a_j) &= (a_j a_i a_j)(a_i a_j a_i), \\ b_i b_j + b_i^2 &= b_j b_i + b_j^2, \\ b_i b_j b_i + b_i^2 &= b_j b_i b_j + b_j^2, \\ (c_i c_j)^4 &= (c_j c_i)^4, \\ (c_i c_j c_i)^2 &= (c_j c_i c_j)^2, \\ d_i d_j + d_i &= d_j d_i + d_j, \\ d_i d_j d_i + d_j &= d_j d_i d_j + d_i. \end{aligned}$$

Структурная сумма существенно отличается от стандартной, привычной суммы. По этой причине свойства системы, подчиненной новому суммированию, может существенно отличаться от привычных законов.

Понятно, что на этой основе появляются новые возможности развития теории узлов и зацеплений. Эти свойства могут проявить себя в физике, химии, цитологии.

## Аналог кольца вычетов по модулю $n$ в неассоциативном объектном множестве

Конструкция кольца вычетов по модулю числа  $n$  обычно базируется на коммутативном, ассоциативном множестве натуральных чисел. Рассматривается множество чисел, взаимно простых с анализируемым числом  $n$  (не имеющих с ним общих делителей). Этот набор чисел может быть достаточен для генерации циклической абелевой группы. Числа Эйлера и Кармайкла характеризуют часть свойств такой системы чисел. Никакой прямой связи с расчетными моделями, применяемыми в естествознании, этот подход не имеет.

Модели объектных множеств имеют самые разнообразные связи с расчетными моделями естествознания. Однако они некоммутативны, неассоциативны, не дистрибутивны. В то же время элементы объектных множеств, представленные матрицами, имеют номера, заданные натуральными числами. Возникает вопрос: есть ли в объектных множествах аналог кольца вычетов по модулю номеров матриц?

Учтем тот факт, что элементы объектных множеств подчинены паре комбинаторных операций произведения и операции структурного суммирования, что позволяет применять их к множеству номеров объектов, рассматриваемых в качестве чисел, взаимно простых с неким анализируемым номером объекта.

Проанализируем ситуацию на примере объектного множества  $M^{16}$  с 16 матрицами. Получим таблицу:

$n$	$\xi_i$	$\overset{k}{\times}_{\leftarrow}$	$\overset{k}{\times}_{\rightarrow}$	$^{st}+$	$\varphi$	$\psi$
1	1,1	13	13	6	8	6
2	1,1	13	13	6	8	6
3	1,2	16	14	7	6	6
4	1,3	15	15	8	8	6
5	1,2,3,3	7	15	14	6	16
6	1,5	9	1	10	16	6
7	1,2,3,4,5,6	6	16	13	6	14
8	1,3,5,7	13	13	8	6	8
9	1,2,4,5,7,8	4	4	3	14	16
10	1,3,7,9	9	1	12	14	8
11	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10	16	14	7	6	6
12	1,5,7,11	5	5	16	6	8
13	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12	7	15	14	6	16
14	1,3,5,9,11,13	13	5	6	8	14
15	1,2,4,7,11,13,14	13	5	8	6	16
16	1,3,5,7,9,11,13,15	5	13	16	6	16

Функции  $\varphi, \psi$  определены выражениями

$$\varphi = \left( \overset{k}{\xi}_1 \overset{k}{\times}_{\leftarrow} \overset{k}{\xi}_2 \dots \overset{k}{\times}_{\leftarrow} \overset{k}{\xi}_{n-1} \right) \Pi, \psi = \left( \overset{k}{\xi}_1 \overset{k}{\times}_{\rightarrow} \overset{k}{\xi}_1 \dots \overset{k}{\times}_{\rightarrow} \overset{k}{\xi}_{n-1} \right) \Pi, \Pi = \sum_1^{n-1} \xi_i.$$

При этом выполняется закон  $\overset{st}{\varphi} + \overset{st}{\varphi} = 16 = \overset{st}{\psi} + \overset{st}{\psi}$ . Следовательно, элементы объектного множества имеют не случайные номера, они операционно согласованы по кольцу вычетов. Это означает, что матрицы «чувствуют» свои номера в данной системе операций.

Найдем закон, связывающий найденные функции с начальными номерами элементов объектного множества.

Получим таблицу:

$n$	$\varphi$	$\psi$	$\overset{st}{\varphi+\psi}$	$\theta = n \times_{\leftarrow}^k \varphi + n \times_{\rightarrow}^k \psi$	$\overset{st}{\varphi+\psi+\theta}$
1	8	6	14	16	14
2	8	6	14	16	14
3	6	6	16	14	14
4	8	6	14	16	14
5	6	16	6	8	14
6	16	6	6	8	14
7	6	14	8	6	14
8	6	8	14	16	14
9	14	16	14	16	14
10	14	8	6	8	14
11	6	6	16	14	14
12	6	8	14	16	14
13	6	16	6	8	14
14	8	14	6	8	14
15	6	16	6	8	14
16	6	16	6	8	14

Из таблицы следует закон

$$[2] \left( n \times_{\leftarrow}^k \varphi + n \times_{\rightarrow}^k \psi \right) = 16 = [2] \left( \overset{st}{\varphi+\psi} \right).$$

Он выполняется при согласовании между собой трех операций для величин, которые ранее были уже индуцированы парой комбинаторных операций. Другими словами, мы имеем операционно двухуровневый функциональный закон. Поскольку элемент под номером 16 выполняет в объектном множестве функцию нуля на операции структурного суммирования, мы фактически имеем два закона равновесия. Эти законы в данном случае тривиально согласованы друг с другом.

Заметим, что элементы кольца вычетов по модулям указанных чисел имеют общее свойство, которое проявляет себя при суммировании этих чисел. Имеем таблицу

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\sum_i \xi_i$	1	2	3	4	10	6	21	16	27	20	55	24	78	42	60	64

Сумма элементов кольца вычетов без остатка делится на элемент, который их генерирует по условию взаимной простоты. Следовательно, мы получаем ноль числового множества, рассматриваемый при условии расчетов по модулю соответствующих чисел. Конечно, этот закон существенно проще предыдущего закона, действующего в объектном множестве. Этот результат логически понятен, так как объектное множество существенно сложнее. Но и его приложения могут быть другими.

## Связи кос, узлов, диаграмм Гаусса, матриц и перестановок

На начальной стадии теоретического моделирования реальных структурных объектов, их свойств и отношений между объектами, большое значение придавалось визуализации образов. Обычно, так или иначе, речь не шла о спектре отношений между объектами, которые можно корректно представить системой операций. Модели кос, узлов, диаграмм Гаусса и перестановок не имели прямой связи с матрицами, на которых базируются все расчетные модели в физике, химии, биологии. Тем более, эти модели были далеки не только от решения социологических задач, хотя бы в форме отношений между людьми, но и от постановки этих задач.

В этом разделе мы укажем фундаментальные свойства кос, узлов, диаграмм Гаусса, которые реально присутствуют в каждой расчетной модели в их матричном виде, и которые ассоциированы со свойствами и структурой основных математических моделей в форме групп, векторных пространств, алгебр.

На первом этапе исследования обратим внимание на фундаментальную роль матриц в физической теории.

За основу анализа возьмем 4 матрицы, которые образуют группу на матричном произведении:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Множество матриц удобно расширить матричной группой, расставляя знаки базовой системе матриц согласно их управлению:

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Полнота «картины» достигается, если количество этих матриц дополнить, с учетом базовых матриц с положительными единицами, их модификациями посредством матрицы в форме столбца, содержащего единицы с минусами.

Фундаментальность данного множества в том, что их линейная суперпозиция задает всю систему матричных единиц. Следовательно, любая матрица может быть представлена на их основе. Поэтому этих матриц достаточно для записи любой теории в 4-мерном пространстве.

В качестве базовых множеств, достаточных для записи уравнений электродинамики, мы вправе применить пару кватернионов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В частности, уравнения для полей с определенным порядком частных производных таковы:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Известно, что уравнения для индукций электромагнитного поля, а также связи между полями и индукциями, в которых частные производные заменены компонентами скоростей, также записываются через пару указанных кватернионов.

Обратим внимание на тот факт, что матрицы с положительными и отрицательными единицами выступают в роли системы согласованных носителей информации о явлении. В некотором смысле их можно рассматривать, по аналогии с физическими телами, в качестве бинарного «позвоночника» расчетной модели. В зависимости от того, что и как присоединено к этой паре изделий, меняются законы, которым подчиняются исследуемые явления.

Поскольку матрицы указанного типа можно рассматривать в качестве математического средства, отображающего отношения между любыми объектами, не раскрывая сути и структуры объектов, их следует назвать *матрицами отношений*.

Понятно, что матрицы отношений имеют свой спектр свойств. Он не раскрывается расчетной моделью явления и потому его исследование является самостоятельной проблемой. Анализ показывает, что эта проблема частично решается в теории кос и узлов.

Матричный вид имеет также теория гравитации. Она базируется на паре антикватернионов

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из их формального вида следует, что пара носителей информации у гравитации имеет структуру, которая сущностно отличается от структуры пары носителей информации у электромагнетизма. Понятно, что по этой причине свойства данных явлений могут сильно отличаться друг от друга.

Обратим внимание на тот факт, что матрицы информации имеют размерность 4. По этой причине в обоих случаях речь идет об отношениях неких 4 объектов.

В теории гравитации, как и в теории электромагнетизма, свойства 4 объектов скрыты от анализа. Если мы в принципе желаем рассматривать гравитацию и электромагнетизм как единые явления, скрытые 4 объекта могут иметь единую природу, по-разному проявляя себя в силу дополнительных условий.

Иллюстрацию матричной модели гравитации задают уравнения на антикватернионах:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} L_x - iK_x \\ L_y - iK_y \\ L_z - iK_z \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} L_x + iK_x \\ L_y + iK_y \\ L_z + iK_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

На этой стадии анализа неясно, как пара указанных явлений в форме электромагнетизма и гравитации могут быть объединены. Однако матричное их единство, если суть и значения применяемых в расчете матриц будут «расшифрованы», прояснят ситуацию.

Тензорное единство данной пары явлений известно. Дифференциальное продолжение уравнений электродинамики для тензора электромагнитного поля генерирует систему уравнений, в которой тензор гравитации также является их решением. Другими словами, оба явления «вытекают» из одной системы уравнений. Понятно, что единое начало продвигает к успеху решение проблемы объединения электромагнетизма и гравитации. Однако этот шаг не запрещает и не исключает функциональных и других различий этой пары явлений.

Правда, заметим, что частицы электромагнетизма и гравитации могут, по теории, иметь структуру с разной ориентацией их базовых составляющих.

Известно, что все фундаментальные расчетные модели в физике имеют матричную форму на тех матрицах, которые представлены в этом разделе. По этой причине анализ сущности и функциональных законов для системы базовых матриц с размерностью 4 приближает нас к пониманию и последующему применению *новых, фундаментальных сторон и свойств физической реальности*.

Обратим внимание на математические и физические аспекты базовых матриц с позиции диаграмм Гаусса, кос и узлов. Проанализируем с этой точки зрения матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(α)                      (β)                      (γ)

Именно эти матрицы при их знаковом расширении достаточны для линейного алгебраического представления элементов матричной алгебры, которая, в свою очередь, достаточна для конструирования широкого спектра расчетных моделей. По этой причине их анализ разными средствами должен быть выполнен в первую очередь.

Диаграммы Гаусса представляют собой соединения кривыми или прямыми линиями 4 точек на окружности, расположенных на одинаковом расстоянии и пронумерованных в соответствии с порядком натуральных чисел.

Косы визуально легко представить парой наборов из 4 пронумерованных точек с линиями, которые взаимно соединяют точки в отношениях.

Узлы в рассматриваемом случае есть объединения 2 пар точек, согласованных по номерам в соответствии с ориентированными кривыми, которые их объединяют, таким образом, чтобы при обходе замкнутых кривых точки проходились в порядке согласования номеров в парах.

В рассматриваемом случае, как и в других ситуациях, с матрицей ассоциирована диаграмма Гаусса, а также визуальная коса и визуальный узел.

Матрице (α) соответствует диаграмма Гаусса, в которой линиями соединены точки 1,2 и точки 3,4. Аналогичное соединение имеют точки в модели визуальной косы. Узел удобно задать парой окружностей с указанной ориентацией их обхода, находящихся на расстоянии друг от друга и соединенных между собой ориентированной линией.

Матрице (β) соответствует диаграмма Гаусса, в которой линиями соединены точки 1,3 и точки 2,4. Аналогичное соединение имеют точки в модели визуальной косы. Узел удобно задать одной окружностью с указанной ориентацией ее обхода с парой точек на окружности, соединенных между собой внутри окружности ориентированной линией.

Матрице (γ) соответствует диаграмма Гаусса, в которой линиями соединены точки 1,4 и точки 3,2. Аналогичное соединение имеют точки в модели визуальной косы. Узел удобно задать окружностью и полуокружностью с указанной ориентацией их обхода, соединенных друг с другом ориентированной линией по контуру полуокружности.

С общей философской точки зрения изменения узлов и кос, равно как и диаграмм Гаусса, имеет физическую основу, отображая взаимодействия реальных объектов, которое, с другой стороны, может быть выражено матрицами, что подтверждается расчетными моделями.

Исходя из этих данных, мы вправе надеяться, что свойства объектов, которые, так или иначе, имеют матричный вид, в своей основе «близки» к свойствам, привычным из макроскопического опыта.



## Возможность цитологических аналогий в теории кос и узлов

Цитология изучает структуру и динамику живых организмов, важнейшими элементами которых являются живых клетки. Понимание и математическое моделирование клеток, не на словах, а на деле, приближает нас к сути и алгоритмам жизни с последующим решением перспективной задачи продления времени и качества жизни разных организмов.

Клетки имеют систему фундаментальных свойств:

- а) наличие структуры в форме согласованных между собой базовых составляющих;
- б) самосохранение в границах определенных внешних и внутренних условий;
- в) изменение при влиянии внешних и внутренних факторов;
- г) деление в форме дублирования себя с созданием объектов, которые имеют аналогичную структуру и свойства функционирования;
- д) дальнейшее размножение с возможным изменением свойств в зависимости от различия условий существования.

Покажем, что теория кос и узлов имеет свойства, которые аналогичны свойствам живых клеток. По этой причине можно принять точку зрения, что там, где есть косы и узлы, там есть жизнь, а там, где есть жизнь, есть косы и узлы.

Наличие структуры очевидно в моделях кос и узлов с физической точки зрения, проявляя себя определенными материальными составляющими. Таковы веревочные узлы и девичьи косы. Математически их структуру задают матрицы разной размерности, их качество задается элементами матриц.

Наличие свойств кос и узлов с физической точки зрения базируется на материалах, из которых они изготовлены. С математической точки зрения свойства кос и узлов обеспечиваются системой операций на множестве матриц и спектром функциональных законов. Алгоритмы анализа здесь разнообразны, прямо или косвенно отображая разные стороны и свойства кос и узлов. В частности, пониманию и оценке ситуаций способствуют модели групп и алгебр.

Самосохранение кос и узлов с физической точки зрения реализуется в ситуациях с отсутствием внешних воздействий на эти реальные объекты. Тепловые и другие влияния могут не только изменить, но и уничтожить такие изделия.

Самосохранение присуще системе матриц и операций до тех пор, пока отсутствует ментальное и операторное влияние на них.

По первым двум позициям в системе фундаментальных свойств есть аналогия кос и узлов с живой клеткой. Заметим, что эта аналогия присуща и другим физическим и математическим изделиям.

Третья позиция достаточно очевидно проявляет себя не только в живой клетке, но и в системах самых разных объектов на любом уровне микромира и на любом уровне макромира. Во всех случаях и ситуациях объекты имеют структуру и свойства, владеют приемами и алгоритмами самосохранения и изменения под влиянием внутренних или внешних факторов и условий. Эти изменения могут быть, в одних случаях, количественного плана, а в других случаях приводят к новому качеству.

Аналогично меняются косы и узлы, если они изготовлены из других материалов, которые могут быть склеены или, если они из металла, сварены в нескольких точках или швах.

Аналогично меняются косы и узлы, если меняются на новое качество элементы матриц или если к матрицам применяются новые операции и функциональный анализ нового вида. В частности, новые свойства кос и узлов математически проявляет топология и алгебраическая геометрия.

Свойство дублирования себя естественно в моделях кос и узлов. Так, одни волосы могут выпадать в живой косе, их заменяют другие волосы. Один физический веревочный узел может быть продублирован, и даже несколько раз, тем человеком, который его научился делать из доступного материала.

Здесь алгоритм дублирования базируется на специфическом соединении внешних и внутренних факторов, которые создали косу или узел, и которые в состоянии разрушить, изменить или продублировать их. В роли внешнего фактора для такого деления применяется изделие с ментальными свойствами и целевой ориентацией. В частном случае им является человек или некоторое животное. Роль внутреннего фактора обеспечивается наличием материала, из которого могут быть изготовлены косы и узлы.

В живой клетке деление начинается и происходит при оптимальном соединении внешних и внутренних факторов: клетка должна быть зрелой, готовой к делению, а также должны быть обеспечены внешние условия, необходимые и достаточные для реализации деления.

С математической точки зрения ситуация дублирования кос и узлов тривиально похожа на представленные алгоритмы. Чтобы создать новую косу и узел, обратим внимание на те шаги, которые требуются, чтобы создать первичную косу и узел. Изначально понятно, что для этого нужны базовые составляющие и алгоритмы их объединения в изделие. После того, как созданы первичные изделия определенного вида, другие могут быть созданы по аналогичному алгоритму. Для этого достаточно принять точку зрения, что имеется достаточно «строительного» и «ментального» материала для нового математического изделия в форме, например, матрицы, подчиненной системе операций и чувствительной к приемам и методам функционального изучения. Обычно указанная достаточность средств изначально, хотя часто в неявном виде из-за кажущейся очевидности, присутствует во всех математических моделях. С созданием «дубликатов» кос и узлов алгоритмы и приемы их сохранения и перемен сохраняются, если они не изменены ментальными средствами.

Проиллюстрируем сказанное визуальными рисунками.

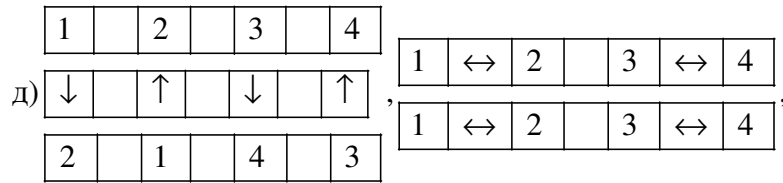
Примем точку зрения, что имеется достаточно много базовых элементов, из которых могут быть созданы посредством их объединения различные изделия. Их математическое описание зададим матрицами. Взаимные отношения между составляющими зададим по стандартной методике в форме значимых элементов в строках и столбцах матриц. Пусть все базовые объекты будут различны по структуре и свойствам. Ограничим себя только матрицами канонических отношений, заданных единицами.

Представим матрицами последовательность ситуаций:

- а) имеется начальное состояние в форме 4 базовых объектов без взаимных отношений, для учета их различий они пронумерованы натуральными числами;
- б) базовые объекты вступили в парные отношения с ближайшими соседями;
- в) имеется пара начальных состояний аналогичного типа;
- г) установлены парные отношения в паре начальных состояний.

Рисунки для этих 4 ситуаций с их представлением матрицами таковы:

$$\begin{array}{l}
 \text{а) } \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & & 2 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & 3 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 \text{б) } \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & \leftrightarrow & 2 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & 3 & \leftrightarrow \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \text{в) } \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & & 2 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & 3 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & & 2 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & 3 & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},
 \end{array}$$



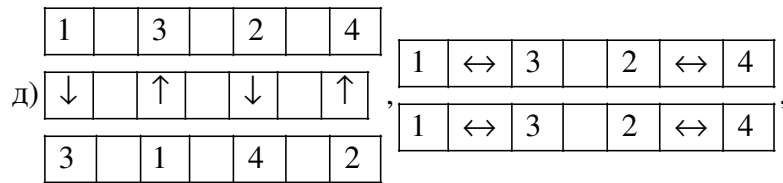
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

На этой стадии анализа ясно, что при наличии базовых объектов и системы парных отношений с объектами, которые близки по номерам, разными способами генерируются одни и те же матрицы. Мы имеем также пример дублирования свойств (отношений) на алгоритме «подражания», присущего коллективу людей. Один пример поведения и отношений продолжают другие коллективы или пары. Другими словами, такому алгоритму конструирования отношений можно придать социальный статус.

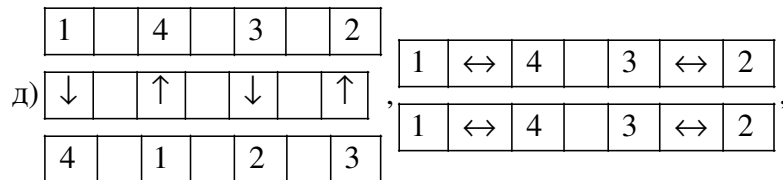
Заметим, что мы имеем уже первый пример, достаточный для визуализации косы и узла. Коса образуется, когда пара начальных состояний конструирует свои отношения при перестановке элементов согласно первой модели на предыдущем рисунке. Узел в форме пары окружностей, соединенных между собой отрезком, характерен для второй ситуации.

Эти узлы и косы не единственны. Они будут меняться, если парные отношения объектов с близкими номерами дополнить отношениями с другими объектами.

Такие возможности легко иллюстрируются рисунками с перестановкой объектов по номерам:



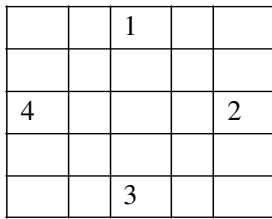
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



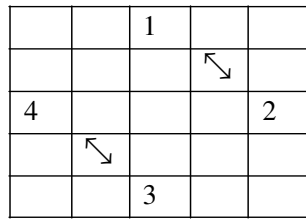
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

## Группа перестановок в качестве характеристик «живого» узла

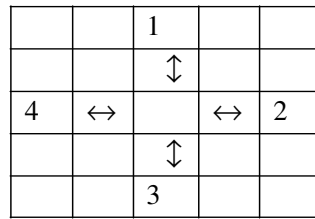
Представим 24 элемента группы перестановок из 4 элементов рисунками, следующими из общего рисунка, единого для всей группы перестановок:



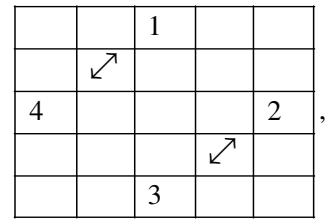
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



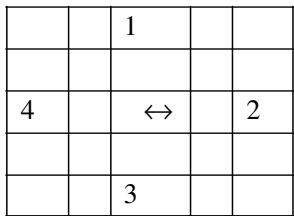
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



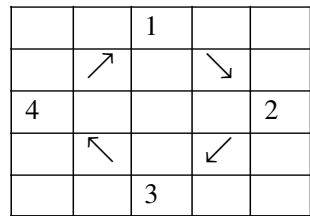
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



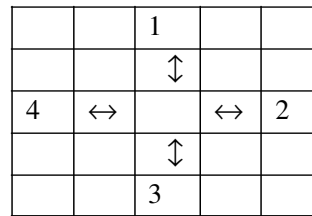
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



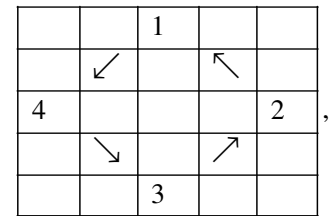
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



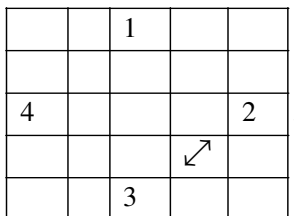
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



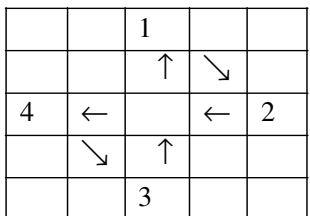
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



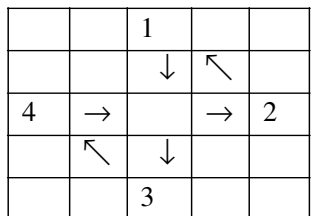
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



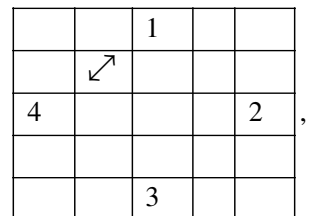
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



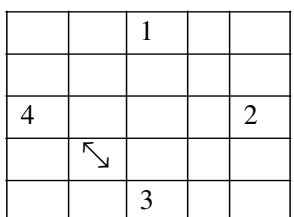
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



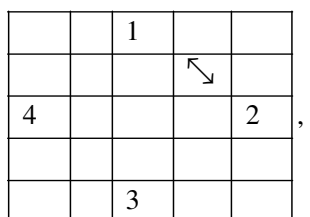
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



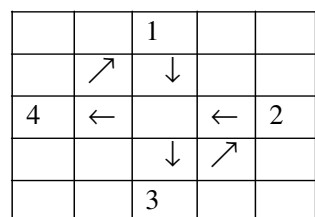
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



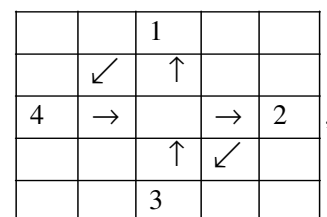
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



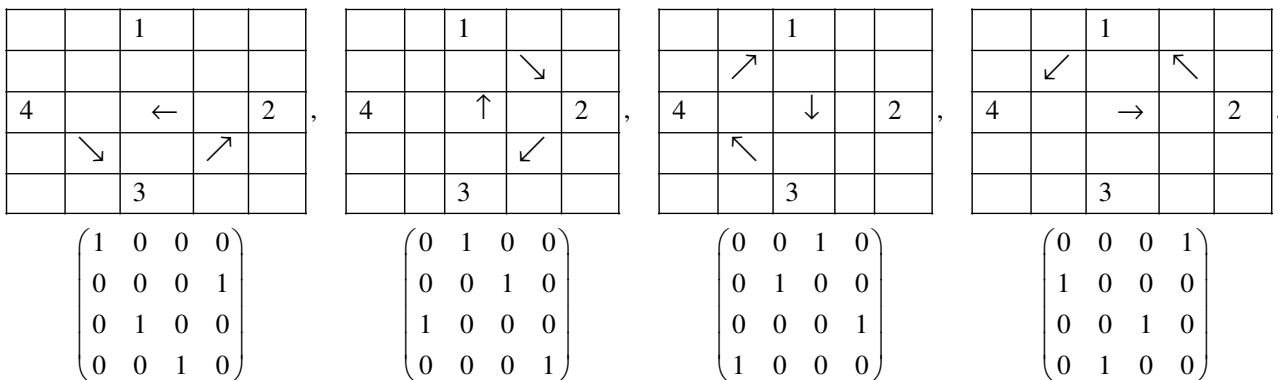
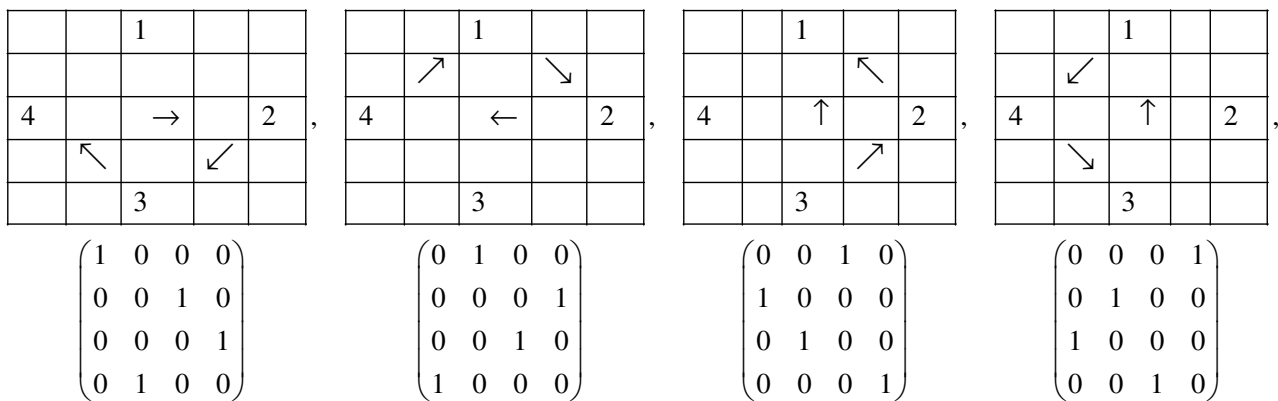
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



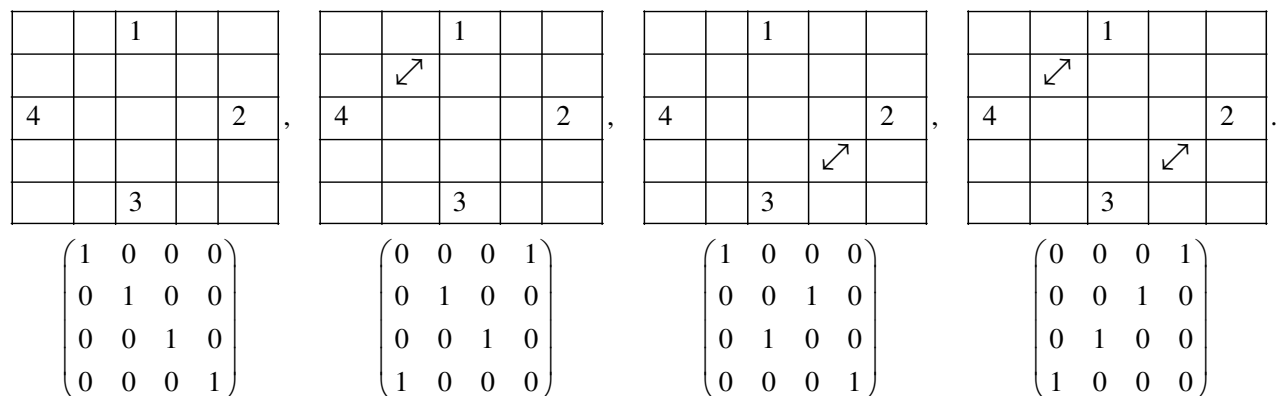
В рассматриваемых случаях все рисунки можно рассматривать с единых позиций. Общий рисунок содержит 4 точки, которые расположены на вершинах знака «плюс», представленного линиями, эти же точки линиями соединены между собой вне знака «плюс». Каждый рисунок есть модель активизации конечного количества связующих линий.

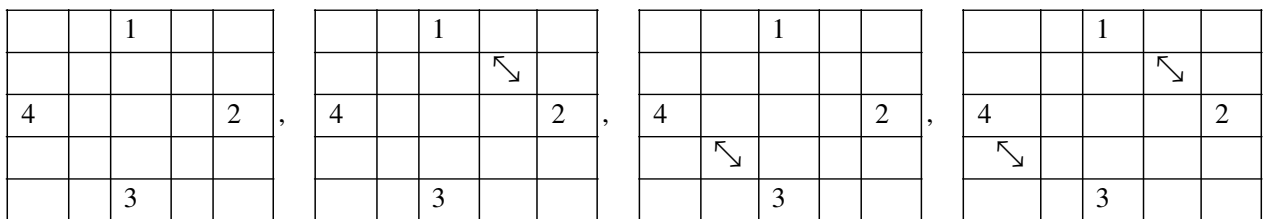
Заметим, что каждый рисунок можно рассматривать как косу, если одна из параллельных линии с номерами содержат номера в форме перестановки с последующим соединением каждой пары точек линиями.

Заметим, что общий рисунок имеет форму узла, специфика которого в том, что его звенья могут быть «активированы» в разных сочетаниях. Фактически мы имеем модель «живого» узла, составляющие которого могут быть активированы по-разному.

Конечное множество рисунков способно представлять группы на матричном произведении.

Проиллюстрируем эту возможность примерами:



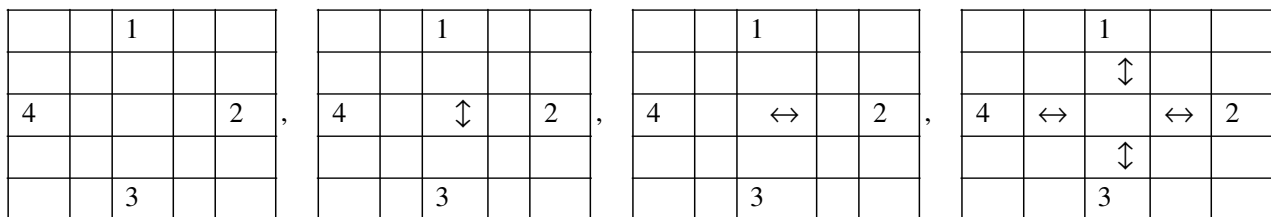


$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

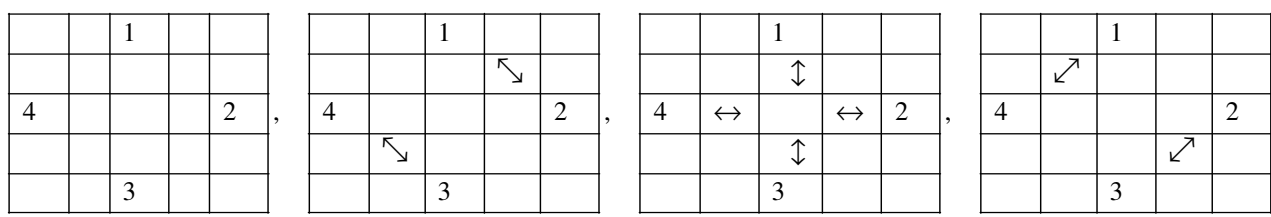


$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

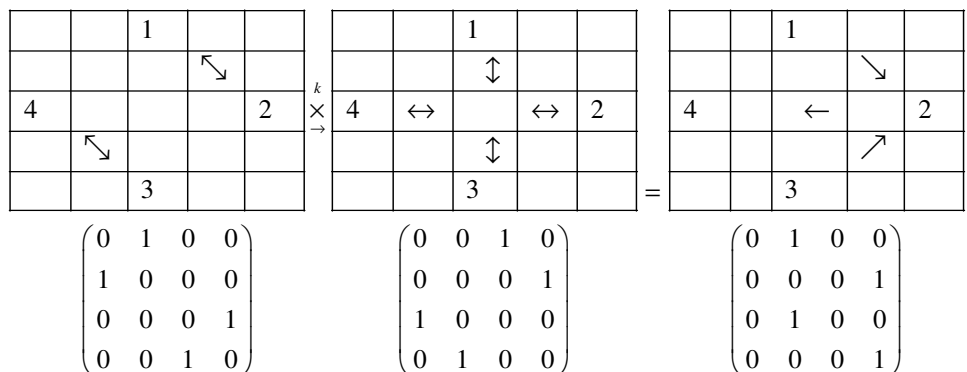
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Эти иллюстрации инициируют моделирование визуальных и операторных условий для конструирования групп по ограниченному количеству матриц и рисунков. В данной ситуации эти действия кажутся особо простыми. Понятно, что они могут быть применены в более сложных случаях.

Изменение операций меняет картину рисунков:



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## Объектный аналог спектра энергий атома водорода

Атомы водорода наиболее просты по структуре. Они содержат протон в центральной части объекта и электрон на периферии. Их «полевая» структура в форме его энергетической составляющей, дополнительной к тому, что имеют сами по себе протон и электрон, в настоящее время находится в стадии изучения.

Атомы водорода наиболее распространены во Вселенной: их количество составляет более 88 процентов от числа всех атомов. Принимая точку зрения, что большое количество таких атомов свидетельствует о наличии у них фундаментальных свойств Реальности, полезно и актуально глубинное исследование их свойств. Тонкость в том, что сложно в «простом» найти фундаментальность. Смысл в том, что атом водорода имеет свойства пары объектов, дополняющих друг друга до изделия, способного сохранять себя в разных внутренних и внешних условиях, а также создавать разнообразные частицы света. Мы имеем на примере атома водорода аналог «семьи», пары, устойчивой к разным условиям «жизни», достаточной для генерации «детей» в форме частиц света.

Заметим, что без наличия у частиц света свойств частиц в форме протонов и электронов, невозможно объяснить, как они генерируют структуру и свойства своих «родителей».

Известно, что частицы света с большой энергией, проявляющейся в форме частоты, имеют свойство генерировать электроны и протоны. Это свойство имеет аналогию с жизнью клеток, способных делиться и развиваться. «Дети» превращаются в «родителей», что прямо свидетельствует о *генетическом единстве* протонов, электронов и частиц света.

Представленный морфологический подход к спектру энергий атома в настоящее время находится в стадии первичного «обдумывания» ситуации в направлении актуального объединения «живой» и «неживой» материи. Он инициирует разработку существенно более сложных и «тонких» моделей атомов, среди которых атом водорода играет ведущую роль. Связи «живого» и «неживого» миров требуют обеспечить разработку новых моделей информационного обмена для описания структуры и свойств сознаний и чувств реальных объектов.

Первое измерение для искомого объединения состоит в принятии фундаментального условия: живым является то, что имеет структуру и свойства, достаточные для «своего» функционирования. Второе измерение для искомого объединения задает гипотеза: все, что функционирует, имеет «свое» сознание и «свои» чувства.

Такой философский подход к Реальности и ее составляющим выстрадан наукой и жизненной практикой. Однако нелегко и не просто обеспечить соответствующее моделирование. Происходит так потому, что мы владеем пока только минимальными средствами для решения таких задач. Этот тезис верен для эксперимента, но он абсолютно верен для математических методов описания и анализа Реальности.

Поскольку во всех случаях дальнейшее развитие эксперимента и теории базируется на элементах предыдущего опыта, как бы они ни были просты и недостаточны, серьезное исследование применяет имеющиеся данные.

Дополним данные о спектре энергий атома водорода объектной моделью аналога этого спектра для объектного множества  $M^{16}$ . Анализ позволит расширить имеющиеся данные новыми свойствами, характерными для неассоциативного, информационного множества.

Несколько иначе запишем известную формулу для спектра энергии:

$$\omega = Q \left( \frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right) \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \rightarrow \omega = Q \frac{(y-x)(y+x)}{(xy)(xy)}.$$

В этой формуле косвенно учтено, что в генерации частиц света принимают участие нуклоны и электроны. Примем точку зрения, что расчетные числа свидетельствуют о структурной составляющей механизма генерации света.

Есть основания полагать, что числа  $n_1$  ассоциированы с ролью протона в создании света, числа  $n_2$  аналогично задают роль электрона. Из анализа серий спектра энергий мы замечаем, что соответствующим им длины волн (по сравнению с серией Лаймана) меняются согласно квадратам последовательности чисел 2,3,4,5,6,... Таковы числа протона, указывающие на его функциональную роль для генерации спектра энергий. Мы получаем «ступени» лестницы спектра, которые достаточно удалены друг от друга. Вторые числа, которые по принятому подходу ассоциированы с электроном, создают «мелкие» ступеньки к последующим «большим» ступенькам.

Этот подход морфологически приближен к идее, что частицы света генерируются на силовых линиях, связывающих протон и электрон. Свет есть часть таких силовых линий. Его структура зависит от того, какое количество неких составляющих протона и электрона применено в создании частиц света. Понятно, что для понимания ситуации с последующим управлением светом требуется решить задачи о роли и месте протона и электрона в образовании света.

Применим модифицированную базовую формулу для спектра энергии атома водорода для элементов объектного множества  $M^{16}$  в форме без деления

$$\omega(xy)(xy) = Q(y-x)(y+x).$$

Каждый элемент  $x$  объединим согласно формуле с разными элементами  $y, Q$  для получения искомого значения  $\omega$ . При выборе  $x=1$  получим таблицу значений для  $\omega$ :

$y/Q$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8
2	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6
3	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8
4	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6
5	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16
6	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14
7	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16
8	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14
9	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8
10	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6
11	3	2	1	4	15	14	13	16	11	10	9	12	7	6	5	8
12	1	4	3	2	13	16	15	14	9	12	11	10	5	8	7	6
13	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16
14	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14
15	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16
16	9	12	11	10	5	8	7	6	1	4	3	2	13	16	15	14

Из таблицы следуют выражения для 4 подмножеств объектного множества:

$$\alpha \rightarrow 1 \ 3 \ 9 \ 11, \beta \rightarrow 2 \ 4 \ 10 \ 12, \gamma \rightarrow 5 \ 7 \ 13 \ 15, \delta \rightarrow 6 \ 8 \ 14 \ 16.$$



Специфика этого набора элементов в том, что взаимные произведения элементов множества  $\gamma$  сохраняют его структуру. Взаимные произведения элементов других множеств превращают эти множества в множество  $\gamma$ .

Таблица комбинаторных произведений рассматриваемых подмножеств генерирует конформацию в форме группы Клейна для 4 элементов:

$k$				
$\times$				
$\rightarrow$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$
$\gamma$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$
$\delta$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$
$\alpha$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\beta$	$\beta$	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$

$$= \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ситуация меняется, если проанализировать модель

$$\omega(xуху) = Q(y-x)(y+x).$$

Если  $x=1$ , то для любых  $y, Q$  получим единый закон

$$\omega + Q = 8.$$

В первом случае элементы генерируемых подмножеств идентичны величинам  $Q$ :

$$\alpha \rightarrow 1 \ 3 \ 9 \ 11 \Rightarrow Q = 1 \ 2 \ 3 \ 4, \beta \rightarrow 2 \ 4 \ 10 \ 12 \Rightarrow Q = 2 \ 4 \ 10 \ 12,$$

$$\gamma \rightarrow 5 \ 7 \ 13 \ 15 \Rightarrow Q = 5 \ 7 \ 13 \ 15, \delta \rightarrow 6 \ 8 \ 14 \ 16 \Rightarrow Q = 6 \ 8 \ 14 \ 16.$$

Выполним аналогичные расчеты при  $x=2$ . В этом случае закон первого типа связывает величины  $\omega, Q$  законом

$$\omega + Q = 6.$$

Закон второго типа с «развернутыми» переменными генерирует указанную выше систему подмножеств. В частности, при  $Q = 7$  получим подмножество объектного множества

$$\gamma \rightarrow 5 \ 7 \ 13 \ 15.$$

Заметим, что сумма элементов этого множества, а также подмножеств, которые сопутствуют ему, одинакова и задается элементом с номером 16, утверждающим условие аддитивного равновесия на операции структурного суммирования.

Первый закон на других подмножествах объектного множества генерирует различную связь величин  $\omega, Q$ :

а) конформация с величинами под номерами 5,6,7,8 подчинена закону  $\omega + Q = 16$ ;

б) конформация с величинами под номерами 9,10,11, 12 подчинена закону  $\omega + Q = 8$ ;

и) конформация с величинами под номерами 5,6,7,8 подчинена закону  $\omega + Q = 16$ .

Следовательно, исследованная функциональная связь для элементов объектного множества  $M^{16}$  генерирует два типа связей для элементов его подмножеств.

Проиллюстрируем элементы расчета функции на элементах объектного множества  $M^{16}$

$$\omega_Q(xyx) = Q(y-x)(y+x) = \varphi_Q.$$

Примем за основу элемент  $x = 5$  с разными значениями  $Q$ .

Получим таблицу:

$Q$				1		2		5		6	
$y$	$xyx$	$y-x$	$y+x$	$\varphi_1$	$\omega_1$	$\varphi_2$	$\omega_2$	$\varphi_5$	$\omega_5$	$\varphi_6$	$\omega_6$
1	5	12	10	3	3	4	2	7	15	8	14
2	7	9	11	3	1	4	4	7	13	8	16
3	5	10	12	3	3	4	2	7	15	8	14
4	7	11	9	3	1	4	4	7	13	8	16
5	13	16	14	3	11	4	10	7	7	8	6
6	15	13	15	3	9	4	12	7	5	8	8
7	13	14	16	3	11	4	10	7	7	8	6
8	15	15	13	3	9	4	12	7	5	8	8
9	5	4	2	3	3	4	2	7	15	8	14
10	7	1	3	3	1	4	4	7	13	8	16
11	5	2	4	3	3	4	2	7	15	8	14
12	7	3	1	3	1	4	4	7	13	8	16
13	13	8	6	3	11	4	10	7	7	8	6
14	15	5	7	3	9	4	12	7	5	8	8
15	13	6	8	3	11	4	10	7	7	8	6
16	15	7	5	3	9	4	12	7	5	8	8

В этом случае генерируются известные подмножества:

$$Q = 1 \rightarrow 1 \ 3 \ 9 \ 11,$$

$$Q = 2 \rightarrow 2 \ 4 \ 10 \ 12,$$

$$Q = 5 \rightarrow 5 \ 7 \ 13 \ 15,$$

$$Q = 6 \rightarrow 6 \ 8 \ 14 \ 16.$$

Из таблицы следует, что возможна функциональная генерация элементов объектного множества. При различных значениях можно получить один элемент. Можно получить также некоторые подмножества.

Функциональные связи можно рассматривать как математический образ возможного технологического устройства. По этой причине исследование различных функциональных условий создает предпосылки математического предвидения новых технических устройств и алгоритмов их функционирования.

С другой стороны, функциональные связи могут применяться для гипотетических моделей микромира и макромира, которые естественно представляют собой действующие технические устройства, которые нам, на нашем уровне материи изготовить и применять на практике невозможно.

## Информационная модель спектра энергий атома водорода

Наличие развитой и убедительной модели для расчета спектра энергий атома водорода примем в качестве отправной точки для дальнейшего развития теории.

Для расчета спектра энергий атома водорода в начале прошлого века была принята механическая модель движения электрона с отрицательным зарядом  $e$  и массой  $m$  вокруг протона, имеющего положительный электрический заряд и массу, которая в 1836 раз превосходит массу электрона. В то время других возможностей для анализа не было. Уже тот факт, что имелись начальные представления о структуре атома водорода, можно считать этапом качественно нового подхода к структуре материального мира.

Понятно, что никакой структурной модели протона, электрона, света, а также самого электростатического поля тогда не было, как нет их и сейчас.

По этой причине успехом теории следует считать алгоритм расчета формулы для спектра энергии атома водорода в границах доступных экспериментальных данных и согласно механической теории взаимодействия.

В рассматриваемом случае электрон моделировался точечным объектом, который имеет электрический заряд и массу. Была принята точка зрения, что он движется вокруг нуклона в электростатическом поле, законы которого известны из макроскопического опыта. Движение реализуется со скоростью  $V$  по круговой орбите с радиусом  $r$ .

В предположении об устойчивости этой орбиты имеем классический закон динамики, аналог которого мы имеем при механическом моделировании движения планет в Солнечной системе

$$m\omega^2 r = \frac{mV^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}.$$

Роль и функции нуклона в такой модели сводятся к тому, что он «наблюдает» за движением электрона, но не более того. Самая существенная часть атома водорода оставлена без внимания. Не учтена никак ни его структура, ни его возможности. Но ведь не было тогда никакой информации указанного вида.

Отсюда практически ничего не следует без спектра дополнительных предположений. Их справедливо относят к ментальным гипотезам Бора. С одной стороны, он принял точку зрения, что момент количества движения электрона пропорционален постоянной Планка  $\hbar$ . Этот прием позволил косвенно и нетривиально связать механическое движение электрона в атоме водорода со свойствами излучения черного тела, в спектре которого управляющим образом присутствует указанная величина. С другой стороны, что было совсем необычно для классической механики, гипотетическую пропорциональность он функционально укрепил системой натуральных чисел.

В итоге получилось дополнение к динамическому уравнению в форме «комплекса» ментального типа

$$mVr = n\hbar.$$

Из пары уравнений следует дискретный ряд радиусов, по которым может, согласно такой теории, двигаться электрон

$$r_n = \frac{\hbar^2}{me^2} n^2.$$

Сумма кинетической энергии электрона с его потенциальной энергией задается выражением

$$E_n = \frac{mV^2}{2} - \frac{e^2}{r}.$$

С учетом полученного выражения для возможных радиусов движения электрона имеем выражение для его энергии

$$E_n = \frac{e^4 m}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}.$$

На этой стадии анализа принята гипотеза, на возможность которой в явлении фотоэффекта указал Эйнштейн: свет есть квант в форме «порции энергии» определенной частоты  $\omega$  с энергией, пропорциональной постоянной Планка

$$E(\omega) = \hbar\omega.$$

Согласование этой формулы с проведенным расчетом для энергии движущегося электрона базируется на предположении, что энергия света есть разница между энергиями электрона, которые соответствуют изменению его «орбит».

В итоге получается закон, который достаточно хорошо описывает состав спектра атома водорода

$$\hbar\omega = E_2 - E_1 = \frac{e^4 m_e}{2\hbar^2} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = E_0 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Заметим, что предложенный алгоритм обеспечивает вывод константы Ридберга, которая ранее была обнаружена согласно экспериментальным данным.

Заметим, что алгоритм расчета естественно инициирует дополнение классических, механических моделей описания взаимодействия с применением феноменологии зарядов новыми идеями и величинами. Здесь реально проявляется потребность в объединении теорий с ненулевой массой и с электрическими зарядами с теорией света, у которого, согласно экспериментам, нет ни массового, ни электрического заряда.

Заметим, что успех в описании спектра излучений атома водорода никак не приближает теорию к пониманию и описанию структуры нуклонов, электронов, а также структуры света. Ни из каких соображений невозможно понять, как энергия движущегося электрона при его переходе с одной орбиты на другую может превратиться в видимый или другой спектр излучения. Более того, при движении по орбите электрон обязан излучать энергию и постоянно «падать» на протон. Но этого не происходит. Тем более непонятно, как электрон может дискретно изменить свою траекторию.

Успех в решении задачи определенного класса следует оценивать и воспринимать позитивно. Практика показывает, что одна задача обычно имеет несколько самых разных решений, ведущих к одному или к «близким» итогам. Это зависит от уровня приближения к структуре и сущности объектов и явлений с экспериментальной и с теоретической точек зрения.

Наличие новых данных стимулирует реализацию новых подходов к проблеме, новые решения и оценки. В частности, развитие указывает роль и место предшествующих теорий и выводов из них.

Хорошо известно, что существенное продвижение в теории и свойствах микромира достигнуто на основе квантовой механики. В подходах Гейзенберга, Фейнмана, Шрёдингера установлены новые границы механики и ее следствий. Они имеют формальную связь с алгоритмами классической теории, отрицая или исключая визуальные модели стандартной теории и возможности привычного логического восприятия достигаемых результатов.

Существенно разнятся расчеты в классической механике с расчетами и выводами теории Шрёдингера. Кажется, что эти подходы и теории диаметрально противоположны. Однако это не так, в настоящее время доказано, что уравнения Шрёдингера можно вывести из теории движения вязкой несжимаемой жидкости в модели Навье-Стокса.

В качестве стимула для дальнейшей разработки моделей Реальности примем идею, что живыми являются любые объекты, обладая аналогией с известными нам живыми существами.

Примем точку зрения, что атомы имеют не только структуру, состоящую из неких базовых объектов, но и информационное взаимодействие, присущее всему живому миру. Тогда атом водорода представляется живой клеткой Реальности. Живы, согласно фундаментальной идее, протоны и электроны, а также их внешние и внутренние среды.

Тогда, безусловно, следует принять наличие у всех указанных составляющих признаков и свойств Сознаний и Чувств. Эти качества, как и их возможности, могут существенно отличаться от привычных для нашей практики Сознаний и Чувств. Из экспериментов следует, что частицы света имеют свойства, которые существенно превосходят возможности других известных нам объектов. Поскольку они генерируются атомами, мы имеем прямое свидетельство о наличии высших свойств и способностей у нуклонов и электронов.

Из фундаментальной идеи единства живой Реальности в каждом объекте естественно следует наличие множества форм и языков информационного обмена. По этой причине на первое место выдвигается задача познания новых языков и владения ими. Такой этап научной деятельности предполагает поиск и достижение нового качества гармонии с самыми разными объектами и явлениями.

Примем точку зрения, диаметрально противоположную и классическому и квантовому подходам к теории излучения, что существенную и фундаментальную роль в генерации частиц света играют протоны. Учтем конструктивную гипотезу, инициированную структурной моделью частиц света, что электрические заряды и массы состоят из большого количества соответствующих предзарядов.

Стороны и свойства взаимодействий предзарядов в настоящее время нам непонятны и практически недоступны из-за чрезвычайно малых их размеров. Однако это обстоятельство не мешает принять точку зрения, что предзаряды способны создавать самые разнообразные объекты глубокого микромира. Одним из таких объектов является атом света. Он содержит в своей центральной части пару гравитационных предзарядов с разными знаками. На периферии расположена и движется пара электрических предзарядов с противоположными знаками. Молекулы света состоят из множества атомов света, способных объединяться в форме объекта, который в основном расположен по направлению скорости частиц света.

Поскольку частицы света генерируются атомом водорода, естественно принять точку зрения, что они «созданы» из предзарядов, которые имеются у протона и электрона, а также в той среде, которая обеспечивает их жизнедеятельность. Если частицы света есть объекты, изготовленные из составляющих нуклона и электрона, нужна модель описания такого механизма генерации. Кроме этого, требуется понимание и модель для восстановления структуры и свойств самих протонов и электронов после генерации частиц света. Для этого требуется признать наличие среды, достаточной для такой трансформации.

В стандартных условиях существования атомы находятся в гравитационном поле. В настоящее время есть основания полагать, что гравитация обусловлена и обеспечивается наличием частиц гравитации. Атом гравитации, согласно начальным теоретическим данным, имеет структуру, обратную структуре атома света. Атом гравитации содержит пару электрических предзарядов с противоположными знаками в центре изделия и содержит пару гравитационных предзарядов с разными знаками на периферии. Молекулы гравитации содержат множество атомов гравитации. Если принять эту точку зрения, становится понятным, что наличие молекул гравитации может быть достаточным для восстановления нуклонов и электронов после генерации частиц света.

В границах множества принятых гипотез и ментальных предпосылок мы имеем возможность иначе подойти и обсудить структуру и свойства всех указанных элементов.

На данном этапе обсуждения представленной тематики примем во внимание аспекты теории объектных множеств.

Любому количеству  $N$  объектов произвольной природы теория ставит в соответствие  $N^2$  элементов неассоциативного множества. Подчинив их паре комбинаторных операций и операции структурного суммирования, мы приходим к конструкции алгебр, посредством которых можно описывать информационное взаимодействие. Элементы такого множества способны выполнять функции «ментальных пылинок», достаточных для «конденсации» на них системы реальных объектов.

Применим это свойство к моделированию протона и электрона. Примем точку зрения, что эти объекты базируются на множестве «ментальных пылинок», которые образуют аналог системы оболочек, расположенных вокруг центра.

Пусть каждая оболочка имеет один и тот же запас энергии  $E_0$ , который равномерно распределен на реальных объектах, индуцированных «ментальными пылинками». Следовательно, один реальный элемент оболочки имеет энергию

$$E_1^N = \frac{E_0}{N^2}.$$

Если такой объект покидает «оболочку», то в отсутствие потерь известен запас его энергии, соответствующий указанной формуле. Эта формула обеспечивает совпадение расчета с получением энергий, соответствующих при  $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$  их начальным значениям в известной системе спектров атома водорода. Имеем начальные значения энергии в спектрах Лаймана, Бальмера, Пашена, Брэккета, Пфунда, Хэмпфри,...

Если потери энергии при выходе из атома водорода связать со значениями других реальных частиц на оболочках, с которыми конкретная частица могла иметь связь, мы получим общую формулу для спектральных линий атома водорода

$$E_{n,k} = E_0 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), n, k = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Во всех рассматриваемых случаях и ситуациях основой для конструирования «ментальных» пылинок и ассоциированных с ними реальных объектов является система из 4 предзарядов. По этой причине базовое информационное пространство образовано множеством, состоящим из 16 объектов.

Примем точку зрения, что именно оно способно проявлять себя в 4-мерном пространстве. Анализ такого объектного множества согласно функциональному условию

$$\omega_Q(xuy) = Q(y-x)(y+x) = \varphi_Q$$

предъявляет систему подмножеств объектного множества

$$Q=1 \rightarrow 1 \quad 3 \quad 9 \quad 11, \quad Q=2 \rightarrow 2 \quad 4 \quad 10 \quad 12, \quad Q=5 \rightarrow 5 \quad 7 \quad 13 \quad 15, \quad Q=6 \rightarrow 6 \quad 8 \quad 14 \quad 16.$$

Произведения этих элементов на комбинаторной операции генерирует таблицу, согласно которой конформация, ассоциированная с таблицей, есть четверная группа Клейна.

Расширение группы Клейна посредством группы знаков, естественной для физики, в которой есть положительные и отрицательные заряды и предзаряды, превращает 4 матрицы в систему, содержащую 32 матрицы.

Этих матриц достаточно для линейного конструирования элементов матричной алгебры. По этой причине неассоциативная модель информационного взаимодействия может рассматриваться как первоисточник стандартных расчетных моделей.

## Вывод уравнения Шрёдингера из уравнений Навье-Стокса в четырехмерии

Теория электромагнетизма уже много лет записана в матричном виде с применением связей между полями и индукциями в модели 4-мерного псевдоевклидова пространства. Её обобщение, которое позволило избавиться от сингулярностей, базируется на 4-метрике вида

$$g_{ij} = \text{diag} \left( 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{\Psi^2} \right).$$

На координатах  $x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z, x^0 = ic_g t$  4-метрика

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - \frac{c_g^2}{\Psi^2} dt^2 = -\frac{c_g^2}{\Psi^2} dt^2 \left( 1 - \Psi^2 \frac{u^2}{c_g^2} \right)$$

генерирует интервал

$$ds = i \frac{c_g}{\Psi} dt \left( 1 - \Psi^2 \frac{u^2}{c_g^2} \right)^{1/2}.$$

Четырехскорости задаются выражением

$$u^k = -i \frac{\Psi}{c_g} \frac{dx^k}{dt} \left( 1 - \Psi^2 \frac{u^2}{c_g^2} \right)^{-1/2}.$$

Приближение малых относительных скоростей позволяет упростить компоненту скорости с нулевым индексом

$$u^0 \left( \frac{u}{c_g} \cong 0 \right) = \Psi.$$

Уравнение Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в трехмерном виде представлено векторными уравнениями

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} \right) = \nu \rho \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{f}.$$

Учтем физическую размерность величин, которые входят в уравнение

$$[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, [\nu \rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{сек}}, [\hbar] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{сек}}.$$

Уравнение Навье-Стокса получает вид, в котором косвенно учтены посредством постоянной Планка свойства электромагнитного поля:

$$m \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} \right) = \hbar \nabla^2 \vec{u} + m \vec{f}.$$

Её вид удобен для вывода уравнения Шрёдингера на базе уравнений Навье-Стокса.

Запишем уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости в обобщенном 4-мерном виде, применяя 4-скорости на основе введенной нами 4-метрики.

Учтем необходимость введения проекторов в структуру четырехмерных уравнений. Примем за основу анализа уравнения (аналог которым известен с 2007 года):

$$m \begin{pmatrix} u^1 \partial_1 u^1 + u^2 \partial_2 u^1 + u^3 \partial_3 u^1 + \tilde{u}^0 \partial_0 u^1 \\ u^1 \partial_1 u^2 + u^2 \partial_2 u^2 + u^3 \partial_3 u^2 + \tilde{u}^0 \partial_0 u^2 \\ u^1 \partial_1 u^3 + u^2 \partial_2 u^3 + u^3 \partial_3 u^3 + \tilde{u}^0 \partial_0 u^3 \\ u^1 \partial_1 \tilde{u}^0 + u^2 \partial_2 \tilde{u}^0 + u^3 \partial_3 \tilde{u}^0 + \tilde{u}^0 \partial_0 \tilde{u}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \frac{c_g}{R^0 \Psi} \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} \partial_1^2 u^1 + \partial_2^2 u^1 + \partial_3^2 u^1 + \partial_0^2 u^1 \\ \partial_1^2 u^2 + \partial_2^2 u^2 + \partial_3^2 u^2 + \partial_0^2 u^2 \\ \partial_1^2 u^3 + \partial_2^2 u^3 + \partial_3^2 u^3 + \partial_0^2 u^3 \\ \partial_1^2 \tilde{u}^0 + \partial_2^2 \tilde{u}^0 + \partial_3^2 \tilde{u}^0 + \partial_0^2 \tilde{u}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \sigma \end{pmatrix} - 2 \frac{m}{\hbar} V \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ \tilde{u}^0 \end{pmatrix}.$$

Упростим систему уравнений предположением, что «жидкость» покоится. Тогда анализу подлежат только те слагаемые, которые не содержат компонент трехмерной скорости.

Установим их структуру с точностью до множителя  $R^0$ , так как  $\tilde{u}^0 = R^0 u^0$ ,  $[R^0] = \frac{M}{сек}$ :

$$2m \frac{c_g}{\Psi} u^0 \partial_0 u^0 = 2m \frac{c_g}{\Psi} \Psi (-i) \frac{1}{c_g} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -2im \frac{\partial \Psi}{\partial t},$$

$$\hbar \nabla^2 u^0 = \hbar \nabla^2 \Psi,$$

$$\sigma \hbar \partial_0^2 u^0 = -\sigma \frac{\hbar}{c_g^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}.$$

Объединим эти элементы. Получим аналог уравнения Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla^2 \Psi - \frac{\sigma}{c_g^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}) + V \Psi.$$

Дополнительное слагаемое может быть различным в зависимости от соотношения указанных величин. В том случае, когда его роль «мала», фактор псевдоевклидовости  $\Psi$  подчинен иному уравнению, которое дублирует уравнение Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V \Psi.$$

Предложенный алгоритм генерирует новую систему динамических уравнений для описания микроматерии. С одной стороны, она «близка» к уравнениям движения вязкой несжимаемой жидкости, что позволяет применять к микромиру законы макроскопической материи. С другой стороны, она содержит не только новые параметры, но и ряд ростковых точек для будущей теории, например, обусловленных проекторами теории.

Заметим, что замена псевдоевклидовой 4-метрики на модель евклидовой 4-метрики позволяет предложить обобщенные уравнения диффузии и теплопроводности. Если же мы применим к расчету риманову или какую-либо другую метрику, система уравнений существенно усложнится.

Все указанные системы уравнений можно применять качественно по-новому, если вместо компонент скоростей рассматривать другие характеристики физических объектов. В этом случае мы получаем модель объектной динамики. Есть система, которая состоит из 4 объектов. Она подчинена законам движения механики вязкой несжимаемой жидкости. Свойства объектов меняются динамически согласно условиям, в которые они попадают. Качество уравнений естественно менять, если описываются различные свойства объектов. При этом, понятно, можно дополнить расчетную модель высшими производными.



## Операционные свойства подмножеств Паскаля в объектном множестве

Применим конструкцию треугольника Паскаля на элементах объектного множества  $M^{16}$  с целью анализа свойств подмножеств, которые он генерирует.

На операции структурного суммирования, начиная с элемента под номером 1, получим ещё три элемента, которые образуют подмножество объектного множества  $[1,6,11,16]$ :

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & 1 \\
 & & & & & 1 & 1 \\
 & & & & 1 & 6 & 1 \\
 & & 1 & 11 & 11 & 1 \\
 1 & 16 & 6 & 16 & 1
 \end{array}$$

Такое ограничение обусловлено тем, что в объектном множестве дальнейшее расширение треугольника Паскаля новых элементов не генерирует.

Применим к полученному множеству операцию структурного суммирования. Она не изменит подмножества. Применив к нему по отдельности операции комбинаторного произведения, получим новое подмножество

$$\begin{array}{c}
 \overset{k}{\times}, \overset{k}{\times} \\
 \leftarrow \rightarrow \\
 [1 \ 6 \ 11 \ 16] \Rightarrow [2 \ 7 \ 12 \ 13].
 \end{array}$$

Оно инвариантно при действии операций произведения, однако меняется при структурном суммировании элементов

$$\overset{st}{+}[2 \ 7 \ 12 \ 13] \Rightarrow [3 \ 8 \ 9 \ 14].$$

Суммирование двух последних подмножеств генерирует новое подмножество

$$[2 \ 7 \ 12 \ 13] \overset{st}{+} [3 \ 8 \ 9 \ 14] \Rightarrow [4 \ 5 \ 10 \ 15].$$

Проанализируем суммы и произведения элементов полученных подмножеств. Для удобства записи результатов, обозначим подмножества номерами

$$[0] \Rightarrow [1 \ 6 \ 11 \ 16],$$

$$[1] \Rightarrow [2 \ 7 \ 12 \ 13],$$

$$[2] \Rightarrow [3 \ 8 \ 9 \ 14],$$

$$[3] \Rightarrow [4 \ 5 \ 10 \ 15].$$

Получим три таблицы:

$\overset{st}{+}$	0	1	2	3		$\overset{k}{\times}$	0	1	2	3		$\overset{k}{\times}$	0	1	2	3	
0	0	1	2	3		$\leftarrow$	0	1	0	3	2	$\rightarrow$	0	1	2	3	0
1	1	2	3	0	,		1	2	1	0	3	,	1	0	1	2	3
2	2	3	0	1			2	3	2	1	0		2	3	0	1	2
3	3	0	1	2			3	0	3	2	1		3	2	3	0	1

Первая таблица аналогична таблице суммирования номеров подмножеств по модулю числа 4. Другими словами, рассматриваемые подмножества ведут себя аналогично числам.

Две другие таблицы не соответствуют таблице произведения чисел по модулю числа 4. Они принципиально другие. Согласно таблицам, подмножества некоммутативны и неассоциативны.

Хотя эти таблицы кажутся принципиально разными, они «родственны» по конформациям, ассоциированным с таблицами. Действительно, имеем соответствия

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{matrix}$	0	1	2	3
0	1	0	3	2
1	2	1	0	3
2	3	2	1	0
3	0	3	2	1

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	0	1	2	3
0	1	2	3	4
1	0	1	2	3
2	3	0	1	2
3	2	3	0	1

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ассоциированные конформации образуют группу на матричной операции. Эта связь достаточно неожиданна. Некоммутативное и неассоциативное множество генерирует на определенной системе подмножеств таблицу произведений с групповыми, ассоциативными и коммутативными свойствами для элементов ассоциированной конформации.

Есть и другое неожиданное свойство. Состоит оно в том, что элементы ассоциированной конформации можно применить для «выборки» элементов подмножеств из таблицы расположения элементов объектного множества.

Таблица расположения элементов объектного множества имеет стандартный вид

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Наложение элементов конформации на эту таблицу генерирует указанные выше подмножества:

1				,		2			,			3		,				4
	6			,			7		,				8	,	5			
		11		,				12	,	9				,		10		
			16	,	13				,		14			,			15	

Треугольник Паскаля дает алгоритм связи неассоциативного и ассоциативного множеств.

Представляет интерес анализ всех аналогичных и отличающихся свойств подмножеств объектного множества.

На элементе с номером 2 алгоритм генерирует подмножества

$$(0) \Rightarrow [2 \ 8 \ 10 \ 16], (1) \Rightarrow [3 \ 5 \ 11 \ 13], (2) \Rightarrow [4 \ 6 \ 12 \ 14], (3) \Rightarrow [1 \ 7 \ 9 \ 15].$$

Их расположение в таблице номеров мест соответствует структуре элементов второй конформации объектного множества  $M^{16}$ :

1	2	3	4
9	10	11	12

При учете введенных номеров для этих подмножеств таблицы суммирования и таблицы произведений тождественны аналогичному варианту с элементом под номером 1.

На элементе с номером 3 алгоритм генерирует 4 подмножества

$$(0) \Rightarrow [3 \ 6 \ 9 \ 16], (1) \Rightarrow [4 \ 7 \ 10 \ 13], (2) \Rightarrow [1 \ 8 \ 11 \ 14], (3) \Rightarrow [2 \ 5 \ 12 \ 15].$$

Расположение этих элементов подмножеств в таблице элементов таково:

1	2	3	4

Таблицы сумм и произведений аналогичны начальным таблицам сумм и произведений.

На элементе с номером 4 алгоритм генерирует подмножества

$$(0) \rightarrow [4 \ 8 \ 12 \ 16], (1) \rightarrow [1 \ 5 \ 9 \ 13], (2) \rightarrow [2 \ 6 \ 10 \ 14], (3) \rightarrow [3 \ 7 \ 11 \ 15].$$

Расположение элементов подмножеств в таблице мест элементов объектного множества аналогично структуре элементов четвертой конформации:

1	2	3	4

В рассматриваемом случае подмножества ассоциированы со структурой конформаций, на которых базируется объектное множество. Эти подмножества содержат элементы согласно алгоритму, индуцированному треугольником Паскаля с последующей трансформацией этого начального подмножества операциями объектного множества.

Однако во всех ситуациях таблицы сумм и произведений одинаковы. Разные подмножества согласованы друг с другом одинаковыми средствами. Во всех случаях есть согласованность неассоциативности и ассоциативности.

Элемент с номером 5 предьявляет новый алгоритм структуры и операционного взаимодействия подмножеств. Из треугольника Паскаля генерируется начальное подмножество, которое дополняется только одним подмножеством операциями объектного множества

$$(0) \Rightarrow [5 \ 7 \ 14 \ 16], (1) \Rightarrow [6 \ 8 \ 13 \ 15].$$

Таблицы сумм и произведений для этих подмножеств такова:

$st$ +	0	1	,	$k$ × →	0	1	,	$k$ × →	0	1
0	0	1		0	1	0		0	1	0
1	1	0		1	0	1		1	0	1

Элемент 7 на треугольнике Паскаля генерирует те же подмножества, а также те законы, что и элемент под номером 5.

Элементы с номерами 6,8 генерируют 4 подмножества по 2 элемента:

$$(0) \rightarrow [6 \ 16], (1) \rightarrow [7 \ 13], (2) \rightarrow [8 \ 14], (3) \rightarrow [5 \ 15],$$

$$(0) \rightarrow [8 \ 16], (1) \rightarrow [5 \ 13], (2) \rightarrow [6 \ 14], (3) \rightarrow [7 \ 15].$$

Подмножества с последующими номерами элементов аналогичны по структуре и свойствам подмножествам с номерами 1,2,3,4. Эти соответствия таковы:

$$[9 \rightarrow 3], [10 \rightarrow 2], [11 \rightarrow 1], [12 \rightarrow 4].$$

Следовательно, имеет место дублирование подмножеств при сохранении единого вида операций суммирования и пары комбинаторных операций произведения.

Особое место в алгоритме генерации подмножеств на треугольнике Паскаля занимает элемент под номером 13. Он генерирует подмножество с элементами четвертой конфигурации объектного множества

$$(0) \rightarrow [13 \ 14 \ 15 \ 16].$$

Такое же подмножество генерирует элемент с номером 15.

В этом варианте выполняются свойства

$$0 + 0 = 0, 0 \underset{\leftarrow}{\times} 0 = 0, 0 \underset{\rightarrow}{\times} 0 = 0.$$

Элемент с номером 14 генерирует подмножества  $(0) \rightarrow [14 \ 16], (1) \rightarrow [13 \ 15]$ . Таблицы их произведений идентичны таблицам с номером 5.

Элемент с номером 16 генерирует одно подмножество с единственным элементом под номером 16. Таблица сумм и произведений идентична таблицам, действующим для элемента с номером 13.

Из проведенного анализа следует, что алгоритм генерации подмножеств объектного множества на треугольнике Паскаля задает три типа подмножеств и таблиц отношений.

Начальные подмножества объектного множества можно генерировать без обращения к треугольнику Паскаля. Для этого достаточно последовательно выполнить суммирование элементов множества. Получим соответствия

1 →	1	6	11	16	5 →	5	7	14	16
2 →	2	8	10	16	6 →	6	16	6	16
3 →	3	6	9	16	7 →	5	7	14	16
4 →	4	8	12	16	8 →	8	16	8	16

9 →	3	6	9	16	13 →	13	14	15	16
10 →	2	8	10	16	14 →	13	14	15	16
11 →	1	6	11	6	15 →	13	14	15	16
12 →	4	8	12	16	16 →	16	16	16	16

Проанализируем суммы и произведения новой системы подмножеств

$$(0) \rightarrow [13 \ 14 \ 15 \ 16], (1) \rightarrow [5 \ 6 \ 7 \ 8], (2) \rightarrow [9 \ 10 \ 11 \ 12], 3 \rightarrow [1 \ 2 \ 3 \ 4].$$

Получим таблицы

$st$					$k$					$k$						
+	0	1	2	3	$\times$	0	1	2	3	$\times$	0	1	2	3		
0	0	1	2	3	$\leftarrow$	0	1	3	2	$\rightarrow$	0	1	2	3		
1	1	0	3	2		1	1	0	2	3		1	1	0	3	2
2	2	3	1	0		2	2	3	0	1		2	3	2	0	1
3	3	2	0	1		3	3	2	1	0		3	2	3	1	0

Они индуцируют конформации

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично другим ситуациям, мы получаем группу на матричном произведении, а также ее смежный класс. Неассоциативная модель генерирует на основе своей таблицы модель ассоциативного типа, подтверждая объективную и фундаментальную связь пары принципиально отличающихся моделей. Обратим внимание на зависимость таблицы операций от количества элементов в подмножествах. Скомпонуем элементы в системе из 4 подмножеств, иницируемые согласно таблице Паскаля из элемента с номером 1 в пару подмножеств вида

$$(0) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 8 & 9 & 11 & 14 & 16 \end{bmatrix},$$

$$(1) \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 7 & 10 & 12 & 13 & 15 \end{bmatrix}.$$

В принятых обозначениях получим таблицы суммы и произведений:

$st$ +	0	1	,	$k$ × ←	0	1	,	$×k$ →	0	1
0	0	1		0	1	0		0	1	0
1	1	0		1	0	1		1	0	1

До объединения подмножеств законы произведений для левой и правой комбинаторных операций, как было показано ранее, были различны. Теперь эти законы одинаковы.

Эти же законы мы получаем еще в одном варианте объединения подмножеств, когда

$$(0) \rightarrow [6 \ 8 \ 14 \ 16], (1) \rightarrow [5 \ 7 \ 13 \ 15].$$

Заметим, что элемент под номером 16, если его обозначить номером 0, имеет простые свойства единства и равенства сумм и произведений. Аналогичные законы присущи системе, которая содержит все элементы множества. Системы, проанализированные ранее, отличаются количеством: они содержат 1,2,4,16 подмножеств. Из рассмотрения «выпали» системы с нечетным количеством подмножеств в форме чисел 3,5,9. Складывается впечатление, что у объектного множества с четным количеством элементов таких возможностей нет. Проиллюстрируем такой вариант на примере объектного множества  $M^{25}$ . Введем подмножества

$$(0) \rightarrow [16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20], (1) \rightarrow [21 \ 22 \ 23 \ 24 \ 25],$$

$$(2) \rightarrow [6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10], (3) \rightarrow [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5], (4) \rightarrow [11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15].$$

В принятых обозначениях получим таблицы

$st$ +	0	1	2	3	4	,	$k$ ×	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4		0	0	2	4	1	3
1	1	2	3	4	0		1	4	1	3	0	2
2	2	3	4	0	1		2	3	0	2	4	1
3	3	4	0	1	2		3	2	4	1	3	0
4	4	0	1	2	3		4	1	3	0	2	4

Есть идея, что эти свойства могут быть полезны при создании структурных моделей зарядов.

## Когомологические аспекты объектных множеств

При исследовании свойств групп  $G$  принято рассматривать категорию  $G$ -модулей для нахождения групп когомологий  $H^n(G/M)$  посредством анализа комплекса

$$(d^n f)(g_1, g_2, \dots, g_{n+1}) = g_1 f(g_2, \dots, g_{n+1}) + \sum_{i=1}^n (-1)^i f(g_1, \dots, g_i g_{i+1}, \dots, g_{n+1}) + (-1)^{n+1} f(g_1, g_2, \dots, g_n).$$

В зависимости от того, на каких функциях и при каких значениях элементов групп это выражение обращается или не обращается в ноль, делается вывод о той или иной внутренней структуре и свойствах группы. Если группа и ее модуль имеют свойство  $am - ma \neq 0$ , применяется другой комплекс, генерирующий группы когомологий Хохшильда.

Объектные множества не образуют группу. Они некоммутативны и неассоциативны. При этом не имеет места дистрибутивность. Более того, возможно действие операций объектного множества на себя при применении различных функций. Не является запретом применение функций, генерируемых комплексом, в объектных множествах. Представляет интерес анализ их действий и спектра их возможностей.

Из структуры комплекса следует набор функций:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= gf(g) - f(g), \\ \sigma_2 &= g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1), \\ \sigma_3 &= g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2), \\ \sigma_4 &= g_1 f(g_2, g_3, g_4) - f(g_1 g_2, g_3, g_4) + f(g_1, g_2 g_3, g_4) - f(g_1, g_2, g_3 g_4) + f(g_1, g_2, g_3), \dots \end{aligned}$$

Ограничим анализ условием, что указанные функции базируются на подмножествах объектного множества  $M^{16}$ . На стандартной таблице расположения элементов, обозначенных номерами

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

введем подмножества в соответствии со структурой элементов объектного множества:

<table border="1"><tr><td>1</td><td>6</td><td>11</td><td>16</td></tr><tr><td>2</td><td>7</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>3</td><td>8</td><td>9</td><td>14</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>10</td><td>14</td></tr></table>	1	6	11	16	2	7	12	13	3	8	9	14	4	5	10	14	,	<table border="1"><tr><td>1</td><td>7</td><td>9</td><td>15</td></tr><tr><td>3</td><td>8</td><td>10</td><td>16</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>11</td><td>13</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td><td>12</td><td>14</td></tr></table>	1	7	9	15	3	8	10	16	3	5	11	13	4	6	12	14	,	<table border="1"><tr><td>1</td><td>8</td><td>11</td><td>14</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>12</td><td>15</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>16</td></tr><tr><td>4</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td></tr></table>	1	8	11	14	2	5	12	15	3	6	9	16	4	7	10	13	,	<table border="1"><tr><td>1</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>10</td><td>14</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td><td>11</td><td>15</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td></tr></table>	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12	16	.
1	6	11	16																																																																				
2	7	12	13																																																																				
3	8	9	14																																																																				
4	5	10	14																																																																				
1	7	9	15																																																																				
3	8	10	16																																																																				
3	5	11	13																																																																				
4	6	12	14																																																																				
1	8	11	14																																																																				
2	5	12	15																																																																				
3	6	9	16																																																																				
4	7	10	13																																																																				
1	5	9	13																																																																				
2	6	10	14																																																																				
3	7	11	15																																																																				
4	8	12	16																																																																				

Учтем наличие пары комбинаторных произведений в объектном множестве, обозначим их символами  $\overset{k}{\leftarrow} \times, \times \overset{k}{\rightarrow}$ . Не исключаем анализ других подмножеств, например строк таблицы:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Проанализируем изменения подмножеств на функции

$$\sigma_1 = gf(g) - f(g).$$

Согласно первой конформации имеем элементы

$$\alpha = \boxed{1 \mid 6 \mid 11 \mid 16}, \beta = \boxed{2 \mid 7 \mid 12 \mid 13}, \gamma = \boxed{3 \mid 8 \mid 9 \mid 14}, \delta = \boxed{4 \mid 5 \mid 10 \mid 15}.$$

На функции  $f(g) = g$ , согласно таблицам произведений и таблице сумм, имеет место взаимное преобразование подмножеств, связи между которыми можно отобразить матрицей отношений. Имеем взаимосвязи и их матричное представление:

$$\alpha \leftrightarrow \beta, \gamma \leftrightarrow \delta \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем ситуацию с выбором функции  $f(g) = g + g$ . Проиллюстрируем элементы простого расчета. Выберем из каждого подмножества по элементу, устанавливая расчетом, в какое подмножество переходят они согласно алгоритму. Получим на левой комбинаторной операции соотношения и матрицу взаимных функциональных связей:

$1(1+1) - (1+1)$	=	$12 - 6 = 2$	$\alpha \rightarrow \beta$
$2(2+2) - (2+2)$	=	$11 - 8 = 3$	$\beta \rightarrow \gamma$
$3(3+3) - (3+3)$	=	$10 - 6 = 4$	$\gamma \rightarrow \delta$
$4(4+4) - (4+4)$	=	$9 - 8 = 1$	$\delta \rightarrow \alpha$

 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$

На правой комбинаторной операции результат получается другой:

$1(1+1) - (1+1)$	=	$2 - 6 = 12$	$\alpha \rightarrow \beta$
$2(2+2) - (2+2)$	=	$3 - 8 = 11$	$\beta \rightarrow \alpha$
$3(3+3) - (3+3)$	=	$4 - 6 = 10$	$\gamma \rightarrow \delta$
$4(4+4) - (4+4)$	=	$1 - 8 = 9$	$\delta \rightarrow \gamma$

 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

С применением функции  $f(g) = g + g + g$  дают одинаковый результат. Представим его

$1(1+1+1) - (1+1+1)$	=	$7 - 11 = 2$	$\alpha \rightarrow \beta$
$2(2+2+2) - (2+2+2)$	=	$5 - 10 = 11$	$\beta \rightarrow \alpha$
$3(3+3+3) - (3+3+3)$	=	$7 - 9 = 10$	$\gamma \rightarrow \delta$
$4(4+4+4) - (4+4+4)$	=	$5 - 12 = 9$	$\delta \rightarrow \gamma$

 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

Применение функции  $f(g) = g + g + g + g$  преобразует каждое подмножество в себя, что индуцирует единичную матрицу функциональных отношений.



Проанализируем функциональную связь вида

$$\sigma_2 = g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1).$$

На функции  $f(g) = g$  сводится к тому, что каждое подмножество сохраняет себя не только в общем виде, но и поэлементно. Функциональные связи просты и генерируют единичную матрицу

$$\alpha \leftrightarrow \alpha, \beta \leftrightarrow \beta, \gamma \leftrightarrow \gamma, \delta \leftrightarrow \delta \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Функция  $f(g) = g + g$  обеспечивает новые связи и матрицы функциональных отношений:

$$\begin{array}{l} \times: \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1(6+6)-(12+12)+(1+1) & = & 2-8+6=4 & \alpha \rightarrow \delta \\ \hline 2(7+7)-(12+12)+(2+2) & = & 1-8+8=1 & \beta \rightarrow \alpha \\ \hline 3(8+8)-(12+12)+(3+3) & = & 4-8+6=2 & \gamma \rightarrow \beta \\ \hline 4(5+5)-(12+12)+(4+4) & = & 3-8+8=3 & \delta \rightarrow \gamma \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{l} \times: \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1(6+6)-(2+2)+(1+1) & = & 12-8+6=10 & \alpha \rightarrow \delta \\ \hline 2(7+7)-(2+2)+(2+2) & = & 9-8+8=9 & \beta \rightarrow \gamma \\ \hline 3(8+8)-(2+2)+(3+3) & = & 10-8+6=12 & \gamma \rightarrow \beta \\ \hline 4(5+5)-(2+2)+(4+4) & = & 11-8+8=11 & \delta \rightarrow \alpha \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На модели  $f(g) = g + g + g$  получаются такие результаты:

$$\begin{array}{l} \times: \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1(6+6+6)-(12+12+12)+(1+1+1) & = & 12-4+11=3 & \alpha \rightarrow \gamma \\ \hline 2(7+7+7)-(12+12+12)+(2+2+2) & = & 10-4+10=4 & \beta \rightarrow \delta \\ \hline 3(8+8+8)-(12+12+12)+(3+3+3) & = & 12-4+9=1 & \gamma \rightarrow \alpha \\ \hline 4(5+5+5)-(12+12+12)+(4+4+4) & = & 10-4+12=2 & \delta \rightarrow \beta \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{l} \times: \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1(6+6+6)-(12+12+12)+(1+1+1) & = & 2-4+11=9 & \alpha \rightarrow \gamma \\ \hline 2(7+7+7)-(12+12+12)+(2+2+2) & = & 4-4+10=10 & \beta \rightarrow \delta \\ \hline 3(8+8+8)-(12+12+12)+(3+3+3) & = & 2-4+9=11 & \gamma \rightarrow \alpha \\ \hline 4(5+5+5)-(12+12+12)+(4+4+4) & = & 4-4+12=12 & \delta \rightarrow \beta \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В этом случае обе операции генерируют одинаковые результаты.

Специфика функции  $f(g) = g + g + g + g$  в том, что все они равны одному значению под номером 16. Этот элемент есть ноль при применении операции структурного суммирования. По указанной причине расчетные формулы становятся очень простыми.

Заметим, что дальнейшее дополнение слагаемых возвращает ситуацию в исходное положение. Следовательно, для анализа объектного многообразия на основе системы простых аддитивных функций достаточно рассматривать ограниченные условия равновесия.

Приведем результат заключительного этапа расчетов для данной ситуации. Получим единые данные для пары комбинаторных операций:

$$\begin{array}{c} \times \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \cdot 16 = 2 & \alpha \rightarrow \beta \\ \hline 2 \cdot 16 = 3 & \beta \rightarrow \gamma \\ \hline 3 \cdot 16 = 4 & \gamma \rightarrow \delta \\ \hline 4 \cdot 16 = 1 & \delta \rightarrow \alpha \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \times \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \cdot 16 = 12 & \alpha \rightarrow \beta \\ \hline 2 \cdot 16 = 11 & \beta \rightarrow \gamma \\ \hline 3 \cdot 16 = 10 & \gamma \rightarrow \delta \\ \hline 4 \cdot 16 = 9 & \delta \rightarrow \alpha \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Собрав воедино матрицы функциональных отношений, получим матричную группу Клейна

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Функции когомологической структуры, применяемые для групп, свидетельствуют о том, что система связей, индуцированная ими, в некоммутативном, неассоциативном объектном множестве подчинена ассоциативной, коммутативной группе.

Проанализируем отношения подмножеств объектного множества при действии на их элементы функции

$$\sigma_3 = g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2).$$

На функции  $f(g, h) = g + h$  получим связи между подмножествами и матрицы их отношений на паре комбинаторных произведений. Они таковы:

$$\begin{array}{c} \times \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1(6+11) - (1 \cdot 6 + 11) + (1 + 6 \cdot 11) - (1 + 6) & = & 13 - 7 + 13 - 11 & = & 12 \\ \hline 2(7+12) - (2 \cdot 7 + 12) + (2 + 7 \cdot 12) - (2 + 7) & = & 16 - 8 + 14 - 9 & = & 9 \\ \hline 3(8+9) - (3 \cdot 8 + 9) + (3 + 8 \cdot 9) - (3 + 8) & = & 15 - 5 + 15 - 11 & = & 10 \\ \hline 4(5+10) - (4 \cdot 5 + 10) + (4 + 5 \cdot 10) - (4 + 5) & = & 14 - 6 + 16 - 9 & = & 11 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \rightarrow \beta \\ \beta \rightarrow \gamma \\ \gamma \rightarrow \delta \\ \delta \rightarrow \alpha \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{c} \times \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1(6+11) - (1 \cdot 6 + 11) + (1 + 6 \cdot 11) - (1 + 6) & = & 13 - 13 + 7 - 11 & = & 12 \\ \hline 2(7+12) - (2 \cdot 7 + 12) + (2 + 7 \cdot 12) - (2 + 7) & = & 14 - 14 + 8 - 9 & = & 16 \\ \hline 3(8+9) - (3 \cdot 8 + 9) + (3 + 8 \cdot 9) - (3 + 8) & = & 15 - 15 + 5 - 11 & = & 10 \\ \hline 4(5+10) - (4 \cdot 5 + 10) + (4 + 5 \cdot 10) - (4 + 5) & = & 16 - 16 + 6 - 9 & = & 9 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \rightarrow \beta \\ \beta \rightarrow \alpha \\ \gamma \rightarrow \delta \\ \delta \rightarrow \gamma \end{pmatrix}.$$

Им соответствует пара матриц, иллюстрирующая функциональные связи подмножеств:

$$\begin{array}{c} \times \\ \leftarrow \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \times \\ \rightarrow \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эти матрицы отношений аналогичны тем, которые были получены ранее на других связях, ассоциированных с комплексом для когомологий групп.

Введем функции  $f(g, h) = [2](g + h) = g + h + g + h$ . Связи между подмножествами на паре комбинаторных произведений таковы:

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1[2](6+11) - [2](1 \cdot 6 + 11) + [2](1 + 6 \cdot 11) - [2](1+6) & = & 12 - 14 + 14 - 6 & = & 2 \\
 \hline
 2[2](7+12) - [2](2 \cdot 7 + 12) + [2](2 + 7 \cdot 12) - [2](2+7) & = & 9 - 16 + 16 - 6 & = & 3 \\
 \hline
 3[2](8+9) - [2](3 \cdot 8 + 9) + [2](3 + 8 \cdot 9) - [2](3+8) & = & 10 - 14 + 14 - 6 & = & 4 \\
 \hline
 4[2](5+10) - [2](4 \cdot 5 + 10) + [2](4 + 5 \cdot 10) - [2](4+5) & = & 11 - 16 + 16 - 6 & = & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 & \Rightarrow &
 \begin{array}{l}
 \alpha \rightarrow \beta \\
 \beta \rightarrow \gamma \\
 \gamma \rightarrow \delta \\
 \delta \rightarrow \alpha
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1[2](6+11) - [2](1 \cdot 6 + 11) + [2](1 + 6 \cdot 11) - [2](1+6) & = & 2 - 14 + 14 - 6 & = & 12 \\
 \hline
 2[2](7+12) - [2](2 \cdot 7 + 12) + [2](2 + 7 \cdot 12) - [2](2+7) & = & 1 - 16 + 16 - 6 & = & 11 \\
 \hline
 3[2](8+9) - [2](3 \cdot 8 + 9) + [2](3 + 8 \cdot 9) - [2](3+8) & = & 8 - 14 + 14 - 6 & = & 14 \\
 \hline
 4[2](5+10) - [2](4 \cdot 5 + 10) + [2](4 + 5 \cdot 10) - [2](4+5) & = & 3 - 16 + 16 - 6 & = & 9 \\
 \hline
 \end{array}
 & \Rightarrow &
 \begin{array}{l}
 \alpha \rightarrow \beta \\
 \beta \rightarrow \alpha \\
 \gamma \rightarrow \delta \\
 \delta \rightarrow \gamma
 \end{array}
 \end{array}$$

Новая функция генерирует полученные ранее матрицы отношений.

Усложним функции до зависимости  $f(g, h) = [3](g + h) = g + h + g + h + g + h$ . Анализ свидетельствует, что матрицы отношений будут те же, что и ранее:

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1[3](6+11) - [3](1 \cdot 6 + 11) + [3](1 + 6 \cdot 11) - [3](1+6) & = & 7 - 5 + 15 - 1 & = & 12 \\
 \hline
 2[3](7+12) - [3](2 \cdot 7 + 12) + [3](2 + 7 \cdot 12) - [3](2+7) & = & 6 - 8 + 14 - 3 & = & 9 \\
 \hline
 3[3](8+9) - [3](3 \cdot 8 + 9) + [3](3 + 8 \cdot 9) - [3](3+8) & = & 5 - 7 + 13 - 1 & = & 10 \\
 \hline
 4[3](5+10) - [3](4 \cdot 5 + 10) + [3](4 + 5 \cdot 10) - [3](4+5) & = & 3 & = & 11 \\
 \hline
 \end{array}
 & \Rightarrow &
 \begin{array}{l}
 \alpha \rightarrow \beta \\
 \beta \rightarrow \gamma \\
 \gamma \rightarrow \delta \\
 \delta \rightarrow \alpha
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1[3](6+11) - [3](1 \cdot 6 + 11) + [3](1 + 6 \cdot 11) - [3](1+6) & = & 7 - 15 + 5 - 1 & = & 12 \\
 \hline
 2[3](7+12) - [3](2 \cdot 7 + 12) + [3](2 + 7 \cdot 12) - [3](2+7) & = & 14 - 14 + 8 - 9 & = & 16 \\
 \hline
 3[3](8+9) - [3](3 \cdot 8 + 9) + [3](3 + 8 \cdot 9) - [3](3+8) & = & 5 - 13 + 7 - 1 & = & 10 \\
 \hline
 4[3](5+10) - [3](4 \cdot 5 + 10) + [3](4 + 5 \cdot 10) - [3](4+5) & = & 6 - 16 + 6 - 3 & = & 9 \\
 \hline
 \end{array}
 & \Rightarrow &
 \begin{array}{l}
 \alpha \rightarrow \beta \\
 \beta \rightarrow \alpha \\
 \gamma \rightarrow \delta \\
 \delta \rightarrow \gamma
 \end{array}
 \end{array}$$

Расчетная ситуация проста, если элементы объектного множества суммируются 4 раза. В этом случае все суммы одинаковы и задаются числом под номером 16, который соответствует «нулю» операции структурного суммирования. Имеем формулы с сохранением матриц функциональных отношений между подмножествами:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 1 \cdot 16 - 16 & = & 2 - 16 = 2 & \alpha \rightarrow \beta \\
 \hline
 2 \cdot 16 - 16 & = & 3 - 16 = 3 & \beta \rightarrow \gamma \\
 \hline
 3 \cdot 16 - 16 & = & 3 - 16 = 4 & \gamma \rightarrow \delta \\
 \hline
 4 \cdot 16 - 16 & = & 4 - 16 = 1 & \delta \rightarrow \alpha \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 1 \cdot 16 - 16 & = & 12 - 16 = 12 & \alpha \rightarrow \beta \\
 \hline
 2 \cdot 16 - 16 & = & 11 - 16 = 11 & \beta \rightarrow \alpha \\
 \hline
 3 \cdot 16 - 16 & = & 10 - 16 = 10 & \gamma \rightarrow \delta \\
 \hline
 4 \cdot 16 - 16 & = & 9 - 16 = 9 & \delta \rightarrow \gamma \\
 \hline
 \end{array}$$

Проанализируем изменения подмножеств объектного множества на функции

$$\sigma^4 = g_1 f(g_2, g_3, g_4) - f(g_1, g_1 g_2, g_3, g_4) + f(g_1, g_2, g_2 g_3, g_4) + f(g_1, g_2, g_2 g_3, g_4) + f(g_1, g_2, g_3).$$

Примем выражение для функции в форме суммы ее элементов

$$f(g, h, p, s) = g + h + p + s.$$

Проанализируем значения анализируемой величины на подмножестве  $[1 \ 6 \ 11 \ 16]$  при условии циклического изменения элементов. Получим последовательность величин на комбинаторной операции  $\overset{k}{\times}_{\leftarrow}$ . Они согласованы условием  $g_1 g_2 = g_2 g_3 = g_3 g_4 = 12$ .

Искомые значения функции  $\sigma^4$  таковы:

$$\begin{aligned} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11, g_4 = 16 &\Rightarrow \sigma^4 = 13 - 12 + 7 - 2 + 6 = 16, \\ g_1 = 6, g_2 = 11, g_3 = 16, g_4 = 1 &\Rightarrow \sigma^4 = 7 - 7 + 2 - 13 + 1 = 6, \\ g_1 = 11, g_2 = 16, g_3 = 1, g_4 = 6 &\Rightarrow \sigma^4 = 13 - 2 + 13 - 12 + 16 = 16, \\ g_1 = 16, g_2 = 1, g_3 = 6, g_4 = 11 &\Rightarrow \sigma^4 = 7 - 13 + 12 - 7 + 11 = 6. \end{aligned}$$

В рассмотренном случае функция сохраняет элементы анализируемого подмножества. В общем случае расчет иллюстрирует достаточность одного набора элементов для ответа на вопрос, каковы функциональные связи подмножеств объектного множества. Следовательно, алгоритм расчета можно существенно упростить.

На операции  $\overset{k}{\times}_{\leftarrow}$  генерируется условия

$$\begin{aligned} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11, g_4 = 16 &\Rightarrow \sigma^4 = 13 - 12 + 7 - 2 + 6 = 16, \\ g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12, g_4 = 13 &\Rightarrow \sigma^4 = 15 - 11 + 6 - 1 + 5 = 14, \\ g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9, g_4 = 14 &\Rightarrow \sigma^4 = 13 - 10 + 5 - 4 + 8 = 16, \\ g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10, g_4 = 15 &\Rightarrow \sigma^4 = 15 - 9 + 8 - 3 + 7 = 14. \end{aligned}$$

На операции  $\overset{k}{\times}_{\rightarrow}$  генерируется условия

$$\begin{aligned} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11, g_4 = 16 &\Rightarrow \sigma^4 = 13 - 2 + 13 - 12 + 6 = 6, \\ g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12, g_4 = 13 &\Rightarrow \sigma^4 = 15 - 1 + 16 - 11 + 5 = 8, \\ g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9, g_4 = 14 &\Rightarrow \sigma^4 = 13 - 4 + 15 - 10 + 8 = 6, \\ g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10, g_4 = 15 &\Rightarrow \sigma^4 = 15 - 3 + 14 - 9 + 7 = 8. \end{aligned}$$

В обоих случаях генерируется одна система функциональных связей подмножеств, которую удобно проиллюстрировать матрицей отношений

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем ситуацию с применением функции

$$f(g, h, p, s) = [2](g + h + p + s) = g + h + p + s + g + h + p + s.$$

На операции  $\overset{k}{\times}_{\leftarrow}$  генерируется условия

$$g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11, g_4 = 16 \Rightarrow \sigma^4 = 12 - 8 + 14 - 8 + 16 = 10 \rightarrow \delta,$$

$$g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12, g_4 = 13 \Rightarrow \sigma^4 = 11 - 6 + 16 - 6 + 14 = 9 \rightarrow \gamma,$$

$$g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9, g_4 = 14 \Rightarrow \sigma^4 = 10 - 8 + 14 - 8 + 16 = 12 \rightarrow \beta,$$

$$g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10, g_4 = 15 \Rightarrow \sigma^4 = 9 - 6 + 16 - 6 + 14 = 11 \rightarrow \alpha.$$

На операции  $\overset{k}{\times}_{\rightarrow}$  генерируется условия

$$g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11, g_4 = 16 \Rightarrow \sigma^4 = 2 - 8 + 14 - 8 + 16 = 4 \rightarrow \delta,$$

$$g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12, g_4 = 13 \Rightarrow \sigma^4 = 3 - 6 + 16 - 6 + 14 = 1 \rightarrow \alpha,$$

$$g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9, g_4 = 14 \Rightarrow \sigma^4 = 4 - 8 + 14 - 8 + 16 = 2 \rightarrow \beta,$$

$$g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10, g_4 = 15 \Rightarrow \sigma^4 = 1 - 6 + 16 - 6 + 14 = 3 \rightarrow \gamma.$$

В этом случае генерируются различные системы функциональных связей подмножеств. Соответственно порядку действия операций имеем пару матриц для описания отношений:

$$\overset{k}{\times}_{\leftarrow} : \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \overset{k}{\times}_{\rightarrow} : \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем ситуацию с применением функции

$$f(g, h, p, s) = [3](g + h + p + s) = g + h + p + s + g + h + p + s + g + h + p + s.$$

На операции  $\overset{k}{\times}_{\leftarrow}$  генерируется условия

$$g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11, g_4 = 16 \Rightarrow \sigma^4 = 7 - 4 + 5 - 10 + 6 = 8 \rightarrow \gamma,$$

$$g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12, g_4 = 13 \Rightarrow \sigma^4 = 7 - 1 + 6 - 11 + 7 = 8 \rightarrow \gamma,$$

$$g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9, g_4 = 14 \Rightarrow \sigma^4 = 7 - 2 + 7 - 12 + 8 = 8 \rightarrow \gamma,$$

$$g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10, g_4 = 15 \Rightarrow \sigma^4 = 7 - 3 + 8 - 9 + 5 = 8 \rightarrow \gamma.$$

На операции  $\overset{k}{\times}_{\rightarrow}$  генерируется условия

$$g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11, g_4 = 16 \Rightarrow \sigma^4 = 7 - 10 + 15 - 4 + 6 = 14 \rightarrow \gamma,$$

$$g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12, g_4 = 13 \Rightarrow \sigma^4 = 7 - 11 + 16 - 1 + 7 = 14 \rightarrow \gamma,$$

$$g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9, g_4 = 14 \Rightarrow \sigma^4 = 7 - 12 + 13 - 2 + 8 = 14 \rightarrow \gamma,$$

$$g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10, g_4 = 15 \Rightarrow \sigma^4 = 7 - 9 + 14 - 3 + 5 = 14 \rightarrow \gamma.$$

В обоих случаях мы получили одну матрицу функциональных отношений

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из проведенного анализа следует, что кохомологические функции данного порядка имеют свойство отображать через свойства анализируемых подмножеств объектного множества структуру элементов этого множества.

Это свойство, с первичной точки зрения, кажется принципиально новым. Однако оно привычно и естественно для естествознания. Физики, химики, биологи, философы, психологи изучают разными средствами свойства и проявления объектов Реальности. По наличию и специфике «внешних» проявлений объектов и изделий все мы, так или иначе, делаем выводы о структуре этих объектов. Поэтому кохомологические функции не выходят за рамки математического инструмента, дополняющего действия приборов и методик, которые принято называть экспериментами. По этой причине следует искать новые средства и алгоритмы математического исследования объектов.

Очередная стадия анализа базируется на функции

$$f(g, h, p, s) = [4](g + h + p + s) = g + h + p + s + g + h + p + s + g + h + p + s + g + h + p + s.$$

Из свойств объектного множества  $M^{16}$  следует, что все такие суммы, а также их разности и суммы дают одно значение, равное нулю структурной суммы, обозначенной номером 16. По этой причине анализ значений искомым функций становится простым.

Получим соответствия

$$\begin{array}{l} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 \cdot 16 & = & 2 & \rightarrow \beta \\ \hline 2 \cdot 16 & = & 3 & \rightarrow \gamma \\ \hline 3 \cdot 16 & = & 4 & \rightarrow \delta \\ \hline 4 \cdot 16 & = & 1 & \rightarrow \alpha \\ \hline \end{array} & \begin{array}{l} \xrightarrow{k} \\ \times \\ \leftarrow \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 \cdot 16 & = & 12 & \rightarrow \beta \\ \hline 2 \cdot 16 & = & 11 & \rightarrow \alpha \\ \hline 3 \cdot 16 & = & 10 & \rightarrow \delta \\ \hline 4 \cdot 16 & = & 9 & \rightarrow \gamma \\ \hline \end{array} & \begin{array}{l} \xrightarrow{k} \\ \times \\ \rightarrow \end{array} \end{array}.$$

В соответствии с этими значениями имеем матрицы функциональных отношений

$$\begin{array}{l} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{l} \xrightarrow{k} \\ \times \\ \leftarrow \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{l} \xrightarrow{k} \\ \times \\ \rightarrow \end{array} \end{array}.$$

Неожиданная черта и специфика объектного множества состоит в том, что вычисляемые значения кохомологических функций не изменятся, если *все минусы изменить на плюсы*.

Это свойство привлекательно с физической точки зрения. В первую очередь отметим различие тензоров гравитационного и электромагнитного поля. Их принципиальное различие в том, что дифференциалы потенциалов в первом случае объединены плюсами, а во втором случае они объединены минусами. Понятно, что в этом случае будут разными физические свойства таких явлений. Но оба явления они едины на дифференциальных уравнениях третьего порядка, что косвенно «нивелирует» различие плюсов и минусов.

На примере анализа подмножеств объектного множества кохомологическими функциями с плюсами и минусами в их структуре мы получаем наивный инструмент анализа структуры элементов этого множества.

С функциональной точки зрения этот факт означает, что анализ структуры элементов объектного множества можно выполнять на основе кохомологических уравнений, которые содержат только плюсы.

«Обновленная» система уравнений имеет такой вид:

$$\begin{aligned}\theta_1 &= gf(g) + f(g), \\ \theta_2 &= g_1f(g_2) + f(g_1g_2) + f(g_1), \\ \theta_3 &= g_1f(g_2, g_3) + f(g_1g_2, g_3) + f(g_1, g_2g_3) + f(g_1, g_2), \\ \theta_4 &= g_1f(g_2, g_3, g_4) + f(g_1g_2, g_3, g_4) + f(g_1, g_2g_3, g_4) + f(g_1, g_2, g_3g_4) + f(g_1, g_2, g_3), \dots\end{aligned}$$

Она принципиально отличается от исходной, базовой системы уравнений, формально «протестуя» против применения знаков «минус» в своей структуре. Однако эта система не исключает применения функций, генерирующих слагаемые уравнений с разными знаками.

Обратим внимание на «подсказку» о возможностях анализа различных объединений подмножеств объектного множества, инициируемых структурой их функциональных отношений. Рассмотрим три таблицы отношений

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

«Подсказка» по первой матрице состоит в том, что можно рассматривать каждое подмножество по отдельности, исследуя их свойства независимо от других подмножеств. По структуре второй матрицы инициируется идея объединения первого и третьего подмножеств, дополняя этот синтез объединением второго и четвертого подмножеств. Третья матрица имеет структуру, следуя которой важно рассматривать все подмножества как одно целое, но с управлением ими согласно специфике второго подмножества. Следовательно, кохомологический, функциональный анализ указывает возможность и необходимость решения спектра новых задач.

Проанализируем возможности теории объектного множества, основанные на указанной возможности объединения подмножеств, относящихся к различным конформациям.

Объединения элементов согласно структуре первой конформации таково:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline A & \rightarrow & 1 & 6 & 11 & 16 & 3 & 8 & 9 & 14 \\ \hline H & \rightarrow & 2 & 7 & 12 & 13 & 4 & 5 & 10 & 15 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

На операциях объектного множества получим таблицы произведений и суммирований:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \overset{st}{+} & H & A \\ \hline H & H & H \\ \hline A & H & A \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \times & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \overset{k}{\times}, \overset{k}{\times} & H & A \\ \hline \leftarrow & H & H \\ \hline \rightarrow & A & A \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}.$$

Они имеют *формальную аналогию* с конечным полем из двух элементов, подчиненных стандартной операции произведения чисел и операции суммирования по модулю числа 2. Но разница в том, что аналогия получена при взаимной замене операций. Произведения здесь дают тот результат, который для подмножеств получается на операции структурной суммы. Структурное суммирование «переходит» в матричное произведение. Кроме этого, система элементов объектного множества никак не изменена, ее структура «скрыта» обозначениями в форме натуральных чисел. Более того, мы имеем аналогию некоммутативного, частично неассоциативного множества без подчинения дистрибутивности с коммутативным, ассоциативным множеством чисел.

Проанализирует иную конформацию, аналогичным образом объединив подмножества. Имеем, например, числовые представления столбцов в таблице расположения элементов объектного множества:

$$\begin{array}{c|cccccccc} A & \rightarrow & 1 & 5 & 9 & 13 & 3 & 7 & 11 & 15 \\ \hline H & \rightarrow & 2 & 6 & 10 & 14 & 4 & 8 & 12 & 16 \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Таблицы произведений и суммирований имеют новую структуру:

$$\begin{array}{c|cc} \textit{st} & H & A \\ \hline + & H & A \\ H & H & A \\ A & A & H \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}, \begin{array}{c|cc} \textit{k k} & H & A \\ \hline \times, \times & H & A \\ \rightarrow \leftarrow & H & A \\ A & H & A \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|cc} * & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}.$$

В этой ситуации операция структурного суммирования «идентична» операции суммирования чисел в модели конечного множества, состоящего из двух элементов. Операции комбинаторного произведения генерируют новую, необычную операцию произведения. Она кажется неестественной, если не принять во внимание, что обозначения подмножеств числами могут, но не должны быть подчинены, свойствам натуральных чисел. Тем не менее, мы получили новую модель отношений в конечном множестве, индуцированную элементами и операциями объектного множества.

Пара подмножеств с элементами конформации вида

$$\begin{array}{c|cccccccc} A & \rightarrow & 1 & 8 & 11 & 14 & 3 & 6 & 9 & 16 \\ \hline H & \rightarrow & 2 & 5 & 12 & 15 & 4 & 7 & 10 & 13 \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

генерирует таблицы

$$\begin{array}{c|cc} \textit{st} & H & A \\ \hline + & H & A \\ H & A & H \\ A & H & A \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|cc} * & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}, \begin{array}{c|cc} \textit{k k} & H & A \\ \hline \times, \times & H & A \\ \rightarrow \leftarrow & H & A \\ A & A & H \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}.$$

Мы получили аналог предыдущей ситуации с другой связью между операциями в объектном и числовом множествах.

Заметим, что «непривычность» таблицы произведений для числового множества не исключает и не запрещает реализации указанных связей в Реальности. В данном случае «препятствия» для её применения на практике могут быть чисто субъективными.

Еще одна конформация позволяет сгруппировать элементы в подмножества



$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline A & \rightarrow & 2 & 8 & 10 & 16 & 4 & 6 & 12 & 14 \\ \hline H & \rightarrow & 1 & 7 & 9 & 15 & 3 & 5 & 11 & 13 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Операции сумм и произведений генерируют таблицы:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline^{st} & & \\ \hline + & H & A \\ \hline H & A & H \\ \hline A & H & A \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline^{k \ k} & & \\ \hline \times, \times & H & A \\ \rightarrow \leftarrow & H & A \\ \hline A & A & H \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}.$$

Заметим, что подмножества объектного множества «настаивают» на том, что новая операция произведения более «естественна» для них, чем стандартная операция произведения чисел.

Более того, есть и другие объединения элементов в подмножества, для которых такая ситуация естественна. В частности, аналогичные свойства предьявляет пара подмножеств

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline A & \rightarrow & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 16 \\ \hline H & \rightarrow & 1 & 3 & 5 & 7 & 10 & 12 & 14 & 16 \\ \hline \end{array}.$$

Из этой системы элементов следуют законы

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline^{st} & & \\ \hline + & H & A \\ \hline H & A & H \\ \hline A & H & A \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline^{k \ k} & & \\ \hline \times, \times & H & A \\ \rightarrow \leftarrow & H & A \\ \hline A & A & H \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}.$$

Из интуитивных соображений следует, что с увеличением размерности объектных множеств, с применением элементов в форме матриц, которые имеют более высокую размерность и более сложную структуру, следуют новые законы отношений между подмножествами. По этой причине будут получены новые законы для конечных числовых множеств.

Обратим внимание на возможность обобщения условий когомологического действия на элементы объектного множества. Обусловлена она тем, что применяемые уравнения типа

$$\sigma_3 = g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2)$$

можно рассматривать в качестве альтернированной «выборки» элементов из системы других функциональных выражений. Например, это уравнение есть «столбец» из 4 уравнений:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= g_1 f(g_2, g_3) + g_2 f(g_3, g_1) + g_3 f(g_1, g_2), \\ \theta_2 &= f(g_1 g_2, g_3) + f(g_2 g_3, g_1) + f(g_3 g_1, g_2), \\ \theta_3 &= f(g_1, g_2 g_3) + f(g_2, g_3 g_1) + f(g_3, g_1 g_2), \\ \theta_4 &= f(g_1, g_2) + f(g_1, g_2) + f(g_1, g_2). \end{aligned}$$

## Дополнительность функциональных и кохомологических условий равновесия

Выполним анализ функциональных условий равновесия на основе алгоритма, который показал свою полезность при анализе действий кохомологических уравнений в объектном множестве. Анализ подмножеств проведем с применением вида функций в форме многократного суммирования аргументов вида  $f(g, h) = [n](g + h)$ . Проиллюстрируем возможности новых функций на подмножествах объектного множества

$$\alpha = [1 \ 6 \ 11 \ 16], \beta = [2 \ 7 \ 12 \ 13], \gamma = [3 \ 8 \ 9 \ 14], \delta = [4 \ 5 \ 10 \ 15].$$

Из предварительного анализа следует, что при действии новых функций происходит трансформация подмножеств друг в друга. Для выяснения связей достаточно анализировать только начальные тройки элементов. Установленное свойство упрощает анализ.

На функции

$$\theta_1 = g_1 f(g_2, g_3) + g_2 f(g_3, g_1) + g_3 f(g_1, g_2)$$

На функции  $f(g, h) = g + h$  получим такие результаты:

$$\begin{aligned} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11 &\rightarrow \theta_1 = 13 + 7 + 13 = 5 \Rightarrow \alpha \rightarrow \delta, \\ g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12 &\rightarrow \theta_1 = 16 + 6 + 16 = 6 \Rightarrow \beta \rightarrow \alpha, \\ g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9 &\rightarrow \theta_1 = 15 + 5 + 7 = 7 \Rightarrow \gamma \rightarrow \beta, \\ g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10 &\rightarrow \theta_1 = 14 + 8 + 14 = 8 \Rightarrow \delta \rightarrow \gamma \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Функция  $f(g, h) = [2](g + h)$  генерирует новые связи:

$$\begin{aligned} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11 &\rightarrow \theta_1 = 12 + 7 + 2 = 5 \Rightarrow \alpha \rightarrow \delta, \\ g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12 &\rightarrow \theta_1 = 9 + 8 + 3 = 8 \Rightarrow \beta \rightarrow \gamma, \\ g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9 &\rightarrow \theta_1 = 10 + 5 + 4 = 7 \Rightarrow \gamma \rightarrow \beta, \\ g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10 &\rightarrow \theta_1 = 11 + 6 + 1 = 6 \Rightarrow \delta \rightarrow \alpha \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На функции  $f(g, h) = [3](g + h)$  меняется качество матрицы отношений:

$$\begin{aligned} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11 &\rightarrow \theta_1 = 7 + 13 + 7 = 15 \Rightarrow \alpha \rightarrow \delta, \\ g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12 &\rightarrow \theta_1 = 7 + 13 + 7 = 15 \Rightarrow \beta \rightarrow \delta, \\ g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9 &\rightarrow \theta_1 = 7 + 13 + 7 = 15 \Rightarrow \gamma \rightarrow \delta, \\ g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10 &\rightarrow \theta_1 = 7 + 13 + 7 = 15 \Rightarrow \delta \rightarrow \delta \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поскольку  $f(g, h) = [4](g + h) = 16$ , получим условия

$$\begin{aligned} 1 \cdot 16 &= 2 \quad \alpha \rightarrow \beta \\ 2 \cdot 16 &= 3 \quad \beta \rightarrow \gamma \\ 3 \cdot 16 &= 4 \quad \gamma \rightarrow \delta \\ 4 \cdot 16 &= 1 \quad \delta \rightarrow \alpha \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применим полученные матрицы, которые являются элементами объектного множества, для формирования подмножества этого множества с целью анализа его свойств при действии операций объектного множества.

Подмножество, индуцированное условием функционального равновесия, имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2)                      (4)                      (12)                      (16)

Взаимные произведения этих элементов генерируют подмножество из 4 элементов

$$A = \boxed{1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad 11 \quad 13 \quad 15}, A \Rightarrow 1.$$

Операция структурного суммирования объединяет элементы с четными номерами

$$H = \boxed{2 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10 \quad 12 \quad 14 \quad 16}, H \Rightarrow 0.$$

Под действием операций объектного множества данные подмножества генерируют таблицы, которые продублированы согласно «интерпретации» подмножеств натуральными числами:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{st} & & \\ \hline + & H & A \\ \hline H & H & A \\ \hline A & A & H \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \begin{array}{c} k \quad k \\ \times \times \\ \leftarrow \rightarrow \end{array} & H & A \\ \hline H & A & H \\ \hline A & H & A \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Следовательно, оба вида функциональных влияний на объектное множество, которые частично проанализированы, «близки» друг к другу при сравнении свойств, которые они проявляют.

Выполним анализ влияния на объектное множество функционального условия

$$\theta_2 = f(g_1 g_2, g_3) + f(g_2 g_3, g_1) f(g_3 g_1, g_2).$$

Проанализируем связи подмножеств

$$\alpha = [1 \quad 6 \quad 11 \quad 16], \beta = [2 \quad 7 \quad 12 \quad 13], \gamma = [3 \quad 8 \quad 9 \quad 14], \delta = [4 \quad 5 \quad 10 \quad 15].$$

Применим стандартный алгоритм. На функции  $f(g, h) = g + h$  получим такие результаты:

$$\begin{array}{l} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11 \rightarrow \theta_2 = 7 + 13 + 13 = 5 \Rightarrow \alpha \rightarrow \delta, \\ g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12 \rightarrow \theta_2 = 8 + 14 + 14 = 8 \Rightarrow \beta \rightarrow \gamma, \\ g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9 \rightarrow \theta_2 = 5 + 15 + 15 = 7 \Rightarrow \gamma \rightarrow \beta, \\ g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10 \rightarrow \theta_2 = 6 + 16 + 16 = 6 \Rightarrow \delta \rightarrow \alpha \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Функция  $f(g, h) = [2](g + h)$  генерирует новые связи:

$$\begin{aligned} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11 &\rightarrow \theta_2 = 14 + 14 + 14 = 14 \Rightarrow \alpha \rightarrow \delta\gamma, \\ g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12 &\rightarrow \theta_2 = 16 + 16 + 16 = 16 \Rightarrow \beta \rightarrow \alpha, \\ g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9 &\rightarrow \theta_2 = 14 + 14 + 14 = 14 \Rightarrow \gamma \rightarrow \gamma, \\ g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10 &\rightarrow \theta_2 = 16 + 16 + 16 = 16 \Rightarrow \delta \rightarrow \alpha \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На функции  $f(g, h) = [3](g + h)$  меняется качество матрицы отношений:

$$\begin{aligned} g_1 = 1, g_2 = 6, g_3 = 11 &\rightarrow \theta_2 = 5 + 15 + 15 = 7 \Rightarrow \alpha \rightarrow \beta, \\ g_1 = 2, g_2 = 7, g_3 = 12 &\rightarrow \theta_2 = 8 + 14 + 14 = 8 \Rightarrow \beta \rightarrow \gamma, \\ g_1 = 3, g_2 = 8, g_3 = 9 &\rightarrow \theta_2 = 7 + 13 + 13 = 5 \Rightarrow \gamma \rightarrow \delta, \\ g_1 = 4, g_2 = 5, g_3 = 10 &\rightarrow \theta_2 = 6 + 16 + 16 = 6 \Rightarrow \delta \rightarrow \alpha \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку  $f(g, h) = [4](g + h) = 16$ , получим условия

$$\begin{aligned} 1, 6, 11 &\Rightarrow 16 \quad \alpha \rightarrow \alpha \\ 2, 7, 12 &\Rightarrow 16 \quad \beta \rightarrow \alpha \\ 3, 8, 9 &\Rightarrow 16 \quad \gamma \rightarrow \alpha \\ 4, 5, 10 &\Rightarrow 16 \quad \delta \rightarrow \alpha \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Связи подмножеств объектного множества задаются его элементами

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(2)                      (7)                      (12)                      (13)

Подмножество  $a = [2 \ 7 \ 12 \ 13]$  инвариантно относительно действий комбинаторных операций. Суммирование элементов генерирует 3 подмножества

$$\begin{aligned} a + a &= [3 \ 8 \ 9 \ 14], \\ a + a + a &= [4 \ 5 \ 10 \ 15], \\ a + a + a + a &= [1 \ 6 \ 11 \ 16]. \end{aligned}$$

Следовательно, функциональное условие действует так, что оно по системе связей для подмножеств объектного множества операционно генерирует все объектное множество.

Функциональное условие

$$\theta_3 = f(g_1, g_2 g_3) + f(g_2, g_3 g_1) + f(g_3, g_1 g_2)$$

в рамках принятого алгоритма действует аналогично  $\theta_2$ .

Проанализируем функциональное условие

$$\theta_4 = f(g_1, g_2) + f(g_2, g_3) f(g_3, g_1).$$

Условие  $f(g, h) = g + h$  генерирует связи подмножеств

$$\begin{array}{l} 1,6,11 \rightarrow 16, \alpha \rightarrow \alpha, \\ 2,7,12 \rightarrow 14, \beta \rightarrow \gamma, \\ 3,8,9 \rightarrow 16, \gamma \rightarrow \alpha, \\ 4,5,10 \rightarrow 14, \delta \rightarrow \gamma, \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Условие  $f(g, h) = [2](g + h)$  генерирует связи подмножеств

$$\begin{array}{l} 1,6,11 \rightarrow 16, \alpha \rightarrow \alpha, \\ 2,7,12 \rightarrow 16, \beta \rightarrow \alpha, \\ 3,8,9 \rightarrow 16, \gamma \rightarrow \alpha, \\ 4,5,10 \rightarrow 16, \delta \rightarrow \alpha, \end{array} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Введем новые обобщения и соответствия между подмножествами и натуральными числами:

$A$	$=$	$[4]a$	$\rightarrow$	$[8,16]$	$\Rightarrow$	$0$
$B$	$=$	$[3]a$	$\rightarrow$	$[7,15]$	$\Rightarrow$	$1$
$C$	$=$	$[2]a$	$\rightarrow$	$[6,14]$	$\Rightarrow$	$2$
$D$	$=$	$a$	$\rightarrow$	$[5,13]$	$\Rightarrow$	$3$

На операциях объектного множества получим таблицы произведений и сумм

$\begin{matrix} k & k \\ \times & \times \\ \leftarrow & \rightarrow \end{matrix}$	$A$	$B$	$C$	$D$	
$A$	$D$	$A$	$B$	$C$	
$B$	$C$	$D$	$A$	$B$	,
$C$	$B$	$C$	$D$	$A$	
$D$	$A$	$B$	$C$	$D$	

$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	$A$	$B$	$C$	$D$	
$A$	$A$	$B$	$C$	$D$	
$B$	$B$	$C$	$D$	$A$	.
$C$	$C$	$D$	$A$	$B$	
$D$	$D$	$A$	$B$	$C$	

Более наглядно она выглядит в представлении натуральными числами в соответствии с принятыми обозначениями:

$*$	0	1	2	3	
0	3	0	1	2	
1	2	3	0	1	,
2	1	2	3	0	
3	0	1	2	3	

$+$	0	1	2	3	
0	0	1	2	3	
1	1	2	3	0	.
2	2	3	0	1	
3	3	0	1	2	

## Матричная операция в объектном множестве

Пара комбинаторных операций произведения и операция структурного суммирования предъявляют исследователю примеры неассоциативных, некоммутативных множеств при нарушении условия дистрибутивности. Для этих множеств желательно сформулировать новое название, которое отображало бы многогранность и необычность их свойств. Принимая аналогию с названиями типа «поле», «тело», «кольцо», имеющими визуальную материализацию, назовем новые множества термином «сад». Конформации в этом саду становятся аналогами плодовых деревьев.

Однако объектные множества сохраняют себя на ассоциативной операции матричного произведения, утверждая свойства, которые дополнительны свойствам садов. Естественно проанализировать, как проявляется и в чем состоит эта дополнительность.

Таблица матричных произведений объектного множества  $M^{16}$  такова:

$\begin{matrix} m \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	2	3	4	1	7	8	5	6	12	9	10	11	13	14	15	16
3	3	4	1	2	5	6	7	8	11	12	9	10	13	14	15	16
4	4	1	2	3	7	8	5	6	10	11	12	9	13	14	15	16
5	5	6	7	8	13	14	15	16	5	6	7	8	13	14	15	16
6	6	7	8	5	15	16	13	14	8	5	6	7	13	14	15	16
7	7	8	5	6	13	14	15	16	7	8	5	6	13	14	15	16
8	8	5	6	7	15	16	13	14	6	7	8	5	13	14	15	16
9	9	10	11	12	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16
10	10	11	12	9	7	8	5	6	4	1	2	3	13	14	15	16
11	11	12	9	10	5	6	7	8	3	4	1	2	13	14	15	16
12	12	9	10	11	7	8	5	6	2	3	4	1	13	14	15	16
13	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16
14	14	15	16	13	15	16	12	14	16	13	14	15	13	14	15	16
15	15	16	13	14	13	14	15	16	15	16	13	14	13	14	15	16
16	16	13	14	15	15	16	13	14	14	15	16	13	13	14	15	16

Проверим, прежде всего, трансформацию подмножеств объектного множества при действии в нем уравнений кохомологического типа. Рассмотрим, например, уравнение

$$\sigma_3 = g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2)$$

на подмножестве  $[1 \ 6 \ 11 \ 16]$ . Возьмем последовательно тройки его элементов. Получим

$$\begin{aligned} \sigma_3(1, 6, 11) &= 1(6+11) - (1 \cdot 6 + 11) + (1+6 \cdot 11) - (1+6) = 1 - 1 + 11 - 11 = 16, \\ \sigma_3(6, 11, 16) &= 6(11+16) - (6 \cdot 11 + 16) + (6+11 \cdot 16) - (6+11) = 6 - 6 + 6 - 1 = 1, \\ \sigma_3(11, 16, 1) &= 11(16+1) - (11 \cdot 16 + 1) + (11+16 \cdot 1) - (11+16) = 11 - 1 + 11 - 11 = 16, \\ \sigma_3(16, 1, 6) &= 16(1+6) - (16 \cdot 1 + 6) + (16+1 \cdot 6) - (16+1) = 16 - 6 + 6 - 1 = 1. \end{aligned}$$

Действительно, матричная операция, аналогично паре комбинаторных операций, при ограничении спектра ее применения уравнением кохомологического типа трансформирует конформационные подмножества друг в друга.

Это свойство позволяет упростить решение задачи о трансформации одной системы подмножеств объектного множества в другую систему в форме перестановки порядка расположения подмножеств.

Подмножества объектного множества обозначим греческими буквами

$$\alpha = \boxed{1 \mid 6 \mid 11 \mid 16}, \beta = \boxed{2 \mid 7 \mid 12 \mid 13}, \gamma = \boxed{3 \mid 8 \mid 9 \mid 14}, \delta = \boxed{4 \mid 5 \mid 10 \mid 15}.$$

На примере указанного уравнения кохомологического типа с применением функции в форме одинарной суммы аргументов  $f(g, h) = g + h$  получим связи для подмножеств вида

$$\begin{aligned} \sigma_3(1, 6, 11) &= 1 - 1 + 11 - 11 = 16 \leftrightarrow \alpha \rightarrow \alpha, \\ \sigma_3(2, 7, 12) &= 4 - 1 + 12 - 9 = 14 \leftrightarrow \beta \rightarrow \gamma, \\ \sigma_3(3, 8, 9) &= 3 - 1 + 9 - 11 = 16 \leftrightarrow \gamma \rightarrow \alpha, \\ \sigma_3(4, 5, 10) &= 2 - 1 + 10 - 9 = 14 \leftrightarrow \delta \rightarrow \gamma, \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, матричная операция реализует алгоритм перестановки подмножеств, если перестановку выполнить на основе уравнений кохомологического типа.

Матричная операция позволяет по-новому представить структуру объектного множества. В анализируемом нами случае каждая из 4 конформаций занимает одну строку в таблице расположения элементов объектного множества. Будем рассматривать подмножество в форме строки как единый элемент.

Поставим им в соответствие новые номера на основе натуральных чисел:

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4] \rightarrow 1, [5 \ 6 \ 7 \ 8] \rightarrow 2, [9 \ 10 \ 11 \ 12] \rightarrow 3, [13 \ 14 \ 15 \ 16] \rightarrow 0.$$

Мы имеем формальную аналогию координат трехмерного пространства и времени.

Таблицы структурного суммирования и матричного произведения таковы:

$+$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

$\times$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

Мы получили таблицу сумм и произведений натуральных чисел по модулю числа 4, равного размерности матриц объектного множества. Это поле, так как структурное суммирование подмножеств имеет свойство дистрибутивности, а применяемые операции ассоциативны.

В данном объектном множестве глубина модуля задается числом 8, а число Крулля равно 4, так как оно имеет максимальный идеал и максимальный простой идеал вида

$$\boxed{5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 13 \mid 14 \mid 15 \mid 16}, \quad \boxed{13 \mid 14 \mid 15 \mid 16}.$$

## Связи теории объектных множеств с фундаментальными уравнениями физики

По-новому проанализируем таблицу структурного суммирования и матричного произведения в объектном множестве  $M^{16}$ .

Подмножествам элементов объектного множества с номерами элементов поставим в соответствие единые номера на основе натуральных чисел:

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4] \rightarrow 1, [5 \ 6 \ 7 \ 8] \rightarrow 2, [9 \ 10 \ 11 \ 12] \rightarrow 3, [13 \ 14 \ 15 \ 16] \rightarrow 0.$$

В этом числовом представлении подмножеств таблицы структурного суммирования и матричного произведения приобретают вид

$st$				
+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

$m$				
$\times$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

Поставим в соответствие этим таблицам систему матриц, которые ассоциированы с ними.

Из расположения элементов в таблице имеем 4 матрицы

$$0 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из соответствий номеров подмножеств в каждой строке таблицы получим связи вида

$$0 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, 1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, 2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, 3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

В матричной форме эти связи выглядят так:

$$0 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эти 8 матриц идентичны составу и структуре элементов объектного множества, которые в нем обозначены номерами

$$\begin{bmatrix} 9 & 10 & 11 & 12 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Объединим элементы этого множества в факторгруппу на матричном произведении.



Этот прием позволяет выделить из множества нормальную подгруппу

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow H$$

(1)                      (10)                      (3)                      (12)

и смежный класс

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A.$$

(9)                      (2)                      (11)                      (4)

Связи этих матриц с фундаментальными уравнениями физики очевидны при записи уравнений электродинамики, гравитации, механики идеальной и вязкой жидкости, уравнений Шрёдингера и Дирака, уравнений диффузии и теплопроводности в матричной форме. Все указанные уравнения базируются на элементах указанной нормальной подгруппы при прямом ее применении и при ее модификации группой знаков.

Соединение этой нормальной подгруппы с группой знаков достаточно для линейного представления любого элемента матричной алгебры с размерностью матриц, равной 4. По этой причине любая теория, если она записана в матричном виде, базируется на указанных матрицах.

Анализируемая пара конформаций объектного множества имеет связь с теорией конечных полей. Покажем это, сравнивая на начальном этапе таблицу матричных произведений нормальной подгруппы и смежного класса с таблицей суммы чисел 0,1 по модулю числа 2. Получим соответствие

$m$		
$\times$	$H$	$A$
$H$	$H$	$A$
$A$	$A$	$H$

 $\leftrightarrow$ 

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Для продолжения аналогии применим к матрицам двойную операцию структурного суммирования. В этом случае есть две возможности. В двойной сумме можно дважды суммировать первый элемент, дополняя сумму вторым элементом. Можно, наоборот, первый элемент суммировать со вторым элементом, который повторяется два раза.

Проиллюстрируем эту пару двойных операций:

$$a \hat{+} b = a + a + b, a \cup b = a + b + b.$$

Анализ показал, что такие операции действительно обеспечивают условие сохранения элементов и структуры анализируемой нормальной подгруппы и смежного класса.

По этой причине генерируются новые таблицы суммирования и аналоги таблиц произведений для чисел 0,1.

Эти таблицы таковы:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \hat{+} & H & A \\ \hline H & A & H \\ \hline A & A & H \\ \hline \end{array} \leftrightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \otimes & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \hat{+} & H & A \\ \hline H & A & A \\ \hline A & H & H \\ \hline \end{array} \leftrightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \otimes & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}.$$

Они не имеют аналогов в модели натуральных чисел. По этой причине, с классической точки зрения, они некорректны. Но они реальны в модели двойного суммирования элементов подмножеств.

Следовательно, двойные произведения элементов объектного множества выходят за границы операционных свойств числовых множеств с дополнительной структурой коррекции результатов по модулю некоторого числа. Так может быть по той причине, что суммирование и произведения принципиально различны с «физической» точки зрения, что нужно корректно учитывать в расчетных алгоритмах.

Выполним аналогичное двойное суммирование чисел 0,1 по модулю числа 2. Получим

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \hat{+} & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \hat{+} & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Эти таблицы не имеют аналога с предыдущими таблицами, они верны на условии двойного суммирования по модулю числа 2.

Ситуация принципиально меняется, если в предыдущем расчете его результат по паре элементов дополняется аддитивным слагаемым в форме числа 1. Тогда

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \hat{+} & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \times & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \hat{+} & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \times & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}.$$

Выполним аналогичный анализ на примере таблицы матричного произведения подмножеств

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline m & & & & \\ \hline \times & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ \hline 3 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Эта таблица предъявляет новый спектр матриц, косвенно индуцируя новый класс фундаментальных теорий, смысл и значение которых в настоящее время не ясен.

Имеем 4 таблицы под своими номерами в структуре объектного множества:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(1)                      (6)                      (11)                      (16)

Специфика этого подмножества в том, что оно инвариантно относительно операции структурного суммирования.

Физика во всех своих моделях и проявлениях анализирует объекты, которые имеют структуру. Эта структура проявляется посредством различных взаимодействий, регистрируемых приборами. Покажем, что теория объектных множеств имеет аналогию с указанным экспериментальным приемом в физике. Действительно, в этой теории есть таблица произведения элементов объектного множества, которую можно интерпретировать в качестве средства, иллюстрирующего «взаимодействия» объектов. Из таблицы достаточно просто можно получить информацию о структуре этих объектов.

Укажем эту возможность на примере матричного произведения. Изменим форму таблицы, например, на тройке подмножеств. Представим произведения в виде

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}^m \times \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array},$$

5	6	7	8												
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1						
2	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1		
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	
4	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	
5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}^m \times \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array},$$

1	2	3	4												
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1						
2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1				
3	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1		
4	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0		
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}^m \times \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 13 & 14 & 15 & 16 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, \dots$$

13	14	15	16												
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1						
2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1					
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1					
4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1					
13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16

Элемент в левом столбце умножается на элемент в верхней строке и по ненулевым значениям в матрице мы получаем итог по элементу нижней строки. Так получается таблица с явным «рисунком» матриц объектного множества.

## Спектр операционных свойств подмножеств объектного множества

В объектном множестве  $M^{16}$  его подмножества генерируют спектр операционных свойств. Проиллюстрируем этот факт примерами. Обозначим подмножества буквами и натуральными числами. Имеем, например, подмножества с одинаковыми таблицами сумм и правого комбинаторного произведения:

$$\begin{aligned}
 H &= \boxed{1 \ 6 \ 11 \ 16 \ 3 \ 8 \ 9 \ 14} \rightarrow 0, A = \boxed{2 \ 7 \ 12 \ 13 \ 4 \ 5 \ 10 \ 15} \rightarrow 1, \\
 H &= \boxed{1 \ 7 \ 9 \ 15 \ 2 \ 8 \ 10 \ 16} \rightarrow 0, A = \boxed{3 \ 5 \ 11 \ 13 \ 4 \ 6 \ 12 \ 14} \rightarrow 1, \\
 H &= \boxed{1 \ 3 \ 6 \ 8 \ 9 \ 11 \ 14 \ 16} \rightarrow 0, A = \boxed{2 \ 4 \ 5 \ 7 \ 10 \ 12 \ 13 \ 15} \rightarrow 1,
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline st & & \\ \hline + & H & A \\ \hline H & H & A \\ \hline A & A & H \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline k & & \\ \hline \times & H & A \\ \rightarrow & & \\ \hline H & A & H \\ \hline A & H & A \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \otimes & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Операция суммирования соответствует суммированию чисел по модулю числа 2. Операция правого комбинаторного произведения не соответствует произведению чисел по модулю числа 2. Она обеспечивается функциональной связью  $\xi \otimes \eta = (\xi + \eta + (-1)^\xi)_{\text{mod } 2}$ .

Укажем вариант объединения элементов в подмножества, при котором операция структурного суммирования и правого комбинаторного произведения характеризуются единой таблицей:

$$H = \boxed{5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16} \rightarrow 0, A = \boxed{1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12} \rightarrow 1,$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline st & & \\ \hline + & H & A \\ \hline H & H & A \\ \hline A & A & H \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline K & & \\ \hline \times & H & A \\ \rightarrow & & \\ \hline H & H & A \\ \hline A & A & H \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \otimes & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}.$$

Подмножества

$$(0) \rightarrow \boxed{4 \ 8 \ 12 \ 16}, (1) \rightarrow \boxed{1 \ 5 \ 9 \ 13}, (2) \rightarrow \boxed{2 \ 6 \ 10 \ 14}, (3) \rightarrow \boxed{3 \ 7 \ 11 \ 15}$$

подчинены таблицам

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline st & & & & \\ \hline + & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \rightarrow (\xi + \eta)_{\text{mod } 4}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline k & & & & \\ \hline \times & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \rightarrow & & & & \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \xi \otimes \eta = (\xi + 2 + (-1)^\xi + \eta)_{\text{mod } 4}.$$

Эти и другие свойства обеспечивают многофункциональность объектного множества.

## Функциональное представление таблиц произведения и суммы подмножеств

Примем обозначения подмножеств объектного множества натуральными числами вида

$$1 \rightarrow \boxed{1 \mid 2 \mid 3 \mid 4}, 2 \rightarrow \boxed{5 \mid 6 \mid 7 \mid 8}, 3 \rightarrow \boxed{9 \mid 10 \mid 11 \mid 12}, 0 \rightarrow \boxed{13 \mid 14 \mid 15 \mid 16}.$$

Найдем функциональное представление таблицы матричного произведения и таблицы структурного суммирования

$\overset{m}{\times}$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

$\overset{st}{+}$	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

Обозначим элементы первого столбца таблиц символом  $\xi$ , элементы в верхней строке обозначим буквами с символом один в виде  $a_1$ , а результат произведения или суммы пусть имеет форму  $a_2 \pmod{4}$ . Тогда таблицы можно записать функциональными выражениями

$$\overset{m}{\times} \rightarrow a_2 = \xi \cdot a_1 \pmod{4}, \overset{st}{+} \rightarrow a_2 = \xi + a_1 + 1 \pmod{4}.$$

Таблицы левого и правого комбинаторных операций

$\overset{k}{\times}$ $\leftarrow$	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

$\overset{k}{\times}$ $\rightarrow$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	3	0	1	2
2	2	3	0	1
3	1	2	3	0

имеют иное функциональное представление. Получим формулы

$$\overset{k}{\times}_{\leftarrow} \rightarrow a_2 = \xi - a_1, a_1 + a_2 = \xi \pmod{4}, \overset{k}{\times}_{\rightarrow} \rightarrow a_2 = a_1 - \xi, a_1 - a_2 = \xi \pmod{4}.$$

Следовательно, есть вариант моделирования отношений между объектами в форме некоторой таблицы не на основе матриц или других объектов, а на основании функциональных выражений для числовых множеств. Из общих соображений следует, что этот алгоритм может иметь широкое применение. При этом структура таблиц может быть пригодна для достижения сведений о структуре объектов, которые подчинены введенным функциональным условиям.

Заметим, что примеры иллюстрируют пирамиду операций, в основании которой находится одна ассоциативная операция и две неассоциативные операции, а на вершину поставлена операция структурного суммирования.

## Согласованность объектного множества с динамикой релятивистских процессов

На первый взгляд, кажется, что ни о каком согласовании указанного вида не может быть речи, поскольку и форма и применения двух указанных разделов теории существенно различны. Анализ свидетельствует, что это не так.

Известно, что описание релятивистских процессов в электродинамике базируется на матрицах вида

$$x = k \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}.$$

Так выглядит обобщение группы Лоренца для дифференциалов координат

$$dx' = \frac{dx - udt}{\sqrt{1 - w \frac{u^2}{c^2}}}, dt' = \frac{dt - dx \frac{u}{c^2} w}{\sqrt{1 - w \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Параметрическое различие величин на второй диагонали в этой матрице достаточно для того, чтобы описывать не только итог динамического процесса, но и его стадии. В частности, эти преобразования координат и времени позволяют описывать, например, начальное состояние процесса группой Галилея, а конечную стадию процесса представить группой Лоренца.

Соединение неизоморфных групп генерирует новый объект, который назван сигруппой, потому что он описывает и содержит систему групп. Новым обстоятельством является тот факт, что алгебра динамического процесса подчинена не алгебре Ли, а другой алгебре. В рассматриваемом случае для пары матриц

$$x = k_1 \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ b_1 & 1 \end{pmatrix}, x = k_2 \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}$$

имеем функциональное условие в форме алгебры Йордана:

$$\alpha = (x^2 y)x + x(yx^2) + x(x^2 y) + (yx^2)x = x^2(yx) + (xy)x^2 + x^2(xy) + (yx)x^2 = \beta.$$

Первые пары выражений естественно равны согласно условию ассоциативности матричного произведения. Легко проверить, что также имеют место равенства

$$x(x^2 y) = x^2(xy), \quad (yx^2)x = (yx)x^2.$$

Проиллюстрируем равенство суммами:

$$x(x^2 y) + (yx^2)x = \left( \begin{array}{c|c} 1 + 3a_1 b_2 + 3a_1 b_1 + a_1^2 b_1 b_2 + & 3a_1 + a_2 + 3a_1 a_2 b_1 + a_1^2 b_1 + \\ + 1 + 3a_1 b_1 + 3a_2 b_1 + b_1^2 a_1 a_2 & + 3a_1 + a_2 + 3a_1 a_2 b_1 + a_1^2 b_1 \\ \hline 3b_1 + b_2 + 3a_1 b_1 b_2 + a_1 b_1^2 + & 1 + 3a_1 b_2 + 3a_2 b_1 + a_1 a_2 b_1^2 + \\ + 3b_1 + b_2 + 3a_1 b_1 b_2 + a_1 b_1^2 & + 1 + 3a_1 b_2 + 3a_2 b_1 + a_1^2 b_1 b_2 \end{array} \right) = x^2(xy) + (yx)x^2.$$

Равенства, извлеченные из спектра матричных произведений, позволяют по-новому, с учетом перемены части суммирований на вычитания, рассматривать проанализированный функциональный закон с альтернированной суммой.

Имеет место (с точностью до перемены знаков) равенство

$$a = (x^2 y)x - x(yx^2) + x(x^2 y) - (yx^2)x = x^2(yx) - (xy)x^2 + x^2(xy) - (yx)x^2 = b.$$

Сигруппа Галилея-Лорентца не только подчинена алгебре Йордана, она генерирует новую алгебру.

Поскольку первые и вторые пары в общих функциональных выражениях независимы, мы получаем в одном случае суммы в соответствующих парах, а в другом случае мы имеем разность элементов пар. Так обнаруживается аналогия пары алгебр с алгоритмом описания тензоров гравитационного и электромагнитного полей. Тензоры гравитационного поля соединяют дифференциалы потенциала поля посредством операции суммирования, тензоры электромагнитного поля получаются при аналогичном соединении в форме разности.

Косвенно такая аналогия свидетельствует, что элементы сигруппы Галилея-Лорентца могут применяться *в паре полевых ситуаций* для учета присущих им динамических процессов.

На данной стадии анализа введем понятие *объектного представления симметрий*. Суть его в нахождении множества объектов со своими операциями произведения и суммирования при дополнительно условии, что они подчинены алгебре анализируемой симметрии.

Анализ свидетельствует, что объектное множество  $M^{16}$  есть объектное представление сигруппы Галилея-Лорентца.

Подтвердим это расчетом на основе применения функциональных условий для пары алгебр на разных элементах и разных операциях.

$x$	$y$	$a(+)$	$a(-)$	$b(+)$	$b(-)$	$c(+)$	$c(-)$
1	7	16	16	16	16	16	16
3	14	16	16	16	16	16	16
8	11	16	16	16	16	16	16
13	15	16	16	16	16	16	16

Буквами  $a(-), a(+), b(-), b(+)$  обозначены значения функций с минусами или только с плюсами на левой и правой комбинаторных операциях соответственно. Буквы  $c(-), c(+)$  аналогично применены на матричной операции.

Расчетная ситуация на комбинаторных операциях, с применением плюсов, очевидна в силу функционального условия, верного для пары элементов объектного множества:

$$ab + ba = 14, cd + dc = 14, 14 + 14 = 16.$$

Отмеченная «простота» связи свидетельствует о функциональной надежности закона с плюсами. Этот факт косвенно подтверждает «простоту» и надежность гравитации.

Если функциональный закон содержит минусы, расчет становится несколько более сложным, но он не разрушает условие равенства. На матричной ситуации спектр расчетных значений компонент функций превосходит спектр значений на комбинаторных операциях. Но в данном случае непонятна его содержательность. Скорее всего, матричная операция дает дополнительную информацию о свойствах объектного множества, которая на данном этапе анализа не используется.

## Биалгебра и 3-алгебры Лейбница в объектном множестве

Алгебра Лейбница базируется на модели алгебраической производной:

$$[x_1 [x_2 x_3]] = [[x_1 x_2] x_3] + [x_2 [x_1 x_3]].$$

Ей подчинена любая тройка элементов анализируемого множества  $x_1, x_2, x_3$  при дополнительном законе, устанавливающем вид квадратной скобки. В объектном множестве действует пара комбинаторных операций, операция матричного произведения, а также операции суммирования и вычитания. По этой причине возможны различные алгоритмы задания квадратной скобки. В частности, эта скобка может действовать только на элементы объектного множества.

Если скобка определена на паре операций произведения, алгебра Лейбница называется биалгеброй. Проанализируем именно такую возможность, упростив обозначение комбинаторных операций. Левую комбинаторную операцию произведения зададим стрелкой в левую сторону, правую комбинаторную операцию зададим стрелкой в правую сторону. Введем в рассмотрение квадратную скобку

$$[ab] = a \leftarrow b - b \rightarrow a.$$

Её специфика в том, что на любой паре элементов эта квадратная скобка генерирует одно число под номером 16. Оно соответствует «нулю» объектного множества. По указанной причине выполнение условия Лейбница естественно и тривиально.

Биалгебра Лейбница естественна для объектного множества  $M^{16}$ .

Условия аналогичного вида мы получаем в объектном множестве при задании квадратной скобки в виде

$$[ab] = [2](a \leftarrow b + b \leftarrow a) = 16,$$

$$[ab] = [2](a \rightarrow b + b \rightarrow a) = 16.$$

Результат будет позитивен при задании модуля от указанных скобок на натуральных числах.

В этом случае мы приходим к моделям 3-алгебр Лейбница. Например, есть вариант задания квадратной скобки выражениями

$$[ab] = \xi(a, b) \leftarrow \eta(a, b) - \eta(a, b) \rightarrow \xi(a, b),$$

$$\xi(a, b) = (a \leftarrow b) + (a \overset{m}{\times} b - b \overset{m}{\times} a),$$

$$\eta(a, b) = (b \rightarrow a) + (a \overset{m}{\times} b + b \overset{m}{\times} a).$$

В этом случае оно обращается в элемент под номером 16 на различных элементах. Дополнительные выражения могут рассматриваться в качестве средства для разделения объектного множества на два подмножества, генерирующие одинаковые значения новых, дополнительных функций.

Мы приходим к спектру 3-алгебр Лейбница с дополнительной структурой в форме введенных функций. Поскольку эти функции могут быть самыми различными, объектное множество генерирует спектр анализируемых алгебр.

Представляет интерес задача конструирования новых алгебр, которым подчинены введенные величины, генерируя проблему анализа согласованной пары алгебр.



## Модели объектных производных

Производные и дифференциалы от произведения функций задаются формулами

$$d(f \cdot g) = df \cdot g + f \cdot dg, \quad (f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'.$$

По аналогии с ними названо алгебраической производной выражение

$$[a[bc]] = [[ab]c] + [a[bc]].$$

Анализ свидетельствует, что в объектном множестве можно ввести модели объектных производных согласно формуле

$$\delta(a \cdot b) = \delta a \cdot b + a \cdot \delta b = \theta.$$

Определим на левой комбинаторной операции  $\times_{\leftarrow}^k$  выражение для функции  $\delta$ , зависящее от количества аргументов:  $\delta(\xi)_n = n\xi(\xi + \xi) + (n-1)(\xi + \xi)$ . Следуя искомому варианту закона, получим выражения

$$\begin{aligned} \delta(a \cdot b) &= [2](a \cdot b)(a \cdot b + a \cdot b) + (a \cdot b + a \cdot b), \\ \delta(a) &= a(a + a). \end{aligned}$$

Корректность анализируемого закона проиллюстрируем таблицей:

$a$	$b$	$ab$	$ab + ab$	$\delta(ab)$	$\theta$
7	9	11	6	14	14
4	12	5	14	14	14
1	2	16	16	14	14
10	15	12	8	14	14
6	10	9	6	14	14

Определим на правой комбинаторной операции  $\times_{\leftarrow}^k$  выражение для функции  $\delta$ , зависящее от количества аргументов:  $\delta(\xi)_n = n\xi(\xi + \xi) + (\xi + \xi)$ . Следуя искомому варианту закона, получим выражения

$$\begin{aligned} \delta(a \cdot b) &= [2](a \cdot b)(a \cdot b + a \cdot b) + (a \cdot b + a \cdot b), \\ \delta(a) &= a(a + a) + (a + a). \end{aligned}$$

Корректность анализируемого закона проиллюстрируем таблицей:

$a$	$b$	$ab$	$ab + ab$	$\delta(ab)$	$\theta$
7	9	3	6	14	14
4	12	5	14	14	14
1	2	14	16	14	14
10	15	2	8	14	14
6	10	1	6	14	14

Следовательно, имеет место зависимость объектных операций от вида операций.

## Различия в числовых и объектных решениях алгебраических уравнений

Из общих соображений следует, что алгебраические уравнения могут быть едины по виду, но они принципиально различны по своей сущности, если они заданы в числовом множестве или в объектном множестве. Это так потому, что числа и номера объектов реально различны. Различны также операции, действующие в этих множествах. По этой причине могут и должны быть различия в решениях и в структуре пространства решений.

Проанализируем ситуацию на примере объектного множества  $M^{16}$ . Оно базируется на трех операциях произведения, что предполагает наличие спектра свойств в решении алгебраических уравнений.

Рассмотрим уравнение  $xy = 15 + x + y$ . Числовое множество имеет решение

$$y = \frac{15+x}{x-1}.$$

Здесь все просто с точностью до сингулярности при значении  $x = 1$ .

В объектном множестве  $M^{16}$  ситуация иная. Введем обозначение  $Q(x) = 15 + x$ . В этом случае решения основаны на уравнении  $xy = Q(x) + y$ . Связи между величинами  $x, Q(x)$  подчинены таблице

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$Q(x)$	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15

Из анализа таблиц на правом комбинаторном произведении согласованно с операцией структурного суммирования следует наличие 64 решений. Мы имеем по 16 значений *дискретных величин*  $y$  при разных значениях величин  $x$ , множество которых инвариантно относительно пары комбинаторных операций, согласно уравнениям

$$\begin{aligned}
 &x = 5 \rightarrow 5y = 8 + y, \quad x = 13 \rightarrow 13y = 16 + y, \\
 &x = 7 \rightarrow 7y = 6 + y, \quad x = 15 \rightarrow 15y = 14 + y,
 \end{aligned}
 \quad \boxed{5 \quad 7 \quad 13 \quad 15} \begin{matrix} \xrightarrow{k} \times, \times \\ \xleftarrow{\leftarrow} \end{matrix}$$

На левой комбинаторной операции анализируемое уравнение решений не имеет.

Это же уравнение на матричной операции генерирует 8 решений. Они согласованы между собой согласно связям

$$\begin{aligned}
 &x = 5 \rightarrow y = 5, 6, 7, 8 \rightarrow 1, \\
 &x = 13 \rightarrow y = 13, 14, 15, 16 \rightarrow 0,
 \end{aligned}
 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Проанализируем структуру объектного уравнения в форме аналога алгебры Мальцева

$$xf(x, y, z) = f(x, y, xz), f(x, y, z) = xyz + yzx + zxy.$$

Значения функции Якоби в объектном множестве равны сумме её аргументов. По этой причине задача сводится к анализу уравнения  $x(x + y + z) = x + y + \xi z$ .

При условии  $x = y = z$  это равенство имеет место, если  $\xi = x$ . Это означает, что в «однородных» средах, с физической точки зрения, элементы объектного множества согласованы между собой на алгебре Мальцева. С математической точки зрения так найден еще один аргумент в пользу «жизнеспособности» однородных физических сред.

## Конечная объектная геометрия

Математические структуры, названные конечными геометриями, базируются на объединении в некоторый визуальный образ конечного числа точек и линий, которые их соединяют.

Обычно ни точкам, ни линиям не придается некий физический, химический или биологический смысл. Мы имеем дело с абстрактными объектами, имеющими аналогию с объектами Реальности в их визуальном представлении.

Исторически так сложилось, что математический анализ проводился, и он продолжается в настоящее время, на моделях двух типов.

Аффинная конечная геометрия обыгрывает ситуации, когда при размерности геометрии, заданной числом  $n$ , анализируются изделия, содержащие  $n^2$  точек при условии, что каждая точка соединена с другими точками линиями в количестве  $n+1$ .

Проективная геометрия размерности  $n$  имеет  $n^2+n+1$  точку и  $n^2+n+1$  линию. Каждая линия содержит  $n+1$  точку, каждая точка принадлежит  $n+1$  линии. Известно, что всякое конечное проективное пространство размерности 3 и более изоморфно проективному пространству над конечным полем. При размерности 2 есть неизоморфные пространства.

Математическая ситуация может быть приближена к физической Реальности, если мы сможем заменить точки физическими объектами, а линиям придать содержание и смысл связей (взаимодействий) между этими объектами. Из общих соображений следует, что тогда речь будет идти о *конечной алгебраической геометрии*, структура и свойства которой будут зависеть от свойств анализируемых объектов и свойств их взаимодействий между собой, которые, так или иначе, могут быть заданы системой математических операций.

Заметим, что ожидаемый вариант геометрии, с логической и философской точек зрения, близок по форме и своей сущности к структуре и связям атомов, молекул, ряда технических устройств, а также к объектам, изучаемым в биологии и цитологии.

По этой причине деятельность по созданию основ конечной алгебраической геометрии актуальна и полезна.

Легко видеть, что объектные множества содержат все необходимые составляющие для создания начальных моделей конечных алгебраических геометрий. Мы имеем множество объектов со структурой в форме матриц, их можно рассматривать в качестве точек новой геометрии. Связи между точками, согласно которым пара объектов генерирует третий объект, можно рассматривать в качестве линий, которые соединяют рассматриваемые объекты. В зависимости от того, каковы объекты и каковы операции для них, мы получаем изделия, допускающие геометрическую визуализацию в форме объектов конечной алгебраической геометрии.

Проанализируем некоторые свойства объектного множества, состоящего из 9 объектов, обозначенных натуральными числами, подчиненного операции правого комбинаторного произведения и операции структурного суммирования.

Обратим внимание на свойство объектных множеств генерировать замкнутые циклы, состоящие из разного количества объектов. В объектном множестве из 9 объектов имеем несколько «цепей», которые корректны при «прочтении» в обоих направлениях:

1	4	1	4	1		
1	7	4	4	4	7	1
1	2	8	4	6	9	1
1	5	2	4	3	6	1
1	3	9	4	5	8	1

Алгоритм моделирования прост: пара объектов на комбинаторной операции «порождает» следующий объект, а предыдущий, влияя на него, продолжает «цепь» до начального объекта.

Для проверки результата и удобства анализа запишем таблицы произведения и суммы:

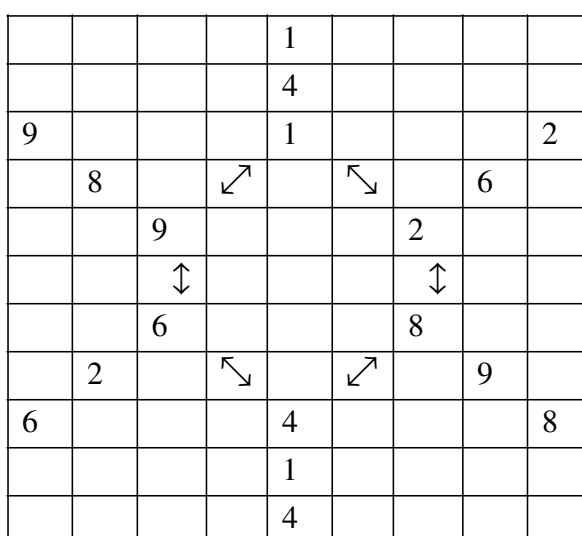
$\begin{matrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7

$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Мы получили математическую модель множества структурных объектов физики, химии, цитологии, если «присоединим» к абстрактным матрицам реальные объекты в соответствии с дополнительными связями номеров объектов с действительными объектами.

Объектное множество имеет свойство дублирования структуры циклических объектов, которое является важным элементом, присущим живым клеткам. Проиллюстрируем его, приняв другой алгоритм взаимодействия между элементами «цепи». Пусть объекты «цепи», будучи соединенным в форме правильного многоугольника, взаимодействуют между собой через центр этого многоугольника. Мы получаем модель «визуального» взаимодействия на начальном этапе жизнедеятельности «цепи». При этом генерируется зеркальный образ первичного объекта. При дальнейшем взаимодействии «близких» объектов получается начальная структура со свойствами первичной структуры.

Проиллюстрируем этот алгоритм рисунком:



Расположив в центре многоугольника дополнительный объект, можно «запустить» новый алгоритм влияния на объекты «цепи», генерируя новые изделия.

Ситуация существенно меняется, когда объекты цепи созданы на операции структурного суммирования. В этом случае «цепь» содержит 8 элементов в порядке, зависящем от начальной пары элементов.

Например, получим «цепи»

1	2	6	8	5	4	3	7	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	3	4	7	5	6	2	8	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

На «визуальном» взаимодействии получим алгоритм регенерации начальной «цепи» с более сложной структурой соединения их между собой. Проиллюстрируем этот алгоритм рисунком:

						5		4						
						1		2						
						1		2						
						9		9						
						1	→	2						
					↗				↘					
8	7	7	9	7						6	9	6	6	3
				↑						↓				
6	3	3	9	3						8	9	8	8	7
					↙				↘					
						4	←	5						
						9		9						
						4		5						
						4		5						
						2		1						

Обратим внимание на тот факт, что таблицы связей подмножеств объектных множеств аналогичны таблицам для конечных полей, что является основанием для утверждения о наличии гомоморфизма между двумя разделами теории. Объектные множества неассоциативны, что препятствует модели изоморфизма.

Проанализируем изменения и связи в системе подмножеств объектного множества  $M^{16}$  при действии на их элементы правого комбинаторного произведения.

Поставим в соответствие частной системе подмножеств натуральные числа:

1	5	9	13	→	0	2	7	12	13	→	0	3	5	11	13	→	0
2	6	10	14	→	1	3	8	9	14	→	1	4	6	12	14	→	1
3	7	11	15	→	2	4	5	10	15	→	2	1	7	9	15	→	2
4	8	12	16	→	3	1	6	11	16	→	3	2	8	10	16	→	3

Подмножества, обозначенные числом 0, инвариантны не только относительно действия правой комбинаторной операции, но и относительно левой комбинаторной операции.

Подмножества, обозначенные числом 3, инвариантны для структурного суммирования.

В указанных случаях подмножества подчинены единой таблице

$\begin{matrix} k & k \\ \times & \times \\ \leftarrow & \rightarrow \end{matrix}$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	1	0
3	3	2	0	1

 $\leftrightarrow$ 

$\tilde{\tau}$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	1	0
3	3	2	0	1

Элементы первого столбца в таблицах обозначим буквой  $\xi$ , а элементы верхней строки обозначим буквой  $\eta$ . В этих обозначениях вторая таблица подчинена операции суммирования по модулю числа 4:

$$\xi \tilde{\tau} \eta = ((3\xi)_{\text{mod}4} + \eta)_{\text{mod}4}.$$

Так обеспечивается связь таблицы комбинаторных произведений подмножеств объектного множества с таблицей суммирования в модели конечных полей.

Структурное суммирование подмножеств генерирует новую связь

$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

 $\leftrightarrow$ 

$\xi \hat{+} \eta$	0	1	2	3
0	1	2	3	0
1	2	3	0	1
2	3	0	1	2
3	0	1	2	3

Новая операция имеет функциональное представление в форме «весового» суммирования

$$\xi \hat{+} \eta = (\xi + 1 + \eta)_{\text{mod}4}.$$

Рассмотрим пару подмножеств, каждое из которых содержит по 8 элементов, обозначив их числами 0,1:

2	8	10	16	1	7	9	15	$\rightarrow$	0
---	---	----	----	---	---	---	----	---------------	---

3	5	11	13	4	6	12	14	$\rightarrow$	1
---	---	----	----	---	---	----	----	---------------	---

Получим таблицы на комбинаторном произведении и на структурной сумме:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	0	1
0	1	0
1	0	1

 $\rightarrow \xi \otimes \eta = (\xi_i + \eta_j + 1)_{\text{mod}2} \delta^{ij},$ 

$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	0	1
0	0	1
1	1	0

Первая таблица инициирует функциональное суммирование по модулю числа 2. Вторая таблица привычна и естественна в стандартной модели модульного суммирования чисел. Комбинаторное произведение объектов инициирует обобщение свойств конечных множеств.

## Симметричный аспект параллельности линий в конечной аффинной геометрии

Визуальная модель конечной аффинной геометрии размерности 2 представляет собой систему, состоящую из 4 точек в форме правильного многоугольника, соединенных между собой 6 прямыми линиями.

В этой модели параллельны не только не пересекающиеся линии четырехугольника, но и его диагонали. Другими словами, концепция параллельности выходит за рамки визуальных представлений о параллельности. Естественно предположить, что принятая интерпретация имеет математическую природу и она тривиальна в ментальном пространстве.

Проиллюстрируем эту возможность, рассматривая каждую линию четырехугольника как модель отношений в системе из 4 точек. Точки на линии имеют связи между собой, а другие точки в таком случае характеризуются как независимые.

Представим систему бинарных связей в такой системе

4	↔	↔	1
↓	↖	↗	↓
↓	↗	↖	↓
3	↔	↔	2

матрицами, учитывая «независимость» других пар точек.

Получим 6 матриц:

$$(12) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (21), (13) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (31), (14) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (41),$$

$$(23) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (32), (24) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (42), (34) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (43).$$

В матричном представлении линий они «параллельны» тогда и с теми, когда имеет место коммутативность их матриц отношений. Действительно, получим условия

$$(12)(34) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (34)(12),$$

$$(23)(41) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (41)(23), (13)(24) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (24)(13).$$

Эти 3 матрицы при «самовоздействии» генерируют единичную матрицу

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При объединении с такой матрицей они образуют 3 группы на матричном произведении, что можно рассматривать в качестве дополнительного условия, подтверждающего их локальное единство по свойству «параллельности».

Заметим также их глобально единство, которое состоит в том, что полная система матриц на произведении матриц параллельности линий, есть группа Клейна.

Убедимся в некоммутативности матриц отношений для не параллельных линий:

$$(12)(23) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (23)(12),$$

$$(24)(34) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (34)(24), \dots$$

Заметим, что матрицы отношений для пары точек в системе из 4 точек можно рассматривать в качестве *предгруппы*: множества, достаточного для генерации группы или нескольких групп.

Специфика исследуемой ситуации в том, что данный простой алгоритм инициирует расширение концепции конечных геометрий. В рассматриваемом случае каждая из  $n$  точек соединена с другими точками  $n+1$  линиями. Этот вариант геометрии отношений дополняет модели конечной аффинной и проективной геометрий. Действительно, не все геометрии малых размерностей «исчерпывает» пара базовых конечных геометрий. Это обусловлено формулами для количества их точек в допустимой размерности.

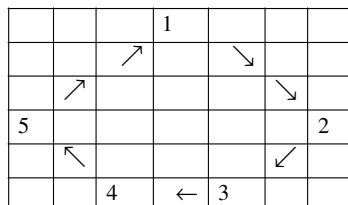
Модели конечной аффинной геометрии имеют количество точек согласно формуле  $p = n^2$ , модели конечной проективной геометрии имеют количество точек и линий согласно формуле  $p = n^2 + n + 1$ . Они недостаточны для исследования ситуаций с размерностью  $n$  и количеством точек  $p = n + 1$ , инициируемых количеством линий в модели конечной аффинной геометрии.

Конструирование матриц отношений позволяет выполнить анализ «параллельности» линий, связывающих точки в многоугольниках. Параллельность становится дополнительным свойством в системе связей между точками. Кроме этого, матричный анализ позволяет получить решения для других ситуаций, прямо или косвенно связанных с многоугольниками. Точками многоугольников могут быть реальные физические объекты, а линий можно рассматривать в качестве связей между этими объектами, подчинив их самым разнообразным операциям. Если объекты и операции подчинить динамическим уравнениям, мы приходим к модели «живых» многоугольников.



## Параллельные линии в объектном 5-угольнике

Обозначим числами вершины в 5-угольнике



Соединим каждую вершину, рассматриваемую в форме точки, линиями с другими точками. В этом случае через каждую точку пройдет 4 линии.

Проанализируем, какие линии в 5-угольнике параллельны по условию коммутативности матриц отношений между точками, расположенными на каждой линии.

В рассматриваемом случае матрицы отношений таковы:

$$(12) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (13) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (14) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(15) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, (23) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (25) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (34) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (35) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, (45) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Анализ свидетельствует, что визуальное представление о параллельности линий согласуется с алгоритмом коммутативности матриц отношений:

$$(34)(25) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (25)(34),$$

$$(12)(54) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (54)(12), \quad (23)(51) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (51)(23).$$

Алгоритм анализа коммутативности расширяет границы визуального образа и понимания параллельности. В рассматриваемом случае имеем удвоение параллельности:

$$(13)(54) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (54)(13),$$

$$(23)(14) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (14)(23), \quad (53)(12) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (12)(54).$$

Конечно, алгоритм согласуется с визуальной картиной и концепцией параллельности. Например, получим некоммутативность:

$$(13)(14) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (14)(13),$$

$$(15)(13) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (13)(15),$$

$$(15)(12) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (12)(15).$$

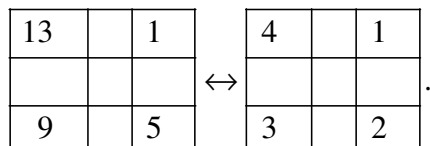
Нетривиальность параллельности в 4-угольнике подтверждена на модели 5-угольника.

## Параллельность связей объектов в неассоциативном множестве

Примем точку зрения, что произведение пары объектов есть *объектная линия*, которая их соединяет, а результат произведения назовем *объектной матрицей отношений*.

На основе этих определений возможен анализ согласованности двух различных пар по критерию параллельности: коммутативность объектных линий назовем объектным аналогом условия их параллельности.

Проанализируем с этой точки зрения подмножество объектного множества  $M^{16}$  с элементами  $\boxed{1 \quad 5 \quad 9 \quad 13}$ . Расположим элементы на вершинах четырехугольника в том порядке, как они представлены в заданной строке



Для удобства записи произведений и анализа условий коммутативности запишем результаты на основе обозначений, принятых во втором четырехугольнике.

На левой комбинаторной операции получим представление объектных линий элементами объектного множества:

$(12) = 9$	$(21) = 1$	$(31) = 5$	$(41) = 9$
$(13) = 5$	$(23) = 9$	$(32) = 1$	$(42) = 5$
$(14) = 1$	$(24) = 5$	$(34) = 9$	$(43) = 1$

В рассматриваемом случае объектные расстояния имеют разную «длину» в зависимости от ориентации этой линии. Понятно, что это свойство не исключает и не заменяет анализ их коммутативности в принятом смысле этого слова.

Проанализируем условие параллельности объектных линий, проверяя условие коммутативности объектных отношений. Получим такие результаты:

$$\begin{aligned} (12)(43) = 5 = (43)(21), \quad (21)(34) = 5 = (34)(21), \\ (14)(23) = 5 = (23)(14), \quad (23)(14) = 5 = (14)(23), \\ (13)(42) = 13 = (42)(13), \quad (31)(24) = 5 = (24)(31). \end{aligned}$$

Они «подтверждают» модель параллельности в конечной аффинной геометрии. Параллельны противоположные линии в четырехугольнике и параллельны его диагонали.

Выполняются также условия отсутствия параллельности. Например, получим

$$(12)(24) = 1 \neq 9 = (24)(12), \quad (13)(43) = 1 \neq 9 = (43)(13), \dots$$

Следовательно, визуальный и ментальный образы параллельности мы теперь можем дополнить объектной моделью параллельности. Тонкость ситуации в том, что объектная параллельность анализировалась в неассоциативном, некоммутативном множестве. Такие множества обеспечивают информационное взаимодействие, которому теперь можно придать свойство параллельности. Это будет параллельность информации.

## Группа отношений между элементами подмножеств объектного множества

Среди элементов объектного множества есть подмножества, инвариантные относительно действия комбинаторных операций. Проанализируем подмножество, генерирующее свои элементы на левой комбинаторной операции с целью конструирования матричной группы, характеризующей операционные свойства этого подмножества.

Представим подмножество элементами, расположенными на вершинах четырехугольника, дополнив его формальной таблицей мест этих элементов

13		1	↔	4		1
9		5		3		2

Сопоставим каждой последовательности элементов подмножества, учитывая порядок произведений, матрицу, которая иллюстрирует переходы от одного элемента к другому с генерацией одинаковых значений.

Получим результаты произведений, записанные в строку и матрицы, ассоциированные с ними:

$$1 \cdot 13 = 13 \cdot 9 = 9 \cdot 5 = 5 \cdot 1 = 1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$1 \cdot 9 = 5 \cdot 13 = 9 \cdot 1 = 13 \cdot 5 = 5 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$1 \cdot 5 = 5 \cdot 9 = 9 \cdot 13 = 13 \cdot 1 = 9 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$1 \cdot 1 = 5 \cdot 5 = 9 \cdot 9 = 13 \cdot 13 = 13 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Связи между элементами подмножества, иллюстрирующие генерацию одинаковых элементов, проиллюстрированы матрицами, которые задают четверную группу Клейна.

Кроме этого, мы имеем 2 матричные группы по 2 элемента. Они характеризуют специальные свойства двух элементов этого подмножества. Отдельное место в спектре групп занимает единичная матрица. На ее основе описывается самовоздействие элементов под влиянием левой комбинаторной операции.

Заметим, что матричная группа индуцирована свойствами неассоциативного множества.

## Связь массы, электрического заряда и спина для микрочастиц

Интригующей проблемой последнего столетия была и остается задача понимания и физического, структурного обоснования единства корпускулярных и волновых свойств микрочастиц.

Заметим, что в рассматриваемом случае до настоящего времени не достигнуто даже единство в определениях, не говоря уже о единстве интерпретации этой проблемы. Единство, пожалуй, есть только в одном пункте: и корпускулы, и волны принимаются и обсуждаются без их физического наполнения, под которым принято понимать образ и детали их структуры, а также систему внешних параметров и внутренних движений.

Волновые свойства света установлены экспериментально и удовлетворительно описываются полевой теорией в форме уравнений Максвелла. Известны частоты света и длины волн. Детально исследованы волновые проявления света в форме явлений дифракции и интерференции.

Корпускулярные свойства света доказаны в ряде явлений, начало которым положено Эйнштейном в его модели объяснения явления фотоэффекта. Первичная эмпирическая основа была заложена исследованиями спектра излучения черного тела, теорию которого разработал Планк. В обоих указанных случаях конструктивно проявила себя идея, что свет может иметь форму «порций», ступок энергии. Позднее они были названы квантами. Однако ни в волновом подходе, ни в корпускулярном варианте нет элементов структурности света, что наиболее интересно с физической точки зрения. Ведь если мы знаем, из каких «кирпичиков» изготовлен свет, мы вправе надеяться на технологическое его изготовление, по-новому решая проблему энергии и энергетического обеспечения условий жизни.

Первичная новая формула, не вытекающая из классической физики света, связала энергию  $E$  порции света с его частотой  $\omega$  через постоянную величину в форме константы  $\hbar \approx 1,05 \cdot 10^{-24} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  Планка

$$E = \hbar \omega = \frac{hc}{\lambda} = pc.$$

Обозначения здесь таковы:  $c$  – скорость света в вакууме,  $\lambda$  – длина волны,  $p$  – импульс кванта света. Отсюда следует фундаментальная связь величин в форме закона

$$p = \frac{h}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow h = p\lambda.$$

Этот закон «достаточен» для экспериментальной проверки, представляя величины, которые можно измерить приборами.

Принимая, с философской точки зрения, единство света и микрочастиц без детализации их структуры, естественно предположить, что частицы, имеющие массу и скорость (как бы они ни отличались от света) могут иметь волновые свойства. Так как такая связь найдена для света, она может быть (в некотором приближении) верна и для микрочастиц. Именно эту идею предложил и обосновал де Бройль. Для объекта с массой  $m$  и скоростью  $u$  связь импульса с длиной волны для малых скоростей движения постулировалась в виде

$$\lambda = \frac{h}{mu}.$$

Эксперименты подтвердили волновые свойства микрочастиц на разных явлениях.

На этом уровне знаний отсутствуют механизмы расчета свойств и параметров микрочастиц. Однако, поскольку свет описывается полевой теорией, генерируется идея, что

микрочастицы могут описываться «своей» полевой теорией. Появляется модель волновой функции, которая на уровне системы постулатов предложена Шрёдингером.

Она в состоянии, например, описывать спектр атома водорода, а также решать ряд принципиально важных задач микродинамики. По-прежнему, эта теория носит феноменологический характер, она никак не связана с электродинамикой и с динамикой материальных сред. Но у нее есть новые черты и возможности, которые учтены в расчетах и проявили себя в экспериментах.

Мы знаем сейчас, что уравнение Шрёдингера есть частный случай динамики вязкой жидкости при условии, что ее движения имеют нулевые скорости. Но жидкость структурна, а ее описание основано на феноменологических параметрах. По этой причине мы имеем косвенное свидетельство о структурности объектов, описываемых микродинамикой. Решение проблемы структурности микрочастиц естественно начинать с реализации, хотя бы в начальной форме, структурной модели частиц света.

Для такой деятельности нет оснований, если мы находимся в границах релятивистской электродинамики вакуума, принятой с начала 20 века в качестве фундамента световых явлений. Отказ от группы Галилея в этой теории и авторитарная абсолютизация группы Лорентца поставили логические и философские препятствия для создания структурной теории частиц света. Ведь наличие структуры, с точки зрения привычных представлений, означает конечность размеров частиц света в собственной системе отсчета. Но если это возможно, такой размер, следуя группе Лорентца, будет бесконечен для любых иных наблюдателей. Да и расположить наблюдателя в «центр» частицы света с его измерительными приборами мы можем только мысленно.

Ситуация изменилась с построением обобщенной модели электромагнитных явлений. Она, с одной стороны, по своим следствиям и свойствам вышла за границы симметричного подхода Эйнштейна. С другой стороны, как будет показано далее, новая модель указывает пути и средства построения физической, структурной модели света.

Структурный подход к излучению не противоречит квантовой электродинамике. Она пришла на смену классической электродинамике из-за необходимости учёта дискретных свойств излучения. Она доказала свою эффективность при описании большинства экспериментальных данных, не используя представлений о составной структуре света. Бесструктурный, точечный подход к свету доказал свою эффективность *до ядерных масштабов длин порядка размера нуклона*. Однако свет может иметь более «тонкую», субъядерную структуру. Поиски такой возможности не отрицают и не опровергают квантовую электродинамику.

Точка зрения экспериментаторов, для которых свет выступает как система материальных объектов, отличается от точки зрения теоретиков. С 1960 года выполнено огромное количество экспериментов, которые свидетельствуют о структуре света. В настоящее время есть обширные обзоры по этой теме. Экспериментально доказано, что взаимодействие фотонов и адронов аналогично взаимодействию адронов.

Конструктивно принять точку зрения, что для обеспечения структуры частиц света достаточно принять гипотезу о наличии составляющих этой структуры: в микромире есть пара положительных и отрицательных электрических предзарядов, а также пара положительных и отрицательных гравитационных предзарядов.

Полезность этой гипотезы в том, что, приняв ее, мы можем без обращения к структуре предзарядов получить начальную, структурную модель частиц света, которая согласуется с экспериментами.

Назовём систему, состоящую из положительного и отрицательного гравитационных предзарядов  $\alpha$  и  $\alpha^*$ , соединенных между собой системой силовых линий, пролоном. Расположим его в центре элементарной частицы света. Назовём систему, состоящую из положительного и отрицательного электрических предзарядов  $\beta$  и  $\beta^*$ , соединенных между

собой системой силовых линий, элоном. Расположим его на периферии частицы света. Назовём простейшую частицу света, состоящую из одного элона и одного пролона, бароном.

Пусть элон механически движется вокруг пролона по некоторой поверхности. Покажем, что в рамках данной картины движений можно сделать экспериментально подтверждаемые выводы о поведении света, не принимая никакого закона взаимодействия предзарядов.

Введем вектор  $\vec{R}$ , задающий направление от отрицательного к положительному электрическому предзаряду ( $\ominus$ ) в бароне. Пусть вектор  $\vec{Q}$  задаёт направление от положительного к отрицательному гравитационному предзаряду ( $\oplus$ ) к ( $\bullet$ ). Введём вектор  $\vec{P}$ , перпендикулярный  $\vec{Q}$  и образующий с ним правовинтовую систему (рис. 1).

Рассмотрим рисунок 1, условно характеризующий четыре стадии циклического движения барона:

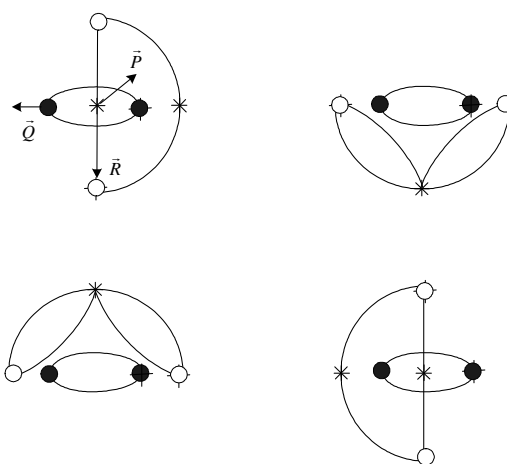


Рис. 1. Модель механического движения элементов барона.

Зададим поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  формулами

$$\vec{E} = a\vec{P}(\vec{R}\vec{Q}), \vec{B} = b\vec{Q}(\vec{R}\vec{Q}).$$

Здесь  $(\vec{R}\vec{Q})$  – скалярное произведение векторов.

В таком подходе величины, измеряемые на опыте, есть реакции измерительного устройства на исследуемый объект, состояние которого может в случае стационарного движения меняться периодически. Получим известный экспериментальный результат: электромагнитное излучение характеризуется экспериментально наблюдаемыми величинами вида  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ , которые меняются циклично и согласованно друг с другом, одновременно достигая максимума или минимума. В рамках визуальной механической модели барона этот факт объясняется циклическостью движения электрических предзарядов ( $\circ$  и  $\ominus$ ) вокруг гравитационных предзарядов ( $\bullet$  и  $\oplus$ ). Мы знаем, что классические и обобщенные уравнения электродинамики Максвелла для движущихся сред допускают матричную запись на основе группы заполнения, выражающей отношения между четырьмя физическими объектами.

Поскольку электромагнитное поле электрически и гравитационно нейтрально, допустима гипотеза, что структура электромагнитного излучения базируется на системе физических частиц. В качестве таких объектов будем использовать модель электрических и гравитационных предзарядов (объектов, из которых образуются заряды). Проанализируем следствия, базирующиеся на такой физической гипотезе.

Получим выражение для энергии простейшей частицы света.

Будем исходить из следующей модели:

- простейшая частица света образована из элона и пролона, они расположены аналогично электрону и протону в атоме водорода,
- элон и пролон представляют собой неточечные нейтральные объекты, изготовленные из положительных и отрицательных электрических и гравитационных предзарядов, соединенных между собой рецепторами в виде силовых трубок,
- пролоны есть нейтральный аналог протонов и антипротонов, они содержат положительные и отрицательные предмассы, соединенные предмассовыми силовыми трубками,
- элоны есть нейтральный аналог электронов и позитронов, они содержат в себе положительные и отрицательные предэлектрические заряды, соединенные предэлектрическими силовыми трубками,
- у пролонов есть ненулевой предэлектрический заряд, у элонов есть ненулевой предмассовый заряд,

Рассмотрим барон как физическое изделие, состоящее из элона, вращающегося вокруг пролона. Будем считать, что рецепторы – системы, состоящие из реальных силовых линий (силовых трубок), как и предзаряды, заданные в форме 0-Ритов, образованы из ориентированных струн, способных к продольным и поперечным соединениям. Заметим, что физическая среда, в которой находятся элоны и пролоны, может иметь сложный состав и структуру.

Воспользуемся алгоритмом анализа энергии силовых трубок в «световом водороде», предложенным для электрических зарядов Томсоном. Он использовал для энергии  $E$  силовой трубки формулу

$$\varepsilon_0 E = 2\pi f^2 V.$$

Здесь  $f$  – диэлектрическое смещение (поляризация),  $V$  – объем силовой трубки. Силовая трубка связывает между собой пару положительных и отрицательных электрических предзарядов величины  $q$ . Внешний радиус кольца силовой трубки обозначим через  $R$ , а радиус сечения обозначим буквой  $b$ .

Коэффициент  $p \leq 1$  учитывает, насколько рассредоточены силовые линии в силовой трубке. Поляризацию рассчитаем по формуле

$$f \cdot S = \pi \cdot f \cdot b^2 = p \cdot q.$$

Получим для энергии силовой трубки, моделирующей частицу света, выражение

$$E = 8\pi^2 \left( p \frac{r}{b} \right)^2 \frac{q^2}{\varepsilon_0 c(q)} \omega = \hbar(q)\omega.$$



Величина

$$\hbar(q) = 8\pi^2 \left( p \frac{r}{b} \right)^2 \frac{q^2}{\epsilon_0 c(q)},$$

как будет показано ниже, является аналогом постоянной Планка для предзаряда.

Объединим бароны в одну систему в форме линейной молекулы, состоящей из соединенных между собой  $N$  предзарядов. Пусть  $Nq = e$  есть значение электрического заряда электрона  $e = 1.6021892 \cdot 10^{-19}$  кл. Пусть в этом случае периферическая скорость движения предзарядов вокруг центра системы равна скорости света в вакууме  $c(e) = 2.9979256 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{c}^{-1}$ . Получим стандартное выражение

$$E = \hbar \omega .$$

Расчетное значение величины, называемой постоянной Планка  $\hbar$ , совпадет с экспериментальным значением, если

$$p \frac{r}{b} = 0.37226 .$$

Частота задана формулой

$$\omega = \frac{c}{2\pi \cdot r} .$$

Она имеет стандартный смысл, задавая частоту механического вращения элона вокруг пролона.

Следовательно, на основе простой структурной модели света можно вывести как формулу для энергии частицы света, так и выражение для структурной постоянной Планка.

Примем гипотезу, что любая частица света может быть образована из  $N$  элементарных блоков (баронов). В каждом из них есть вращение электрических предзарядов с частотой  $\omega$  вокруг гравитационных предзарядов, расположенных в центре.

Примем гипотезу, что энергия, соответствующая связям блоков между собой, близка к нулю. Тогда энергия частицы света равна сумме энергии её отдельных блоков. Значит

$$E = \hbar \omega = N \left( \frac{\hbar}{N} \right) \omega .$$

Следовательно, постоянная Планка, приходящаяся на отдельный блок в частице света, состоящей из  $N$  блоков, есть  $\frac{\hbar}{N}$ . В развиваемой модели большой световой объект, подчиняющийся квантовой теории, составлен из малых объектов, подчиняющихся классической теории.

В анализируемом случае частицы света структурны.

Известно, что электроны и нуклоны генерируются из частиц света с большой энергией. По этой причине мы получаем основания рассматривать их в качестве структурных объектов.

Обратим внимание на математическую структуру формулы Бройля, задающей произведение двух величин разной размерности и физического смысла: импульса и длины волны. Более того, импульс имеет аналогичную математическую форму, мультипликативно соединяя массу и скорость.

Эти структуры похожи на «союзы» лебеда, рака и щуки. Но, оказывается, они полезны.

К обобщению теории Бройля мы приходим, расширив объем учитываемой информации. Примем точку зрения, что постоянная Планка есть величина, равная определителю матрицы, содержащей не только импульс частицы  $p_1$ , но и внутренний момент количества движения в форме импульса  $p_2 = \mu \cdot l_2^{-1}$ , а также пару «внешних» и «внутренних» длин  $\lambda_1, \lambda_2$ .

Известно, что внутренний момент количества выражается через спин частицы. По развиваемой версии мы формально объединяем импульс и спин в единый математический образ. Это «запрещено» релятивистской физикой, базирующейся на специальной теории относительности.

В настоящее время принятое разделение есть признак ментальной лени.

Объединим величины в единую математическую конструкцию

$$h = \det \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{pmatrix} = p_1 \lambda_2 - p_2 \lambda_1.$$

В частном случае получим классическое выражение

$$h = \det \begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} = p \lambda.$$

Принципиальное различие двух вариантов в том, что обобщение инициирует алгебраический подход к анализу связей параметров объекта, например, в форме коммутатора

$$[a, b] = ab - ba.$$

Его структуру удобно задать произведением пары параметров для двух их наборов:

$$(a_1, a_2)(b_1, b_2) = a_1 b_2 \pm b_1 a_2 = ((a_1 b_2 + b_1 a_2), (a_1 b_2 - b_1 a_2)).$$

Дальнейшее математическое обобщение формулы Бройля генерируется выражением, следуя структуре введенного произведения:

$$(p_1, p_2)(\lambda_1, \lambda_2) = p_1 \lambda_2 \pm \lambda_1 p_2 = ((p_1 \lambda_2 + \lambda_1 p_2), (p_1 \lambda_2 - \lambda_1 p_2)).$$

Подчинение расчета данному алгоритму инициирует частную формулу для описания связи корпускулярных и волновых свойств объекта в их энергетическом представлении:

$$h = \theta \det \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{pmatrix} + (1 - \theta) \det \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{pmatrix} = \theta (p_1 \lambda_2 - p_2 \lambda_1) + (1 - \theta) (p_1 \lambda_2 + p_2 \lambda_1).$$

Из анализа электродинамики и гравитации следует, что электродинамика базируется на антисимметричных тензорах, а гравитации присущи симметричные тензоры. Другими словами, предлагаемое обобщение как-бы содержит энергетические слагаемые вкладов в расчетную величину от электрических и гравитационных алгебраически дополнительных зарядов.

В формулах, предлагаемых для экспериментальной проверки, соединены электрический заряд, масса, спин, скорость и пара размеров, а также дополнительные параметры, задающие «веса» электрической и гравитационной составляющих в общем законе.

## Алгебра объектных многогранников

Проанализируем систему отношений между точками объектной плоскости, рассматривая пары объектов в качестве координат дискретной геометрии с номерами, которые приданы объектам. Задача состоит в том, чтобы найти алгебру, которой подчинены объекты, если их набор образует многогранник на такой плоскости.

Рассмотрим вначале объектное множество с матрицами второго порядка  $M^2$ . На операции структурного суммирования и на паре комбинаторных операций его элементы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1)          (2)          (3)          (4)

генерируют таблицы

$st$ +	1	2	3	4
1	4	3	2	1
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	1	2	3	4

$k$ $\times$ $\leftarrow$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	3	2	1
3	1	2	3	4
4	2	1	4	3

$k$ $\times$ $\rightarrow$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	3	2	1
3	1	2	3	4
4	2	1	4	3

Обе таблицы коммутативны и ассоциативны.

Следовательно, объектное множество такой размерности имеет свойства, которые принципиально отличаются от объектных множеств более высоких размерностей, так как они частично коммутативны и частично ассоциативны. По этой причине функциональные законы для пар элементов могут существенно отличаться от свойств, которые присущи большему числу элементов.

Проверим выполнение циклического закона для пар элементов, обозначенных единой буквой:

$$\Phi_3(\rightarrow) = \langle x \langle yz \rangle \rangle \langle y \langle zx \rangle \rangle + \langle z \langle xy \rangle \rangle = \langle z \langle yx \rangle \rangle + \langle y \langle xz \rangle \rangle + \langle x \langle zy \rangle \rangle = \Phi_3(\leftarrow).$$

Операция в скобках позволяет по паре значений для двух пар объектов найти пару значений для третьего объекта согласно формуле

$$\langle ab \rangle = (a_1, a_2)(b_1, b_2) = a_1 b_2 \pm b_1 a_2 = (c_1, c_2),$$

$$c_1 = a_1 b_2 + b_1 a_2, c_2 = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Пусть  $x = (x_1 = 1, x_2 = 2)$ ,  $y = (y_1 = 3, y_2 = 1)$ ,  $z = (z_1 = 2, z_2 = 4)$ . Цифрами обозначены номера объектов объектного множества  $M^2$ . Простой расчет доказывает справедливость функционального условия

$$\Phi_3(\rightarrow) = \Phi_3(\leftarrow).$$

Оно выполняется, очевидно, на модели объектного треугольника, расположенного на объектной плоскости. Так доказано равенство величин, следующих из введенного циклического условия при обходе треугольника в разных направлениях.

К аналогичному равенству двух циклических выражений мы приходим при анализе объектных многоугольников в объектном множестве  $M^{16}$ .

Расширяя количество анализируемых пар объектов (увеличивая количество сторон в объектном многоугольнике) мы получаем аналогичные тождества.

$$\Phi_n(\rightarrow) = \Phi_n(\leftarrow), n = 2, 3, 4, 5, \dots$$

Проиллюстрируем элементы введенных функций на примере. Возьмем 4 произвольные точки в объектном пространстве  $M^{16}$ :

$$1 \rightarrow (1, 5), 2 \rightarrow (3, 7), 3 \rightarrow (15, 6), 4 \rightarrow (11, 10).$$

Проанализируем функции

$$\Phi_4(\rightarrow) = \langle 1 \langle 23 \rangle \rangle + \langle 2 \langle 31 \rangle \rangle + \langle 3 \langle 41 \rangle \rangle + \langle 4 \langle 13 \rangle \rangle,$$

$$\Phi_4(\leftarrow) = \langle 4 \langle 32 \rangle \rangle + \langle 3 \langle 21 \rangle \rangle + \langle 2 \langle 14 \rangle \rangle + \langle 1 \langle 43 \rangle \rangle.$$

Получим значения

$$\langle 1 \langle 23 \rangle \rangle = (4, 10), \langle 2 \langle 31 \rangle \rangle = (10, 10), \langle 3 \langle 41 \rangle \rangle = (5, 13), \langle 4 \langle 13 \rangle \rangle = (7, 13),$$

$$\langle 4 \langle 32 \rangle \rangle = (5, 5), \langle 3 \langle 21 \rangle \rangle = (15, 13), \langle 2 \langle 14 \rangle \rangle = (12, 2), \langle 1 \langle 43 \rangle \rangle = (10, 10).$$

Суммируя первые и другие значения по отдельности как координаты объектного пространства, мы получаем одинаковый результат в обоих случаях. Он свидетельствует о том, что «в одну точку» можно придти разными путями. В рассматриваемом случае

$$\Phi_4(\rightarrow) = (14, 6) = \Phi_4(\leftarrow).$$

Интерпретируя функциональное условие в качестве некой деятельности (это может быть игра в ментальном пространстве), мы получаем объектный ее итог.

Естественно возникает несколько новых задач:

а) можно ли по данному функциональному условию «прийти» в эту же точку с другими начальными значениями?

б) какие другие условия позволяют при тех же начальных данных достичь указанной точки в объектном пространстве?

в) можно ли рассматривать каждое слагаемое в качестве дискретного шага к непонятному итоговому значению?

г) как влияет на «путь» и результат параметрическая деформация каждого из элементов, входящих в функциональное условие?

д) как предсказать итог без проведения расчета?

Эти задачи имеют общее значение для выяснения форм и сущности информационного обмена. Так происходит потому, что объектные множества прямо или косвенно характеризуют информационное взаимодействие. В данном случае мы обнаружили и частично проиллюстрировали специфику «приказов» на деятельность в форме функциональных условий. Понятно, что эта задача имеет частное значение и иллюстрирует только некоторые черты информационного взаимодействия.

## Новые функциональные равновесия объектных треугольников

Объектным треугольником мы называем три элемента на объектной плоскости. Известно, что эти элементы имеют функциональные согласования между собой. Проанализируем новую модель, выбрав функции, на которых проводится кохомологический анализ групп.

Исходным пунктом анализа пусть будет функция

$$\sigma(1,2,3) = g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2).$$

Дополним ее аналогичными функциями, изменив последовательность в расположении аргументов, образовав два цикла: один цикл направлен по часовой стрелке, а второй цикл направлен против часовой стрелки.

Получим элементы первого цикла:

$$\begin{aligned}\sigma(1,2,3) &= g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2), \\ \sigma(2,3,1) &= g_2 f(g_3, g_1) - f(g_2 g_3, g_1) + f(g_2, g_3 g_1) - f(g_2, g_3), \\ \sigma(3,1,2) &= g_3 f(g_1, g_2) - f(g_3 g_1, g_2) + f(g_3, g_1 g_2) - f(g_3, g_1).\end{aligned}$$

Получим элементы обратного цикла:

$$\begin{aligned}\sigma(3,2,1) &= g_3 f(g_2, g_1) - f(g_3 g_2, g_1) + f(g_3, g_2 g_1) - f(g_3, g_2), \\ \sigma(2,1,3) &= g_2 f(g_1, g_3) - f(g_2 g_1, g_3) + f(g_2, g_1 g_3) - f(g_2, g_1), \\ \sigma(1,3,2) &= g_1 f(g_3, g_2) - f(g_1 g_3, g_2) + f(g_1, g_3 g_2) - f(g_1, g_3).\end{aligned}$$

Проанализируем возможность равенства объектных сумм по прямому и обратному циклам.

Для удобства анализа ситуации в ее расчетном выражении составим новые функции. Согласно модели первого цикла они таковы:

$$\begin{aligned}\theta_1(1) &= g_1 f(g_2, g_3) + g_2 f(g_3, g_1) + g_3 f(g_1, g_2), \\ \theta_2(1) &= f(g_1 g_2, g_3) + f(g_2 g_3, g_1) + f(g_3 g_1, g_2), \\ \theta_3(1) &= f(g_1, g_2 g_3) + f(g_2, g_3 g_1) + f(g_3, g_1 g_2), \\ \theta_4(1) &= f(g_1, g_2) + f(g_2, g_3) + f(g_3, g_1).\end{aligned}$$

Согласно модели другого цикла новые функции таковы:

$$\begin{aligned}\theta_1(2) &= g_3 f(g_2, g_1) + g_2 f(g_1, g_3) + g_1 f(g_3, g_2), \\ \theta_2(2) &= f(g_3 g_2, g_1) + f(g_2 g_1, g_3) + f(g_1 g_3, g_2), \\ \theta_3(2) &= f(g_3, g_2 g_1) + f(g_2, g_1 g_3) + f(g_1, g_3 g_2), \\ \theta_4(4) &= f(g_3, g_2) + f(g_2, g_1) + f(g_1, g_3).\end{aligned}$$

Новые функции можно рассматривать в качестве самостоятельных функциональных условий равновесия, которым подчинены те или другие физические, химические или биологические явления и процессы. Уравнения кохомологической направленности учитывают предполагаемые стороны и свойства объектов и явлений только частично.

Проанализируем системы циклических уравнений на 3 точках объектного пространства объектного множества  $M^{16}$  с правой комбинаторной операцией и операцией структурного суммирования.

Будем вычислять функции, задавая их согласно модели бинарной алгебраической операции, учитывая, что каждый элемент задается двумя «координатами»

$$f(g_1, g_2 g_3) \rightarrow \langle g_1 \langle g_2 g_3 \rangle \rangle, f(g_1 g_2, g_3) \rightarrow \langle \langle g_1 g_2 \rangle g_3 \rangle, f(g_1, g_2) \rightarrow \langle g_1, g_2 \rangle, \\ \langle x, y \rangle = x_1 y_2 \pm x_2 y_1 = (x_1 y_2 + x_2 y_1, x_1 y_2 - x_2 y_1) = (a, b).$$

Отдельный алгоритм требуется для произведения элемента объектного пространства на значение функции. Примем модель произведения по аналогии с определением величин в модели скалярного произведения

$$xf(\alpha, \beta) = x \langle \alpha, \beta \rangle = (x_1, y_1)(\gamma_1, \gamma_2) = (x_1 \gamma_1, x_2 \gamma_2).$$

Выберем в объектном пространстве три «случайные» точки

$$g_1 = (2, 3), g_2 = (7, 5), g_3 = (11, 13).$$

Получим таблицы:

$g_1 \langle g_2 g_3 \rangle$	$g_2 \langle g_3 g_1 \rangle$	$g_3 \langle g_1 g_2 \rangle$	$\sum 1$	$g_3 \langle g_2 g_1 \rangle$	$g_2 \langle g_1 g_3 \rangle$	$g_1 \langle g_3 g_2 \rangle$	$\sum 2$
13	11	3	15	3	11	13	15
6	1	7	2	5	11	14	2

$\langle \langle g_1 g_2 \rangle g_3 \rangle$	$\langle \langle g_2 g_3 \rangle g_1 \rangle$	$\langle \langle g_3 g_1 \rangle g_2 \rangle$	$\sum 1$	$\langle \langle g_3 g_2 \rangle g_1 \rangle$	$\langle \langle g_1 g_3 \rangle g_2 \rangle$	$\langle \langle g_2 g_1 \rangle g_3 \rangle$	$\sum 2$
10	5	8	11	13	14	12	11
4	7	14	9	15	8	2	9

$\langle g_1 \langle g_2 g_3 \rangle \rangle$	$\langle g_1 \langle g_2 g_3 \rangle \rangle$	$\langle g_1 \langle g_2 g_3 \rangle \rangle$	$\sum 1$	$\langle g_1 \langle g_2 g_3 \rangle \rangle$	$\langle g_1 \langle g_2 g_3 \rangle \rangle$	$\langle g_1 \langle g_2 g_3 \rangle \rangle$	$\sum 2$
13	11	3	15	3	11	13	15
6	1	7	2	5	11	14	2

$\langle g_1 g_2 \rangle$	$\langle g_2 g_3 \rangle$	$\langle g_3 g_1 \rangle$	$\sum 1$	$\langle g_3 g_2 \rangle$	$\langle g_2 g_1 \rangle$	$\langle g_1 g_3 \rangle$	$\sum 2$
13	2	1	8	2	13	1	8
7	12	9	16	4	5	3	16

Равенство представленных функций (которые «ближе» к физической реальности) доказывает равенство сумм первичных функций кохомологического типа. Понятно, что анализ, базирующийся только на них, «далек» от эксперимента и жизненной практики.

Более того, заменив все минусы в формулах на плюсы, мы получаем аналог кохомологических уравнений, не вытекающих из стандартного математического подхода.

Убедимся в наличии свойства для анализируемых функций с интерпретацией равенства нулю второй производной.

Пусть

$$\partial f(g_1, g_2, g_3) = g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2).$$

Исключая из «дифференцирования» элемент группы, получим при повторном действии

$$\begin{aligned} \partial \circ \partial f(g_1, g_2, g_3) &= g_1 \partial f(g_2, g_3) - \partial f(g_1 g_2, g_3) + \partial f(g_1, g_2 g_3) - \partial f(g_1, g_2), \\ g_1 \partial f(g_2, g_3) &= g_1 g_2 f(g_3) - g_1 f(g_2 g_3) + g_1 f(g_2), \\ -\partial f(g_1 g_2, g_3) &= -g_1 g_2 f(g_3) + f(g_1 g_2 g_3) - f(g_1 g_2), \\ \partial f(g_1, g_2 g_3) &= g_1 f(g_2 g_3) - f(g_1 g_2 g_3) + f(g_1), \\ -\partial f(g_1, g_2) &= -g_1 f(g_2) + f(g_1 g_2) - f(g_1). \end{aligned}$$

Ситуация меняется при замене всех минусов на плюсы. Получим условия

$$\begin{aligned} \delta \circ \delta f(g_1, g_2, g_3) &= g_1 \delta f(g_2, g_3) + \delta f(g_1 g_2, g_3) + \delta f(g_1, g_2 g_3) + \delta f(g_1, g_2), \\ g_1 \delta f(g_2, g_3) &= g_1 g_2 f(g_3) + g_1 f(g_2 g_3) + g_1 f(g_2), \\ \delta f(g_1 g_2, g_3) &= g_1 g_2 f(g_3) + f(g_1 g_2 g_3) + f(g_1 g_2), \\ \delta f(g_1, g_2 g_3) &= g_1 f(g_2 g_3) + f(g_1 g_2 g_3) + f(g_1), \\ \delta f(g_1, g_2) &= g_1 f(g_2) + f(g_1 g_2) + f(g_1). \end{aligned}$$

Получим новую систему уравнений:

$$\delta f(g_1, g_2, g_3) = g_1 f(g_2, g_3) + f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) + f(g_1, g_2),$$

$$\delta \circ \delta f(g_1, g_2, g_3) = [2](g_1 f(g_2, g_3) + g_1 f(g_2) + g_1 g_2 f(g_3) + f(g_1, g_2) + f(g_1)).$$

Примем точку зрения, что уравнения кохомологического типа с минусами косвенно характеризуют функциональные свойства электромагнитного поля. Вывод и анализ таких уравнений выполнен широко и обстоятельно, что аналогично анализу и приложениям на практике полей электромагнитной природы, названных калибровочными полями.

Примем точку зрения, что уравнения кохомологического типа с плюсами косвенно характеризуют фундаментальные свойства гравитационного поля. Вывода таких уравнений до настоящего времени не было, отсутствует также физический, структурный вывод уравнений гравитации.

Задача состоит в том, чтобы указанные идеи материализовать расчетом, по-новому «взглянуть» на возможности функционального анализа электромагнетизма и гравитации.

Объединим посредством суммирования пару уравнений

$$\begin{aligned} \partial f(g_1, g_2, g_3) &= g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2), \\ \delta f(g_1, g_2, g_3) &= g_1 f(g_2, g_3) + f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) + f(g_1, g_2), \\ \partial f(g_1, g_2, g_3) + \delta f(g_1, g_2, g_3) &= [2](g_1 f(g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3)). \end{aligned}$$

Этот шаг будем рассматривать в качестве функционального объединения пары явлений.

Мы получили некоторое условие, связывающее между собой три точки плоскости объектного множества. Выясним, есть ли у объектных «треугольников» общее свойство? Для этого проанализируем значения, генерируемые функцией

$$\Sigma = [2](g_1 f(g_2, g_3) + f(g_1, g_2, g_3)).$$

Положительный ответ на поставленный вопрос дает таблица расчетных значений:

$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_1 f(g_2, g_3)$	$f(g_1, g_2, g_3)$	$\Sigma$
2,3	7,5	11,13	7,7	5,5	16,16
8,2	6,4	12,14	2,12	10,4	16,16
1,2	5,6	9,11	7,15	13,5	16,16
15,14	12,11	4,5	5,15	13,7	16,16
11,1	9,15	2,14	6,14	16,8	16,16
1,5	5,9	11,15	2,2	4,4	16,16

Объектные треугольники функционально идентичны. Расчет выполнен согласно модели произведения, которая указана ранее. Проиллюстрируем произведение примером

$$\langle g_1, g_2 \rangle = (2,3)(7,5) = 2 \cdot 5 \pm 7 \cdot 3 = 4 \pm 9 = (13,7).$$

Понятно, что у объектного треугольника есть не только это свойство. Они проявят себя при других заданиях функций и операций для элементов объектного множества. Ниоткуда не следует, что множество функциональных законов конечно.

Аналогично рассмотрим функциональное уравнение для объектных 4–угольников

$$\theta = g_1 f(g_2, g_3, g_4) + f(g_1, g_2, g_3, g_4) + f(g_1, g_2, g_3).$$

Проведем расчет, дополнив указанные точки объектных треугольников еще одной точкой^

$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_1 f(g_2, g_3, g_4)$	$f(g_1, g_2, g_3, g_4)$	$f(g_1, g_2, g_3)$	$[2]\theta$
2,3	7,5	11,13	1,6	15,13	3,9	10,4	16,16
8,2	6,4	12,14	7,91	12,10	10,2	10,4	8,8
1,2	5,6	9,11	7,13	13,7	16,14	16,16	14,14
15,14	12,11	4,5	7,2	5,13	3,1	9,3	14,14
11,1	9,15	2,14	7,8	7,7	7,7	12,10	8,8
1,5	5,9	11,15	7,6	2,4	13,5	4,12	14,14

Очевидно, что объектные 4–угольники функционально различны. Расчетные значения принадлежат минимальному идеалу объектного множества с равными элементами

$$\boxed{6 \quad 8 \quad 14 \quad 16}.$$

Значения 6,6 получаются для элементов  $g_1 = (3,4), g_2 = (5,11), g_3 = (7,8), g_4 = (9,6)$ .



Обратим внимание на уравнения кохомологического типа с малой размерностью:

$$df(g) = gf(g) - f(g),$$
$$df(g_1, g_2) = g_1f(g_2) - f(g_1g_2) + f(g_1).$$

В модели объектного множества ни одно из уравнений не имеет общего решения. Более того, для второго уравнения в объектном множестве не является решением выражение

$$f(g) = ga - a.$$

Оно естественно при условии дистрибутивности, которого нет в объектном множестве.

Ситуация меняется, если рассматривать пару уравнений в качестве единого уравнения, допуская возможность их синтеза не только в условиях объектного множества. Этот шаг означает принятие модели, согласно которой «независимые» уравнения могут действовать согласованно, реализуя выход за границы принятого условия независимости

Более того, следуя алгоритму циклического изменения аргументов, получим пару уравнений:

$$g_1f(g_1) + g_1f(g_2) - f(g_1g_2) = \theta_1,$$
$$g_2f(g_2) + g_2f(g_1) - f(g_2g_1) = \theta_1.$$

В этом случае объектное множество обеспечивает равенство двух функций при условии, что

$$f(g) = g.$$

Первые слагаемые равны по свойству объектного множества: оно генерирует единый элемент в форме объектной единицы при произведении двух одинаковых аргументов. Другие слагаемые очевидно компенсируют друг друга.

Складывается впечатление, что система функциональных условий, анализируемая нами в режиме ментального отдыха, не исчерпывает даже малой толики свойств тех множеств, которые сейчас доступны анализу. Не говоря уже о свойствах новых множеств, которые предстоит исследовать позднее. По этой причине не нужно пытаться ограничивать себя рамками этого анализа и страдать от непонимания некоторых аспектов и оттенков объектов и ситуаций. Это особенно важно при принятии точки зрения, что каждому человеку Природа подарила некое глубинное знание и высшие способности, которые не могут «вместиться» в границы определенных уровневых моделей и алгоритмов расчета.

Кажущееся сложным может быть «сложным» по той причине, что в процессе научной практики больше внимания уделялось запутыванию расчетной ситуации, запугиванию себя сингулярностями, а распутывание узлов в ментальном пространстве оставлено на потом и на неопределенное время.

Иногда для того, чтобы справиться с проблемами, нужно просто отнестись к ним с должным вниманием, учесть их специфику и тонкости.

Заметим, что при решении новых задач имеет место некоторая «ведомость» со стороны анализируемой модели. Модель естественно и разными средствами и способами инициирует нашу ментальную деятельность. Конечно, во многом в разгадывании сути и формы проблем и ситуаций помогают аналогии. Но это не всегда и не везде «срабатывает» в качестве ключа или импульса к разгадкам и приложениям.

Более значимый импульс к математическому творчеству дает потребность в решении актуальных проблем естествознания. Любой отдел практики имеет важные ростковые точки.

## Гомологические аспекты объектного множества

Гомологический анализ различных топологических пространства и дифференциально-геометрических структур базируется на модели формальных линейных комбинаций некоторых элементов, по-разному согласованных между собой. Основные математические конструкции принято называть циклами и границами. Группы гомологий для различных линейных выражений есть факторгруппы от соответствующих цепей по границам. Основу анализа формирует операция отображения границ, сущность которой состоит в том, что он позволяет уменьшить размерность симплексов, из которых сконструированы линейные комбинации. При рассмотрении симплексов у нас есть точки, линии с ориентацией, которые их соединяют, плоские многоугольники, а также объемные изделия, образованные по аналогии с указанными составляющими. Операция отображения границ задает функциональные связи между симплексами. Обычно знание доводится до уровня конкретизации групп гомологий. Но на этом анализ практически прекращается.

Заметим, что знание групп гомологий обычно не имеет связи с практическими задачами и не стимулирует решения проблем, стоящих перед естествознанием. Ситуация примерно выглядит так: давайте в воду поместим металлические шарики, а затем пропустим воду через сито. В этом случае в сите будут шарики. Имеем вот такой анализ, и вот такие выводы.

Начальный анализ свидетельствует, что ситуация «оживает», если мы применяем методы теории гомологий в объектном множестве. Проиллюстрируем этот тезис примерами.

Назовем один элемент объектного множества  $M^{16}$  – симплексом, произведение двух элементов 1 – симплексом, трех элементов 2 – симплексом и т.д.

Отображение «границ» зададим стандартной гомологической операцией:

$$\partial[0,1,\dots,n] = \sum (-1)^{i+1} [0,1,\dots,\hat{i},\dots,n].$$

Из соображений удобства будем записывать элементы объектного множества  $M^{16}$  латинскими буквами. Получим, например, базовые симплексы

$$a, [ab], [abc], [abcd], [abcde], \dots$$

Примем точку зрения, что операция «границы» для отдельного элемента есть ноль объектного множества. В рассматриваемом случае он задается объектом с номером 16. Правую единицу объектного множества представляет объект с номером 13.

Проанализируем ситуации с взятием границ от симплекса с номером 1. В этом варианте

$$\partial[ab] = b - a, \partial \circ \partial[ab] = [0] = 16.$$

На этом уровне анализа в ситуации нет ничего необычного и нет каких-либо дополнительных законов.

Проанализируем симплекс с номером 2. Получим цепочку формул

$$\begin{aligned} \partial[abc] &= bc - ac + ab, \\ \partial \circ \partial[abc] &= c - b - c + a + b - a = [0] = 16. \end{aligned}$$

Введем в рассмотрение циклическую линейную комбинацию с греческими буквами

$$\Phi = \alpha[abc] + \beta[bca] + \gamma[cab].$$

Она имеет форму функции Якоби с множителями перед каждым слагаемым. Перейдем к симплексам меньшей размерности

$$\partial\Phi = \alpha([bc] - [ac] + [ab]) + \beta([ca] - [ba] + [bc]) + \gamma([ab] - [cb] + [ca]),$$

$$\partial \circ \partial\Phi = [0] = 16.$$

Проанализируем, меняя коэффициенты симплексов, условия образования циклов, когда получится значение  $\partial\Phi = [0]$ . Пусть  $\beta = -\alpha$ . Тогда

$$\partial\Phi = \alpha[bc] - \alpha([ac] + [ca]) + \alpha([ab] + [ba]) - \alpha[bc] + \gamma([ab] - [cb] + [ca]).$$

Объектному множеству присуще равенство

$$\alpha([ab] + [ba]) - \alpha([ac] + [ca]) = [0].$$

Следовательно, циклы получаются при выполнении условия

$$\partial\Phi = \gamma([ab] - [cb] + [ca]).$$

Анализ свидетельствует, что выражение в круглых скобках генерирует единицу объектного множества

$$([ab] - [cb] + [ca]) = [1] = 13.$$

Это возможно только при значении  $\gamma = [0] = 16$ . Важно другое, на основе гомологического анализа получен инвариант объектного множества в форме нетривиальной функции с тремя аргументами, которая генерируют единицу этого множества.

При выборе  $\gamma = -\alpha$  получим условие

$$([ca] - [ba] + [bc]) = [1] = 13.$$

Заметим, что элементам с циклическим изменением положения букв естественно поставить в соответствие матрицы размерности 3, которые задают группу на матричном произведении:

$$\begin{matrix} [abc] & [bca] & [cab] \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{matrix}$$

Эта группа косвенно ассоциирована с анализируемыми линейными комбинациями на основе элементов неассоциативного, некоммутативного объектного множества. Границы иллюстрируют важный практический аспект объединения «сущностей» одного вида с «сущностями» другого вида.

Именно такие объединения характерны для биологических систем, для химических объектов, а также для расчетных физических теорий, когда соединяются, например, масса и ускорение, импульс и длина волны...

Исследуем линейную комбинацию

$$\Phi = \alpha[abcd] + \beta[bcda] + \gamma[cdab] + \delta[dabc].$$

Получим

$$\begin{aligned} \partial\Phi &= \alpha([bcd] - [acd] + [abd] - [abc]) + \beta([cda] - [bda] + [bca] - [bcd]) + \\ &+ \gamma([dab] - [cab] + [cdb] - [cda]) + \delta([abc] - [dbc] + [dac] - [dab]) = \\ &= (\alpha - \beta)[bcd] + (\delta - \alpha)[abc] + (\beta - \gamma)[cda] + (\gamma - \delta)[dab] + \\ &+ \alpha[abd] - \beta[bda] + \gamma[cdb] - \delta[dbc] + \delta[dac] - \alpha[acd] + \beta[bca] - \gamma[cab]. \end{aligned}$$

Выберем одинаковые коэффициенты  $\alpha = \beta = \delta = \varepsilon = \alpha$ . Выражение упростится

$$\partial\Phi = \alpha(([abd] - [bda]) + ([cdb] - [dbc]) + ([dac] - [acd]) + ([bca] - [cab])).$$

Из анализа следует, что выражение в скобках генерирует значение в форме объектного нуля с номером 16. Снова гомологический анализ позволил найти инвариант объектного множества. Только при значении  $\alpha = 13$  мы получим объектный ноль.

Тройки элементов при «прочтении» порядка элементов индуцируют 4 матрицы

$$\begin{aligned} & [abd] - [bda] \quad [cdb] - [dbc] \quad [dac] - [acd] \quad [bca] - [cab] \\ & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Из простого расчета следует, что эти матрицы на матричном произведении генерируют нормальную подгруппу группы перестановок из 4 элементов и еще 4 новые матрицы.

При «прочтении» букв в системе циклических симплексов из 4 элементов мы получаем матричную группу

$$\begin{aligned} & [abcd] \quad [bcda] \quad [cdab] \quad [dabc] \\ & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

По очевидным причинам количество элементов в форме циклов превосходит количество элементов в форме границ. По этой причине для неассоциативное множество можно изучать аналогично тому, как принято изучать различные пространства и структуры.

Тонкость в том, и это проиллюстрировано расчетом, что объектные множества имеют свои стороны и свойства, позволяющие дополнить стандартный анализ новыми гранями и сторонами. Важно, что здесь имеет место дополнительность свойств.

На основе гомологического анализа могут решаться проблемы жизненной практики.

Проанализируем свойства симплексов больших размерностей по их составляющим для линейных комбинаций. Получим зависимость их свойств от количества элементов в симплексах. Так, например, симплексы из 5 и 7 элементов, аналогично симплексу из 3 элементов в форме гомологических сумм симплексов с меньшей размерностью, генерируют единицу объектного множества. Действительно, получим

$$\partial[abcde] = [bcde] - [acde] + [abde] - [abce] + [abcd] = 13 = [1].$$

Подтвердим результат таблицами. Симплекс из 5 элементов имеет такие свойства:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
$\xi$	1	7	3	15	9
$\eta$	8	6	2	16	10
$\zeta$	1	2	3	4	5

↓

	$[bcde]$	$-[acde]$	$[abde]$	$-[abce]$	$[abcd]$	$\sum \varphi_i$
$\varphi(\xi)$	7	-9	13	-9	15	13
$\varphi(\eta)$	9	-5	7	-1	7	13
$\varphi(\zeta)$	3	-4	3	-4	15	13

Симплекс из 7 элементов имеет аналогичные свойства:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
$\xi$	1	7	3	15	9	7	10
$\eta$	13	5	11	7	4	5	8

↓

$A=[bcdefg], B=[acdefg], C=[abdefg], D=[abcefg], E=[abcdfg], F=[abcde(g)], G=[abcdef],$

	<i>A</i>	$-B$	<i>C</i>	$-D$	<i>E</i>	$-F$	<i>G</i>	$\sum \varphi_i$
$\varphi(\xi)$	10	-16	4	-16	2	-6	9	13
$\varphi(\eta)$	15	-7	1	-13	4	-5	6	13

Симплекс с 6 элементами  $\Pi = \partial(abcdef)$  своими слагаемыми

$$A=[bcdef], B=[acdef], C=[abdef], D=[abcef], E=[abcdf], F=[abcde]$$

генерирует в гомологической сумме элемент  $f$ , что подтверждается таблицей:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
$\xi$	1	7	3	15	9	7
$\eta$	1	7	3	15	9	8
$\zeta$	13	5	11	7	4	5

$\Pi_\xi = 7, \Pi_\eta = 8, \Pi_\zeta = 5.$

Проанализируем ситуации с вычитанием альтернированных и симметричных функций кохомологического типа.

Рассмотрим функцию

$$\omega = \delta f(g_1, g_2, g_3) - \partial f(g_1, g_2, g_3) = [2](f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2)).$$

Ее содержательность иллюстрируется таблицей

$g_1$	$g_2$	$g_3$	$f(g_1 g_2, g_3)$	$f(g_1, g_2)$	$\omega$
1,16	2,15	3,14	3,11	6,16	6,6
1,5	5,9	11,15	4,12	6,8	8,8
9,10	5,7	2,4	8,16	13,5	14,14
1,2	5,6	9,11	8,16	16,8	16,16
1,12	5,10	6,7	7,13	10,2	6,6
8,2	6,4	12,14	10,4	8,14	8,8
12,7	13,8	14,9	9,3	4,4	14,14
11,1	9,15	2,14	12,10	10,12	16,16

Проанализируем функцию

$$\sigma = \delta f(g_1, g_2, g_3, g_4) - \partial f(g_1, g_2, g_3, g_4) = [2](f(g_1 g_2, g_3, g_4) + f(g_1, g_2, g_3 g_4)).$$

Проиллюстрируем ее значения таблицей

$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$f(g_1 g_2, g_3, g_4)$	$f(g_1, g_2, g_3 g_4)$	$\sigma$
2,2	7,5	11,13	1,6	9,9	14,16	6,6
8,2	6,4	12,14	7,9	10,2	8,6	8,8
1,2	3,4	5,6	7,8	15,13	14,16	14,14
1,2	5,6	9,11	7,13	16,16	16,14	16,16

Обе функции концентрируют объектные треугольники на диагональ со значениями, которые характеризуют минимальный идеал объектного множества.

Обратим внимание на взаимную согласованность нулевого подмножества объектного множества и единичного его подмножества. Их отношения характеризуют таблицы:

$st$ +	6	8	14	16	$k$ $\times$ $\rightarrow$	5	7	13	15
6	16	14	8	6	5	13	15	5	7
8	14	16	6	8	7	15	13	7	5
14	8	6	16	14	13	5	7	13	15
16	6	8	14	16	15	7	5	15	13

Ассоциированные с таблицами конформации задают четверную группу Клейна. Она непосредственно связана со структурой физических теорий, косвенно связывая их с физикой.

## Свойства операции структурного суммирования

Данная операция применяется к произвольным объектам, которые условно обозначены натуральными числами. По этой причине структурное суммирование чисел не согласуется со свойствами чисел при обычном суммировании.

В частности, имеет место вариант

$$a + b = a - c,$$

если  $b + c = 12$ . Представим эти случаи для 16 элементов таблицей

$13+1=2$	$13+2=3$	$13+3=4$	$13+4=1$
$13-7=2$	$13-6=3$	$13-5=4$	$13-8=1$
$13+5=6$	$13+6=7$	$13+7=8$	$13+8=5$
$13-3=6$	$13-2=7$	$13-1=8$	$13-4=5$
$13+9=14$	$13+10=15$	$13+11=16$	$13+12=13$
$13-11=14$	$13-10=15$	$13-9=16$	$13-12=13$
$13+13=10$	$13+14=11$	$13+15=12$	$13+16=9$
$13-13=10$	$13-14=11$	$13-13=12$	$13-16=9$

В рассматриваемом случае

$$b + c = 1+7 = 2+6 = 3+5 = 4+8 = 9+11 = 10+10 = 12+12 = 14+14 = 16+16 = 12.$$

В 4 ситуациях равенство достигается как при суммировании, так и при вычитании одного и того и того же числа:

$$b = c = 10, 12, 14, 16.$$

Проанализируем теперь свойства сумм и разностей для рядов и строк для 16 элементов. Имеем таблицы

+	16	16	16	16	
10	1	2	3	4	10
10	5	6	7	8	10
10	9	10	11	12	10
10	13	14	15	16	10
	16	16	16	16	
-	14	16	14	16	
14	1	2	3	4	16
14	5	6	7	8	16
10	9	10	11	12	12
10	13	14	15	16	12
	10	12	10	12	

В таблице последовательных суммирований нет совпадения угловых значений сумм. В таблице последовательных вычитаний, начиная с первого элемента, имеет место полное равенство угловых значений. Этот результат свидетельствует о различии числовых симметричных свойств у пары операций.

Ситуации, когда суммирование и вычитание одинакового числа дают одинаковый результат позволяют рассматривать отрицательные и положительные числа как соединенные друг с другом в форме некоторого кольца. В этом случае разные числа как-бы одинаковы, что соответствует принятию решения по «женской» логике.

## Самовоздействие при стационарных внешних условиях

Проанализируем алгоритм рекуррентной динамики вида  $x(k+1) = x^2(k) + p$  на разных элементах 4 базовых многообразий  $M^{16}(\xi)$ ,  $\xi = a, b, c, d$  при условии  $p = 3$ .

На многообразии  $M^{16}(a)$  получим соотношения

$$\begin{array}{c} \boxed{x(0)=1 \leftrightarrow x(1)=13}, \\ \boxed{x(0)=10 \rightarrow x(1)=4 \leftrightarrow x(0)=10}, \\ \boxed{x(0)=9 \rightarrow x(1)=5 \rightarrow x(0)=3 \leftrightarrow x(0)=15}. \end{array}$$

Алгоритм индуцирует циклы с первого, второго и третьего шага. Количество шагов может быть больше. Только при цикле с первого шага имеет место возвращение к начальному элементу. В других случаях динамика данного типа реализуется на иных элементах с двухуровневым циклом. Следовательно, возможны изменения исходного состояния с последующими колебаниями «не в себе».

Подчинение законам многообразия  $M^{16}(b)$  меняет свойства алгоритма. Получим, с одной стороны, аналоги циклов с нулевым шагом для элементов 2,4,6,8,10,12 вида

$$\boxed{x(0) \leftrightarrow x(1)}.$$

С другой стороны получим два цикла из пяти элементов, которые «правильны» с любого элемента:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 9 & \rightarrow & 3 & \rightarrow & 13 \\ \hline \uparrow & & & & \downarrow \\ \hline 7 & & \leftarrow & & 14 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 5 & \rightarrow & 1 & \rightarrow & 15 \\ \hline \uparrow & & & & \downarrow \\ \hline 11 & & \leftarrow & & 16 \\ \hline \end{array}.$$

Алгоритм связывает воедино 2 блока по пять элементов.

Многообразии  $M^{16}(c)$  генерирует циклы на 4 элементах. Они могут начинаться с первого, второго или третьего шага:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 6 & \rightarrow & 1 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 7 & \leftarrow & 12 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 13 & \rightarrow & 8 & \rightarrow & 3 \\ \hline & & \uparrow & & \downarrow \\ \hline & & 5 & \leftarrow & 10 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 7 & \rightarrow & 6 & \rightarrow & 1 & \rightarrow & 12 \\ \hline & & & & \uparrow & & \downarrow \\ \hline & & & & 6 & \leftarrow & 7 \\ \hline \end{array}, \dots$$

Многообразии  $M^{16}(d)$  генерирует циклы на 2,3 и 4 элементах:

$$\boxed{16 \leftrightarrow 14}, \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & \rightarrow & 11 \\ \hline 13 & & \downarrow \\ \hline \uparrow & & 4 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & \rightarrow & 8 \\ \hline 7 & & 1 \\ \hline \uparrow & 10 & \leftarrow \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & \rightarrow & 10 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 8 & \leftarrow & 7 \\ \hline \end{array}, \dots$$



## Самовоздействие по внутренним программам

Проанализируем на системе многообразий  $M^{16}(\xi)$ ,  $\xi = a, b, c, d$  несколько моделей рекуррентных динамик, выбрав по одному элементу из каждого подмножества в качестве начальных условий:  $x(0) = 1, x(0) = 5, x(0) = 9, x(0) = 13$ .

Пусть  $x(k+1) = x(k) + x(k)$ , что соответствует алгоритму переоценки своих свойств и возможностей. Для всех начальных условий на всех многообразиях  $M^{16}(\xi)$  получим один результат:

$$\boxed{1 \rightarrow 14 \rightarrow 12}, \boxed{5 \rightarrow 1 \rightarrow 12}, \boxed{9 \rightarrow 10 \rightarrow 12}, \boxed{13 \rightarrow 10 \rightarrow 12}.$$

Каждый объект переходит в состояние скрытой аддитивности, становится «нулем» объектного множества. В то же время эта программа преобразует разные объекты в один объект, достигая условия однородности системы, а потому и одинакового изменения при различных воздействиях. Фактически получается так, что принятие рассматриваемой программы каждым элементом множества приводит к потере свойств и индивидуальности объектов. Кроме этого, так реализуется алгоритм превращения себя в скрытый объект. Обратного превращения здесь нет, процесс необратим.

Пусть  $x(k+1) = x^2(k)$ , что соответствует алгоритму самовоздействия без обращения к внешним факторам в форме других объектов или функций от них. На многообразии  $M^{16}(b)$  получим отношения вида

$$\boxed{1 \rightarrow 6 \rightarrow 11 \leftrightarrow 16}, \boxed{5 \rightarrow 12 \leftrightarrow 15}, \boxed{9 \leftrightarrow 14}, \boxed{13 \leftrightarrow 10}.$$

В условиях, обеспеченных данным многообразием, те же объекты ведут себя иначе: имеет место как модель циклических изменений на объектах, отличающихся от начальных состояний, так и модель циклического изменения свойств от одного состояния к другому.

На многообразии  $M^{16}(b)$  ситуация принципиально иная. Имеет место цикл, который содержит все элементы. В этом случае каждый объект может пройти все изменения, которые характеризуют каждый объект, сыграть все возможные роли. Цепь взаимных превращений выглядит так

1	→	8	→	11	→	14	→	2	→	7	→	12	→	13
↑														↓
15	←	10	←	5	←	4	←	16	←	9	←	6	←	3

Аналогичная динамика присуща объектам на многообразии  $M^{16}(d)$ :

1	→	7	→	9	→	15	→	2	→	8	→	10	→	16
↑														↓
14	←	12	←	6	←	4	←	13	←	11	←	5	←	3

На многообразии  $M^{16}(c)$  ситуация аналогична условиям на многообразии  $M^{16}(a)$ :

$$\boxed{1 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \leftrightarrow 13}, \boxed{5 \rightarrow 9 \leftrightarrow 13}, \boxed{9 \leftrightarrow 13}, \boxed{13 \leftrightarrow 9}.$$

Следовательно, самовоздействие без внешних факторов генерирует спектр возможностей, реализация которых зависит от того, какой системе принадлежит анализируемое множество объектов. Внутренние возможности и условия всегда согласованы с условиями и возможностями общей структуры.

Проанализируем модель, согласно которой самовоздействие суммируется с параметрами самого объекта. Тогда  $x(k+1) = x(k) + x^2(k)$ . В разных многообразиях итоги этой динамики подчинены таблицам:

$$M^{16}(a) \Rightarrow \boxed{1 \rightarrow 15}, \boxed{5 \leftrightarrow 5}, \boxed{9 \rightarrow 15}, \boxed{13 \rightarrow 15}.$$

$$M^{16}(b) \Rightarrow \boxed{1 \rightarrow 13 \leftrightarrow 4}, \boxed{5 \rightarrow 7}, \boxed{9 \rightarrow 13 \leftrightarrow 4}, \boxed{13 \leftrightarrow 4}.$$

Разные объекты превращаются либо в один объект, либо остаются неизменными.

На многообразии  $M^{16}(c)$  разные объекты могут превращаться в один объект:

$$M^{16}(c) \Rightarrow \boxed{1 \rightarrow 10 \rightarrow 16}, \boxed{5 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 16}, \\ \boxed{9 \rightarrow 14 \rightarrow 16}, \boxed{13 \rightarrow 14 \rightarrow 16}.$$

Более сложная структура отношений в этой динамике на многообразии  $M^{16}(c)$ :

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \rightarrow & 7 & \downarrow \\ \hline 1 & \rightarrow & 12 & \rightarrow & 14 & & 4 \\ \hline & & & & \uparrow & 10 & \leftarrow \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & \rightarrow & 10 & \downarrow \\ \hline 5 & \rightarrow & 4 & & 14 \\ \hline & & \uparrow & 7 & \leftarrow \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \rightarrow & 14 & \downarrow \\ \hline 9 & \rightarrow & 16 & \rightarrow & 7 & & 10 \\ \hline & & & & \uparrow & 4 & \leftarrow \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & & \rightarrow & 7 & \downarrow \\ \hline & & & & & & 13 & \rightarrow & 1 & 12 & \rightarrow & 14 & & & 4 \\ \hline & & & & & & & & & & & & \leftarrow & 10 & \leftarrow \\ \hline \end{array}.$$

Во всех случаях реализуются циклы на 4 элементах без возвращения к начальным данным.

Если  $x(k+1) = x^2(k) - x(k)$  получаем аналогичные диаграммы:

$$M^{16}(a) \Rightarrow \boxed{5 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 13}, \boxed{13 \leftrightarrow 13}, \dots$$

$$M^{16}(c) \Rightarrow \boxed{5 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 16}, \boxed{13 \rightarrow 16}, \dots$$

$$M^{16}(c) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & \rightarrow & 7 & \downarrow \\ \hline 1 & \rightarrow & 14 & & 6 \\ \hline & & \updownarrow & 2 & \leftarrow \\ \hline \end{array}, \dots$$

## Спектр таблиц без мутации операций

На начальной стадии анализа сумбурных отношений в множестве из 16 объектов были сконструированы 4 множества с условием мутации операций. Сейчас рассмотрим новые множества, в которых все элементы сконструированы однообразно, без мутаций.

$$\hat{M}^{16}(a) =$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	6	5	8	7	9	11	9	11	14	13	16	15	10	12	10	12
2	6	5	8	7	12	10	12	10	14	13	16	15	9	11	9	11
3	6	5	8	7	11	9	11	9	14	13	16	15	12	10	12	10
4	6	5	8	7	10	12	10	12	14	13	16	15	11	9	11	9
5	16	16	16	16	12	11	10	9	13	15	13	15	1	4	3	2
6	13	13	13	13	12	11	10	9	16	14	16	14	1	4	3	2
7	14	14	14	14	12	11	10	9	15	13	15	13	1	4	3	2
8	15	15	15	15	12	11	10	9	14	16	14	16	1	4	3	2
9	6	5	8	7	1	3	1	3	14	13	16	15	2	4	2	4
10	6	5	8	7	4	2	4	2	14	13	16	15	1	3	1	3
11	6	5	8	7	3	1	3	1	14	13	16	15	4	2	4	2
12	6	5	8	7	2	4	2	4	14	13	16	15	3	1	3	1
13	6	6	6	6	12	11	10	9	5	7	5	7	1	4	3	2
14	7	7	7	7	12	11	10	9	8	6	8	6	1	4	3	2
15	8	8	8	8	12	11	10	9	7	5	7	5	1	4	3	2
16	5	5	5	5	12	11	10	9	6	8	6	8	1	4	3	2

$$\hat{M}^{16}(b) =$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	8	7	6	5	9	11	9	11	16	15	14	13	10	12	10	12
2	8	7	6	5	12	10	12	10	16	15	14	13	9	11	9	11
3	8	7	6	5	11	9	11	9	16	15	14	13	12	10	12	10
4	8	7	6	5	10	12	10	12	16	15	14	13	11	9	11	9
5	16	16	16	16	10	9	12	11	13	15	13	15	3	2	1	4
6	13	13	13	13	10	9	12	11	16	14	16	14	3	2	1	4
7	14	14	14	14	10	9	12	11	15	13	15	13	3	2	1	4
8	15	15	15	15	10	9	12	11	14	16	14	16	3	2	1	4
9	8	7	6	5	1	3	1	3	16	15	14	13	2	4	2	4
10	8	7	6	5	4	2	4	2	16	15	14	13	1	3	1	3
11	8	7	6	5	3	1	3	1	16	15	14	13	4	2	4	2
12	8	7	6	5	2	4	2	4	16	15	14	13	3	1	3	1
13	6	6	6	6	10	9	12	11	5	7	5	7	3	2	1	4
14	7	7	7	7	10	9	12	11	8	6	8	6	3	2	1	4
15	8	8	8	8	10	9	12	11	7	5	7	5	3	2	1	4
16	5	5	5	5	10	9	12	11	6	8	6	8	3	2	1	4

$$\hat{M}^{16}(c) =$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	5	6	7	8	9	11	9	11	13	14	15	16	10	12	10	12
2	5	6	7	8	12	10	12	10	13	14	15	16	9	11	9	11
3	5	6	7	8	11	9	11	9	13	14	15	16	12	10	12	10
4	5	6	7	8	10	12	10	12	13	14	15	16	11	9	11	9
5	16	16	16	16	9	10	11	12	13	15	13	15	2	3	4	1
6	13	13	13	13	9	10	11	12	16	14	16	14	2	3	4	1
7	14	14	14	14	9	10	11	12	15	13	15	13	2	3	4	1
8	15	15	15	15	9	10	11	12	14	16	14	16	2	3	4	1
9	5	6	7	8	1	3	1	3	13	14	15	16	2	4	2	4
10	5	6	7	8	4	2	4	2	13	14	15	16	1	3	1	3
11	5	6	7	8	3	1	3	1	13	14	15	16	4	2	4	2
12	5	6	7	8	2	4	2	4	13	14	15	16	3	1	3	1
13	6	6	6	6	9	10	11	12	5	7	5	7	2	3	4	1
14	7	7	7	7	9	10	11	12	8	6	8	6	2	3	4	1
15	8	8	8	8	9	10	11	12	7	5	7	5	2	3	4	1
16	5	5	5	5	9	10	11	12	6	8	6	8	2	3	4	1

$$\hat{M}^{16}(d) =$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	7	8	5	6	9	11	9	11	15	16	13	14	10	12	10	12
2	7	8	5	6	12	10	12	10	15	16	13	14	9	11	9	11
3	7	8	5	6	11	9	11	9	15	16	13	14	12	10	12	10
4	7	8	5	6	10	12	10	12	15	16	13	14	11	9	11	9
5	16	16	16	16	11	12	9	10	13	15	13	15	4	1	2	3
6	13	13	13	13	11	12	9	10	16	14	16	14	4	1	2	3
7	14	14	14	14	11	12	9	10	15	13	15	13	4	1	2	3
8	15	15	15	15	11	12	9	10	14	16	14	16	4	1	2	3
9	7	8	5	6	1	3	1	3	15	16	13	14	2	4	2	4
10	7	8	5	6	4	2	4	2	15	16	13	14	1	3	1	3
11	7	8	5	6	3	1	3	1	15	16	13	14	4	2	4	2
12	7	8	5	6	2	4	2	4	15	16	13	14	3	1	3	1
13	6	6	6	6	11	12	9	10	5	7	5	7	4	1	2	3
14	7	7	7	7	11	12	9	10	8	6	8	6	4	1	2	3
15	8	8	8	8	11	12	9	10	7	5	7	5	4	1	2	3
16	5	5	5	5	11	12	9	10	6	8	6	8	4	1	2	3

Эти таблицы сконструированы на прямом и обратном прочтении рядов чисел:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \Rightarrow$$

1	6	11	16	2	5	12	15	3	8	9	14	4	7	10	13
1	8	11	14	2	7	12	13	3	6	9	16	4	5	10	15
1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12	16
1	7	9	15	2	8	10	16	3	5	11	13	4	6	12	14

Таблицам можно поставить в соответствие наборы матриц. Каждый ряд получает наглядное представление при наложении матриц друг на друга:

$c \rightarrow$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>4</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>2</td></tr> </table>	4		1				3		2	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>8</td><td></td><td>5</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td>6</td></tr> </table>	8		5				7		6	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>12</td><td></td><td>9</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>11</td><td></td><td>10</td></tr> </table>	12		9				11		10	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>16</td><td></td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td></td><td>14</td></tr> </table>	16		13				15		14	,
4		1																																										
3		2																																										
8		5																																										
7		6																																										
12		9																																										
11		10																																										
16		13																																										
15		14																																										

$a \rightarrow$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>4</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>2</td></tr> </table>	4		1				3		2	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>7</td><td></td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td>5</td></tr> </table>	7		6				8		5	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>10</td><td></td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td>12</td></tr> </table>	10		11				9		12	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>13</td><td></td><td>16</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>14</td><td></td><td>15</td></tr> </table>	13		16				14		15	,
4		1																																										
3		2																																										
7		6																																										
8		5																																										
10		11																																										
9		12																																										
13		16																																										
14		15																																										

$d \rightarrow$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>4</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>2</td></tr> </table>	4		1				3		2	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>6</td><td></td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td>8</td></tr> </table>	6		7				5		8	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>12</td><td></td><td>9</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>11</td><td></td><td>10</td></tr> </table>	12		9				11		10	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>14</td><td></td><td>15</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>13</td><td></td><td>16</td></tr> </table>	14		15				13		16	,
4		1																																										
3		2																																										
6		7																																										
5		8																																										
12		9																																										
11		10																																										
14		15																																										
13		16																																										

$b \rightarrow$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>4</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>2</td></tr> </table>	4		1				3		2	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>5</td><td></td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td>7</td></tr> </table>	5		8				6		7	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>10</td><td></td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td>12</td></tr> </table>	10		11				9		12	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>15</td><td></td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>16</td><td></td><td>13</td></tr> </table>	15		14				16		13	,
4		1																																										
3		2																																										
5		8																																										
6		7																																										
10		11																																										
9		12																																										
15		14																																										
16		13																																										

Для понимания модели операционной мутации введем обозначение греческими буквами рассматриваемых подмножеств

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
1, 2, 3, 4	5, 6, 7, 8	9, 10, 11, 12	13, 14, 15, 16

Основная таблица, в которой указаны номера мест значимых элементов конкретных матриц, дополнена на основе «прочтения» связей при «дальней» связи номеров. Они «прочитаны» справа или слева от второго элемента в композиции. Соответственно получены по каждому ряду связей 4 таблицы отношений;

$M^{16}(a) \rightarrow$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td><math>\alpha\alpha \rightarrow</math></td><td><math>\beta\beta \rightarrow</math></td><td><math>\gamma\alpha \leftarrow</math></td><td><math>\delta\beta \rightarrow</math></td></tr> <tr><td><math>\alpha\gamma \rightarrow</math></td><td><math>\beta\delta \rightarrow</math></td><td><math>\gamma\gamma \rightarrow</math></td><td><math>\delta\delta \leftarrow</math></td></tr> </table>	$\alpha\alpha \rightarrow$	$\beta\beta \rightarrow$	$\gamma\alpha \leftarrow$	$\delta\beta \rightarrow$	$\alpha\gamma \rightarrow$	$\beta\delta \rightarrow$	$\gamma\gamma \rightarrow$	$\delta\delta \leftarrow$	,
$\alpha\alpha \rightarrow$	$\beta\beta \rightarrow$	$\gamma\alpha \leftarrow$	$\delta\beta \rightarrow$							
$\alpha\gamma \rightarrow$	$\beta\delta \rightarrow$	$\gamma\gamma \rightarrow$	$\delta\delta \leftarrow$							

$M^{16}(b) \rightarrow$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td><math>\alpha\alpha \rightarrow</math></td><td><math>\beta\beta \rightarrow</math></td><td><math>\gamma\alpha \rightarrow</math></td><td><math>\delta\beta \rightarrow</math></td></tr> <tr><td><math>\alpha\gamma \rightarrow</math></td><td><math>\beta\delta \rightarrow</math></td><td><math>\gamma\gamma \rightarrow</math></td><td><math>\delta\delta \rightarrow</math></td></tr> </table>	$\alpha\alpha \rightarrow$	$\beta\beta \rightarrow$	$\gamma\alpha \rightarrow$	$\delta\beta \rightarrow$	$\alpha\gamma \rightarrow$	$\beta\delta \rightarrow$	$\gamma\gamma \rightarrow$	$\delta\delta \rightarrow$	,
$\alpha\alpha \rightarrow$	$\beta\beta \rightarrow$	$\gamma\alpha \rightarrow$	$\delta\beta \rightarrow$							
$\alpha\gamma \rightarrow$	$\beta\delta \rightarrow$	$\gamma\gamma \rightarrow$	$\delta\delta \rightarrow$							

$M^{16}(c) \rightarrow$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td><math>\alpha\alpha \rightarrow</math></td><td><math>\beta\beta \rightarrow</math></td><td><math>\gamma\alpha \leftarrow</math></td><td><math>\delta\beta \rightarrow</math></td></tr> <tr><td><math>\alpha\gamma \rightarrow</math></td><td><math>\beta\delta \rightarrow</math></td><td><math>\gamma\gamma \rightarrow</math></td><td><math>\delta\delta \leftarrow</math></td></tr> </table>	$\alpha\alpha \rightarrow$	$\beta\beta \rightarrow$	$\gamma\alpha \leftarrow$	$\delta\beta \rightarrow$	$\alpha\gamma \rightarrow$	$\beta\delta \rightarrow$	$\gamma\gamma \rightarrow$	$\delta\delta \leftarrow$	,
$\alpha\alpha \rightarrow$	$\beta\beta \rightarrow$	$\gamma\alpha \leftarrow$	$\delta\beta \rightarrow$							
$\alpha\gamma \rightarrow$	$\beta\delta \rightarrow$	$\gamma\gamma \rightarrow$	$\delta\delta \leftarrow$							

$M^{16}(d) \rightarrow$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td><math>\alpha\alpha \rightarrow</math></td><td><math>\beta\beta \rightarrow</math></td><td><math>\gamma\alpha \leftarrow</math></td><td><math>\delta\beta \rightarrow</math></td></tr> <tr><td><math>\alpha\gamma \rightarrow</math></td><td><math>\beta\delta \rightarrow</math></td><td><math>\gamma\gamma \rightarrow</math></td><td><math>\delta\delta \rightarrow</math></td></tr> </table>	$\alpha\alpha \rightarrow$	$\beta\beta \rightarrow$	$\gamma\alpha \leftarrow$	$\delta\beta \rightarrow$	$\alpha\gamma \rightarrow$	$\beta\delta \rightarrow$	$\gamma\gamma \rightarrow$	$\delta\delta \rightarrow$	,
$\alpha\alpha \rightarrow$	$\beta\beta \rightarrow$	$\gamma\alpha \leftarrow$	$\delta\beta \rightarrow$							
$\alpha\gamma \rightarrow$	$\beta\delta \rightarrow$	$\gamma\gamma \rightarrow$	$\delta\delta \rightarrow$							

Мы получили 4 таблицы отношений, в которых при их «прочтении» применена мутация в выборе элементов. Она указана различием направлений стрелок.

## Инвариантность глобального закона при операционной мутации

Мы приняли при конструировании таблиц отношений  $\hat{M}^{16}(\xi), \xi = a, b, c, d$  алгоритм единого расположения направлений выбора элементов, что соответствует модели взаимных отношений в отсутствие мутаций.

Естественно возникает вопрос: изменился ли при этом глобальный закон вида

$$a^2 + b^2 = bca + cab,$$

$$a = \xi \cdot (\xi)^2, b = \xi^2 \cdot (\xi^2)^2, c = \xi^3 \cdot (\xi^3)^2.$$

Поскольку он выполняется на многообразиях  $\hat{M}^{16}(\xi), \xi = a, b, c, d$ , удобно сравнить результаты на элементах  $\xi$  с операционными мутациями и без них.

Получим такие частные результаты:

$\hat{M}^{16}(a) \rightarrow$	$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
	14	4	9	7	14	7	10	4	10	13	10	13
	16	2	11	5	16	5	12	2	12	15	12	15
$M^{16}(a) \rightarrow$	$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
	14	9	4	14	7	8	4	10	9	4	9	4
	16	11	2	16	5	6	2	12	11	5	11	5
$\hat{M}^{16}(c) \rightarrow$	$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
	13	2	9	6	13	6	10	2	10	14	10	14
	16	1	12	5	16	5	9	1	9	13	9	13
$M^{16}(c) \rightarrow$	$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
	13	9	2	13	6	5	2	10	9	6	1	6
	16	12	1	16	5	8	1	9	12	5	4	5

Следовательно, операционные мутации могут нарушить действие глобального закона на многообразии. В общем случае ситуация сложнее: глобальный закон может сохраниться, но изменятся только дополнительные условия. В анализируемой ситуации они имеют вид

$$bc = a, ca = b.$$

Эти же условия могут меняться частично.

Естественно рассмотреть весь спектр внутренних переменных, которые генерируются в рамках предложенного алгоритма. Он имеет свои свойства, роль и значение которых на данной стадии непонятны. Для конкретизации анализа необходим выход на решение конкретных задач естествознания. То, что «подскажет» эксперимент, может стать стимулом для развития теории, нацеленной на расчет в согласии с экспериментом.

Однако этот путь развития не является единственно возможным, так как сами задачи имеют и обеспечивают внутреннюю мотивацию на развитие.

Проиллюстрируем спектр внутренних переменных на системе многообразий.

$$\hat{M}^{16}(a) \Rightarrow$$

$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
1	6	13	11	1	11	16	6	16	2	16	2
2	5	16	12	2	12	15	5	15	3	15	3
3	8	15	9	3	9	14	8	14	4	14	4
4	7	14	10	4	10	13	7	13	1	13	1
5	12	2	15	5	15	3	12	3	8	3	8
6	11	1	16	6	16	2	11	2	5	2	5
7	10	4	13	7	13	1	10	1	6	1	6
8	9	3	14	8	14	4	9	4	7	4	7
9	14	8	4	9	4	7	14	7	10	7	10
10	13	7	1	10	1	6	13	6	11	6	11
11	16	6	2	11	2	5	16	5	12	5	12
12	15	5	3	12	3	8	15	8	9	8	9
13	1	10	6	13	6	11	1	11	16	11	16
14	4	9	7	14	7	10	4	10	13	10	13
15	3	12	8	15	8	9	3	9	14	9	14
16	2	11	5	16	5	12	2	12	15	12	15

$$\hat{M}^{16}(b) \Rightarrow$$

$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
1	8	15	11	1	11	14	8	14	2	14	2
2	7	14	12	2	12	13	7	13	3	13	3
3	6	13	9	3	9	16	6	16	4	16	4
4	5	16	10	4	10	15	5	15	1	15	1
5	10	4	15	5	15	1	10	1	8	1	8
6	9	3	16	6	16	4	9	4	5	4	5
7	12	2	13	7	13	3	12	3	6	3	6
8	11	1	14	8	14	2	11	2	7	2	7
9	16	6	4	9	4	5	16	5	10	5	10
10	15	5	1	10	1	8	15	8	11	8	11
11	14	8	2	11	2	7	14	7	12	7	12
12	13	7	3	12	3	6	13	6	9	6	9
13	3	12	6	13	6	9	3	9	16	9	16
14	2	11	7	14	7	12	2	12	13	12	13
15	1	10	8	15	8	11	1	11	14	11	14
16	4	9	5	16	5	10	4	10	15	10	15

$$\hat{M}^{16}(c) \Rightarrow$$

$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
1	5	16	9	1	9	13	5	13	2	13	2
2	6	13	10	2	10	14	6	14	3	14	3
3	7	14	11	3	11	15	7	15	4	15	4
4	8	15	12	4	12	16	8	16	1	16	1
5	9	1	13	5	13	2	9	2	6	2	6
6	10	2	14	6	14	3	10	3	7	3	7
7	11	3	15	7	15	4	11	4	8	4	8
8	12	4	16	8	16	1	12	1	5	1	5
9	13	5	2	9	2	6	13	6	10	6	10
10	14	6	3	10	3	7	14	7	11	7	11
11	15	7	4	11	4	8	15	8	12	8	12
12	16	8	1	12	1	5	16	5	9	5	9
13	2	9	6	13	6	10	2	10	14	10	14
14	3	10	7	14	7	11	3	11	15	11	15
15	4	11	8	15	8	12	4	12	16	12	16
16	1	12	5	16	5	9	1	9	13	9	13

$$\hat{M}^{16}(d) \Rightarrow$$

$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
1	7	14	9	1	9	15	7	15	2	15	2
2	8	15	10	2	10	16	8	16	3	16	3
3	5	16	11	3	11	13	5	13	4	13	4
4	6	13	12	4	12	14	6	14	1	14	1
5	11	3	13	5	13	4	11	4	6	4	6
6	12	4	14	6	14	1	12	1	7	1	7
7	9	1	15	7	15	2	9	2	8	2	8
8	10	2	16	8	16	3	10	3	5	3	5
9	15	7	2	9	2	8	15	8	10	8	10
10	16	8	3	10	3	5	16	5	11	5	11
11	13	5	4	11	4	6	13	6	12	6	12
12	14	6	1	12	1	7	14	7	9	7	9
13	4	11	6	13	6	12	4	12	14	12	14
14	1	12	7	14	7	9	1	9	15	9	15
15	2	9	8	15	8	10	2	10	16	10	16
16	3	10	5	16	5	11	3	11	13	11	13

Мутация операций может изменить как основной закон, так и дополняющие его законы.



Покажем это на таблицах для внутренних координат.

$M^{16}(a) \Rightarrow$

$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
1	6	13	11	10	11	16	7	16	11	16	11
2	5	16	12	11	12	15	6	15	12	15	12
3	8	15	9	12	9	14	5	14	9	14	9
4	7	14	10	9	10	13	8	13	10	13	10
5	12	2	15	5	15	3	12	12	8	12	8
6	11	1	16	6	16	2	11	11	5	11	5
7	10	4	13	7	13	1	10	10	6	10	6
8	9	3	14	8	14	4	9	9	7	9	7
9	14	8	9	9	4	8	14	7	9	7	9
10	13	7	10	10	1	7	13	6	10	6	10
11	16	6	11	11	2	6	16	5	11	5	11
12	15	5	12	12	3	5	15	8	12	8	12
13	10	1	13	6	7	1	11	10	6	10	6
14	9	4	14	7	8	4	10	9	7	9	7
15	12	3	15	8	5	3	9	12	8	12	8
16	11	2	16	5	6	2	12	11	5	11	5

$M^{16}(c) \Rightarrow$

$\xi$	$\xi^2$	$\xi^3$	$(\xi^2)^2$	$(\xi^3)^2$	$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$bca$	$cab$
1	5	16	9	12	9	13	8	13	9	13	9
2	6	13	10	9	10	14	5	14	10	14	10
3	7	14	11	10	11	15	6	15	11	15	11
4	8	15	12	11	12	16	7	16	12	16	12
5	9	1	13	5	13	13	9	9	9	2	9
6	10	2	14	6	14	14	10	10	10	3	10
7	11	3	15	7	15	15	11	11	11	4	11
8	12	4	16	8	16	16	12	12	12	1	12
9	13	5	9	9	2	5	13	6	9	6	9
10	14	6	10	10	3	6	14	7	10	7	10
11	15	7	11	11	4	7	15	8	11	8	11
12	16	8	12	12	1	8	16	5	12	5	12
13	9	2	13	6	5	2	10	9	6	1	6
14	10	3	14	7	6	3	11	10	7	2	7
15	11	4	15	8	7	4	12	11	8	3	8
16	12	1	16	5	8	1	9	12	5	4	5

## Объединение внешних и внутренних объектных чисел

Внешние объектные числа  $\xi$  по алгоритму, который указан ранее в форме связей

$$a = \xi \cdot (\xi)^2, a = \xi^2 \cdot (\xi^2)^2, a = \xi^3 \cdot (\xi^3)^2,$$

объединяются с этими внутренними числами по закону  $\xi a^2 b^2 = a^2 b^2$  на каждом многообразии  $\hat{M}^{16}(\eta), \eta = a, b, c, d$ . Покажем это на таблицах произведений:

$1 \cdot 16 \cdot 2 = 5$	$16 \cdot 2 = 5$
$2 \cdot 15 \cdot 3 = 8$	$15 \cdot 3 = 8$
$3 \cdot 14 \cdot 4 = 7$	$14 \cdot 4 = 7$
$4 \cdot 13 \cdot 1 = 6$	$13 \cdot 1 = 6$
$5 \cdot 3 \cdot 8 = 9$	$3 \cdot 8 = 9$
$6 \cdot 2 \cdot 5 = 12$	$2 \cdot 5 = 12$
$7 \cdot 1 \cdot 6 = 11$	$1 \cdot 6 = 11$
$8 \cdot 4 \cdot 7 = 10$	$4 \cdot 7 = 10$
$9 \cdot 7 \cdot 10 = 13$	$7 \cdot 10 = 13$
$10 \cdot 6 \cdot 11 = 16$	$6 \cdot 11 = 16$
$11 \cdot 5 \cdot 12 = 15$	$5 \cdot 12 = 15$
$12 \cdot 8 \cdot 9 = 14$	$8 \cdot 9 = 14$
$13 \cdot 11 \cdot 16 = 2$	$11 \cdot 16 = 2$
$14 \cdot 10 \cdot 13 = 1$	$10 \cdot 13 = 1$
$15 \cdot 9 \cdot 14 = 4$	$9 \cdot 14 = 4$
$16 \cdot 12 \cdot 15 = 3$	$12 \cdot 15 = 3$
$\hat{M}^{16}(a)$	

$1 \cdot 14 \cdot 2 = 7$	$14 \cdot 2 = 7$
$2 \cdot 13 \cdot 3 = 6$	$13 \cdot 3 = 6$
$3 \cdot 16 \cdot 4 = 5$	$16 \cdot 4 = 5$
$4 \cdot 15 \cdot 1 = 8$	$15 \cdot 1 = 8$
$5 \cdot 1 \cdot 8 = 11$	$1 \cdot 8 = 11$
$6 \cdot 4 \cdot 5 = 10$	$4 \cdot 5 = 10$
$7 \cdot 3 \cdot 6 = 9$	$3 \cdot 6 = 9$
$8 \cdot 2 \cdot 7 = 12$	$2 \cdot 7 = 12$
$9 \cdot 5 \cdot 10 = 15$	$5 \cdot 10 = 15$
$10 \cdot 8 \cdot 11 = 14$	$8 \cdot 11 = 14$
$11 \cdot 7 \cdot 12 = 13$	$7 \cdot 12 = 13$
$12 \cdot 6 \cdot 9 = 16$	$6 \cdot 9 = 16$
$13 \cdot 9 \cdot 16 = 4$	$9 \cdot 16 = 4$
$14 \cdot 12 \cdot 13 = 3$	$12 \cdot 13 = 3$
$15 \cdot 11 \cdot 14 = 2$	$11 \cdot 14 = 2$
$16 \cdot 10 \cdot 15 = 1$	$10 \cdot 15 = 1$
$\hat{M}^{16}(b)$	

$1 \cdot 13 \cdot 2 = 6$	$13 \cdot 2 = 6$
$2 \cdot 14 \cdot 3 = 7$	$14 \cdot 3 = 7$
$3 \cdot 15 \cdot 4 = 8$	$15 \cdot 4 = 8$
$4 \cdot 16 \cdot 1 = 5$	$16 \cdot 1 = 5$
$5 \cdot 2 \cdot 6 = 10$	$2 \cdot 6 = 10$
$6 \cdot 3 \cdot 7 = 11$	$3 \cdot 7 = 11$
$7 \cdot 4 \cdot 8 = 12$	$4 \cdot 8 = 12$
$8 \cdot 1 \cdot 5 = 9$	$1 \cdot 5 = 9$
$9 \cdot 6 \cdot 10 = 14$	$6 \cdot 10 = 14$
$10 \cdot 7 \cdot 11 = 15$	$7 \cdot 11 = 15$
$11 \cdot 8 \cdot 12 = 16$	$8 \cdot 12 = 16$
$12 \cdot 5 \cdot 9 = 13$	$5 \cdot 9 = 13$
$13 \cdot 10 \cdot 14 = 3$	$10 \cdot 14 = 3$
$14 \cdot 11 \cdot 15 = 4$	$11 \cdot 15 = 4$
$15 \cdot 12 \cdot 16 = 1$	$12 \cdot 16 = 1$
$16 \cdot 9 \cdot 13 = 2$	$9 \cdot 13 = 2$
$\hat{M}^{16}(c)$	

$1 \cdot 15 \cdot 2 = 8$	$15 \cdot 2 = 8$
$2 \cdot 16 \cdot 3 = 5$	$16 \cdot 3 = 5$
$3 \cdot 13 \cdot 4 = 6$	$13 \cdot 4 = 6$
$4 \cdot 14 \cdot 1 = 7$	$14 \cdot 1 = 7$
$5 \cdot 4 \cdot 6 = 12$	$4 \cdot 6 = 12$
$6 \cdot 1 \cdot 7 = 9$	$1 \cdot 7 = 9$
$7 \cdot 2 \cdot 8 = 10$	$2 \cdot 8 = 10$
$8 \cdot 3 \cdot 5 = 11$	$3 \cdot 5 = 11$
$9 \cdot 8 \cdot 10 = 16$	$8 \cdot 10 = 16$
$10 \cdot 5 \cdot 11 = 13$	$5 \cdot 11 = 13$
$11 \cdot 6 \cdot 12 = 14$	$6 \cdot 12 = 14$
$12 \cdot 7 \cdot 9 = 15$	$7 \cdot 9 = 15$
$13 \cdot 12 \cdot 14 = 1$	$12 \cdot 14 = 1$
$14 \cdot 9 \cdot 15 = 2$	$9 \cdot 15 = 2$
$15 \cdot 10 \cdot 16 = 3$	$10 \cdot 16 = 3$
$16 \cdot 11 \cdot 13 = 4$	$11 \cdot 13 = 4$
$\hat{M}^{16}(d)$	

Следовательно, объектные числа имеют принципиально новые свойства.

Во всех рассмотренных ситуациях выполнялось условие  $bc = a, ca = b$ . Мутация операций мутирует этот закон, а также глобальные законы равенства произведения пяти элементов и четырех элементов. Проиллюстрируем этот тезис примерами.

Рассмотрим изменения функциональных свойств на многообразии  $M^{16}(c)$ :

$\xi$	$a$	$b$	$c$	$bc$	$ca$	$a^2$	$b^2$	$\alpha$	$\beta$	$\varphi$	$\psi$
1	9	13	8	4	14	13	9	13	9	13	13
2	10	14	5	1	15	14	10	14	10	14	14
3	11	15	6	2	16	15	11	15	11	15	15
4	12	16	7	3	13	16	12	16	12	16	16
5	13	13	9	5	2	9	9	2	9	6	16
6	14	14	10	6	3	10	10	3	10	7	13
7	15	15	11	7	4	11	11	4	11	8	14
8	16	16	12	8	1	12	12	1	12	5	15
9	2	5	13	2	6	6	9	6	9	13	13
10	3	6	14	3	7	7	10	7	10	14	14
11	4	7	15	4	8	8	11	8	11	15	15
12	1	8	16	1	5	5	12	5	12	16	16
13	5	2	10	14	4	9	6	1	6	2	10
14	6	3	11	15	1	10	7	2	7	3	11
15	7	4	12	16	2	11	8	3	8	4	12
16	8	1	9	13	3	12	5	4	5	1	9

$$\alpha = bca, \beta = cab, \varphi = \xi a^2 b^2 (bca)(cab), \psi = a^2 b^2 (bca)(cab).$$

1	13	9	13	9			13	9	13	9
	10	13	9	13				5	2	13
2	14	10	14	10			14	10	14	10
	11	14	10	14				6	3	14
3	15	11	15	11			15	11	15	11
	12	15	11	15				7	4	15
4	16	12	16	12			16	12	16	12
	9	16	12	16				8	1	16
5	9	9	2	9			9	9	2	9
	13	5	16	6				13	6	16
6	10	10	3	10			10	10	3	10
	14	7	14	8				14	7	13
7	11	11	4	11			11	11	4	11
	15	7	14	8				15	8	14
8	12	12	1	12			12	12	1	12
	16	8	15	5				16	5	15
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

В первом ряду стоят номера элементов произведения, во втором ряду представлены последовательные произведения. Их «сплетение» подчинено внутренним законам, которые неясны на данной стадии анализа.

## Алгоритмы аддитивной скрытности на примере объектного многообразия

Примем в качестве инструментов анализа систему функций вида

$$s_1 = a + b + c, s_2 = a^2 + b^2 + c^2, s_3 = a^3 + b^3 + c^3,$$

$$f_1 = abc + bca + cab, f_2 = a^2b^2c^2 + b^2c^2a^2 + c^2a^2b^2, f_3 = a^3b^3c^3 + b^3c^3a^3 + c^3a^3b^3,$$

сопоставляя каждому элементу  $\xi$  объектного многообразия внутренние координаты

$$a = \xi \cdot \xi^2, b = \xi^2 (\xi^2)^2, c = \xi^3 (\xi^3)^2.$$

Найдем связи между этими функциями в рамках объектного многообразия  $\hat{M}^{16}(a)$ . Обратим внимание на каждое подмножество и на отдельные элементы. Получим, например, на первом этапе, данные

$\xi$	$a$	$b$	$c$	$s_1$	$a^2$	$b^2$	$c^2$	$s_2$	$a^3$	$b^3$	$c^3$	$s_3$	$\sum s_i$
1	11	16	6	5	16	2	11	1	6	11	1	14	16
2	12	15	5	8	15	3	12	2	5	12	2	15	13
3	9	14	8	7	14	4	9	3	8	9	3	16	14
4	10	13	7	6	13	1	10	4	7	10	4	13	15

$\xi$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$\sum f_i$
1	8	12	8	16
2	5	11	7	15
3	6	10	6	14
4	7	9	5	13

Сумма полученных значений для каждого из четырех элементов множества характеризуется условием аддитивной скрытности, равно как и их объединения.

$\xi$	$a$	$b$	$c$	$s_1$	$a^2$	$b^2$	$c^2$	$s_2$	$a^3$	$b^3$	$c^3$	$s_3$	$\sum s_i$
5	15	3	12	2	3	8	15	10	12	15	5	8	12
6	16	2	11	1	2	5	16	11	11	16	6	5	9
7	13	1	10	4	1	6	13	12	10	13	7	6	10
8	14	4	9	3	4	7	14	9	9	14	8	7	11

$\xi$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$\sum f_i$
5	11	11	5	7
6	12	10	8	6
7	9	9	7	5
8	10	12	6	8

$\xi$	$f_1^2$	$f_2^2$	$f_3^2$	$\sum f_i^2$
5	16	16	12	12
6	15	13	9	9
7	14	14	10	10
8	13	15	11	11

Второму подмножеству присуще образование аддитивной скрытности на функциях  $s_i$  и квадратах функций  $f_i$ . Следовательно, аддитивной скрытности разные подмножества подчинены по-разному.

У третьего подмножества свойства такие:

$\xi$	$a$	$b$	$c$	$s_1$	$a^2$	$b^2$	$c^2$	$s_2$	$a^3$	$b^3$	$c^3$	$s_3$	$\sum s_i$
9	4	7	14	9	7	10	4	13	14	4	9	3	$5,5^2 = 12$
10	1	6	13	12	6	11	1	14	13	1	10	4	$6,6^2 = 11$
11	2	5	16	11	5	12	2	15	16	2	11	1	$7,7^2 = 10$
12	3	8	15	10	8	9	3	16	15	3	12	2	$8,8^2 = 9$

$\xi$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$\sum f_i$
9	12	5	10	7
10	9	8	9	6
11	10	7	12	5
12	11	6	11	8

$\xi$	$f_1^2$	$f_2^2$	$f_3^2$	$\sum f_i^2$
9	15	12	13	12
10	14	9	14	9
11	13	10	15	10
12	16	11	16	11

Для этого подмножества аддитивная скрытность естественно реализуется на основе суммирования квадратов первой суммы и сумм квадратов вторых функций.

Четвертое подмножество имеет новые свойства:

$\xi$	$a$	$b$	$c$	$s_1$	$a^2$	$b^2$	$c^2$	$s_2$	$a^3$	$b^3$	$c^3$	$s_3$	$\sum s_i$
13	6	11	1	14	11	16	6	5	1	6	13	12	$3,3^2 = 8$
14	7	10	4	13	10	13	7	6	4	7	14	9	$4,4^2 = 5$
15	8	9	3	16	9	14	8	7	3	8	15	10	$1,1^2 = 6$
16	5	12	2	15	12	15	5	8	2	5	16	11	$2,2^2 = 7$

$\xi$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$\sum f_i$
13	8	8	9	13
14	5	7	12	16
15	6	6	11	15
16	7	5	10	14

$\xi$	$f_1^2$	$f_2^2$	$f_3^2$	$\sum f_i^2$
13	9	9	14	$16,16^2 = 2$
14	12	10	15	$13,13^3 = 1$
15	11	11	16	$14,14^2 = 4$
16	10	12	13	$15,15^2 = 3$

Поскольку имеют место равенства  $2 + 2 = 1 + 5 = 4 + 6 = 3 + 7 = 10 \Rightarrow 10 + 10 = 12$ ,

это подмножество характеризуется самым сложным алгоритмом достижения условия аддитивной скрытности.

Заметим, что каждое подмножество подчинено условию аддитивной скрытности при суммировании соответствующих им базовых выражений.

Этот алгоритм можно интерпретировать в качестве глобального условия для подмножеств.

## Аддитивная скрытность подмножеств на паре функций

Проанализируем значения пары функций

$$\psi_{\xi}(a, b, c) = ab^2c^3 + bc^2a^3 + ca^2b^3,$$

$$\theta_{\xi}(a, b, c) = ab^2c^3 + b^2c^3a + c^3ab^2$$

на элементах каждого подмножества объектного множества  $\hat{M}^{16}(a)$ . Получим таблицу:

$\xi$	$a$	$b$	$c$	$\psi_{\xi}$	$\theta_{\xi}$
1	11	16	6	11	5
2	12	15	5	10	6
3	9	14	8	9	7
4	10	13	7	12	8
$\sum \psi, \theta$				10	10
5	15	3	12	11	13
6	16	2	11	10	14
7	13	1	10	9	15
8	14	4	9	12	16
$\sum \psi, \theta$				10	10
9	4	7	14	8	9
10	1	6	13	7	10
11	2	5	16	6	11
12	3	8	15	5	12
$\sum \psi, \theta$				10	10
13	6	11	1	6	2
14	7	10	4	5	3
15	8	9	3	8	4
16	5	12	2	7	1

Сумма значений функций для каждого подмножества задается числом 10. Следовательно, соединение сумм каждой из функций на своем подмножестве и на разных подмножествах обеспечивает выполнение условия аддитивной скрытности. Таблица расположения сумм иллюстрирует связи в алгоритме аддитивной скрытности:

	$\psi(1)$		$\theta(1)$	
$\psi(2)$				$\theta(2)$
$\psi(3)$				$\theta(3)$
	$\psi(4)$		$\theta(4)$	

## Согласование объектной евклидовой метрики с функцией Якоби

На 4 многообразиях  $\hat{M}^{16}(\eta), \eta = a, b, c, d$  с элементами  $\xi$  внутренние координаты

$$x = \xi \cdot \xi^2, y = \xi^2 (\xi^2)^2, z = \xi^3 (\xi^3)^2$$

подчинены условиям:  $yz = x, zx = y, xy = z$ . Следовательно, имеет место равенство

$$x^2 + y^2 + z^2 = f(x, y, z) + \Delta.$$

Здесь  $f(x, y, z) = xyz + yzx + zxy, \Delta = yxz - xzy$ .

Объектная евклидова метрика согласована с функцией Якоби посредством «компенсатора»  $\Delta$ . Задача состоит в том, чтобы найти значения «компенсаторов» для разных элементов каждого из четырех многообразий.

Рассмотрим спектр значений «компенсаторов» на примере многообразия  $\hat{M}^{16}(d)$ :

$15 \cdot 9 \cdot 7 - 9 \cdot 15 \cdot 7 = 9 - 12 = 9$	$8 \cdot 2 \cdot 15 - 2 \cdot 8 \cdot 15 = 2 - 1 = 13$
$16 \cdot 10 \cdot 8 - 10 \cdot 16 \cdot 8 = 10 - 9 = 9$	$5 \cdot 3 \cdot 16 - 3 \cdot 5 \cdot 16 = 3 - 2 = 13$
$13 \cdot 11 \cdot 5 - 11 \cdot 13 \cdot 5 = 11 - 10 = 9$	$6 \cdot 4 \cdot 13 - 4 \cdot 6 \cdot 13 = 4 - 3 = 13$
$14 \cdot 12 \cdot 6 - 12 \cdot 14 \cdot 6 = 12 - 11 = 9$	$7 \cdot 1 \cdot 14 - 1 \cdot 7 \cdot 14 = 1 - 4 = 13$
$4 \cdot 13 \cdot 11 - 13 \cdot 4 \cdot 11 = 13 - 16 = 9$	$12 \cdot 6 \cdot 4 - 6 \cdot 12 \cdot 4 = 6 - 7 = 15$
$1 \cdot 14 \cdot 12 - 14 \cdot 1 \cdot 12 = 14 - 13 = 9$	$9 \cdot 7 \cdot 1 - 7 \cdot 9 \cdot 1 = 7 - 8 = 15$
$2 \cdot 15 \cdot 9 - 15 \cdot 2 \cdot 9 = 15 - 14 = 9$	$10 \cdot 8 \cdot 2 - 8 \cdot 10 \cdot 2 = 8 - 5 = 15$
$3 \cdot 16 \cdot 10 - 16 \cdot 3 \cdot 10 = 16 - 15 = 9$	$11 \cdot 5 \cdot 3 - 5 \cdot 11 \cdot 3 = 5 - 6 = 15$

Каждому многообразию поставлены в соответствие свои значения «компенсаторов». Весь спектр их значений задается таблицей

	$\Delta(a)$	$\Delta(b)$	$\Delta(c)$	$\Delta(d)$	$\sum \Delta$
1	9	9	9	9	12
2	11	11	9	9	12
3	13	13	13	13	12
4	13	13	15	15	12
$\sum \Delta$	10	10	10	10	

Если интерпретировать объектную евклидову метрику как проявление внешних, геометрических свойств каждого из элементов множества, а функцию Якоби как проявление их внутренних, динамических сторон и свойств, то тогда «компенсаторы» характеризуют связь между указанными гранями явлений.

Значения «компенсаторов» свидетельствуют о том, что таких связей 4 вида. Первое подмножество выделено: для него все «компенсаторы» имеют одно значение.

## Компенсаторы в неевклидовой объектной геометрии

Евклидова геометрия, применяемая в физической практике, обычно характеризует свойства некоторых протяженных объектов, задавая, в частности, расстояния между точками. Неевклидова геометрия «ближе» к описанию движений, например, описывая соотношения скоростей. По этой причине более полная картина явлений получается при согласованном анализе пары указанных геометрий.

Поскольку согласование объектной евклидовой метрики с функцией Якоби реализуется посредством «компенсатора» определенного вида, естественно рассмотреть структуру и значения «компенсатора» для неевклидовой метрики.

Из расчета следует структура искомого компенсатора  $\delta$  :

$$x^2 - y^2 - z^2 = f(x, y, z) - \delta,$$

$$f(x, y, z) = xyz + yzx + zxy, \quad \delta = yxz + xzy + [2]zxy.$$

Анализ показал, что каждому подмножеству ставится в соответствие определенное значение компенсатора. Проиллюстрируем конкретные данные на примере элементов многообразия  $\hat{M}^{16}(a)$  :

$$\begin{aligned} \xi = 1 &\rightarrow 16 \cdot 11 \cdot 6 + 11 \cdot 16 \cdot 6 + 6 \cdot 11 \cdot 16 + 6 \cdot 11 \cdot 16 = 11 + 10 + 2 + 2 = 13, \dots \\ \xi = 5 &\rightarrow 3 \cdot 15 \cdot 12 + 15 \cdot 3 \cdot 12 + 12 \cdot 15 \cdot 3 + 12 \cdot 15 \cdot 3 = 15 + 16 + 8 + 8 = 15, \dots \\ \xi = 9 &\rightarrow 7 \cdot 4 \cdot 14 + 4 \cdot 7 \cdot 14 + 14 \cdot 4 \cdot 7 + 14 \cdot 4 \cdot 7 = 4 + 3 + 10 + 10 = 11, \dots \\ \xi = 13 &\rightarrow 11 \cdot 6 \cdot 1 + 6 \cdot 11 \cdot 1 + 1 \cdot 6 \cdot 11 + 1 \cdot 6 \cdot 11 = 6 + 5 + 16 + 16 = 11, \dots \end{aligned}$$

Расчет на системе всех 4 многообразий генерирует таблицу:

	$\delta(a)$	$\delta(b)$	$\delta(c)$	$\delta(d)$	$\sum \delta$
1	13	13	13	13	12
2	15	15	13	13	12
3	11	11	11	11	12
4	11	11	9	9	12
$\sum \delta$	10	10	10	10	

Сравним ее с таблицей компенсаторов евклидовой метрики:

	$\Delta(a)$	$\Delta(b)$	$\Delta(c)$	$\Delta(d)$	$\sum \Delta$
1	9	9	9	9	12
2	11	11	9	9	12
3	13	13	13	13	12
4	13	13	15	15	12
$\sum \Delta$	10	10	10	10	

Из сравнения следует, что сумма компенсаторов согласована с двумерной евклидовой метрикой, компенсаторам присущ геометрический, структурный смысл:  $[2](b^2 + c^2) = \Delta + \delta$ .



## Глобальное свойство аддитивной скрытности фундаментальных элементов

Каждому элементу  $\xi$  объектных множеств  $M^{16}(\eta), \eta = a, b, c, d$  по алгоритму их произведений поставлены в соответствие 3 элемента  $a, b, c$ . Будем рассматривать это множество из 4 элементов как самостоятельный объект. Найдем единое, глобальное функциональное свойство для такого объекта. Введем для решения задачи функции

$$A = \xi abc + abc\xi + bc\xi a + c\xi ab, B = cba\xi + ba\xi c + a\xi cb + \xi cba.$$

Из анализа следует, что на каждом множестве элементы любого подмножества объединены в смысле генерации единого элемента. Проиллюстрируем этот тезис на примере множества  $M^{16}(a)$ , выбрав по одному элементу из 4 подмножеств:

$$\begin{aligned}
 & 1 \cdot 11 \cdot 16 \cdot 6 + 11 \cdot 16 \cdot 6 \cdot 1 + 16 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 11 + 6 \cdot 1 \cdot 11 \cdot 16 = 14, \dots \\
 A \rightarrow & 5 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 12 + 15 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 5 + 3 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 15 + 12 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 3 = 11, \dots \\
 & 9 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 14 + 4 \cdot 7 \cdot 14 \cdot 9 + 7 \cdot 14 \cdot 9 \cdot 4 + 14 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 7 = 14, \dots \\
 & 13 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 1 + 6 \cdot 11 \cdot 1 \cdot 13 + 11 \cdot 1 \cdot 13 \cdot 6 + 1 \cdot 13 \cdot 6 \cdot 11 = 13, \dots \\
 & 6 \cdot 16 \cdot 11 \cdot 1 + 16 \cdot 11 \cdot 1 \cdot 6 + 11 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 16 + 1 \cdot 6 \cdot 16 \cdot 11 = 10, \dots \\
 B \rightarrow & 12 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 5 + 3 \cdot 15 \cdot 5 \cdot 12 + 15 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 3 + 5 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 15 = 9, \dots \\
 & 14 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 9 + 7 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 14 + 4 \cdot 9 \cdot 14 \cdot 7 + 9 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 4 = 12, \dots \\
 & 1 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 13 + 11 \cdot 6 \cdot 13 \cdot 1 + 6 \cdot 13 \cdot 1 \cdot 6 + 13 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 13 = 13, \dots
 \end{aligned}$$

Функциональное объединение получается при вычитании введенных функций. Расчет дает такие таблицы значений:

		A	-	B	=	$\Delta$
$M^{16}(a) \rightarrow$	1	14	-	10	=	16
	2	11	-	9	=	10
	3	14	-	12	=	14
	4	13	-	13	=	12

		A	-	B	=	$\Delta$
$M^{16}(b) \rightarrow$	1	14	-	10	=	16
	2	11	-	9	=	10
	3	14	-	12	=	14
	4	13	-	13	=	12

		A	-	B	=	$\Delta$
$M^{16}(c) \rightarrow$	1	12	-	14	=	14
	2	13	-	13	=	12
	3	10	-	14	=	16
	4	9	-	11	=	10

		A	-	B	=	$\Delta$
$M^{16}(d) \rightarrow$	1	12	-	14	=	14
	2	9	-	9	=	12
	3	10	-	14	=	16
	4	9	-	11	=	10

Каждый элемент объектного множества на любом подмножестве подчинен закону

$$[2](A - B) = 12.$$

Имеет место функционально обеспеченная аддитивная скрытность каждого элемента.

## Воображаемые свойства элементов объектного множества

Каждому элементу  $\xi$  объектного множества по определенному алгоритму поставлены в соответствие три дополнительных элемента  $a, b, c$ . Между ними есть функциональные связи на операции произведения:  $a = bc, b = ca, c = ba$ . Вообразим, что каждый элемент имеет свое жизненное представление. Пусть элемент  $a$  будет назван телом базового элемента, элементы  $b, c$ , соответственно, есть его ум и чувства.

Тогда указанные связи допускают морфологическое представление. Тело получается при взаимных отношениях ума и чувств. Это понятно, в общем случае, если учитывать практику жизни. Ум есть соединение в нечто целое чувств и тела, что также соответствует действительности. Чувства базируются на соединении ума и тела.

Поскольку алгебра значимых мест отображает главные, фундаментальные свойства реальности, мы записали на морфологическом языке жизненно привычные составляющие живого объекта. Но ведь речь идет об элементах общей теории, пригодной для любого объекта. Поэтому развиваемый подход и модели утверждают наличие и взаимодействие тела, ума и чувств у каждого из рассматриваемых объектов.

Даже в простом случае, когда такими объектами являются двумерные матрицы, эти свойства проявляют себя в алгоритме учета мест значимых элементов. Эти результаты возможны только с принятием единой, глобальной концепции, что объект существует, как и его свойства, только в том случае, если он структурен. Под структурностью понимается обязательное наличие составляющих элементов с их взаимным расположением, названным местами. Более того, по алгоритму анализа совокупность мест может быть представлена числами и с ней ассоциируется определенная система отношений между ними. Эти отношения принято называть математическими операциями. В частности, таковы операции произведения и суммирования.

Расширим границы воображения. Будем рассматривать три указанных элемента объектного множества как тело, дух и душу базового элемента, к которому они присоединены.

Функциональная связь  $ba = (ca)(bc)$  получает морфологическую форму закона: влияние духа на тело обеспечивается объединением влияния души на тело и духа на душу.

Функциональная связь  $bc = (ca)(ba)$  получает морфологическую форму закона: влияние духа на душу обеспечивается объединением влияния души на тело и духа на тело.

Функциональная связь  $ca = (ba)(bc)$  получает морфологическую форму закона: влияние души на тело обеспечивается объединением влияния духа на тело и духа на душу.

Функциональная связь  $ab = (bc)(ca)$  получает морфологическую форму закона: влияние тела на дух обеспечивается объединением влияний духа на душу и души на тело.

Представим некоторые связи таблицей:

$a$	$b$	$c$
$a = bc$	$b = ca$	$c = ba$
$a = (aaa)^2$	$b = (bbb)^2$	$c = (ccc)^2$
$a = bbb$	$b = a^2$	$c = aaa$
$a = c^2$	$b = cba$	$c = bbaa$
$a = cbb$	$b = bba$	$c = bbbaaa$
$a = aabb$		$c = ccaa$

Принимая концепцию интерпретации связей как вообразимых жизненных свойств элементов множества, мы получаем некоторые аналогии с практикой живых объектов. Так, например, многократное влияние элементов самих на себя с самовоздействием в форме квадрата от полученного результата задает исходный элемент. Этот результат можно интерпретировать как реальное проявление жизненных ситуаций: при многократном воздействии на себя можно просто вернуться в исходное состояние. Другими словами, не всякое самовоздействие эффективно для развития и перемен. То же самое получается при влиянии сознания (ума) на себя. Аналогичное свойство имеет дух или душа. Следовательно, объектное множество иллюстрирует, что для перемен не всегда и не везде эффективно самовоздействие.

Иллюстрируется также возможность достижения одинакового результата при двукратном и трехкратном изменении, что тоже согласуется с жизненной практикой. Более того, одинаковый результат может получаться при многократном изменении. По этой причине объектное множество нацеливает практикующего на изучение спектра возможностей. Оно позволит принять правильное решение, какую модель поведения выбрать, достигая большей эффективности.

Спектр свойств усложняется и расширяется при объединении в одну программу нескольких функций. В частности, речь идет о согласовании внешних проявлений тройки элементов и их внутренних свойств. Например, внешние свойства задаются метрикой Евклида, а внутренние свойства задаются функцией Якоби. В этой ситуации имеет место закон

$$a^2 + b^2 + c^2 = f(a, b, c) + \Delta,$$

$$f(a, b, c) = bc + bca + cab, \Delta = bac - abc.$$

Если метрика неевклидова, меняется структура компенсатора для внешних и внутренних проявлений анализируемой тройки элементов. Получим закон

$$a^2 - b^2 - c^2 = f(a, b, c) - \delta,$$

$$f(a, b, c) = bc + bca + cab, \delta = bac + abc + cab + cab.$$

Кроме этого, в расчет можно принять законы, установленные ранее:

$$a^2 + b^2 = bca + cab, a^2 + c^2 = bca + bac, b^2 + c^2 = cab + bac.$$

Элементы представленного воображения имеют условную связь с жизненной практикой и философией жизни. Понятно, что они получены из анализа простых моделей объектных множеств. Ситуация может быть конструктивной для существенно более сложных объектов и отношений между ними.

Далеко не так просты отношения между элементами фундаментальных троек, ассоциированных с элементами анализируемого множества.

Более 2 столетий разлагал и разрушал ментальное пространство вирус бесструктурности. Каждый молодой человек, получая образование, заражался этим вирусом на всю жизнь. Жизнь Больцмана была во-многом испорчена и затруднена противодействием его структурным моделям со стороны «энергетиков» в форме Оствальда и его сторонников. Во многом «благодаря» специальной теории относительности и начальной квантовой механике до сих пор во всех учебниках «проповедуется» бесструктурный свет, допуска порции энергии и корпускулярно-волновой дуализм («дурализм»). Аналогично бесструктурна, и не имеет признаков жизни гравитация, скрытая за туманом бесструктурных моделей пространства и времени. Объектные множества задают основу для структурных моделей света и гравитации.

## Специфика «генетической памяти» элементов объектного множества

Из практики известно, что каждому типу объектов соответствует свой генетический код. Это означает, что подмножества объектных множеств, рассматриваемые как типовой объект, могут иметь свойство генерации базовых, исходных элементов подмножества. В рассматриваемом нами случае каждый базовый объект по одному алгоритму генерирует тройку объектов, один из которых принадлежит этому же подмножеству. Тройка объектов  $a, b, c$  интерпретируется как согласованная система, имеющая уникальные свойства на операциях взаимных отношений.

Покажем, что эта тройка имеет свойство тройной генерации элементов своего подмножества, что можно рассматривать как свойство «генетической памяти» для них. Функционально такое свойство выражается условием  $\sigma = ab = bb = cb$ , справедливым для каждого набора из трех элементов на каждом из 4 операционных множеств.

Проиллюстрируем этот факт таблицами для многообразия  $M^{16}(a)$ :

$\xi$	$a$	$b$	$c$	$ab$	$bb$	$cb$
1	11	16	6	2	2	2
2	12	15	5	3	3	3
3	9	14	8	4	4	4
4	10	13	7	1	1	1
5	15	3	12	8	8	8
6	16	2	11	5	5	5
7	13	1	10	6	6	6
8	14	4	9	7	7	7
9	4	7	14	10	10	10
10	1	6	13	11	11	11
11	2	5	16	12	12	12
12	3	8	15	9	9	9
13	6	11	1	16	16	16
14	7	10	4	13	13	13
15	8	9	3	14	14	14
16	5	12	2	15	15	15

4	→	1
↑		↓
3	←	2

8	←	5
↓		↑
7	→	6

12	→	9
↑		↓
11	←	10

12	←	9
↓		↑
11	→	10

Таблицы справа указывают две ориентации по генерации элементов подмножеств.

Аналогичные свойства тройной генерации элементов присущи другим множествами. В сокращенной форме представим результаты таблицами:

$\xi$	$a$	$b$	$c$	$\sigma(M^{16}(b))$	$a$	$b$	$c$	$\sigma(M^{16}(c))$	$a$	$b$	$c$	$\sigma(M^{16}(d))$
1	11	14	8	2	9	13	5	2	9	15	7	2
5	15	1	10	8	13	2	9	6	13	4	11	6
9	4	5	16	10	2	6	13	10	2	8	15	10
13	6	9	3	16	6	10	2	14	6	12	4	14

Элементы  $a, b, c$  имеют «генетическую память» своих подмножеств.

## Новая математическая операция для матриц

Обычно получается так, что нахождение и применение новой математической операции приоткрывает исследователю новые грани свойств объектов и явлений и новые законы, которые этой операцией инициируются. Ментальный стимул к деятельности в указанном направлении инициировал анализ структуры объектов и их функциональных связей в моделях объектных множеств различной размерности. Специфика этих конечных множеств в том, что они имеют мономиальные и немонмиальные матрицы, подчиненные трем операциям произведения и операции структурного суммирования. Объектным множествам свойственно наличие широкого спектра достаточно сложных функциональных законов, дублирующих или обобщающих известные законы. Кроме этого, работа с ними подтверждает их пригодность и эффективность в решении ряда задач естествознания.

По этой причине попытаемся найти аналоги или расширения моделей объектных множеств. Решение такой задачи естественно инициирует поиск новых математических операций.

Идея состоит в том, чтобы рассмотреть вариант произведения номеров мест значимых элементов в матрицах с расчетом такого места в новой матрице по модулю некоторого числа. Это число может быть равно размерности анализируемых матриц, но может быть и другим. При успехе в конструктивности таких действий найдем функциональные законы, которые инициируются новой операцией.

В математике и физике широко применяется группа перестановок. По этой причине начнем анализ её «реакции» на новую операцию.

Проанализируем несколько пар матриц порядка 4 с операцией произведения мест значимых элементов по модулю числа 4.

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yx,$$

$$xyxy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxyx, xyyx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxyx,$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yx,$$

$$xyxy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxyx, xyyx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxyx.$$

Различные пары матриц, в каждой строке которых содержится один значимый элемент, генерируют на новой операции условие коммутативности и равенство 4 выражений:

$$xy = yx, \\ xuyu = yxux = xuyx = yxyx.$$

Выполним на других матрицах аналогичное произведение с расчетом произведения мест значимых элементов по модулю числа 5. Получим аналогичные связи:

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yx,$$

$$xuyu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxux, xuyx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxux,$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yx,$$

$$xuyu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxux, xuyx = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxux.$$

Аналогично проанализируем пример с матрицами размерности 5. Получим

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yx,$$

$$xuyu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxux, xuyx = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxux.$$

Имеет место идентичность функциональных связей для пар элементов.

Проанализируем матрицы размерности 3 с анализом произведения мест значимых элементов по модулю числа 3.

Получим, например

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yx,$$

$$xyx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxxy, xyxy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxxy.$$

На матрицах различной размерности новая операция генерирует одинаковые законы.

Что меняется, если мы проведем анализ объектных множеств? В этом случае, мы знаем, что не имеет места коммутативность

$$xy \neq yx.$$

Другие функциональные связи справедливы в неассоциативных объектных множествах

$$xyxy = yxxy = xyxy = yxxy.$$

Следовательно, на данном этапе анализа мы имеем *одинаковые законы*, с одной стороны, для коммутативных и ассоциативных множеств, с другой стороны, для некоммутирующих и неассоциативных множеств.

Кроме этого, найденные связи характерны для матриц, индуцированных образующими кос. Если косы образованы на 4 точках, им ставятся в соответствие матрицы

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

На новой операции эти матрицы подчинены указанным законам. Более того, на матричном произведении они генерируют группу перестановок из 4 элементов. По этой причине мы получаем спектр кос, допуская самые различные взаимные соединения двух пар, имеющих по 4 точки. В частности, подмножество в форме четверной группы Клейна выполняет *функцию центра* для других подмножеств, также состоящих из 4 элементов.

Группа Артина выделяет из группы перестановок несколько матриц, подчинив их «своей» операции, представляя матрицы «рисунками».

Указанные функциональные связи удобно представить в алгебраической форме

$$xyxy - yxxy = xyxy - yxxy,$$

$$xyxy + yxxy = xyxy + yxxy.$$

Функциональное «смешение» мономиальных и немомомиальных матриц, с физической точки зрения, иллюстрирует систему взаимных связей и отношений для пары фундаментальных физических полей: гравитации и электромагнетизма.

Их неравенство инициирует рассмотрение новых алгебр, для которых представленные связи являются начальными, базовыми.

## Функциональное различие подмножеств в группе перестановок

Группа перестановок из 4 элементов, матричное представление которой широко применяется в расчетных моделях, имеет нормальную подгруппу в виде четверной группы Клейна, а также ассоциированные с ней смежные классы.

Проанализируем на матричной операции, как она модифицирует условия

$$хуху = ухух = хуух = ухху,$$

которым подчинена группа перестановок на операции произведения мест значимых элементов по модулю числа 4.

На элементах нормальной подгруппы эти условия выполняются в полном объеме. Покажем это на примере:

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, yx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$хуху = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ухух, хуух = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ухху.$$

Три смежных класса некоммутативны и генерируют частичное выполнение базовых равенств. Покажем это на примере:

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, yx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$хуух = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = ухху, хуху = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ухух.$$

Новые свойства иллюстрирует еще одна пара смежных классов. Условия анализируемого типа не выполняются и дополняются новыми условиями. Проиллюстрируем этот факт:

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, yx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$



$$xyyx = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = y \neq x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxxy,$$

$$xyxy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = yxxy.$$

При выборе пары элементов из подмножеств разных типов получаем некоммутативность и частичное выполнение базовых законов. Проиллюстрируем эту ситуацию примером:

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, yx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$xyyx = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yxxy, xyxy = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxxy.$$

Проанализируем предыдущую пару элементов на основе операции произведения мест значимых элементов по модулю числа 4. Получим иной результат:

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, xy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = yx,$$

$$xyyx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxxy, xyxy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxxy.$$

Следовательно, как это известно из ряда других примеров, изменение операции меняет структуру функциональных законов и условия функционального равновесия.

К анализу расчетных ситуаций подойдем несколько иначе. Мы можем рассматривать элементы группы перестановок как объекты множества, управляемые операциями. Тогда операция произведения мест значимых элементов функционально интерпретирует элементы множества как «одинаковые» объекты, так как все они подчинены одинаковым законам.

Иными словами, свойства объектов множества зависят от того, «кто» и «как» смотрит на них. Это привычные факты жизненной практики.

## Операционное и физическое расширение теории кос

Истоки теории кос относятся к началу прошлого века. Исторически сложилось так, что первым предложил модель группы кос Артин М. в 1925 году. Она базируется на образующих группы в виде диаграмм (рисунков), подчиненных операции объединения этих диаграмм.

Алгебраическая структура теории кос задается уравнениями

$$\begin{aligned}xy &= yx, \\xux &= uxy.\end{aligned}$$

Если элементы косы заданы матрицами, то, с формальной точки зрения, ясно, что указанные уравнения не могут быть согласованы друг с другом, исключая один вариант, в котором элементы равны.

Однако все расчетные модели в физике, химии, биологии, астрономии и т.п. основаны на матрицах. По этой причине складывается впечатление, что теория кос не может иметь никаких широких применений при решении задач естествознания. Более того, известна связь теории кос с теорией узлов, которые сущностно близки к жизненной практике и к некоторым моделям элементарных частиц.

Актуально найти новую операцию для матриц, применение которой согласуется с правилами, действующими в теории кос.

Анализ показал, что это возможно, если несколько расширить применение к матрицам операции произведения мест значимых элементов по модулю числа, равного размерности применяемых матриц.

Введем обобщение указанной операции. Определим теперь двухуровневое произведение матриц: на первом «шаге» это будет модульное произведение, которое повторяется по итогу первого произведения. Его можно назвать двойным модульным произведением.

Проиллюстрируем на простых примерах предлагаемый вариант расчета. Получим, в частности, такие результаты:

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x * y = (xy)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(x * y) * x = x * y * x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = y * x * y = y * (y * x).$$

Ситуация не меняется при выборе «экзотических» матриц:

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x * y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = y * x,$$

$$x * y * x = y * x * y.$$

Обратим внимание на операционное единство образующих косы с элементами

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$x \qquad y \qquad z$

На модульной операции получим условия

$$xy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yx, xyx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, yxy = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (xyx)^2 = (yxy)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$xz = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = zx, xzx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, zxz = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (xzx)^2 = (zxz)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$yz = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = zy, yzy = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, zyz = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (yzy)^2 = (zyz)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Каждая пара подчинена единым функциональным условиям

$$ab = ba, \\ (aba)^2 = (bab)^2.$$

Понятно, что эта тройка объектов может быть дополнена другими объектами. В зависимости от того, какие элементы мы объединяем, можно получить множества с дополнительными свойствами. С одной стороны, они будут иметь характеристики, обусловленные условиями объединения. С другой стороны, они будут иметь, например, единые свойства на модульной операции. При наличии спектра операций множества будут иметь спектр свойств.

Заметим, что в ряде случаев элемент множества может быть представлен функционально. В этом случае законы, указанные выше, будут справедливы не только для элементов множества, но и для функций на элементах множества. По этой причине возможны реализации сложнейших функциональных законов, причем нет оснований думать, что их спектр конечен. Этот факт удивителен: у конечной системы есть предпосылки и возможности реализации неограниченного количества возможностей.

Та или другая система условий может рассматриваться как повод и шанс «творчества», необходимого для достижения ожидаемого успеха и конкретного результата. При этом есть основания «творить» там, где, казалось бы, уже все достигнуто и все известно.

## Функциональная специфика образующих 4 - косы

Проанализируем функциональные связи системы степеней образующих косы, заданных в матричном виде, в которой соединены пары из 4 точек без внешних влияний на ситуацию. Применим к 3 матрицам модульную операцию и операцию структурного суммирования.

Получим множество элементов:

$$\begin{array}{c}
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (x) \qquad \qquad (x^2) \qquad \qquad (x^3) \qquad \qquad (x^4) \qquad \qquad (x^5) \\
 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (y) \qquad \qquad (y^2) \qquad \qquad (y^3) \qquad \qquad (y^4) \qquad \qquad (y^5) \\
 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \\
 (z) \qquad \qquad (z^2) \qquad \qquad (z^3) \qquad \qquad (z^4) \qquad \qquad (z^5)
 \end{array}$$

Из указанных элементов имеем систему функциональных свойств:

$$\begin{aligned}
 (x + x^2)^2 &= (y + y^2)^2 = (z + z^2)^2 = [0] = 16, \\
 (x^3 + x^4)^2 &= (y^3 + y^4)^2 = (z^3 + z^4)^2 = [0] = 16,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 xyz = yzx = zxy &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxz = xzy = zyx, \\
 (xyz)^2 = (yzx)^2 = (zxy)^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (yxz)^2 = (xzy)^2 = (zyx)^2,
 \end{aligned}$$

$$f^2(x, y, z) = 16 = f^2(z, y, x),$$

$$f(x, y, z) = xyz + yzx + zxy.$$

Очевидно, что разные косы и узлы задают спектр функциональных свойств, позволяя на этой основе обеспечить их математическую классификацию и спектр их приложений.

Проанализируем возможности применения матричного произведения к образующим этой косы. Получим такие элементы:

$$xy = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, yx = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, yz = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, zy = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$xz = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = zx.$$

Образующие косы в количестве 3 матриц обеспечили на матричном произведении генерацию 5 матриц. Они входят в состав группы перестановок из 12 элементов:

$$A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$E \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$F \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Кроме четверной группы Клейна в первой строке, три матрицы задают еще одну группу:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что матричные произведения 5 матриц, указанных выше, достаточны для генерации 12 матриц, образующих множество с элементами  $A, E, F$ . Известно, что четверная группа Клейна, обозначенная здесь буквой  $A$ , является основанием для фундаментальных теорий физики. Следовательно, образующие данной косы можно рассматривать на матричной операции в форме фундаментальной *предгруппы* для системы групп. Мы имеем основания для гипотезы, что *операционная мутация предгруппы* в систему групп есть один из двигателей эволюции.

## Функциональные свойства сплетенной 4- косы

Проанализируем на модульной операции степени базовых образующих сплетенной косы, заданной 3 матрицами. Получим такое множество:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(x) \quad (x^2) \quad (x^3) \quad (x^4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(y) \quad (y^2) \quad (y^3) \quad (y^4)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$(z) \quad (z^2) \quad (z^3) \quad (z^4)$$

Его функциональные свойства характеризуются условиями с делителями нуля:

$$xy = yz = zx = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = xz = zy = yx,$$

$$(xyz)^2 = (yzx)^2 = (zxy)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (yxz)^2 = (xzy)^2 = (zyx)^2,$$

$$xyz + yzx + zxy = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = yxz + xzy + zyx.$$

Дополнив 3 матрицы единичной матрицей, мы получаем группу на матричном произведении. Обратим внимание на тот факт, что произведение элементов на «себя» не расширяет границы группы, это ее фундаментальное свойство. Есть основания предполагать, что группа выполняет функцию *стабилизатора эволюции*, сохраняя достигнутый результат.

## Группа элементов на модульной операции

Модульная операция обеспечила условия для анализа матриц новым инструментом. Что качественно новое можно получить на основе ее применения? Покажем, что операция имеет такие возможности. Рассмотрим 8 матриц

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8) \end{matrix}$$

на модульной операции. Получим таблицу

$\times$ $m$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	2	1	4	3	6	5	8	7
3	3	4	1	2	7	8	5	6
4	4	3	2	1	8	7	6	5
5	5	6	7	8	1	2	3	4
6	6	5	8	7	2	1	4	3
7	7	8	5	6	3	4	1	2
8	8	7	6	5	4	3	2	1

Она коммутативна и альтернативна согласно условию  $(xx)y = x(xy)$ . Обратим внимание на аналогию полученной таблицы с таблицей произведения базовых элементов октониона. Для удобства сравнения введем обозначения

1	$i$	$j$	$k$	$l$	$il$	$jl$	$kl$
1	2	3	4	5	6	7	8

Октонионная таблица произведений может иметь такую систему знаков:

$\times$ $m$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	2	-1	4	-3	6	-5	-8	7
3	3	-4	-1	2	7	8	-5	-6
4	4	3	-2	-1	8	-7	-6	-5
5	5	-6	-7	-8	-1	2	3	4
6	6	5	-8	7	-2	-1	-4	3
7	7	8	5	-6	-3	4	-1	-2
8	8	-7	6	5	-4	-3	2	-1

Для «расшифровки» системы знаков применим прием «наложения» на единую систему знаков «дешифратора» знаков. В рассматриваемом случае базовую систему знаков удобно задать через таблицу знаков, ассоциированную с произведением элементов кватерниона. При такой попытке «заготовка» в системе знаков может выглядеть так:

$\pm$	1	2	3	4		5	6	7	8
1	+	+	+	+		+	+	+	+
2	+	-	+	-		+	-	+	-
3	+	-	-	+		+	-	-	+
4	+	+	-	-		+	+	-	-
5	+	+	+	+		+	+	+	+
6	+	-	+	-		+	-	+	-
7	+	-	-	+		+	-	-	+
8	+	+	-	-		+	+	-	-

Легко видеть, что реальная система знаков получается после наложения на эту матрицу новой матрицы знаков с последующим произведением знаков. «Дешифратор» знаков имеет вид

$\mp$	1	2	3	4		5	6	7	8
1	+	+	+	+		+	+	+	+
2	+	+	+	+		+	+	-	-
3	+	+	+	+		+	-	+	-
4	+	+	+	+		+	-	-	+
5	+	-	-	-		-	+	+	+
6	+	-	-	-		-	+	-	-
7	+	-	-	-		-	-	+	-
8	+	-	-	-		-	-	-	+

Указанный вариант распределения знаков имеет самостоятельное значение и может применяться в качестве одного из инструментов анализа ситуаций в анализируемых системах при деформации отношений, описываемых изменением системы знаков.

Заметим, что указанное распределение знаков в таблице произведения базовых элементов кватерниона подчинено условию, что знаки в их представлении строками матриц образуют группу.

В различных физических условиях это ограничение может быть «снято», что иллюстрируют базовые элементы октониона. Но отсюда не следуют ни законы, ни средства для учета динамики законов в качестве самостоятельного элемента расчетных моделей.

Изменение знаков, при всей кажущейся формальности предлагаемого приема, имеет фундаментальное значение в жизненной практике, так как оно характеризует изменение отношений между объектами, у которого скрытые условия и обстоятельства могут играть главную роль. Фактически динамика знаков «вскрывает» внутренние стороны и свойства объектов и явлений, которые частично проявляют себя внешними признаками.



Альтернативность присуща стандартной аддитивной операции. По этой причине модульную операцию можно трактовать как один из вариантов операции структурного суммирования.

Легко проверить, что матричная операция «сохраняет» анализируемое множество. По этой причине на паре операций мы имеем пример конечного множества. Следовательно, есть возможность конструировать и исследовать новые алгебры.

Для удобства анализа запишем таблицы для пары операций:

$sr$ +	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	2	1	4	3	6	5	8	7
3	3	4	1	2	7	8	5	6
4	4	3	2	1	8	7	6	5
5	5	6	7	8	1	2	3	4
6	6	5	8	7	2	1	4	3
7	7	8	5	6	3	4	1	2
8	8	7	6	5	4	3	2	1

$m$ ×	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	1	2	2	1	2	1
2	1	2	2	1	1	2	2	1
3	1	2	3	4	4	3	2	1
4	1	2	4	3	3	4	2	1
5	1	2	5	6	6	5	2	1
6	1	2	6	5	5	6	2	1
7	1	2	7	8	8	7	2	1
8	1	2	8	7	7	8	2	1

Мы замечаем симметрии в расположении элементов в обеих таблицах. В первом случае есть перестановочная симметрия относительно главной диагонали и относительно второй диагонали. Во втором случае есть «зеркальная» симметрия относительно вертикальной линии, проходящей на середине таблицы.

Кватернионная часть при структурном суммировании «сохраняет» себя и ее дублирует «теневая» часть элементов. Однако теневая часть дублирует себя только при соединении и открытой, кватернионной частью множества.

На матричном произведении «преобладают» элементы кватернионной структуры. Они относятся к «теневой» части в пропорции 3 к 1. Кватернионная часть дублирует себя самостоятельно, а теневая часть выполняет эту функцию только частично. При этом самый большой «вес» имеют элементы с номерами 1,2.

Присоединяя октонионные элементы к матрицам, получим матричный октонион:

$\times$ $m$		1	2	3	4	5	6	7	8
	$\times$	1	$i$	$j$	$k$	$l$	$li$	$lj$	$lk$
1	1	1	$i$	$j$	$k$	$l$	$li$	$lj$	$lk$
2	$i$	$i$	-1	$k$	$-j$	$li$	$-l$	$lk$	$-lj$
3	$j$	$j$	$-k$	-1	$i$	$lj$	$-lk$	$-l$	$li$
4	$k$	$k$	$j$	$-i$	-1	$lk$	$lj$	$-li$	$-l$
5	$l$	$l$	$li$	$lj$	$lk$	-1	$-i$	$-j$	$-k$
6	$li$	$li$	$-l$	$lk$	$-lj$	$-i$	1	$-k$	$j$
7	$lj$	$lj$	$-lk$	$-l$	$li$	$-j$	$-lk$	1	$-i$
8	$lk$	$lk$	$lj$	$-li$	$-l$	$-k$	$-j$	$i$	1

Пары в форме матриц и октонионных единиц при произведении меняются согласованно, они образуют новый математический объект.

## Матричное представление обобщенных октонионов

Фундаментальные теории естествознания обычно задаются и анализируются в модели трехмерного пространства и одномерного времени. На этом фундаменте расчетные модели могут быть заданы на матрицах порядка 4.

Конструктивна идея, что если представить кватернионы на аналогичных матрицах, мы найдем им применение в физической теории. Это действительно так. Известно, что теория электромагнитных явлений базируется на паре кватернионов, заданных матрицами. Они имеют вид

$$\begin{array}{cccc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ (1) & (i) & (j) & (k) \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\ (1) & (i) & (j) & (k) \end{array}$$

Таблица произведения матриц на матричном произведении имеет стандартный вид:

$\times$	1	$i$	$j$	$k$
1	1	$i$	$j$	$k$
$i$	$i$	-1	$k$	$-j$
$j$	$j$	$-k$	-1	$i$
$k$	$k$	$j$	$-i$	-1

Заметим, что система знаков зависит от того, как обозначена каждая из матриц.

Понятно, что структура октонионов зависит от того, какой из кватернионов принят за основу для их генерации. В процедуре Кэли-Диксона пара кватернионов берется из одного семейства с объединением их величиной, квадрат которой равен минус единице. В варианте матричного представления октонионов это будет единичная минус-матрица.

Понятно, что каждый неединичный элемент любого кватерниона может выполнять эту функцию. По крайней мере, количество таких моделей равно 6. Есть и другие возможности. Например, в качестве дополнительного базисного «вектора» можно взять элемент

$$\begin{array}{ccc} \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} & \Rightarrow & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \alpha^2 = -1. \\ (l) & & (l^2) \end{array}$$

В такой модели мы фактически «перемещаем» кватернионы в область комплексных чисел.

Получим новые элементы

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 \\ -\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\alpha \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & -\alpha & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 (l) & & (li) & & (lj) & & (lk) \\
 \\
 \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 \\ -\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & -\alpha & 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \\ \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha & 0 & 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & -\alpha & 0 & 0 \\ -\alpha & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 (l) & & (li) & & (lj) & & (lk)
 \end{array}$$

Располагая элементы кватернионов по диагонали в матрицах порядка 8, мы приходим к модели электродинамики, в которой «внешние» проявления электромагнитного поля могут быть дополнены «внутренними», скрытыми проявлениями. Их связи между собой будут задаваться элементами, расположенными за пределами главной диагонали. В противном случае они действуют самостоятельно, обеспечивая задание и анализ двух сторон поля.

Обратим внимание на тот известный факт, что теория гравитационного поля может быть задана аналогично теории электромагнитного поля на паре антикватернионов, квадраты элементов которых генерируют единичную матрицу.

Антикватернионы имеют такой матричный вид:

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 (1) & & (i_1^*) & & (j_1^*) & & (k_1^*) \\
 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & , & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 (1) & & (i_2^*) & & (j_2^*) & & (k_2^*)
 \end{array}$$

На этой основе естественно генерируется новое семейство октонионов.

Аналогично предложенной выше модели, при соединении «внешнего» и «внутреннего» полей в электродинамике на октонионах допустимо такое же объединение «внешнего» и «внутреннего» полей в гравитации.

Обратим внимание на возможность согласованного рассмотрения электромагнитного и гравитационного полей в модели «смешанных» октонионов. В этом случае между собой могут быть объединены в единый объект кватернион и антикватернион. Соответственно, при их расположении по диагоналям матриц порядка 8, мы рассматриваем пару полей без учета их взаимных влияний друг на друга. Если же модель содержит элементы, которые расположены вне главной диагонали, будет учтено взаимное влияние полей друг на друга.

Дополним указанные кватернионы и антикватернионы еще одним антикватернионом. Его элементы таковы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(1)                      ( $i_3^*$ )                      ( $j_3^*$ )                      ( $k_3^*$ )

Объединим его с другими антикватернионами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(1)                      ( $i_1^*$ )                      ( $j_1^*$ )                      ( $k_1^*$ )

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1)                      ( $i_2^*$ )                      ( $j_2^*$ )                      ( $k_2^*$ )

Дополним их кватернионами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(1)                      ( $i$ )                      ( $j$ )                      ( $k$ )

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1)                      ( $i$ )                      ( $j$ )                      ( $k$ )

Мы получили семейство, состоящее из 16 независимых матриц. Их фундаментальное значение в том, что их достаточно для линейного представления в форме сумм для каждого из элементов матричной алгебры.

Следовательно, 3 антикватерниона и 2 кватерниона достаточны для представления в модульном виде любой физической теории, заданной в матричном виде.

С физической точки зрения мы имеем косвенный аргумент, что все физические явления базируются на электромагнетизме и гравитации. Третий антикватернион требуется в теории гравитации для отображения диагональных элементов симметричных матриц.

Объединим множество указанных матриц в одну систему:

$$\left( \begin{array}{l} E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ e^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ a^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ c^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ e^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ e^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ b^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ f^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\ b^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\ a^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ f^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ a^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ c^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ f^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ c^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right)$$

Множество корректно *группой* заполнения физических моделей. Принятое определение конструктивно, потому что физические модели можно представить в форме элементов данной алгебры.

Суть дела в том, что множество указанных матриц, заданных с точностью до умножения на минус единицу, достаточно, чтобы выразить через них все элементы матричной алгебры. Так, например, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(c^1 + c^2 + c^3 + E), \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(a^1 - b^1 + e^1 + f^1)...$$

Поскольку физические модели имеют матричное представление, мы можем записать их через элементы указанного множества.

Другими словами, кватернионы в объединении с антикватернионами достаточны для моделирования любых физических моделей, заданных в четырехмерном пространстве. Этот факт является дополнительным аргументом в пользу применения в расчетных моделях не только векторных и тензорных уравнений. У каждого вида указанных представлений есть свои достоинства и преимущества. Конечно, они не исчерпывают всю категорию моделей. Однако, заметим, что матричная запись расчетных уравнений явно «подсказывает» скрытую структурность анализируемых явлений.

Не исключен вариант более глубокой интерпретации кватернионов и антикватернионов. В случае, когда мы задаем их матрицами размерности 4, они «свидетельствуют» о том, что мы имеем дело с отношениями 4 фундаментальных, базовых изделий. Но именно система, состоящая из 4 предзарядов, по-разному может быть применена к моделированию частиц гравитации и частиц света. Знаки плюс и минус могут «свидетельствовать» о наличии у объектов различных «ориентаций».

## Модульная группа и ее алгебра

Мы рассматривали ранее множество элементов

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

(E)      (a)      (b)      (c)      (d)      (e)      (f)      (g)

подчинив его модульной операции. Суть ее состоит в том, что производится произведение номеров мест значимых элементов с расстановкой результата по новым местам с их оценкой по модулю числа 3. Операция генерирует таблицу отношений:

$\times_m$	E	a	b	c	d	e	f	g
E	E	a	b	c	d	e	f	g
a	a	E	c	b	e	d	g	f
b	b	c	E	a	f	g	d	e
c	c	b	a	E	g	f	e	d
d	d	e	f	g	E	a	b	c
e	e	d	g	f	a	E	c	b
f	f	g	d	e	b	c	E	a
g	g	f	e	d	c	b	a	E

Суммирование номеров значимых мест по модулю числа 2 генерирует таблицу

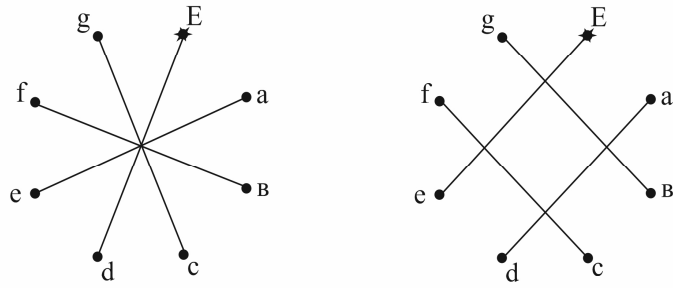
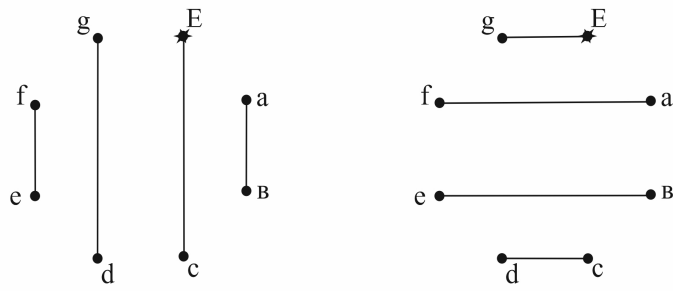
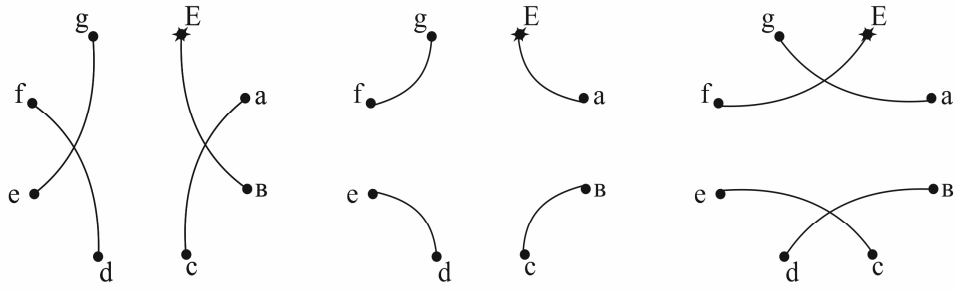
$^{st}+$	E	a	b	c	d	e	f	g
E	a	E	c	b	e	d	g	f
a	E	a	b	c	d	e	f	g
b	c	b	a	E	g	f	e	d
c	b	c	E	a	f	g	d	e
d	e	d	g	f	a	E	c	b
e	d	e	f	g	E	a	b	c
f	g	f	e	d	c	b	a	E
g	f	g	d	e	b	c	E	a

Заметим, что в модели тривиально выполняются (на любом суммировании) условия алгебры Йордана и биалгебры Ли:

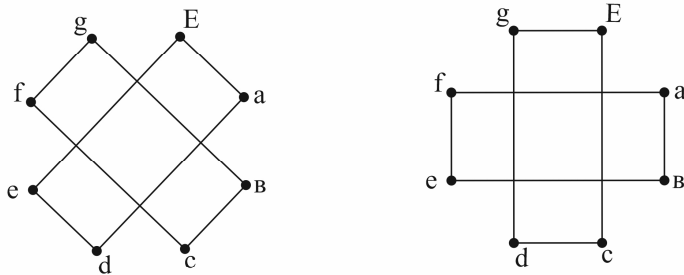
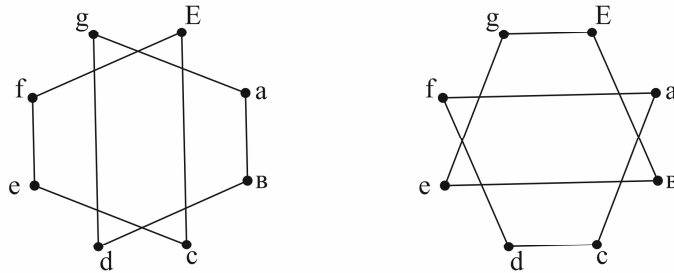
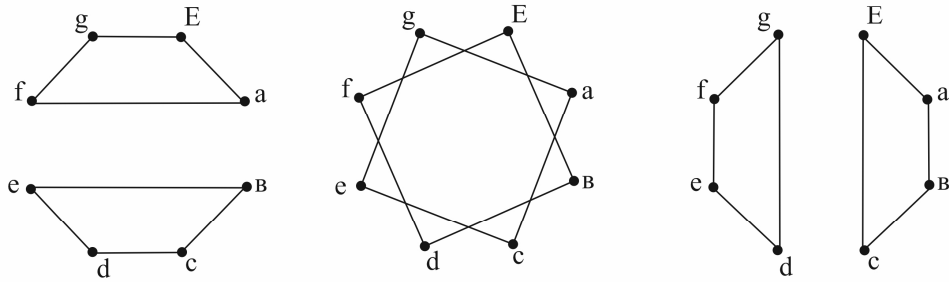
$$\begin{aligned} (x^2y)x + (yx^2)x + x(x^2y) + x(yx^2) &= x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2, \\ (x^2y)x - (yx^2)x - x(x^2y) + x(yx^2) &= x^2(yx) - x^2(xy) - (yx)x^2 + (xy)x^2. \end{aligned}$$

Систему факторгрупп индексов 1,3 удобно представить в форме рисунков.

# Фактор группы индекса 3 модуль группы



# Фактор группы индекса 1 модуль группы





Анализируемая группа подчинена функциональному условию

$$\alpha = (xy)(ps) = (xp)(ys) = \beta.$$

Оно характеризует медиальную квазигруппу Брака-Тойоды, которая линейна над абелевой группой. Проиллюстрируем это условие примерами:

$x$	$y$	$p$	$s$	$\alpha$	$\beta$
$a$	$c$	$f$	$d$	$E$	$E$
$E$	$d$	$a$	$g$	$b$	$b$
$d$	$f$	$c$	$d$	$e$	$e$

Выполняется функциональное условие  $\alpha = x(y(xz)) = (x(yx))z = \beta$  для левой петли Бола:

$x$	$y$	$z$	$\alpha$	$\beta$
$a$	$b$	$f$	$d$	$d$
$e$	$d$	$c$	$g$	$g$
$E$	$f$	$g$	$a$	$a$

Выполняется функциональное условие  $\alpha = ((zx)y)x = z((xy)x) = \beta$  для правой петли Бола:

$z$	$x$	$y$	$\alpha$	$\beta$
$f$	$a$	$b$	$d$	$d$
$c$	$e$	$d$	$g$	$g$
$E$	$f$	$g$	$a$	$a$

Выполняются также условия петли Муфанг. В частности, если  $(xy)(zx) = (x(yz))x$ , получим

$x$	$y$	$z$	$\alpha$	$\beta$
$a$	$b$	$f$	$d$	$d$
$e$	$d$	$c$	$g$	$g$
$E$	$f$	$g$	$a$	$a$

В данном случае значения разные по форме функциональные уравнения идентичны по итогу, что обычно обусловлено свойствами матричного произведения. В анализируемом случае группа базируется на модульной операции, однако она проявляет свойства, присущие матричной операции.

Заметим, что множество «поддерживает» функциональные равенства

$$(x^2(yx))z = (x(yx^2))z,$$

$$x(y(x^2z)) = x^2(y(xz)).$$

Элементы конформации, ассоциированной с таблицей произведения, таковы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$(E)$   $(a)$   $(b)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$(c)$   $(d)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$(e)$   $(f)$   $(g)$

На этих элементах матричная операция генерирует ту же, что и ранее, таблицу отношений:

$\times$ $m$	$E$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$
$E$	$E$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$
$a$	$a$	$E$	$c$	$b$	$e$	$d$	$g$	$f$
$b$	$b$	$c$	$E$	$a$	$f$	$g$	$d$	$e$
$c$	$c$	$b$	$a$	$E$	$g$	$f$	$e$	$d$
$d$	$d$	$e$	$f$	$g$	$E$	$a$	$b$	$c$
$e$	$e$	$d$	$g$	$f$	$a$	$E$	$c$	$b$
$f$	$f$	$g$	$d$	$e$	$b$	$c$	$E$	$a$
$g$	$g$	$f$	$e$	$d$	$c$	$b$	$a$	$E$

Разные элементы на разных операциях характеризуются единой таблицей произведений. Это свидетельствует об их изоморфизме.

Заметим, что таблица суммирования, совпадающая с указанной выше, получается на основе матричного произведения при изменении названий элементов.

Для этого достаточно сохранить нумерацию элементов  $b, c, d, e$  и *взаимно изменить* две пары элементов  $E \leftrightarrow a, f \leftrightarrow g$ .

Известно, что объектные множества подчинены специфическим законам типа

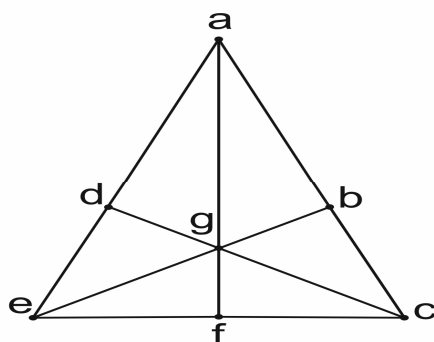
$$xy + yx = const,$$

$$f(x, y, z) = xyz + yzx + zxy = x + y + z.$$

Анализ подтверждает выполнение этих же законов на паре проанализированными нами ассоциативных, коммутативных множеств.

Это обстоятельство по-новому и дополнительно свидетельствует о возможности единства законов для принципиально разных множеств. Более того, оно предполагает и допускает объединение ассоциативных и неассоциативных множеств в форме единого множества.

Анализируемые множества имеют прямую связь с моделью конечной проективной геометрии Фано. Представим геометрию рисунком с буквенными обозначениями элементов:



На операции модульного и матричного произведений получим согласование элементов на «линиях», соединяющих три элемента множеств. Получим *объектную проективность*:

$$ab = c, cb = a \rightarrow ac, ag = f, fg = a \rightarrow af,$$

$$ad = e, ed = a \rightarrow ae, cg = d, dg = c \rightarrow cd,$$

$$eg = b, bg = e \rightarrow eb, eg = b, bg = e \rightarrow eb,$$

$$cf = e, ef = c \rightarrow ce, cf = e, ef = c \rightarrow ce.$$

Указанные тройки элементов принадлежат нормальным подгруппам анализируемого множества из 8 элементов, которые проиллюстрированы рисунками.

Однако есть еще одна нормальная подгруппа, которая объединяет в форме треугольника элементы

$$bdf : bd = f, df = b, fb = d.$$

Следовательно, объектный треугольник Фано дополняет его стандартные проективные свойства «скрытым» законом. Легко проверить, что аналогичный треугольник мы получаем на операции суммирования, если произвести замены, указанные ранее:  $E \leftrightarrow a, f \leftrightarrow g$ .

## Функциональные равенства множества «социум».

Под словом «социум» будем понимать объектное множество, которое имеет систему сложных, противоречивых граней структуры и функциональных свойств, что является аналогом реального социума. Конкретизируем принятое определение: множество содержит, например, идемпотенты и делители нуля, допускает деление на ноль или другие странные объединения элементов.

Проиллюстрируем такую возможность на множестве матриц, подчиненных модульной операции. Элементы множества

$$\begin{array}{cccc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ (a) & (b) & (c) & (d) \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ (e) & (f) & (h) & (p) & (g) \end{array}$$

подчинены таблице:

$\times_{\text{mod}3}$	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>g</i>
<i>e</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>g</i>
<i>f</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>g</i>
<i>h</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
<i>p</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>p</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>d</i>	<i>g</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>p</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>d</i>	<i>g</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>p</i>	<i>g</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>p</i>	<i>g</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>p</i>	<i>g</i>	<i>p</i>	<i>g</i>
<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>

Множество содержит 4 идемпотента с таблицей произведения

$\times_{\text{mod}3}$	<i>e</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>g</i>
<i>e</i>	<i>e</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>g</i>
<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
<i>p</i>	<i>p</i>	<i>g</i>	<i>p</i>	<i>g</i>
<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>

Оно имеет делители нуля:  $hp = ph = hd = pg = g, g \rightarrow [0]$ . У множества есть единица:  $e \rightarrow [1]$ . Несколько необычен факт, что в ряде случаев произведение элемента с разными элементами дает одинаковый результат. Таковы, частично, свойства «социума».

Проанализируем функциональные свойства элементов «социума» на примере законов для квазигрупп и других функциональных равенств.

Получим, например, такие согласования свойств:

$x$	$y$	$z$	$((xy)z)x$	$x((yz)x)$
$c$	$a$	$b$	$c$	$c$
$f$	$d$	$h$	$g$	$g$
$e$	$p$	$b$	$d$	$d$
$d$	$c$	$f$	$g$	$g$
$b$	$p$	$a$	$d$	$d$

$$((xy)z)x = x((yz)x),$$

$x$	$y$	$z$	$x(y(xz))$	$(x(yx))z$
$c$	$a$	$b$	$c$	$c$
$f$	$d$	$h$	$g$	$g$
$e$	$p$	$b$	$d$	$d$
$d$	$c$	$f$	$g$	$g$
$b$	$p$	$a$	$p$	$p$

$$x(y(xz)) = (x(yx))z,$$

$x$	$y$	$z$	$(xy)(zx)$	$x(yz)x$
$c$	$a$	$b$	$c$	$c$
$f$	$d$	$h$	$g$	$g$
$e$	$p$	$b$	$d$	$d$
$d$	$c$	$f$	$g$	$g$
$b$	$p$	$a$	$g$	$g$

$$(xy)(zx) = x(yz)x,$$

$x$	$y$	$z$	$(xy)(zy)$	$(xz)(yy)$
$c$	$a$	$b$	$c$	$c$
$f$	$d$	$h$	$g$	$g$
$e$	$p$	$b$	$d$	$d$
$d$	$c$	$f$	$g$	$g$
$b$	$p$	$a$	$d$	$d$

$$(xy)(zy) = (xz)(yy),$$

$x$	$y$	$z$	$(xy)(xz)$	$x(xy)z$
$c$	$a$	$b$	$c$	$c$
$f$	$d$	$h$	$g$	$g$
$e$	$p$	$b$	$d$	$d$
$d$	$c$	$f$	$g$	$g$
$b$	$p$	$a$	$p$	$p$

$$(xy)(xz) = x(xy)z.$$

Заметим, что для многих значений аргументов каждое «равновесие» реализуется с одинаковым итогом. В последнем по таблице наборам величин такого совпадения нет. Поэтому естественно проанализировать другие величины, согласованные с указанной тройкой. Необходимые элементы объектного множества согласованы с ними согласно такой таблице:

$\times$ $\text{mod } 3$	$a$	$b$	$p$	$d$	$f$
$a$	$e$	$f$	$p$	$d$	$b$
$b$	$f$	$a$	$d$	$p$	$f$
$p$	$p$	$d$	$p$	$d$	$d$
$d$	$d$	$p$	$d$	$p$	$p$
$f$	$b$	$a$	$d$	$p$	$e$

Анализ показал, что ожидаемого различия данных мы не наблюдаем.

Проанализируем множество «социум» на примере мультипликативного аналога алгебры Мальцева на примере функционального равенства

$$\Phi(y, z, x)x = \Phi(xy, z, x),$$

$$\Phi(y, z, x) = (yz)x \otimes (zx)y \otimes (xy)z.$$

Введем таблицу комбинаторного произведения с обозначением ее символом  $\otimes$ :

$\otimes$	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>g</i>
<i>e</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>g</i>
<i>f</i>	<i>g</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>f</i>
<i>h</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>g</i>	<i>p</i>
<i>p</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>p</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>b</i>	<i>h</i>
<i>a</i>	<i>p</i>	<i>b</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>f</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>g</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>p</i>	<i>d</i>
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>p</i>	<i>f</i>	<i>b</i>	<i>g</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	<i>c</i>	<i>p</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>b</i>
<i>g</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>p</i>	<i>h</i>	<i>e</i>

Из расчета следует таблица

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	$\Phi(y, z, x)x$	$\Phi(xy, z, x)$
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>c</i>
<i>f</i>	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
<i>e</i>	<i>p</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
<i>b</i>	<i>p</i>	<i>a</i>	<i>p</i>	<i>p</i>

$$\Phi(y, z, x)x = \Phi(xy, z, x).$$

Эта таблица идентична таблице для лупы Муфанг, что свидетельствует о функциональной согласованности двух *сущностно разных* математических конструкций.

Анализ свидетельствует, что множество «социум» подчинено мультипликативным условиям, применяемым в модели алгебры Йордана:

$$((x^2y)x \otimes x(yx^2)) \otimes ((yx^2)x \otimes x(x^2y)) = (x^2(yx) \otimes (yx)x^2)(x^2(xy) \otimes (xy)x^2).$$

Оно является следствием общего условия, действующего на множестве «социум»:

$$((zy)x \otimes x(zy)) \otimes ((yz)x \otimes x(yz)) = (z(yx) \otimes (yx)z) \otimes (z(xy) \otimes (xy)z),$$

так как оно подчинено фундаментальному условию

$$xy \otimes yx = e.$$

Дополним модульную операцию операцией структурного суммирования с таблицей

<sup>st</sup> +	e	f	h	p	a	b	c	d	g
e	f	g	a	b	d	c	p	h	e
f	g	e	d	c	h	p	b	a	f
h	a	d	c	e	p	f	g	b	h
p	b	c	e	d	f	h	a	g	p
a	d	h	p	f	b	g	e	c	a
b	c	p	f	h	g	a	d	e	b
c	p	b	g	a	e	d	h	f	c
d	h	a	b	g	c	e	f	p	d
g	e	f	h	p	a	b	c	d	g

Обратим внимание на тот факт, что тройная сумма одинаковых элементов имеет одно значение для любых элементов данного объектного множества

$$[3]\xi = \xi + \xi + \xi = g.$$

С другой стороны, объектное множество на модульной операции генерирует одинаковые величины на элементах функции Якоби:

$$f(x, y, z) = (xy)z + (yz)x + (zx)y = \eta + \eta + \eta = [3]\eta.$$

На операции структурного суммирования функция Якоби имеет единое значение на любой тройке аргументов в виде элемента с обозначением  $g$ . На модульной операции этот элемент не меняется при умножении его слева или справа на любой элемент объектного множества.

Эта специфика позволяет качественно расширить функциональные условия равновесия в объектном множестве, управляемом модульной операцией и операцией структурной суммы.

При различных аргументах функции Якоби с применением разных множителей достигается равенство выражений, которое *недостижимо* в привычных условия расчетного моделирования:

$$xf(\xi, \eta, \varsigma) = f(\alpha, \beta, \gamma).$$

В частности, выполняются функциональные равенства

$$\begin{aligned} f(x, y, z)x &= f(x, y, zx) = xf(x, y, z), \\ yf(x, yz, xz) &= f(zx, zy, x)y, \dots \end{aligned}$$

Анализируемое множество устроено так, что там, где действует функция Якоби, во многом снимаются границы для функционального равновесия.

Функциональное равновесие для разных аргументов задается уравнением

$$f(\xi, \eta, \varsigma) = f(\alpha, \beta, \gamma).$$

Это условие *операционно проективно*: оно верно при взаимной замене сумм и произведений.

## Медиальная квазигруппа Брака-Тойоды в объектных множествах

Квазигруппа Брака-Тойоды соединяет элементы множеств условием

$$\alpha = (xy)(ps) = (xp)(ys) = \beta.$$

Подтвердим его выполнение в объектном множестве  $M^{16}$ :

$x$	$y$	$p$	$s$	$\alpha$	$\beta$
4	3	11	15	2	2
6	9	10	12	12	12
13	7	8	10	9	9
1	5	9	14	14	14

Объектное множество  $M^{25}$  так иллюстрирует функциональный закон:

$x$	$y$	$p$	$s$	$\alpha$	$\beta$
18	5	21	17	4	4
1	2	3	4	12	12
6	12	18	24	7	7
14	5	3	15	23	23

Условия справедливы также в объектном множестве  $M^{36}$ :

$x$	$y$	$p$	$s$	$\alpha$	$\beta$
11	9	21	30	24	24
2	17	14	25	9	9
36	2	13	15	19	19
16	17	18	19	19	19

Подчинено этому функциональному закону множество  $M^9$ :

$x$	$y$	$p$	$s$	$\alpha$	$\beta$
$a$	$b$	$c$	$d$	$d$	$d$
$E$	$a$	$g$	$f$	$E$	$E$
$c$	$f$	$d$	$g$	$f$	$f$
$e$	$b$	$c$	$g$	$c$	$c$

4 элемента объектного множества с разными операциями обеспечивают функциональное равновесие связей, согласованное с перестановкой элементов согласно рисунку

$$\boxed{a \leftrightarrow b} \quad \boxed{p \leftrightarrow s} = \boxed{a \leftrightarrow p} \quad \boxed{b \leftrightarrow s}.$$



## Глобальные алгебры квазигруппы Брака-Тойоды в объектном множестве

Известно, что элементы объектного множества  $M^{16}$  допускают систему отношений в форме квазигруппы Брака-Тойоды с функциональными связями

$$(ab)(cd) = (ac)(bd).$$

Дополним бинарную операцию произведения операцией структурного суммирования. В этом случае мы вправе расширить операцию произведения и на этой основе сконструировать алгебру квазигруппы.

В простейшем случае, с формальной точки зрения, она может быть задана новой функциональной связью, которая дублирует структуру базовой квазигруппы в форме выражений

$$\begin{aligned} \{\{ab\}\{cd\}\} &= \{\{ac\}\{bd\}\}, \\ \{ab\} &= ab + ba. \end{aligned}$$

В объектном множестве  $M^{16}$  каждая пара элементов генерирует только одно значение, которое задается элементом с номером 14:  $\{ab\} = ab + ba = 14$ . В силу этого свойства действительно выполняется указанный алгебраический закон, мы имеем симметричную алгебру квазигруппы Брака-Тойоды.

В объектном множестве действует также операция вычитания. Применим ее для новых функциональных выражений, генерирующих несимметричную алгебру

$$\begin{aligned} [[ab][cd]] &= [[ac][bd]], \\ [ab] &= ab - ba. \end{aligned}$$

Обоснуем корректность предлагаемого варианта в модели объектного множества  $M^{16}$ .

Представим простой расчет таблицей:

$a$	$b$	$c$	$d$	$[ab]$	$[cd]$	$[ac]$	$[bd]$	$\alpha$	$\beta$
6	14	9	7	16	8	6	14	16	16
1	2	3	4	14	14	16	16	16	16
8	15	12	5	14	6	8	16	16	16

Предложенное алгебраическое расширение свойств не имеет общего значения для множества квазигрупп. Рассмотрим, например, условие для петли Бола

$$\mu = ((xa)y)a = x((ay)a) = \omega.$$

При симметричном алгебраическом расширении оно имеет место в силу указанного общего свойства для пары элементов объектного множества.

Если алгебраическое расширение антисимметрично, оно не выполняется. Например, для элементов

$$x = 6, a = 5, y = 7$$

получим

$$\mu = 14 \neq 16 = \omega.$$

## Спектр медиальности объектных множеств

Выполнение условия  $(xy)(ps) = (xp)(ys)$ , характеризующееся перестановкой элементов или их блоков в произведениях, назовем термином «медиальность». Анализ объектных множеств явно свидетельствует, что одинаковые значения могут генерировать разные функции, иллюстрируя спектр медиальности.

Покажем на примере объектного множества  $M^{16}$ , что в нем равны 4 выражения:

$$\alpha = (ab)(cd), \beta = (ac)(bd), \gamma = (db)(ca), \delta = (dc)(ba).$$

Проиллюстрируем расчеты таблицей:

$a$	$b$	$c$	$d$	$ab$	$cd$	$\alpha$	$ac$	$bd$	$\beta$	$db$	$ca$	$\gamma$	$dc$	$ba$	$\delta$
5	10	3	11	2	5	4	11	14	4	16	3	4	5	12	4
15	13	14	1	15	4	2	16	1	2	9	14	2	10	15	2
6	12	4	1	3	14	12	11	6	12	8	3	12	16	11	12
3	6	8	9	4	2	15	2	4	15	10	12	15	12	10	15
13	11	10	8	11	11	13	10	10	13	4	4	13	3	3	13
5	11	2	7	3	2	16	10	9	16	1	4	16	12	11	16
5	11	3	10	3	8	2	11	16	2	14	3	2	6	11	2

Заметим, что по картине расположения элементов объектного множества в указанных 4 выражениях легко обнаружить скрытую группу на матричной операции, состоящую из 4 матриц. Выглядят они так

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$((ab)(cd)) \quad ((ac)(bd)) \quad ((db)(ca)) \quad ((dc)(ba))$$

Объектное множество  $M^{16}$  генерирует новые равенства, которые можно назвать обобщенной медиальностью:

$a$	$\xi$	$b$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\gamma\delta$
7	6	5	8	8	13	15	15	13
10	3	14	1	9	5	15	7	5
12	10	4	10	10	13	13	13	13
14	15	9	13	7	7	15	5	7
8	16	5	16	14	15	13	15	15

В обозначениях  $\alpha = a\xi a, \beta = b\xi b, \gamma = (a\xi)(\xi a), \delta = (b\xi)(\xi b)$  таблица предъявляет закон

$$\alpha\beta = \gamma\delta.$$

## Новое функциональное условие в объектных множествах

При анализе групп и квазигрупп система функциональных связей базируется на полилинейных выражениях. Объектные множества предьявляют множество законов, которые выходят за рамки полилинейности.

Проанализируем модель вида

$$\alpha = x(y(x^2z)) = x^2(y(xz)) = \beta.$$

Этот закон выполняется в объектном множестве  $M^{16}$ :

$x$	$x^2$	$y$	$z$	$\alpha$	$\beta$
14	13	12	3	7	7
1	13	3	4	10	10
9	13	10	5	16	16
2	13	6	16	2	2

Он справедлив также в объектном множестве  $M^{36}$ :

$x$	$x^2$	$y$	$z$	$\alpha$	$\beta$
4	13	31	19	28	28
21	13	11	8	26	26
17	13	10	7	18	18
1	13	3	4	8	8

В объектном множестве  $M^{25}$ , подчиненном специальной комбинаторной операции, выполняются функциональные законы

$$\alpha = x(y(x^2z)) = x^2(y(xz)) = \beta,$$

$$\gamma = (x^2(yx))z = (x(yx^2))z = \delta.$$

Проиллюстрируем их на функциональной структуре

$$\alpha + \gamma = x(y(x^2z)) + (x^2(yx))z = (x(yx^2))z + x^2(y(xz)) = \delta + \beta.$$

Получим, например, слагаемые

$x$	$x^2$	$y$	$z$	$\alpha$	$\gamma$	$\delta$	$\beta$
5	10	19	6	25	15	15	25
1	6	2	3	20	7	7	20
10	15	24	25	12	3	3	12

## Алгебра Йордана и биалгебра Ли на кватернионах и антикватернионах

Кватернион с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(E)                      (a)                      (b)                      (c)

подчинен таблице произведений

×	<i>E</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>E</i>	<i>E</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	$-E$	<i>c</i>	$-b$
<i>b</i>	<i>b</i>	$-c$	<i>E</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	$-a$	$-E$

Проверим выполнение функциональных связей, присущих алгебре Йордана и биалгебре Ли:

$$\alpha(+) = (x^2y)x + (yx^2)x + x(x^2y) + x(yx^2) = x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2 = \beta(+),$$

$$\alpha(-) = (x^2y)x - (yx^2)x - x(x^2y) + x(yx^2) = x^2(yx) - x^2(xy) - (yx)x^2 + (xy)x^2 = \beta(-).$$

При  $x = \xi, y = \eta$  получим подтверждение справедливости указанных законов:

$$\alpha(+) = \eta\xi + \eta\xi + \xi\eta + \xi\eta = \beta(+), \alpha(-) = \eta\xi - \eta\xi - \xi\eta + \xi\eta = \beta(-).$$

$$\alpha(+) = \eta\xi + \eta\xi + \xi\eta + \xi\eta = \beta(+), \alpha(-) = \eta\xi - \eta\xi - \xi\eta + \xi\eta = \beta(-).$$

Результат расчета аналогичен на антикватернионе с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(E)                      (a)                      (b)                      (c)

и с таблицей произведений

×	<i>E</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>E</i>	<i>E</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	$-E$	<i>c</i>	$-b$
<i>b</i>	<i>b</i>	$-c$	<i>E</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	$-a$	$-E$

## Неассоциативность объектных антикватернионов

Антикватернионы задаются выражениями  $\theta_i = a_i E + a_2 i + a_3 j + a_4 k$  при подчинении базисных векторов таблице

$\times$	$E$	$i$	$j$	$k$
$E$	$E$	$i$	$j$	$k$
$i$	$i$	$E$	$k$	$j$
$j$	$j$	$k$	$E$	$i$
$k$	$k$	$j$	$i$	$E$

Произведение пары антикватернионов

$$A = a_1 E + a_2 i + a_3 j + a_4 k, \quad B = b_1 E + b_2 i + b_3 j + b_4 k$$

задается выражением

$$\begin{aligned} AB &= (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4) E + (a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_4 + a_4 b_3) i + \\ &= (a_1 b_3 + a_3 b_1 + a_2 b_4 + a_4 b_2) j + (a_1 b_4 + a_4 b_1 + a_2 b_3 + a_3 b_2) k. \end{aligned}$$

Определим *объектный антикватернион*. Зададим коэффициенты базовых единиц кватерниона элементами объектного множества  $M^{16}$ , а функции базовых единиц пусть выполняют элементы четверной группы Клейна:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Анализ свидетельствует, что при произвольном наборе элементов для объектных антикватернионов имеет место равенство их компонент при произведении пары кватернионов. Это равенство выражается формулами:

$$\mu = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4 = (a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_4 + a_4 b_3) = a_1 b_3 + a_3 b_1 + a_2 b_4 + a_4 b_2 = a_1 b_4 + a_4 b_1 + a_2 b_3 + a_3 b_2.$$

Указанное свойство позволяет существенно упростить анализ ситуаций с произведением тройки антикватернионов. Из расчета следует, что антикватернионы, если их объектные элементы есть элементы конформаций, согласованы между собой ассоциативным правилом

$$A(BC) = (AB)C.$$

Если выбор элементов стохастичен, объектные антикватернионы не имеют ассоциативности

$$A(BC) \neq (AB)C.$$

## Неассоциативность объектных кватернионов

Кватернионы задаются выражениями  $\theta_i = a_i E + a_2 i + a_3 j + a_4 k$  при подчинении базисных векторов таблице

$\times$	$E$	$i$	$j$	$k$
$E$	$E$	$i$	$j$	$k$
$i$	$i$	$-E$	$k$	$-j$
$j$	$j$	$-k$	$-E$	$i$
$k$	$k$	$j$	$-i$	$-E$

Произведение пары кватернионов

$$A = a_1 E + a_2 i + a_3 j + a_4 k, \quad B = b_1 E + b_2 i + b_3 j + b_4 k$$

задается выражением

$$\begin{aligned} AB &= (a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 - a_4 b_4) E + (a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_4 - a_4 b_3) i + \\ &= (a_1 b_3 + a_3 b_1 - a_2 b_4 + a_4 b_2) j + (a_1 b_4 + a_4 b_1 + a_2 b_3 - a_3 b_2) k. \end{aligned}$$

Определим *объектный кватернион*. Зададим коэффициенты базовых единиц кватерниона элементами объектного множества  $M^{16}$ , а функции базовых единиц пусть выполняют элементы стандартного кватерниона:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем ассоциативность объектных кватернионов с элементами

$$\begin{aligned} A &\rightarrow a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, a_4 = 4, \\ B &\rightarrow b_1 = 5, b_2 = 6, b_3 = 7, b_4 = 8, \\ C &\rightarrow c_1 = 9, c_2 = 10, c_3 = 11, c_4 = 12. \end{aligned}$$

Три элемента неассоциативны:  $A(BC) = 6E + 8i + 1j + 7k$ ,  $(AB)C = 6E + 6i + 8j + 8k$ .

Ситуация повторяется при «стохастическом» выборе элементов объектного множества:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow a_1 = 5, a_2 = 11, a_3 = 16, a_4 = 3, \\ B &\rightarrow b_1 = 7, b_2 = 8, b_3 = 9, b_4 = 10, \\ C &\rightarrow c_1 = 1, c_2 = 2, c_3 = 3, c_4 = 4. \end{aligned}$$

Три элемента неассоциативны:  $A(BC) = 8E + 8i + 6j + 6k$ ,  $(AB)C = 7E + 13i + 13j + 7k$ .

Известная ассоциативность кватернионов нарушается, когда их коэффициенты есть элементы объектного множества. Но на антикватернионах есть частичная ассоциативность.

## Векторная регенерация дистрибутивности в объектном множестве

Объектное множество  $M^{16}$  неассоциативно. Более того, оно не имеет дистрибутивности на операции структурного суммирования.

Проиллюстрируем отсутствие дистрибутивности примерами:

$$\begin{aligned}(2+4)5 &= 16, 2 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 4 + 2 = 6, \\(3+8)7 &= 11, 3 \cdot 7 + 8 \cdot 7 = 1 + 16 = 1, \\(4+12)13 &= 14, 4 \cdot 13 + 12 \cdot 13 = 10 + 2 = 16, \\(6+16)15 &= 6 \cdot 15 + 16 \cdot 15 = 6 + 16 = 6.\end{aligned}$$

Решим задачу *регенерации дистрибутивности*, приняв концепцию объектного векторного пространства. Примем в качестве реперов векторного элементы объектного множества

$$\left[ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 7 & 13 & 15 \\ \hline \end{array} \right].$$

Таблица их комбинаторных произведений позволяет рассматривать это множество в указанном качестве:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	5	7	13	15
5	13	15	5	7
7	15	13	7	5
13	5	7	13	15
15	7	5	15	13

 $\Rightarrow 13 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 15 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 7 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$

Заметим, что стандартному векторному пространству присуща дистрибутивность, что кажется невозможным в рассматриваемой ситуации. Однако это здесь не так.

Рассмотрим два вектора в объектном векторном пространстве

$$\begin{aligned}A &= 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 13 + 6 \cdot 15 = 4 + 1 + 10 + 6 = 9, \\B &= 4 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 12 \cdot 13 + 16 \cdot 15 = 2 + 16 + 2 + 16 = 8, \\A + B &= 9 + 8 = 1.\end{aligned}$$

Просуммируем коэффициенты указанных векторов и найдем новую сумму. Получим

$$A \oplus B = (2+4)5 + (3+8)7 + (4+12)13 + (6+16)15 = 16 + 9 + 6 + 14 = 1.$$

На отдельном примере мы имеем иллюстрацию регенерации дистрибутивности на множестве без дистрибутивности.

Подтвердим эту возможность в других ситуациях, указав пары коэффициентов для реперов, регенерирующих дистрибутивность:

$\alpha$	$\rightarrow$	14	15	16	1		3	4	8	2		11	9	10	6
$\beta$	$\rightarrow$	9	10	11	12		16	9	11	3		1	14	8	12

, ...

## Аналог внешнего произведения в объектном множестве

Внешнее произведение Грассмана хорошо изучено и получило широкое применение в различных областях науки: в дифференциальной геометрии, в топологии, в теории уравнений с частными производными.

Удобной формой его представления является аксиоматика внешнего произведения векторов при условиях на базисные векторы

$$\vec{e}_i * \vec{e}_j = -(\vec{e}_j * \vec{e}_i), \vec{e}_i * \vec{e}_i = 0.$$

Произведение пары векторов

$$\vec{u} = u_1\vec{e}_1 + u_2\vec{e}_2 + u_3\vec{e}_3, \vec{p} = p_1\vec{e}_1 + p_2\vec{e}_2 + p_3\vec{e}_3$$

согласно указанным условиям генерирует бивектор с компонентами

$$\vec{u} * \vec{p} = (u_1p_2 - p_1u_2)\vec{e}_1 * \vec{e}_2 + (u_2p_3 - p_2u_3)\vec{e}_2 * \vec{e}_3 + (u_3p_1 - p_3u_1)\vec{e}_3 * \vec{e}_1.$$

Запишем его в более наглядном виде

$$\vec{u} * \vec{p} = \det \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ p_1 & p_2 \end{vmatrix} \vec{e}_1 * \vec{e}_2 + \det \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ p_2 & p_3 \end{vmatrix} \vec{e}_2 * \vec{e}_3 + \det \begin{vmatrix} u_3 & u_1 \\ p_3 & p_1 \end{vmatrix} \vec{e}_3 * \vec{e}_1.$$

Он иллюстрирует комбинаторику пар коэффициентов в паре векторов

$$\begin{aligned} \vec{u} &= u_1\vec{e}_1 + u_2\vec{e}_2 + u_3\vec{e}_3, \\ \vec{p} &= p_1\vec{e}_1 + p_2\vec{e}_2 + p_3\vec{e}_3. \end{aligned}$$

Так генерируются соединения величин, значимость которых подтверждена практикой.

При внешнем произведении трех векторов алгоритм Грассмана генерирует компоненты тривектора, которые удобно представить в форме определителя от объединения величин с комбинаторным распределением компонент:

$$\begin{aligned} \vec{a} * \vec{b} * \vec{c} &= \det \left( \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & c_2 \\ 0 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 & 0 & c_1 \\ 0 & a_2 & 0 \\ b_3 & 0 & c_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 & 0 & c_1 \\ b_2 & 0 & c_2 \\ 0 & a_3 & 0 \end{pmatrix} \right) \vec{e}_1 * \vec{e}_2 * \vec{e}_3, \\ \vec{a} * \vec{b} * \vec{c} &= (a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 + a_2b_3c_1 - a_2b_1c_3 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)\vec{e}_1 * \vec{e}_2 * \vec{e}_3. \end{aligned}$$

К обобщению мы приходим, заменив все минусы плюсами:

$$\begin{aligned} \vec{a} \bullet \vec{b} \bullet \vec{c} &= \det \left( \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & c_2 \\ 0 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & 0 & c_1 \\ 0 & a_2 & 0 \\ b_3 & 0 & c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & 0 & c_1 \\ b_2 & 0 & c_2 \\ 0 & a_3 & 0 \end{pmatrix} \right) (\vec{e}_1 \bullet \vec{e}_2 \bullet \vec{e}_3), \\ \vec{a} \bullet \vec{b} \bullet \vec{c} &= (a_1b_2c_3 + a_1b_3c_2 + a_2b_3c_1 + a_2b_1c_3 + a_3b_1c_2 + a_3b_2c_1)(\vec{e}_1 \bullet \vec{e}_2 \bullet \vec{e}_3). \end{aligned}$$

Подтвердим функциональную полезность нового выражения для компоненты тривектора на условии его применения в объектном множестве.



Поскольку объектное множество не подчинено дистрибутивности, расстановка скобок в выражении может иметь принципиальное значение.

Проанализируем аналог «зеркального» условия  $abc = cba$ , которое действует в объектном множестве, выполнив на разных «векторах» сравнение двух функциональных связей:

$$\alpha = a_1(b_2c_3 + b_3c_2) + a_2(b_3c_1 + b_1c_3) + a_3(b_1c_2 + b_2c_1),$$

$$\beta = c_1(b_2a_3 + b_3a_2) + c_2(b_3a_1 + b_1a_3) + c_3(b_1a_2 + b_2a_1).$$

Покажем, что предложенные функции генерируют в некоммутативном объектном множестве коммутативные пары. Их можно интерпретировать «удочками коммутативности».

Проиллюстрируем эту возможность таблицей:

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha\beta = \beta\alpha$
1	2	3	4	5	6	9	10	11	1	9	5
3	7	13	12	4	8	2	6	5	12	2	7
13	14	15	1	2	9	4	8	12	13	7	7
15	8	7	2	11	6	12	13	3	13	15	15
1	2	7	11	10	9	6	14	8	7	5	5
11	6	5	8	2	4	12	15	7	11	3	5

Ситуация меняется, если убрать скобки. Получим выражения с плюсами

$$\varphi(a, b, c) = a_1b_2c_3 + a_1b_3c_2 + a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 + a_3b_2c_1,$$

$$\varphi(c, b, a) = c_1b_2a_3 + c_1b_3a_2 + c_2b_1a_3 + c_2b_3a_1 + c_3b_1a_2 + c_3b_2a_1.$$

Эти выражения равны из-за «зеркального» свойства тройного произведения элементов объектного множества. Для того, чтобы обеспечить равенство аналогичных выражений с учетом знаков минус, обратим внимание на связи элементов в паре «цепей». Легко видеть, что особый статус знаков имеют крайние элементы «цепей». Равные элементы соответствуют диаграммам связи мест элементов «цепей»:

1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
↕					↕		↕		↕					↕		↕	
6	2	3	4	5	1	1	4	3	2	5	6	1	2	5	4	3	6

Согласно этим связям элементов имеем один из вариантов равенства выражений с сочетанием знаков «плюс» и «минус»:

$$\psi(a, b, c) = a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 + a_2b_1c_3 - a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1,$$

$$\psi(c, b, a) = -c_1b_2a_3 - c_1b_3a_2 + c_2b_1a_3 - c_2b_3a_1 + c_3b_1a_2 + c_3b_2a_1.$$

Если принять знаки во втором выражении аналогично первому выражению, мы получаем новую «удочку коммутативности» для объектного множества.

## Скрытые группы действия операций

Проанализируем структуру таблицы произведения аналогов нормальных подгрупп для подмножества элементов 

5	7	13	15
---	---	----	----

 объектного множества  $M^{16}$ .

Заметим, что таблицы сохраняют свою структуру (с точностью до номеров элементов):

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	5	7	13	15	,	$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	5	13	7	15	,	$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	5	15	13	7
5	13	15	5	7	,	5	13	5	15	7	,	5	13	7	5	15
7	15	13	7	5	,	13	5	13	7	15	,	15	7	13	15	5
13	5	7	13	15	,	7	15	7	13	5	,	13	5	15	13	7
15	7	5	15	13	,	15	7	15	5	13	,	7	15	5	7	13

Ассоциированная конформация состоит из матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Мы получили скрытую группу на матричной операции в форме четверной группы Клейна. Отсюда следует, что объектное множество, элементы которого частично коммутативны и неассоциативны на комбинаторной операции имеют «тень» стандартной группы на матричной операции. Ассоциативность дополняет неассоциативность, хотя «делает» это в скрытой форме.

Объектное множество  $M^{16}$  коммутативно и ассоциативно на операции структурного суммирования. По этой причине оно с другой стороны дополняет неассоциативность операции комбинаторного произведения. Более того, таблицы суммирования элементов нормальной подгруппы 

6	8	14	16
---	---	----	----

, инвариантные относительно перестановки элементов

$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	6	8	14	16	,	$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	16	14	8	6	,	$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	16	8	6	14
6	16	14	8	6	,	16	16	14	8	6	,	16	16	8	6	14
8	14	16	6	8	,	14	14	16	6	8	,	8	8	16	14	6
14	8	6	16	14	,	8	8	6	16	14	,	6	6	14	16	8
16	6	8	14	16	,	6	6	8	14	16	,	14	14	6	8	16

индуцируют ассоциированную конформацию в форме четверной группы Клейна.

Таблица комбинаторной операции с базисными векторами

$$(1 \ 0 \ 0 \ 0), (0 \ 1 \ 0 \ 0), (0 \ 0 \ 1 \ 0), (0 \ 0 \ 0 \ 1)$$

также генерирует ассоциированную конформацию в форме другой скрытой группы с матричной операцией.

Следовательно, неассоциативность скрыто согласована с ассоциативностью.

## Множественность решений линейных уравнений в объектном множестве

Назовем линейным уравнением в объектном множестве функциональную связь с независимой переменной  $w$  степени 1.

Представляют интерес уравнения такого вида в ситуациях, когда они индуцируются некой известной алгеброй. Рассмотрим в качестве примера алгебру Сейгла. Ее структура задается функциональными связями

$$J(x, y, z)w = J(w, x, yz) + J(w, y, zx) + J(w, z, xy),$$

$$J(x, y, z) = xyz + yzx + zxy.$$

В объектном множестве  $M^{16}$  с комбинаторной операцией произведения и операцией структурного суммирования имеет место равенство

$$J(x, y, z) = xyz + yzx + zxy = x + y + z.$$

На его основе алгебра Сейгла получает в объектном множестве представление в форме линейного уравнения для искомой величины  $w$ :

$$(x + y + z)w = [3]w + (x + y + z) + (xy + yz + zx).$$

Найдем его решения для различных подмножеств с элементами  $x, y, z$ .

Для удобства анализа запишем таблицу тройных сумм искомой величины:

$w$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$[3]w$	11	10	9	12	7	6	5	8	3	2	1	4	15	14	13	16

Запишем итоги расчетов в форме таблицы:

$x$	$y$	$z$	$f(w)$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$
1	2	3	$10w = [3]w + 9$	1	3	9	11
6	7	8	$5w = [3]w + 8$	6	8	14	16
11	12	13	$8w = [3]w + 7$	5	7	13	15
13	14	15	$14w = [3]w + 13$	6	8	13	15

Специфика ситуации в том, что рассматриваемые линейные уравнения имеют в модели объектного множества не только одно решение.

Линейные уравнения в объектном множестве в рассматриваемом случае имеют по 4 решения, расширяя границы *основной теоремы алгебры*.

По аналогии с указанной моделью мы вправе предложить спектр линейных уравнений:

$$(x + y)w = [2]w + (x + y) + (xy + yx),$$

$$(x + y + z)w = [3]w + (x + y + z) + (xy + yz + zx),$$

$$(x + y + z + p)w = [4]w + (x + y + z + p) + (xy + yz + zp + px), \dots$$

Ситуация принципиально меняется в модели линейного уравнения для величины  $p$  на элементах объектного множества

$$\xi p \xi - \eta p \eta = [0].$$

Из анализа следует наличие подмножеств объектного множества, для пары любых элементов из них уравнение имеет решение для любого  $p$ , принадлежащего объектному множеству  $M^{16}$ . Состав подмножеств таков:

$A$	$\rightarrow$	1	3	9	11
$B$	$\rightarrow$	2	4	10	12
$C$	$\rightarrow$	5	7	13	15
$D$	$\rightarrow$	6	8	14	16

Проиллюстрируем ситуацию при частичном выборе величин  $p$ :

$$\begin{pmatrix} 111 \\ 121 \\ 131 \\ 141 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 313 \\ 323 \\ 333 \\ 343 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 919 \\ 929 \\ 939 \\ 949 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11111 \\ 11211 \\ 11311 \\ 11411 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix},$$

(1)                      (3)                      (9)                      (11)

$$\begin{pmatrix} 212 \\ 222 \\ 232 \\ 242 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 414 \\ 424 \\ 434 \\ 444 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10110 \\ 10210 \\ 10310 \\ 10410 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12112 \\ 12212 \\ 12312 \\ 12412 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix},$$

(2)                      (4)                      (10)                      (12)

$$\begin{pmatrix} 515 \\ 525 \\ 535 \\ 545 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 11 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 717 \\ 727 \\ 737 \\ 747 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 11 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 13113 \\ 13213 \\ 13313 \\ 13413 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 11 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 15115 \\ 15215 \\ 15315 \\ 15415 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 11 \\ 10 \end{pmatrix},$$

(5)                      (7)                      (13)                      (15)

$$\begin{pmatrix} 616 \\ 626 \\ 636 \\ 646 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 818 \\ 828 \\ 838 \\ 848 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 14114 \\ 14214 \\ 14314 \\ 14414 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 16116 \\ 16216 \\ 16316 \\ 16416 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \dots$$

(6)                      (8)                      (14)                      (16)

Аналогичное равенство значений для элементов подмножеств имеет место при всех других значениях элементов объектного множества. Линейные уравнения имеют не одно решение, а *весь спектр* элементов объектного множества.

## Генерация квазигрупп по модели перестановок

Обычно теория квазигрупп не ассоциируется и не согласовывается с моделями и теорией перестановок. Так сложилось исторически, и в этом нет никакой проблемы. Представим элементы объединяющей теории.

Известно подмножество группы перестановок из 4 элементов с матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Применим их для конструирования таблиц произведений объектов, обозначенных буквами латинского алфавита, рассматривая матрицы в форме «носителей» элементов и располагая их в границах единой, стандартной «рамки».

Получим, например, две модели произведений:

×	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>

×	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>d</i>

Простая проверка показывает, что элементы второй таблицы обеспечивают выполнение функциональных условий квазигруппы Брака-Тойоды и правой петли Бола:

$$(ac)(bd) = (ab)(cd), ((ba)d)a = b((ad)a).$$

На другом подмноестве группы перестановок из 4 элементов

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим еще две таблицы произведений:

×	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>b</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
<i>d</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

×	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>
<i>d</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>d</i>

Квазигруппа Брака-Тойоды и левая петля Бола реализуются на второй таблице. Пара таблиц произведений дополняют друг друга на квазигруппах Бола.

## Ассоциативное множество на модульной операции

Проанализируем свойства множества из 27 элементов, обозначенных номерами:

$$\begin{array}{cccccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) \\
 & & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \\
 & & (7) & (8) & (9) & \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (10) & (11) & (12) & (13) & (14) & (15) \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (16) & (17) & (18) & (19) & (20) & (21) \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
 (22) & (23) & (24) & (25) & (26) & (27)
 \end{array}$$

Они получены из 9 матриц на основе операции сдвига значимых элементов на одно место вправо:

$$\begin{array}{cccccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \\
 (1) & (4) & (7) & (10) & (13) & \\
 & & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \\
 & & (18) & (20) & (24) & (26)
 \end{array}$$

Введем операцию модульного произведения, расставляя значимые элементы в строках после произведения их номеров мест по модулю числа, равного размерности матриц.

Получим модель конечного множества. Его стороны и свойства уникальны.

Таблица произведений такова:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	24	11	17	13	27	19	1	5	9	24	11	17	13	27
2	11	18	23	21	13	25	2	4	9	21	13	25	11	18
3	17	23	12	25	19	15	3	6	9	6	9	3	9	3
4	13	21	25	18	11	23	4	2	9	18	11	23	13	21
5	27	13	19	11	24	17	5	1	9	27	13	19	11	24
6	19	25	15	23	17	14	6	3	9	3	9	6	9	6
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	5	4	6	2	1	3	8	7	9	14	13	15	11	10
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	24	21	6	18	27	3	10	14	9	7	11	14	13	8
11	11	13	9	11	13	9	11	13	9	11	13	9	11	13
12	17	25	3	23	19	6	12	15	9	14	9	12	9	12
13	13	11	9	13	11	9	13	11	9	13	11	9	13	11
14	27	18	3	21	24	6	14	10	9	8	13	12	11	7

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	19	23	6	25	17	3	15	12	9	12	9	15	9	15
16	27	4	12	2	24	15	16	20	9	22	13	3	11	26
17	19	9	17	9	17	19	17	19	9	19	9	17	9	17
18	13	2	23	4	11	25	18	21	9	4	11	25	13	2
19	17	9	19	9	19	17	19	17	9	17	9	19	9	19
20	24	2	14	4	27	13	20	16	9	26	11	6	13	22
21	11	4	25	2	13	23	21	18	9	2	13	23	11	4
22	5	18	15	21	1	12	22	26	9	16	13	6	11	20
23	9	23	25	25	9	23	23	25	9	25	9	23	9	23
24	1	11	19	13	5	17	24	27	9	1	11	19	13	5
25	9	25	23	23	9	25	25	23	9	23	9	25	9	25
26	1	21	12	18	5	15	26	22	9	20	11	3	13	16
27	5	13	17	11	1	19	27	24	9	5	13	17	11	1

×	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	19	27	19	13	17	24	11	5	9	1	9	1	5
2	23	4	9	2	9	2	4	18	23	11	25	21	13
3	6	12	17	23	19	14	25	15	25	19	23	12	17
4	25	2	9	4	9	4	2	21	25	13	23	18	11
5	17	24	17	11	19	27	13	1	9	5	9	5	1
6	3	15	19	25	17	13	23	12	23	17	25	15	19
7	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
8	12	20	19	21	17	16	18	26	25	27	23	22	24
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	12	22	19	4	17	26	2	16	25	1	23	20	5
11	9	13	9	11	9	11	13	13	9	11	9	11	13
12	15	3	17	25	19	6	23	6	23	19	25	3	17
13	9	11	9	13	9	13	11	11	9	13	9	13	11
14	15	26	17	2	19	22	4	20	23	5	25	16	1

×	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
15	12	6	19	23	17	3	25	3	25	17	25	6	19
16	6	7	17	21	19	8	18	10	25	5	23	14	1
17	19	17	19	9	17	19	9	19	9	17	9	17	9
18	23	21	9	18	9	18	21	2	23	13	25	4	11
19	17	19	17	9	19	17	9	17	9	19	9	19	17
20	3	8	19	18	17	7	21	14	23	1	25	10	5
21	25	18	9	21	9	21	18	4	25	11	23	2	13
22	3	10	19	2	17	14	4	7	23	27	25	8	24
23	25	25	9	23	9	23	25	23	25	9	23	25	9
24	17	5	17	13	19	1	11	27	9	24	9	24	27
25	25	23	9	25	9	25	23	25	23	9	25	23	9
26	6	14	17	4	19	10	2	8	25	24	23	7	27
27	19	1	9	11	17	5	13	24	9	27	9	27	24



## Идемпотентные подмножества объектного множества на модульной операции

Объектное множество  $M^{27}$  содержит 8 идемпотентных элементов

7	9	12	13	18	19	24	25
---	---	----	----	----	----	----	----

Таблица их произведений такова:

×	7	9	12	13	18	19	24	25
7	7	9	12	13	18	19	24	25
9	9	9	9	9	9	9	9	9
12	12	9	12	9	25	19	19	9
13	13	9	9	13	13	9	13	9
18	18	9	25	13	18	9	13	25
19	19	9	19	9	9	19	19	9
24	24	9	19	13	13	19	24	25
25	25	9	9	9	25	9	25	25

Естественны подмножества размерности 2 с таблицами вида

×	7	$\xi_i$
7	7	$\xi_i$
$\xi_i$	$\xi_i$	$\xi_i$

,  $\xi_i \rightarrow 9, 12, 13, 18, 19, 24, 25$ .

Есть большой набор подмножеств размерности 3. В частности, имеем таблицы

×	7	12	19
7	7	12	19
12	12	12	19
19	19	19	19

, 

×	7	13	18
7	7	13	18
13	13	13	18
18	18	18	18

, 

×	7	18	25
7	7	18	25
18	18	18	25
25	25	25	25

, 

×	7	19	24
7	7	19	24
19	19	19	19
24	24	19	24

×	7	$\eta$	$\omega$
7	7	$\eta$	$\omega$
$\eta$	$\eta$	$\eta$	$\omega$
$\omega$	$\omega$	$\omega$	$\omega$

 $\rightarrow$ 

$\eta$	$\omega$
12	19
13	18
18	25
19	24

, 

×	13	18	24
13	13	13	13
18	13	18	13
24	13	13	24

, 

×	7	$\xi_i$	9
7	7	$\xi_i$	9
$\xi_i$	$\xi_i$	$\xi_i$	9
9	9	9	9

$$\xi_i = 12, 13, 18, 19, 24, 25.$$

Таблицы более высокой размерности получаются из базовых таблиц размерности 3 при их дополнении элементом объектного множества.

Укажем дополнительно таблицы размерности 4 для идемпотентных элементов:

×	7	13	18	24	×	7	12	19	24	×	7	12	18	25
7	7	13	18	24	7	7	12	19	24	7	7	12	18	25
13	13	13	13	13	12	12	12	19	19	12	12	12	25	25
18	18	13	18	13	19	19	19	19	19	18	18	25	18	25
24	24	13	13	24	24	24	19	19	24	25	25	25	25	25

Таблицы размерности 5 получаются при дополнении указанных таблиц элементом с номером 9.

Укажем таблицу объединения 6 элементов:

×	7	12	18	19	25	9
7	7	12	18	19	25	9
12	12	12	25	19	25	9
18	18	25	18	9	25	9
19	19	19	9	19	9	9
25	25	25	25	9	25	9
9	9	9	9	9	9	9

Похожая таблица получится при замене элемента с номером 12 на элемент с номером 13  
Объединение 7 элементов генерирует отношения вида

×	7	12	18	25	24	19	9
7	7	12	18	25	24	19	9
12	12	12	25	25	19	19	9
18	18	25	18	25	13	9	9
25	25	25	25	25	9	9	9
24	24	19	13	9	24	19	9
19	19	19	9	9	19	19	9
9	9	9	9	9	9	9	9

Идемпотентные элементы подчинены общим законам множества  $M^{27}$ . Они имеют также специфические законы, индуцированные свойством идемпотентности.

Проиллюстрируем такую возможность. Рассмотрим функциональную связь, которая иногда учитывается в теории комплексов Штейнера:  $x(xy) = xy$ .

Получим, соответственно, пару таблиц, первая из которых связывает идемпотенты:

×	$x$	$y$	$x(xy)$	$xy$	×	$x$	$y$	$x(xy)$	$xy$
$\alpha$	7	12	12	12	$\alpha$	14	10	8	10
$\beta$	12	13	9	9	$\beta$	16	5	5	24
$\gamma$	25	18	25	25	$\gamma$	17	7	19	17

## Тень теории Галуа в объектном множестве

Галуа принял и предложил точку зрения, что разрешимость или неразрешимость алгебраических уравнений разных степеней зависит от того, разрешима или не разрешима группа перестановки корней анализируемого уравнения. В его время даже концепция группы не была сформулирована и потому не были известны свойства групп. Сейчас ситуация выглядит просто: разрешимы только те группы перестановок произвольных элементов, порядок которых меньше 5. Группы перестановок более высокого порядка не разрешимы, что представляется невозможностью конструирования для них единичного коммутатора.

Тонкость ситуации в том, что анализ разрешимости проводился без нахождения самих корней, без учета их связей с коэффициентами алгебраических уравнений. По этой причине применен алгоритм теории конечных полей, которая во времена Галуа только-только начинала свой триумфальный «бег». Именно теория конечных полей нашла широкое применение в различных теориях и на практике. Корни же уравнений можно находить самыми разными способами, не пытаясь задать их радикалами. Фактически ситуация выглядит так: для уравнений малых степеней «достаточно» радикалов. В общем случае этих инструментов и этого алгоритма недостаточно. В качестве аналога можно привести пример: подняться вверх по лестнице можно на небольшую высоту, но для достижения стратосферы этот метод непригоден. Так бывает часто: решив «малую» задачу, нельзя надеяться, что примененный метод даст эффект и будет полезен для сложной задачи.

Модель объектного множества есть аналог модели конечных «полей», множество имеет систему подмножеств разного порядка. Отношения между элементами множества зависят от их состава и действующей операции. Согласно таблицам произведений они иногда образуют группу, но эта ситуация не является общей. Идея связи объектного множества с теорией Галуа проста: рассмотрим таблицы произведения конечных подмножества разных порядков с последующим произведением полученных элементов по каждой строке. Примем точку зрения, что разрешимость алгебраических уравнений так согласована с табличным результатом: если результат по всем строкам одинаков, то имеет место разрешимость.

Проиллюстрируем «объектную разрешимость», приняв дополнительное условие, что размерность объектного подмножества равна количеству корней алгебраического уравнения. Получим для подмножеств с количеством элементов 2,3,4 «ожидаемые» таблицы:

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>×</td><td>7</td><td>10</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td><td>10</td></tr> <tr><td>10</td><td>10</td><td>7</td></tr> </table>	×	7	10	7	7	10	10	10	7	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>×</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td></tr> <tr><td>10</td><td>10</td><td>7</td><td>13</td></tr> <tr><td>13</td><td>13</td><td>13</td><td>13</td></tr> </table>	×	7	10	13	7	7	10	13	10	10	7	13	13	13	13	13	,	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>×</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td><td>11</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td><td>11</td></tr> <tr><td>10</td><td>10</td><td>7</td><td>13</td><td>11</td></tr> <tr><td>13</td><td>13</td><td>13</td><td>13</td><td>11</td></tr> <tr><td>11</td><td>11</td><td>11</td><td>11</td><td>13</td></tr> </table>	×	7	10	13	11	7	7	10	13	11	10	10	7	13	11	13	13	13	13	11	11	11	11	11	13	.
×	7	10																																																					
7	7	10																																																					
10	10	7																																																					
×	7	10	13																																																				
7	7	10	13																																																				
10	10	7	13																																																				
13	13	13	13																																																				
×	7	10	13	11																																																			
7	7	10	13	11																																																			
10	10	7	13	11																																																			
13	13	13	13	11																																																			
11	11	11	11	13																																																			

В каждом случае результат произведения элементов, которые расположены в строках, есть элемент последнего столбца.

Дальнейшее «продолжение» указанных таблиц генерирует таблицы, которые не имеют постулируемого свойства. Правда, оно есть, если принять «тривиальное» расширение размерности подмножеств на основе элемента с номером 9, который выполняет функцию «нуля» объектного множества. Косвенно так «подсказывается» разрешимость алгебраических уравнений в частных ситуациях.

Заметим, что «игровой» ментальный анализ, который нельзя принять в качестве метода для решения задачи о разрешимости алгебраических уравнений в радикалах, имеет все права «тени» (подсказки) к решению проблемы. Но тогда можно сделать и следующий шаг вперед: объектное множество «подсказывает» нам новые, качественно иные объектные решения.

## Функциональные полиидемпотенты, иницируемые объектным множеством

Объектное множество  $M^{27}$  имеет подмножество элементов, отношения на модульной операции в котором подчинены таблице

×	7	10	20	26	1	24	18	4	13
7	7	10	20	26	1	24	18	4	13
10	10	7	26	20	24	1	4	18	14
20	20	26	7	10	24	1	18	4	13
26	26	20	10	7	1	24	4	18	13
1	1	24	24	1	24	1	13	13	13
24	24	1	1	24	1	24	13	13	13
18	18	4	18	4	13	13	18	4	13
4	4	18	4	18	13	13	4	18	13
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13

Проанализируем наличие и генерацию полиидемпотентов в объектном множестве в виде отдельных элементов или множества элементов, если для натуральных чисел  $p, n$  имеет место условие

$$x^p = nx.$$

Смысл в решении задач по конструированию и исследованию свойств идемпотентов в том, что из-за своих специфических свойств они могут генерировать уникальные законы, которые не имеют места в стандартных ситуациях.

Заметим, что указанное подмножество есть идемпотент с натуральными числами, которые равны единице. К этой же категории относится любая группа в форме одного элемента или некоторого множества элементов. Каждое конечное множество входит в эту же категорию.

Для решения поставленной задачи проанализируем структуру матриц, ассоциированных с таблицей произведений, для 9 элементов объектного множества.

Первый квадрант таблицы генерирует ассоциированную конформацию в форме четверной группы Клейна:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Сама группа и ее первый элемент есть стандартные идемпотенты.

Второй квадрант по первым строкам генерирует матрицы для мест элементов вида

$$a_1, a_2, a_3, a_4 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матричное произведение свидетельствует о том, что мы имеем полиидемпотенты:

$$a_1^2 = a_1, a_2^3 = a_2, a_3^2 = a_3, a_4^3 = a_4.$$

Первый квадрант по нижним строкам генерирует конформацию с матрицами

$$b_1, b_2, b_3, b_4 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эти матрицы тоже полиидемпотенты со свойствами

$$b_1^2 = b_1, b_2^3 = b_2, b_3^3 = b_3, b_4^2 = b_4.$$

Свойства, аналогичные элементам  $a_i, i=1,2,3,4$  имеют матрицы, ассоциированные с местами элементов в четвертом квадранте:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(c_1) \quad (c_2) \quad (c_3) \quad (c_4)$$

$$c_1^2 = c_1, c_2^3 = c_2, c_3^2 = c_3, c_4^3 = c_4.$$

Суммируя указанные элементы, получим новые матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$(\Phi) \quad (\alpha_1) \quad (\alpha_2) \quad (\beta_1) \quad (\beta_2)$$

На матричном произведении их свойства таковы:

$$\Phi^2 = 4\Phi, \alpha_i^2 = \Phi, \beta_i^2 = 2\beta_i.$$

Проведенный анализ подтверждает наличие у подмножеств объектного множества не только явных, но и скрытых свойств. Скрытые свойства обнаруживаются при дополнительных средствах, применяемых факторами внешнего типа, которые выражаются в форме наших ментальных действий на основе предшествующей практики.

Однако у нас нет оснований для утверждения и нет доказательств, что аналогичные действия и итоги множество может реализовать посредством своих, внутренних факторов.

## Законы развития согласно модели объектного множества

Только наивные люди думают, что формальная структура и законы математических объектов не имеют прямой связи с жизненной практикой. Анализ свидетельствует, что объектные множества имеют общие законы, которые по-разному проявляют себя в жизни людей

Проиллюстрируем на примере модели согласованного расширения подмножеств объектного множества  $M^{27}$  фундаментальный закон, что достижение нового качества в жизни, науке или творчестве реализуется в несколько этапов. При этом более высокий уровень достигается только при более значительных, чем вначале, усилиях и интервалах времени. Качественно новые уровни развития и практики дискретны.

Проанализируем таблицу расширения подмножеств, действуя таким образом, чтобы каждое подмножество было замкнуто на своем этапе.

Например, получим таблицу

×	1	2	4	7	10	11	13	18	21	24	20	26	5	27	8	14	16	22
1	24	11	13	1	24	11	13	13	11	1	24	1	27	5	5	27	27	5
2	11	18	21	2	21	13	11	2	4	11	2	21	13	13	4	18	4	18
4	13	21	18	4	18	11	13	4	2	13	4	18	11	11	2	21	2	21
7	1	2	4	7	10	11	13	18	21	24	20	26	5	27	8	14	16	22
10	24	21	18	10	7	11	13	4	2	1	26	20	27	5	14	8	22	16
11	11	13	11	11	11	13	11	11	13	11	11	11	13	13	13	13	13	13
13	13	11	13	13	13	11	13	13	11	13	13	13	11	11	11	11	11	11
18	13	2	4	18	4	11	13	18	21	13	18	4	11	11	21	2	21	2
21	11	4	2	21	2	13	11	21	18	11	21	2	13	13	18	4	18	4
24	1	11	13	24	1	1	13	13	11	24	1	24	5	27	27	5	5	27
20	24	2	4	20	26	11	13	18	21	1	7	10	27	5	16	22	8	14
26	1	21	18	26	20	11	13	4	2	24	10	7	5	27	22	16	14	8
5	27	13	17	5	27	13	11	11	13	5	27	5	24	1	1	24	24	1
27	5	13	11	27	5	13	11	11	13	27	5	27	1	24	24	1	1	24
8	5	4	2	8	14	13	11	21	18	27	16	22	1	24	7	10	20	26
14	27	18	21	14	8	13	11	2	4	5	22	16	24	1	10	7	26	20
16	27	4	2	16	22	13	11	21	18	5	8	14	24	1	20	26	7	10
22	5	18	21	22	16	13	11	2	4	27	14	8	1	24	26	20	10	7

Рассматривая каждую строку как «показания» соответствующих наблюдателей, мы видим кажущийся хаос и отсутствие функциональных законов. Но это не так, как показывает объектное множество, имеющее множество «жестких» законов. Но здесь они не «видны». Мало иметь данные, их еще нужно классифицировать и применить. Таков первый закон.

Первичное множество имело «последний» элемент в таблице под номером 18. Следующие подмножества замкнуты на одном шаге с номерами 21,20. Дальнейшее замыкание реализуется через два шага и реализуется на номерах 26, 27. Следующий шаг дополняет систему четырьмя элементами. Вся полная система получается отсюда с «добавкой» в 9 шагов. Это второй закон: чем полнее и значимее данные, тем больше усилий и ресурсов *дискретно* требуется для их получения, хотя это может быть только шаг вперед.

## Связь функциональных равенств с перестановками элементов множества

Из анализа следует, что объектное множество  $M^{16}$  имеет спектр функциональных равенств. Они имеют разную меру общности, что не отрицает, а подтверждает широту и глубину отношений объектов этого множества.

Обратим внимание на возможность связи функциональных равенств с элементами группы перестановок. Проиллюстрируем эту ситуацию примерами.

Известно, что объектное множество объединяет в одно семейство 4 выражения

$$\alpha = (ab)(cd) = \beta = (ac)(bd) = \gamma = (dc)(ba) = \delta = (db)(ca).$$

Подтвердим равенства таблицей:

$a$	$b$	$c$	$d$	$ab$	$cd$	$\alpha$	$ac$	$bd$	$\beta$	$dc$	$ba$	$\gamma$	$db$	$ca$	$\delta$
2	8	4	16	3	9	7	15	5	7	1	11	7	5	15	7
1	7	1	7	3	3	13	13	13	13	11	11	13	13	13	13
14	15	5	6	14	14	13	8	8	13	16	16	13	6	6	13
11	12	10	9	14	16	15	16	14	15	14	16	15	16	14	15

Будем интерпретировать выражения в скобках в качестве математического «рисунка» для отношений между элементами. Примем расположение  $a, b, c, d$  в качестве базового расположения, обозначив указанные элементы номерами 1,2,3,4.

Тогда 4 выражения генерируют в форме дубля две матрицы, отображающие связи элементов в скобках

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На основе матричных произведений они генерируют еще две матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В итоге мы имеем четверную группу Клейна. Примем точку зрения, что эти матрицы могут иметь функциональное выражение в модели объектного множества. Визуальная обратимость мест значимых элементов в этой паре таблиц генерирует известное равенство без скобок  $abcd = dcba$ . Вторая матрица генерирует пары  $(ad) \approx (da), (bc) \approx (cb)$ . Расчет подтверждает равенства

$$(ad)(cb) = (da)(bc).$$

Следовательно, функциональные равенства и перестановки не только имеют связи, они взаимно дополнительные в теории объектного множества.

## Алгебраическая концентрация объектного множества

Объектное множество  $M^{16}$  имеет систему подмножеств с элементами

$\alpha$	$\rightarrow$	1	3	9	11
$\beta$	$\rightarrow$	2	4	10	12
$\gamma$	$\rightarrow$	6	8	14	16
$h$	$\rightarrow$	5	7	13	15

Каждая функциональная связь 4 элементов множества вида

$$(ab)(cd), (ac)(bd), (dc)(ba), (db)(ca), (ad)(cb), (da)(bc), abcd, dcba...$$

взятых из строк или столбцов генерирует только элементы подмножества  $h$ .

Мы имеем модель функциональной концентрации подмножеств в одно подмножество. Примем элементы подмножества  $h$  в качестве фундаментальных объектов для операции комбинаторного произведения. Тогда элементы других подмножеств можно рассматривать как структурные составляющие для фундаментальных объектов. В рассматриваемом случае у нас есть 3 такие «фабрики». Их уникальность в том, что при взаимном произведении элементов подмножеств они генерируют друг друга. Такова, понятно, известная структура факторгрупп с нормальной подгруппой  $h$ . По этой причине другие модели факторгрупп могут рассматриваться в качестве множеств, имеющих фундаментальные объекты и «детали» для их генерации в форме других объектов.

Если перейти к модели частиц света и гравитации в форме объектов, образованных из 4 предзарядов, то неизбежно обосновывается идея, что есть предпредзаряды, имеющие свою структуру и свойство взаимодействия, обеспечивающее их концентрацию в предзаряды.

Ситуация качественно меняется при рассмотрении модели алгебраической концентрации любых элементов объектного множества в один элемент. Так получается на операции

$$a \times b = ab + ba = 14.$$

В объектном множестве  $M^{16}$  это условие генерирует только один элемент с номером 14. По этой причине, естественно, будет иметь место трансформация неассоциативного множества в ассоциативное множество с тем же элементом и с условием

$$(a \times b) \times c = 14 = a \times (b \times c).$$

Другой вариант концентрации элементов объектного множества в один элемент с номером 13 мы получаем во всех моделях с квадратичным умножением величин. В частности, имеем

$$(a \times b) = (ab - ba)^2 = 13.$$

Операция трансформирует неассоциативное множество в ассоциативное с условием

$$(a \times b) \times c = 13 = a \times (b \times c).$$

Указанные концентрации и трансформации фундаментальны для логики и практики.



## Приложение 1. Связь комбинаторного произведения с группой перестановок

Таблица комбинаторных произведений элементов объектного множества  $M^{16}$  такова:

$\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
3	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
4	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
5	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
6	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
7	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
8	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
9	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
10	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
11	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
12	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
14	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
15	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
16	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13

Элементы образуют систему подмножеств в форме мультипликативной факторгруппы:

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right), \\
 & \qquad \qquad \qquad 1 \qquad \qquad \qquad 3 \qquad \qquad \qquad 9 \qquad \qquad \qquad 11 \\
 & \left( \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right), \\
 & \qquad \qquad \qquad 2 \qquad \qquad \qquad 4 \qquad \qquad \qquad 10 \qquad \qquad \qquad 12 \\
 & \left( \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix} \right), \\
 & \qquad \qquad \qquad 5 \qquad \qquad \qquad 7 \qquad \qquad \qquad 13 \qquad \qquad \qquad 15 \\
 & \left( \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right), \left( \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right). \\
 & \qquad \qquad \qquad 6 \qquad \qquad \qquad 8 \qquad \qquad \qquad 14 \qquad \qquad \qquad 16
 \end{aligned}$$

Покажем, что произведения элементов некоммутативного, неассоциативного множества имеют ассоциативную связь с группой перестановок 4 элементов. Проявляется этот факт на основе расчета произведений элементов по «рисунку», соответствующему расположению значимых элементов в матрицах, представляющих перестановки.

Для удобства анализа запишем элементы подмножеств в форме таблицы

<i>A</i>	→	1	3	9	11
<i>B</i>	→	2	4	10	12
<i>C</i>	→	6	8	14	16
<i>H</i>	→	5	7	13	15

Сравним «прогнозируемые» произведения с таблицей произведений:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(1 \cdot 4 \cdot 14 = 15) \quad (3 \cdot 2 \cdot 16 = 13) \quad (9 \cdot 12 \cdot 6 = 7) \quad (11 \cdot 10 \cdot 8 = 5)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(1 \cdot 12 \cdot 14 = 7) \quad (3 \cdot 10 \cdot 16 = 5) \quad (9 \cdot 4 \cdot 6 = 15) \quad (11 \cdot 2 \cdot 8 = 13)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(1 \cdot 10 \cdot 8 = 15) \quad (3 \cdot 12 \cdot 6 = 13) \quad (9 \cdot 2 \cdot 16 = 7) \quad (11 \cdot 4 \cdot 14 = 5)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(1 \cdot 4 \cdot 16 = 13) \quad (3 \cdot 2 \cdot 14 = 15) \quad (9 \cdot 12 \cdot 8 = 5) \quad (11 \cdot 10 \cdot 6 = 7)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(1 \cdot 10 \cdot 16 = 7) \quad (3 \cdot 12 \cdot 14 = 5) \quad (9 \cdot 2 \cdot 8 = 15) \quad (11 \cdot 4 \cdot 6 = 13)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$(1 \cdot 12 \cdot 8 = 13) \quad (3 \cdot 10 \cdot 6 = 15) \quad (9 \cdot 4 \cdot 16 = 5) \quad (11 \cdot 2 \cdot 14 = 7)$$

Первые два ряда матриц перестановок аналогичны 8 элементам объектного множества. По этой причине естественно принять точку зрения, что таблица произведений согласована со структурой элементов множества. Это действительно так, потому что так действует операция комбинаторного произведения. Неожиданно, что полученная таким образом таблица комбинаторного произведения согласуется с другими перестановками, которые никак не учитывались. Фактически таблица произведений «раскрывает» общую структуру группы перестановок из 4 элементов.

Другие элементы объектного множества на основе указанного алгоритма согласуются с таблицей комбинаторного произведения. Покажем это на примерах:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(1 \cdot 10 \cdot 6 = 13) \quad (3 \cdot 12 \cdot 8 = 15) \quad (9 \cdot 2 \cdot 14 = 5) \quad (11 \cdot 4 \cdot 16 = 7)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$(1 \cdot 2 \cdot 6 = 5) \quad (3 \cdot 4 \cdot 8 = 7) \quad (9 \cdot 10 \cdot 14 = 13) \quad (11 \cdot 12 \cdot 16 = 15)$$

Заметим, что найденные «циклы» частично справедливы в другом порядке выполнения произведений.

Таблица произведений генерирует новые матрицы, которые дополняют указанные выше матрицы. Рассмотрим, например, модель

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$(1 \cdot 4 \cdot 8 = 5) \quad (3 \cdot 10 \cdot 14 = 7) \quad (9 \cdot 12 \cdot 16 = 13) \quad (11 \cdot 2 \cdot 6 = 15)$$

Верные результаты генерируют транспонированные матрицы.

Проведенный анализ инициирует конструирование новых объектных множеств на операции комбинаторного или иного произведения, приняв во внимание другие матрицы группы перестановок, а также новые элементы объектного множества.

С другой стороны, очевидно, у объектного множества есть ряд свойств, которые нам пока не известны, равно как и их применения в расчетных моделях.

Из анализа следует также корректность генерации произведений на других матрицах, с иным расположением значимых элементов.

Проиллюстрируем этот факт примерами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(1 \cdot 3 \cdot 9 = 11) \quad (2 \cdot 4 \cdot 10 = 12) \quad (6 \cdot 8 \cdot 14 = 16) \quad (5 \cdot 7 \cdot 13 = 15)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$(1 \cdot 4 \cdot 10 = 11) \quad (2 \cdot 8 \cdot 14 = 12) \quad (6 \cdot 7 \cdot 13 = 16) \quad (5 \cdot 3 \cdot 9 = 15)$$

Следовательно, система отношений между элементами объектного множества выходит за пределы структуры этих объектов и структуры группы перестановок. Другими словами, множество имеет *дополнительные, частично скрытые степени свободы* для отношений между объектами. Они обусловлены, по-видимому, тем, что образование множеств в форме конечных изделий имеет всегда не только ожидаемые стороны и свойства, но и их дополнения, которые позднее обнаруживаются и применяются в расчетной и жизненной практике.

Новое качество функциональных равновесий обнаруживается при выборе элементов на основе пары матриц из группы перестановок. Мы имеем возможность «сшивания» номеров объектов, взятых из аналогичных строк в паре матриц в форме их произведений. При этом естественно рассмотреть комбинаторику указанных связей. Она позволяет генерировать новые связи, содержащие произведения 4 разных элементов объектного множества.

Проиллюстрируем этот факт примерами. Рассмотрим произвольную пару матриц из группы перестановок. Сопоставим им строки из 4 объектов, выборка которых произведена посредством наложения матриц на базовую таблицу объектного множества, представленную в формах подмножеств на каждой строке. Получим, например, соответствие

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 16 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ d_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ d_2 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем согласованные объединения элементов в произведения с целью получения функциональных равновесий. Они таковы:

$$\begin{aligned} 9 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 10 = 5 &= 10 \cdot 4 \cdot 11 \cdot 9 \rightarrow a_1 a_2 b_1 b_2 = b_2 b_1 a_2 a_1, \\ 9 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 10 = 5 &= 16 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 \rightarrow a_1 a_2 b_1 b_2 = c_1 c_2 d_1 d_2, \\ 9 \cdot 11 \cdot 16 \cdot 6 = 5 &= 4 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 7 \rightarrow a_1 a_2 c_1 c_2 = b_1 b_2 d_1 d_2, \\ 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 7 = 13 &= 4 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 6 \rightarrow a_1 a_2 d_1 d_2 = b_1 b_2 c_1 c_2. \end{aligned}$$

Спектр функциональных равновесий расширяется при использовании скобок. Выполняются условия:

$$\begin{aligned}
 (9 \cdot 11) \cdot (4 \cdot 10) &= 5 = (16 \cdot 6) \cdot (5 \cdot 7) \rightarrow (a_1 a_2)(b_1 b_2) = (c_1 c_2)(d_1 d_2), \\
 (9 \cdot 11) \cdot (16 \cdot 6) &= 5 = (4 \cdot 10) \cdot (5 \cdot 7) \rightarrow (a_1 a_2)(c_1 c_2) = (b_1 b_2)(d_1 d_2), \\
 (9 \cdot 11) \cdot (5 \cdot 7) &= 13 = (4 \cdot 10) \cdot (16 \cdot 6) \rightarrow (a_1 a_2)(d_1 d_2) = (b_1 b_2)(c_1 c_2), \\
 9 \cdot (11 \cdot 4 \cdot 10) &= 5 = 16 \cdot (6 \cdot 5 \cdot 7) \rightarrow a_1(a_2 b_1 b_2) = c_1(c_2 d_1 d_2), \\
 9 \cdot (11 \cdot 16 \cdot 6) &= 5 = 4 \cdot (10 \cdot 5 \cdot 7) \rightarrow a_1(a_2 c_1 c_2) = b_1(b_2 d_1 d_2), \\
 9 \cdot (11 \cdot 5 \cdot 7) &= 13 = 4 \cdot (10 \cdot 16 \cdot 6) \rightarrow a_1 a_2 d_1 d_2 = b_1 b_2 c_1 c_2.
 \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае мы имеем алгоритм конструирования глобальных законов для конечного множества.

Новые законы функциональных равновесий запишем в удобном виде, приняв новые буквенные обозначения для столбцов:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ d_1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ p \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ d_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \\ s \end{pmatrix}.$$

Из анализа следуют законы

$$(abc)(def) = adbecf = (adb)(ecf).$$

Мы имеем алгоритм конструирования спектра функциональных равенств (фур) для модели конечного множества на операции структурного суммирования. Эти условия принято называть квазигруппами. Поскольку у множества есть единица, это петли или лупы. Многие локальные свойства аналитических луп хорошо изучены на основе алгоритма анализа локальных касательных алгебр. В частности, известно, что если для элементов лупы выполняются правое и левое условие Бола, для них выполняется также условие Муфанг.

У объектного множества на уровне глобальных законов равновесия ситуация иная: то, что имеет место локально, может не выполняться глобально.

Приведем контрпример локальному соответствию луп Бола и Муфанг. Выберем три элемента объектного множества  $a = 3, b = 9, c = 11$ .

Условия Бола выполняются, так как

$$\begin{aligned}
 ((ca)b)a &= ((11 \cdot 3)9)3 = 15 = 11((3 \cdot 9)3) = c((ab)a), \\
 a(b(ac)) &= 3(9(3 \cdot 11)) = 7 = (3(9 \cdot 3))11 = (a(ba))c.
 \end{aligned}$$

Условие Муфанг не выполняется, так как

$$(ab)(ca) = (3 \cdot 9)(11 \cdot 3) = 15 \neq 73(9 \cdot 11)3 = a(bc)a.$$

Представленные законы функциональных равновесий относятся к категории простейших законов. Рассматривая большее число матриц перестановок, мы получаем законы для большего числа элементов объектного множества.

## Приложение 2. Полициклическая операция в объектном множестве $M^{16}$

Объектные множества имеют систему свойств, которые проявляют себя на разных операциях. Так и должно быть с физической точки зрения, потому что математические операции аналогичны физическим условиям существования объектов.

Предложим полициклическую операцию для множества из 25 матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)                      (5)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(6)                      (7)                      (8)                      (9)                      (10)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(11)                      (12)                      (13)                      (14)                      (15)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(16)                      (17)                      (18)                      (19)                      (20)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(21)                      (22)                      (23)                      (24)                      (25)

По строкам расположены 5 конформаций объектного множества. В каждой из них сумма значимых мест равна количеству всех мест в матрицах.

Введем несколько циклов для конструирования отношений в этом множестве, итогом которых станет таблица произведений:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
2	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
3	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
4	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
5	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
6	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
7	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
8	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
9	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
10	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
11	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
12	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
13	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
15	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
16	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
17	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
18	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
19	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
20	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
21	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
22	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
23	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
24	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
25	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16

×	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	17	19	21	23	25	22	24	7	3	5	2	4
2	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
3	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
4	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
5	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
6	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
7	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
8	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
9	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
10	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
11	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
12	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
13	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2

×	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
15	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
16	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
17	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
18	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
19	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
20	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
21	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
22	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
23	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
24	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
25	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5

Это произведение некоммутативно и частично ассоциативно. Проиллюстрируем их свойства:

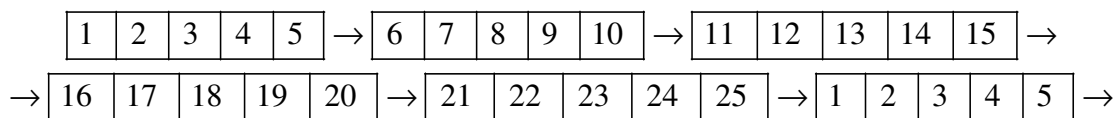
$$2 \cdot 3 = 9, 3 \cdot 2 = 6, 5 \cdot 6 = 12, 6 \cdot 5 = 9,$$

$$(14 \cdot 2)3 = 6, 14(2 \cdot 3) = 6, (18 \cdot 12)10 = 14, 18(12 \cdot 10) = 18, \dots$$

Поставим задачу согласовать таблицу произведений со структурой введенных матриц. Смысл действий состоит в том, что практика информирует нас о такой возможности, однако отсутствуют математические алгоритмы учета и анализа этой стороны явлений.



Примем первое условие, согласно которому отношения в системе подмножеств имеют циклический тип: каждое подмножество при самовоздействии генерирует то подмножество, которое расположено за ним в «авторитарно» указанном порядке:



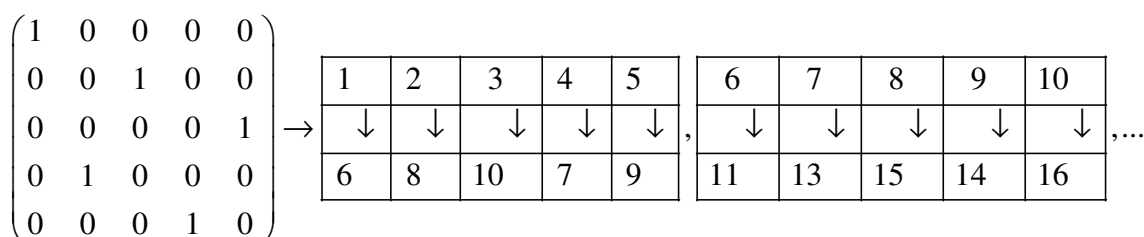
Примем второе условие: подчиним расположение управляемых элементов одной из конформаций анализируемого множества. Пусть его функцию выполняет конформация

$$\begin{array}{ccccc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ (11) & (12) & (13) & (14) & (15) \end{array}$$

Примем третье условие: присоединим к элементам указанной конформации элементы управляемого множества согласно структуре одной из матриц конформации

$$\begin{array}{ccccc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ (21) & (22) & (23) & (24) & (25) \end{array}$$

Структура таблиц базируется на управлении матрицей



Примем четвертое условие: произведения элементов каждого подмножества на элементы другого подмножества генерируют только те элементы и ту структуру, которая создается самовоздействием управляемой конформации. Этот шаг анализа означает только одно: всякое «внешнее» влияние на конформацию генерирует только тот результат, который соответствует «внутренним» возможностям управляемой конформации. Внешнее воздействие есть аналог команды на реализацию системой множеств в форме матриц тех функций, которые присущи этому множеству. При этом внешнее влияние имеет несколько уровней, количество которых равно количеству элементов управляющего множества. В модели нет отличия самовоздействия от внешнего воздействия.

Заметим, что алгоритм содержит множество вариантов управления.

Мы получили, при внимательном рассмотрении, именно ту таблицу, которая указана выше. Модель с предложенным алгоритмом конструирования отношений между элементами множества назовем полициклическим алгоритмом.

Запишем таблицу произведений в сжатом виде, который иллюстрирует принятые допущения и удобен для дальнейшего применения.

Получим такую реализацию:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

21	16	11	6	1	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14
22	17	12	7	2	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13
23	18	13	8	3	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12
24	19	14	9	4	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11
25	20	15	10	5	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

21	16	11	6	1	16	18	20	17	19	21	23	25	22	24
22	17	12	7	2	20	17	19	16	18	25	22	24	21	23
23	18	13	8	3	19	16	18	20	17	24	21	23	25	22
24	19	14	9	4	18	20	17	19	16	23	25	22	24	21
25	20	15	10	5	17	19	16	18	20	22	24	21	23	25

21	22	23	24	25
----	----	----	----	----

21	16	11	6	1	1	3	5	2	4
22	17	12	7	2	5	2	4	1	3
23	18	13	8	3	4	1	3	5	2
24	19	14	9	4	3	5	2	4	1
25	20	15	10	5	2	4	1	3	5

Удобство применения таблиц, представленных в таком виде, состоит в том, что для любого элемента в левой таблице результат его «произведения» с любым другим элементом объектного множества задается на пресечении линий, идущих от этих элементов.

Подмножество, указанное внизу, выделено из других в том смысле, что его элементы согласованы на основе таблицы произведений со структурой элементов объектного множества. Эта возможность обусловлена одним из циклических условий, по которому матрица из этого подмножества выполнила функцию распределения элементов в произведениях.

Понятно, что при другом управлении ситуация изменится.

Проиллюстрируем связь таблицы отношений между элементами со структурой матриц объектного множества.

Представим множество матриц со своими номерами в форме таблицы

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Рассмотрим последовательные произведения 4 элементов из данной таблицы после наложения на ее матриц объектного множества. Тогда такое произведение генерирует элемент последней строки в соответствии со структурой матрицы, обеспечивающей выборку.

Выберем несколько различных матриц и проведем предлагаемый расчет:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$(1 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19 = 25)$      $(2 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16 = 24)$      $(4 \cdot 9 \cdot 14 \cdot 19 = 24)$      $(5 \cdot 7 \cdot 14 \cdot 16 = 23)$

Обратим внимание на тот факт, что объектное множество замкнуто на матричной операции. Оно ассоциативно, имеет единицу и частично имеет обратные элементы. По этой причине оно не является ни группой, ни квазигруппой. Однако и в этом случае есть согласование структуры элементов с таблицей «авторитарных» произведений. Новый термин обоснован спецификой конструирования таблицы произведений на некой системе ментальных допущений и приемов.

Необычно то, что изменения в расположении элементов позволяют по указанному методу получать другие элементы. Если, например, базироваться на модели

21	22	23	24	25
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

получим согласно предыдущему выбору элементы последней строки:

$$21 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 14 = 20, 22 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 = 19, 24 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 14 = 19, 25 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 11 = 18.$$

Допустимы не любые перестановки строк в матрице, обеспечивающей данные для элемента объектного множества, как и не все матрицы группы перестановок.

При анализе объектного множества, состоящего из 16 элементов, мы убедились в том, что в этом случае таблица произведений «допускает» применение любого элемента из группы перестановок. В модели с полициклическим произведением ситуация иная: верный результат получается только при применении матриц, имеющих структуру элементов данного объектного множества. По-видимому, здесь есть связь с теорией Галуа.

### Приложение 3. Операционная мутация элементов множества $M^{16}$

На основе алгоритма наложения матриц объектного множества на таблицу подмножеств мы получаем возможность генерации новых матриц, свойства которых не известны и требуют дополнительного исследования. Назовем эту генерацию мутацией элементов.

На основе выборки элементов из системы подмножеств выполним последователь их произведения от верхнего элемента до последнего элемента. Анализ свидетельствует, что каждое подмножество при этом генерирует «свой» элемент. Так обеспечивается мутация исходных элементов объектного множества.

Проиллюстрируем ситуацию на примере таблицы комбинаторного произведения:

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
1	16 17 18 19 20	15 11 12 13 14	21 22 23 24 25	7 8 9 10 6	1 2 3 4 5
2	20 16 17 18 19	14 15 11 12 13	25 21 22 23 24	6 7 8 9 10	5 1 2 3 4
3	19 20 16 17 18	13 14 15 11 12	24 25 21 22 23	10 6 7 8 9	4 5 1 2 3
4	18 19 20 18 17	12 13 14 15 11	23 24 25 21 22	9 10 6 7 8	3 4 5 1 2
5	17 18 19 20 16	11 12 13 14 15	22 23 24 25 21	8 9 10 6 7	2 3 4 5 1

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
6	22 23 24 25 21	16 17 18 19 20	8 9 10 6 7	2 3 4 5 1	12 13 14 15 11
7	21 22 23 24 25	20 16 17 18 19	7 8 9 10 6	1 2 3 4 5	11 12 13 14 15
8	25 21 22 23 24	19 20 16 17 18	6 7 8 9 10	5 1 2 3 4	15 11 12 13 14
9	24 25 21 22 23	18 19 20 16 17	10 6 7 8 9	4 5 1 2 3	14 15 11 12 13
10	23 24 25 21 22	17 18 19 20 16	9 10 6 7 8	3 4 5 1 2	13 14 15 11 12

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
11	11 12 13 14 15	5 1 2 3 4	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25	7 8 9 10 6
12	15 11 12 13 14	4 5 1 2 3	20 16 17 18 19	25 21 22 23 24	6 7 8 9 10
13	14 15 11 12 13	3 4 5 1 2	19 20 16 17 18	24 25 21 22 23	10 6 7 8 9
14	13 14 15 11 12	2 3 4 5 1	18 19 20 16 17	23 24 25 21 22	9 10 6 7 8
15	12 13 14 15 11	1 2 3 4 5	16 18 19 20 16	22 23 24 25 21	8 9 10 6 7

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
16	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
17	5 1 2 3 4	10 6 7 8 9	15 11 12 13 14	20 16 17 18 19	25 21 22 23 24
18	4 5 1 2 3	9 10 6 7 8	14 15 11 12 13	19 20 16 17 18	24 25 21 22 23
19	3 4 5 1 2	8 9 10 6 7	13 14 15 11 12	18 19 20 16 17	23 24 25 21 22
20	2 3 4 5 1	7 8 9 10 6	12 13 14 15 11	17 18 19 20 16	22 23 24 25 21

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
21	7 8 9 10 6	25 21 22 23 24	1 2 3 4 5	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20
22	6 7 8 9 10	24 25 21 22 23	5 1 2 3 4	15 11 12 13 14	20 16 17 18 19
23	10 6 7 8 9	23 24 25 21 22	4 5 1 2 3	14 15 11 12 13	19 20 16 17 18
24	9 10 6 7 8	22 23 24 25 21	3 4 5 1 2	13 14 15 11 12	18 19 20 16 17
25	8 9 10 6 7	21 22 23 24 25	2 3 4 5 1	12 13 14 15 11	17 18 19 20 16

Проанализируем указанным образом систему подмножеств, которая обеспечивает в рамках предложенного расчета генерацию элементов последней строки:

1	2	3	4	5
11	12	13	14	15
6	7	8	9	10
21	22	23	24	25
16	17	18	19	20

Первое подмножество на своих элементах генерирует единый элемент с номером 19:

$$(1) \rightarrow 1 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 24 = 19, (2) \rightarrow 2 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 25 = 19,$$

$$(3) \rightarrow 3 \cdot 14 \cdot 10 \cdot 21 = 19, (4) \rightarrow 4 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 22 = 19, (5) \rightarrow 5 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 23 = 19.$$

Расчет генерирует 4 новые матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1a)                      (2a)                      (3a)                      (4a)                      (5a)

Понятно, что их свойства отличаются от свойств элементов объектного множества, хотя они «похожи» с ними по своей структуре. Важно другое, что известно из практики: изменение условий меняет объекты.

Общая картина мутации на стандартном распределении элементов объектного множества такова:

1	2	3	4	5	→	19
6	7	8	9	10		20
11	12	13	14	15		18
16	17	18	19	20		17
21	22	23	24	25		16

Изменения в структуре и порядке расположения подмножеств в конфигурационной таблице позволяют превратить алгоритм в «творческую лабораторию» генерации самых различных элементов объектного множества.

По этой причине у нас добавляются основания для гипотезы, что стохастические системы следует рассматривать в качестве основного средства эволюционного развития.

Эта гипотеза не вступает в противоречие с условием существования устройств, которые устойчивы в деформациям. По сути дела, один алгоритм существования и жизни дополняет другой алгоритм. Конечно, они не образуют полную систему. Важно другое, что каждый алгоритм в настоящее время имеет математическое обоснование начального уровня.

Следует учесть, что в каждом из алгоритмов есть ассоциативное и неассоциативное начало, элементы которых могут быть по-разному скрыты от расчета и эксперимента.

## Заключение

Предложено обобщение электродинамики Максвелла в движущихся средах. Во-первых, оно не использует специальной теории относительности Эйнштейна. Во-вторых, расчет и эксперимент базируется на пространстве Ньютона. В-третьих, в нём естественны сверхсветовые скорости, указаны условия, где и как их обнаружить. В-четвертых, оно единым образом описывает классические эксперименты Бредли, Майкельсона, Физо, Допплера. Обнаружен неизвестный ранее динамический механизм преобразования скорости, задающей внешнюю инерцию поля, в собственную частоту электромагнитного поля.

Доказано, что ненулевая масса покоя может быть конечной при скорости тела, равной скорости света в вакууме.

Представлены модели неассоциативных объектных множеств без дистрибутивности разной размерности. Проанализированы их функциональные свойства и связи с теорией узлов и квазигрупп. Анализ направлен на создание моделей информационного взаимодействия для объектов произвольной природы. Обоснована актуальность дополнения расчетных физических, химических, биологических моделей элементами неассоциативной теории.

## Литература

- 1.Мандельштам, Л. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. – М. : Наука,1972. – 432 с.
- 2.Levy-Leblond, M. Nonrelativistic Particles and Wave Equation // Comm. Math. Phys. –1967. – V.6. – P.286-311.
- 3.Миллер, М. А. Ковариантность уравнений Максвелла и сопоставление электродинамических систем / М. А. Миллер, Ю. М. Сорокин, Н. С. Степанов // УФН. – 1977. – Т. 122. – N3. – С. 525-539.
- 4.Барыкин, В. Н. К вопросу о галилеевски инвариантной формулировке электродинамики // Весці АН БССР. – 1985. – N.4. – С. 110-114.
- 5.Сердюков, А. Н. О дуально симметричной формулировке макроскопической электродинамики / А. Н. Сердюков, В. И. Стражев // Изв. вузов. Физика. – 1980. – N6. – С.33-36.
- 6.Барыкин, В. Н. К электродинамике инерциально движущихся сред. – Минск, 1982. – 55 с. – Препринт ИТМО АН БССР, N1.
- 7.Барыкин, В. Н. О физической дополнительности групп Галилея и Лоренца в электродинамике изотропных, инерциально движущихся сред // Изв. вузов. Физика. – 1989. – N9. – С. 57-66.
- 8.Weyl, H. Raum, Zeit, Materie. – N.Y. : Springer, 1921. – 320 s.
- 9.Kottler, F. Maxwellische Gleichungen und Metric // Sitzungsberichte AK Wien 2a. – 1922. – Bd. 131.
- 10.Cartan, E. Annals de lécole Superiere. – 1924. – № 1, 2.
- 11.Danzig, D. The fundamental equations of electrodynamics, independent of metrical geometry // Proceedings Cambridge Philosophical Society. – 1934. – V.30. – P. 421-427.
- 12.Post, E.Y. Formal Structure of Electromagnetism. – Amsterdam: Holland. – 1962. – 204 p.
- 13.Дешам, Ж. А. Электродинамика и дифференциальные формы // ТИЭР. 1981. – Т. 69. – С. 5-28.
- 14.Ибрагимов, Н. Х. Группы преобразований в математической физике. – М. : Наука, 1985. – 300 с.
- 15.Фушич, В. И. Симметрия уравнений Максвелла / В. И. Фушич, А. Г. Никитин. – Киев : Наукова думка, 1985. – 280 с.
- 16.Котельников, Г. А. Группа Галилея в исследовании симметричных свойств уравнений Максвелла // Теоретико-групповые методы в физике. – М. : Наука, 1986. – Т. 2. – С. 466-494.

17. Минковский, Г. Вывод основных уравнений для электромагнитных процессов в движущихся телах с точки зрения теории электронов // Эйнштейн. сб.: 1978-79. – М. : Наука, 1983. – С. 64-91.
18. Барыкин, В. Н. К математическому моделированию электромагнитных явлений в движущемся разреженном газе // Изв. вузов. Физика. – 1990. – № 10. – С. 54-58.
19. Барыкин, В. Н. Пространственно-временные симметрии в электродинамике изотропных инерциально движущихся сред / Теоретико-групповые методы в физике. – М. : Наука, 1986. – Т. 1. – С. 461-466.
20. Столяров, С. Н. Граничные задачи электродинамики движущихся сред / Эйншт. сб. 1975-76. – М. : Наука, 1977. – С. 152-215.
21. Барыкин, В. Н. Лекции по электродинамике и теории относительности без ограничения скорости. – Мн. : АП "Белпроект", 1993. – 223 с.
22. Барыкин, В. Н. Атом света. – Минск : Наука, 2001. – 278 с.
23. Барыкин В.Н. Алгебра мест и отношений. – Минск: Ковчег, 2020. -308с.
23. Барыкин В.Н. Неассоциативность без дистрибутивности. – Минск: Ковчег, 2020. -336с.

Научное издание

**Барыкин Виктор Николаевич**

# **ОБЪЕКТНАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ**

Подписано к печати 08.04.2021.  
Формат 70×100<sup>1/16</sup>. Бумага офсетная.  
Печать цифровая. Усл. печ. л. 44,6.  
Тираж 99 экз. Заказ 683.

ООО «Ковчег»  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/381 от 01.07.2014.  
ул. Л. Беды, 11/1-205, 220040 г. Минск.  
Тел./факс: (017) 379 19 81  
e-mail: kovcheg\_info@tut.by  
Instagram: kovcheg\_info, Facebook: infoKOVCHEG

ISBN 978-985-884-042-6



9 789858 840426