

В.Н. БАРЫКИН

НЕАССОЦИАТИВНОСТЬ
БЕЗ
ДИСТРИБУТИВНОСТИ

Минск
«Ковчег»
2020

Барыкин, В.Н. Неассоциативность без дистрибутивности / В.Н. Барыкин. – Минск : Ковчег, 2020. – 336 с.

В монографии выполнен анализ структурных физических объектов разной размерности, подчиненных комбинаторной и матричной операциям, а также операции структурного суммирования. Множества, подчиненные таким условиям, неассоциативны, в них не выполняются законы дистрибутивности. Принята точка зрения, что такие модели эффективно описывают информационное взаимодействие. По этой причине на их основе естественно описывать свойства Сознаний и Чувств самых разных объектов. Согласно новым алгоритмам и подходам найдены функциональные законы для информационных явлений. Они достаточно необычны с позиции стандартной логики. В частности, реализована модель этики объектов любой природы.

Монография предназначена для специалистов, работающих по тематике передачи информации и исследованию законов информационного взаимодействия.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	
Некоммутативность и неассоциативность информационного взаимодействия	8
Неассоциативность в структуре уравнений электродинамики Максвелла	10
Плоскость времен в обобщенной электродинамике Максвелла	14
Информационная неассоциативность	16
Фундаментальная система конформаций	21
Творческие свойства комбинаторного произведения	22
Концепция операционного творчества объектов	23
Неассоциативность на операционном различии элементов множества	27
Модели неассоциативных множеств на паре ассоциативных операций	28
Система конформаций на комбинаторном произведении и структурной сумме	33
Связи теории полей с теорией конформаций	41
Согласование функционального и матричного суммирования	44
Структура и свойства матричных единиц	49
Скрытая природа разрушения взаимных отношений	54
Генерация матриц в форме системы отношений между объектами по картине графов	56
Ассоциированные уравнения степени 5 на циклических группах и их решения	58
Алгебра мест на циклической группе	60
Уроки из проблемы решения алгебраических уравнений в радикалах	61
Учет динамики и отношений объектов на основе группы перестановок	73
Специфика отношений в системе из трех объектов	77
Введение в конформационную модель разрешимости алгебраических уравнений	81
Расширение границ алгоритма Галуа	82
Сравнение алгоритма расширения конечных полей с алгоритмом конформаций	86
Неассоциативная модель разрешимости алгебраических уравнений в радикалах	95
Связь алгоритма разрешимости конформаций с кодом перевода чисел	101
Спектр конформационных расширений для алгебраических уравнений	102
Философские аспекты алгоритма конформационных расширений	104
Фундаментальная связь группы знаков с модулями Коши	106
Матричное представление группы знаков и модулей Коши	111
Кольцо группы знаков в ее матричном представлении	112
Скрытые свойства группы знаков в матричном представлении	115
Функциональная зависимость объектного множества от принятой им программы	118
Физическая сущность и глубина группы знаков	120
Группа знаков как концентратор свойств групп	124
Резольвенты связей между корнями алгебраического уравнения	126
Конформационная инициация системы скрытых решений алгебраических уравнений	128
Перестановочные трансформации фундаментальной конформации размерности 5	130
Квадрики, ассоциированные с фундаментальной 5-резольвентой	132
Трансляционно-знаковое конструирование мономиальных матриц	133
Проявление на практике четности в системе объектов и устойчивости их отношений	140
Алгебраическая динамика «живой» материальной точки	141
Дополнение доступной динамики ее скрытыми слагаемыми	145
Алгебраические аспекты динамики живых объектов	146
Параметрическое семейство законов движения «живой» материальной точки	150
Специфика 5-мерного объектного многообразия	152

Связь трансляционной операции с матричной операцией	161
Теорема Пифагора и обратная теорема Ферма для объектного множества M^{25}	163
Таблица комбинаторных произведений 25 базовых матриц	164
Таблица матричных произведений 25 матричных элементов	165
Места значимых элементов для 36 матриц	166
Таблица структурного суммирования	170
Таблица отношений на комбинаторной операции $M^{36}(k)$	172
Факторизация объектного множества M^{36}	174
Концепция объектных молекул	176
Группа, ассоциированная с комбинаторным произведением конформаций	177
Операционная инвариантность множеств M^{25}, M^{36}	178
Различие свойств циклических групп на конформациях разной размерности	181
Алгоритм ассоциированных конформаций для расширения групп	185
Внутренняя генерация смежных классов группой	188
Взаимосвязь групп и их взаимопомощь на ассоциированных конформациях	191
Связь таблицы произведения матриц с конформацией по их структуре	192
Генерация смежных классов на мутации отношений в группе	195
Модели ассоциированных конформаций в системе из 4 объектов	198
Конформационное различие циклических групп на перестановках 5 элементов	201
Комплект новых истин, следующих из анализа многообразия M^{25}	203
Открытые системы конформаций на циклических конформациях	204
Связь структуры конформаций с магическими квадратами	205
Магические квадраты и новый алгоритм генерации группы Фробениуса F_5	206
Зеркальная симметрия структуры конформаций транзитивных групп	208
Ассоциативная алгебра с двумя комплексными единицами	210
Неассоциативная алгебра с двумя комплексными единицами	211
Спектр моделей с тремя комплексными единицами	212
Спектр конформационных расширений групп на 4 элементах	213
Уровни «творческого» потенциала составной конформации	215
Обобщенная дистрибутивность	216
Спектр функциональных ассоциативностей многообразия M^{25} на двойной операции	217
Спектр функциональных ассоциативностей многообразия M^{36}	219
Конформационный алгоритм поиска скрытых решений алгебраических уравнений	220
Связь базисных реперов с теорией групп	221
Две стороны проблемы разрешимости алгебраических уравнений в радикалах	222
Генераторы транзитивных групп	225
Алгоритм генерации начальных элементов циклических конформаций	227
Резольвентное различие инвариантных свойств конформаций	235
Генерация циклической и нормальной групп на таблице произведения конформаций	239
Согласованность таблиц мест с таблицами матричных произведений у конформаций	240
Связи решений алгебраических уравнений в радикалах с конформациями	241
Специфика объектных резольвент	244
Связи родственных пар элементов с элементами конформаций в M^{25}	247
Обобщение коммутативности множества M^{25}	249
Аналог алгебры Йордана в неассоциативном множестве	250
Обобщение алгебр Ли в неассоциативном множестве	251

Инвариантность потенциала пары к единому внешнему влиянию	252
Инвариантность потенциала конечного множества объектов	254
Специфика циклических 3-резольвент	255
Неассоциативность без дистрибутивности расширяет горизонты логики	256
Зависимость функциональных законов от размерности многообразий	257
Факторалгебра на объектной прямой линии	261
Эффект мутации дистрибутивности на объектной прямой	264
Факторы комбинаторной и матричной операций на объектной прямой	265
Произведение объектов аналогично расстоянию в евклидовом пространстве	266
Спектр законов этики, индуцированных свойствами объектных многообразий	267
Объектные множества малой размерности	273
Неассоциативные факторалгебры	277
Неассоциативные гомологии неассоциативных факторалгебр	279
Неассоциативные когомологии неассоциативных факторалгебр	280
Генерация системы факторов на основе дочернего фактора	283
Ассоциативная связь структуры факторалгебр с циклической группой	284
Факторалгебры малой размерности	285
Генерация свойств объекта по свойствам пары объектов	286
Объектная алгебраическая производная	287
Компенсаторы дистрибутивности	289
Функциональные грани объектных множеств	290
Зависимость свойств объектного многообразия от его размерности	292
Согласованность и множество делителей нуля в объектных множествах	294
Неассоциативность ситуационного выбора величин	296
Неассоциативность последовательности отношений	298
Итоги и перспективы развития неассоциативных моделей	299
Цепная реакция восстановления индивидуальности	300
Необычные свойства объектных множеств	301
Приложение 1. Некоторые мысли в период работы над книгой	303
Приложение 2. Функциональные гомологии объектного множества	305
Приложение 3. Когомологическая чувствительность объектных множеств	320
Приложение 4. Функциональные тонкости объектного множества	327
Заключение	333
Литература	334

Введение

Из практики следует, что физическая Реальность представляет собой множество структурированных изделий, взаимодействующих между собой на основе системы ощущений и реакций на них. Отличие изделий в том, что они составлены из разных базовых элементов, имеют разные пространственные размеры, а также наделены или достигли разной жизненной силы в спектре доступных возможностей [1–3].

Общеизвестно, что расчетные модели любых объектов и явлений базируются, прямо или косвенно, на ассоциативных функциональных алгебрах при выполнении законов дистрибутивности. Так устроена физика, химия, биология. Другими словами, мы решали и решаем задачи с дистрибутивностью и без неассоциативности.

Сейчас наступило время и созданы условия для решения задач с неассоциативностью без дистрибутивности. Есть основания полагать, что развитие в этом направлении позволит поднять на новый математический уровень философию, психологию и социологию. Дело в том, что эти дисциплины базируются на тематике информационного взаимодействия, свойства которого в неассоциативности и нарушении дистрибутивности.

Ассоциативные модели убедительно согласуются с опытом по его фундаментальным граням: они обеспечивают математическое представление законов сохранения энергии, импульса, момента количества движения, а также законов сохранения зарядов. Основу всех теорий, так или иначе, образуют матрицы, дополненные операциями произведений и сумм. Обычно матрицам не придается какой-либо физический смысл. Это замечание пригодно и для математических операций. В тени остается операция равенства, а также операции соединения матриц с операторами и величинами, хотя эта тема имеет самостоятельный интерес и значение.

Заметим, что во многих случаях макро- и микроанализа достигнуто согласование с экспериментальными данными. Но доверие к эксперименту имеет не только границы логики, но и меру доступности. Чем меньше изделие в физическом его представлении, тем сложнее и труднее проникнуть в его сущность экспериментально. А для теоретического исследования могут оказаться принципиально недостаточными те средства, которые были разработаны и применялись ранее.

Относительно недавно достигнуто начальное понимание, что информационное взаимодействие, которое считалось присущим только живым изделиям, образует основу для любого взаимодействия любых объектов. Есть основания полагать, что оно имеет неассоциативную природу. Однако в настоящее время практически отсутствуют фундаментальные модели информационного обмена. Непонятно, как и какими средствами соединять ассоциативные модели, которыми описываются тела, с неассоциативными моделями, требуемыми и обязательными для описания Сознаний и Чувств объектов.

Ситуация математически усложняется еще больше, когда не выполняются законы дистрибутивности, фундаментальные для всех современных расчетных моделей.

По указанным причинам и по ряду других признаков актуальна теория неассоциативных математических моделей с нарушением законов дистрибутивности. Продвижение в таком направлении исследований представляется полезным для понимания сущности и законов информационного обмена и взаимодействия. Если это действительно так, будет создана основа для создания реалистичных моделей Сознаний и Чувств любых изделий.

Принимая функциональность в качестве определения жизни, мы прекращаем надуманное, неестественное разделение объектов на живые и неживые изделия. Живым является все, что функционирует, а функционирует все. Но тогда, очевидно, следуя нашему опыту живых изделий, требуется изучить и принять в практику систему новых языков и форм информационного обмена между объектами.

У нас нет достаточных оснований полагать, что наш язык и формы нашего общения друг с другом очень возвышенны и что они находятся в гармонии с другими изделиями и в целом с Вселенной.

Это замечание важно еще и потому, что мы давно приняли из теории и из эксперимента наличие множества уровней материи по физическим размерам и по качеству взаимодействия.

Эти свойства проявляют себя не только по характеристикам Тел изделий, но и по качеству Сознаний и Чувств объектов. Ситуация усложняется тем, что на каждом уровне материи есть система активных связей, многие из которых тщательно скрыты. Это свойство дополняется наличием самых разнообразных, и во многом неожиданных, физических, энергетических, информационных связей.

Обратим внимание на факт, что многие изделия состоят из конечного числа слагаемых. Таковы атомы и молекулы, если в качестве слагаемых рассматриваются электроны и нуклоны. Однако и эти слагаемые также имеют свою структуру.

Такова Солнечная система, если Солнце и планеты рассматривать в качестве базовых изделий.

В большинстве случаев мы исследуем системы с конечным числом базовых составляющих. Таковы семьи.

Структурная модель частиц света и гравитации [1–3] базируется на гипотезе, что они образованы из 2 электрических предзарядов с противоположными знаками и 2 гравитационных предзарядов с противоположными знаками. Поскольку свет и гравитация достаточны для образования любых элементарных частиц, их тоже можно рассматривать как модели конечных систем. Из начального анализа следует, что предзаряды имеют размеры порядка длины Планка, что практически исключает анализ их структуры и свойств экспериментальными средствами. Однако, и более того, вследствие этого на первый план выдвигаются задачи исследования глубинных свойств микромира теоретическими средствами. Принимая точку зрения, что эти свойства могут быть достаточно необычны, нам хотелось бы иметь также достаточно необычную математику и расчетные методики.

Обычно, так или иначе, операции согласовываются с объектами. В частности, такова модель алгебры мест [8], согласно которой операции произведения и суммирования сконструированы так, что конечное множество объектов замкнуто относительно этих операций. Такой подход не является единственным или обязательным. Множество объектов может быть открытым к принятой системе операций. Более того, возможно введение новых объектов, подчиненных другим операциям, но рассматриваемых как нечто единое. Так могут быть введены в исследуемую систему внешние факторы и обстоятельства.

Не всегда легко и просто придать интерпретацию рассматриваемым объектам и математическим операциям.

Не всегда понятно, что можно сделать с тем, что достигнуто, в полной ли мере применено доступное знание и практика.

Не всегда понятно, насколько хороша внутренняя мотивация исследователя, а также алгоритмы, посредством которых он пытается достичь успеха.

Не всегда понятно, как расчетные результаты и методики воплотить в технологические конструкции.

Не всегда понятно, что и как можно добавить к обычной практике.

Ясно, что двигателем развития везде и всегда является потребность в новой практике. Обычно двигателем творческой активности становятся не только новые идеи, но и новые ожидания или мечты.

Одним из важнейших условий для успеха в жизни при реализации информационного обмена, следуя разнообразному анализу, становится математическое условие неассоциативности применяемых и анализируемых ситуаций. Разнообразные алгоритмы и формы неассоциативных операций и следствий из них представлены в работах [4–8].

Некоммутативность и неассоциативность информационного взаимодействия

При передаче предмета от одного человека к другому ситуация соответствует словам Ломоносова М.В.: «Если где-то убыло, то где-то прибыло».

Покажем, как этот факт можно записать математически. Для этого рассмотрим три объекта A, B, C со своими телами a, b, c , предметами α, β, γ и равными единице коэффициентами приема предметов от других объектов $k(\xi, \eta)$:

$$A = (a, \alpha, k(\alpha, \beta) = k(\alpha, \gamma) = 1), B = (b, \beta, k(\beta, \alpha) = k(\beta, \gamma) = 1), C = (c, \gamma, k(\gamma, \alpha) = k(\gamma, \beta) = 1).$$

Для упрощения формы записи оставим без внимания коэффициенты приема предметов. Тогда имеем начальные данные в форме выражений

$$A = (a, \alpha), B = (b, \beta), C = (c, \gamma).$$

Рассмотрим модели полного обмена предметами в одностороннем порядке, когда объект или объекты, которые расположены слева, передают по отдельности или вместе наличные у них объекты последующему объекту. Получим, например, выражения

$$\begin{aligned} A * B &= (a, 0) + (b, \alpha + \beta), B * A = (b, 0) + (a, \alpha + \beta), A * B \neq B * A, \\ B * C &= (b, 0) + (c, \gamma + \beta), C * B = (c, 0) + (b, \gamma + \beta), B * C \neq C * B. \end{aligned}$$

Полная, направленная передача предметов *формально некоммутативна*. В обоих случаях сохранились в неизменной форме тела и передаваемые ими предметы. Реально, произошел только сдвиг предметов из одного состояния в другое. Суммы тел и передаваемых предметов не изменились. По этой причине мы обязаны говорить о *реальной коммутативности* ситуаций в задачах направленной передачи предметов.

Рассмотрим теперь передачу предметов от пары объектов, обменявшихся ранее, третьему объекту. Здесь уже первый объект передать ничего не может. Второй объект может передать третьему либо всё, что он имеет, либо часть предметов. По этой причине ситуация математически двойственна

$$(A * B) * C = \begin{cases} (a, 0), (b, \beta), (c, \gamma + \alpha), \\ (a, 0), (b, 0), (c, \gamma + \alpha + \beta). \end{cases}$$

Аналогично рассмотрим передачу предмета от одного объекта паре объектов. Здесь ситуация тоже двойственная, так как первый объект может передать свой предмет либо второму, либо третьему объекту, но не может это сделать для каждого из них. Реальная двойственность итога представляется математически в форме выражений вида

$$A * (B * C) = \begin{cases} (c, 0), (b, \gamma), (c, \beta + \alpha), \\ (c, 0), (b, 0), (c, \beta + \alpha + \gamma). \end{cases}$$

Аналогично ситуации с некоммутативностью мы имеем пару итогов. С формальной точки зрения ситуаций неассоциативны. Если же рассмотреть сумму объектов и предметов, то мы обнаруживаем реальную ассоциативность.

Следовательно, для решения задачи передачи предметов с реалистичной точки зрения нужна коммутативная, ассоциативная математика.

При передаче информации ситуация иная: информацию может одновременно принять несколько объектов.

Например, пусть они обозначены буквами A, B, C . При этом коэффициенты её приема $k(\xi, \eta)$, которые чаще всего разные для разных объектов с телами a, b, c , зависят от уровня образования объектов, а также от их желания разобраться в том, что им передается. В общем случае нужно учитывать меру информационного владения объекта во время передачи информации, которую зададим элементами $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$, а также те составляющие информации α, β, γ , которые являются «предметами» передачи информации. Имеем таблицу исходных данных

A	B	C
a	b	c
$\alpha_0 + \alpha$	$\beta_0 + \beta$	$\gamma_0 + \gamma$
$k(\alpha, \beta)$	$k(\beta, \alpha)$	$k(\gamma, \alpha)$
$k(\alpha, \gamma)$	$k(\beta, \gamma)$	$k(\gamma, \beta)$

Проанализируем информационное взаимодействие пар объектов в границах предложенных условий и обозначений. Учтем тот факт, что при передаче информации она может оставаться у передающего объекта. В силу этого обстоятельства имеем законы:

$$\begin{aligned} A * B &= a + b, \alpha_0 + \alpha, \beta_0 + \beta + k(\beta, \alpha)\alpha, B * A = b + a, \beta_0 + \beta, \alpha_0 + \alpha + k(\alpha, \beta)\beta, \\ B * C &= b + c, \beta_0 + \beta, \gamma_0 + \gamma + k(\gamma, \beta)\beta, C * B = c + b, \gamma_0 + \gamma, \beta_0 + \beta + k(\beta, \gamma)\gamma. \end{aligned}$$

С формальной точки зрения имеет место некоммутативность, которая обусловлена, прежде всего, различием в коэффициентах приема информации, кроме этого, различны слагаемые анализируемых выражений. Эти же аргументы верны при анализе задачи с реалистичной, физической точки зрения: действует правило некоммутативности

$$A * B \neq B * A, B * C \neq C * B.$$

При анализе передачи информации от одного объекта к паре, которая обменивалась информацией, имеем три варианта:

$$A * (B * C) = \begin{cases} a + b + c, \alpha_0 + \alpha, \beta_0 + \beta + k(\beta, \alpha)\alpha, \gamma + k(\gamma, \beta)\beta, \\ a + b + c, \alpha_0 + \alpha, \beta_0 + \beta + k(\beta, \alpha)\alpha, \gamma + k(\gamma, \beta)\beta + k(\gamma, \alpha)\alpha, \\ a + b + c, \alpha_0 + \alpha, \beta_0 + \beta, \gamma + k(\gamma, \beta)\beta + k(\gamma, \alpha)\alpha. \end{cases}$$

При передаче информации от пары к одному объекту ситуация аналогична:

$$(A * B) * C = \begin{cases} a + b + c, \alpha_0 + \alpha, \beta_0 + \beta + k(\beta, \alpha)\alpha, \gamma + k(\gamma, \beta)\beta, \\ a + b + c, \alpha_0 + \alpha, \beta_0 + \beta + k(\beta, \alpha)\alpha, \gamma + k(\gamma, \beta)\beta + k(\gamma, \beta)k(\beta, \alpha)\alpha, k(\gamma, \alpha)\alpha, \\ a + b + c, \alpha_0 + \alpha, \beta_0 + \beta + k(\beta, \alpha)\alpha, \gamma + k(\gamma, \beta)(\beta + k(\beta, \alpha)\alpha). \end{cases}$$

При передаче информации реализуется неассоциативность.

Следовательно, математика, учитывающая эффекты передачи информации, должна быть некоммутативной и неассоциативной. То, что это возможно, многократно подтверждено в предыдущих моих работах. Есть океан неассоциативных структур и ситуаций. Сложнее найти и сконцентрироваться на ассоциативных, коммутативных моделях, которые в настоящее время обеспечивают расчеты без аспектов информационного взаимодействия.

Неассоциативность в структуре уравнений электродинамики Максвелла

Известна матричная форма дифференциальных уравнений электродинамики [1]:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\frac{-i}{c} \right) \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\frac{-i}{c} \right) \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Она представлена парой кватернионов и парой волновых функций с разными знаками. Такая запись базируется на ассоциативных операциях произведения и суммирования матриц. Эта модель уравнений традиционна для физических теорий с законами сохранения стандартного типа. Например, это законы сохранения энергии и импульса, а также закон сохранения заряда.

С принятием гипотезы о фундаментальной роли и значении информационных взаимодействий, мы обязаны найти их истоки и проявления в каждой физической теории. С разных точек зрения следует, что информационное взаимодействие имеет неассоциативную природу. Следовательно, требуется найти алгоритм введения неассоциативности и ее проявления в физических теориях.

Из практики следует, что информационное взаимодействие отличается по своим законам от физических взаимодействий с обменом энергией и импульсом. С математической точки зрения это различие можно учесть посредством новых операций для анализируемых объектов и явлений. С философской точки зрения новое качество теории и практики может быть достигнуто, если то, что принималось как неделимое, целое удалось обосновать и применять в форме составных элементов.

Оба указанные условия находят выражение в модели комбинаторной операции. Она неассоциативна и потому «подходит» в качестве элемента для описания информационного обмена. Понятно, что возможны также другие неассоциативные операции, которые выходят за границы комбинаторной операции.

Комбинаторная операция генерирует «расщепление» элементов для пары кватернионов на составные части в форме других матриц.

В частности, например, получим произведения

$$\begin{array}{c} k \\ \times \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применяя операцию произведения к новым элементам, получим, например

$$\begin{array}{c} k \\ \times \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \cdot \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Специфика расчетной ситуации в том, что она позволяет генерировать новые матрицы на основе единичной матрицы, интерпретируемой системой независимых объектов, а также на основе элементов со связями:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & \alpha & & \\ \hline & & \downarrow & & \\ \hline \beta & \leftarrow & \delta & \rightarrow & \gamma \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & \delta & & \\ \hline & & \downarrow & & \\ \hline \beta & \leftarrow & \alpha & \rightarrow & \gamma \\ \hline \end{array}.$$

Такое графическое представление имеют матрицы, произведения с которыми посредством единичной матрицы генерирует элементы кватернионов. Греческими буквами обозначены элементы согласно строкам матриц.

Учет знаков позволяет получить элементы кватернионов. В частности, имеем связи

$$\begin{array}{c} k \\ \times \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array}, \begin{array}{c} k \\ \times \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \cdot \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}, \begin{array}{c} k \\ \times \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Следовательно, возможно представление элементов кватерниона в форме произведения двух матриц с применением неассоциативной операции. Следовательно, модели любых явлений, если их можно представить кватернионами, имеют неассоциативность как скрытое свойство явления и как составной элемент своей структуры.

Другими словами, *неассоциативность может быть скрыта* посредством формы записи уравнений электродинамики. Кватернионы достаточны для описания физических проявлений электромагнитных явлений, регистрируемых приборами, которые пригодны для этого. Однако эти приборы не предназначены для учета и описания информационного обмена. Его форма и сущность скрыта при указанном расчетном и экспериментальном исследовании.

Требуется углубить математику явления, дополнив ее новыми эмпирическими приемами.

Эта точка зрения в яркой форме математически материализуется в теории объектных множеств [8]: $M^{16}(\xi), \xi = a, b, c, d$. Например, рассмотрим множество $M^{16}(b)$. Оно содержит матрицы, обозначенные номерами 13,14,15,16:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(13) (14) (15) (16)

Таблица их произведений такова:

$\times$	13	14	15	16
13	3	2	1	4
14	3	2	1	4
15	3	2	1	4
16	3	2	1	4

Под номерами 1,2,3,4 в объектном множестве представлены матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1) (2) (3) (4)

Они достаточны (при их «оснащении» знаками) для конструирования элементов кватернионов и антикватернионов. Другими словами, те общие свойства, которые присущи неассоциативным объектным множествам, скрыты за «обликом» стандартных, общепринятых математических структур.

Кватернионы и антикватернионы удобны для записи уравнений электродинамики и гравитации. Более того, как известно, пара указанных явлений объединена при условии расширения уравнений электродинамики до системы дифференциальных уравнений третьего порядка [1–2]. В то же время, как понятно сейчас, этим уравнениям присуща внутренняя, неассоциативная структура объектных и других множеств. Следовательно, электродинамика и гравитация могут иметь и имеют систему внутренних свойств. Если эти свойства рассматривать с позиции объектных множеств, они имеют спектр связей функционального типа, а также внутренние геометрические свойства. Их много.

Поскольку все законы физики имеют матричную структуру, которую можно выразить кватернионами и антикватернионами, они имеют систему скрытых неассоциативных сторон и свойств, гарантируя и обеспечивая информационное взаимодействие. Понятно, что информационное взаимодействие может быть фактором управления объектом или их системой при различных внутренних и внешних условиях.

Задача состоит не только в том, чтобы изучить их, но, по возможности, управлять объектами на основе новейших систем информационного взаимодействия.

Из общих соображений и из многолетней практики следует, что структура физических объектов не ограничивается конечным числом уровней материи. Наличие одних базовых объектов структуры, которые представляются как неделимые, позволяет находить новые структурные элементы, достигать знаний и практики на более глубоких уровнях материи. Естественно стоит задача математического обоснования динамики и свойств более глубоких уровней материи.

При «расщеплении» кватернионов и антикватернионов в форме неассоциативного произведения других составляющих, как это показано выше, мы обнаруживаем наличие разных возможностей представления для базовых элементов предыдущей структуры материи.

Проанализируем систему возможностей на примере объектного множества $M^{16}(d)$. В частности, получим объектные представления элемента, заданного числом 1 и представляющего единичную матрицу:

$$\begin{aligned} 1 &= 5 \cdot 14 = 6 \cdot 14 = 7 \cdot 14 = 8 \cdot 14, \\ 1 &= 9 \cdot 5 = 9 \cdot 7, \\ 1 &= 11 \cdot 6 = 11 \cdot 8, \\ 1 &= 12 \cdot 14 = 12 \cdot 16, \\ 1 &= 10 \cdot 13 = 10 \cdot 15, \\ 1 &= 13 \cdot 14 = 14 \cdot 14 = 15 \cdot 14 = 16 \cdot 14. \end{aligned}$$

Из анализа этого множества возможностей мы можем сделать несколько выводов.

Во-первых, за «внешним» представлением объекта с номером 1 (даже при учете только одного объектного множества) скрывается множество «внутренних» реализаций. Но мы ведь не имеем в наличии всей системы таких объектных множеств. Поэтому в данном случае информация лишь частично «приоткрывает» ситуацию, не более того. Понятно, что есть и другие возможности. Например, объект с определенным номером может быть представлен тройным произведением или выражен некоторой функцией. Другими словами, обнаружение «внутренней» структуры можно рассматривать как первый шаг в ее понимании и исследовании.

Во-вторых, есть определенные «циклы» в динамике исследуемого элемента. В рассматриваемом случае 2 «цикла» состоят из 4 элементов и 4 «цикла» состоят из 2 элементов. Принимая концепцию циклического изменения, мы вправе говорить о коротких и длинных «циклах».

В-третьих, элемент с номером 1 задается дискретным набором значений, что есть свидетельство наличия дискретного спектра внутренних энергий. Он «скрыт» от приборов, которым недоступна внутренняя структура исследуемых объектов.

В-четвертых, другие объекты, заданные номерами 2,3,4, имеют свойства, родственные со свойствами, указанными для объекта с номером 1.

В-пятых, учитывая структурное и математическое единство электромагнетизма и гравитации, внутренние стороны и свойства имеют оба указанных явления. Тонкость состоит в том, что для реальных объектов важно учесть группу знаков, а также атрибуты динамики, которые отсутствуют в модели объектного множества.

В-шестых, мы приняли точку зрения, что неассоциативность иллюстрирует обмен информацией. Он невозможен без наличия и функционирования ощущений и без анализа получаемой информации с той или иной реакцией на конкретную ситуацию. Информационный обмен означает наличие чувств и сознания у различных изделий. Обычно эти качества относятся к «внутреннему» миру объектов.

В развиваемом подходе частицы света и гравитации могут иметь чувства и сознание.

Заметим, что связи полей и индукций неассоциативны сами по себе, самостоятельно.

Плоскость времен в обобщенной электродинамике Максвелла

Философы и психологи, исходя из многочисленных наблюдений, пришли к гипотезе, что объекты физической Реальности «живут» не только по внешнему, физическому времени, которое эмпирически задается ходом часов с эталоном времени, но и по внутреннему времени, у которого своя специфика и свои законы.

Гипотеза многомерного времени привлекательна во многих смыслах и отношениях. По этой причине было бы желательно найти для нее математическое выражение, а также некоторое приложение к физической практике.

Обратим внимание на модель двумерного времени, которую индуцирует простое обобщение электродинамики Максвелла.

Примем за основу тензорную модель электромагнитных явлений для полей $\vec{E}, \vec{B}$, известных из ряда экспериментов с электрическими зарядами. В этом случае дифференциальные уравнения имеют вид

$$\partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km} = 0$$

с тензором полей

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}.$$

Система согласованных уравнений получается при циклическом изменении тройки индексов в их последовательности 1,2,3,0:

$$\begin{aligned} \partial_1 F_{23} + \partial_2 F_{31} + \partial_3 F_{12} &= 0 \Rightarrow \partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0, \\ \partial_2 F_{30} + \partial_3 F_{02} + \partial_0 F_{23} &= 0 \rightarrow \partial_y E_z - \partial_z E_y + \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t}, \\ \partial_3 F_{01} + \partial_0 F_{13} + \partial_1 F_{30} &= 0 \Rightarrow \partial_z E_x - \partial_x E_z + \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}, \\ \partial_0 F_{12} + \partial_1 F_{20} + \partial_2 F_{01} &= 0 \Rightarrow \partial_x E_y - \partial_y E_x + \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t}. \end{aligned}$$

Введем в рассмотрение обобщенный тензор

$$\hat{F}_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x & -iG_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y & -iG_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z & -iG_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 & iG_\xi \\ iG_x & iG_y & iG_z & iG_\xi & 0 \end{pmatrix}$$

Известные поля дополнены новым вектором, а также новой переменной ξ , которую будем трактовать аналогом физического времени, образующим с ним плоскость времени.

В силу принятой аналогии получим уравнения, которые дополняют стандартные уравнения электродинамики, не вступая в противоречие с ними.

Они таковы:

$$\begin{aligned}\partial_2 \hat{F}_{3\xi} + \partial_3 \hat{F}_{\xi 2} + \partial_\xi \hat{F}_{23} &= 0 \rightarrow \partial_y G_z - \partial_z G_y + \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial \xi}, \\ \partial_3 \hat{F}_{\xi 1} + \partial_\xi \hat{F}_{13} + \partial_1 \hat{F}_{3\xi} &= 0 \Rightarrow \partial_z G_x - \partial_x G_z + \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial \xi}, \\ \partial_\xi F_{12} + \partial_1 F_{2\xi} + \partial_2 F_{\xi 1} &= 0 \Rightarrow \partial_x G_y - \partial_y G_x + \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial \xi}.\end{aligned}$$

При объединении этих уравнений с условием для дивергенции электромагнитного поля мы получаем полный аналог уравнений электродинамики Максвелла, но для второго, скрытого, «электрического» поля.

Такой вариант возможен с логической точки зрения, если предположить, что доступные нам измерительные приборы не в состоянии «почувствовать» введенную в теорию новую величину, дополняющую известные свойства электромагнитного поля. Если это так, то в ряде ситуаций могли быть получены отклонения от общепринятых, стандартных результатов.

С философской точки зрения более важным является модельное расширение понятия и концепции времени. Дополнение физического, «внешнего» времени новым, скрытым, «внутренним» временем предполагает наличие и дополнительность пары динамик. Одна динамика доступна приборам, а вторая динамика им недоступна, и она реализуется только при включении неких внутренних механизмов и процессов. Они не обязаны быть тождественны часам, но могут быть похожи на них по условиям реализации скрытой динамики.

Поскольку электромагнитные явления образуют основу практически всех физических явлений, следует ожидать, что объекты и изделия «живут» в многомерном временном пространстве, формы и проявления которого обнаруживаются при «включении» внутренних степеней свободы. В стандартной теории электромагнитных явлений тензор задается через потенциалы согласно формуле

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m.$$

Следовательно, в обобщенной теории электромагнитных явлений имеет место увеличение размерности пространства-времени, а также дополнение 4-потенциала до стадии 5-потенциала.

Ситуация усложняется при рассмотрении единой теории электромагнетизма и гравитации, когда базовое уравнение для указанных полей, допускающее решение в форме их линейной суперпозиции, имеет вид

$$\partial_k \partial_m F_{nl} + \partial_m \partial_n F_{lk} + \partial_n \partial_l F_{km} + \partial_l \partial_k F_{mn} = 0.$$

Внутренние степени свободы пары фундаментальных физических полей проявят себя в теории при расширении размерности применяемых тензоров, а также размерности пространства-времени.

Такое развитие теории представляется не только интересным с расчетной и экспериментальной точки зрения. Оно привлекательно с философской и логической позиций, приближая «неживые» изделия к уровню и категории живых изделий.

Дополнительно кватернионов и антикватернионов в математике, дополнительность электромагнетизма и гравитации в физике могут приблизить понимание дополнительности сознаний и чувств физических изделий любой природы, приближая эру гармонии с ними на основе общения и взаимной помощи.

Информационная неассоциативность

Передача информации от источника к активному ее потребителю отличается от передачи тепла, энергии, импульса, а также от передачи предметов друг друга. При передаче предметов один объект их теряет, а другой их приобретает. Аналогично передается энергия или импульс. Один предмет передается одному объекту, хотя этот объект может иметь социальное предназначение. Передача информации в акустической или визуальной форме допускает возможность ее сохранения источником информации с изменением согласно реализующейся обратной связи. При этом информацию может получить не один объект, а множество объектов. Отмеченное отличие требует создания математического аппарата для анализа информационных взаимодействий.

Рассмотрим простую модель. Пусть мы имеем объекты с информацией и коэффициентом её восприятия. Математически эту ситуацию можно записать тройкой «чисел», принимая общую концепцию числа. Это могут быть, например, тензоры или их обобщения. Это могут быть некоторые операторы или функциональные средства. Тогда один объект с физическим телом a , с информацией определенного объема и содержания α , и с коэффициентом восприятия информации от других объектов p может быть задан тройкой «чисел». Например, имеем математическую запись данных свойств трех объектов:

$$A = (a, \alpha, p), B = (b, \beta, r), C = (c, \gamma, s).$$

Рассмотрим их информационное взаимодействие, приняв ряд условий.

1. Пусть при таком взаимодействии «тела» суммируются без изменений, хотя, понятно, что это условие ограничивает свойства анализируемой системы.
2. Пусть при взаимодействии наличная информация в любой паре объектов меняется с учетом коэффициента восприятия внешней информации. Это приближение тоже не является общим, поскольку при передаче информации возможно её изменение в силу внутренних свойств передатчика и приемника информации.
3. Пусть коэффициент восприятия внешней информации в системе объектов является функцией от коэффициентов восприятия взаимодействующих объектов.

Остановимся на модели информационного взаимодействия пар вида

$$A * B = (a + b, \alpha + p\beta + \beta + r\alpha, q(p + r)),$$

$$B * C = (b + c, \beta + r\gamma + \gamma + s\beta, q(r + s)).$$

Тогда для тройного информационного взаимодействия имеем выражения

$$\begin{aligned} (A * B) * C &= (a + b, \alpha + p\beta + \beta + r\alpha, q(p + r)) * (c, \gamma, s) = \\ &= (a + b + c, \alpha + p\beta + \beta + r\alpha + q(p + r)\gamma + \gamma + (\alpha + p\beta + \beta + r\alpha)s, q(s + q(p + r))). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A * (B * C) &= (a, \alpha, p) * (b + c, \beta + r\gamma + \gamma + s\beta, q(r + s)) = \\ &= (a + b + c, \alpha + p(\beta + r\gamma + \gamma + s\beta) + \beta + r\gamma + \gamma + s\beta + \alpha n(r + s), q(p + q(r + s))). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} A * (B * C) &\neq (A * B) * C, \\ A * B &= B * A. \end{aligned}$$

Для «телесных» составляющих в силу свойства стандартного суммирования имеет место ассоциативность

$$a + (b + c) = (a + b) + c.$$

По этой причине мы вправе говорить, что имеем модель с частичной ассоциативностью.

Иначе обстоит ситуация для других элементов. Имеем выражения для информационных составляющих:

$$\begin{aligned}\sigma(1) &= \alpha + p\beta + \beta + r\alpha + q(p+r)\gamma + \gamma + (\alpha + p\beta + \beta + r\alpha)s = \\ &= \alpha + p\beta + \beta + r\alpha + qp\gamma + qr\gamma + \gamma + \alpha s + p\beta s + \beta s + rs\alpha, \\ \sigma(2) &= \alpha + p(\beta + r\gamma + \gamma + s\beta) + \beta + r\gamma + \gamma + s\beta + \alpha q(r+s) = \\ &= \alpha + p\beta + pr\gamma + p\gamma + ps\beta + \beta + r\gamma + \gamma + s\beta + qr\alpha + qs\alpha.\end{aligned}$$

Их отличительной чертой в этой простой модели является то, что *разность* полученных выражений *не зависит* от базовой информации, принадлежащей второму объекту:

$$\sigma(1) - \sigma(2) = (r + s + ts - qr - qs)\alpha + (qp + qr - pr - p - r)\gamma.$$

Иначе ведет себя коэффициент «восприятия» внешней информации. Получим

$$\begin{aligned}\omega(1) &= qs + q^2 p + q^2 r, \\ \omega(2) &= qp + q^2 r + q^2 s, \\ \omega(1) - \omega(2) &= q(s - p) + q^2(r - s).\end{aligned}$$

Указанные свойства принципиально отличаются от свойств, привычных для практики в случае передачи изделий в системе объектов, а также при передаче энергии и импульса.

Так в простой модели отображается тот факт, что «телесные» и «информационные» составляющие взаимодействия не только согласованы друг с другом, но что они не вступают в противоречие, имеет место их взаимная дополнительность.

Конечно, отсюда нельзя сделать вывод, что все формы и виды неассоциативности имеют информационную природу. Ведь взаимодействие тел тоже можно рассматривать как аналог информационного взаимодействия. Но оно ассоциативно во многих своих чертах и проявлениях.

Особое место в задачах информационного взаимодействия принадлежит математическим операциям. Анализ свидетельствует, что неассоциативность по своим проявлениям существенно превосходит ассоциативность. Можно говорить, что мы имеем только острова ассоциативности в океане неассоциативности. Правда, на данной стадии развития теории и эксперимента во многих случаях преобладает ассоциативность. Скорее всего, так получилось, потому что неассоциативность и ее проявления глубоко «спрятаны» и она сложна для анализа и практического применения.

Обнаружение и применение неассоциативности в расчетных физических моделях может приблизить практику к новым средствам и методам жизнедеятельности, обеспечив более высокий уровень гармонии с Реальностью.

После анализа действия операций требуется найти функциональные законы, которым подчинена анализируемая система элементов. Они задают систему алгебр, которым подчинен процесс передачи информации.

Введем в рассмотрение пару функций

$$f(A, B, C) = A * (B * C) + B * (C * A) + C * (A * B),$$

$$\varphi(A, B, C) = (A * B) * C + (B * C) * A + (C * A) * B.$$

Проанализируем слагаемые указанных элементов. С учетом введенных определений укажем согласование параметров в форме таблиц:

$$f \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline & q & \\ \hline p & r & s \\ \hline \alpha & \beta & \gamma \\ \hline A & B & C \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline & q & \\ \hline r & s & p \\ \hline \beta & \gamma & \alpha \\ \hline B & C & A \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline & q & \\ \hline s & p & r \\ \hline \gamma & \alpha & \beta \\ \hline C & A & B \\ \hline \end{array}.$$

Информационная часть функции f представится выражениями:

$$\alpha + \beta + \gamma + q(r + s)\alpha + (s + p + sp)\beta + (p + r + pr)\gamma,$$

$$\beta + \gamma + \alpha + (r + s + rs)\alpha + q(s + p)\beta + (r + p + rp)\gamma,$$

$$\gamma + \alpha + \beta + (r + s + rs)\alpha + (s + p + sp)\beta + q(p + r)\gamma.$$

Информационная часть функции φ представится выражениями:

$$\alpha + \beta + \gamma + (r + s + rs)\alpha + (s + p + sp)\beta + q(p + r)\gamma,$$

$$\beta + \gamma + \alpha + q(s + r)\alpha + (s + p + sp)\beta + (r + p + rp)\gamma,$$

$$\gamma + \alpha + \beta + (r + s + rs)\alpha + q(s + p)\beta + (r + p + rp)\gamma.$$

Следовательно, имеем модель информационного взаимодействия вида

$$f(A, B, C) = \varphi(A, B, C).$$

Из условия коммутативности следуют «зеркальные» свойства рассматриваемых функций с операцией объединения информации

$$f(A, B, C) = f(C, B, A),$$

$$\varphi(A, B, C) = \varphi(C, B, A).$$

Имеем вторую модель информационного взаимодействия.

Их объединение генерирует новую модель с «двойной зеркальностью»:

$$f(A, B, C) + \varphi(C, B, A) = \varphi(A, B, C) + f(C, B, A).$$

Указанные следствия не вступают в противоречие с обобщенными факторами приема информации. Заметим, что при едином коэффициенте восприятия информации каждым элементом имеет место его сохранение при объединении элементов, так как

$$\sigma = 0,5(\sigma + 0,5(\sigma + \sigma)).$$

Естественно проанализировать более сложные выражения и связи между ними.

Заметим, что слагаемые информационных составляющих удобно записать в форме таблиц. Через величины

$$a_1 = q(r+s)\alpha, a_2 = (s+p+sp)\beta, a_3 = (p+r+pr)\gamma, \\ a_4 = (r+s+rs)\alpha, a_5 = q(s+p)\beta, a_6 = q(p+r)\gamma$$

имеем соответствия

$A(BC)$	a_1	a_2	a_3
$B(CA)$	a_4	a_5	a_3
$C(AB)$	a_4	a_2	a_6

,

$(AB)C$	a_4	a_2	a_6
$(BC)A$	a_1	a_2	a_3
$(CA)B$	a_4	a_5	a_3

.

Следовательно, выполняются равенства

$$A(BC) = (BC)A, \\ B(CA) = (CA)B, \\ C(AB) = (AB)C.$$

В силу таких условий имеет место равенство функций, указанное выше, когда сумма выражений слева от знака равенства равна сумме выражений справа от знака равенства. Это свойство является еще одной формой записи условия коммутативности элементов, подчиненных рассматриваемой операции.

Поскольку

$$f(\alpha \quad \beta \quad \gamma) = f(A, B, C)(\alpha \quad \beta \quad \gamma) = \alpha A * (B * C) + \beta B * (C * A) + \gamma C * (A * B), \\ \varphi(\gamma \quad \alpha \quad \beta) = \varphi(A, B, C)(\gamma \quad \alpha \quad \beta) = \gamma(A * B) * C + \alpha(B * C) * A + \beta(C * A) * B,$$

имеем закон

$$f(\alpha \quad \beta \quad \gamma) = \varphi(\gamma \quad \alpha \quad \beta) \Rightarrow f(A, B, C)(\alpha \quad \beta \quad \gamma) = \varphi(A, B, C)(\gamma \quad \alpha \quad \beta).$$

Величины α, β, γ могут принадлежать разным множествам. В частности, это могут быть различные функции. По этой причине информационные алгебры имеют широкий спектр свойств. Мы имеем модель неассоциативной, коммутативной алгебры. Ей свойственны системы функциональных равенств:

$$AB = BA, \\ A(BC) = (BC)A, \\ (AB)(CD) = (CD)(AB), \\ \\ AB = BA, \\ ABC = CDA, \\ ABCD = DCBA, \\ \\$$

Возможны также различные соединения элементов в форме условий функционального равновесия. По этой причине, если реальный объект подчинен сложной системе информационных взаимодействий, «ключ» к ней подобрать сложно. Возможно, именно это обстоятельство требуется учитывать при попытках управления информацией.

Предложенная модель информационной неассоциативности имеет простое представление на основе алгоритма, предложенного для анализа деформации симметрий. Покажем это. Рассмотрим модель информационного обмена для пары объектов на основе представления

$$(\alpha, r) * (\beta, p) \hat{+} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline * & 1 & r & p & 1 \\ \hline \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \alpha & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \alpha + r\beta + \beta + p\alpha.$$

Идея объединения информации с ее дополнением вследствие взаимного влияния имеет здесь наглядное выражение. Тот же результат можно получить на других матрицах из группы перестановок 4 элементов. Получим, например, выражения

$$(\alpha, r) * (\beta, p) \hat{+} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline * & 1 & r & p & 1 \\ \hline \alpha & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \alpha + r\beta + \beta + p\alpha,$$

$$(\alpha, r) * (\beta, p) \hat{+} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline * & 1 & 1 & r & p \\ \hline \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \alpha & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \beta & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \alpha + r\beta + \beta + p\alpha,$$

$$(\alpha, r) * (\beta, p) \hat{+} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline * & 1 & r & p & 1 \\ \hline \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \alpha & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \alpha + r\beta + \beta + p\alpha.$$

Алгоритм генерирует новые варианты связи для информации. Например, получим

$$(\alpha, r) * (\beta, p) \hat{+} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline * & 1 & 1 & r & p \\ \hline \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \alpha & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \beta & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \alpha + r\alpha + \beta + p\beta.$$

В такой модели реализуется изменение информации только на основе переработки «своей» информации, хотя происходит это на основе взаимного обмена вопросами и ответами.

Фундаментальная система конформаций

Дополним каноническую конформацию в форме группы Клейна её знаковыми деформациями. Получим 16 матриц, представленных четырьмя конформациями:

$$\begin{aligned}
 a_i &\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 b_i &\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 c_i &\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 d_i &\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Специфика данной системы в том, что она достаточна для генерации элементов матричной алгебры. Например, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(a_1 + b_1 + c_1 + d_1), \dots$$

Поэтому её будем называть фундаментальной системой конформаций. Она полна в смысле возможности алгебраической генерации на её основе любой матрицы. В силу данного обстоятельства она достаточна для записи любой теории матричного вида. В частности, так записываются практически все уравнения физической теории.

Естественно проанализировать функциональные свойства этой системы элементов конформаций. Легко видеть, применяя матричное произведение, что система конформаций генерирует евклидову метрику и систему псевдоевклидовых метрик согласно условиям ортогональности, как при «влиянии» на себя, так и при взаимном влиянии

$$g^{ij} \xi_i \xi_j = 0, p^{ij} \xi_i \eta_j = 0.$$

Эти метрики дублируют первые матрицы данной системы конформаций:

$$a_1 = \text{diag}(1, 1, 1, 1), b_1 = \text{diag}(1, -1, 1, -1), c_1 = \text{diag}(1, -1, -1, 1), d_1 = \text{diag}(1, 1, -1, -1).$$

Творческие свойства комбинаторного произведения

Проанализируем действия матричной и комбинаторной операций на элементах канонической конформации в форме группы Клейна

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ E & \alpha & \beta & \gamma \end{matrix}$$

Общеизвестно, что матричная операция ассоциативна и сохраняет это множество. Свойства комбинаторной операции иные. Во-первых, она неассоциативна:

$$\alpha \times^k \beta = \frac{\begin{matrix} 0100 & 1000 & 0001 & 0010 \\ 0010 & 0001 & 1000 & 0100 \end{matrix}}{\begin{matrix} 0010 & 0001 & 1000 & 0100 \end{matrix}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(\alpha \times^k \beta) \times^k \gamma = \frac{\begin{matrix} 0001 & 0100 & 0001 & 0100 \\ 0001 & 0010 & 0100 & 1000 \end{matrix}}{\begin{matrix} 0001 & 0010 & 0100 & 1000 \end{matrix}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\beta \times^k \gamma = \frac{\begin{matrix} 0010 & 0001 & 1000 & 0100 \\ 0001 & 0001 & 0100 & 1000 \end{matrix}}{\begin{matrix} 0001 & 0001 & 0100 & 1000 \end{matrix}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\alpha \times^k (\beta \times^k \gamma) = \frac{\begin{matrix} 0100 & 1000 & 0001 & 0010 \\ 0001 & 0100 & 0001 & 0100 \end{matrix}}{\begin{matrix} 0001 & 0100 & 0001 & 0100 \end{matrix}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(\alpha \times^k \beta) \times^k \gamma \neq \alpha \times^k (\beta \times^k \gamma).$$

Кроме этого, комбинаторное произведение генерирует новые элементы, например, получим

$$\left(E \times^k \alpha \right) \times^k \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, (\alpha \times^k \beta) \times^k \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, (\alpha \times^k \beta) \times^k \gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

Концепция операционного творчества объектов

Следуя результатам практики физиков, биологов, химиков, психологов мы знаем фундаментальное устройство Реальности. Любой объект и любые свойства трансфинитны: многогранны, многоуровневые, многофункциональны... В силу этих данных мы обязаны аналогично исследовать и применять математические объекты и операции. Естественно возникает задача анализа операционного творчества объектов. К ней подойти можно с разных сторон и с разными инструментами. На данной стадии анализа обратим внимание на простейшие стороны операционного творчества: конструирования, применения и изменения операций. Этот анализ может быть полезен для описания различных сторон взаимодействия объектов. В частности, так естественно описывать информационный обмен, основная специфика которого состоит в том, что он индуцирует неассоциативную математику.

Основным объектом расчетных моделей издавна являются матрицы. Их система в форме совокупности матриц, элементы которой заполняют всё матричное пространство, названа конформацией. Принимая концепцию операционного творчества, мы обязаны признать наличие механизмов ощущений и реакций, которые присущи реальным объектам, у большинства, а, может быть, у всех математических объектов. В применении к матрице это означает, что она может меняться в силу внутренних и внешних обстоятельств и условий.

Так в практику математического моделирования вводятся элементы индивидуального творчества в форме признания и наличия пары фундаментальных свойств:

- а) объект может изменить значимые величины или генерировать новые согласно внутренним условиям и внешним обстоятельствам;
- б) объект может по-разному расположить значимые величины, формируя новую систему отношений между ними.

Принимая трансфинитность физических величин и взаимодействий, мы обязаны реализовывать и обеспечить трансфинитность математических величин и операций. Понятно, что при успехе выполнения такой программы достигается учет трансфинитности ощущений и реакций каждого объекта. Изменения величин и операций в пространстве и во времени есть отражение форм и условий функционирования объекта. Следовательно, данное направление исследования не проводит деления Реальности на живые и неживые объекты. Все объекты в данной концепции живые. Меняется только, в той или другой мере, с той или другой точки зрения и практики, их содержание и свойства.

В качестве примера анализа многообразия операций на матрицах рассмотрим конформацию в форме группы Клейна на матричной операции. Кроме явного представления матриц в каноническом виде (когда все значимые элементы задаются числом единиц) зададим их числовым набором, в котором указываются номера значимых мест в строках матрицы. Получим представление вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1 2 3 4) (2 1 4 3) (4 3 1 2) (4 3 2 1)

На данном этапе очевидна внутренняя операция для этой системы матриц: каждая из них способна генерировать все остальные на последовательности перестановок значимых мест в строках согласно программе перестановок. Программа состоит в том, что значимые элементы строк с нечетными номерами переставляются на один шаг вправо, а значимые элементы с четными номерами строк переставляются на один шаг влево.

Получим модель операционного моделирования конформации Клейна:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \dots$$

Следовательно, есть системы операций, следуя которым один объект способен генерировать систему объектов. Рассмотрим другую возможность, когда имеется другой исходный объект и другая внутренняя операция:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \dots$$

По-другому можно представить стандартную матричную операцию. Примем модель ощущения места значимого объекта элементами первой матрицы и конструирования нового места в соответствии с его расположением во второй матрице. Получим, например

$$1234 \times^* 2143 = 2143, 3412 \times^* 2143 = 4321, \dots$$

Элемент первой строки первой «находит» сходный элемент в первой строке второй матрицы и расставляет его по номеру второй матрицы...

Возможно «технологическое» представление матриц, когда значимым элементам ставятся в соответствие аналоги линейных электронных схем:

$$\begin{aligned} 1234 &\Rightarrow (\bullet \circ \circ \circ)(\circ \bullet \circ \circ)(\circ \circ \bullet \circ)(\circ \circ \circ \bullet), \\ 2143 &\Rightarrow (\circ \bullet \circ \circ)(\bullet \circ \circ \circ)(\circ \circ \circ \bullet)(\circ \circ \bullet \circ), \dots \end{aligned}$$

В этом случае результат «взаимодействия» обусловлен технологическими связями элементов «электронных блоков» между собой.

Изменение программы перемены отношений между значимыми элементами меняет операцию и структуру генерируемых объектов. Рассмотрим программу, основанную на структурно-функциональном управлении. Пусть задана «цепочка», представляющая систему рассматриваемых объектов вида

4	←	1
↓		↑
3	→	2

Примем алгоритм расположения значимых мест согласно формуле

$$k = n + p.$$

Здесь k - номер места для значимого элемента в строке, n - число шагов для перехода в «цепочке» против часовой стрелки от места элемента в первой строке к соответствующему месту в строке второй матрицы, p - число, характеризующее внешние факторы.

Например, при $p=1$ структурно-функциональная операция даёт такой результат: пара элементов

$$\begin{aligned} 1234 &\rightarrow (1 \ 0 \ 0 \ 0)(0 \ 1 \ 0 \ 0)(0 \ 0 \ 1 \ 0)(0 \ 0 \ 0 \ 1), \\ 2143 &\rightarrow (0 \ 1 \ 0 \ 0)(1 \ 0 \ 0 \ 0)(0 \ 0 \ 0 \ 1)(0 \ 0 \ 1 \ 0) \end{aligned}$$

генерирует новый элемент

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow (0 \ 0 \ 0 \ 1)(0 \ 1 \ 0 \ 0)(0 \ 0 \ 0 \ 1)(0 \ 1 \ 0 \ 0) \rightarrow (4 \ 2 \ 4 \ 2).$$

Первый элемент достигает второй элемент за 4 шага, второй элемент достигает первый элемент за два шага и т.д. На данной операции пара элементов «создала» качественно новый по структуре элемент. Кроме этого, что легко проверить, данная операция неассоциативна. Другими словами, изменение программы способна придать любой паре элементов новые свойства генерации: возможны качественно новые структуры, а также качественно новые свойства таблицы произведений.

Возможна ассоциативная операция, базирующаяся на суммирования номеров значимых элементов по модулю числа, равного размерности матриц. В рассматриваемом случае получим

$$1234 \hat{+} 2143 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В рассматриваемом случае каждая строка операционно взаимодействует лишь с аналогичной строкой или столбцом. Однако возможны другие варианты объединения строк и столбцов, что генерирует новые результаты в форме таблиц произведения или суммирования для элементов любого множества.

Канонические матрицы и конформации выбраны для простой иллюстрации некоторых операционных возможностей в конечной системе матриц. Дополняя конформации знаками, мы вправе разложить любую матрицы, с точностью до коэффициентов, по системе элементов знаковых конформаций. По этой причине конформационный анализ операций интересен и имеет содержательную сторону.

Естественен спектр операций, индуцируемый требованием, что вторая матрица поворачивается в своей плоскости на 90 градусов по часовой стрелке или против часовой стрелки количество раз, равных номеру значимого элемента в некоторой строке. Так, при управлении элементом первой строки в обоих вариантах вращений получим произведение

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Специфика этой операции в том, что она сохраняет конформацию. Такие возможности есть не у каждой операции.

«Встреча» элементов конформации для выяснения вопроса о расположении значимых элементов в строках или столбцах должна быть дополнена операцией сопоставления паре значимых элементов некоторого элемента, так или иначе генерируемого данной парой. В простых случаях, когда значимые места заполнены числами, это могут быть операции суммирования или произведения чисел.

Может быть, конечно, некоторое функциональное условие, посредством которого задается некоторое объединение сумм и произведений

$$a * b = (a + b)ab + b, \dots$$

В простейших случаях применяются правила $a * b = ab, a * b = a + b$.

Например, получим суммы и произведения матриц при суммировании значимых мест по модулю числа, равного размерности матриц

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{pmatrix} \hat{+} \begin{pmatrix} 0 & b_1 & 0 & 0 \\ b_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & b_4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1 + b_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 + b_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 + b_3 & 0 \\ 0 & 0 & a_4 + b_4 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{pmatrix} \hat{\times} \begin{pmatrix} 0 & b_1 & 0 & 0 \\ b_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & b_4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1 b_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 b_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 b_3 & 0 \\ 0 & 0 & a_4 b_4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Дополнительное расширение операций реализуется при условии, что полученные элементы могут быть дополнены элементами

$$c \Rightarrow (c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4).$$

Пара указанных значений будет расширена до 4 величин.

Эти и другие результаты свидетельствуют о практически неограниченных возможностях операционного творчества объектов.

Ситуация усложняется при введении в практику многократных операций. Их легко конструировать, например, на паре некоторых исходных операций. Здесь можно рассмотреть пару двойных операций: когда на первом этапе действует одна операция, а полученный итог меняется посредством другой операции. Можно выполнить действия в обратном порядке. Если такие действия повторить несколько раз, мы получаем модель многократных операций.

Наличие системы операций естественно предполагает динамику операций. На одном этапе практики может действовать одна система операций, а на втором этапе, в силу некоторых новых условий и обстоятельств, может действовать другая система операций. В частности, пару операций можно соединить уравнениями релаксационного типа, обеспечив непрерывный переход от одной операции к другой.

На данном этапе операционного моделирования возникает задача исследования неассоциативности операций. Возьмем, например, 4 элемента множества и соединим их между собой тройкой операций в разном порядке их следования. В одних случаях результаты будут совпадать. Тогда тройку операций назовем ассоциативной тройкой. В ином случае тройка операций неассоциативна.

Неассоциативность на операционном различии элементов множества

Продолжим анализ пары конформаций группы перестановок, элементы которых обозначены числами согласно месту значимых элементов в первой и второй строках. Конформации в форме группы Клейна и смежного класса на матричном произведении генерируют ассоциативную таблицу:

×	12	21	34	43	13	24	31	42
12	12	21	34	43	13	24	31	42
21	21	12	43	34	31	42	13	24
34	34	43	12	21	24	13	42	31
43	43	34	21	12	42	31	24	13
13	13	24	31	42	12	21	34	43
24	24	13	42	31	34	43	12	21
31	31	42	13	24	21	12	43	34
42	42	31	24	13	43	34	21	12

Согласно общепринятому подходу в таблице не учитывается никаким образом возможное различие в операционных свойствах «своих» и «чужих» элементов. Из житейской и психологической практики следует, что такой подход недостаточен для отображения реальных отношений в коллективе.

По этой причине рассмотрим модель операционного различия. Пусть разные элементы конформаций умножаются один раз на матричном произведении, а одинаковые элементы умножаются два раза:

$$a * b = \begin{cases} a \times b, a \neq b, \\ \left(a \times b \right) \times \left(a \times b \right), a = b. \end{cases}$$

Произойдет частичное изменение таблицы матричных произведений:

×	12	21	34	43	13	24	31	42
12	12	21	34	43	13	24	31	42
21	21	12	43	34	31	42	13	24
34	34	43	12	21	24	13	42	31
43	43	34	21	12	42	31	24	13
13	13	24	31	42	12	21	34	43
24	24	13	42	31	34	12	12	21
31	31	42	13	24	21	12	12	34
42	42	31	24	13	43	34	21	12

Таблица становится частично ассоциативной. Например, получим

$$24 \times \left(24 \times 31 \right) = 24 \times 12 = 24, \left(24 \times 24 \right) \times 31 = 12 \times 31 = 31, \dots$$

Модели неассоциативных множеств на паре ассоциативных операций

Практика убедила нас в том, что тела могут быть подчинены ассоциативной математике, а сознанию присуща неассоциативная математика, посредством которой естественно описывается активный обмен информацией. Чувства, выполняющие функцию связи между телами и сознаниями, могут и должны управляться частично ассоциативной математикой. Эти аспекты практики индуцируют потребность в решении проблемы связи между указанными разделами математики и её приложениями в решении прикладных задач.

Одна из проблем состоит в том, чтобы разобраться, *могут ли физические тела внутренним образом генерировать сознание и чувства*.

С математической точки зрения эта задача сводится к проблеме генерации неассоциативных или частично ассоциативных множеств на основе, по меньшей мере, пары ассоциативных множеств. В простейшем случае ассоциативные множества могут состоять из одинаковых элементов, отличаясь только операциями. Рассмотрим такую возможность, применив в качестве операций стандартную матричную операцию и операцию суммирования мест значимых элементов по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц. Примем в качестве базового множества объектов 4 системы конформаций:

$$1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$5 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 6 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 8 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$9 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 10 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 11 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 12 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$13 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 14 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 15 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 16 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

С физической точки зрения в одну систему отнесены объекты, имеющие электрический и гравитационный типы. Эта система элементов замкнута по матричной операции $\overset{m}{\times} \rightarrow \times$, равно как и по указанной выше структурной операции $\overset{st}{+} \rightarrow +$. Примем пару моделей произведений:

$$a * b(+) = (a + b) \times b, a * b(\times) = (a \times b) + b.$$

Следуя указанным правилам, получим таблицы «сумм» и «произведений»:

$(x * y)(+)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	12	14	12	12	16	12	16	9	10	11	12	15	14	13	16
2	11	14	11	14	15	9	15	9	9	10	11	12	13	16	15	14
3	16	10	16	10	10	14	10	14	9	10	11	12	15	14	13	16
4	9	13	9	13	13	11	13	11	9	10	11	12	13	16	15	14
5	10	13	10	13	16	12	16	12	9	10	11	12	15	14	13	16
6	15	11	15	11	11	13	11	13	9	10	11	12	13	16	15	14
7	12	15	12	15	14	10	14	10	9	10	11	12	15	14	13	16
8	13	9	13	9	9	15	9	15	9	10	11	12	13	16	15	14
9	6	8	6	8	8	8	8	8	9	10	11	12	11	10	9	12
10	3	3	3	3	3	1	3	1	9	10	11	12	9	12	11	10
11	8	6	8	6	6	6	6	6	9	10	11	12	11	10	9	12
12	1	1	1	1	1	3	1	3	9	10	11	12	9	12	11	10
13	2	4	2	4	4	4	4	4	9	10	11	12	11	10	9	12
14	7	7	7	7	7	5	7	5	9	10	11	12	9	12	11	10
15	4	2	4	2	2	2	2	2	9	10	11	12	11	10	9	12
16	5	5	5	5	5	7	5	7	9	10	11	12	9	12	11	10

$(x * y)(\times)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	16	14	16	14	16	14	16	10	12	10	12	10	12	10	12
2	11	11	11	11	9	9	9	9	10	12	10	12	12	10	12	10
3	16	14	16	14	16	14	16	14	10	12	10	12	10	12	10	12
4	9	9	9	9	11	11	11	11	10	12	10	12	12	10	12	10
5	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12
6	15	15	15	15	13	13	13	13	10	12	10	12	12	10	12	10
7	12	10	12	10	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12
8	13	13	13	13	15	15	15	15	10	12	10	12	12	10	12	10
9	6	4	6	4	2	8	2	8	10	12	10	12	14	16	14	16
10	3	7	3	7	5	1	5	1	10	12	10	12	16	14	16	14
11	8	2	8	2	4	6	4	6	10	12	10	12	14	16	14	16
12	1	5	1	5	7	3	7	3	10	12	10	12	16	14	16	14
13	2	8	2	8	6	4	6	4	10	12	10	12	14	16	14	16
14	7	3	7	3	1	5	1	5	10	12	10	12	16	14	16	14
15	4	6	4	6	8	2	8	2	10	12	10	12	14	16	14	16
16	5	1	5	1	3	7	3	7	10	12	10	12	16	14	16	14

Таблицы эти некоммутативны и частично ассоциативны. Следовательно, ассоциативная пара «способна» внутренним образом генерировать пару частично ассоциативных множеств на исходной системе объектов. Другими словами, система объектов приобретает новое качество: получает свойства, присущие чувствам.

Согласно первой таблице система обнаруживает неассоциативные свойства:

$$\begin{aligned}(8+11)+2 &= 6, 8+(11+2)=15, \\ (8+10)+3 &= 3, 8+(10+3)=13, \\ (8+9)+4 &= 15, 8+(9+4)=8...\end{aligned}$$

Аналогичные свойства на второй операции есть у второй таблицы:

$$\begin{aligned}(8 \times 11) \times 2 &= 6, 8 \times (11 \times 2)=15, \\ (8 \times 10) \times 3 &= 3, 8 \times (10 \times 3)=13, \\ (8 \times 9) \times 4 &= 15, 8 \times (9 \times 4)=8...\end{aligned}$$

Модель, в которой реализуется объединение рассматриваемых неассоциативных операций, на этих элементах не только ассоциативна, но и дает одинаковые значения:

$$\begin{aligned}(8 \circ 11) \circ 2 &= 14, 8 \circ (11 \circ 2)=14, \\ (8 \circ 10) \circ 3 &= 14, 8 \circ (10 \circ 3)=14, \\ (8 \circ 9) \circ 4 &= 14, 8 \circ (9 \circ 4)=14...\end{aligned}$$

Системы имеют множество функциональных свойств:

$$x + (y \times x) = x \times y \times y \times x \rightarrow 2 + (8 \times 2) = 2 \times 8 \times 8 \times 2 = 13,$$

$$(x + y) \times x = x \times y \times x \rightarrow (2 + 8) \times 2 = 2 \times 8 \times 2 = 4, \dots$$

$$zf(x, y, z) = f(x, y, zz) \rightarrow x = 3, y = 7, z = 15, \dots$$

$$(x + (y \times x))^2 = ((x + y) \times x)^2 \rightarrow x = 1, y = 2,$$

$$x^2 + (y^2 \times x^2) = (x^2 + y^2) \times x^2, x + (y \times x) \neq (x + y) \times x \rightarrow x = 5, y = 13,$$

$$(x + (y \times x))(y^2 + (x^2 + y^2)) = ((x + y) \times x)((y^2 + x^2) \times y^2) \rightarrow x = 7, y = 8.$$

Выполняются законы типа Брахмагупты:

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = \begin{cases} (cd)^2 (ab)^2, \\ (ac + bd)^2 + (ad + bc)^2 \dots \end{cases} \rightarrow a = 7, b = 1, c = 10, d = 15.$$

На этих же элементах выполняется циклический закон

$$\begin{aligned}af(b, c, d) - bf(c, d, a) + cf(d, a, b) - df(a, b, c) &= 0, \\ f(a, b, c) &= a(bc) + b(ca) + c(ab).\end{aligned}$$

Для функции $\varphi(a, b) = ab + ba$ на указанных элементах имеет место закон

$$(ab\varphi(c, d))(bc\varphi(d, a))(cd\varphi(a, b))(da\varphi(b, c)) = abcd.$$

Следовательно, неассоциативные операции индуцируют на базовой системе объектов систему новых нелинейных законов, которые указывают на изменение условий равновесия в системах, состоящих из конечного числа объектов. Рассматриваемые новые операции могут быть инициированы внешними или внутренними условиями. Между объектами есть также соотношение по законам, ассоциированным с их самовоздействиями.

Пара элементов имеет также сложную систему законов. Например, имеет место «сплетение» кос в форме условия равновесия

$$((x+y)x(x+y))^k = (x(x+y)x)^k.$$

В частности, получим

$$((x+y)x(x+y))^2 = (x(x+y)x)^2 \rightarrow x=16, y=2, x+y=5,$$

$$((x+y)x(x+y))^4 = (x(x+y)x)^4 \rightarrow x=2, y=15, x+y=15.$$

Норма «сплетения» кос может измениться, если поменять порядок расположения базовых элементов

$$((x+y)x(x+y))^4 = (x(x+y)x)^4 \rightarrow x=1, y=2, x+y=12,$$

$$((x+y)x(x+y))^2 = (x(x+y)x)^2 \rightarrow x=2, y=1, x+y=11.$$

Есть элементы, которые не укладываются в модель «сплетения» кос:

$$x=1, y=13, x+y=15,$$

$$x=13, y=1, x+y=2.$$

Анализ показал, что ассоциативные множества «одинаковы» своей простотой, а неассоциативные множества «одинаковы» своей сложностью. Чем больше элементов учитывается в законе, тем обычно сложнее закон для их равновесия.

Представляет интерес анализ функциональных свойств многообразий на модели кохомологий Хохшильда. Общий вид базовых функций

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2) g_3 = \sigma(f)$$

допускает разный их выбор. В частности, будем рассматривать

$$f(\xi, \eta) = \xi\eta - \eta\xi,$$

$$\varphi(\xi, \eta) = \xi\eta.$$

Получим ряд частных законов:

$$f - g_1\varphi = 0 \rightarrow g_1 = 1, g_2 = 2, g_3 = g_1 + g_2 = 12,$$

$$1 \cdot (f - \varphi)^2 = 0 \rightarrow g_1 = 7, g_2 = 9, g_3 = g_1 + g_2 = 9,$$

$$g_2(f - \varphi)^2 \neq 0 \rightarrow g_1 = 7, g_2 = 9, g_3 = g_2 + g_1 = 8,$$

$$f \cdot 9 = (11 - 9)9 = 0 \rightarrow g_1 = 15, g_2 = 13, g_3 = g_1 + g_2 = 14$$

Для функции

$$g_1 f(g_2 g_3, g_4) - g_4 f(g_1 g_2, g_3) + g_3 f(g_4 g_1, g_2) - g_2 f(g_3 g_4, g_1) = \pi$$

$$(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16)\pi = 0, \pi(12, 14, 16) = 0,$$

$$g_1 = 3, g_2 = 5, g_1 g_2 = g_3 = 16, g_1 g_2 g_3 = g_4 = 14.$$

Соотношения

$$\pi(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15) \neq 0$$

задают модель устойчивого «неравновесия».

Имеет место закон

$$f_1 = f_2$$

$$f_1 \rightarrow g_1 = 3, g_2 = 5, g_1 + g_2 = 10,$$

$$f_2 \rightarrow g_1 = 3, g_2 = 5, g_1 \cdot g_2 = 10.$$

Изучим частично свойства функции Якоби

$$f(x, y, z) = x(yz) + z(xy) + y(zx)$$

на паре неассоциативных операций. Пусть $x = 4, y = 8, z = 7$. Тогда

$$f(4, 8, 7) = 3 + 3 + 1 = 5,$$

$$xf(x, y, z) = 12, yf(x, y, z) = 16, zf(x, y, z) = 11,$$

$$f(x, y, z)x = 10, f(x, y, z)y = 14, f(x, y, z)z = 11,$$

$$zf(x, y, z) = f(x, y, z)z,$$

$$xf(x, y, z) = f(xx, y, z)...$$

Система конформаций на комбинаторном произведении и структурной сумме

Таблицы для комбинаторного произведения и структурной суммы таковы:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	9	16	11	14	13	12	15	10	1	8	3	6	5	4	7	2
2	14	9	16	11	10	13	12	15	2	5	4	7	6	1	8	3
3	11	14	9	16	15	10	13	12	3	6	1	8	7	2	5	4
4	16	11	14	9	12	15	10	13	4	7	2	5	8	3	6	1
5	13	12	15	10	9	16	11	14	5	4	7	2	1	8	3	6
6	10	13	12	15	14	9	16	11	6	1	8	3	2	5	4	7
7	15	10	13	12	11	14	9	16	7	2	5	4	3	6	1	8
8	12	15	10	13	16	11	14	9	8	3	6	1	4	7	2	5
9	5	8	7	6	1	4	3	2	9	12	11	10	13	16	15	14
10	2	1	4	3	6	5	8	7	10	9	12	11	14	13	16	15
11	7	6	5	8	3	2	1	4	11	10	9	12	15	14	13	16
12	4	3	2	1	8	7	6	5	12	11	10	9	16	15	14	13
13	1	4	3	2	5	8	7	6	13	16	15	14	9	12	11	10
14	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
15	3	2	1	4	7	6	5	8	15	14	13	16	11	10	9	12
16	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	11	16	9	10	15	12	13	6	3	8	1	2	7	4	5
2	11	16	9	14	15	12	13	10	7	4	5	2	3	8	1	6
3	16	9	14	11	12	13	10	15	8	1	6	3	4	5	2	7
4	9	14	11	16	13	10	15	12	5	2	7	4	1	6	3	8
5	10	15	12	13	14	11	16	9	2	7	4	5	6	3	8	1
6	15	12	13	10	11	16	9	14	3	8	1	6	7	4	5	2
7	12	13	10	15	16	9	14	11	4	5	2	7	8	1	6	3
8	13	10	15	12	9	14	11	16	1	6	3	8	5	2	7	4
9	6	7	8	5	2	3	4	1	10	11	12	9	14	15	16	13
10	3	5	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
11	8	5	6	7	4	1	2	3	12	9	10	11	16	13	14	15
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	2	3	4	1	6	7	8	5	14	15	12	13	14	11	12	9
14	7	8	5	6	3	4	1	2	15	16	13	14	11	12	9	10
15	4	1	2	3	8	5	6	7	16	13	14	15	12	9	10	11
16	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12

Таблица комбинаторных произведений частично ассоциативна. Проиллюстрируем этот факт на конкретных примерах:

$$(4 \cdot 8)_1 = 1, (4 \cdot 8)_2 = 4, (4 \cdot 8)_3 = 3, (4 \cdot 8)_4 = 2, (4 \cdot 8)_5 = 5, (4 \cdot 8)_6 = 8, (4 \cdot 8)_7 = 7, (4 \cdot 8)_8 = 6,$$

$$4(8 \cdot 1) = 5, 4(8 \cdot 2) = 6, 4(8 \cdot 3) = 7, 4(8 \cdot 4) = 8, 4(8 \cdot 5) = 1, 4(8 \cdot 6) = 2, 4(8 \cdot 7) = 3, 4(8 \cdot 8) = 4,$$

$$(4 \cdot 8)_9 = 13, (4 \cdot 8)_{10} = 16, (4 \cdot 8)_{11} = 15, (4 \cdot 8)_{12} = 14,$$

$$4(8 \cdot 9) = 13, 4(8 \cdot 10) = 14, 4(8 \cdot 11) = 15, 4(8 \cdot 12) = 16,$$

$$(4 \cdot 8)_{13} = 9, (4 \cdot 8)_{14} = 12, (4 \cdot 8)_{15} = 11, (4 \cdot 8)_{16} = 10,$$

$$4(8 \cdot 13) = 9, 4(8 \cdot 14) = 10, 4(8 \cdot 15) = 11, 4(8 \cdot 16) = 12.$$

На комбинаторной и структурной операциях могут выполняться законы, справедливые на паре неассоциативных операций:

$$zf(x, y, z) = f(x, y, z)z,$$

$$xf(x, y, z) = f(xx, y, z) \dots$$

Другими словами, разные пары операций на одном и том же множестве могут подчиняться одинаковым функциональным законам. В частности, на элементах $x = 4, y = 8, z = 7$ для рассматриваемых пар операций выполняется закон

$$xy^2z + zx^2y + yz^2x = y^2 + x^2 + z^2.$$

На паре неассоциативных операций структурное расстояние в форме суммы квадратов элементов не зависит от числа рассматриваемых объектов. В ассоциативных системах такой закон необычен и непривычен. Скорее всего, в неассоциативных системах действуют новые, неожиданные и непривычные законы сохранения.

Есть также система единых нелинейных законов:

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad + bc)^2,$$

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + ad)^2 + (bd + bc)^2,$$

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ab + ba)^2 + (cd + dc)^2.$$

Их специфика в том, что условия «равновесия» реализуются несколькими способами.

Имеет место частичная альтернативность согласно условию $(xx)y = x(xy)$. Она имеет место, например, если $x = 1, y = 15$ и не выполняется, если $x = 1, y = 2$.

Новое качество рассматриваемой системы элементов с комбинаторной и структурной операциями получается, если ввести функциональную операцию

$$\xi * \eta = \left(\xi + \eta \right)^{st} + \left(\xi \times \eta \right)^{st} \rightarrow (\xi + \eta) + (\xi \times \eta).$$

Получим таблицу:

(*)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
2	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
3	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
4	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
5	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
6	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
7	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
8	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
9	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
10	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
12	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
13	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
14	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
15	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
16	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Функциональная операция иллюстрирует возможность генерации части элементов множества на основе «взаимодействия» всех элементов множества. Операция генерирует на множестве только определенные типы элементов. Если мы имеем орган, который *обязан производить все элементы*, в рассматриваемом случае он не справляется со своими функциями. Имеет место операционное нарушение функций органа. С другой стороны, есть возможность генерации на рассматриваемой операции только отдельных элементов, которые, например, важны для техники или технологии, хотя исходные элементы содержат только их часть. Мы получаем аналог «мельницы» изделий, производящей только 4 вида требуемых изделий из совокупности с другими свойствами. Более того, понятно, как «производить» элементы какой-то одной структуры.

Пара операций на рассматриваемом множестве генерирует систему законов циклического типа. Например, на совокупности элементов

$$a = 1, b = 3, c = 15, d = 7$$

выполняется закон типа тождества Смейгла:

$$(a(b(cd))) + (b(c(da))) + (c(d(ab))) + (d(a(bc))) = \begin{cases} abc + bcd, \\ abc + dc b. \end{cases}$$

На совокупности элементов

$$a = 5, b = 7, c = 9, d = 10$$

выполняется модифицированный закон типа Смейгла:

$$(a(b(cd))) + (b(c(da))) + (c(d(ab))) + (d(a(bc))) = (ab)(cd).$$

Заметим, что рассматриваемое циклическое равенство дает одинаковое значение на любой четверке несовпадающих элементов:

$$\begin{aligned} & (a(b(cd))) + (b(c(da))) + (c(d(ab))) + (d(a(bc))) = 12 = \\ & = (\alpha(\beta(\gamma\delta))) + (\beta(\gamma(\delta\alpha))) + (\gamma(\delta(\alpha\beta))) + (\delta(\alpha(\beta\gamma))) = \text{const} \end{aligned}$$

Анализируемое множество на паре операций генерирует обобщение условия Муфанг. В частности, на элементах $x = 1, y = 3, z = 15$ получим пару законов стандартного вида

$$\begin{aligned} (xy)(zx) &= x((yz)x), \\ x(y(zx)) &= ((xy)z)y. \end{aligned}$$

На этих элементах выполняется также тождество Бола

$$(x(yx))z = x(y(xz)).$$

Добавим элемент $w = 1$. Получим для полной совокупности условие медиальности

$$(xy)(zw) = (xz)(yw).$$

На элементах $x = 10, y = 7, z = 16$ выполняется модифицированный закон

$$(xy)(zx) = (x(yz))x.$$

На элементах $x = 12, y = 15, z = 2$ реализуется другая модификация закона Муфанг

$$(xy)(zx) = x((zy)x).$$

Следовательно, частично неассоциативная операция в сочетании с ассоциативной операцией представляет собой некий аналог «творческой лаборатории» по производству законов.

Мы имеем опыт наблюдения над людьми, которые проявляют аналогичное творчество на основе «взаимодействия» физических тел и чувств, ассоциированных с ними. Заметим, что и «тела», и «чувства» сконструированы на одной и той же системе элементов. «Просто» к данной системе «присоединена» пара операций, свойства которых различны.

В зависимости от того, какие операции и как могут действовать на множестве, меняются свойства законов, которые они генерируют.

На элементах $x = 12, y = 4, z = 15$ имеем новые законы

$$\begin{aligned}((xy)x)z &= x(yz)x, \\ x(y(xz)) &= (xy)(zx).\end{aligned}$$

Система рассматриваемых конформаций *с комбинаторной операцией* медиальна. Каждая тройка элементов x, y, z подчинена закону медиальности

$$(xy)(zw) = (xz)(yw)$$

на любых элементах w . Проиллюстрируем этот закон примером:

$$(12 \cdot 4)(15 \cdot w) = (12 \cdot 15)(4 \cdot w),$$

$$w = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16.$$

Эти равенства генерируют все элементы анализируемого множества.

Известны классические тождества Муфанг для элементов квазигрупп:

$$\begin{aligned}((xy)x)z &= x(y(xz)), \\ x(y(zy)) &= ((xy)z)y, \\ (xy)(zx) &= x(yz)x.\end{aligned}$$

Их дополняют классические тождества Болла:

$$\begin{aligned}(x(yx))z &= x(y(xz)), \\ x((yz)y) &= ((xy)z)y.\end{aligned}$$

Кроме этого, множества принято анализировать согласно условиям, соответственно, левой и правой автодуальности

$$x(yz) = (xy)(xz), (xy)z = (xz)(yz)$$

и медиальности

$$(xy)(zw) = (xz)(yw).$$

Естественно проанализировать множество на комбинаторной операции на соответствие указанным условиям, выбирая частные наборы элементов. Легко обнаружить, что возможно одновременное выполнение как некоторых условий Муфанг, так и условий Болла. С другой стороны, происходит генерация новых законов, часть из которых нелинейна.

С точки зрения приложений на практике эти следствия иллюстрируют функциональную сложность «коллективов» в конечных системах, зависимость, естественно, от действующей операции или системы операций.

На элементах $x = 1, y = 2, z = 3$ получим законы:

$$((xy)z)^2 = (xz)(yz),$$

$$((xy)x)z = ((xy)z)y,$$

$$x(y(xz)) = ((xy)z)y,$$

$$x((yz)y) = (x(yx)z)^2,$$

$$(x(yz))(xy) = xz.$$

На элементах $x = 11, y = 2, z = 5$ выполняются тождества:

$$((xy)z)^2 = (xz)(yz),$$

$$x(yz) = (xy)((xy)(xz)),$$

$$(x(y(zy)))(((xy)z)y) = (x(y(xz)))(((xy)x)z),$$

$$((xy)(zx))(x(yz)x) = (x(yz)x)((xy)(zx)),$$

$$((x(yx))z)^2 = (x(y(xz)))^2.$$

На элементах $x = 15, y = 10, z = 13$ выполняются условия Болла и пара первых тождеств Муфанг.

Множество на комбинаторной операции имеет внутреннее свойства, которое можно назвать *расширением ассоциативности*. Проиллюстрируем его, дополнив операцию комбинаторного произведения двойной комбинаторной операцией

$$x * y = \binom{k}{x \times y} \times \binom{k}{y \times x}.$$

Элементы $x = 1, y = 2, z = 3$ неассоциативны на комбинаторной операции, однако они ассоциативны на двойной комбинаторной операции. Элементы $x = 11, y = 2, z = 5$ неассоциативны на обеих операциях. Элементы $x = 15, y = 10, z = 13$ ассоциативны на обеих операциях. Если соотнести операции с алгоритмами восприятия информации, получим вывод, что одинаковую информацию разные объекты могут «принять» и оценить по-разному. Этот вывод естественен для практики. Он, в частности, может иметь место при разных вариантах нарушения механизмов приема и передачи информации.

Функциональные свойства множества приобретают новые «оттенки», если в расчет принимается не только комбинаторная операция, но и структурная операция.

Проиллюстрируем этот тезис на примере анализа тождеств, ассоциированных с функцией Якоби

$$f(x, y, z) = x(yz) + y(zx) + z(xy).$$

На элементах $x = 1, y = 2, z = 3$ получим условие

$$f(x, y, z) = (zyx)(xyz).$$

На элементах $x = 11, y = 2, z = 5$ выполняется тождество

$$f(x, y, z) = (zx)(xy).$$

Элементы $x = 15, y = 10, z = 13$ генерируют равенство

$$f(x, y, z) = xyz = zyx.$$

Ситуация становится ещё более «содержательной», если увеличивается количество элементов анализируемых элементов. Другими словами, законы и следствия конечных систем существенно зависят от того, какие элементы соединены в «коллектив» и каким отношениям между собой они подчинены.

Заметим, что анализируемые конформации естественно конструируются на основе группы заполнения физических моделей, представленной матрицами:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, f_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из этих матриц на основе линейных комбинаций генерируются элементы матричной алгебры, достаточные для конструирования конформаций:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(c_1 + c_2 + c_3 + E), & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_3 + b_3 + e_3 + f_3), \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_3 - b_3 + e_3 + f_3), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-c_1 + c_2 - c_3 + E), \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_2 - b_2 + e_2 + f_2), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_1 - b_1 + e_1 + f_1), \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_1 - b_1 + e_1 - f_1), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_2 - b_2 + e_2 - f_2), \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_2 + b_2 + e_2 + f_2), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_1 + b_1 + e_1 - f_1), \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_1 + b_1 + e_1 - f_1), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_2 - b_2 + e_2 - f_2), \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(c_1 - c_2 - c_3 + E), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_3 + b_3 + e_3 - f_3), \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_3 - b_3 + e_3 - f_3), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-c_1 - c_2 + c_3 + E).
\end{aligned}$$

Конформации представляют собой аналог «полимерных молекул», составленных из одних и тех же базовых «атомов».

Связи теории полей с теорией конформаций

Истоки ассоциативной конечной модели чисел, названной теорией полей, базируются на идее о возможности конечного множества, сохраняющего себя на паре операций.

В простейшем случае такие свойства имеет пара чисел 0,1, если подчинить их следующим операциям суммирования и произведения:

+	0	1
0	0	1
1	1	0

,

×	0	1
0	0	0
1	0	1

.

Уже на этой стадии очевидна связь таких таблиц со структурой, типичной для конформаций: системы мономиальных матриц, которые в сумме заполняют все матричное пространство. В рассматриваемом случае таблица суммы не имеет мутации значимых элементов, а таблица произведений предъявляет мутацию одного из значимых элементов, заменяя единичный элемент нулем. Имеем конформационное представление указанных таблиц:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} (+) \Rightarrow 0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} (\times) \Rightarrow 1^* \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Издавна известно несколько алгоритмов функционального расширения конечных полей. Их форма и суть сводятся к тому, что элементы исходного поля дополняются новыми элементами при сохранении базовых операций произведения и суммирования. Это возможно, если за основу берется полином одной переменной x степени n , преобразованный к неприводимой форме над расширяемым полем. По этому полиному генерируются неприводимые полиномы меньших степеней по алгоритму факторизации, истоки которого в теории модулей Коши.

Проиллюстрируем на примере генерацию новых элементов, расширяя исходное поле из 2 элементов до поля из 8 элементов на основе неприводимого полинома третьей степени

$$a(x) = x^3 + x^2 + 1.$$

Пусть α есть корень этого уравнения. Тогда известно значение α^2 . С учетом стандартных свойств, требуемых для поля, имеем значение $\alpha^3 = \alpha^2 + 1$. Другие значения получают такой вид:

$$\begin{aligned} \alpha^4 &= \alpha(\alpha^2 + 1) = \alpha^3 + \alpha = \alpha^2 + \alpha + 1, \\ \alpha^5 &= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha = \alpha^2 + 1 + \alpha^2 + \alpha = \alpha + 1, \\ \alpha^6 &= \alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha, \\ \alpha^7 &= \alpha(\alpha^2 + \alpha) = \alpha^3 + \alpha^2 = \alpha^2 + 1 + \alpha^2 = 1. \end{aligned}$$

Принимается также точка зрения, что $0 = \alpha^{-N}$. Заметим, что у неприводимого полинома, представленного выше, есть «двойник» в форме неприводимого полинома

$$b(x) = x^3 + x + 1.$$

Элементы поля, им генерируемые, аналогичны указанным выше.

Проанализируем таблицу произведений для указанных элементов в расширении начального поля по типу

$$\mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x^2 + 1):$$

$\times$	α^7	α^6	α^5	α^4	α^3	α^2	α^1
α^7	α^7	α^6	α^5	α^4	α^3	α^2	α^1
α^6	α^6	α^5	α^4	α^3	α^2	α^1	α^7
α^5	α^5	α^4	α^3	α^2	α^1	α^7	α^6
α^4	α^4	α^3	α^2	α^1	α^7	α^6	α^5
α^3	α^3	α^2	α^1	α^7	α^6	α^5	α^4
α^2	α^2	α^1	α^7	α^6	α^5	α^4	α^3
α^1	α^1	α^7	α^6	α^5	α^4	α^3	α^2

Мы имеем типовой вариант циклического конформационного произведения. Слагаемые таблицы имеют матричную структуру вида

$$\begin{aligned}
& \alpha^1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha^3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \\
& + \alpha^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha^5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
& + \alpha^6 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha^7 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Обозначим матрицы, присоединенные к элементам поля, символами δ_i .

Получим новые таблицы согласно единому алгоритму расчета: $\sigma_i = \delta_7 \delta_i$:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим таблицу их матричных произведений:

$\times$	σ^7	σ^6	σ^5	σ^4	σ^3	σ^2	σ^1
σ^7	σ^7	σ^6	σ^5	σ^4	σ^3	σ^2	σ^1
σ^6	σ^6	σ^5	σ^4	σ^3	σ^2	σ^1	σ^7
σ^5	σ^5	σ^4	σ^3	σ^2	σ^1	σ^7	σ^6
σ^4	σ^4	σ^3	σ^2	σ^1	σ^7	σ^6	σ^5
σ^3	σ^3	σ^2	σ^1	σ^7	σ^6	σ^5	σ^4
σ^2	σ^2	σ^1	σ^7	σ^6	σ^5	σ^4	σ^3
σ^1	σ^1	σ^7	σ^6	σ^5	σ^4	σ^3	σ^2

Она идентична таблице для произведения элементов полей анализируемого их расширения.

Следовательно, возможно матричное расширение полей, если произведение дополнить корректным выражением для сумм матриц. Эта взаимосвязь, очевидно, не может быть операцией стандартного суммирования матриц. Её нужно найти и обосновать.

Согласование функционального и матричного суммирования

Модули Коши над полем Z_2 по неприводимому многочлену третьей степени образуют циклическую группу с корнем α этого полинома вида

$$\alpha^1 = \alpha, \alpha^2 = \alpha^2, \alpha^3 = \alpha^2 + 1, \alpha^4 = \alpha^2 + \alpha + 1, \alpha^5 = \alpha + 1, \alpha^6 = \alpha^2 + \alpha, \alpha^7 = 1.$$

Из таблицы их произведений по правилам полей мы нашли матрицы, ассоциированные с ними

$$\sigma_1 \leftrightarrow \alpha_1, \sigma_2 \leftrightarrow \alpha_2, \sigma_3 \leftrightarrow \alpha_3, \sigma_4 \leftrightarrow \alpha_4, \sigma_5 \leftrightarrow \alpha_5, \sigma_6 \leftrightarrow \alpha_6, \sigma_7 \leftrightarrow \alpha_7.$$

Их таблица матричных произведений идентична таблице произведения элементов расширенного поля. Матрицы имеют размерность 7 в соответствии с количеством элементов поля.

Для построения модели матричного поля требуется ввести суммирование, которое обеспечит выполнение свойства конечности множества. Этого можно добиться разными средствами. Покажем, что возможен вариант отношений, при котором таблица суммирования конечного числа матриц идентична таблице суммирования элементов поля, расширенного модулями Коши.

Заметим, что при анализе произведений мы не рассматривали произведение на ноль ввиду очевидности такой структуры. При анализе суммирования ситуация почти такая же. По этой причине сосредоточим внимание на 7 ассоциированных матрицах.

Согласование матричного и функционального суммирования возможно при представлении матриц числами с двоичным кодом согласно модели Z_2 . Сделать это можно за три шага.

На первом шаге преобразуем указанную последовательность матриц в иную их форму, пронумеровав ее стандартной последовательностью чисел.

На втором шаге преобразуем присвоенные номера в двоичный код, суммируя слагаемые в форме величин

$$2^0 = 1, 2^1 = 2, 2^2 = 4.$$

На третьем шаге будем рассматривать суммирование матриц согласно алгоритму двоичного кода.

Первый шаг реализуем на матрице размерности 7, полагая, что она есть один из корней степени 4 для единичной матрицы. Структура связей здесь такова:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Q^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Q^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следующий шаг генерирует единичную матрицу размерности семь

$$Q^4 = E(7).$$

Алгоритм перевода номеров матриц в двоичный код представим рисунком:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \sigma_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_7 \\ \sigma_1 \\ \sigma_5 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_6 \\ \sigma_4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \rightarrow (1 \ 2 \ 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline x \\ \hline x+1 \\ \hline x^2 \\ \hline x^2+1 \\ \hline x^2+x \\ \hline x^2+x+1 \\ \hline \end{array}.$$

Таблицы произведения и суммы для матриц в рассматриваемом случае дублируют таблицы произведений и сумм для элементов расширенного поля. Следовательно, мы имеем модель матричного расширения начального поля.

Понятно, что наличие квадрата и куба преобразующих матриц индуцирует пару новых операций суммирования, которые невозможны в теории поля.

В частности, возможны суммирования вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \sigma_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_4 \\ \sigma_7 \\ \sigma_3 \\ \sigma_1 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \rightarrow (1 \ 2 \ 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline x \\ \hline x+1 \\ \hline x^2 \\ \hline x^2+1 \\ \hline x^2+x \\ \hline x^2+x+1 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \sigma_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_7 \\ \sigma_3 \\ \sigma_6 \\ \sigma_1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \rightarrow (1 \ 2 \ 4) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline x \\ \hline x+1 \\ \hline x^2 \\ \hline x^2+1 \\ \hline x^2+x \\ \hline x^2+x+1 \\ \hline \end{array}.$$

Они не совпадают с таблицами суммирования первого типа, потому что элементы переставлены местами. Однако отрицать их «полезность» у нас нет оснований, так как есть ряд условий и ситуаций, которые не укладываются в рамки стандартных подходов и представлений. Они могут «проявить» себя в некоторых частных случаях. Но не исключен вариант, что такие операции могут иметь широкое применение.

Дополнение функционального расширения полей матричным расширением приближает теорию и алгоритмы числовых полей к реальной практике. Происходит так потому, что основные, фундаментальные законы Реальности описываются матричными уравнениями. По этой причине матричное расширение, прямо или косвенно, «ближе» к жизненной практике.

Заметим, что отношения в преобразующих матрицах соответствуют наборам элементов согласно числам 1,2,4.

Проанализируем таблицу произведений на основе реализации расширения вида

$$\mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x + 1):$$

$\times$	α^7	α^6	α^5	α^4	α^3	α^2	α^1
α^7	α^7	α^6	α^5	α^4	α^3	α^2	α^1
α^6	α^6	α^1	α^7	α^2	α^5	α^3	α^4
α^5	α^5	α^7	α^3	α^1	α^2	α^4	α^6
α^4	α^4	α^2	α^1	α^5	α^6	α^7	α^3
α^3	α^3	α^5	α^2	α^6	α^4	α^1	α^7
α^2	α^2	α^3	α^4	α^7	α^1	α^6	α^5
α^1	α^1	α^4	α^6	α^3	α^7	α^5	α^2

С конформационной точки зрения таблица генерируется конформацией с элементами

$$\begin{aligned}
 & \alpha^1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha^3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & \alpha^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha^5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & \alpha^6 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha^7 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \\
 & = \sum_i \alpha^i \beta_i.
 \end{aligned}$$

Специфика этих матриц в том, что матричный квадрат каждой из них одинаков. На первый взгляд представленные матрицы не подчинены какому-либо алгоритму. Однако это не так. У элементов приведенной конформации есть функциональные связи.

Укажем одну из них. Обозначим матрицы, ассоциированные с элементами полей индексами элементов, но с другой буквой $\alpha_i \leftrightarrow \beta_i$.

Покажем, что элементы конформации допускают взаимосвязанную генерацию. Рассмотрим одну из возможностей. Введем в рассмотрение пару матриц мономиального типа, взаимные матричные произведения которых дают единичную матрицу:

$$\beta_7\beta_3 = \theta_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \beta_7\beta_1 = \theta_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Имеет место пара цепочек, связывающих элементы конформаций:

$$\begin{aligned} \theta_1 \cdot \beta_7 &= \beta_1, \theta_1 \cdot \beta_1 = \beta_2, \theta_1 \cdot \beta_2 = \beta_5, \theta_1 \cdot \beta_5 = \beta_6, \theta_1 \cdot \beta_6 = \beta_4, \theta_1 \cdot \beta_4 = \beta_3, \\ \theta_3 \cdot \beta_7 &= \beta_3, \theta_3 \cdot \beta_3 = \beta_4, \theta_3 \cdot \beta_4 = \beta_6, \theta_3 \cdot \beta_6 = \beta_5, \theta_3 \cdot \beta_5 = \beta_2, \theta_3 \cdot \beta_2 = \beta_1. \end{aligned}$$

Таблица произведения элементов поля по второму неприводимому многочлену идентична таблице конформаций, в которой элементы конформаций согласованы между собой на основе пары связующих матриц.

Так «подсказан» еще один алгоритм генерации таблицы произведений, которая достаточно детерминирована функционально, но представляется, по её «внешнему виду», реально стохастической.

Получим по указанному алгоритму другие матрицы:

$$\theta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \theta_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \theta_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Последовательное их применение генерирует по модели, указанной выше, последовательность элементов β_i :

$$\begin{aligned} \theta_2\beta_7 &\rightarrow \beta^2, \beta^6, \beta^3, \beta^1, \beta^5, \beta^4, \\ \theta_4\beta_7 &\rightarrow \beta^4, \beta^5, \beta^1, \beta^3, \beta^6, \beta^2, \\ \theta_5\beta_7 &\rightarrow \beta^5, \beta^3, \beta^2, \beta^4, \beta^1, \beta^6. \end{aligned}$$

Их дополняет пара новых матриц и связей:

$$\theta_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \theta_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\theta_6 \beta_7 \rightarrow \beta^6, \beta^1, \beta^4, \beta^2, \beta^3, \beta^5.$$

Матрицы $\beta_i, i=1,2,\dots,7$ образуют группу на матричном произведении. Они получаются на основе произведения матриц $\alpha_i, i=1,2,\dots,7$. Общая структура этой пары множеств состоит в том, что они образуют группу, для которой множество с матрицами $\beta_i, i=1,2,\dots,7$ есть нормальная её подгруппа. Порядок группы равен $14 = 2 \cdot 7$. Следовательно, мы имеем 7 групп Силова порядка 2.

Проанализируем таблицу произведений матриц θ_i на матричном произведении:

$\begin{smallmatrix} m \\ \times \end{smallmatrix}$	θ^7	θ^6	θ^5	θ^4	θ^3	θ^2	θ^1
θ^7	θ^7	θ^6	θ^5	θ^4	θ^3	θ^2	θ^1
θ^6	θ^6	θ^1	θ^7	θ^2	θ^5	θ^3	θ^4
θ^5	θ^5	θ^7	θ^3	θ^1	θ^2	θ^4	θ^6
θ^4	θ^4	θ^2	θ^1	θ^5	θ^6	θ^7	θ^3
θ^3	θ^3	θ^5	θ^2	θ^6	θ^4	θ^1	θ^7
θ^2	θ^2	θ^3	θ^4	θ^7	θ^1	θ^6	θ^5
θ^1	θ^1	θ^4	θ^6	θ^3	θ^7	θ^5	θ^2

,

+	θ^7	θ^6	θ^5	θ^4	θ^3	θ^2	θ^1
θ^7	θ^7	θ^6	θ^5	θ^4	θ^3	θ^2	θ^1
θ^6	θ^6	θ^5	θ^4	θ^3	θ^2	θ^1	θ^7
θ^5	θ^5	θ^4	θ^3	θ^2	θ^1	θ^7	θ^6
θ^4	θ^4	θ^3	θ^2	θ^1	θ^7	θ^6	θ^5
θ^3	θ^3	θ^2	θ^1	θ^7	θ^6	θ^5	θ^4
θ^2	θ^2	θ^1	θ^7	θ^6	θ^5	θ^4	θ^3
θ^1	θ^1	θ^7	θ^6	θ^5	θ^4	θ^3	θ^2

Она тождественна таблице для элементов α_i . Таблица произведений дополнена таблицей суммирований, которая есть отображение пары элементов в элемент с индексом, равным сумме индексов слагаемых по модулю числа 7. Следовательно, математическая система, заданная в форме функциональных элементов α_i с образованием поля, ассоциирована с физической системой в форме матриц β_i , подчиненных матричному произведению. Заметим, что в рассматриваемом случае имеет место *деление матриц*. Есть также операция суммирования, которая сохраняет рассматриваемое множество. Специфика в том, что элемент θ_7 выполняет функцию единицы для произведения и нуля для суммы. Имеет место формальное выполнение условий

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \times & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Мы получили *новое поле*, поскольку, дополнительно, система операций ассоциативна.

Структура и свойства матричных единиц

При согласовании функциональных решений полиномиальных уравнений с их матричными решениями нам понадобилась матрица для перевода номеров матриц в форму двоичного кода.

Для кубических уравнений преобразование соответствует таблице

$p(n)$	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	1	0	1	0	1
2	0	1	1	0	0	1	1
4	0	0	0	1	1	1	1

Переводные множители подчинены формуле $p = 2^k, k = 0, 1, 2$. С аналогичной формулой мы имели место при анализе разрешимости циклических конфигураций.

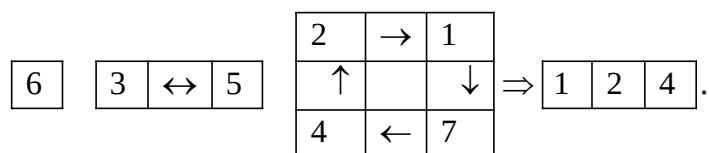
Покажем, что матричные единицы «подсказывают» аналогичный закон, который следует из структуры матриц, а также из анализа степеней матриц.

Рассмотрим матрицу размерности 7, четвертая степень которой равна единичной матрице:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Q^1, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Q^2, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Q^3, Q^4 = E.$$

При кажущейся «стохастичности» расположения значимых элементов они подчинены закону согласования первичной структуры со структурами, которые получаются при возведении в степень.

Представим структуру первой матрицы графически. Запишем по каждой строке номера значимых элементов, указывая их стрелками. Графы разобьются на три слагаемых:

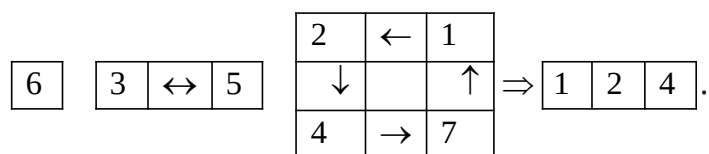


Следовательно, код перевода чисел в двоичную форму косвенно подсказан структурой матрицы, которая на 4 шаге превращается в единичную матрицу.

К аналогичному выводу мы приходим при рассмотрении трансформации матриц при возведении их в степень. Для этого достаточно проанализировать связи строк предыдущих и последующих матриц: какая строка «переходит» в какую другую строку. Естественно рассмотреть все ближайшие ситуации по их циклу:

$$Q^1 \rightarrow Q^2, Q^2 \rightarrow Q^3, Q^3 \rightarrow Q^4, Q^4 \rightarrow Q^1.$$

Легко видеть, что во всех случаях действует единая взаимосвязь, которая дублирует связи элементов по структуре начальной матрицы:



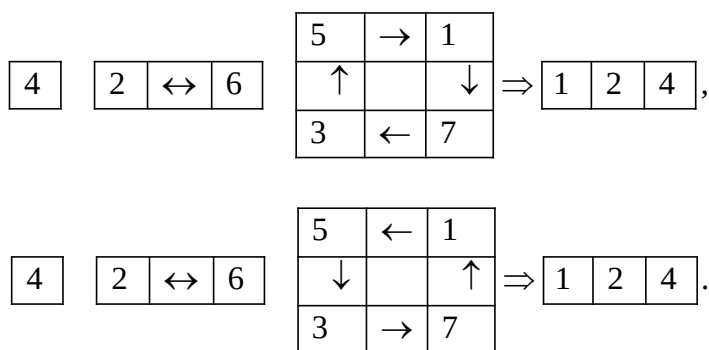
Изменилось только направление стрелок. Структура начальной матрицы и структура связей между ее степенями аналогична с точностью до ориентации.

Анализ показал, что все матрицы, которые при степени 4 превращаются в единичную матрицу, имеют аналогичные свойства. Меняются только номера строк, что иллюстрирует различие матриц.

Проиллюстрируем этот факт примером. Матрицам

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} P^1, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} P^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} P^3, P^4 = E$$

соответствуют графы структуры и взаимных связей вида



Мы имеем алгоритм конструирования матриц с желаемым свойством превращения в матрицу с элементами по диагонали, который реализуется за 3 шага.

Естественно рассмотреть вопрос о превращении матриц в матрицы с аналогичными или другими свойствами при сдвиге значимых элементов в каждой строке на единицу. Это легко выполнить. Анализ показал, что в этом алгоритме генерируются матрицы с разными графами и структурными свойствами. Мы получим матрицы, которые способны превращаться в единичные со степенью 4, это матрицы с базовым свойством в три шага, а также матрицы, которые превращаются в единичные со степенью 5 или 7.

Проиллюстрируем превращения таблицей, указывая шаги и степени превращения:

k	0	1	2	3	4	5	6
n	4	5	5	4	7	4	7

Алгоритм перемещения мест значимых элементов позволил дополнить базовую матрицу ещё двумя матрицами:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$Q_\alpha \qquad \qquad \qquad Q_\beta \qquad \qquad \qquad Q_\gamma$

Матрицы такого типа имеют один значимый элемент на главной диагонали. Матрицы, которые превращаются в единичные в степени 5, имеют на главной диагонали 2 значимых элемента:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$Q_1(5) \qquad \qquad \qquad Q_2(5)$

Матрицы, которые превращаются в единичные матрицы в степени 7, не имеют значимых элементов на главной диагонали:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$Q(7) \qquad \qquad \qquad Q(7)$

Представленный анализ имеет выход на социальную практику. Мы вправе рассматривать матрицу как математическую модель отношений в некотором коллективе, у которого есть система отношений между объектами. Мы иллюстрируем её графами. Элемент, стоящий на диагонали, соответствует объекту, который «зациклен» только на себе, который не имеет или не желает иметь связи с другими объектами.

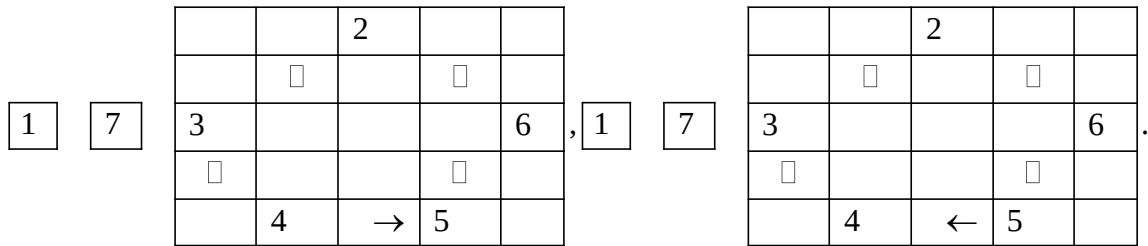
Возведение матриц в степень означает проявление определенного алгоритма эволюции анализируемого сообщества при воздействии на себя и на то, что при этом получается. Этапы такой эволюции задаются соответствующими матрицами.

Мы понимаем, что превращение сообщества с активными связями в сообщество без взаимных связей зависит от того, были ли в этом сообществе на начальной стадии объекты, которые не имели связей с другими. При этом динамика изменений нетривиальна. Увеличение количества «индивидуалов» способно увеличить степень матрицы, достигающей единичной матрицы. Однако уменьшение «индивидуалов» способно дать дополнительные шансы.

Рассмотрим матрицу $S(7)$ и её графы по структуре и степенной динамике:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$S(7)$



Обратим внимание, что произведение пар из трех матриц со степенью 4 превращения в единичные матрицы генерирует новые матрицы. В частности, степень превращения та же для матриц

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

$(Q_{\alpha\gamma} = Q_{\alpha} Q_{\gamma})$

$(Q_{\beta\gamma} = Q_{\beta} Q_{\gamma})$

$(Q_{\gamma,\gamma\alpha} = Q_{\gamma} Q_{\gamma\alpha})$

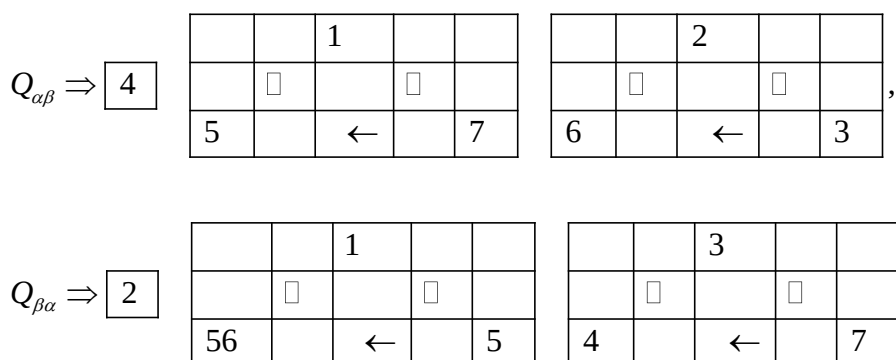
Из алгоритма следует, что матриц с одинаковой степенью превращения в единичные матрицы, мы имеем значительно больше, чем число, задающее степень такого превращения. Здесь отчетливо обнаруживается новое качество матриц по сравнению с обычными числами. С другой стороны, имеет место удивительное согласование структуры исследуемых матриц со свойствами их самовоздействия. Эти свойства матриц привычны для жизненной практики. Мы знаем из многообразного и многочисленного опыта, что динамика объектов существенно зависит от того, как устроен этот объект. Верно и обратное: изменение динамики индуцирует изменение структуры взаимодействующих объектов, если у них есть такие возможности.

Произведения базовых матриц со степенью 4 превращения в единичные матрицы дают новые матрицы с меньшей на единицу степенью превращения в единичные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

$$Q_{\alpha} Q_{\beta} = Q(3) \qquad Q_{\beta} Q_{\alpha} = Q(3)$$

Меняется также структура графов. Имеем



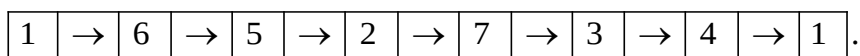
Следовательно, наличие одного элемента на главной диагонали не означает автоматически, что степень превращения в единичную матрицу равна 4. Ситуация зависит от системы отношений между объектами. Это свойство мы знаем из жизненной практики.

Рассмотрим матрицу со степенью 7 превращения в единичную матрицу:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$Q(7)$$

Граф взаимных отношений между её элементами выглядит так



Следовательно, структура матриц, которые могут на самовоздействии превратиться в единичные, достаточно сложна и хорошо согласована друг с другом.

Скрытая природа разрушения взаимных отношений

Мы рассмотрели ранее систему связей между объектами, которая обладает тем свойством, что она за минимальное количество шагов, равное 2, способна из-за самодействия разрушить взаимные отношения. Единица матрица свидетельствует о том, что объекты влияют только на себя.

Покажем, что такая тенденция присуща циклическим матричным группам, и она имеет свои характерные черты.

Рассмотрим динамику системы в форме матрицы отношений для ситуаций, когда отношения генерируются парой систем с одинаковым ил различным показателем стремления к единичной матрице.

Пусть новая система отношений создается парой объектов с минимальным потенциалом сохранения отношений, когда они разрушают отношения за 2 шага самовоздействий. Получим, например, модель

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$Q_{\alpha\beta}Q_{\beta\alpha} = \sigma^1 \quad \sigma^2 \quad \sigma^3$$

Потенциал к разрушению отношений сохранился на прежнем уровне.

Рассмотрим другую ситуацию, когда потенциал разрушения отношений у пары создающих объектов меньше:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$Q(5)Q(4) = \tau^1 \quad \tau^2 \quad \tau^3$$

Выполненные действия «породили» систему, потенциал разрушения отношений у которой выше, чем потенциал их разрушения у исходных объектов. Этот результат имеет место в жизненной практике: объекты с высоким уровнем развития способны создать изделие с потенциалом, который меньше, чем у исходных начал. В частности, таким может быть ребенок в семье интеллигентов, он не обладает данными того уровня, который есть у «родителей».

Так может произойти при соединении двух различных и хорошо развитых разделов науки. В итоге их объединения не всегда получается результат того же уровня, какой имеют его базовые составляющие.

Следовательно, циклические группы имеют и прямую, и косвенную связь с социальными условиями жизни.

Проиллюстрируем этот же результат на примере генерирующих систем с самым низким потенциалом разрушения связей. В этом случае разрушение связей достигается за 6 шагов при самовоздействии. Получим иллюстрацию вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$Q_1(7)Q_2(7) = \pi^1 \quad \pi^2 \quad \pi^3$$

Пара объектов с низким потенциалом саморазрушения отношений создала систему с высоким потенциалом саморазрушения.

При взаимодействии пары объектов новый объект может иметь низкий потенциал саморазрушения. Проиллюстрируем эту возможность примером:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$Q(7)Q(5) = \mu^1 \quad \mu^2 \quad \mu^3$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mu^4 \quad \mu^5 \quad \mu^6$$

$$\mu^7 = E.$$

Новый объект сохранил низкий потенциал саморазрушения. Так получилось, очевидно, из-за того, что объединилась пара, достойная такого результата.

Этот пример также известен из жизненной практики: результат существенно зависит от того, с каким объектом объединяется объект, в паре создающий новый объект.

Генерация матриц в форме системы отношений между объектами по картине графов

При решении самых разнообразных задач интуиция «предлагает» некий визуальный образ желаемого результата. Это может быть техническое устройство, программный продукт, модель атома или форма вируса. Большое значение для проблем жизни имеет визуальный образ взаимных отношений между объектами. Если его удастся описать математически, можно построить модель для предсказания динамики поведения в системе, состоящей из конечного числа объектов.

Покажем, что визуальная картина графов позволяет генерировать матрицы, посредством которых можно описывать отношения между объектами и их переменны.

Проиллюстрирует такую возможность примером, согласно которому 6 объектов образуют «цепочку отношений друг с другом, а один объект не имеет связей с ними, хотя он принадлежит системе.

Получим граф и его матричное представление с динамикой воздействия на себя:

		7	→	1		
	□				□	
2			4			3
	□				□	
		5	←	6		

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

φ^1 φ^2 φ^3

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

φ^4 φ^5 φ^6

Система, состоящая из 7 объектов с циклической связью между ними за исключением одного объекта, достигает стадии полного разрыва взаимных отношений за 5 шагов. Ранее мы рассматривали циклическую связь из 7 элементов. Они разрывают свои отношения за 6 шагов самовоздействия. Другими словами, наличие циклических отношений в графах есть показатель потенциала стремления системы к разрыву отношений. Чем «длиннее» цепочка циклических отношений, тем надежнее защищает она от разрыва отношений.

Ассоциированные уравнения степени 5 на циклических группах и их решения

Бринг на основе преобразования Чирнгауза преобразовал уравнение степени 5 к виду

$$y^5 + 5y = p.$$

Оно не имеет решения в радикалах. Абель, Галуа, Лагранж и Коши обосновали это.

Ситуация дополнительно проясняется при решении уравнения в матричном виде. Тонкость в том, что мы можем сконструировать новую систему уравнений, ассоциированную с базовым уравнением и найти ее решения. Они «подскажут» специфику базового уравнения и природу отсутствия в ней решений в радикалах.

Проиллюстрируем ситуацию на основе применения матриц циклических групп.

Учтем тот факт, что матрицы циклических групп неполны: значимые элементы заполняют матрицу не полностью. По этой причине стартовать следует с корректной формы записи базового уравнения.

В матричной записи потребуется стандартный проектор π в форме столбца с единичными элементами, что несколько меняет структуру уравнения:

$$(y^5 + 5y)\pi = p\pi,$$

$$\pi = \text{col}(1, 1, 1, \dots, 1).$$

Выберем искомое решение в форме элемента, ассоциированного с циклической группой, у которой начальный элемент «стремится» к единичной матрице за 6 шагов. В частности, имеем модель вида

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 \\ 0 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Простые действия генерируют матричное уравнение

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & 0 \\ G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 \\ 0 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ p \\ p \\ p \\ p \\ p \\ p \end{pmatrix}.$$

Элементы, обозначенные большими буквами, есть произведения 5 элементов базовой матрицы. В этом случае мы приходим к системе нелинейных уравнений, структура которой достаточно сложна. Её решение в общем виде невозможно. Однако можно сконструировать новую систему уравнений, которая ассоциирована с базовой системой. Она имеет решение.

Элементы матриц в степени 5 в рассматриваемом случае таковы:

$$A = a_1 a_3 a_4 a_5 a_7, B = a_1 a_2 a_4 a_6 a_7, C = a_1 a_2 a_3 a_5 a_6, \\ D = a_2 a_3 a_4 a_5 a_7, E = a_1 a_2 a_4 a_5 a_6, F = a_1 a_3 a_4 a_6 a_7, G = a_2 a_3 a_5 a_6 a_7.$$

Получим базовую систему нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} a_1 a_3 a_4 a_5 a_7 + 5a_1 &= p, \\ a_1 a_2 a_4 a_6 a_7 + 5a_2 &= p, \\ a_1 a_2 a_3 a_5 a_6 + 5a_3 &= p, \\ a_2 a_3 a_4 a_5 a_7 + 5a_4 &= p, \\ a_1 a_2 a_4 a_5 a_6 + 5a_5 &= p, \\ a_1 a_3 a_4 a_6 a_7 + 5a_6 &= p, \\ a_2 a_3 a_5 a_6 a_7 + 5a_7 &= p. \end{aligned}$$

Разделим уравнения в каждой строке на совпадающий элемент, генерируя структуру правых частей уравнения согласно единому выражению

$$q_i = \frac{p}{a_i} - 5, i = 1, 2, \dots, 7.$$

Определим ассоциированную систему уравнений условием отсутствия числа 5 в правой части нелинейной системы уравнений. Новая система уравнений имеет такой вид:

$$\begin{aligned} a_3 a_4 a_5 a_7 &= \sigma_1 = \frac{p}{a_1}, a_1 a_4 a_6 a_7 = \sigma_2 = \frac{p}{a_2}, \\ a_1 a_2 a_5 a_6 &= \sigma_3 = \frac{p}{a_3}, a_2 a_3 a_5 a_7 = \sigma_4 = \frac{p}{a_4}, a_1 a_2 a_4 a_6 = \sigma_5 = \frac{p}{a_5}, \\ a_1 a_3 a_4 a_7 &= \sigma_6 = \frac{p}{a_6}, a_2 a_3 a_5 a_6 = \sigma_7 = \frac{p}{a_7}. \end{aligned}$$

Найдем её решение, последовательно подставляя в последующие уравнения связи, принятые перед ними. Получается система связей между элементами исследуемой матрицы:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{p}{a_3 a_4 a_5 a_7}, a_2 = \frac{a_3 a_5}{a_6}, a_3 = \frac{a_4 a_7}{a_5}, a_4 = \frac{1}{a_7} \sqrt[3]{p a_6}, \\ a_5 &= a_7, a_6 = a_5, a_7 = a_1. \end{aligned}$$

Подстановка полученных выражений в первое равенство конкретизирует значение первого элемента. Получим

$$a_1 = \sqrt[5]{\frac{1}{p}}.$$

Решение разделяет слагаемые на две группы: $a_2 = a_3 = a_4, a_1 = a_5 = a_6 = a_7$. Отношение их чисел равно 0,75, иллюстрируя и размерность матриц и степень анализируемых уравнений.

Покажем, что ассоциированные уравнения на другом элементе циклической группы имеют другое решение. Это означает, что спектру элементов соответствует спектр решений.

В качестве начального элемента примем матрицу

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрицу пятого порядка удобно записать в форме индексов значимых элементов:

$$y^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12356 \\ 23457 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13467 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12456 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13457 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 23567 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12467 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ассоциированные уравнения в индексах выглядят так:

$$2356 = \frac{p}{1}, 3457 = \frac{p}{2}, 1467 = \frac{p}{3}, 1256 = \frac{p}{4}, \\ 1347 = \frac{p}{5}, 2357 = \frac{p}{6}, 1246 = \frac{p}{7}.$$

Из первого уравнения следует, что $1 = \frac{p}{2356}$. Подставив это значение в уравнения системы, которые содержат единицу, получим, что

$$2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7.$$

Следовательно, эти величины равны корню степени 4 от величины p . Первый элемент есть величина $1 = p^3$.

Данная нелинейная система уравнений генерирует решение в виде 6 одинаковых значений и одного значения, не тождественно им. Такая ситуация может быть в коллективе по разным условиям и признакам. Например, это может быть концентрация власти у одного лица при её малом наличии у других членов сообщества. Это может быть наличие знаний у учителя и учеников по какому-либо предмету. Это может быть различие ушибов в коллективе при аварии.

Важно другое: разные начальные элементы одной циклической группы генерируют на основе ассоциативных уравнений одного типа разные решения, обогащая спектр достижимых жизненных ситуаций.

Алгебра мест на циклической группе

Рассмотрим модель алгебры мест значимых элементов на циклической группе вида

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 & \quad Q(7)Q(5) = \mu^1 \quad \quad \quad \mu^2 \quad \quad \quad \mu^3 \\
 & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 & \quad \mu^4 \quad \quad \quad \mu^5 \quad \quad \quad \mu^6 \\
 & \quad \quad \quad \mu^7 = E.
 \end{aligned}$$

Обозначая каждую матриц в указанном порядке номерами чисел, примем модель их произведения согласно месту расположения значимых элементов в указанных матрицах. Таблицу сумм сконструируем по таблице произведений, суммируя числа по модулю числа, равного размерности матриц.

Получим две таблицы:

×	1	2	3	4	5	6	7
1	4	7	3	5	2	6	1
2	6	1	4	7	3	5	2
3	5	2	6	1	4	7	3
4	7	3	5	2	6	1	4
5	2	6	1	4	7	3	5
6	1	4	7	3	5	2	6
7	3	5	2	6	1	4	7

+	1	2	3	4	5	6	7
1	1	7	6	3	4	5	2
2	5	2	1	7	6	3	4
3	3	4	5	2	1	7	6
4	7	6	3	4	5	2	1
5	4	5	2	1	7	6	3
6	2	1	7	6	3	4	5
7	6	3	4	5	2	1	7

Наличие таблиц позволяет исследовать спектр законов, присущих множеству, которое авторитарно подчинено им.

В данном случае имеет место отсутствие привычных законов, речь может идти о модели алгебраического беззакония. Аналог подобной ситуации мы знаем в жизненной практике.

Уроки из проблемы решения алгебраических уравнений в радикалах

Потребность в решении алгебраических уравнений вида

$$f^m(x) = x^m + a_{m-1}x^{m-1} + a_{m-2}x^{m-2} + \dots + a_0 = 0$$

инициирована практикой. Задачи теории электромагнитных и гравитационных явлений, механики жидкости, теории упругости, катастроф генерируют различные виды таких уравнений. Их решения конкретизируют параметры условий для процессов или состояний равновесия. Широкое применение эти уравнения нашли в разных разделах математики, в частности, в задачах дифференциальной и алгебраической геометрии, а также в топологии.

Простейшие уравнения линейного вида решаются естественно

$$ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

Если числа a, b действительны, решения задаются дробями, которые представляют собой частный случай рациональных выражений. Мы имеем здесь наглядный пример, показывающий, что решения могут «потребовать» выхода за пределы числовой системы, представленной в алгебраическом уравнении.

Квадратное уравнение с действительными коэффициентами

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

пара решений (корней) которого предложена Виетом в виде

$$x_{1,2} = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

генерировала потребность в извлечении квадратного корня не только из положительных, но и из отрицательных чисел. Этот шаг для действительных чисел естественен, если в рассмотрение вводится понятие и алгоритм вычисления квадратного корня. Однако он нетривиален с логической точки зрения, так как нет чисел с одинаковыми знаками, чтобы их квадрат давал отрицательное число.

Снова алгебраическое уравнение «подсказывало», что решения выходят за рамки числовой модели, основанной на коэффициентах уравнения. С числовой точки зрения решения и коэффициенты уравнения относятся к разным множествам: решениям «нужны» расширенные числовые множества, базирующиеся на числовых множествах коэффициентов алгебраического уравнения.

Введение Гауссом «воображаемого» числа i со свойством $i^2 = -1$ конструктивно в теории с принятием концепции и модели двумерного векторного пространства с базисом $1, i$. В этом случае одномерное множество действительных чисел расширяется до модели двумерного векторного пространства, элементы которого имеют вид

$$\xi = a \cdot 1 + b \cdot i \Rightarrow \xi = a + bi.$$

Мы получили таким образом качественно новые числа, которые кажутся совершенно непригодными для практики, мистическими, выходящими за пределы привычной логики.

Однако их можно складывать и вычитать, умножать и делить, что «роднит» их с привычными числами.

Заметим, что мнимая единица подчинена условию извлечения квадратного корня, так как имеем

$$\sqrt{i} = \pm(a + ib) \rightarrow (a + ib)^2 = a^2 + 2abi - b^2 \Rightarrow i \left(a = b = \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = i.$$

В этом случае расчет инициирует потребность расширения числового множества до множества иррациональных чисел. Таковы, например, все квадратные корни из натуральных чисел, кроме полных квадратов, также числа $\pi, e, e^\pi \dots$. К иррациональным числам относится значение величины, которая именуется золотым сечением. Следовательно, «не обращая внимания на иррациональности», мы задаем решение квадратичного уравнения элементом двумерного векторного пространства. Учет иррациональности обобщает модель векторного пространства. С другой стороны, нахождение решений алгебраических уравнений можно рассматривать в качестве алгоритма расширения структуры и свойств числовых множеств.

Практика расчетов, начала которой относились к задачам аэро- и гидродинамики, а также теории сопротивления материалов, убедила теоретиков в полезности и удобстве комплексных чисел. Позднее они нашли широкое применение при исследовании явлений микромира. Более глубоко и широко в настоящее время применяются гиперкомплексные числа, базирующиеся на матрицах, которые естественно обобщают модели действительных и комплексных чисел.

Нетривиальной точкой зрения, на которой настаивают физики, математики считают идею, что алгебраические уравнения есть лишь «поверхностное» представление фактов реальности, углубление в которые дают их решения. Другими словами, решения «извлекают» информацию о реальности, так как она частично задана некоторым алгебраическим уравнением. Понятно, что эта идея конструктивна не только для алгебраических уравнений. Принимая её, мы вправе надеяться, что расширение числовых полей есть один из способов проникновения к тайнам реальности, которые скрыты за её внешним проявлением. Простейшая аналогия подтверждает этот тезис: визуальная картина реальности хорошо дополняется звуковой её картиной, хотя и то, и другое в эксперименте доступно лишь в узком спектральном проявлении.

Заметим, что решение алгебраических уравнений 3 и 4 степени не привело к неким новым расширениям числовых множеств. Однако оно инициировало поиски алгоритмов нахождения решений для уравнений более высоких порядков. С теоретической и прикладной точек зрения было бы желательно найти общий метод нахождения корней алгебраических уравнений, а, еще лучше, удобных выражений для них.

Сделать это нелегко, прежде всего, потому, что мы имеем дело с решением системы нелинейных алгебраических уравнений. Найти их решения не проще, чем найти решение исходного алгебраического уравнения. Проиллюстрируем это тезис на примере уравнения степени 3. Так, разложение алгебраического уравнения на простые (без степеней) множители вида

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$$

генерирует систему нелинейных функциональных условий:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= -a, \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 &= b, \\ x_1x_2x_3 &= -c. \end{aligned}$$

Эта система уравнений не проще одного исходного алгебраического уравнения.

До сих пор не найден алгоритм решения таких систем. Однако мы умеем решать системы линейных уравнений. По этой причине естественно найти общий алгоритм сведения нелинейной системы к некоторой линейной системе.

В таком направлении смог продвинуться только Лагранж. Проиллюстрируем его метод на примере решения алгебраического уравнения степени 4. Известно, что уравнения с малыми степенями этим же методом решаются легко.

Пусть есть алгебраическое уравнение

$$x^4 + mx^3 + nx^2 + px + q = 0.$$

Обозначим искомые его корни буквами a, b, c, d .

Лагранж дополнил, исходя из интуитивных соображений, информацию об уравнении формулами для корней четвертой степени из единицы: $\sqrt[4]{1} \Rightarrow 1, i, -1, -i$.

Затем им была принята и применена модель резольвенты: формулы в виде линейной суперпозиции искомых корней со степенями одного корня из единицы. Для решения задачи резольвент нужно несколько. Но вначале, например, идет первая резольвента вида

$$\alpha = a + \varepsilon b + \varepsilon^2 c + \varepsilon^3 d = a - b + c - d \Rightarrow \varepsilon = -1.$$

Она, естественно, должна быть согласована с линейным условием на корни, известным из системы симметричных функций для них в форме

$$a + b + c + d = -m.$$

Для получения полной системы линейных уравнений в этом случае нужны еще два уравнения.

Чтобы их получить, Лагранж применил алгоритм перестановки корней в исходной резольвенте. В этой ситуации получается еще одна пара линейных уравнений

$$\beta = a - b - c + d,$$

$$\gamma = a - c + b - d.$$

Этого недостаточно для получения какого-либо решения, потому что резольвенты не имеют конкретики за пределами знака равенства. Требуются дополнительные предположения.

Их реализация базируется в данном случае на построении уравнения, которое позволит конкретизировать формальные выражения для резольвент, по-новому связав их со значениями корней искомого уравнения. Вспомогательное, интуитивно обоснованное уравнение

$$\Phi(y) = (y^2 - \alpha^2)(y^2 - \beta^2)(y^2 - \gamma^2)$$

способствует решению проблемы. Действительно, задача свелась к уравнению

$$\Phi(y) = Ay^6 + By^4 + Cy^2 = 0.$$

Его коэффициенты выражаются через квадраты резольвент. Например, получим

$$A = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2.$$

Эти выражения достаточно сложны функционально. Однако, как доказано Гауссом, в силу свойств симметричных функций, они выражаются через коэффициенты анализируемого уравнения. В рассматриваемом случае получим кубическое уравнение для переменной y^2 :

$$y^6 - (3m^2 - 8n)y^4 + 3(m^4 - 16m^2n - 16n^2 + 16mp - 64q)y^2 - (m^2 - 4m + 8p) = 0.$$

Его решения известны. Обозначим их величинами t_1, t_2, t_3 . Задача сведена к нахождению значений корней по системе линейных уравнений с известными правыми частями. Их решения имеют вид

$$a = \frac{1}{4}(-m + \sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3}), b = \frac{1}{4}(-m + \sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} - \sqrt{t_3}),$$

$$c = \frac{1}{4}(-m - \sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} - \sqrt{t_3}), d = \frac{1}{4}(-m - \sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3}).$$

Он получает новое математическое представление, если решение записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \left\{ -m \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \sqrt{t_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{t_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{t_3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что решение выражено через антикватернион, на системе которых формулируется обобщенная модель гравитационных явлений. Этот факт прямо связан со структурой алгебраических уравнений степени 4 для вычисления собственных значений приведенных матриц. Другими словами, решение формального алгебраического уравнения генерирует обобщение теории чисел с их приведением к матричной форме, расширяя спектр структур и возможностей пространства решений.

При перестановке резольвент местами решения можно записать через кватернион:

$$\begin{pmatrix} b \\ d \\ c \\ a \end{pmatrix} = \left\{ -m \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \sqrt{t_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{t_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{t_3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что удобно записать в матричной форме 4 линейных представления резольвент Лагранжа:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{pmatrix} = \left\{ a \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Оно также записано на основе кватерниона, что можно было сделать задолго до того, как его «изобрел» Гамильтон.

На этом этапе обнаруживается связь решений алгебраических уравнений с проблемами фундаментальной физики.

На самом деле, с одной стороны, известно, что на паре кватернионов удобно записать классическую электродинамику Максвелла и связи между полями и индукциями. На моделях с антикватернионами удобно представить теорию гравитации.

Более того, поскольку матрицы размерности 4 описывают отношения между 4 объектами произвольной природы, решения алгебраических уравнений индуцируют анализ системы структурных объектов, состоящих из 4 базовых объектов. Такие модели в настоящее время имеют место в структурной теории электромагнетизма и гравитации.

Из самых общих философских соображений следует проблема построения математической модели произвольных структурных объектов, когда речь может идти не только о расширении моделей и применений чисел, но и числовых моделей фундаментальных объектов.

Подводя предварительный итог анализа решений алгебраических уравнений малых порядков, мы замечаем, что к успеху ведет дополнение корней уравнения корнями из единиц при функциональном согласовании их в модели резольвент. Но, кроме этого, система резольвент может быть охарактеризована объектами матричного типа, которые представляют собой кватернионы и антикватернионы.

Известно, что кватернионы и антикватернионы принадлежат категории математических объектов, именуемых группами. У них есть единица, обратные элементы, они ассоциативны на матричном произведении. Следовательно, модель резольвент ассоциирована с моделями групп. Что можно сказать об этих группах? Проще всего ответить на него, «освободив» от знаков кватернионы и антикватернионы. Тогда получим систему мономиальных матриц вида

$$h_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, h_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, h_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, h_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное множество матриц есть группа Клейна. Она представляет собой нормальную подгруппу H группы перестановок G , подчиняясь условию $gH = Hg$ для любого элемента группы перестановок.

Следовательно, на основе алгоритма Лагранжа индуцируется гипотеза, что критерием разрешимости алгебраического уравнения является применение в расчете алгоритма перестановки корней уравнения, согласованной с системой корней из единицы, если в расчете применяется нормальная подгруппе группы перестановок.

На этом этапе речь не идет о разрешимости алгебраического уравнения в радикалах, есть просто «подсказка», что решение найдется, если при перестановке корней уравнения, согласованном со значениями корней из единицы, можно найти решение в форме разрешимости системы линейных уравнений.

Именно эту начальную пару условий Руффини рассматривал в качестве средства для решения общего алгебраического уравнения порядка 5. Позднее Абель доказал, что таких условий недостаточно, чтобы получить хотя бы одно решение неприводимого уравнения порядка 5, что было интерпретировано как условие неразрешимости его в радикалах.

Идея нового качества была предложена Галуа. Он принял точку зрения, что для решения уравнений высших порядков требуются «воображаемые» числа, которые можно рассматривать в качестве расширения применяемых ранее числовых множеств. Мы получаем тогда систему корней, к которой можно применить группу перестановок.

Дополнительное условие состояло в том, что исследуемое уравнение разрешимо в радикалах, если группа Галуа разрешима: коммутанты достигают единичного элемента.

К тематике расширения числовых полей относятся алгоритмы перехода от моделей чисел к моделям матриц. По сути дела, мы рассматриваем некоторое объединение чисел в систему, подчиненную операциям. При переходе к матрицам, для которых не определена операция деления, речь уже не идет о расширении полей, для которых деление является базовой операцией. По этой причине расширение пространства решений может иметь новые стороны и свойства, согласующиеся или не согласующиеся с известными, общепринятыми данными и фактами.

Проиллюстрируем этот тезис примером. Рассмотрим решение квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

в матричном виде, принимая предположение, что числа a, b, c есть множители квадратных матриц порядка 2. Свободный член объединен с единичной матрицей, а искомое решение есть величина

$$x = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}.$$

Начальное выражение переписывается в виде

$$a \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2 a_3 & a_1 a_2 + a_2 a_4 \\ a_3 a_1 + a_4 a_3 & a_3 a_2 + a_4^2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим систему уравнений

$$\begin{aligned} a(a_1^2 + a_2 a_3) + b a_1 + c &= 0, \\ a(a_1 a_2 + a_2 a_4) + b a_2 &= 0, \\ a(a_3 a_1 + a_4 a_3) + b a_3 &= 0, \\ a(a_3 a_2 + a_4^2) + b a_4 + c &= 0. \end{aligned}$$

Из второго и третьего условий при предположении, что $a_2 \neq 0, a_3 \neq 0$, следует равенство

$$a(a_1 + a_4) + b = 0.$$

Удобно принять равенство величин, расположенных в скобке. Тогда

$$a_1 = a_4 = -\frac{b}{2a}.$$

Первое и четвертое условия в такой ситуации идентичны:

$$a \left(\frac{b^2}{4a^2} + a_2 a_3 \right) - \frac{b^2}{2a} + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} (a_2 = \beta_i, i = 1, 2, 3 \dots) \Rightarrow a_3 = \frac{1}{\beta_i} \frac{1}{4a^2} (b^2 - 4ac), \\ (a_2 = \gamma_i, i = 1, 2, 3 \dots) \Rightarrow a_3 = \frac{1}{\gamma_i} \frac{1}{4a^2} (b^2 - 4ac). \end{cases}$$

Пара функциональных решений обусловлена различием в выборе величин a_2, a_3 .

Запишем их в явном виде

$$x_i^1 = \begin{pmatrix} -\frac{b}{2a} & \frac{1}{\beta_i} \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\ \beta_i & -\frac{b}{2a} \end{pmatrix}, x_i^2 = \begin{pmatrix} -\frac{b}{2a} & \gamma_i \\ \frac{1}{\gamma_i} \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} & -\frac{b}{2a} \end{pmatrix}.$$

Из полученных матриц имеем следствия:

$$Sp x_i^1 = Sp x_i^2 = -\frac{b}{a}, Det x_i^1 = Det x_i^2 = \frac{c}{a}.$$

Матричное расширение решений квадратного уравнения избавляет исследователя от мистики мнимых чисел. В этом случае мы имеем уравнение

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow a = 1, b = 0, c = 1.$$

Решения получают вид

$$x_i^1 = \begin{pmatrix} 0 & -\beta_i^{-1} \\ \beta_i & 0 \end{pmatrix}, (x_i^1)^2 = (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$x_i^2 = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_i \\ -\gamma_i^{-1} & 0 \end{pmatrix}, (x_i^2)^2 = (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение приведенного квадратного уравнения, предложенное Виетом, таково:

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2a} \sqrt{b^2 - 4ac}.$$

Его функциональные составляющие «близки» по структуре к выражениям, которые получены при матричном расширении пространства решений. Следам матриц соответствует сумма корней по Виету. Определители матриц дают значение, которое равно произведению корней по Виету. Именно

$$Sp x_i^1 = Sp x_i^2 = -\frac{b}{a} = x_1 + x_2,$$

$$Det x_i^1 = Det x_i^2 = \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2.$$

Приведенный пример имеет типовое значение для анализа проблемы пространства решений алгебраических уравнений.

За единой формой уравнения может скрываться система различных решений. При этом имеет место *расширение основной теоремы алгебры*, утверждающей, что количество корней алгебраического уравнения равно степени этого уравнения. Действительно, в модели матричного решения мы имеем спектр корней уравнения. Он зависит от того, какие дополнительные условия приняты в рассмотрение.

С аналогичной ситуацией мы имеем дело при рассмотрении решений уравнений по модулю вычетов некоторого числа. В этом случае может быть и одно решение, и 4 решения...и т.д. Дополнительные условия способны существенно изменить решения.

Проводимый анализ убеждает в том, что размерность пространства структуры и пространства решений полиномиальных уравнений существенно различны. Вследствие этого решения уравнений с малыми степенями обеспечиваются рациональными функциями от коэффициентов уравнения и корней из единицы. С увеличением размерности уравнения требуются дополнительные переменные (происходит увеличение размерности пространства решений). В частности, конструктивными становятся модули Коши по неприводимым полиномам.

При формальном решении квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ с действительными коэффициентами мы вправе найти его в форме матриц размерности 3. В этом случае

$$x = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Получим систему из 9 уравнений:

$$\begin{aligned} a(a_{11}^2 + a_{12}a_{21} + a_{13}a_{31}) + ba_{11} + c &= 0, \\ a(a_{11}a_{12} + a_{12}a_{22} + a_{13}a_{32}) + ba_{12} &= 0, \\ a(a_{11}a_{13} + a_{12}a_{23} + a_{13}a_{33}) + ba_{13} + c &= 0, \\ a(a_{21}a_{11} + a_{22}a_{21} + a_{23}a_{31}) + ba_{21} &= 0, \\ a(a_{21}a_{12} + a_{22}^2 + a_{23}a_{32}) + ba_{22} + c &= 0, \\ a(a_{21}a_{13} + a_{22}a_{23} + a_{23}a_{33}) + ba_{23} &= 0, \\ a(a_{31}a_{11} + a_{32}a_{21} + a_{33}a_{31}) + ba_{31} &= 0, \\ a(a_{31}a_{12} + a_{32}a_{22} + a_{33}a_{32}) + ba_{32} &= 0, \\ a(a_{31}a_{13} + a_{32}a_{23} + a_{33}^2) + ba_{33} + c &= 0. \end{aligned}$$

Их решение возможно при условиях $a_{12} = a_{21} = \alpha, a_{13} = a_{31} = \beta, a_{23} = a_{32} = \gamma$. Они делают уравнения согласованными между собой:

$$\begin{aligned} a(a_{11}^2 + \alpha^2 + \beta^2) + ba_{11} + c &= 0, a(a_{11}\alpha + \alpha a_{22} + \beta\gamma) + b\alpha = 0, a(a_{11}\beta + \alpha\gamma + \beta a_{33}) + b\beta = 0, \\ a(a_{22}^2 + \alpha^2 + \gamma^2) + ba_{22} + c &= 0, a(a_{11}\alpha + \alpha a_{22} + \beta\gamma) + b\alpha = 0, a(a_{22}\gamma + \alpha\beta + \gamma a_{33}) + b\gamma = 0, \\ a(a_{33}^2 + \gamma^2 + \beta^2) + ba_{33} + c &= 0, a(a_{11}\beta + \beta a_{33} + \alpha\gamma) + b\beta = 0, a(a_{22}\gamma + \alpha\beta + \gamma a_{33}) + b\gamma = 0. \end{aligned}$$

Дальнейшее согласование обеспечивается равенствами $a_{11} = a_{22} = a_{33} = y, \alpha = \beta = \gamma = \sigma$.

Задача сведена к параметрическому квадратному уравнению с измененным свободным слагаемым, способным управлять решениями:

$$y^2 + \frac{b}{a}y + \frac{c}{a} + 2\sigma^2 = 0.$$

Следовательно, матричное решение расширяет спектр возможностей квадратного уравнения. Новый параметр σ указывает на наличие скрытого параметра в пространстве решений.

Обратим внимание на свойство симметричности анализируемых функций и решений относительно перестановки корней уравнения.

Начальная система уравнений при матричном решении не меняет своего вида, если произвести замены $a_1 \leftrightarrow a_4, a_3 \leftrightarrow a_2$. Следуя формализму учета мест этих величин в матрицах, это означает, что первый элемент единичной матрицы переместился на четвертое место, а четвертый занял первое место. Аналогично поменялись местами элементы 2 и 3. В итоге мы получаем единичную матрицу в соединении с матрицей, у которой стоят единицы на второй диагонали. Такова здесь группа перестановок.

Решения в матричном виде легко записать через решения в форме Виета. Получим, например, матрицу

$$x_i^1 = \begin{pmatrix} -(x_1 + x_2) & \frac{1}{4\beta_i}(x_1 - x_2)^2 \\ \beta_i & -(x_1 + x_2) \end{pmatrix}.$$

Она симметрична относительно перестановки корней Виета местами, генерируя аналог предыдущей группы с матрицами размерности 2, что есть группа Галуа.

Расширение базовых полей на основе факторизации по неприводимым многочленам генерирует таблицы отношений между корнями таких многочленов. Проиллюстрируем ситуацию парой известных примеров.

Приведем таблицу расширения $Z_2[x]/(x^3 + x^2 + 1)$:

x	1	x	x+1	x ²	x ² +1	x ² +x	x ² +x+1
1	1	x	x+1	x ²	x ² +1	x ² +x	x ² +x+1
x	x	x ²	x ² +x	x ² +1	x ² +x+1	1	x+1
x+1	x+1	x ² +x	x ² +1	1	x	x ² +x+1	x ²
x ²	x ²	x ² +1	1	x ² +x+1	x+1	x	x ² +x
x ² +1	x ² +1	x ² +x+1	x	x+1	x ² +x	x ²	1
x ² +x	x ² +x	1	x ² +x+1	x	x ²	x+1	x ² +1
x ² +x+1	x ² +x+1	x+1	x ²	x ² +x	1	x ² +1	x

Приведем таблицу расширения $Z_2[x]/(x^3 + x + 1)$:

x	1	x	x+1	x ²	x ² +1	x ² +x	x ² +x+1
1	1	x	x+1	x ²	x ² +1	x ² +x	x ² +x+1
x	x	x ²	x ² +x	x+1	1	x ² +x+1	x ² +1
x+1	x+1	x ² +x	x ² +1	x ² +x+1	x ²	1	x
x ²	x ²	x+1	x ² +x+1	x ² +x	x	x ² +1	1
x ² +1	x ² +1	1	x ²	x	x ² +x+1	x+1	x ² +x
x ² +x	x ² +x	x ² +x+1	1	x ² +1	x ²	x	x ²
x ² +x+1	x ² +x+1	x ² +1	x	1	x ² +x	x ²	x+1

Ранее было показано, что таблицы такого вида согласуются с моделями конформаций, генерируя два типа связей между полями и конформациями.

Формальные связи корней неприводимых многочленов степени 3 кажутся не совместимыми с какими-либо приложениями на практике. Однако это совсем не так. То, что кажется только игрой разума, имеет свое надежное обоснование в устройстве физической реальности.

Во-первых, таблицы произведений корней неприводимых полиномов ассоциативны. Но практически все физические теории базируются на ассоциативной математике. Следовательно, разные модели «живут» на одном и том же «острове».

Во-вторых, основу физических теорий составляет доказанный факт, что есть заряды двух знаков, формируя систему взаимодействий между собой. В рассмотренном нами случае есть пара неприводимых многочленов одного порядка, что сближает анализируемый алгоритм с фундаментальными свойствами физической реальности.

В-третьих, аналогично тому, как физические заряды согласованы друг с другом, между собой согласована пара неприводимых многочленов. Покажем это. Выполним преобразования вида

$$P(y) = y^3 + y^2 + 1 = 0 \rightarrow \left(y = \frac{1}{x} \right) \rightarrow \frac{1}{x^3} (x^3 + x + 1) = 0 = \frac{1}{x^3} Q(x),$$

$$Q(x) = x^3 + x + 1 = 0 \rightarrow \left(x = \frac{1}{y} \right) \rightarrow \frac{1}{y^3} (y^3 + y^2 + 1) = 0 = \frac{1}{y^3} P(y).$$

С математической точки зрения так подсказана некоторая грань известного изоморфизма указанных таблиц произведений.

В-четвертых, модульные слагаемые образуют некий «фундамент» для описания отношений между ними. Аналогично в физических теориях применяются базовые слагаемые для структурных объектов, а также базовые слагаемые для расчетной модели.

По указанным причинам, понимая, что физические теории и подходы исследованы более широко и глубоко, чем отношения между модульными составляющими, мы вправе приложить усилия для исследования и генерации новых таблиц отношений между ними.

Обратим внимание на суммы введенных ранее модульных функций. Примем за основу таблицу соответствия вида

+	1	x	x^2
1	1	0	0
x	0	1	0
x^2	0	0	1
$x+1$	1	1	0
x^2+1	1	0	1
x^2+x	0	1	1
x^2+x+1	1	1	1

Суммы функций удобно рассчитывать согласно правилу сложения их «двоичных кодов». Так, например, получим

$$(x^2 + 1) + (x^2 + x) = (101) + (011) = 110 = x + 1, \dots$$

Это сопоставление предьявляет одну из возможностей оценки ситуаций по внешнему облику поступающих «сигналов», трансформируя их в иную форму, удобную для быстрого, программного ответа на «сигнал».

По аналогу этой связи может работать мозг.

Проанализируем согласованность структуры анализируемых уравнений со структурой их решений. Для примера рассмотрим неприводимый многочлен, записав его в двух видах:

$$P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0,$$

$$Q(y) = y^4 + y^3 + y^2 + y + 1 = 0.$$

Исследуем согласованность структуры второго уравнения с первым уравнением в ситуации, когда применяется взаимосвязь введенных переменных. Примем модель соответствия элементов многочлена с матрицей размерности 4. В начальном варианте слагаемое степени 4 находится на первом месте, остальные слагаемые располагаются в естественном числовом порядке. Если взять $y = x$, второе уравнение совпадет с первым. Такое изменение зададим матрицей, полагая, что последовательность элементов обозначает номер строки соответствующей матрицы, а показатель степени указывает на его место в строке. Тогда многочлену базового вида ставится в соответствие матрица

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Если $y = x^2$, то при расчете показателей слагаемых по модулю вычетов числа 5, получим полином с другим порядком слагаемых, что можно записать в матричном виде

$$Q(y = x^2) = x^3 + x^1 + x^4 + x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftarrow Q(y = x^7).$$

При $y = x^4$ получим полином с иным соответствием:

$$Q(y = x^4) = x^1 + x^2 + x^3 + x^4 + 1 = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При $y = x^3$ генерируется новая матрица

$$Q(y = x^3) = x^2 + x^4 + x^1 + x^3 + 1 = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эти 4 матрицы задают группу на матричном произведении. Она ассоциирована со структурой исследуемого полинома. Однако есть также другая возможность анализа.

Известны корни анализируемого полинома:

$$x_1 = y^1, x_2 = y^2, x_3 = y^3, x_4 = y^4 \rightarrow y = e^{2\pi i/5}.$$

Рассмотрим 4 варианта степенной трансформации переменной y :

$$\begin{aligned} 1. y \rightarrow y &\Rightarrow x_1 = y, x_2 = y^2, x_3 = y^3, x_4 = y^4. \\ 2. y \rightarrow y^2 &\Rightarrow x_1 = y^2, x_2 = y^4, x_3 = y^1, x_4 = y^3, \\ 3. y \rightarrow y^3 &\Rightarrow x_1 = y^3, x_2 = y^1, x_3 = y^4, x_4 = y^2, \\ 4. y \rightarrow y^{-1} &\Rightarrow x_1 = y^4, x_2 = y^3, x_3 = y^2, x_4 = y^1. \end{aligned}$$

Представим их матрицами в соответствии с указанным порядком следования, принимая степень слагаемого в качестве его места на строке:

$$1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что мы получили результат, который аналогичен результату исследования структуры неприводимого многочлена порядка 4.

Группа, ассоциированная с перестановкой корней уравнения, есть группа Галуа. Именно он доказал, что неприводимые уравнения разрешимы в радикалах, если разрешима группа перестановки корней уравнения. Проверим в конкретной ситуации это условие.

У нас есть таблица произведений

$\times$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

В рассматриваемой ситуации элементы с номерами 1,4 обратны себе, а элементы 2,3 обратны взаимно. Анализ условий разрешимости в форме коммутаторов

$$\theta(x, y) = x^{-1}y^{-1}xy$$

в данном случае тривиален:

$$\begin{aligned} 1111 &= 1 & 3121 &= 1 & 2131 &= 1 & 4141 &= 1 \\ 1312 &= 1 & 3322 &= 1 & 2332 &= 1 & 4342 &= 1 \\ 1213 &= 1 & 3223 &= 1 & 2233 &= 1 & 4243 &= 1 \\ 1414 &= 1 & 3424 &= 1 & 2434 &= 1 & 4444 &= 1 \end{aligned}$$

Коммутант первого уровня равен единице, значит, группа разрешима.

Учет динамики и отношений объектов на основе группы перестановок

Проанализируем по-новому свойства систем, состоящих из конечного числа элементов, которые могут отличаться между собой по структуре и величинам. Найдем возможность их единого математического описания, оставляя без внимания индивидуальные характеристики объектов.

Поставим на первое место учет их взаимного расположения, которое принято называть *местами* объектов. Дополним это логическое измерение анализа учетом их связей между собой, которые назовем *отношениями*. Следовательно, примем за основу анализа алгоритм описания «игры» мест и отношений в системе, состоящей из конечного числа разных объектов.

В качестве инструментов для решения поставленной задачи применим для описания мест и отношений определенную числовую модель, ограничив пока анализ натуральными числами. Выполним вложение доступной и воображаемой информации в модели матриц с системой математических операций для них. Размерность матриц зададим по количеству тех объектов, места и отношения которых интересны для нас. Тогда каждому объекту можно поставить в соответствие свою строку в матрице, а его место (или отношение) задать местом в строке. Поскольку мы абстрагируемся от структуры и индивидуальных характеристик объектов, будем задавать места и отношения для каждого из них числом 1. Свободные, не занятые места будем характеризовать числом 0.

Примем точку зрения, что изменение отношений всегда согласовано с системой математических операций для объектов. По этой причине принимается точка зрения, что исследованные свойства есть лишь часть сложного спектра отношений и граней динамики и равновесия.

Кроме этого, будем учитывать визуальную картину расположения объектов и их перемещения. Поскольку матрица есть объект размерности 2 (плоский), будем располагать его в трехмерном пространстве, допуская, таким образом, возможность вращения матриц в трехмерном пространстве. Понятно, что так учитываются дополнительные возможности матриц, которые можно интерпретировать параметрами внешних воздействий на систему объектов. При этом не будут исключаться другие, не геометрические, возможности и алгоритмы таких воздействий.

Систему точек, посредством которых могут геометрически задаваться матрицы, естественно дополнить системой линий, которые их объединяют. Эти линии могут иметь ориентацию, что учитывает на визуальном уровне некую систему «предпочтений» среди множества объектов.

Проиллюстрируем предлагаемый алгоритм парой примеров для системы, состоящей из 4 объектов. Поставим в соответствие геометрическим «картинам» некоторые матрицы;

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 1 \\ \hline & & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & & 4 \\ \hline & & \\ \hline 2 & & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & \rightarrow & 1 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

В таком подходе места и отношения характеризуются элементами групп перестановок.

Детализируем анализ, рассматривая повороты и вращения матриц размерности 4, желая получить систему математических объектов, которые им соответствуют в границах принятых допущений.

Расположим объекты на вершинах правильных многоугольников. Получим систему матриц при вращении многоугольников с достижением начального их расположения:

4		1
3		2

3		4
2		1

2		3
1		4

1		2
4		3

$$E \Rightarrow 1 \rightarrow r_1, \quad 2 \rightarrow r_2, \quad 3 \rightarrow r_3, \quad 4 \rightarrow r_4.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Обозначения индексов для матриц, характеризующих повороты, выбраны по месту значимого элемента в первой строке.

Рассмотрим вращения плоского многоугольника по 4 осям, которые он имеет:

2		1
3		4

3		2
4		1

4		3
1		2

1		4
2		3

$$1 \rightarrow s_1, \quad 2 \rightarrow s_2, \quad 3 \rightarrow s_3, \quad 4 \rightarrow s_4.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Обозначения индексов для матриц, характеризующих отражения, выбраны по месту значимого элемента в первой строке.

Мы имеем математическую модель диэдра, содержащего 4 объекта. Это группа, состоящая из 8 элементов. Если базироваться на стандартной матричной операции, она имеет стандартные свойства $r^4 = E, s^2 = E, srs = r^{-1}$.

При поворотах и отражениях представленные наборы матриц образуют конформации, так как сумма их 4 элементов заполняет все матричное пространство.

Заметим, что таблицы их «отношений», сконструированные по структуре матриц, в обоих случаях разрешимы. Проиллюстрируем этот факт на более «сложном» примере:

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

$$\rightarrow x^{-1}y^{-1}xy \Rightarrow \begin{matrix} 1111=1 \\ 1212=3 \\ 1313=1 \\ 1414=3 \end{matrix}, 1313=1.$$

Совершенно аналогично можно составить математическую модель для движения других правильных многоугольников.

Представляет интерес многоугольник с 5 вершинами (5 объектами). Его матрицы поворотов и отражений таковы:

$$\begin{aligned}
 r_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, r_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, r_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 r_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, r_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 s_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, s_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, s_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 s_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, s_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Мы снова получили пару конформаций. Но теперь конформация поворотов неразрешима:

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	5	1	2	3	4
3	4	5	1	2	3
4	3	4	5	1	2
5	2	3	4	5	1

$\rightarrow x^{-1}y^{-1}xy \rightarrow$

$1111=1$
 $1212=3$
 $1313=5, \dots$
 $1414=2$
 $1515=4$

Заметим, что матрицы поворотов можно получить на основе геометрических моделей для связей между объектами, если соединить точки ориентированными «стрелами», образуя цикл, который эти «стрелы» замыкает. В частности, эти связи могут быть направлены с разной ориентацией. Кроме этого, они могут соединять объекты последовательно, но могут идти «через» 1 или 2 объекта. По этой причине, если мы рассматриваем связи последовательного вида и через один объект, рисунки размерности 4 и 5 существенно различны: в размерности 5 и более внутри многоугольника появляется её «двойник».

Проиллюстрируем систему ориентированных связей между объектами согласно принятому алгоритму. Получим соответствия

$$\begin{aligned}
 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow r_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \Rightarrow r_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \Rightarrow r_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \Rightarrow r_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \Rightarrow r_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Алгоритм отношений отличается от модели описания поворотов, но генерируется та же неразрешимая конформация

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	5	1	2	3	4
3	4	5	1	2	3
4	3	4	5	1	2
5	2	3	4	5	1

$\rightarrow x^{-1}y^{-1}xy \rightarrow$

$1111=1$
 $1212=3$
 $1313=5, \dots$
 $1414=2$
 $1515=4$

Следовательно, к одинаковому результату можно придти по разным «маршрутам». Заметим, что у каждого из них есть свои тонкости и возможности, что нужно умело применять.

Специфика отношений в системе из трех объектов

Алгебраические уравнения порядка 3 отображают, иногда прямо, а иногда косвенно, систему отношений в системе, состоящей из трех объектов. Это может быть семейная пара и их ребенок. Это может быть набор из любых трех предметов. Это может быть Солнце и Земля с Луной. В силу указанной общности актуально исследовать специфику отношений в этой, широко распространенной системе объектов

Решения алгебраических уравнений порядка 3 способствуют достижению поставленной цели. Обратим внимание на математические аспекты проблемы.

Примем за основу анализа общее алгебраическое уравнение с одной переменной

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0.$$

Оно описывает однопараметрические отношения в системе из трех объектов, которые имеют место при разных условиях их реализации, задаваемых коэффициентами уравнения. Решения этого уравнения указывают условия, при которых достигается параметрическое равновесие. Понятно, что можно взять за основу неоднородное уравнение, правое слагаемое в котором выполняет функцию внешнего фактора, что сводится лишь к тому, что меняются коэффициенты общего уравнения. В более сложном случае внешние факторы могут быть динамически согласованы с характеристикой системы из трех объектов без внешних влияний.

Известен канонический (самый простой) вид этого уравнения,

$$y^3 + px + q = 0,$$

к которому оно сводится заменой переменных $x = y - \frac{b}{2a}$. Факторы стабильности системы в форме коэффициентов p, q :

$$p = \frac{3ac - b^2}{3a^2}, q = \frac{2b^3 - 9abc + 27a^2d}{27a^3}.$$

Обращение одного из этих коэффициентов в ноль существенно упрощает уравнение, генерируя специальные системы решений.

При $q = 0$ задача сводится к решению квадратного уравнения, но для этого нужно «обеспечить» корректный подбор параметров в системе из трех объектов. В рассматриваемом случае эта задача сведена к «гармонизации» нелинейного функционального уравнения с тремя параметрами. Очевидно, что достижение этого условия не является простой задачей, особенно если системе объектов не известен этот закон и сами параметры условия либо недоступны для перемен, либо вообще неизвестны.

При $p = 0$ уравнение не имеет линейного слагаемого, а условие достижения такого состояния функционально проще. Однако далеко не прост спектр решений уравнений такого вида. Более того, понятно, что при положительном значении величины q мы заведомо имеем решения с комплексными числами. Рассматривая их с практической, физической точки зрения, мы вправе принять точку зрения, что достигаемые условия «равновесия» могут реализоваться, но они будут либо «недоступны», либо непонятны.

Будем рассматривать решения уравнения в форме объединения факторов, нацеленных на достижение равновесия. Примем точку зрения, что в рассматриваемой тройке объектов есть пара объектов, которая стремится обеспечить функциональное равновесие аддитивно, применяя для этого линейное объединение усилий с факторами α, β параметрами k, l .

Из общих соображений, базирующихся на системе чисел, следует, что количество числовых решений равно степени алгебраического уравнения. По этой причине ожидаемый спектр решений выглядит так:

$$y_i = k_i(\alpha + \beta) + l_i(\alpha - \beta), i = 1, 2, 3.$$

Если рассматривать введенные факторы как суперпозицию мнений о чем-то или о ком-то, реализующихся в паре объектов, речь идет о взаимной дополнительности их сумм и разностей, взятых в некоторой пропорции.

На начальной стадии анализа примем модель равноправного учета «мнений» каждого из объектов, что соответствует функциональному условию $y_1 = \alpha + \beta$. Этот прием важен и интересен во многих смыслах. Задача может быть сложной, но это не означает, что у неё нет простого решения. В то же время, неправильно ожидать, что всегда решение будет простым. Кроме этого, решение не обязано быть единственным, особенно если для этого подготовлены условия.

Подстановка предполагаемого решения в каноническое уравнение генерирует условие

$$\alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta(\alpha + \beta) + p(\alpha + \beta) + q = 0.$$

Оно иллюстрирует функциональную сложность условий равновесия при наличии «мнений» у пары объектов. Фактически речь идет о подчинении «мнений» системе действующих условий и обстоятельств. Они скрыты сейчас в формальной структуре анализируемых коэффициентов алгебраического уравнения.

Стремление упростить решение в данном случае реализуется с принятием связи вида

$$\alpha\beta = -\frac{p}{3}.$$

Тогда объединяются в изящной форме кубы предложенных «мнений»:

$$\alpha^3 + \beta^3 = -q.$$

Объединение пары условий генерирует квадратное уравнение для «мнений» в кубе:

$$\alpha^3 - \left(\frac{p}{3\alpha}\right)^3 + q = 0 \Rightarrow \alpha^6 + q\alpha^3 - \left(\frac{p}{3}\right)^3 = 0 \rightarrow (\alpha^3 = s) \Rightarrow s^2 + qs - \left(\frac{p}{3}\right)^3 = 0.$$

На данной стадии можно рассматривать два варианта решений. Известно, что решение квадратного уравнения в матричном виде обеспечивает неограниченный по количеству спектр величин. Его анализ возможен и интересен при глубинном подходе к ситуациям. Однако возможно простое, числовое решение. В рассматриваемом случае оно таково

$$\alpha^3 = -\frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} = -\frac{q}{2} \pm \sqrt{Q} \Rightarrow Q = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3.$$

В зависимости от того, какова величина Q , будет различен спектр решений уравнения, обеспечивая определенное сочетание вещественных и комплексных значений. С философской точки зрения этот факт учитывает явную и скрытую сторону «мнений».

Принимая знак плюс в полученной формуле, мы имеем выражение для куба второго «мнения». Пара решений получает вид

$$\alpha^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{Q}, \beta^3 = -\frac{q}{2} - \sqrt{Q}.$$

Кубы «мнений» отличаются друг от друга «принятием» дискриминанта. На этом построена «игра» начального простого решения.

Стремление к полноте анализа в рамках принятых предположений генерирует, например, модель взаимных усилий согласно упрощенной параметрической модели в предположении, что она достаточна для достижения цели:

$$\begin{aligned} y_2 &= k(\alpha + \beta) + l(\alpha - \beta) = \sigma\alpha + \rho\beta, \\ y_3 &= k(\alpha + \beta) - l(\alpha - \beta) = \rho\alpha + \sigma\beta, \\ \sigma &= k + l, \rho = k - l. \end{aligned}$$

Их подстановка в каноническое уравнение дает систему уравнений

$$\begin{aligned} \sigma^3 \alpha^3 + \rho^3 \beta^3 + q &= 0, \\ \rho^3 \alpha^3 + \sigma^3 \beta^3 + q &= 0 \end{aligned}$$

при условии

$$3\sigma\rho\alpha\beta(\sigma\alpha + \rho\beta) + p(\sigma\alpha + \rho\beta) = 0.$$

Это возможно, если $\sigma\rho = 1 = k^2 - l^2$. Из указанной системы уравнений при их вычитании следует, что

$$\sigma^3 - \rho^3 = 0 \Rightarrow 3k^2l - l^3 = 0.$$

Объединение пары условий конкретизирует искомые параметры:

$$k = -\frac{1}{2}, l = i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Принятых предположений было достаточно для получения полной системы числовых решений. В итоге анализа мы имеем классические формулы Кардано.

Заметим, что нами представлен один из методов решения нелинейной системы уравнений второго порядка. Это естественно при разложении многочлена третьего порядка на линейные множители

$$x^3 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0.$$

Условия для корней уравнения связаны с его коэффициентами симметричными функциями:

$$\begin{aligned} s_1 &= x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ s_2 &= x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = p, \\ s_3 &= x_1x_2x_3 = -q. \end{aligned}$$

Заменим два последних нелинейных уравнения резольвентами по Лагранжу. Введем в рассмотрение дополнительные переменные в форме кубического корня из единицы. Получим значения

$$\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_{2,3} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Выберем одно значение и рассмотрим его алгебраические свойства:

$$\varepsilon = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{-3}}{2}, \varepsilon^2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{-3}}{2}, \varepsilon^3 = \varepsilon\varepsilon^2 = \varepsilon^2\varepsilon = 1, \varepsilon^4 = \varepsilon, \varepsilon + \varepsilon^2 = -1.$$

Будем искать решение системы линейных уравнений вида

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0, \\ x_1 + \varepsilon x_2 + \varepsilon^2 x_3 &= \alpha, \\ x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \varepsilon x_3 &= \beta. \end{aligned}$$

для величин

$$G_1 = \alpha\beta, G_2 = \alpha^3 + \beta^3,$$

рассматриваемых в качестве инвариантов модели расчета. Мы имеем симметричные функции, которые, как известно, можно записать через базовые симметричные функции, задав, таким образом, связи инвариантов с коэффициентами решаемого уравнения.

В рассматриваемом случае расчет дает такой результат:

$$\begin{aligned} G_1 &= s_1^2 - 3s_2 = -3p, \\ G_2 &= 2s_1^2 - 9s_1s_2 + 27s_3 = -27q. \end{aligned}$$

Некоторое отличие этих результатов с приведенными ранее результатами состоит в том, что несколько изменен алгоритм расчета.

Мы приходим в итоге к квадратному уравнению для инвариантов

$$\alpha^6 - G_2\alpha^3 + G_1^3 = 0.$$

Его решения, дополненные выражением для второго переменного, конкретизируют правые части базовой, линейной системы уравнений. Однако их еще нужно найти.

Преимущество метода резольвент Лагранжа в возможности его применения для алгебраических уравнений разных степеней. Однако, как известно, такой алгоритм сводит алгебраические уравнения порядка 5 к алгебраическим уравнениям порядка 6. Другими словами, он указывает на то, что решения таких общих уравнений невозможны на основе системы линейных уравнений. Но это означает, если подходить формально, хотя этот вывод является косвенным, что общие уравнения порядка 5 и выше не имеют решения в радикалах. Понятно, что ситуация разрешима в радикалах в некоторых частных случаях, часть из которых, например, в форме возвратных уравнений исследована полностью.

Общий философский вывод из приведенного анализа и рассуждений таков: условия, которые следуют из функциональных уравнений, имеют спектр решений, зависящий от ряда параметров и факторов. Условия равновесий в форме решений уравнений могут быть получены разными способами (пути и средства к успеху не единичны), и это требует усилий и терпения. Но, главное, для решений нужна подготовка и мудрость.

Введение в конформационную модель разрешимости алгебраических уравнений

Алгебраические уравнения вошли в расчетную практику людей в далекой древности. Они инициированы самыми разными задачами, позволяя дать полезные ответы на жизненно важные вопросы. Часто на этой основе исследуются различные условия функционального равновесия, а также динамика процессов, если динамичны коэффициенты анализируемых уравнений. В качестве примера можно указать класс задач по теории катастроф, решения которых важны в практической деятельности. Дисперсионное уравнение в электродинамике представляет образец простого квадратичного уравнения, которое достаточно для решения проблемы скорости света. К алгебраическим уравнениям более высоких порядков сводятся некоторые задачи теории упругости, динамики плазмы, теории микроскопических явлений.

Из древности известны также решения алгебраических уравнений со степенями меньше 5. Они задаются, как известно, в форме радикалов: алгебраических выражений с применением стандартного набора операций и извлечения корней некоторой конечной степени. Все такие действия совершаются с коэффициентами алгебраических уравнений.

Естественно, с математической и с практической точки зрения, найти функциональное решение алгебраических уравнений любой степени с любым набором коэффициентов. Понятно, что это не так просто сделать. Более того, общий анализ, начатый Галуа, который был существенно развит позднее, утвердил точку зрения: общего решения в радикалах для алгебраических уравнений с порядком, который равен или более 5, не существует. Однако в простых случаях такие решения возможны.

Галуа не занимался решением алгебраических уравнений. Он нашел качественно новый алгоритм анализа возможности решения уравнений в радикалах. Исходной его посылкой стала идея о наличии воображаемого корня алгебраического уравнения любой степени в форме некоторого «числа». После этого анализировались свойства системы алгебраических уравнений с коэффициентами исходного уравнения и степенями воображаемого решения. В итоге конструировалась система объектов нового типа, для которой было дано название группа. Такой объект может быть коммутативным, но может быть и некоммутативным. Однако во всех случаях группа ассоциативна. Но этого мало. Галуа понял, что свойства его группы позволяют сделать выводы о решении исходного, базового алгебраического уравнения. Следующий шаг состоял во введении понятия разрешимости группы. Оно базируется на концепции о наличии системы коммутаторов, которые свидетельствуют об отклонении группы от коммутативности. Если множество коммутаторов, генерируемое их конструирование после каждого нового коммутирования, сводится к единице группы, тогда группа разрешима. Если желаемого «сведения к единице» нет, группа неразрешима. И только на стадии завершения указанного анализа следует заключение: если группа Галуа разрешима, то разрешимо в радикалах анализируемое алгебраическое уравнение. Более того, из анализа следовало, что общие уравнения с порядком, который равен или более 5, не имеют решения в радикалах. Тот факт, что уравнение порядка 5 не разрешимо в радикалах, до Галуа доказал Абель. Но было непонятно, что будет с уравнениями более высоких степеней. Заслуга Галуа в том, что он указал алгоритм и путь для решения задачи в общем виде. Не так легко это понять, и не так просто выполнить требуемый анализ.

Позднее было показано, что уравнения высоких порядков имеют решения на основе множества специальных функций. Но ни у кого не было сомнений в результатах, которые инициировал Галуа. Заметим, что доказательство возможности или невозможности определенных решений не дает практического метода их нахождения, как бы это ни было важно. Однако наличие теоремы освобождает практику от ряда ненужных усилий. В настоящее время есть ряд методов именно для нахождения корней уравнений. Они не так уж просты, но зато эффективны. Это хорошо для расчета и практики.

В настоящее время появилась возможность нового решения проблемы разрешимости алгебраических уравнений. Она базируется на исследовании неассоциативных конформаций.

Расширение границ алгоритма Галуа

Сущность алгоритма Галуа состоит в расширении конечных числовых полей, свойства которых после этого могут применяться в решении ряда задач. Элементы поля, согласно стандартам их свойств, подчинены операциям суммирования и вычитания, а также ассоциативным операциям умножения и деления (кроме деления на ноль). Найденные свойства полей интересны и глубоки. Однако эта теория почти не имеет приложений в решении задач естествознания, а также социальных и логических проблем. По этой причине желательно выполнить конструктивное расширение алгоритма Галуа, освободив его от ложных и формальных ограничений и приблизив обновленную теорию к решению актуальных задач естествознания и жизненной практики.

Проанализируем сначала пару операций, естественных в теории конечных полей. Пусть у нас будут 4 объекта со следующими таблицами произведения и суммирования:

×	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>		+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>		<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	,	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>b</i>		<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>d</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>c</i>		<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>

Таблицы можно применять для разных объектов, которые обозначены указанными буквами, если принять точку зрения, что нас интересует определенный тип общих отношений между самыми разными объектами.

Обычно ситуация существенно упрощается. Рассматриваются конкретные объекты и конкретные алгоритмы конструирования указанных таблиц. Обратим внимание на некоторые возможности. Так, будем рассматривать умножение как операцию произведения матриц. Их конкретный вид в данном случае указать несложно для матриц с размерностью 3. Таблица имеет место, если

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь нулевая матрица объединена с единичной матрицей, а две другие получились при сдвиге в каждом ряду значимых мест на единицу вправо. В итоге три матрицы заполняют единицами все матричное пространство, образуя объект, называемый конформацией. Поэтому мы вправе сказать, что таблица произведений есть таблица свойств конформации на матричном произведении. Следовательно, так можно конструировать разные таблицы произведений, применяя матричное произведение, или иные произведения, на элементах той или другой конформации.

Однако можно подойти к структуре таблицы произведений иначе. Действительно, пусть нулевая матрица рассматривается как внешний фактор для конформации. Тогда в таблице произведений ей может быть выделено её место, как это указано выше с нулевой матрицей, причем её действия могут быть самыми разными. С другой стороны, таблицу произведений для элементов ненулевой конформации можно задать посредством другой конформации. Этот метод не «привязан» к свойствам какой-либо операции. Он носит формальный характер, что не исключает его невозможности или неэффективности. Он имеет самостоятельное значение. Его легко проиллюстрировать примером.

Мы замечаем, что элементы исходной конформации распределены на матрице размерности 3 по образцу заполнения матричных мест вида

$$\begin{pmatrix} b & c & d \\ c & d & b \\ d & b & c \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так получается указанная выше часть таблицы матричных произведений. Меняя расположение букв при элементах конформации, мы получаем, естественно, спектр таблиц произведений. Понятно, что в этом случае первичные матрицы непригодны для получения новых таблиц. Однако это обстоятельство не является препятствием для конструирования и анализа данных конформационных произведений. С философской точки зрения данный подход предназначен для анализа всех возможных состояний и ситуаций.

Первый и второй алгоритм отличается от общепринятого алгоритма конструирования таблиц для произведений в теории конечных полей. Более того, заметим, что 6 объектов не могут быть представлены степенью простого числа и потому, вообще говоря, это множество не относится к категории моделей конечного поля Галуа.

Понятно, что в естествознании модель типа конечного поля может быть применена только частично, так как в нём нет ограничений на количество взаимодействующих объектов. В моделях конформационных произведений ограничений такого типа нет.

Рассмотрим чуть иначе таблицу суммирования. Пусть принята модель представления объектов буквами с алгоритмом двоичного кода

$$a \Rightarrow 0000, b \Rightarrow 0001, c \Rightarrow 0010, d = 0011.$$

Тогда при суммировании этих объектов согласно условиям для двоичного кода

$$0+0=0, 0+1=1+0=1, 1+1=0,$$

мы получим указанную таблицу суммирования.

Обе операции устроены так, что они не выходят за пределы конечного множества. Есть и другие функциональные возможности конструирования аналогичных сумм.

Однако есть вариант «оживления» модели суммирования объектов, если принять точку зрения, что мы имеем дело с объектами, которые действуют по программе, состоящей из ряда условий. Укажем эти условия, следуя приведенной таблице суммирования.

Во-первых, множество имеет объект, обозначенный буквой a , который отличается тем, что он не меняет ни себя, ни другие объекты на взаимодействии, которое задается символом суммирования.

Во-вторых, все остальные объекты при самовоздействии стремятся измениться в условиях суммирования так, чтобы превратиться в объект, который аддитивно не мешает другим объектам: такова их общая внутренняя мотивация. Математически это задается равенствами

$$b^2 = c^2 = d^2 = a.$$

В-третьих, при взаимодействии пары объектов, когда ни один из них не является аддитивным нулем, рассматривается генерация объекта, посредством которого генерируется полная конформация.

Пара объектов дополняет себя до конформации, и это дополнение есть итог суммирования.

В рассматриваемом случае мы изначально пытаемся соединить свойства суммирования с жизненной практикой поведения живых объектов, которые действуют по согласованной со всеми единой программе.

Никакой связи и аналогии с теорией конечных полей Галуа в таком подходе нет. Тем не менее, появляется возможность применять итоги анализа в моделях конечных полей к некоторой жизненной практике.

Из общих соображений следует, что поведение живых объектов может и должно быть основано на моделях неассоциативной математики. Операции произведения и суммирования, которые мы имеем здесь, ассоциативны и коммутативны. Однако и в этом случае имеет место воображаемая интерпретация свойств информационного обмена, основу которых составляет гипотеза о программе, которой подчинены объекты. Другими словами, ассоциативная, коммутативная математика не исключается из разряда задач информационного обмена.

Заметим, что данная простая модель имеет функциональные свойства геометрического типа. Ограничим анализ объектами без аддитивного нуля. Легко проверить на упорядоченном наборе элементов b, c, d выполнение условия

$$\xi^2 + \zeta^2 = \xi + \xi\zeta\zeta.$$

Увеличим количество объектов конечного множества. Придадим объектам, которые обозначены номерами от 1 до 8 включительно, их бинарное обозначение

$$1 \rightarrow 0000, 2 \rightarrow 0001, 3 \rightarrow 0010, 4 \rightarrow 0011, 5 \rightarrow 0100, 6 \rightarrow 0101, 7 \rightarrow 0110, 8 \rightarrow 0111.$$

Таблица суммирования на основе модели сумм бинарных чисел такова:

+	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	2	1	4	3	6	5	8	7
3	3	4	1	2	7	8	5	6
4	4	3	2	1	8	7	6	5
5	5	6	7	8	1	2	3	4
6	6	5	8	7	2	1	4	3
7	7	8	5	6	3	4	1	2
8	8	7	6	5	4	3	2	1

Распределение элементов выполнено по элементам конформации с размерностью 4. Оно имеет вид

$$1,5 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2,6 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3,7 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4,8 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблица суммирования сконструирована на конформации в форме группы Клейна на матричной операции. Следовательно, суммирование в бинарном исчислении косвенно имеет связь с матричным произведением для матриц размерности 4.

Заметим, что группа перестановок генерирует на основе конформации Клейна ещё 5 новых конформаций, каждая из которых может быть применена для конструирования таблиц суммирований или произведений.

Для суммирования «годятся» те конформации, которые генерируют коммутативные, ассоциативные таблицы сумм. Если они иные, их можно рассматривать в качестве таблиц произведений для анализируемой конечной системы объектов произвольного вида.

Рассмотрим одну из возможных моделей произведения:

×	1	2	3	4	5	6	7	8
1	5	6	7	8	1	2	3	4
2	8	7	6	5	4	3	2	1
3	7	8	5	6	3	4	1	2
4	6	5	8	7	2	1	4	3
5	1	2	3	4	5	6	7	8
6	4	3	2	1	8	7	6	5
7	3	4	1	2	7	8	5	6
8	2	1	4	3	6	5	8	7

Эта таблица, при всей её кажущейся простоте, имеет богатые математические свойства.

Она частично коммутативна, так, например, имеем $1 \cdot 3 = 7 = 3 \cdot 1$, $2 \cdot 1 = 8, 1 \cdot 2 = 6$.

Она частично ассоциативна: $(2 \cdot 3)4 = 1, 2(3 \cdot 4) = 3$, $(3 \cdot 5)7 = 1, 3(5 \cdot 7) = 1, \dots$

Наличие пары операций позволяет найти спектр функциональных условий равновесия для объектов конечного множества. В частности, анализ показал наличие законов

$$\begin{aligned}
 x^2 \pm y^2 &= xy + yx, \\
 xz + yp &= xp + yz, \\
 (xyy - yxy) + (yxx - xyx) &= 0^+.
 \end{aligned}$$

Аналогичные законы имеют место для конечных множеств, сконструированных на произведениях, индуцированных местами значимых элементов и операцией структурного суммирования анализируемых объектов.

Принципиально разные операции произведений и суммирований имеют одинаковые законы. Этот пример иллюстрирует факт единства функциональных законов. Разные множества имеют их разный спектр. По спектру функциональных законов естественно решать проблему классификации множеств.

Поскольку неассоциативные, некоммутативные множества могут и должны характеризовать информационный обмен, мы приближаем математику к задаче классификации форм и стадий информационного обмена. Поскольку обмен информацией присущ всем без исключения объектам, конечные множества могут приблизить теорию и практику к углублению форм и средств информационного обмена и к управлению им.

Анализ информационного обмена предполагает исследование спектра языков реальности, применяемых разными объектами. Изначально ясно, что спектр языков безмерно широк и глубок. У языков могут быть разные способы и формы, а также приемы и средства кодирования и скрытности информации. Понятно, что есть языки, недоступные для слабой системы ощущений и реакций.

Сравнение алгоритма расширения конечных полей с алгоритмом конформаций

Конечное поле, состоящее из 2 элементов $F_2\{0,1\}$, при применении операций произведения и суммирования в форме произведений чисел с приведением результата по модулю 2 характеризуется таблицами

$\times$	0	1
0	0	0
1	0	1

,

$+$	0	1
0	0	1
1	1	0

.

Поле $F_{2^3} = F_8 = F_{2^n}$ принято конструировать как факторкольцо $K = F_{p(x)} / f(x)$ с неприводимым многочленом $f(x)$ степени n над полем F_p .

Недопустимость разложения общего полинома третьей степени вида

$$x^3 + ax^2 + bx + 1 \neq (x+1)(x^2 + ax + b + 1) = x^3 + ax^2 + bx + x + x^2 + ax + b + 1$$

обеспечивает пару условий и потому пару неприводимых функций:

$$\begin{cases} a=0, b=1 \rightarrow x^3 + x + 1, \\ a=1, b=0 \rightarrow x^3 + x^2 + 1. \end{cases}$$

Элементами расширенного поля являются классы вычетов многочленов со степенями меньше n по модулю главного идеала, порожденного неприводимым многочленом.

Для многочлена $f(x) = x^3 + x + 1$ элементы поля таковы:

0	1	x	$x+1$	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1
0	1	2	3	4	5	6	7

.

Проанализируем таблицу произведений элементов этого кольца в записи их числами, опустив ввиду тривиальности нулевой элемент (рассматривая его как «внешний» фактор). Она имеет вид

$\times$	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	3	1	7	5
3	3	6	5	7	4	1	2
4	4	3	7	6	2	5	1
5	5	1	4	2	7	3	6
6	6	7	1	5	3	2	4
7	7	5	2	1	6	4	3

.

Эта таблица ассоциативна согласно условиям генерации конечных полей. Кроме этого, она коммутативна, что позволяет рассматривать её как аналог некоторой таблицы сумм. Более того, ничто не мешает применять её для произвольных объектов, обозначенных номерами.

Данный алгоритм с элементами поля легко применить для операции суммирования. В итоге мы получаем конечное множество с двумя операциями, что позволяет анализировать модели различных алгебр. Достаточно ограничить класс алгебр некоторым типом функций для элементов множества.

Покажем, что ситуация выглядит проще и более конструктивно для расширения свойств конечных множеств, если подойти к проблеме с позиции конформаций.

Представим таблицу произведений как сумму элементов конформации с их заполнением элементами поля:

1	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	1
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0

2	0	1	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0

3	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	0	0	0	0

4	0	0	0	1	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0

5	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0

6	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0

7	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0
	0	1	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0

Специфика элементов конформации в том, что они имеют единую структуру номеров значимых мест при продольном и поперечном прочтении:

1

→

1

5

6

7

2

3

4

,

2

→

2

1

7

5

4

6

3

,

3

→

3

4

1

2

6

5

7

,

4

→

4

2

5

1

3

7

6

,

5

→

5

7

3

6

1

4

2

,

6

→

6

3

2

4

7

1

5

,

7

→

7

6

4

3

5

2

1

.

Функциональный «рисунок» номеров значимых мест можно применить для генерации пары новых операций. Их можно рассматривать, скорее, как операции произведения, так как они некоммутативны. Они имеют вид

α $\times$	1	2	3	4	5	6	7
1	1	5	6	7	2	3	4
2	2	1	7	5	4	6	3
3	3	4	1	2	6	4	7
4	4	2	5	1	3	7	6
5	5	7	3	6	1	4	2
6	6	3	2	4	7	1	5
7	7	6	4	3	5	2	1

,

β $\times$	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	5	1	4	2	7	3	6
3	6	7	1	5	3	2	4
4	7	5	2	1	6	4	3
5	2	4	6	3	1	7	5
6	3	6	4	7	4	1	2
7	4	3	7	6	2	5	1

.

Эти операции некоммутативны. Легко проверить их неассоциативность. Мы понимаем, что при некоторой аналогии стандартного алгоритма расширения конечных полей с новым алгоритмом расширения, базирующемся на системе конформаций, мы приходим к новому качеству математических моделей.

Неассоциативность, как известно, присуща задачам информационного обмена. Поэтому конформационное расширение конечных множеств генерирует алгебры нового типа, которым присущи свойства, недоступные в рамках алгоритма стандартного расширения полей.

Проиллюстрируем функциональные свойства пары операций произведения и указанной модели суммирования.

Имеет место закон $a^2 + b^2 = ab + ba$:

$\times$	a	b	$a^2 + b^2$	$ab + ba$
α, β	1	2	1	1
α, β	7	3	1	1
α, β	5	6	1	1
α, β	2	4	1	1

.

Справедливо условие $ac + bd = ad + bc$ «геометрического» типа:

$\times$	a	b	c	d	$ac + bd$	$ad + bc$
α	1	7	3	5	6	6
β	1	7	3	5	3	3
α	3	4	2	6	1	1
β	3	4	2	6	1	1
α	1	2	3	4	6	6
β	1	2	3	4	6	6
α	4	3	2	1	3	3
β	4	3	2	1	6	6

.

Имеет место условие объединения пары слагаемых с выполнением условия, что эта сумма есть аддитивный ноль анализируемого множества. В рассматриваемом случае такую функцию имеет объект под номером 1. Проиллюстрируем справедливость условия

$$(abb - bab) + (baa - aba) = 1.$$

Подтвердим его таблицей

$\times$	a	b	$abb - bab$	$baa - aba$	$\sum \theta_i$
α, β	1	2	7	4	1
α, β	7	3	6	3	1
α, β	5	6	6	3	1
α, β	2	4	7	3	1

Множество малой размерности имеет свойства, которые получены ранее для множеств с большим количеством элементов.

Сконструируем таблицы произведений и сумм для пары конформаций с размерностью матриц, равной 4. В этом случае теория полей Галуа в форме фактор кольца $Z/(4)$ базируется на таблицах вида

$\times$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

,

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

.

Другой вид имеют таблицы произведений и сумм на конформациях. Например, имеем пару таблиц произведений и пару таблиц сумм:

$\times$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

+	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В рассматриваемом случае пара конформации согласована между собой, так как вторая конформация (для суммы) есть отображение значимых мест первой конформации. Заметим, что речь идет об объектах со структурой и системе их внутренних отношений и мест.

Аналогично рассмотрим таблицу произведений на второй конформации и таблицу сумм, которая ассоциирована с ней:

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

+	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	2	1	4	3
3	3	2	1	4
4	4	3	2	1

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для второй конформации символы операций логично поменять местами, учитывая тот факт, что для чисел операция суммирования коммутативна и ассоциативна. Этот шаг кажется логически правильным. Но не все так просто.

Заметим, однако, что реальные жизненные ситуации могут быть самые разные. Конформации состоят из структурных объектов с системой взаимных отношений, они в состоянии описывать ситуации, которые выходят за границы моделей, основанных на свойствах чисел. И суммирование, и произведение могут иметь новые свойства, которые имеют лишь косвенную аналогию со свойствами числовых систем.

Представленные иллюстрации достаточны для генерации идеи «смешения» таблиц произведений и суммирований, относящихся к разным конформациям. В этом подходе анализ представляет спектр алгебр, основанных на парах конформаций.

В этом случае ничто не мешает ввести элементы конформационной динамики в задачи алгебраического плана. С одной операцией произведения могут динамично согласовываться разные операции суммирования. С одной операцией суммирования могут проявлять себя различные операции произведения. Понятно, что перемены операций могут и должны быть связаны с системой условий объективной и субъективной Реальности, которые нам следует учитывать.

С одной стороны, конформационная динамика способна учесть изменение внешних или внутренних условий для реальных объектов, представленных номерами в форме чисел. С другой стороны, так непосредственно проявляется гибкость алгебраических систем, а также их возможность описывать не только локальные изменения условий взаимодействия, но и глобальные перемены эволюционного типа.

Заметим, что обозначение реальных объектов номерами, как это сделано в таблицах произведений и суммирований, может применяться как средство для единого описания по этим таблицам самых разных объектов. Фактически речь идет о взаимодействии реальных объектов в количестве, равном размерности применяемых матриц.

Поскольку произведение и суммирование могут быть неассоциативными, мы имеем модели, описывающие разные варианты и возможности информационного взаимодействия. Со всех сторон понятно, что такое взаимодействие зависит от локальных условий получения и обработки информации в форме системы реакций. По этой причине «смешение» операций естественно и необходимо. Информационному взаимодействию присуща эволюция, которая может быть учтена средствами конформационной динамики.

Обратим внимание на наличие системы конформаций, основанной на группе перестановок. Это общее свойство для разного количества базовых объектов, которые могут быть представлены матрицами конечной размерности.

Если количество объектов равно 4, имеем такую систему базовых конформаций:

$$A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$E \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$F \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обратим внимание на свойства приведенных конформаций по матричному произведению. Первая и вторая конформации образуют группу на этом произведении. При объединении других пар конформаций это условие нарушается. Вторая группа получается при объединении первой конформации с двумя последними. В этом случае, естественно, следуя развиваемому подходу, одна операция может быть объединена с парой операций иного вида. Мы приходим к групповой модели конформаций, когда объединены между собой 3 операции. В стандартной ситуации их только 2. Заметим, что объединение других конформаций между собой выходит за границы модели их объединения в форме группы.

Следовательно, алгоритм перестановок генерирует 3 типа информационного обмена.

Приведенные конформации не исчерпывают все их многообразие. Отдельный элемент конформации можно рассматривать в качестве средства для генерации конформаций, которые выходят за границы базовых конформаций.

Проиллюстрируем эту возможность примерами на элементах конформации С:

$$C_1^* \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C_2^* \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C_3^* \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C_4^* \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Так обнаруживается спектр дополнительных свойств информационного взаимодействия на условиях одной конформации.

В данном случае применен прием единообразного сдвига значимых элементов вправо на одну единицу. Понятно, что есть другие возможности. В частности, элементы разных строк могут «двигаться» по разным законам. В рамках принятого подхода следует обеспечить такой алгоритм, при котором не нарушается мономиальность матриц.

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$C_1^{**} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C_4^{**} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Этот прием иллюстрирует факт, известный из жизни, что объекты при взаимодействии могут «меняться» в своих функциях и отношениях друг к другу.

Обратим внимание на тонкость, присущую уравнениям физики. Известно, что базовые, фундаментальные уравнения, к которым, согласно анализу, в частности относятся уравнения электромагнетизма и гравитации, не меняют своего вида при замене одной конформации на другую. Это означает, что параметры и связи физических сущностей, регистрируемых приборами, не зависят от того, что за конформация присутствует на эксперименте в процессе измерения параметров явления.

Информационное взаимодействие, как мы понимаем, зависит от того, на какой конформации оно реализуется. Следовательно, показания приборов следует рассматривать только как часть информации о исследуемом явлении. При всей полезности и правильности экспериментальных данных их требуется дополнить свойствами и структурой взаимодействий информационного типа. Это означает, что «внешние» проявления сущности, частично доступные системе измерительных устройств, не образуют полной картины. Требуются данные о «внутренней» сущности, которая базируется на свойствах информационного взаимодействия. Оно может проявить себя только на новых приемах и алгоритмах исследования явлений. В частности, ставится задача найти способы информационного обмена с явлениями и объектами, понимание которых на высоком уровне развития обеспечит исследователя средствами управления их структурой и свойствами.

Увеличение количества взаимодействующих объектов, следуя теории перестановок и алгоритмам конформационной динамики, ведет к увеличению спектра информационных взаимодействий.

Предварительный анализ свидетельствует, что во всех случаях есть некоторые общие законы функционального вида. В частности, они указаны выше в форме условий

$$a^2 + b^2 = ab + ba, (abb - bab) + (baa - aba) = 0,$$

$$\boxed{a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d} \Rightarrow ac + bd = ad + bc.$$

В этих случаях операция суммирования коммутативна и ассоциативна. Для конформаций с другими условиями суммирования общие законы перестают выполняться. Аналогичные выводы согласуются с жизненной практикой: если объект или их система «отклоняются» от стандартных, «общих» условий, они подчиняются новым законам в форме условий равновесия.

Проиллюстрируем это обстоятельство примером для конформации C_1^* . В этом случае пара таблиц имеет вид

$$C_1^* \Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} & \times & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 & \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 1 & \end{array}, \begin{array}{c|ccccc} & + & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & \\ 2 & 2 & 4 & 3 & 1 & \\ 3 & 3 & 1 & 4 & 2 & \\ 4 & 4 & 2 & 1 & 3 & \end{array}.$$

Простой расчет предъявляет локальные условия равновесия:

$$a=1, b=2 \rightarrow a^2 + b^2 = (ab + ba)^2, a=1, b=3 \rightarrow (a^2 + b^2)^2 = ab + ba,$$

$$a=2, b=3 \rightarrow ([2](a^2 + b^2))^2 = ab + ba, a=2, b=4 \rightarrow a^2 + b^2 = [2](ab + ba).$$

Изначально понятно, что предлагаемый формализм нетривиален с числовой точки зрения. Действительно, в рассматриваемом частном случае произведение и сумма единиц равны единице. С объектной точки зрения ситуация не выходит за рамки наличия особого объекта в их системе. Он имеет особые свойства. Однако аналогичным свойством обладает также объект под номером 2.

Аналогично спектр локальных свойств предъявляет смежный класс E группы перестановок из 4 элементов. В этом случае действуют такие операции произведения и суммирования:

$\times$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

,

$+$	1	2	3	4
1	1	3	4	2
2	2	4	3	1
3	3	1	2	4
4	4	2	1	3

.

На наборах из 4 объектов получим локальные законы геометрического типа

a	b	c	d	$ac + bd$	$ad + bc$	$f(a, b, c, d)$
1	2	3	4	4	4	$ac + bd = ad + bc$
3	2	1	4	2	4	$[2](ac + bd) = ad + bc$
2	4	3	1	3	1	$[3](ac + bd) = ad + bc$
1	4	2	3	2	3	$ac + bd = (ad + bc)^2$

.

В общем случае следует ожидать, что практика приведет нас к новым, необычным функциям, обеспечивающих принципиально новые стороны и свойства взаимодействий между объектами и самовоздействий. Отметим, что речь, прежде всего, идет о специфике и свойствах информационного взаимодействия.

Ассоциативная операция «глобализует» законы, неассоциативные операции дают спектр локальных законов. Если рассматривать неассоциативную операцию суммирования в качестве мутировавшей ассоциативной операции, мы приходим к согласованию указанных расчетов с жизненной практикой.

Действительно, если большинство исследователей подчинено ассоциативной операции суммирования информации, они привыкают к некоторой системе глобальных законов. Если же, хотя бы у кого либо, суммирование информации стало подчиняться неассоциативной таблице, тот обнаружит в своей практике спектр локальных законов равновесия.

Мутацию операций можно рассматривать как патологию восприятия, но есть и другая грань, которая тоже истинна: мутация операций есть источник и двигатель разного творчества.

Заметим, что многообразие $M^8(\alpha, \beta)$ с одной операцией суммирования и с парой операций произведения, обозначенных символами (α, β) , подчинено закону, следующему из алгебры Йордана вида

$$(x^2y)x + x(x^2y) + (yx^2)x + x(yx^2) = (xy)x^2 + x^2(xy) + (yx)x^2 + x^2(yx).$$

Происходит так потому, что на паре операций произведения выполняется условие $x^2 = x$. На других вспомогательных условиях генерируются новые, нелинейные системы отношений между элементами исследуемых множеств.

Неассоциативная модель разрешимости алгебраических уравнений в радикалах

Из алгоритма Галуа следует, что алгебраические уравнения разрешимы в радикалах, если разрешима его группа для элементов поля, индуцированных исходным уравнением. При этом разрешимы все уравнения со степенями меньше 5. При степенях 5 и выше уравнения могут быть разрешимы в радикалах, а могут быть и неразрешимы.

Разрешимость пришла в математику в форме алгоритма анализа коммутатора элементов анализируемой группы на основе исследования спектра выражений

$$\theta = [x, y] = x^{-1}y^{-1}xy.$$

Коммутатор может уменьшать количество элементов для анализа каждого следующего его уровня. Группа разрешима, если последовательность коммутаторов «сходится» к единице группы. Уменьшение количества элементов не влечет за собой автоматически разрешимость группы.

Если же коммутатор первого уровня не уменьшает количество элементов группы, то такая группа неразрешима.

Применим алгоритм указанного вида к моделям конформаций с разным количеством базовых слагаемых. Учтем хорошо известный факт, что количество корней алгебраического уравнения равно его высшему показателю степени. Учтем новый факт, что алгебра мест и отношений генерирует общие свойства структурного объекта без учета его деталей. Другими словами, модель конформаций генерирует точку зрения, что алгебраическое уравнение, если не принимать во внимание его коэффициенты и функциональный вид, есть структурный объект. Эта структура задана количеством его корней, а также ассоциированной с ними структурой отношений между корнями. По этой причине объектом исследования становится таблица отношений между корнями в некотором ее общем виде. Так «убираются» детали расчета и остаются для рассмотрения главные элементы проблемы.

Проведем сравнительный анализ разрешимости конформаций при количестве базовых составляющих равно 4, 5, 6. Заметим, что представление корней алгебраического уравнения числами представляет собой стандартный прием в алгебре мест и отношений. Такой подход дополнительно абстрагируется от числовых значений корней уравнения и от реальных связей между корнями.

Примем к рассмотрению только такие конформации, для которых её обратные элементы равны исходным элементам. Принимая в качестве единичного элемента элемент с номером 1, получим, подходя формально, две модели для произведения элементов конформаций:

Их разрешимость по алгоритму для групп очевидна согласно расчету:

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

→

1111=1	2121=3	3131=1	4141=3
1212=3	2222=1	3232=3	4242=1
1313=1	2323=3	3333=1	4343=3
1414=3	2424=1	3434=3	4444=1

×	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	2	1	4	3
3	3	2	1	4
4	4	3	2	1

→

$\xi 1 \xi 1 = 1$	1111=1
$\xi 2 \xi 2 = 3$	1313=1
$\xi 3 \xi 3 = 1$	3131=1
$\xi 4 \xi 4 = 3$	3333=1

$\xi = 1, 2, 3, 4,$

Обоснуем таблицу произведения элементов, применив неассоциативную модель произведения. Во-первых, введем формальные обозначения для элементов произвольной природы в виде строк, содержащих один значимый элемент. Например, это будут элементы

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & 1 & & & & 2 & & & & & 3 & & & & & 4 \end{array}.$$

Номер элемента указывает место значимого элемента в строке. В данном случае строка имеет 4 места, поэтому мы имеем дело с четырьмя формально представленными объектами.

Введем произведения строк, конструируя новый номер значимого элемента по паре элементов в зависимости от того, насколько значимые элементы близки друг к другу. Если элементы имеют одинаковые места, произведение имеет номер 1. Если они различны, возможны два числа в зависимости от того, насколько далеки значимые элементы друг от друга.

Проиллюстрируем этот алгоритм произведения парой таблиц. Зададим схему формального расположения элементов:

$\times \leftrightarrow$	1	2	3	4	5
	1 0 0 0 0	0 1 0 0 0	0 0 1 0 0	0 0 0 1 0	0 0 0 0 1
1	1 0 0 0 0	1 0 0 0 0	1 0 0 0 0	1 0 0 0 0	1 0 0 0 0
2	0 1 0 0 0	0 1 0 0 0	0 1 0 0 0	0 1 0 0 0	0 1 0 0 0
3	0 0 1 0 0	0 0 1 0 0	0 0 1 0 0	0 0 1 0 0	0 0 1 0 0
4	0 0 0 1 0	0 0 0 1 0	0 0 0 1 0	0 0 0 1 0	0 0 0 1 0
5	0 0 0 0 1	0 0 0 0 1	0 0 0 0 1	0 0 0 0 1	0 0 0 0 1

При расчете разницы значимых мест от второго элемента вправо получим таблицу

$\times \rightarrow$	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	5	1	2	3	4
3	4	5	1	2	3
4	3	4	5	1	2
5	2	3	4	5	1

При расчете разницы значимых мест от второго элемента влево получим таблицу

$\times \leftarrow$	1	2	3	4	5
1	1	5	4	3	2
2	2	1	5	4	3
3	3	2	1	5	4
4	4	3	2	1	5
5	5	4	3	2	1

Именно такого типа таблицы применены для 4 элементов. Они неассоциативны.

Выполним расчет «разрешимости» для 5 объектов, аналогичный расчету для 4 объектов:

×	1	2	3	4	5
1	1	5	4	3	2
2	2	1	5	4	3
3	3	2	1	5	4
4	4	3	2	1	5
5	5	4	3	2	1

$$\begin{aligned}
 1111 &= 1 \\
 1212 &= 4 \\
 \rightarrow 1313 &= 2, \dots \\
 1414 &= 5 \\
 1515 &= 3
 \end{aligned}$$

«Коммутатор» сохранил исходное количество и качество объектов. Значит, конформация не имеет свойства разрешимости.

Аналогично проявляет себя вторая базовая конформация:

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	5	1	2	3	4
3	4	5	1	2	3
4	3	4	5	1	2
5	2	3	4	5	1

$$\begin{aligned}
 1111 &= 1 \\
 1212 &= 3 \\
 \rightarrow 1313 &= 5, \dots \\
 1414 &= 2 \\
 1515 &= 4
 \end{aligned}$$

Проанализируем коммутаторы при количестве объектов, которое равно 6:

×	1	2	3	4	5	6
1	1	6	5	4	3	2
2	2	1	6	5	4	3
3	3	2	1	6	5	4
4	4	3	2	1	6	5
5	5	4	3	2	1	6
6	6	5	4	3	2	1

$$\begin{aligned}
 \xi 1 \xi 1 &= 1 \\
 \xi 2 \xi 2 &= 5 \\
 \xi 3 \xi 3 &= 3 \\
 \xi 4 \xi 4 &= 1 \\
 \xi 5 \xi 5 &= 5 \\
 \xi 6 \xi 6 &= 3
 \end{aligned}
 \rightarrow \xi = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$\begin{aligned}
 1111 &= 1 \\
 1313 &= 3 \\
 1515 &= 5 \\
 3131 &= 1 \\
 5151 &= 1
 \end{aligned}
 \begin{aligned}
 3535 &= 5 \\
 5353 &= 3
 \end{aligned}$$

Конформация неразрешима. Проанализируем вторую конформацию:

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	6	1	2	3	4	5
3	5	6	1	2	3	4
4	4	5	6	1	2	3
5	3	4	5	6	1	2
6	2	3	4	5	6	1

$$\begin{aligned}
 1111 &= 1 & 2121 &= 5 & 3131 &= 3 & 4141 &= 1 & 5151 &= 5 & 6161 &= 3 \\
 1212 &= 3 & 2222 &= 1 & 3232 &= 5 & 4242 &= 3 & 5252 &= 1 & 6262 &= 5 \\
 1313 &= 5 & 2323 &= 3 & 3333 &= 1 & 4343 &= 5 & 5353 &= 3 & 6363 &= 1 \\
 1414 &= 1 & 2424 &= 5 & 3434 &= 3 & 4444 &= 1 & 5454 &= 5 & 6464 &= 3 \\
 1515 &= 3 & 2525 &= 1 & 3535 &= 5 & 4545 &= 3 & 5555 &= 1 & 6565 &= 5 \\
 1616 &= 5 & 2626 &= 3 & 3636 &= 1 & 4646 &= 5 & 5656 &= 3 & 6666 &= 1
 \end{aligned}$$

Конформация неразрешима аналогично предыдущему варианту. На первый взгляд кажется, что мы получаем аналогию с условиями разрешимости алгебраических уравнений. Однако это не так.

Конформация на 7 объектах характеризуется неразрешимостью:

×	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	7	1	2	3	4	5	6
3	6	7	1	2	3	4	5
4	5	6	7	1	2	3	4
5	4	5	6	7	1	2	3
6	3	4	5	6	7	1	2
7	2	3	4	5	6	7	1

$1111=1$
 $1212=3$
 $1313=5$
 $\rightarrow 1414=7$
 $1515=2$
 $1616=4$
 $1717=6$

Однако конформация на 8 объектах разрешима:

×	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	8	1	2	3	4	5	6	7
3	7	8	1	2	3	4	5	6
4	6	7	8	1	2	3	4	5
5	5	6	7	8	1	2	3	4
6	4	5	6	7	8	1	2	3
7	3	4	5	6	7	8	1	2
8	2	3	4	5	6	7	8	1

$1111=1$
 $1212=3$
 $1313=5$
 $\rightarrow 1414=7$
 $1515=1$
 $1616=3$
 $1717=5$
 $1818=7$

Следовательно, проводимый расчет не соответствует теории Галуа, согласно которой алгебраические уравнения с показателем 8 не разрешимы в радикалах. В рассматриваемом подходе неразрешима конформация с количеством элементов, равных 3:

×	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	2	3	1

$1111=1$
 $\rightarrow 1212=3$
 $1313=2$

Очевидна неразрешимость конформации с 9 элементами:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	9	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	9	1	2	3	4	5	6	7
4	7	8	9	1	2	3	4	5	6
5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
6	5	6	7	8	9	1	2	3	4
7	4	5	6	7	8	9	1	2	3
8	3	4	5	6	7	8	9	1	2
9	2	3	4	5	6	7	8	9	1

$1111=1$
 $1212=3$
 $1313=5$
 $1414=7$
 $\rightarrow 1515=9$
 $1616=2$
 $1717=4$
 $1818=6$
 $1919=8$

Проиллюстрируем дальнейшую неразрешимость конформаций. При количестве объектов равном 10 имеем данные:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8
4	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7
5	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6
6	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5
7	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4
8	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3
9	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2
10	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1

→

$1111=1$
 $1212=3$
 $1313=5$
 $1414=7$
 $1515=9$
 $1616=1$
 $1717=3$
 $1818=5$
 $1919=7$
 $110110=9$

$1111=1$
 $1313=5$
 $1515=9$
 $1717=3$
 $1919=7$

Неразрешима не только эта конформация, но и последующие конформации с количеством объектов 11,12,13,14,15.

Следующая конформация разрешима:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
4	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
7	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
10	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7
11	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6
12	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5
13	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
14	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3
15	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2
16	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1

→

$1111=1$
 $1212=3$
 $1313=5$
 $1414=7$
 $1515=9$
 $1616=11$
 $1717=13$
 $1818=15$
 $1919=1$
 $110100=3$
 $111111=5$
 $112112=7$
 $113113=9$
 $114114=11$
 $115115=13$
 $116116=15$

$1313=5$ $1515=9$ $1717=13$ $111111=5$ $113113=5$ $115115=13$ $1919=1$
 $1515=9$ $1919=1$ $113113=9$
 $1919=1.$

Анализ показал, что разрешимы конформации с количеством объектов $n = 2^p$, $p = 1, 2, 3, 4...$ Именно эти числа применяются для перевода числа в двоичной записи в десятичную его форму.

Найдем формальную аналогию алгоритма разрешимости алгебраических уравнений по Галуа с алгоритмом разрешимости конформаций. Для этого, согласно проведенному анализу, требуется выполнить одно условие: алгебраические уравнения, которые разрешимы в радикалах, должны описываться конформациями с четным количеством элементов. Те же алгебраические уравнения, которые относятся к неразрешимым в радикалах, должны описываться конформациями с нечетным количеством элементов.

Заметим, что формализм конформаций базируется на системе реперов в форме строк, имеющих в строке один значимый элемент. Такой репер может быть поставлен в соответствие какому угодно фактору анализа. Это могут быть не только корни алгебраического уравнения, но и некоторые другие свойства, прямо или косвенно связанные с системой корней.

Заметим, что произведение элементов конформаций неассоциативно. По этой причине попытка анализа проблемы разрешимости алгебраических уравнений в радикалах означает реализацию намерения обосновать новую точку зрения на связи между корнями уравнений.

Фактически требуется найти алгоритм расчета количества элементов конформаций на основании неких дополнительных, не учтенных ранее свойств в системе корней уравнений и связях между ними.

Применим для достижения поставленной цели геометрические картины корней уравнений в форме вершин правильных многоугольников, соединенных между собой линиями. Ограничим анализ ситуацией, когда корни один раз объединяются последовательно друг с другом, а второй раз это соединение реализуется через один корень.

Принципиальное различие геометрических картин состоит в том, что при количестве корней уравнения, которое равно 5 или более, картины имеют внутри рисунок, дублирующий внешний контур многоугольника. Такого рисунка нет, если количество корней меньше 5.

Заметим, что при наличии 3 корней геометрическая картина не содержит внутренних линий, что свидетельствует об особом положении такой системы корней.

Учтем отмеченные обстоятельства математическими средствами. Зададим количество корней буквой n . Охарактеризует каждое отмеченное условие своим параметром. Отсутствие внутренних линий в треугольнике зададим параметром $\kappa = 1$. Наличие внутреннего рисунка, аналогичного внешнему рисунку многоугольника, зададим параметром $\gamma = 1$. Наличие корней и линий, которые их связывают, поставим в соответствие параметры $\alpha = 1, \beta = 1$.

Определим количество элементов конформаций, ассоциированных с алгебраическим уравнением, формулой

$$p = (\alpha + \beta + \gamma)(n + \kappa).$$

Числовая таблица для количества элементов конформаций на ближайшем наборе степеней алгебраических уравнений (количестве корней) имеет вид:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
α	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
β	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
γ	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
κ	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p	1	4	8	8	15	18	21	24	27	30	33	36	39

Такой формальный подход иллюстрирует ситуацию, но не объясняет ее. Тонкость в том, что неассоциативность конформаций проявляется через визуализации связей корней.

Связь алгоритма разрешимости конформаций с кодом перевода чисел

Коммутаторы для элементов групп базируется на выражении

$$\theta = [x, y] = x^{-1}y^{-1}xy.$$

Они могут уменьшать количество элементов группы с применением их затем для расчета новых коммутаторов. Группа разрешима, если последовательность коммутаторов «сходится» к единице группы. Уменьшение количества элементов не влечет за собой автоматически разрешимость группы.

Если же коммутатор первого уровня не уменьшает количество элементов группы, то такая группа неразрешима.

Мы применили ранее алгоритм указанного вида к моделям конформаций с разным количеством базовых слагаемых. Элементы конформации могут быть самые разные, их структура не конкретизируется. По этой причине они заданы номерами, а объектом исследования становится таблица отношений между номерами.

Анализ показал, что при количестве базовых объектов в конформации с числами

$$n = 4, 8, 16, 32 \dots$$

эти конформации разрешимы. Рассмотрим теперь конформации с малым числом элементов:

×	1
1	1

 $\rightarrow 1111 = 1,$

×	1	2
1	1	2
2	2	1

 $\rightarrow \begin{matrix} 1111 = 1 \\ 1212 = 1 \\ 2121 = 1 \\ 2222 = 1 \end{matrix}$

×	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	2	3	1

 $\rightarrow \begin{matrix} 1111 = 1 \\ 1212 = 3 \\ 1313 = 2 \\ 2222 = 1 \end{matrix}$

Две первых конформации разрешимы, третья конформация неразрешима.

Итогом анализа является представление системы разрешимых конформаций набором чисел128,64,32,16,8,4,2,1. Именно они применяются в алгоритме перевода числа в двоичной записи в число в десятичной записи. Проиллюстрируем этот алгоритм примером:

p	6	5	4	3	2	1	0	$n = 2^p$, $z = 42$
n	64	32	16	8	4	2	1	
ξ		1	0	1	0	1	0	
z		32	+	8	+	2	$\rightarrow$	

Базовый метод для чисел дополнен теперь выводом составляющих из теории конформаций.

Спектр конформационных расширений для алгебраических уравнений

Примем во внимание тот факт, что количество корней n любого алгебраического уравнения равно степени этого уравнения. Для применения алгоритма расширения конформаций нам требуется информация о количестве виртуальных объектов, на которых они основаны. Число корней уравнения есть один из параметров для нахождения требуемого числа.

Примем модель геометрического представления системы корней уравнения на плоскости в форме рисунка, соединяющего корни двумя способами. Пусть на первом этапе имеет место их последовательное соединение в замкнутую геометрическую фигуру. На втором этапе их можно соединить линиями, последовательно «обходя» соседнюю точку: принимаем второй уровень объединения корней.

Наличие корней, без их всякой детализации, поставим в соответствие параметр $\alpha = 1$ для каждого алгебраического уравнения. Аналогично поставим в соответствие наличию линий, которые объединяют корни в геометрическую фигуру, параметр $\beta = 1$.

Учтем специальные свойства, следующие из «картины» геометрической связи корней.

Во-первых, введем параметр $\gamma = 1$ для фигур, которые имеют внутренний рисунок, схожий с внешним рисунком. Он имеет место только для фигур с количеством внешних граней, равными 5, или более 5.

Во-вторых, введем параметр $\kappa = 1$ для фигур, в которых треугольники их рисунков не стыкуются друг с другом. Такая выделенная ситуация реализуется только для случая, когда число корней равно 3. Во всех других ситуациях этот параметр равен нулю.

Определим количество виртуальных объектов для стандартной конформации формулой

$$p = (\alpha + \beta + \gamma)(n + \kappa).$$

Для наглядности проиллюстрируем картину параметров и количество виртуальных объектов для конформаций таблицей:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
α	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
β	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
γ	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	...
κ	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
p	1	4	8	8	15	18	21	24	27	30	33	36	39	

Конформации представляют собой набор элементов в числе, равном p в форме ряда чисел, например

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	-----

свойства разрешимости которой обеспечиваются таблицей отношений единого вида.

Для размерностей 1,2 они таковы:

×	1
1	1

,

×	1	2
1	1	2
2	2	1

.

Заметим, что конформации некоммутативны и неассоциативны. Это сущностно отличает их от групп Галуа, которые ассоциативны. Поскольку неассоциативность ассоциирована с информационными аспектами взаимодействия, система введенных параметров иллюстрирует именно этот аспект подхода к проблеме. На одно из первых мест поставлена визуальная картина отношений между корнями уравнения в форме «точек» на плоскости и картины линий, которые их соединяют. Кроме этого, частично учтена специфика структуры генерируемых геометрических «картин».

Опять же, как и в подходе Галуа, речь не идет о детализации и конкретном виде корней уравнения. Возможно, так всегда нужно делать при решении задач общего вида в форме модели существования решений. Создана модель «виртуального» описания ситуации на основе информации, которая представляется достаточной для решения задачи. Понятно, что изменение состава параметров способно изменить общие выводы и обеспечить новые итоги. В рассматриваемом подходе это легко понять на основе модели мутации геометрической картины, допуская неполноту линий или варианты их «склеивания».

Анализ расширения неассоциативных конформаций, проведенный ранее, позволяет сделать выводы, которые идентичны выводам из алгоритма Галуа, базирующемся на модели групп со свойством ассоциативности.

Доказано, что конформации с четным количеством виртуальных слагаемых $p = 4, p = 8$ разрешимы. Естественно разрешима конформация с $p = 1$. Конформации более высоких порядков неразрешимы, чему «помогает» коэффициент 3 в условиях генерации числа объектов.

Следовательно, алгебраические уравнения с количеством корней, которое равно или более 5, принципиально отличаются, следуя алгоритму разрешимости конформаций, от алгебраических уравнений с меньшим количеством корней. Учитывая аналогичный результат Галуа, мы вправе сделать заключение: разрешимость конформаций является условием разрешимости алгебраических уравнений в радикалах.

Заметим, что неразрешимость общих уравнений в радикалах не является препятствием для возможности таких решений в неких частных ситуациях. Алгоритм Галуа учитывает это, так как его группа базируется на коэффициентах исследуемых алгебраических уравнений.

В рассматриваемом случае возможность согласования неразрешимости уравнений с их разрешимостью заложена в конформационном подходе. Мутация геометрических связей между корнями позволяет ввести нулевые значения в системе параметров. Этого достаточно для перехода одной ситуации в другую.

Проиллюстрируем эту грань модели примером:

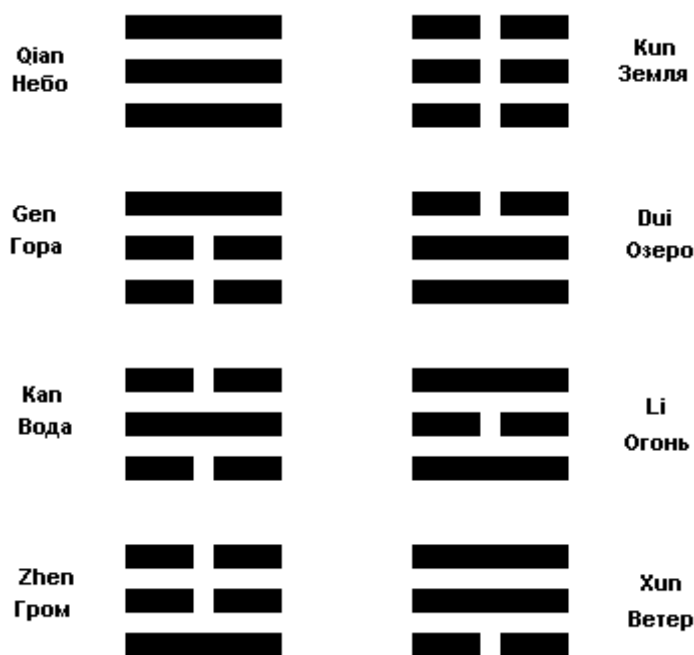
n	α	β	γ	$\alpha + \beta + \gamma$	p	sol
8	1	1	1	3	24	–
8	1	1	0	2	16	+
8	1	0	1	2	16	+
8	0	1	1	2	16	+
8	1	0	0	1	8	+
8	0	1	0	1	8	+
8	0	0	1	1	8	+

Из таблицы вовсе не следует, что разрешимых ситуаций больше, чем неразрешимых. Более того, она свидетельствует, что такие возможности есть, но это не означает, что их легко реализовать. Понятно, что для практического нахождения корней и их применения выполненный анализ мало что дает. Однако он интересен в математическом аспекте.

Философские аспекты алгоритма конформационных расширений

Из древности известны китайские триграммы. Они иллюстрируют, с философской точки зрения, соединение двух начал для любого объекта и явлений в Реальности. Есть мужское начало Ян, представляемое отрезком сплошной линии. Есть женское начало Инь, представляемое прерывистой чертой из двух отрезков. Их комбинаторное объединение генерирует 8 триграмм. По-китайски они называются Цянь, Дуи, Ли, Чжень, Сюнь, Кань, Гэнь, Кунь. На русском языке им соответствуют слова: небо, озеро, огонь, гром, ветер, вода, гора, земля. Триграммы располагают в два столбца. Первый столбец соответствует мужскому началу в реальности. Второй столбец ассоциируют с женским началом.

Диаграммы имеют вид:



При анализе разрешения конформаций выяснилось, что есть разрешимые и неразрешимые конформации. Это свойство зависит определяющим образом от количества виртуальных элементов конформации. Их спектр в настоящее время известен: все конформации с числом элементов $p = 2^k, k = 1, 2, 3, \dots \rightarrow 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$ разрешимы. При другом их количестве имеет место неразрешимость.

Предпримем попытку философского осмысления ситуации на основе конструкции триграмм. Будем описывать разрешимые конформации отрезком сплошной линии, а те конформации, которые неразрешимы, представим парой разделенных отрезков.

Учтем тот факт, что дополнение базовой ситуации описывается на основе произведения начального набора элементов на числа 2 и 3. Мы получаем из-за этого три вида конформаций, согласованных между собой. Они имеют представление в форме триграмм.

Проиллюстрируем эту возможность примерами: земле соответствует диаграмма с числом объектов-5, 10, 15, озеру соответствует диаграмма с числом объектов 8, 16, 24. В другой терминологии, относящейся к анализу семьи, это будут «мама» и «дочь».

Эти триграммы есть часть из полного набор триграмм. Можно принять гипотезу: алгебраические уравнения есть аналог островов в океане истин. При интерпретации их как мамы с дочерью мы понимаем, что такая ситуация недостаточна для полноты жизни. Объединение триграмм по парам, тройкам и т. д. обогащают спектр возможностей анализа.

Соединению диаграмм по парам с расположением их сверху и внизу соответствует их множество, которое применяется в разнообразных алгоритмах гадания. Мы имеем таблицу

низ		верх							
									
Крепость		1	43	14	34	9	5	26	11
Радостность		10	58	38	54	61	60	41	19
Ясность		13	49	30	55	37	63	22	36
Подвижность		25	17	21	51	42	3	27	24
Проникновенность		44	28	50	32	57	48	18	46
Опасность		6	47	64	40	59	29	4	7
Незыблемость		33	31	56	62	53	39	52	15
Самоотдача		12	45	35	16	20	8	23	2

Согласно принятой интерпретации этих двойных гексаграмм, верхняя гексаграмма характеризует духовное состояние объекта, нижняя гексаграмма характеризует физическое его состояние. Пара состояний согласована между собой по «резонансному» соответствию линий одного уровня на паре гексаграмм.

Заметим структуру в системе гексаграмм. Если мы сравним различие соседних диаграмм в строках и в столбцах, мы обнаружим, что оно задается числовой последовательностью

$$\delta_{ij} \Rightarrow 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1.$$

Её удобно проиллюстрировать диаграммой

				Δ_{ij}	=	δ_{ij}	–	1			
2						*					
1		*							*		
0											

Мы имеем «горный массив», состоящий из трех вершин. Средняя вершина выше крайних, косвенно указывая на свою значимость при объединении двух начал. Если принять её как регулятор связи духовного и физического начал, речь пойдет о значимости «резонанса» их отношений. «Резонанс» отношений легко представить новой гексаграммой, если принять во внимание возможность записи гексаграмм числами двоичного кода.

Проиллюстрируем получение гексаграммы «резонанса» по элементам её верха и низа:

	–		–		1	–	–	–		1	–	–	–
0	–		–	+	1	–	–	–	=	1	–	–	–
1	–	–	–		0	–		–		1	–	–	–

Так подсказывает философия расширение спектра свойств модулей Коши в теории полей.

Фундаментальная связь группы знаков с модулями Коши

Алгебра мест базируется на группе Z_2 с элементами 0,1. Эти же элементы применяются при матричном представлении группы перестановок. Такой метод позволяет получить некие общие свойства анализируемых конечных множеств, не учитывая специфику исследуемых объектов. Это знать неплохо, но недостаточно для решения конкретных задач.

В свое время потребовалось ввести отрицательные числа. Они генерировали новую математику, дополнив числовые множества уникальным числом ноль. Новая математика позволила описывать явления взаимного обмена предметами, а, позднее, энергией, например, в форме тепла, обмена импульсом и т.п. Еще сложнее «приходили» в математику комплексные числа, не говоря уже о дуальных и двойственных числах. И как чудны идемпотенты, если их рассматривать с позиции жизненной практики!

Параллельно развивались модели операций с числами, а, позднее с функциями и их свойствами. Развитие привело к пониманию базисов множеств, а также к конструированию множеств с набором свойств. Таковы кольца и поля, векторные пространства и группы, алгебры и группы.

Однако почти вся математика, так или иначе, при всех ее успехах в решении практических задач, оставалась и остается математикой ассоциативной. Этого достаточно при идеологии Ломоносова: «если где-то что-то убыло, то где-то это прибыло».

Здесь нет специфики, привычной для информационных процессов: возможна передача чего-то многим объектам с сохранением информации у передающего объекта. Более того, при такой передаче информация может не только не потеряться, но и улучшиться. Легко доказать и проиллюстрировать многочисленными примерами, что для описания передачи информации требуется неассоциативная математика.

Более того, практика убедила нас в том, что мы плохо понимаем, что представляет из себя информация, каковы ее формы, а также способы и свойства её передачи, восприятия, сохранения, подчинения информации. Речь идет о постижении языков любых объектов: растений, животных, планетных систем, Галактик, а не только людей.

Соответственно требуются перемены в оценке логики, присущей информационным процессам. А поскольку на логике базируется этика, значит, требуются перемены в понимании и применении этики на всех уровнях материи и во всех ее формах.

В спектре рассматриваемых вопросов на «теневой» стороне Истин находится тема о свойствах знаков, применяемых в математике. Эти свойства кажутся особо простыми и очевидными. В стороне остается их фундаментальная значимость для математики и практики. Ведь далеко не одинаково для любого человека что-то отдать или что-то принять. Знаки способны математически представить ситуации такого плана. Но на этой стадии их применения из рассмотрения «уходят» тонкости, связанные с учетом специфики процессов, которые мы описываем или желаем описать. Понятно, что концепция и модели знаков уже давно и настойчиво требуют пересмотра и развития.

С моей точки зрения, ситуация аналогично качественному изменению математики, когда объектом ее исследования стали не просто числа, а матрицы в форме двумерной модели их объединения. С одной стороны, эти модели приблизили анализ к концепции структурных объектов, которые согласованно действуют на системе базовых составляющих. С другой стороны, обнаружили качественно новые свойства числовых систем и операций.

Знаки в математике можно рассматривать как аналог управляющих факторов, которые присоединены к числам, матрицам, функциям или к чему-то другому. От их наличия зависит, что будет далее с парой объектов или их системой, куда направят знаки управляемые ими объекты. Это легко понять на простейших примерах.

Однако легко понять и другое: возможно принципиальное обобщение концепции и форм «знаков», применяя, например, их матричную структуру или комплексный вид. Эти свойства требует учесть практика. И эти свойства новы и фундаментальны.

На простом примере проанализируем понятие группы знаков. Будем рассматривать их как самостоятельные математические объекты, которые имеют принятые нами давно известные свойства произведения

$$+\cdot+=+, +\cdot-=-\cdot+=-, -\cdot- =+.$$

Представим ситуацию в матричном виде, заметив аналогию с суммированием чисел 0,1:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline + & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}, 1 \leftrightarrow -, 0 \leftrightarrow + \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \cdot & - & + \\ \hline - & + & - \\ \hline + & - & + \\ \hline \end{array}.$$

Табличное представление «изоморфизма» знаков и пары чисел позволяет формально ввести операцию суммирования знаков, применив для этого продолжение указанной аналогии с изменением знаков операций. Другими словами, примем точку зрения, что суммирование знаков можно выполнять по аналогии с произведением пары чисел в двоичной системе счета. Тогда имеет место соответствие

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \times & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, 0 \leftrightarrow -, 1 \leftrightarrow + \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline + & - & + \\ \hline - & - & - \\ \hline + & - & + \\ \hline \end{array}.$$

Свойства «минуса» в таком подходе являются преобладающими при суммировании знаков. Это меняет структуру привычных суммирований. Например, получим

$$-3+2=-1=-2+3.$$

Этот вывод непривычен для нашей практики, базирующейся на ассоциативной математике. Но он может иметь место при описании информационных процессов, обеспечивая, таким образом, например, проявление неассоциативности.

Для матричного объекта, переходя к матричной системе знаков, естественно применять матрицы знаков, что существенно меняет структуру и динамику исследуемых явлений и процессов.

Естественно проанализировать и применять на практике алгебру знаков.

Проиллюстрируем модель группы знаков на примере их объединения в систему из 3 знаков. Получим таблицу произведений:

·	+++	-++	+--+	++-	-+-	+--	--+	---
+++	+++	-++	+--+	++-	-+-	+--	--+	---
-++	-++	+++	--+	-+-	+++	---	+--+	+--
+--+	+--+	--+	+++	+--	---	+++	-++	-+-
++-	++-	-+-	+--	+++	-++	+--+	---	--+
-+-	-+-	+++	---	-++	+++	--+	+--	-+-
+--	+--	---	++-	+--+	--+	+++	-++	-+-
--+	--+	+--+	-+-	---	+--	-++	+++	++-
---	---	++-	-+-	--+	+--+	-++	++-	+++

Фундаментальность рассматриваемой группы знаков проявляет себя через связь этой группы с модулями Коши для неприводимых полиномов степени 3 типа $f(x) = x^3 + x^2 + 1$.

Проиллюстрируем её таблицей:

n	1	2	4		1	x	x^2		ξ		$f(-,+)$
0	0	0	0		0	0	0		$0=0$		+++
1	1	0	0		1	0	0		$1=1$		--+
2	0	1	0		0	1	0		$x=\alpha$		+--
3	1	1	0		1	1	0		$1+x=\alpha^2$		---
4	0	0	1		0	0	1		$x^2=\alpha^3$		++-
5	1	0	1		1	0	1		$1+x^2=\alpha^4$		-+-
6	0	1	1		0	1	1		$x+x^2=\alpha^5$		+-+
7	1	1	1		1	1	1		$1+x+x^2=\alpha^6$		---
8	0	0	0		0	0	0		$0=0$		+++
9	0	0	0		0	0	0		$0=0$		+++

Следовательно, суммирование модулей Коши можно рассматривать как аналог произведения элементов знаковой группы.

Представим этот результат таблицей:

.	+++ 0	--+ 1	+--+ x	++- x^2	-+- $1+x^2$	+-- $x+x^2$	--- $1+x$	--- $1+x+x^2$
+++ 0	+++ 0	--+ 1	+--+ x	++- x^2	-+- $1+x^2$	+-- $x+x^2$	--- $1+x$	--- $1+x+x^2$
--+ 1	--+ 1	+++ 0	--- $x+1$	-+- x^2+1	++- x^2	--- $1+x+x^2$	+--+ x	+--+ x^2+x
+--+ x	+--+	--- 0	+++ 0	++-	---	++-	--- 0	--- 0
++- x^2	++-	-+-	++-	+++ 1	++-	++-	---	---
-+- $1+x^2$	-+-	++-	---	-+-	+++ 1	---	++-	++-
+-- $x+x^2$	+--	---	++-	++-	++-	+++ 0	++-	++-
--- $1+x$	---	++-	++-	---	++-	++-	+++ 0	+++ 0
--- $1+x+x^2$	---	++-	++-	---	++-	++-	+++ 0	+++ 0

Эта связь углубляет смысл группы знаков и упрощает понимание формы и сущности модулей Коши, по-новому представляет некоторые грани функционального анализа.

Модули Коши можно применить для конструирования модели неассоциативного множества. Проиллюстрируем этот алгоритм примером.

Рассмотрим неприводимый полином степени 4 вида $x^4 + x + 1$. Для конструирования модулей Коши применим базовые элементы $1, x, x^2, x^3$. По указанному алгоритму на группе знаков получим таблицу:

n	1	x	x^2	x^3	$f(x)$	$f(+, -)$	$x = 2$
1	1	0	0	0	1	- + + +	1
2	0	1	0	0	x	+ - + +	2
3	0	0	1	0	x^2	+ + - +	4
4	0	0	0	1	x^3	+ + + -	8
5	1	1	0	0	$1 + x$	- - + +	3
6	1	0	1	0	$1 + x^2$	- - + -	5
7	1	0	0	1	$1 + x^3$	- + + -	9
8	0	1	1	0	$x + x^2$	+ - - +	6
9	0	1	0	1	$x + x^3$	+ - + -	10
10	0	0	1	1	$x^2 + x^3$	+ + - -	12
11	1	1	1	0	$1 + x + x^2$	- - - +	7
12	1	1	0	1	$1 + x + x^3$	- - + -	11
13	0	1	1	1	$x + x^2 + x^3$	+ - - -	14
14	1	0	1	1	$1 + x^2 + x^3$	- + - -	13
15	1	1	1	1	$1 + x + x^2 + x^3$	- - - -	15
16	0	0	0	0	0	+ + + +	16

Составим теперь единую таблицу сумм и произведений:

$+, \times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	$\times$
1	16	5	6	7	2	3	4	11	12	14	8	9	15	10	13	1	1
2	5	16	8	9	1	11	12	3	4	13	6	7	10	15	14	2	2
3	6	8	16	10	11	1	14	2	13	4	5	15	9	7	12	3	4
4	7	9	10	16	12	14	1	13	2	3	15	5	8	6	11	4	8
5	2	1	11	12	16	8	9	6	7	15	3	4	14	13	10	5	3
6	3	11	1	14	8	16	10	5	15	7	2	13	12	4	9	6	5
7	4	12	14	1	9	10	16	15	5	6	13	2	11	3	8	7	9
8	11	3	2	13	6	5	15	16	10	9	1	14	4	12	7	8	6
9	12	4	13	2	7	15	5	10	16	8	14	1	3	11	6	9	10
10	14	13	4	3	15	7	6	9	8	16	12	11	2	1	5	10	12
11	8	6	5	15	3	2	13	1	14	12	16	10	7	9	4	11	7
12	8	7	15	5	4	13	2	14	1	11	10	16	6	8	3	12	11
13	15	10	9	8	14	12	11	4	3	2	7	6	16	15	1	13	13
14	10	15	7	6	13	4	3	12	11	1	9	8	5	16	2	14	14
15	13	14	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	1	2	16	15	15
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	16
$\times$	1	2	4	8	3	5	9	6	10	12	7	11	13	14	15	16	$\times$

Модули Коши на значении $x=2$ трансформировали порядковые номера элементов в новые их значения. На основе этих изменений сконструирована таблица произведений, основанная на «смещении» номеров, задав один из вариантов мутации взаимных отношений в системе абстрактных объектов. С одной стороны, мутацию можно считать обусловленной внешними факторами, с другой стороны, она может задавать трансформацию восприятия, вызванную изменением физиологии объектов или некими авторитарными обстоятельствами.

Единая таблица произведений и сумм удобна для исследования функциональных свойств анализируемого множества, состоящего из 16 объектов.

Обратим внимание на математические аспекты произведения и суммирования. Общим свойством пары операций является коммутативность, что естественно упрощает анализ. Сумма ассоциативна, как это принято в стандартных теориях. Произведение в основном неассоциативно, что позволяет обнаружить ряд фундаментальных свойств анализируемого множества.

Анализ предъявил ряд фундаментальных законов, характерных для алгебры мест и отношений:

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= ab + ba, \\a, b, c, d &\rightarrow ac + bd = ad + bc, \\f(a, b, c) &= abc + bca + cab = cba + bac + acb = f(c, b, a), \\a(ba^2)a + a^2(ab)a^2 &= a(a^2b)a + a^2(ba)a^2, \\a^3 + b^3 &= a^2 + b^2, \dots\end{aligned}$$

Аналогично свойствам рекуррентных соотношений в алгебре мест и отношений имеем генерацию циклов в «поведении» объектов. Проиллюстрируем примером систему вида

$$\begin{aligned}x(k+1) &= x(k) + y(k), \\y(k+1) &= x(k) \cdot y(k).\end{aligned}$$

Например, получим таблицу

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$x(k)$	5	9	4	5	12	9	11	5
$y(k)$	7	2	12	4	1	14	3	4

После небольшой «релаксации» система выходит на циклическое поведение.

Рассмотрим другой пример на основе соотношений

$$\begin{aligned}x(k+1) &= x(k) + 3, \\y(k+1) &= y(k) + x(k).\end{aligned}$$

Такой тип отношений, когда один объект управляется внешним фактором, а другой объект учитывает мнение первого объекта, также генерирует цикл:

k	0	1	2	3	4
$x(k)$	5	11	5	11	5
$y(k)$	7	9	14	13	7

Матричное представление группы знаков и модулей Коши

Легко задать группу знаков (а потому и модули Коши) матрицами, приблизив их теорию к привычному виду.

Рассмотрим представление вида

$$\begin{array}{cccc}
 (-+++) & (+-++) & (++-+) & (+++-) \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (1) & (2) & (3) & (4) \\
 (--++) & (-+-+) & (-++-) & (+--+) \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (5) & (6) & (7) & (8) \\
 (+--+) & (++--) & (----+) & (----) \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (9) & (10) & (11) & (12) \\
 (+----) & (-+---) & (----) & (++++) \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\
 (13) & (14) & (15) & (16)
 \end{array}$$

Введем операцию произведения строк матриц на соответствующие строки. Если элементы расположены в одном столбце, ставим им взамен значимый элемент в первом столбце. Если элементы расположены далеко друг от друга, ставим им в соответствие значимый элемент в конце строки.

Проиллюстрируем произведение примером, сопоставив его с произведение знаков:

$$\begin{array}{ccccccc}
 0001 & 1000 & 1000 & 0001 & \leftrightarrow & - & + & + & - \\
 0001 & 0001 & 1000 & 1000 & \leftrightarrow & - & - & + & +. \\
 1000 & 0001 & 1000 & 0001 & \leftrightarrow & + & - & + & -
 \end{array}$$

Мы имеем матричное представление с операцией для строк, которое дает те же результаты, что и произведение знаков.

Кольцо группы знаков в ее матричном представлении

Рассмотрим матричное произведение матриц, представляющих группу знаков. Получим таблицу

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	13	16	16	1	13	13	15	16	1	1	13	15	1	15	15	16
2	14	16	16	2	14	14	15	16	2	2	14	15	2	15	15	16
3	12	16	16	3	12	12	15	16	3	3	12	15	3	15	15	16
4	11	16	16	4	11	11	15	16	4	4	11	15	4	15	15	16
5	10	16	16	5	10	10	15	16	5	5	10	15	5	15	15	16
6	9	16	16	6	9	9	15	16	6	6	9	15	6	15	15	16
7	8	16	16	7	8	8	15	16	7	7	8	15	7	15	15	16
8	7	16	16	8	7	7	15	16	8	8	7	15	8	15	15	16
9	6	16	16	9	6	6	15	16	9	9	6	15	9	15	15	16
10	5	16	16	10	5	5	15	16	10	10	5	15	10	15	15	16
11	4	16	16	11	4	4	15	16	11	11	4	15	11	15	15	16
12	3	16	16	12	3	3	15	16	12	12	3	15	12	15	15	16
13	1	16	16	13	1	1	15	16	13	13	1	15	13	15	15	16
14	2	16	16	14	2	2	15	16	14	14	2	15	14	15	15	16
15	16	16	16	15	16	16	15	16	15	15	16	15	15	15	15	16
16	15	16	16	16	15	15	15	16	16	16	15	15	16	15	15	16

Таблица предъявляет 4 вида управлений в системе объектов.

С одной стороны, есть 4 объекта

13		4
10		9

,

которые сохраняют себя при управлении любым из этих объектов и не меняют других объектов при внешнем управлении.

Есть два множества из 4 объектов, которые при взаимодействии в своей системе превращаются соответственно в объекты под номером 15 и 16, аналогично меняя другие объекты, которые управляют ими

15		7
14		12

→ 15,

16		2
8		3

→ 16.

Всё множество элементов есть кольцо с 4 единицами и без обратных элементов.

Есть еще одно множество, состоящее из 4 элементов, которое «учитывает», с позиции данных элементов, наличие взаимных пар в рассматриваемой системе

11		1
6		5

Их можно представить диаграммой вида

		15	↔	16		
		7	↔	8		
9	↔	6		1	↔	13
10	↔	5		2	↔	14
11	↔	4		3	↔	12

Диаграмма приобретает наглядность, если взамен номеров объектов поставить буквы, характеризующие тип действий этих объектов. Примем такие обозначения

$$4,9,10,13 \Rightarrow a, \quad 1,5,6,11 \Rightarrow b, \quad 7,12,14,15 \Rightarrow c, \quad 2,3,8,16 \Rightarrow d.$$

Получим буквенную диаграмму

		<i>c</i>	↔	<i>d</i>		
		<i>c</i>	↔	<i>d</i>		
<i>a</i>	↔	<i>b</i>		<i>b</i>	↔	<i>a</i>
<i>a</i>	↔	<i>b</i>		<i>d</i>	↔	<i>c</i>
<i>b</i>	↔	<i>a</i>		<i>d</i>	↔	<i>c</i>

Внутреннему кругу одних элементов соответствует внешний круг других элементов. Пары блоков по 4 элемента согласованы между собой. Есть различие их свойств и связей между собой. Таковы математические аспекты ситуации. Они не совсем понятны. Было бы желательно найти некое применение им на практике, связать возможности анализируемого множества с жизненной практикой.

Удобнее всего попытаться найти аналогию законов, которым подчинено данное множество, со свойствами алгебры мест и отношений. Тогда становится понятным его место в системе других множеств.

Представим полученные результаты в компактной наглядной форме.

Тип 1: объекты, представленные матрицами, сохраняют себя при взаимодействии со «своими» и не меняют тех, кто влияет на них. Система матриц такова:

$$\begin{array}{cccc}
 (4) & (9) & (10) & (13) \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
 (+ \ + \ + \ -) & (+ \ - \ + \ -) & (+ \ + \ - \ -) & (+ \ - \ - \ -)
 \end{array}$$

Тип 2. При влиянии на себя и своих, а также при внешнем влиянии слева генерируется один элемент с номером 15. Матрицы таковы:

$$\begin{array}{cccc}
 (7) & (12) & (14) & (15) \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
 (- \ + \ + \ -) & (- \ - \ + \ -) & (- \ + \ - \ -) & (- \ - \ - \ -)
 \end{array}$$

Тип 3. При влиянии на себя и своих, а также при внешнем влиянии слева генерируется один элемент с номером 16. Матрицы таковы:

$$\begin{array}{cccc}
 (2) & (3) & (8) & (16) \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\
 (+ \ - \ + \ +) & (+ \ + \ - \ +) & (+ \ - \ - \ +) & (+ \ + \ + \ +)
 \end{array}$$

Тип 4. При влиянии на себя и на других генерируется второй элемент из системы пар элементов:

$$\boxed{1 \leftrightarrow 13} \quad \boxed{2 \leftrightarrow 14} \quad \boxed{3 \leftrightarrow 12} \quad \boxed{4 \leftrightarrow 11} \quad \boxed{5 \leftrightarrow 10} \quad \boxed{6 \leftrightarrow 9} \quad \boxed{7 \leftrightarrow 8} \quad \boxed{15 \leftrightarrow 16}.$$

Таблицы имеют вид:

$$\begin{array}{cccc}
 (1) & (5) & (6) & (11) \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\
 (- \ + \ + \ +) & (- \ - \ + \ +) & (- \ + \ - \ +) & (- \ - \ - \ +)
 \end{array}$$

Скрытые свойства группы знаков в матричном представлении

Постановка вопроса о скрытых свойствах группы знаков кажется абсурдной до модели ее матричного представления. Из структуры введенных матриц следует, что у них есть «свободные» места, которые не меняют результата матричных произведений по «внешнему» контуру этих матриц.

По этой причине появляется возможность «внутреннего заполнения» матричных мест матрицами размерности 2. В этом случае имеет место естественное расширение количества анализируемых матриц. Однако функциональные свойства новых множеств не разрушают структуру типовых отношений. Меняется только количество действующих «объектов».

Этот прием заполнения и учета внутренних свойств в системе объектов интересен с физической, экспериментальной точки зрения. Действительно, если измерительные приборы в состоянии получить и передать информацию только по «внешним» характеристикам объектов, они не могут оценить и рассчитать количество и качество внутренних слагаемых. Но внутренние свойства способны проявлять себя во «внешнем» мире, что может усложнить понимание и интерпретацию экспериментальных данных.

Проанализируем расширение матричного множества при учете во внутренних местах матриц различных групп размерности 2.

Пара матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

в два раза увеличивает количество «действующих» матриц, аналогично в два раза меняется количество элементов в типовых блоках. Их теперь 8.

Расширение на группе

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

генерирует 4-кратное увеличение элементов множества и типовых блоков. Теперь каждый блок содержит 16 элементов.

Максимальное расширение обеспечивается группой вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Теперь каждый типовой блок содержит 32 элемента.

Функциональное представление предъявленной картины расширения задается числом элементов в типовых блоках вида

$$N = 2^k, k = 2, 3, 4, 5.$$

Заметим, что размерность разрешимых фундаментальных конформаций характеризуется аналогичным выражением без ограничений на значения натуральных чисел.

Легко понять, что возможны другие расширения. Например, внутреннее пространство матриц можно заполнить матрицами, которые обозначим номерами:

$$1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

которые «сохраняют себя» на матричной и на комбинаторной операциях.

Действительно, получим условия на комбинаторной операции произведения строк на строки вида

$$\begin{array}{rcccl}
 \overline{1} & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 4 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 \dots & & & & \\
 \overline{4} & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 4 & 0 & 1 & 0 & 1
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{rcccl}
 & & & \times & \\
 \hline
 & 0 & 1 & 1 & 0 & =3 \\
 & 0 & 1 & 0 & 1 & =4 \\
 & 1 & 0 & 0 & 1 & =1 \\
 & 0 & 1 & 1 & 0 & =2 \\
 \dots & & & & & \\
 & & & \times & \\
 \hline
 & 0 & 1 & 1 & 0 & =2 \\
 & 1 & 0 & 0 & 1 & =1 \\
 & 0 & 1 & 0 & 1 & =4 \\
 & 1 & 0 & 1 & 0 & =3
 \end{array}
 ,$$

На комбинаторном и матричном произведениях соответственно получим таблицы

$\begin{array}{c} k \\ \times \end{array}$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	3	2	1
3	1	2	3	4
4	2	1	4	3

,

$\begin{array}{c} m \\ \times \end{array}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	3	4
3	3	4	3	4
4	4	3	3	4

.

Матричное произведение по структуре таблицы «поддерживает» структуру исходных элементов, генерируя мономиальность и расположение элементов по столбцам.

Комбинаторное произведение имеет таблицу, расположение элементов в которой дает 4 матрицы в форме группы Клейна. Обозначим их номерами

$$1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдем их матричное произведение. Оно задается таблицей

$\begin{array}{c} m \\ \times \end{array}$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	3	2	1
3	1	2	3	4
4	2	1	4	3

.

Она идентична таблице комбинаторных произведений для предыдущих матриц размерности 2. Расстояние от нефизических матриц к физическим оказалось небольшим.

Примем в качестве операции суммирования для анализируемых матриц сумму модулей Коши. В таком сочетании операций множество подчинено функциональным законам вида

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= xy + yx, \\x, y, z, p &\rightarrow xy + yp = xp + yz, \\x(yx^2)x + x^2(xy)x^2 &= x(x^2y)x + x^2(yx)x^2, \\(xy)y + x(xy) &= x(yy) + (xx)y, \dots\end{aligned}$$

Эти свойства нетривиальны, особенно если учесть некоммутативность и наличие 4 типов управлений в рассматриваемом множестве.

Рекуррентная динамика множества подчинена циклическим законам. Рассмотрим модель

$$x(k+1) = x(k) + y(k), y(k+1) = x(k) \cdot y(k).$$

Получим таблицу значений для конкретной ситуации:

k	0	1	2	3	4
$x(k)$	3	14	2	14	2
$y(k)$	7	15	15	15	15

Рассмотрим модель рекуррентной динамики с внешним управлением

$$x(k+1) = x(k) + y(k), y(k+1) = x(k) \cdot y(k) + 11.$$

При тех же начальных данных динамика будет иной, соответствуя таблице

k	0	1	2	3	4	5	6
$x(k)$	3	14	6	15	14	9	15
$y(k)$	7	4	9	2	11	6	2

При всем отсутствии достаточных оснований мы обнаруживаем также аналогию между кольцом матриц, представляющих знаковую группу с матричной операцией и структурной теорией частиц света.

Согласно структурной модели частицы света состоят из атомов света, соединенных между собой аналогично страницам в книге.

Атомы света имеют пару гравитационных предзарядов, связанных между собой и расположенных в центре и пары соединенных электрических предзарядов, движущихся на периферии. Вместе они образуют единый объект.

С физической точки зрения предложена гипотеза, что предзаряды образованы из струн в форме ориентированных одномерных изделий с существенно малыми размерами. Однако не было никаких математических оснований для описания структуры предзарядов.

Сейчас мы можем применить наборы из четырех элементов матричной группы знаков

$$4, 9, 10, 13 \Rightarrow a, \quad 1, 5, 6, 11 \Rightarrow b, \quad 7, 12, 14, 15 \Rightarrow c, \quad 2, 3, 8, 16 \Rightarrow d$$

в качестве элементов математической теории для предзарядов.

Функциональная зависимость объектного множества от принятой им программы

Жизненная практика свидетельствует, что функциональные свойства системы объектов зависят от того, какой программе подчинена эта система. Понятно, что программа может быть принята, так или иначе, по желанию или воле системы объектов. Есть и другой вариант, когда программа «навязана» системе.

Простейшей является ситуация, когда одной программе подчинены все объекты. Но может быть так, что разные программы действуют на разные объекты. При этом может быть динамика изменения подчинению программам в системе объектов, что естественно усложняет задачу анализа полного спектра функциональных возможностей и состояний.

Проиллюстрируем функциональную зависимость системы объектов от программы, которой она подчинена при условии, что единой программе подчиняются все объекты.

В качестве программы поведения выберем пару операций: операцию произведения и операцию суммирования.

Рассмотрим систему, состоящую из 4 произвольных объектов: a, b, c, d .

Подчиним её операциям суммирования и произведения для поля $K = Z_2 / x^2 + 1$. Получим соответствия

+	0	1	x	$x+1$		+	a	b	c	d
0	0	1	x	$x+1$		a	a	b	c	d
1	1	0	$x+1$	x	$\Rightarrow$	b	b	a	d	c
x	x	$x+1$	0	1		c	c	d	a	b
$x+1$	$x+1$	x	1	0		d	d	c	b	a

$\times$	0	1	x	$x+1$		$\times$	a	b	c	d
0	0	0	0	0		a	a	a	a	a
1	0	1	x	$x+1$	$\Rightarrow$	b	a	b	c	d
x	0	x	$x+1$	1		c	a	c	d	b
$x+1$	0	$x+1$	1	x		d	a	d	b	c

В такой ситуации объекты подчинены правилам, которые «продиктованы» свойствами элементов поля.

Система объектов подчинена спектру законов. Укажем их пару:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \begin{cases} \alpha + \beta, \\ (\alpha + \beta)^2, \end{cases}$$

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta \rightarrow \alpha\gamma + \beta\delta = \delta\beta + \gamma\alpha.$$

В первом равенстве есть пары, подчиняющиеся одному закону, а также есть пары, которые подчиняются другому закону. Второе равенства выполняется для 4 элементов, взятых в произвольном порядке.

Первая и вторая операции ассоциативны и коммутативны. Конечно, такая модель сущностно проста. Из физической практики следует, что в этом случае имеют место законы сохранения энергии, импульса. Выполняется закон равновесия в отдаче чего-то одним объектом и получении этого другим объектом. Это и понятно, так как просты законы для элементов поля. Поскольку похожие программы не единственны, представляет интерес задача получения функциональных законов на другой, аналогичной программе.

Рассмотрим классы объектов, соответствующие вычетам по модулю числа 4. В этом случае система из 4 произвольных объектов подчинена новым программам:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline + & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & b & c & d & a \\ \hline c & c & d & a & b \\ \hline d & d & a & b & c \times \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ \hline 3 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & a & a & a \\ \hline b & a & b & c & d \\ \hline c & a & c & a & c \\ \hline d & a & d & c & b \\ \hline \end{array}.$$

В такой модели спектр функциональных законов расширился:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \begin{cases} \alpha\beta + \beta\alpha, \\ \alpha + \beta, \\ (\alpha + \beta)^2, \end{cases} \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta \Rightarrow \begin{cases} \alpha\gamma + \beta\delta = \alpha\delta + \beta\gamma, \\ \alpha\gamma + \beta\delta = \delta\beta + \gamma\alpha. \end{cases}$$

Объединим новую операцию произведения с предыдущей операцией суммирования:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & d & a & b & c \\ \hline c & c & d & a & b \\ \hline d & b & c & d & a \\ \hline \end{array}.$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline + & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & b & c & d & a \\ \hline c & c & d & a & b \\ \hline d & d & a & b & c \times \\ \hline \end{array}.$$

Получим законы

$$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha\beta + \beta\alpha, \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta \Rightarrow \begin{cases} \alpha\gamma + \beta\delta = \alpha\delta + \beta\gamma, \\ (\alpha\gamma + \beta\delta)^2 = (\delta\beta + \gamma\alpha)^2. \end{cases}$$

Следовательно, спектр функциональных законов управляется программой для объектов.

Физическая сущность и глубина группы знаков

Покажем, что группа знаков приближает анализ и исследование структуры физических объектов, их динамики и условий равновесия. В частности, на ее основе упрощается понимание ряда глубинных проблем физики.

Конструктивнее всего подойти к этой теме на примере матриц размерности 4, так как именно они образуют математическую основу большинства физических расчетных моделей.

За начало анализа примем конформацию из 4 матриц в форме группы Клейна:

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применим к элементам группы знаковую группу, состоящую из пяти элементов. Произведение матриц на знаковую группу реализуем на основе изменения знаков значимых элементов матриц согласно расположения знаков в элементах знаковой группы. Получим модель конформации, расширенной группой знаков. Указанные 4 матрицы можно считать элементами с тривиальным расширением.

Элементы знаковой группы таковы:

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix}.$$

Получим 3 конформации с разным расположением знаков:

$$\begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Дополнение этих матриц 16 матрицами с глобально измененными знаками генерирует матричную группу, привычную и удобную в применениях в физических теориях.

Запишем полученную систему матриц несколько иначе, дополнив ее обозначениями:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$E \qquad a_1 \qquad a_2 \qquad a_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$E \qquad b_1 \qquad b_2 \qquad b_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$E \qquad c_1 \qquad c_2 \qquad c_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$E \qquad e_1 \qquad e_2 \qquad e_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$E \qquad f_1 \qquad f_2 \qquad f_3$

Изменение базовой конформации посредством системы знаков дополнило её ещё тремя *знаковыми конформациями*. Кроме этого, мы имеем 4 диагональные знаковые матрицы. На их основе естественно задаются единичные элементы на диагонали

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$0,25(c_1 + c_2 + c_3 + E) \quad 0,25(-c_1 + c_2 - c_3 + E) \quad 0,25(c_1 - c_2 - c_3 + E) \quad 0,25(-c_1 - c_2 + c_3 + E)$

На паре знаковых конформаций записываются уравнения электродинамики Максвелла:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_x - iB_x \\ E_x - iB_x \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_x + iB_x \\ E_x + iB_x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Теория записана на паре кватернионов, объединяя в себе 6 комплексных матричных единиц. Уравнения для связей полей и индукций имеют аналогичную форму.

Аналогично на паре других знаковых конформаций записываются дифференциальные уравнения гравитации в матричной форме:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} L_x - iK_x \\ L_y - iK_y \\ L_z - iK_z \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} L_x + iK_x \\ L_y + iK_y \\ L_z + iK_z \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ s_0 \end{pmatrix}.$$

До введения в расчет группы знаков применяемая математика была «далека» от задач, которые имеют физический смысл и широкое применение на практике. Группа знаков стала катализатором расчетных моделей. Сейчас она применяется во всех фундаментальных теориях.

Элементы матричной алгебры естественно выражаются через элементы базовой конформации, дополненной знаковыми конформациями. Проиллюстрируем это примерами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \dots$$

По указанным причинам и применениям естественно придать группе знаков статус фундаментальной группы.

Полный набор выражений для элементов матричной алгебры на основе знаковых конформаций выглядит так:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$0,25(a_3 + b_3 + e_3 + f_3) \quad 0,25(a_2 + b_2 + e_2 + f_2) \quad 0,25(a_1 + b_1 + e_1 + f_1)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$0,25(-a_3 - b_3 + e_3 + f_3) \quad 0,25(-a_1 + b_1 + e_1 - f_1) \quad 0,25(a_2 + b_2 - e_2 - f_2)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$0,25(-a_2 - b_2 + e_2 + f_2) \quad 0,25(a_1 - b_1 + e_1 - f_1) \quad 0,25(-a_3 + b_3 - e_3 - f_3)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$0,25(-a_1 - b_1 + e_1 + f_1) \quad 0,25(-a_2 + b_2 + e_2 - f_2) \quad 0,25(a_3 - b_3 + e_3 - f_3)$$

Поскольку любая матрица может быть представлена на основе элементов матричной алгебры, мы понимаем, что за основу физической модели следует взять систему знаковых конформаций.

Физическую модель можно трактовать как *резольвенту конформаций*, если обобщить понятие резольвенты, полагая, что так называются прямые или косвенные выражения, которые ассоциированы с конформациями. Эти выражения могут быть явно связаны с элементами конформаций, как это показано на примере уравнений электродинамики и гравитации. Эти связи могут быть косвенными, что позволяет конструировать аналог резольвент, применяемых при решении проблемы разрешимости алгебраических уравнений в радикалах. «Несимметричные» выражения типа

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

естественны в конформационных моделях.

Группа знаков как концентратор характеристик групп

Иногда то, что внешне представляется особо простым, имеет систему сложных, скрытых сторон и свойств, знание которых дарит нам понимание глубины «простого» объекта или системы. Группу знаков можно рассматривать в качестве примера соотношения простой внешности и внутренней глубины конечной системы объектов.

Рассмотрим 4 объекта в форме столбцов, которые содержат знаки:

$$E = \begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix}, \alpha = \begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix} \rightarrow n = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \pmod{4}.$$

Их номера заданы по сумме номеров для знаков минус в их столбцах по модулю числа 4.

Введем произведение объектов по элементам соответствующих строк. Результат обеспечивается согласно стандартному правилу перемножения знаков

$$+ \cdot + = +, - \cdot + = + \cdot - = -, - \cdot - = +.$$

Очевидно, что каждый элемент в этом случае обратен себе и произведения пары элементов коммутативны

$$\xi = \xi^{-1}, \xi\eta = \eta\xi.$$

У нас есть группа, порядок которой (число элементов) равно $2^2 = 4$. Следовательно, группа имеет подгруппы Силова, состоящие из двух элементов.

В данном случае имеется 3 такие подгруппы:

$$H_1 \Rightarrow E = \begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix}, \alpha = \begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix}, H_2 \Rightarrow E = \begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix}, H_3 \Rightarrow E = \begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix}.$$

0 1 0 2 0 3

Следовательно, группа знаков есть непростая группа.

Произведение неединичных элементов на себя дает единичную матрицу. Это значит, что подгруппы циклические. На языке теории групп это условие означает, что группа знаков имеет кручение.

Поскольку группа коммутативна (абелева), её подгруппы $H_i, i=1,2,3$ нормальны. Другими словами, равны классы элементов произведения элементов базовой группы на любую из указанных подгрупп

$$gH_i = H_i g.$$

Группа знаков разрешима из-за коммутативности и равенства прямых и обратных элементов:

$$x^{-1}y^{-1}xy = x^{-1}y^{-1}yx = E.$$

Группа транзитивна согласно стандартному условию $(g_1 g_2)(g_2 g_3) = (g_1 g_3)$.

Проиллюстрируем транзитивность группы знаков примером:

$$\begin{pmatrix} + & + \\ - & - \\ + & - \\ - & + \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} + & + \\ - & + \\ - & - \\ + & - \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} + & + \\ + & - \\ - & + \\ - & - \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix}.$$

Группа знаков нильпотентна степени 1, так как центральный ряд генерирует единицу группы на первом шаге

$$[E, \xi] = \xi^{-1} E \xi E = E.$$

Рассмотрим действия знаковой группы на группе Клейна

$$M \Rightarrow m_i, i=1,2,3,4 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Множество всех действий группы на множестве генерирует 4 системы элементов, которые принято называть орбитами группы. Тонкость в том, что повторное действие на полученные элементы может сохранять новое множество.

В рассматриваемом случае таких орбит 4:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, действие знаковой группы на группе Клейна не транзитивно, так как мы имеем 4 орбиты, при транзитивности она одна. Однако действие свободно и эффективно.

Резольвенты связей между корнями алгебраического уравнения

Расположим пять корней алгебраического уравнения степени 5 в форме пятиконечной звезды, на вершинах которой, двигаясь по ходу часовой стрелки, они расположены с номерами от 1 до 5. Следуя рисунку, составим резольвенту связей между корнями в форме суммы соединяемых значений корней:

$$\tau_a = x_1x_3 + x_3x_5 + x_5x_2 + x_2x_4 + x_4x_1.$$

Сконструируем циклическую группу на основе этой резольвенты. На начальной стадии сопоставим резольвенте исходную матрицу. Для этого расположим в каждой строке 1 на месте, указываемом для номера строки в форме первого значения, значением индекса второго элемента. Затем значимые элементы будем последовательно сдвигать на единицы вправо.

В итоге получим набор матриц вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Резольвента при указанном «прочтении» и операциях сдвига значимых элементов позволила генерировать подгруппу группы перестановок. Этот шаг имеет аналог в методе Галуа, хотя в нем группа Галуа конструируется согласно автоморфизмам в структуре корней алгебраического уравнения. Указанная группа иная: она ассоциирована со структурой резольвенты связей корней.

Данная группа разрешима. Поэтому ее применение в качестве критерия разрешимости уравнения степени 5 в радикалах обеспечивает ответ, что это возможно. Такой вывод не соответствует практике. По-видимому, из-за неправильности приведенного ответа данная резольвента не применялась для анализа разрешимости в радикалах уравнения степени 5.

Ситуация, как и оценка, меняются при конформационном подходе.

Следуя ему, корни уравнения обозначаются цифрами, указанными в индексах корней. На основе модели резольвенты конструируется таблица «произведения» корней уравнения. Единице ставится в соответствие стандартный порядок чисел. Каждая последующая строка заполняется по условиям резольвенты и номеров в предыдущей строке.

Так конструируется конформационная таблица отношений между корнями уравнения согласно модели резольвенты. В нашем случае она такова:

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	3	4	5	1	2
3	5	1	2	3	4
4	2	3	4	5	1
5	4	5	1	2	3

Эта таблица неассоциативна, а конформация неразрешима.

Неассоциативность проверяется легко. Доказательство неразрешимости конформации занимает несколько строк. Действительно, укажем таблицей обратные элементы конформации

x	1	2	3	4	5
x^{-1}	1	4	2	5	3

Рассмотрим вопрос о разрешимости конформации, анализируя возможность генерации единиц на основе выражения, стандартного для теории групп

$$\mathcal{G} = x^{-1}y^{-1}xy.$$

$$\begin{pmatrix} 1111 = 1 \\ 1412 = 4 \\ 1213 = 2 \\ 1514 = 5 \\ 1315 = 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4121 = 2 \\ 4422 = 5 \\ 4223 = 3 \\ 4524 = 1 \\ 4325 = 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2131 = 3 \\ 2432 = 1 \\ 2233 = 4 \\ 2534 = 2 \\ 2335 = 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5141 = 4 \\ 5442 = 2 \\ 5243 = 5 \\ 5544 = 3 \\ 5345 = 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3151 = 5 \\ 3452 = 3 \\ 3253 = 1 \\ 3554 = 4 \\ 3355 = 2 \end{pmatrix}.$$

С аналогичной ситуацией мы имеем дело при анализе связевой конформации, которая соединяет в функциональное выражение корни уравнения степени 5 при движении по внешнему контуру пятиугольника.

В этом случае резольвента связей имеет вид

$$\tau_b = x_1x_5 + x_5x_4 + x_4x_3 + x_3x_2 + x_2x_1.$$

Группа, ассоциированная с этой резольвентой, аналогична предыдущей группе. Только она начинается с другого элемента:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблица отношений конформационного типа выглядит так:

$\times$	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	5	1	2	3	4
3	4	5	1	2	3
4	3	4	5	1	2
5	2	3	4	5	1

Она неассоциативна и неразрешима, что легко проверить, так как в этом случае обратные элементы совпадают с самими элементами.

Заметим, что этот вид конформации можно принять за её фундаментальный вид для любой размерности матриц при исследовании разрешимости конформаций.

Конформационная инициация системы скрытых решений алгебраических уравнений

Согласование стандартных результатов о разрешимости алгебраических уравнений разных степеней согласно ассоциативной теории полей с аналогичным неассоциативным представлением таких возможностей иницирует проблему скрытых решений.

Согласно неассоциативному подходу к решениям алгебраических уравнений разных степеней есть принципиальная разница между уравнениями с четными и нечетными степенями.

Конформации со степенями уравнений согласно формуле $s = 2^k, k = 0, 1, 2, \dots$ разрешимы на модели фундаментальных произведений, согласованных с резольвентами связей между корнями исследуемых уравнений.

Не разрешимы конформации с другими степенями. В частности, в рассматриваемом подходе «неразрешимы» алгебраические уравнения степени 3. Однако этот вывод в конформационном анализе противоречит установленным фактам.

«Исправить» анализ и его итог удастся с пониманием того факта, что, возможно, конформационный подход по-иному рассматривает проблему размерности конформаций, ассоциированных с анализируемыми уравнениями. Это понятно тем исследователям данного спектра задач, кто убедился в том, что пространство решений алгебраического уравнения имеет более высокую размерность, чем пространство структуры этих уравнений. На самом деле, мы знаем, что решения уравнений в радикалах задаются не только на основе коэффициентов уравнения. В общем случае для этого требуются корни разных степеней из единицы, а также «воображаемые числа» в форме, например, модулей Коши.

Другими словами, структура решений алгебраических уравнений имеет 3 параметрических уровня. По этой причине естественно рассматривать конформации не только на количестве корней уравнения, но на многообразиях более высокой размерности. Это обстоятельство косвенно проявляет себя при решении именно алгебраического уравнения степени 3. Формулы Кардано задают, в общем случае, не три корня, а 9 корней. Только с учетом дополнительного требования мы приходим к системе из 3 корней. По этой причине, не принимая дополнительное условие абсолютно, мы вправе рассматривать эти 6 решений как решения скрытого типа или скрытые решения.

Такой необычный ракурс использования возможностей решения Кардано естественен в конформационной, неассоциативной теории. Получается так потому, что неассоциативность естественна в задачах с передачей информации. В ассоциативной теории этих возможностей нет. По этой причине, явно или косвенно, неассоциативное рассмотрение любой проблемы иницирует расширение пространства параметров, учитываемых при анализе.

Сказать так легко. Но отсюда не следует, что и как нужно сделать, чтобы расширить анализ с его ассоциативного уровня на неассоциативный уровень.

Приближение итогов конформационного анализа проблемы существования решений алгебраических уравнений в радикалах можно достичь разными приемами и средствами. Один путь указан нами ранее на основе формулы для вычисления размерности конформации, ассоциированной со степенью алгебраического уравнения. Формула учитывает не только степень уравнения, но также и спектр параметров, ассоциированных с геометрической картиной связи решений, представленных числами.

В этом случае размерность конформаций для степеней 1, 2, 3, 4 соответствует закону, указанному ранее в форме степеней числа 2. Такие конформации разрешимы, что обеспечивает корреляцию такого результата со стандартной теорией Галуа.

Другие размерности конформаций подчинены формуле

$$s = 3p = 3(n + 4), n = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь p – степень анализируемого алгебраического уравнения.

Эта формула генерирует по степеням уравнений нечетные числа для размерности конформаций:

n	1	2	3	4	
p	5	6	7	8	,...
s	15	18	21	24	

Фундаментальные конформации с нечетным числом своей размерности неразрешимы. Этот результат согласуется со стандартной теорией Галуа.

Однако теория Галуа «останавливается» на результатах выполненных доказательств. Она «сделала» многое, что до неё никому не было доступно. Но эта модель базируется на свойствах групп, она ассоциативна. И потому её возможности ограничены.

Конформационный подход позволяет рассматривать доказательство возможности или невозможности построения решений алгебраических уравнений в радикалах в качестве важного, но начального шага в исследовании их свойств.

Высокая размерность пространства конформаций обеспечивается множителем 3 для алгебраических уравнений со степенью 5 и более. С формальной и философской точек зрения мы как-бы объединяем в одно целое три пространства с одинаковой размерностью. Этот шаг нетривиален, однако его можно рассматривать в качестве источника и генератора ряда новых проблем.

Ситуация становится конструктивной с философской точки зрения, как только мы станем рассматривать алгебраические уравнения как средство для генерации 3-уровневого спектра решений. Такой анализ представляет интерес с принятием идеи, что стандартный подход позволяет получить данные, которые характеризуют «тело» некоторого объекта или системы, ассоциированных с рассматриваемым уравнением.

В «тени» или вообще за пределами анализа, хотя он может быть многообразно и многогранно расширен, находятся параметры «сознания» и «чувств» объекта, представленного алгебраическим уравнением.

С физической точки зрения такой подход конструктивен. Дело в том, что обычно уравнения алгебраического типа представляют собой некие решения дифференциальных уравнений с определенными граничными и начальными условиями. При анализе решений алгебраического уравнения дополнительные физические параметры не анализируются или «остаются в тени». Заметим, что почти все такие решения следуют из ассоциативной теории. По этим соображениям, если конформационная модель инициирует расширение спектра решений алгебраических уравнений, такую деятельность можно только приветствовать. Более того, если анализ «выведет» на некие свойства «сознаний» и «чувств», то это тем более интересно.

Проиллюстрируем задачу, инициируемую конформационным подходом к решению алгебраических уравнений, геометрическим рисунком:

○		○		○		○		○
↑		↑		↑		↑		↑
●		●		●		●		●
↓		↓		↓		↓		↓
○		○		○		○		○

Есть 5 корней алгебраического уравнения степени 5. Они обозначены темными точками. На основе этого уравнения и методов конформационного анализа требуется найти пару новых решений, что обозначено пока пустыми кругами и разными направлениями стрелок.

Перестановочные трансформации фундаментальной конформации размерности 5

Проанализируем изменение элементов фундаментальной конформации размерности 5

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\theta_1 \qquad \qquad \theta_2 \qquad \qquad \theta_3 \qquad \qquad \theta_4 \qquad \qquad \theta_5$

под влиянием перестановок, задаваемых матрицами

$$\alpha_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

следуя алгоритму $\varphi = \alpha_i \theta_j \cdot \alpha_i^{-1} \theta_j$. Таким способом мы проверяем перестановочную инвариантность резольвенты

$$S = x_1 x_5 + x_5 x_4 + x_4 x_3 + x_3 x_2 + x_2 x_1.$$

Первая матрица взята из набора элементов фундаментальной конформации в матричном представлении. Вторая матрица есть четная перестановка элементов. Третья матрица есть нечетная перестановка элементов.

Анализ представил зависимость законов преобразования от действующего фактора.

Первая матрица преобразует элементы конформации в себя согласно закону

$$(\alpha_0 \theta_i \cdot \alpha_0^{-1} \theta_i)^3 = \theta_i.$$

Вторая и третья матрицы действуют по новому правилу:

$$(\alpha_i \theta_j \cdot \alpha_i^{-1} \theta_j)^k = E, k = 2, 3, 5.$$

Степени трансформации разных элементов конформации зависят от действующих элементов согласно таблице:

	$k(\alpha_1)$	$k(\alpha_2)$
θ_2	3	2
θ_3	5	3
θ_4	5	3
θ_5	3	2

Предложенный алгоритм позволяет функционально оценить, насколько та или подстановка эффективна для сохранения функциональной резольвенты.

Проиллюстрируем алгоритм расчетом. Выберем

$$\theta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_0^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_0 \theta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_0^{-1} \theta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \alpha_0 \theta_2 \cdot \alpha_0^{-1} \theta_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \sigma_0, \sigma_0^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_0^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \theta_2, \\ \alpha_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \alpha_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \alpha_1 \theta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_1^{-1} \theta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \alpha_1 \theta_2 \cdot \alpha_1^{-1} \theta_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \sigma_1, \sigma_1^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_1^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E, \\ \alpha_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_2^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_2 \theta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_2^{-1} \theta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \alpha_2 \theta_2 \cdot \alpha_2^{-1} \theta_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \sigma_3, \sigma_3^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E. \end{aligned}$$

Похожие результаты получаются для других элементов фундаментальной конформации.

Квадрики, ассоциированные с фундаментальной 5-резольвентой

Фундаментальная 5-резольвента определена выражением

$$S = x_1x_5 + x_5x_4 + x_4x_3 + x_3x_2 + x_2x_1.$$

Ей соответствует система матриц, представляющих циклическую группу. Элементы такой группы согласованы между собой функционально. Покажем это на примере:

$$u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$u^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, s^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$u^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, s^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, u^3 \cdot s^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$u^4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Функциональное согласование полученных матриц представим законом в форме квадрики

$$u^4 + s^2 - 2u^3s^3 = 0.$$

Анализ предъявил новые законы при выборе других пар матриц. Они таковы:

$$u^4 + s^3 - 2u^3s^3 = 0, u^4 + s - 2u^3s^3 = 0.$$

Запишем их в единой форме на паре независимых переменных

$$y^4 + x^k - 2y^3x^3 = 0, k=1, 2, 3.$$

Тогда обнаруживается спектр геометрических свойств 5-резольвенты на плоскости. Они достаточно сложны.

Трансляционно-знаковое конструирование мономиальных матриц

Будем рассматривать мономиальные матрицы, у которых в каждой строке и каждом столбце есть только один значимый элемент, обозначенный числом 1. Остальные элементы равны нулю. Под трансляцией значимых элементов будем понимать их перемещение на одно или несколько мест по «своим» строкам. Параллельно будем анализировать четность матриц, рассматривая их как перестановки объектов с номерами, соответствующими местам значимых элементов в столбцах.

В ситуации с матрицами размерности 3 имеем такие данные:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 3 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{matrix}$$

Три первые матрицы характеризуются четными перестановками, они образуют группу по матричному произведению. Тройка других матриц имеет тип нечетных перестановок, они дополняют указанные матрицы до группы всех перестановок из трех элементов, сформировав смежный класс этой группы.

Трансляционный алгоритм генерации матриц естественно продолжается на матрицы более высокой размерности. Для этого достаточно стартовать с матриц, у которых на первом месте в первой строке стоит единица и она дополнена матрицами с меньшей размерностью.

Представим набор матриц порядка 4:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Трансляции на одно значимое место превратили 3 мономиальные матрицы с типом четных перестановок в 12 матриц с разным типом перестановок.

Только элементы первой строки образуют группу по матричному произведению. Другие «наборы» таким свойством не обладают.

Проанализируем матрицы следующего ряда:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Мы получили полный набор матриц, которые характеризуют перестановки из 4 элементов. Аналогично можно получить 120 матриц размерности 5.

В этом есть важный момент, который следует отметить. Принимая фундаментальный принцип, что Реальность учитывает и реализует все возможности, мы на конкретном примере иллюстрируем один из методов, как этого можно достичь в задаче конструирования всех перестановок из 4 элементов.

Принцип учета всех возможностей предполагает и допускает применение и реализацию других алгоритмов решения одной и той же задачи. Покажем, что ситуация с генерацией всех перестановок допускает другую модель. В этой модели имеет место набор трансляций по строкам разных ориентаций. С ними можно «связать» группу знаков, если ориентации вправо поставить в соответствие знак «плюс», а ориентации влево поставить в соответствие знак «минус».

Проиллюстрируем новый алгоритм генерации перестановок из 4 элементов с формальным представлением согласованных с ним столбцов для группы знаков. Получим первый набор матриц:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix}, \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix}, \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Получим второй набор матриц:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix}, \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix}, \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Мы получили теперь другим способом полный набор матриц, ассоциированных с перестановками 4 объектов.

Сравнение с предыдущим алгоритмом, с позиции группы знаков, единицей которой является набор из «плюсов» в том, что в первом случае группа знаков состоит из «единиц», а во втором случае порядок группы знаков равен 4. Другими словами, расширение группы означает изменение алгоритма «компоновки» элементов матричного представления группы перестановок.

Заметим, что мы не конкретизируем структуру и величины объектов. С физической точки зрения речь может идти о наборе самых разных представителей Реальности. Это может быть, например, Галактика, муха, яблоко, красивая женщина. Тем не менее, при всем их различии, которое скрыто в модели перестановок, они генерируют единые свойства. По этой причине применение матричного представления группы перестановок можно рассматривать в качестве математического средства для исследования самых общих сторон и свойств, присущих произвольной системе объектов без указания их величин и специфических их качеств.

Однако, заметим, что значимые элементы имеют места в матрицах и, кроме этого, как легко видеть, между объектами введено отношение. Оно проявляет себя, если в дополнение к месту значимого элемента в столбце матрицы мы определим отношения между объектами. Это достигается введением отношения как указания связи, которые объекты имеют между собой. Так, например, пусть элемент строки расположением в столбце указывает на то, что он влияет на соответствующий объект. Характеризуя такой прием резольвентами, получим, например, такой их вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\chi = x_1x_1 + x_2x_2 + x_3x_3 + x_4x_4, \quad \chi = x_1x_2 + x_2x_1 + x_3x_4 + x_4x_3, \quad \chi = x_1x_3 + x_2x_1 + x_3x_4 + x_4x_1.$$

Следовательно, если дополнить систему матриц операций суммирования, которая их сохраняет, мы естественно приходим к алгебре мест и отношений.

Резольвента евклидова типа соответствует ситуации, когда 4 объекта «влияют» только на себя. С физической точки зрения так отображается модель их взаимной независимости, некоего демократичного отношения в системе объектов. Как только учитываются отношения, генерируются новые резольвенты и 4-метрики.

Проанализируем четности перестановок в модели их матричного представления. Матрицам сопоставим строки, сравниваемые с базовой строкой. Расчет инверсий выполним на основе учета количества элементов с меньшими номерами перед каждым анализируемым номером в строке. Получим соответствия вида

$$A \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow 4,$$

$$E \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow 2,$$

$$F \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow 4,$$

$$B \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow 3,$$

$$C \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow 3,$$

$$D \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow 4.$$

В первой тройке блоков по 4 элемента имеем только четные перестановки. Вторая тройка блоков по 4 элемента содержит только нечетные перестановки.

Первый блок первой тройки есть нормальная подгруппа в системе матриц. При объединении его с любым из нечетных блоков получаются еще три группы с порядком 8. Множество, в котором объединены три блока с четными перестановками, также образуют группу с порядком 12.

Матричное представление перестановок устанавливает на матричном произведении операцию произведения перестановок. Аналогично, если принята операция суммирования, не выводящая систему за ее пределы, мы получаем операцию суммирования.

Четность перестановок действует функционально аналогично произведению знаков. Это легко проверить, приняв связь признака четности со знаками: матрицам четных перестановок поставим в соответствие знак плюс, а матрицам нечетных перестановок поставим в соответствие знак минус. Тогда

$$\begin{aligned} p_{2n} &\rightarrow (+), p_n \rightarrow (-), \\ p_{2n} \cdot p_{2n} &= p_{2n} \Rightarrow (+) \cdot (+) = (+), p_n \cdot p_n = p_{2n} \Rightarrow (-) \cdot (-) = (+), \\ p_{2n} \cdot p_n &= p_n \Rightarrow (+) \cdot (-) = (-), p_n \cdot p_{2n} = p_n \Rightarrow (-) \cdot (+) = (-). \end{aligned}$$

Для наглядности представим четность матричных представлений группы перестановок рисунком. На рисунке темными кружками обозначим матрицы четных перестановок, а матрицы нечетных перестановок обозначим светлыми кружками:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \bullet \bullet \bullet \bullet, \\ B &\rightarrow \circ \circ \circ \circ, \\ C &\rightarrow \circ \circ \circ \circ, \\ D &\rightarrow \circ \circ \circ \circ, \\ E &\rightarrow \bullet \bullet \bullet \bullet, \quad F \rightarrow \bullet \bullet \bullet \bullet. \end{aligned}$$

В силу этих свойств легче рассматривать систему произведений, не совершая ошибок по свойству четности перестановок.

На этой стадии анализа обнаруживаются новые свойства системы матриц на матричном произведении, которые могут быть фундаментальными с физической точки зрения. Гипотеза приобретает смысл и значимость для теоретиков, которые приняли структурную модель тонкой материи. Она базируется на паре гравитационных предзарядов с разными знаками, дополненных парой электрических предзарядов с разными знаками. Поскольку предзарядов четыре, могут быть фундаментальными какие-то 4 типа взаимодействий, характеризующих эти предзаряды. Если эта черта микрореальности обнаруживается на макроопыте, мы получаем предпосылки для математического описания предзарядов, приняв их аналогию со свойствами макроскопических объектов.

Простые рассуждения позволяют выделить в системе матриц, ассоциированных с перестановками 4 объектов, 4 типа взаимодействий общего характера.

Тип 1. Он базируется на матрицах, обозначенных буквой А. Эти объекты образуют нормальную подгруппу в полной совокупности матриц. Они сохраняются при воздействии на себя. Они «тасуют» другие элементы, преобразуя один элемент в другой. При влиянии других объектов на эти матрицы продолжается алгоритм «тасовки».

Тип 2. К нему относится пара систем элементов, которые обозначены буквами Е, F. При влиянии на себя они генерируют элементы своей пары. При взаимном влиянии генерируются элементы нормальной подгруппы, обозначенной буквой А. С другими элементами множества реализуется их «тасовка».

Тип 3. К нему относятся элементы, обозначенные буквами В, С, D. При воздействии на себя они генерируют элементы нормальной подгруппы. При взаимном влиянии они «падают» в сектора, обозначенные буквами Е, F.

Тип 4. К нему повторно относятся элементы, обозначенные буквами В, С, D. У них есть новое свойство взаимодействия с элементами, которые относятся к секторам Е, F. Эта пара множеств «тасует» элементы указанные буквами В, С, D.

Следовательно, группе перестановок из 4 элементов присущи 4 типа отношений.

Мы имеем в наличии 6 конформаций, которые образуют полную матричную модель группы перестановок из 4 элементов.

Каждая конформация имеет фундаментальное свойство генерации матричной алгебры с матрицами размерности 4, если расширить их посредством группы знаков. Проиллюстрируем это свойство на примере матриц, которые обозначены буквой А. Получим матрицы

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ - \\ - \\ + \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ - \\ - \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Объединяя с разными знаками матрицы, имеющие аналогичную структуру, мы получаем элементы матричной алгебры. Следовательно, конформации достаточно для задания через них матрицы любого вида в форме линейного выражения. По этой причине конформации фундаментальны для любой физической теории, в которой достаточно матриц с размерностью матриц конформации.

Фундаментальность анализируемой конформации ещё и в том, что ее элементы, которые расширены знаковой группой, генерируют два кватерниона и три антикватерниона.

Сделав выборку, укажем конкретный вид кватернионов и антикватернионов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Специфика ситуации в том, что произведения кватернионов генерируют антикватернионы, а произведения антикватернионов генерируют кватернионы. Это свойство расширенной конформации можно рассматривать в качестве математического аргумента для поиска и обоснования единой модели гравитации и электромагнетизма. Гипотеза математического типа подтверждается парой физических моделей: моделью электромагнетизма на паре кватернионов и моделью гравитации на тройке антикватернионов.

Алгоритм расширения конформации группой знаков можно рассматривать как подсказку, что для объединения электромагнетизма и гравитации требуется расширение базовых уравнений. Анализ дал подтверждение такой возможности: гравитация и электромагнетизм естественно объединяются при дифференциальном расширении их уравнений до согласованной системы с дифференциальными производными третьего порядка.

Элементы анализируемой конформации имеют разные свойства по превращению при многократном самовоздействии в систему независимых объектов, задаваемых единичной матрицей. Проиллюстрируем это свойство таблицей:

n	a_i	b_i	c_i	d_i	e_i	f_i
1	2	2	2	2	3	3
2	2	4	4	2	3	3
3	2	2	4	4	3	3
4	2	4	2	4	3	3

Номера указывают индекс элемента, соответствующий его месту в первой строке. С физической точки зрения этот факт означает, что разные объекты имеют разную степень устойчивости для превращения в систему независимых объектов.

У рассматриваемых матриц мы обнаружили свойство четности, ассоциированное с перестановками в структуре объекта, представленного матрицами. Дополнительно принято к анализу свойство устойчивости объектов при самовоздействии к превращению системы с отношениями в систему без взаимных отношений. На первый взгляд, кажется, хотя эти свойства общие, что они не имеют ни теоретического, ни практического значения. Ситуация меняется, когда понимаешь, что за математическим свойством всегда «прячется» некоторое физическое свойство. Не всегда легко его обнаружить и принять для анализа и практики.

Проявление на практике четности в системе объектов и устойчивости их отношений

Обратим внимание, что конформации подсказывают нам возможность рассмотрения не только одного алгебраического уравнения, но и их системы. Например, мы получаем спектр алгебраических уравнений третьей степени на матричном уравнении

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_2 & a_3 & b_4 \\ b_4 & a_1 & b_2 & a_3 \\ a_3 & b_4 & a_1 & b_2 \\ b_2 & a_3 & b_4 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^3 \\ x^2 \\ x \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$

Оно ассоциировано с конформацией, которая содержит скомпенсированный спектр четностей:

$$\chi = a_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + b_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b_4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Одна пара матриц с множителями a_1, a_3 соответствует четным перестановкам, вторая пара матриц с множителями b_1, b_3 соответствует нечетным перестановкам. Характеризуя четные перестановки числом 1, а нечетные перестановки числом (-1) , мы получаем их сумму равной нулю. В этом случае генерируется термин «компенсация четности» в системе объектов.

Конформация состоит из 4 матриц, каждая из которых характеризуется параметром устойчивости отношений. У матриц a_i он задается числом 2, у матриц b_i он в 2 раза больше. В итоге при суммировании этих параметров мы получим число 12. Оно кажется никак не связано с какими-то свойствами Реальности. Оценка меняется, когда мы учтем, что Природа проявляет на практике 2 электрических заряда и один гравитационный заряд. Их всего 3, но их структура основана на 4 предзарядах. Тогда число 12 приобретает новый смысл: система алгебраических уравнений, равно как и сама конформация, «подсказывают» наличие фундаментальных свойств Природы на структуре системы алгебраических уравнений.

Конформация указанного вида нами была применена ранее в качестве «инструмента» для ответа на вопрос о разрешимости алгебраических уравнений в радикалах. Для этого было достаточно проанализировать вопрос о разрешимости конформации по алгоритму, принятому в теории групп: анализу функции $x^{-1}y^{-1}xy$. Обозначив элементы конформаций порядковыми числами, рассмотрим таблицу их «произведений»:

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

В этой модели разрешимость конформации естественна и проста, что трактуется как прием анализа разрешимости указанного спектра алгебраических уравнений.

Алгебраическая динамика «живой» материальной точки

Теория давно установила и утвердила фундаментальный принцип, что Природа не упускает возможностей. Этот принцип естественно применять при анализе новых возможностей моделирования разнообразных систем и объектов. Наибольший интерес представляют задачи описания сторон и свойств живых объектов.

Определим живые объекты наличием у них трех граней, согласованных между собой по структуре и динамике: это их тела, сознания и чувства.

Задача состоит в том, чтобы найти алгоритмы и средства для математического проявления этих граней с последующим применением сторон и свойств живых объектов на практике.

Покажем, что на основе анализа алгоритмов решения алгебраических уравнений можно получить модель «живой» материальной точки.

Такой объект есть идеализация реальных ситуаций, когда в расчет не принимаются размеры и структура объекта. Он математически рассматривается в образе точки, однако имеет массу и подчинен динамике под действием внешних сил. Поскольку значение массы может быть любым, мы фактически единым образом рассматриваем класс физических объектов.

В простейших случаях у них есть общее свойство: путь s , проходимый материальной точкой, зависит от начальной скорости u_0 и ускорения, например, в поле силы тяжести g . Он задается формулой

$$s = u_0 t + \frac{g}{2} t^2 = at + bt^2.$$

Если мы рассматриваем «живую» материальную точку, мы вправе применить это уравнение в качестве базового уравнения для динамики тела этой точки. Дополнительно следует учесть, что «сознание» и «чувства» материальной точки с качествами «жизни» могут частично зависеть, а на практике это так, от динамики тела. Однако мы обязаны учесть также новые, не механические слагаемые «сознания» и «чувств», которые естественно отнести к категории внутренних составляющих этой пары свойств.

Поскольку ни «сознание», ни «чувства» не имеют математического представления, желательно найти для них математический источник, который автоматически обеспечивает реализацию указанной динамики тела.

Следуя практике реальных живых объектов с реальными Сознаниями и Чувствами, мы обязаны искать модель, в которой эта пара согласована с их Телами. Более того, изначально желательно учесть, что анализируемая тройка слагаемых, характеризующих живой объект, не является ни простой, ни одноуровневой. Имеется много сторон и граней у каждого слагаемого, а также у их связей между собой.

По этой причине успех в построении модели «живой» материальной точки следует рассматривать в качестве одной из букв алфавита, описывающего язык структуры и динамики реальных живых объектов.

Заметим, что основу любых взаимодействий образует информационный обмен и его приемы и средства. Они описываются только неассоциативной математикой. По этой причине ассоциативная теория, достаточная для описания пути, который проходит точка под действием внешних сил, сущностно недостаточна для моделирования Сознаний и Чувств. По этой причине возможен и желателен спектр неассоциативных моделей, ассоциированных с начальной ассоциативной моделью или её обобщениями.

Заметим, что динамика материальной точки согласно общепринятой теории описывается системой дифференциальных уравнений. По этой причине любой другой вариант описания можно трактовать как инструмент дополнения фундаментальной теории взаимодействия. Это хорошо, когда появляется конструктивная дополнительность.

Со всех сторон неожиданной является возможность конструирования трех сторон абстрактного объекта в образе материальной точки с его Телом, Сознанием и Чувствами на основе анализа решений алгебраического уравнения степени 4.

Есть только один фундаментальный физический аспект при реализации такого подхода: если Реальность на ее глубоком микроскопическом уровне действительно структурируется и управляется 4 предзарядами, то тогда алгебраическое уравнение степени 4 можно отнести к разряду фундаментальных уравнений. Понятно, что «за ним» может стоять некая система дифференциальных уравнений. Её желательно найти позже, если алгебраический подход проявит свою полезность и эффективность.

Проанализируем свойства приведенного алгебраического уравнения степени 4, следуя подходу Гартенштейна.

Рассмотрим алгебраическое уравнение, согласовав его с производными по независимой переменной. Получим систему уравнений

$$\begin{aligned}t^4 + xt^2 + yt + z &= 0, \\4t^3 + 2xt + y &= 0, \\12t^2 + 2x &= 0.\end{aligned}$$

Из системы следуют выражения для коэффициентов приведенного уравнения:

$$x = -6t^2, y = 8t^3, z = -3t^4.$$

Обобщим эти связи, дополнив их производными с единым коэффициентом. Получим

$$X = -6(t^2 + 2\sigma t), Y = 8(t^3 + 3\sigma t^2), Z = -3(t^4 + 4\sigma t^3).$$

Будем интерпретировать первое уравнение как условие для пути, которое проходит материальная точка под действием постоянного ускорения и при наличии согласованной с ускорением начальной скорости. Алгоритм связи механического движения с коэффициентом алгебраического уравнения установлен.

Будем интерпретировать два других слагаемых X, Y в качестве «сознаний» и «чувств» объекта, именуемого материальной точкой.

У «сознания» и «чувств» объекта проявляется пара составляющих: с одной стороны, обнаруживаются механические (внешние) слагаемые, с другой стороны, объект имеет и не механические (внутренние) слагаемые. Действительно

$$Y = -\frac{4}{3}Xt + 8\sigma t^2, Z = -\frac{3}{8}Yt - 3\sigma t^3.$$

В принятой модели сознание управляется механическими свойствами тела, а чувства управляются сознанием. И один, и другой элемент не исчерпывается ими.

Модель генерирует закон, связывающий введенные характеристики между собой:

$$\left(Z + \frac{X^2}{12}\right)^3 - 27\left(\frac{XZ}{6} - \frac{Y^2}{16} - \frac{X^3}{216}\right)^2 = 0,$$

так как

$$Z + \frac{X^2}{12} = 12\sigma^2 t^2, \frac{XZ}{6} - \frac{Y^2}{16} - \frac{X^3}{216} = 8\sigma^3 t^3.$$

Приведенное алгебраическое уравнение степени 4 обеспечивает алгоритм описания материальной точки тройкой элементов, которые интерпретированы мною как характеристики движения Тела, Сознания и Чувств этого объекта.

Нелинейный закон для связи указанных трех характеристик имеет степень 5, потому что

$$12^3 = \frac{216^2}{27} = 1728.$$

Связи параметров между собой «подсказывают» закон изменения «сознания». Для него механическое движение становится аналогом скорости в законе для пути, а внутренние параметры есть аналог ускорения материальной точки.

Для «чувств» сознание является аналогом скорости, а внутренние параметры управляются третьей производной по времени. Это аналог скорости изменения ускорения. Если ускорение постоянно, этот параметр нулевой. Тогда чувства полностью управляются сознанием.

По указанным причинам мы имеем «башню» простейшего алгоритма описания триады: тела, сознания, чувств.

Движение тела управляется скоростью и ускорением. Это хорошо известно. Для такой системы факторов найдены адекватные уравнения, следствия которых хорошо согласуются с экспериментами.

Движение сознания управляется движением тела как фактором скорости сознания и ускорением, обусловленным внутренним состоянием сознания. По этой причине возможно конструирование динамических уравнений для сознания по образцу механической динамики, но с другими зарядами и факторами.

Движение чувств управляется сознанием как фактором скорости и скоростью изменения внутреннего ускорения чувств. Для моделей такой динамики требуются свои заряды и факторы, которые согласованы с двумя предыдущими слагаемыми.

Система уравнений может быть представлена в виде

$$p \frac{d^3 X_i}{dt^3} + q \frac{d^2 X_i}{dt^2} = f_i, i = 1, 2, 3.$$

Их решения выглядят, с учетом принятой модели, таким образом:

$$\begin{aligned} X &= X_1 = a_1 t + b_1 t^2, p = 0, q = 1, \\ Y &= X_2 = \alpha X_1 t + b_2 t^2, p = 0, q = 1, \\ Z &= X_3 = \beta X_2 t + b_3 t^3 \rightarrow q = 0, p = 1. \end{aligned}$$

С физической точки зрения так заложено свойство сознания меняться по времени быстрее, чем меняется физическое тело. Но самое быстрое изменение во времени характерно для чувств. По этой причине, если скорость физических изменений управляется электромагнитным полем, то следует принять гипотезу, что есть, по меньшей мере, еще две фундаментальные скорости. Принимая скорость гравитации как характерную скорость для сознания, мы нацелены тогда на поиск еще одной скорости, которая выше скорости гравитации. Но это условие означает предположение о наличии третьей сущности, которая, скорее всего, может рассматриваться как элемент независимого, самостоятельного звена, которое обеспечивает связи между электромагнетизмом и гравитацией. Более того, можно предположить, что этот новый элемент способен генерировать обе указанные сущности.

Учтем различие производных в выражениях для «путей» тела, сознания и чувств материальной точки. Примем за продолжение анализа выражения

$$X = -6(t^2 + 2\sigma_1 t), Y = 8(t^3 + 3\sigma_2 t^2), Z = -3(t^4 + 4\sigma_3 t^3).$$

В этом случае получим обобщенные значения «путей»:

$$\begin{aligned} X &= -12\sigma_1 t - 6t^2, \\ Y &= -\frac{4}{3}Xt + 8(3\sigma_2 - 2\sigma_1)t^2, \\ Z &= -\frac{3}{8}Yt + (9\sigma_2 - 12\sigma_3)t^3. \end{aligned}$$

С физической точки зрения мы учли различие факторов, влияющих на тела, сознания и чувства материальной точки. Заметим, следуя принятому подходу, что каждое слагаемое реализует себя в «своем» пространстве. По этой причине, если мы никак не фиксируем новые слагаемые динамики, а ограничиваемся только анализом механической составляющей, этого может быть достаточно для практики. Но из ограниченного подхода не следует, что другие слагаемые динамики несущественны или что их нет, и не было.

Предыдущие выражения и их обобщения можно записать в единой форме

$$\begin{aligned} X_1 &= a_1 t + b_1 t^2, \\ X_2 &= a_2 t^2 + b_2 t^3, \\ X_3 &= a_3 t^3 + b_3 t^4. \end{aligned}$$

Такое расположение принято сознательно, указывая на то, что на поверхности динамики находятся механические перемещения тел, на более глубоких уровнях практики расположены движения сознаний и чувств. При этом ситуация усложняется с каждым уровнем углубления.

Естественно рассмотреть линейную суперпозицию полученных решений вида

$$\theta^* = \alpha X_1 + \beta X_2 + \gamma X_3 + \delta.$$

Мы получим алгебраическое уравнение

$$\theta^* = \gamma b_3 t^4 + (\gamma a_3 + \beta b_2) t^3 + (\beta a_2 + \alpha b_1) t^2 + \alpha a_1 t + \delta.$$

Преобразование его к приведенному виду сложным образом алгебраически объединяет указанные коэффициенты уравнения.

Новое уравнение получает базовый вид, достаточный для исследования динамики тела, сознания и чувств на более глубоком уровне материи $t^4 + \tilde{x}t^2 + \tilde{y}t + \tilde{z} = 0$.

«Башня» уровней динамики строится легко по указанному алгоритму. Понятно, что здесь есть множество тонкостей и ростковых точек, а также алгоритмов управления динамикой тел, сознаний и чувств материальной точки.

Дополнение доступной динамики ее скрытыми слагаемыми

Пути тела, сознания и чувств материальной точки в рассматриваемой модели заданы величинами X, Y, Z при их связи, которая в простейшем случае подчинена закону

$$\left(Z + \frac{X^2}{12}\right)^3 - 27\left(\frac{XZ}{6} - \frac{Y^2}{16} - \frac{X^3}{216}\right)^2 = 0.$$

Примем точку зрения, что введенные величины имеют скрытые слагаемые, которые проявляют себя элементами параметров соответствующих комплексных чисел

$$X = X_1 + iX_2, Y = Y_1 + iY_2, Z = Z_1 + iZ_2.$$

При таких условиях базовое уравнение превратится в пару уравнений, иллюстрирующих явную и скрытую динамику. Заметим, что динамики будут согласованы друг с другом. Укажем их явный вид.

В рассматриваемом случае

$$\left(Z + \frac{X^2}{12}\right)^3 = A^3 - 3AB^2 + i(3A^2B - B^3),$$

$$A = Z_1 + \frac{X_1^2 - X_2^2}{12}, B = Z_2 + \frac{X_1X_2}{6},$$

$$\frac{XZ}{6} - \frac{Y^2}{16} - \frac{X^3}{216} = C + iD,$$

$$C = \frac{X_1Z_1 - X_2Z_2}{6} - \frac{Y_1^2 - Y_2^2}{16} - \frac{X_1^3 - 3X_1X_2^2}{216},$$

$$D = \frac{X_1Z_2 + X_2Z_1}{6} - \frac{Y_1Y_2}{8} - \frac{3X_1^2X_2 - X_2^3}{216}.$$

Пара согласованных уравнений имеет вид

$$A^3 - 3AB^2 - 27(C^2 - D^2) = 0,$$

$$3A^2B - B^3 - 27CD = 0.$$

Каждое уравнение имеет слагаемые, которые относятся как к явным параметрам задачи, так и к ее скрытым параметрам. По этой причине применение в теории только действительных значений величин следует рассматривать как прием, достаточный для получения поверхностных, неполных данных о явлении. Расширение числового диапазона не является простым делом для экспериментаторов, потому что непонятно, как заменять доступные данные их скрытой частью. Для теоретиков числовое расширение модели выглядит естественным, однако алгоритм не дает указаний, как уточненную модель следует верифицировать. Ситуация существенно усложняется, когда для разных параметров нужны специальные средства измерения. Тогда измерение одних параметров при их расширении может противоречить измерению других параметров. Однако совершенно ясно, что различие теории и эксперимента не вступает в стадию неразрешимых противоречий.

Алгебраические аспекты динамики живых объектов

Из структурной модели частиц света следует наличие в микромире пары электрических зарядов с противоположными знаками и пары гравитационных зарядов с противоположными знаками. Они являются базовыми объектами для атомов света и атомов гравитации. Атом света содержит пару гравитационных зарядов в своем центре и пара электрических предзарядов движется на его периферии. Атом гравитации имеет обратное расположение указанных пар предзарядов.

Обозначим гравитационные предзаряды буквой a , а электрические предзаряды обозначим буквой b . Представим атом света и атом гравитации наглядными рисунками, приняв их расположение в нижней части рисунка как расположение в центре атомов, а верхнее расположение пусть соответствует периферии атомов.

Получим пару схематических представлений атома гравитации и атома света:

$$\tilde{m} \rightarrow \begin{pmatrix} a & -a \\ b & -b \end{pmatrix}, \tilde{e} \rightarrow \begin{pmatrix} b & -b \\ a & -a \end{pmatrix}.$$

Молекулы света и молекулы гравитации образуются из соответствующих атомов. Из них затем конструируются электрические и гравитационные заряды, которые образуют основу для элементарных частиц. Из элементарных частиц образуются атомы и молекулы материи. Из практики следует, что все указанные слагаемые имеют многочисленные стороны и свойства. Более того, у подготовленного теоретика и глубокого философа нет сомнений, что на каждом уровне материи и жизни имеет место информационный обмен. Он составляет основу любых контактов, перемен, взаимодействий. Но информационный обмен допускает и настойчиво предполагает наличие у каждого изделия «своих» чувств и сознания. Просто они могут быть самыми разными, существенно отличаясь от того, что понятно и доступно нам в нашей уровневой практике. Другими словами, если мы желаем войти в категорию серьезных исследователей реальности с развитием оптимальной практики в ней, мы просто обязаны согласованно учитывать динамику тел, сознаний и чувств для каждого объекта на каждом уровне материи.

Учтем эти соображения при построении алгебраической теории живых объектов. Следуя исторической практике развития динамики, начнем анализ с построения модели материальной точки, принимая наличие у этого объекта сознания и чувств. Напомним, что модель материальной точки применяется, например, при анализе движения Земли вокруг Солнца. По этой причине естественно принять наличие сознания и чувств у Земли. Движение человека на поверхности Земли или вокруг нее тоже можно описывать в рамках модели материальной точки, не отрицая при этом наличия сознания и чувств у человека.

В качестве отправной точки анализа, способной соединить вместе три вида динамик: для тела, для сознания и для чувств применим модель алгебраического уравнения. Обусловлено это формой известного уравнения для пути, который проходит материальная точка в поле силы тяжести с ускорением g , имея начальную скорость u_0 :

$$S = u_0 t + \frac{g}{2} t^2 = \alpha t + \beta t^2.$$

Поскольку структуру любых изделий и любых отношений мы связываем с 4 предзарядами, примем гипотезу, что алгебраическое уравнение степени 4 может стать отправной точкой начальной модели для единого описания согласованного движения тел, сознаний и чувств. Поскольку материальная точка есть достаточно общий объект, построим теорию для неё с предположением, что она не только перемещается механически, но имеет также перемещения в пространстве сознаний и в пространстве чувств.

Рассмотрим простой вариант конструирования алгебраического уравнения для безразмерного времени, полагая, что объединить нужно пару алгебраических блоков, изначально учитывая в модели возможность и наличие пары электрических предзарядов и пары гравитационных предзарядов.

Определим алгебраическое уравнение выражением

$$\theta = \det \begin{pmatrix} a_{11} + t & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} + t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} + t & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} + t \end{pmatrix} = \alpha \cdot \beta = 0,$$

$$\alpha = (a_{11} + t)(a_{22} + t) - a_{12}a_{21}, \beta = (a_{33} + t)(a_{44} + t) - a_{34}a_{43}.$$

Примем условия, ассоциированные со свойствами объединения предзарядов:

$$a_{11} = a, a_{22} = b, a_{33} = -a, a_{44} = -b.$$

Получим уравнение с тройкой коэффициентов:

$$\begin{aligned} t^4 + xt^2 + yt + z &= 0, \\ x &= -(a^2 + b^2) - (a_{12}a_{21} + a_{34}a_{43}), \\ y &= (a + b)(a_{12}a_{21} - a_{34}a_{43}), \\ z &= a^2b^2 - ab(a_{12}a_{21} + a_{34}a_{43}) + a_{12}a_{21}a_{34}a_{43}. \end{aligned}$$

Назовем его *алгебраическим уравнением состояния динамики* живого объекта. Заметим, что коэффициенты взаимосвязаны. Самый сложный вид имеет свободный член z , объединяя в себе грани предыдущих коэффициентов. Это обстоятельство косвенно указывает на его функциональную специфику в тройке коэффициентов.

Назовем первую и вторую производные по времени первичными проявлениями динамики живого объекта. В рассматриваемом случае они таковы

$$\begin{aligned} 4t^3 + 2xt + y &= 0, \\ 12t^2 + 2x &= 0. \end{aligned}$$

Из них следует частная связь параметров уравнения со временем

$$x = -6t^2, y = 8t^3, z = -3t^4.$$

Зададим уравнения для «путей», проходимых указанными величинами

$$\begin{aligned} X &= x + \sigma x' = -6(t^2 + 2\sigma t), \\ Y &= y + \sigma y' = 8(t^3 + 3\sigma t^2), \\ Z &= z + \sigma z' = -3(t^4 + 4\sigma t^3). \end{aligned}$$

Определим X, Y, Z словами: это «пути» тела, сознания и чувств соответственно.

Заметим, что модель такого вида предложил Гартенштейн, однако она не имела какого-либо физического приложения или интерпретации. Важно другое. В этом случае естественно объединение трех коэффициентов в рамках функционального равенства

$$\left(Z + \frac{X^2}{12}\right)^3 - 27\left(\frac{XZ}{6} - \frac{Y^2}{16} - \frac{X^3}{216}\right)^2 = 0.$$

Мы знаем, что для живого объекта свойственно объединение в нечто единое сторон и свойств тела, сознания и чувств. В рассматриваемом случае оно проявляет себя функционально. Понятно, что таков простейший вариант.

Естественно обобщение начальной модели до уровня системы уравнений

$$\begin{aligned} X &= a_1 t + b_1 t^2, \\ Y &= a_2 t^2 + b_2 t^3, \\ Z &= a_3 t^3 + b^2 t^4. \end{aligned}$$

Сумма уравнений представляет собой часть ряда по степеням времени, в котором «разделены» его коэффициенты для второй и третьей степени. По этой причине любой степенной ряд такого типа, с формальной точки зрения, можно рассматривать в качестве модели согласованного описания движений тела, сознания и чувств. Тогда «продолжение» ряда генерирует новые грани свойств живого объекта.

Простые выражения для путей движения тела, сознания и чувств позволяют установить функциональную иерархию их свойств. Такая возможность иллюстрируется уравнениями

$$\begin{aligned} Y &= \frac{a_2}{a_1} X t + \left(b_2 - \frac{a_2}{a_1} b_1\right) t^3, \\ Z &= \frac{a_3}{a_2} Y t + \left(b_3 - \frac{a_3}{a_2} b_2\right) t^4. \end{aligned}$$

Для сознания движение тела является фактором его скорости, для чувств, аналогично, сознание является фактором его скорости.

Уравнение динамики, в котором простым способом учитываются отмеченные условия, имеет векторный вид

$$\alpha \frac{d^4 Z}{dt^4} \vec{i} + \beta \frac{d^3 Y}{dt^3} \vec{j} + \gamma \frac{d^2 X}{dt^2} \vec{k} = a \vec{i} + b \vec{j} + c \vec{k}.$$

В этом случае тело, сознание и чувства распределены в трехмерном пространстве. Каждому элементу свойственен свой закон движения. Действительно, рассматривая правые части как постоянные величины, получим законы, которые были представлены ранее:

$$\begin{aligned} X &= c \frac{t^2}{2} + c_1 t + c_2 \rightarrow c_2 = 0 \rightarrow X = a_1 t + b_1 t^2, \\ Y &= b \frac{t^3}{6} + b_1 \frac{t^2}{2} + b_2 t + b_3 \rightarrow b_2 = 0, b_3 = 0 \rightarrow Y = a_2 t^2 + b_2 t^3, \\ Z &= a \frac{t^4}{24} + a_1 \frac{t^3}{6} + a_2 \frac{t^2}{2} + a_3 t + a_4 \rightarrow a_2 = a_3 = a_4 = 0 \rightarrow Z = a_3 t^3 + b_3 t^4. \end{aligned}$$

Проанализируем частные ситуации. Рассмотрим последовательность функций и производных вида

$$\begin{aligned}t^5 + xt^3 + yt^2 + zt + c &= 0, \\5t^4 + 3xt^2 + 2yt + z &= 0, \\20t^3 + 6xt + 2y &= 0, \\60t^2 + 6x &= 0.\end{aligned}$$

Получим простые связи:

$$\begin{aligned}x &= -10t^2, y = 20t^3, z = -15t^4, \\X &= -10(t^2 + 2\sigma t), Y = 20(t^3 + 3\sigma t^2), Z = -15(t^4 + 4t^3), \\ \tilde{X} &= -2(t^2 + 2\sigma t), \tilde{Y} = 4(t^3 + 3\sigma t^2), \tilde{Z} = -3(t^4 + 4t^3), \\ \hat{X} &= 3\tilde{X} = -6(t^2 + 2\sigma t), \\ \hat{Y} &= 2\tilde{Y} = 8(t^3 + 3\sigma t^2), \\ \hat{Z} &= \tilde{Z} = -3(t^4 + 4t^3).\end{aligned}$$

Задача сведена к известной системе в других обозначениях. Закон связи для величин

$$\left(\hat{Z} + \frac{\hat{X}^2}{12}\right)^3 - 27\left(\frac{\hat{X}\hat{Z}}{6} - \frac{\hat{Y}^2}{16} - \frac{\hat{X}^3}{216}\right)^2 = 0$$

преобразуется к виду

$$\left(\frac{4}{3}\tilde{Z} + \tilde{X}^2\right)^3 - (4\tilde{X}\tilde{Z} - 2\tilde{Y}^2 - \tilde{X}^3)^2 = 0.$$

Несколько обобщим расчет на основе нового начального уравнения. Получим

$$\begin{aligned}t^5 + xt^4 + yt^3 + zt^2 + ct + d &= 0, \\5t^4 + 4xt^3 + 3yt^2 + 2zt + c &= 0, \\20t^3 + 12xt^2 + 6yt + 2z &= 0, \\60t^2 + 24xt + 6y &= 0, \\120t + 24x &= 0.\end{aligned}$$

В этом случае имеем измененный вариант связи для величин с производными:

$$\left(\frac{4}{3}\tilde{Z} + \tilde{X}^2\right)^3 - 5\left(16\tilde{X}\tilde{Z} - \frac{5}{2}\tilde{Y}^2 - 5\tilde{X}^3\right)^2 = 0.$$

Ситуация выглядит следующим образом: мы имеем во всех случаях выражения вида

$$X = \alpha_1 \chi t + \beta_1 t^2, Y = \alpha_2 \chi t^2 + \beta_1 t^3, Z = \alpha_3 \chi t^3 + \beta_1 t^4.$$

По этой причине эту систему уравнений можно рассматривать как базовую систему уравнений, которая пригодна для анализа согласованных между собой трех характеристик некоторого структурного физического объекта. Понятно, что интерпретация этой тройки величин может быть самая разная, но динамические уравнения для них очевидны.

Параметрическое семейство законов движения «живой» материальной точки

Преобразуем обобщенный закон движения «живой» материальной точки к новому виду

$$\begin{aligned}X &= a_1 t + b_1 t^2 = \alpha_1 \sigma t + b_1 t^2, \\Y &= a_2 t^2 + b_2 t^3 = \alpha_2 \sigma t^2 + b_2 t^3, \\Z &= a_3 t^3 + b_3 t^4 = \alpha_3 \sigma t^3 + b_3 t^4.\end{aligned}$$

Следовательно, имеем связи

$$\begin{aligned}\frac{X}{\alpha_1} &= \sigma t + \frac{b_1}{\alpha_1} t^2, \\ \frac{Y}{\alpha_2} &= \sigma t^2 + \frac{b_2}{\alpha_2} t^3, \\ \frac{Z}{\alpha_3} &= \sigma t^3 + \frac{b_3}{\alpha_3} t^4.\end{aligned}$$

Из них следует, что

$$\begin{aligned}\frac{X^2}{\alpha_1^2} &= \sigma^2 t^2 + 2 \frac{b_1}{\alpha_1} \sigma t^3 + \frac{b_1^2}{\alpha_1^2} t^4, \\ -2 \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{Z}{\alpha_3} &= -2 \frac{b_1}{\alpha_1} \sigma t^3 - 2 \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{b_3}{\alpha_3} t^4, \\ \frac{X^2}{\alpha_1^2} - 2 \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{Z}{\alpha_3} &= \sigma^2 t^2 + \frac{b_1}{\alpha_1} \left(\frac{b_1}{\alpha_1} - 2 \frac{b_3}{\alpha_3} \right) t^4.\end{aligned}$$

Примем условие

$$\left(\frac{b_1}{\alpha_1} - 2 \frac{b_3}{\alpha_3} \right) = 0.$$

Тогда получим связь

$$\frac{X^2}{\alpha_1^2} - 2 \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{Z}{\alpha_3} = \sigma^2 t^2.$$

Рассмотрим тройку других выражений:

$$\begin{aligned}\frac{X^3}{\alpha_1^3} &= \sigma^3 t^3 + 3 \frac{b_1}{\alpha_1} \sigma^2 t^4 + 3 \frac{b_1^3}{\alpha_1^3} \sigma t^5 + \frac{b_1^3}{\alpha_1^3} t^6, \\ \frac{Y^2}{\alpha_2^2} &= \sigma^2 t^4 + 2 \frac{b_2}{\alpha_2} \sigma t^5 + \frac{b_2^2}{\alpha_2^2} t^6, \\ \frac{X}{\alpha_1} \frac{Z}{\alpha_3} &= \sigma^2 t^4 + \left(\frac{b_1}{\alpha_1} + \frac{b_3}{\alpha_3} \right) \sigma t^5 + \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{b_3}{\alpha_3} t^6.\end{aligned}$$

Умножим второе выражение на $k \frac{b_1}{\alpha_1}$, а третье выражение на $p \frac{b_1}{\alpha_1}$ с условием $p + k = -3$.

Тогда при суммировании часть выражений будет скомпенсирована.

Для дальнейшего согласования этих элементов с предыдущими требуется ввести дополнительные ограничения.

Имеем равенство

$$\begin{aligned} \frac{X^3}{\alpha_1^3} + k \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{Y^2}{\alpha_2^2} + p \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{X}{\alpha_1} \frac{Z}{\alpha_3} = \sigma^3 t^3 + \\ + \left(3 \frac{b_1^2}{\alpha_1^2} + 2k \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{b_2}{\alpha_2} + p \frac{b_1}{\alpha_1} \left(\frac{b_1}{\alpha_1} + \frac{b_3}{\alpha_3} \right) \right) \sigma t^5 + \\ + \left(\frac{b_1^3}{\alpha_1^3} + k \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{b_2^2}{\alpha_2^2} + p \frac{b_1^2}{\alpha_1^2} \frac{b_3}{\alpha_3} \right) t^6. \end{aligned}$$

Пусть выполняются условия

$$\begin{aligned} 3 \frac{b_1^2}{\alpha_1^2} + 2k \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{b_2}{\alpha_2} + p \frac{b_1}{\alpha_1} \left(\frac{b_1}{\alpha_1} + \frac{b_3}{\alpha_3} \right) = 0, \\ \frac{b_1^3}{\alpha_1^3} + k \frac{b_1}{\alpha_1} \frac{b_2^2}{\alpha_2^2} + p \frac{b_1^2}{\alpha_1^2} \frac{b_3}{\alpha_3} = 0. \end{aligned}$$

Из первого равенства следует, что

$$\frac{b_2}{\alpha_2} = -\frac{3p+6}{2k} \frac{b_3}{\alpha_3}.$$

После подстановки во второе уравнение получим условие

$$p^2 - 4p - 12 = 0.$$

Решение квадратного уравнения в соединении с предыдущим условием $k + p = -3$ генерирует пару законов, соответствующих значениям

$$p_1 = 6 \rightarrow k_1 = -9, \quad p_2 = -2 \rightarrow k_2 = -1.$$

Поскольку

$$\begin{aligned} X^3 + kb_1 \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} Y^2 + pb_1 \frac{\alpha_1}{\alpha_3} XZ = \alpha_1^3 \sigma^3 t^3, \\ X^2 - 2b_1 \frac{\alpha_1}{\alpha_3} Z = \alpha_1^2 \sigma^2 t^2, \end{aligned}$$

получаем искомый закон, имеющий 2 уровня из-за значений величин p, k :

$$\left(X^2 - 2b_1 \frac{\alpha_1}{\alpha_3} Z \right)^3 - \left(X^3 + kb_1 \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} Y^2 + pb_1 \frac{\alpha_1}{\alpha_3} XZ \right)^2 = 0.$$

Закон зависит от 4 параметров: $b_1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Другие величины согласованы с ними согласно условиям

$$\frac{b_3}{\alpha_3} = \frac{1}{2} \frac{b_1}{\alpha_1}, \quad \frac{b_2}{\alpha_2} = -\frac{3p+6}{2k} \frac{b_3}{\alpha_3}.$$

Специфика 5-мерного объектного многообразия

Матрицы, посредством которых задаются элементы объектного множества, имеют одинаковые значения, которые равны единице на каждом из мест в матрицах. Этот метод применен для того, чтобы исследовать общие свойства и стороны системы объектов без учета ряда деталей, которые задаются величинами. В частности, так учитывается независимость от пространственных размеров, а также от «могущества» исследуемых объектов. Конечно, так формулируется качественно новая задача: найти законы, которые не зависят от индивидуальных свойств объектов, таких как размеры и величины, которые задают их жизненные свойства.

По сути дела, учитывается только структурность объектов и наличие отношений между ними. Они могут иметь разную размерность и разные виды взаимных отношений.

С математической точки зрения для решения задачи в такой постановке требуется найти множества матриц, которые могут иметь любую конечную размерность, а также учесть требование, что это множество должно быть замкнуто относительно ассоциативной операции суммирования и неассоциативной операции произведения.

В частности, это могут быть соответственно, операции структурного суммирования и операция комбинаторного произведения. Они обозначаются в модели символами суммы и произведения.

Конечно, не исключаются и не запрещаются другие операции суммирования и произведения. Их наличие и анализ дополнит то, что получается, если применяются указанные операции суммирования и произведения.

Сконструируем систему, состоящую из матриц размерности 5 на основе расширения матричной группы с матрицами размерности 4. Рассмотрим множество

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$E \qquad a \qquad b \qquad c$

На их основе зададим матрицы размерности 5:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применим к ним операцию трансляции значимых мест. Проиллюстрируем ее примером

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \dots$$

На указанной операции имеем систему матриц размерности 5:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 & \quad (1) \qquad (2) \qquad (3) \qquad (4) \qquad (5) \\
 & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 & \quad (6) \qquad (7) \qquad (8) \qquad (9) \qquad (10) \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 & \quad (11) \qquad (12) \qquad (13) \qquad (14) \qquad (15) \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 & \quad (16) \qquad (17) \qquad (18) \qquad (19) \qquad (20) \\
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\
 & \quad (21) \qquad (22) \qquad (23) \qquad (24) \qquad (25)
 \end{aligned}$$

По строкам расположены 5 подмножеств объектного множества, каждое из которых заполняет все значимые места в матрицах своей размерности. Мы имеем 5 конформаций. Они едины с позиции их трансляционного конструирования. Кроме этого, как легко проверить, они образуют замкнутую систему на матричном произведении.

Матрицы обозначены номерами для удобства их представления в таблицах произведений и комбинаторного суммирования.

Идея генерации системы отношений между объектами основана на номерах значимых мест в системе матриц. В зависимости от того, как они расположены друг к другу, а также в зависимости от алгоритма сопоставления паре элементов третьего элемента зависит таблица отношений, которую можно рассматривать как программу функционального поведения в системе объектов.

Представим номера значимых элементов таблицей:

1	7	13	19	25	2	8	14	20	21	3	9	15	16	22	4	10	11	17	23	5	6	12	18	24
1	10	14	18	22	2	6	15	19	23	3	7	11	20	24	4	8	12	16	25	5	9	13	17	21
1	9	12	20	23	2	10	13	16	24	3	6	14	17	25	4	7	15	18	21	5	8	11	19	22
1	6	11	16	21	2	7	12	17	22	3	8	13	18	23	4	9	14	19	24	5	10	15	20	25
1	8	15	17	24	2	9	11	18	25	3	10	12	19	21	4	6	13	20	22	5	7	14	16	23

Выбор отношений основан на расположении элементов в строках. Так, например, получим

$$\left| \begin{array}{l} 1 \times 7 = 13 \\ 1 \times 10 = 14 \\ 1 \times 9 = 12 \\ 1 \times 6 = 11 \\ 1 \times 8 = 15 \end{array} \right|.$$

Возможен выбор разных значений для одной пары элементов в зависимости от того, какой строке придается статус выбора итогового значения

$$\left| \begin{array}{l} 13 \times 15 = 16 \\ 13 \times 15 = 9 \\ 13 \times 15 = 18 \\ 13 \times 15 = 20 \\ 13 \times 15 = 8 \end{array} \right|.$$

В отдельном блоке произведения могут конструироваться по следующему элементу, стоящему после пары предыдущих элементов:

$$\left| \begin{array}{l} 5 \quad 6 \quad 12 \quad 18 \quad 24 \\ 5 \quad 9 \quad 13 \quad 17 \quad 21 \\ 5 \quad 8 \quad 11 \quad 19 \quad 22 \\ 5 \quad 10 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \\ 5 \quad 7 \quad 14 \quad 16 \quad 23 \end{array} \right|.$$

Аналогично можно моделировать по паре элементов их произведение по элементу, который предшествует этой паре.

Ситуация обобщается, когда аналогичные приемы применяются для пары элементов, не расположенных близко друг к другу. Опять, понятно, результат будет зависеть от того, какой принят приоритет в возможном выборе элементов по строкам и столбцам представленных мест значимых элементов.

Ситуация может быть усложнена рядом дополнительных ограничений и допущений.

Такое «программное» произведение по строкам генерирует одну из таблиц отношений:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
2	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
3	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
4	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
5	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
6	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
7	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
8	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
9	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
10	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
11	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
12	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
13	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
15	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
16	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
17	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
18	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
19	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
20	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16
21	6	8	10	7	9	11	13	15	12	14	16	18	20
22	10	7	9	6	8	15	12	14	11	13	20	17	19
23	9	6	8	10	7	14	11	13	15	12	19	16	18
24	8	10	7	9	6	13	15	12	14	11	18	20	17
25	7	9	6	8	10	12	14	11	13	15	17	19	16

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	17	19	21	23	25	22	24	7	3	5	2	4
2	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
3	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
4	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
5	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
6	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
7	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
8	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
9	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
10	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
11	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
12	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
13	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
15	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
16	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
17	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
18	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
19	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
20	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5
21	17	19	21	23	25	22	24	1	3	5	2	4
22	16	18	25	22	24	21	23	5	2	4	1	3
23	20	17	24	21	23	25	22	4	1	3	5	2
24	19	16	23	25	22	24	21	3	5	2	4	1
25	18	20	22	24	21	23	25	2	4	1	3	5

Это произведение некоммутативное и оно частично ассоциативно. Проиллюстрируем эти свойства:

$$2 \cdot 3 = 9, 3 \cdot 2 = 6, 5 \cdot 6 = 12, 6 \cdot 5 = 9, \\ (14 \cdot 2)3 = 6, 14(2 \cdot 3) = 6, (18 \cdot 12)10 = 14, 18(12 \cdot 10) = 18, \dots$$

Некоммутативность и неассоциативность потребуются нам для описания возможностей информационного обмена между исследуемыми структурными объектами.

Дополнительно введем в практику модели авторитарных операций. Определим их как алгоритм перемены системы отношений между объектами согласно намерению или воле некоторого внешнего фактора. Это фактор может не учитывать ни предыдущую практику, ни объективные условия существования и взаимодействия объектов.

Представим один из вариантов авторитарного суммирования, который удобно сравнивать с последующей операцией структурного суммирования:

$\begin{smallmatrix} a \\ + \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	12	13	14	15	11	2	3	4
2	23	24	25	21	22	13	14	15	11	12	3	4	5
3	24	25	21	22	23	14	15	11	12	13	4	5	1
4	25	21	22	23	24	13	11	12	13	14	5	1	2
5	21	22	23	24	25	11	12	13	14	15	1	2	3
6	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16	7	8	9
7	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17	8	9	10
8	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18	9	10	6
9	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19	10	6	7
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	6	7	8
11	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
12	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
13	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11

$\begin{smallmatrix} a \\ + \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
16	7	8	9	10	6	22	23	24	25	21	17	18	19
17	8	9	10	6	7	23	24	25	21	22	18	19	20
18	9	10	6	7	8	24	25	21	22	23	19	20	16
19	10	6	7	8	9	25	21	22	23	24	20	16	17
20	6	7	8	9	10	21	22	23	24	25	16	17	18
21	17	18	19	20	16	2	3	4	5	1	22	23	24
22	18	19	20	16	17	3	4	5	1	2	23	24	25
23	19	20	16	17	18	4	5	1	2	3	24	25	21
24	20	16	17	18	19	5	1	2	3	4	25	21	22
25	16	17	18	19	20	1	2	3	4	5	21	22	23

$\begin{smallmatrix} a \\ + \end{smallmatrix}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	5	1	7	8	9	10	6	17	18	19	20	16
2	1	2	8	9	10	6	7	18	19	20	16	17
3	2	3	9	10	6	7	8	19	20	16	17	18
4	3	4	10	6	7	8	9	20	16	17	18	19
5	4	5	6	7	8	9	10	16	17	18	19	20
6	10	6	22	23	24	25	21	2	3	4	5	1
7	6	7	23	24	25	21	22	3	4	5	1	2
8	7	8	24	25	21	22	23	4	5	1	2	3
9	8	9	25	21	22	23	24	5	1	2	3	4
10	9	10	21	22	23	24	25	1	2	3	4	5
11	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
12	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
13	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23

$\begin{smallmatrix} a \\ + \end{smallmatrix}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
15	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	20	16	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1
17	16	17	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2
18	17	18	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3
19	18	19	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4
20	19	20	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
21	25	21	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6
22	21	22	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7
23	22	23	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8
24	23	24	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9
25	24	25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Естественно, что авторитарное суммирование будет генерировать новые функциональные законы. Ниоткуда не следует, что привычная для практики система отношений максимально полезна и эффективна. У неё могут быть свои достоинства и недостатки, которые подтверждаются только практикой жизни. Однако даже формальное наличие пары суммирований позволяет расширить рассматривать спектр функциональных условий, которые полностью или частично выполняются в границах объектного многообразия.

Структурное суммирование определено так: суммируются по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц, номера мест значимых элементов по строкам матриц. Такой подход достаточно необычен, однако он не выводит модель за рамки системы конформаций.

Представим стандартную таблицу структурного суммирования:

st +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10
2	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6
3	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7
4	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8
5	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9
6	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23
7	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24
8	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25
9	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21
10	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22
11	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4
12	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5
13	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1

st +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2
15	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3
16	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
17	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11
19	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
21	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19
22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20
23	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16
24	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17
25	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
2	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12
3	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
4	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	4
5	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
6	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
7	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1
8	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
9	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
10	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
11	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16
12	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
13	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
15	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
16	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
17	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
18	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
20	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7
22	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
23	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
24	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
25	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6

Таблица не только удобна для применений. Она позволяет получить качественно новые функциональные условия и результаты, относящиеся к структуре и свойствам алгебр.

Заметим, что на этой основе обнаруживаются новые грани теории перестановок.

Связь трансляционной операции с матричной операцией

При трансляционной операции значимые элементы сдвигаются в каждой строке по заданному алгоритму. При матричной операции базовая матрица рассматривается в разных степенях. Анализ показал, что в некоторых случаях обе указанные операции генерируют одни и те же множества.

Проиллюстрируем различие этих операций на конкретном примере. Трансляционная операция может генерировать цикл:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

Та же исходная матрица при многократном матричном произведении генерирует группу:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Отметим специфику этой циклической группы. Количество матриц в данном случае больше размерности матриц. Кроме этого, значимые элементы не образуют одной конформации. Это пара незавершенных конформаций.

Однако множество размерности 5 имеет такие множества, у которых трансляционная и матричная операция генерируют одинаковый результат. Их мы находим в представленном ранее множестве. Таковы конформации

$$A, B, C, D.$$

Здесь A – циклическая группа, $A+B$ – группа диэдра, Все элементы в совокупности образуют метациклическую группу порядка 20 (группу Фробениуса). Именно эти группы являются единственными транзитивными группами в группе перестановок из 5 элементов.

Укажем несколько циклических групп порядка 5 на группе перестановок из 5 элементов:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Все эти группы не получаются при действии трансляционной операции над исходной матрицей. По этой причине можно понять, что они не относятся к категории транзитивных групп.

Однако эти группы коммутативны и потому разрешимы.

Заметим, что группа перестановок из 5 элементов содержит много циклических групп малого порядка. Представим анализ их количества таблицей:

$E \rightarrow$	ξ^2	ξ^3	ξ^4
n	26	23	30

Есть 17 циклических групп порядка 6 и 24 циклических группы порядка 5.

Теорема Пифагора и обратная теорема Ферма для объектного множества M^{25}

Формула Пифагора для прямоугольного треугольника связывает между собой сумму квадратов катетов с квадратом гипотенузы формулой

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Аналог этой связи мы имеем в объектном множестве M^{25} . Она обеспечивается свойством комбинаторного произведения для объектов, обозначенных номерами в форме целых чисел. Квадраты номеров генерируют весь спектр значений, пригодных для любых сумм:

ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ξ^2	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

ξ	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
ξ	17	18	19	20	21	22	23	24	25	1	2	3	4	5

Поскольку сумма пары квадратов всегда будет равна некоторому числу из рассматриваемого множества, теорема Пифагора справедлива для этого объектного множества.

Теорема Ферма утверждала отсутствие решений для чисел n , которые больше 2 в уравнении для целых чисел согласно формуле

$$x^n + y^n = z^n.$$

В настоящее время эта теорема доказана. В объектном множестве справедлива обратная теорема Ферма: для условий, указанных Ферми, но при использовании не чисел, а объектов многообразия M^{25} , его формула всегда справедлива. Доказательство базируется на свойстве комбинаторного произведения для объектов такого множества:

$$\xi^{2+p} = \xi^2.$$

В силу этого свойства справедливо объектное обобщение формулы Ферма типа

$$x^{2+k} + y^{2+l} = z^{2+m}.$$

Более того, естественно выполнять суммирование большего числа элементов со степенями, которые больше 2.

В этом случае имеет место обратная теорема Эйлера: для разных степеней и числа слагаемых, которые больше 2, возможно нахождение объекта, компенсирующего эту сумму с применяемым показателем степени.

Для целых чисел известны формулы, соответствующие обратной теореме Эйлера. Например, следуя Р. Фрай, имеем равенство $95800^4 + 217519^4 + 414560^4 = 422481^4$.

Следовательно, свойства объектного множества M^{25} существенно отличаются от свойств, которые имеют стандартные числовые множества. Это естественно, так как мы имеем дело с объектами, а не с числами.

Аналогичное замечание справедливо для функциональных законов. Мы имеем модель «теневой» аналогии, которая не обобщает и не заменяет функциональные модели для чисел.

Таблица комбинаторных произведений 25 базовых матриц

Комбинаторное произведение строк на строки имеет простую табличную структуру. Она обусловлена простым взаимным расположением значимых элементов.

Расчет генерирует необходимые связи между матрицами:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
2	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
3	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
4	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
5	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
7	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
8	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14
9	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
10	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6
12	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
13	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
14	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
15	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
17	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
20	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
23	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18
24	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
25	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16

Таблица матричных произведений 25 матричных элементов

Аналогично комбинаторным произведениям составим таблицу матричных произведений. Она такова:

m	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
1	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
2	2 3 4 5 1	10 6 7 8 9	14 15 11 12 13	16 17 18 19 20	23 24 25 21 22
3	3 4 5 1 2	9 10 6 7 8	12 13 14 15 11	16 17 18 19 20	25 21 22 23 24
4	4 5 1 2 3	8 9 10 6 7	15 11 12 13 14	16 17 18 19 20	22 23 24 25 21
5	5 1 2 3 4	7 8 9 10 6	13 14 15 11 12	16 17 18 19 20	24 25 21 22 23

m	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
6	6 7 8 9 10	1 2 3 4 5	23 24 25 21 22	16 17 18 19 20	14 15 11 12 13
7	7 8 9 10 6	5 1 2 3 4	21 22 23 24 25	16 17 18 19 20	11 12 13 14 15
8	8 9 10 6 7	4 5 1 2 3	24 25 21 22 23	16 17 18 19 20	13 14 15 11 12
9	9 10 6 7 8	3 4 5 1 2	22 23 24 25 21	16 17 18 19 20	15 11 12 13 14
10	10 6 7 8 9	2 3 4 5 1	25 21 22 23 24	16 17 18 19 20	12 13 14 15 11

m	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
11	11 12 13 14 15	25 21 22 23 24	7 8 9 10 6	16 17 18 19 20	1 2 3 4 5
12	12 13 14 15 11	24 25 21 22 23	10 6 7 8 9	16 17 18 19 20	3 4 5 1 2
13	13 14 15 11 12	23 24 25 21 22	8 9 10 6 7	16 17 18 19 20	5 1 2 3 4
14	14 15 11 12 13	22 23 24 25 21	6 7 8 9 10	16 17 18 19 20	2 3 4 5 1
15	15 11 12 13 14	21 22 23 24 25	9 10 6 7 8	16 17 18 19 20	4 5 1 2 3

m	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
16	16 17 18 19 20	20 16 17 18 19	16 17 18 19 20	16 17 18 19 20	16 17 18 19 20
17	17 18 19 20 16	19 20 16 17 18	19 20 16 17 18	16 17 18 19 20	18 19 20 16 17
18	18 19 20 16 17	18 19 20 16 17	17 18 19 20 16	16 17 18 19 20	20 16 17 18 19
19	19 20 16 17 18	17 18 19 20 16	20 16 17 18 19	16 17 18 19 20	17 18 19 20 16
20	20 16 17 18 19	16 17 18 19 20	18 19 20 16 17	16 17 18 19 20	19 20 16 17 18

m	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
21	21 22 23 24 25	15 11 12 13 14	1 2 3 4 5	16 17 18 19 20	7 8 9 10 6
22	22 23 24 25 21	14 15 11 12 13	4 5 1 2 3	16 17 18 19 20	9 10 6 7 8
23	23 24 25 21 22	13 14 15 11 12	2 3 4 5 1	16 17 18 19 20	6 7 8 9 10
24	24 25 21 22 23	12 13 14 15 11	5 1 2 3 4	16 17 18 19 20	8 9 10 6 7
25	25 21 22 23 24	11 12 13 14 15	3 4 5 1 2	16 17 18 19 20	10 6 7 8 9

Эта таблица аналогична по структуре таблице комбинаторных произведений.

Места значимых элементов для 36 матриц

Алгебраическая модель значимых мест имеет свои истоки в конечных множествах канонической структуры в форме системы конформаций. Рассмотрим для примера 6 конформаций: систем матриц, значимые элементы которых без повторов заполняют все матричное пространство. Введем для них обозначения.

Конформация А:

$$\begin{pmatrix}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
 \end{pmatrix}.$$

Конформация В:

$$\begin{pmatrix}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{pmatrix}.$$

Конформация С:

$$\begin{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & (13) & & &
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & (14) & & &
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & (15) & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}, \\
 \\
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 & & (16) & & &
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 & & (17) & & &
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 & & (18) & & &
 \end{pmatrix}.
 \end{pmatrix}$$

Мы рассмотрели три конформации, которым свойственно циклическое изменение значимых мест в базовой матрице отношений. Дополним их тройкой новых конформаций, согласно структуре которых есть некоторое дублирование свойств в структуре анализируемых объектов. Так формируется алфавит для алгебры мест и отношений. Заметим, что конформации операционно согласованы между собой.

Конформация D:

$$\begin{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 & & (19) & & &
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 & & (20) & & &
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & (21) & & &
 \end{pmatrix}, \\
 \\
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & (22) & & &
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 & & (23) & & &
 \end{pmatrix},
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 & & (24) & & &
 \end{pmatrix}.
 \end{pmatrix}$$

Конформация Е:

1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
		(25)			

0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0
		(26)			

0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
		(27)			

0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1
		(28)			

0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
		(29)			

0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0
		(30)			

Конформация F:

1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
		(31)			

0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
		(32)			

0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1
		(33)			

0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0
		(34)			

0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0
		(35)			

0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0
		(36)			

Из общих соображений следует, что мы имеем дело с частным случаем выбора конформаций. Может меняться их структура, равно как и модели объединения конформаций. Заметим, что в конформациях обозначены только значимые места. Они не учитывают ни величины, ни знаки реальных конформаций. Другими словами, так учитываются некоторые общие свойства объектов, представленных матрицами.

Сопоставим объектам места значимых элементов:

(1)	→	1	8	15	22	29	36
(2)	→	2	9	16	23	30	31
(3)	→	3	10	17	24	25	32
(4)	→	4	11	18	19	26	33
(5)	→	5	12	13	20	27	34
(6)	→	6	7	14	21	28	35

(7)	→	1	12	17	22	27	32
(8)	→	2	7	18	23	28	33
(9)	→	3	8	13	24	29	34
(10)	→	4	9	14	19	30	35
(11)	→	5	10	15	20	25	36
(12)	→	6	11	16	21	26	31

(13)	→	1	7	13	19	25	31
(14)	→	2	8	14	20	26	32
(15)	→	3	9	15	21	27	33
(16)	→	4	10	16	22	28	34
(17)	→	5	11	17	23	29	35
(18)	→	6	12	18	24	30	36

(19)	→	1	9	17	19	27	35
(20)	→	2	10	18	20	28	36
(21)	→	3	11	13	21	29	31
(22)	→	4	12	14	22	30	32
(23)	→	5	7	15	23	25	33
(24)	→	6	8	16	24	26	34

(25)	→	1	11	15	19	29	33
(26)	→	2	12	16	20	30	34
(27)	→	3	7	17	21	25	35
(28)	→	4	8	18	22	26	36
(29)	→	5	9	13	23	27	31
(30)	→	6	10	14	24	28	32

(31)	→	1	10	13	22	25	34
(32)	→	2	11	14	23	26	35
(33)	→	3	12	15	24	27	36
34	→	4	7	16	19	28	31
(35)	→	5	8	17	20	29	32
(36)	→	6	9	18	21	30	33

Полученную таблицу значимых мест применим для конструирования модели отношений между базовыми объектами, из которых она следует. Это можно сделать разными способами. Один из алгоритмов состоит в том, что каждой близкой паре элементов ставится в соответствие элемент, следующий за этой парой. Дополнительно можно принять условие, что значения мест образуют локальные или глобальные «цепочки». Этот прием позволяет дополнить бинарные связи.

Ситуация становится более конструктивной, когда в расчет принимаются не только бинарные отношения, но и отношения более высоких порядков.

Возможно «смешение» локальных связей с созданием новых глобальных связей «стохастического» типа, когда любая такая связь любой конформации может быть последовательно объединена с любой локальной связью другой конформации. Этот подход соответствует идее учета всей совокупности свойств, ассоциированных с набором мест значимых элементов. С физической точки зрения такой подход учитывает не только полные свойства каждой конформации, но и возможность генерации новых свойств при взаимодействии конформаций. «Смешение» локальных связей означает учет элементами одной конформации свойств других конформаций с образованием при этом новой системы отношений в полной системе конформаций.

Заметим, что система конформаций может быть неполной, недостаточной для конструирования полной таблицы отношений между объектами. По этой причине требуется дополнять «объективные отношения» некоторой системой отношений, имеющих «субъективный смысл». Конечно, такие ситуации чаще встречаются на практике.

Таблица структурного суммирования

Она сконструирована по сумме номеров значимых мест элементов конформаций:

st +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	20	21	22	23	24	19	14	15	16	17	18	13	2	3	4	5	6	1
2	21	22	23	24	19	20	15	16	17	18	13	14	3	4	5	6	1	2
3	22	23	24	19	20	21	16	17	18	13	14	15	4	5	6	1	2	3
4	23	24	19	20	21	22	17	18	13	14	15	16	5	6	1	2	3	4
5	24	19	20	21	22	23	18	13	14	15	16	17	6	1	2	3	4	5
6	19	20	21	22	23	24	13	14	15	16	17	18	1	2	3	4	5	6
7	14	15	16	17	18	13	26	27	28	29	30	25	8	9	10	11	12	7
8	15	16	17	18	13	14	27	28	29	30	25	26	9	10	11	12	7	8
9	16	17	18	13	14	15	28	29	30	25	26	27	10	11	12	7	8	9
10	17	18	13	14	15	16	29	30	25	26	27	28	11	12	7	8	9	10
11	18	13	14	15	16	17	30	25	26	27	28	29	12	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	25	26	27	28	29	30	7	8	9	10	11	12
13	2	3	4	5	6	1	8	9	10	11	12	7	14	15	16	17	18	13
14	3	4	5	6	1	2	9	10	11	12	7	8	15	16	17	18	13	14
15	4	5	6	1	2	3	10	11	12	7	8	9	16	17	18	13	14	15
16	5	6	1	2	3	4	11	12	7	8	9	10	17	18	13	14	15	16
17	6	1	2	3	4	5	12	7	8	9	10	11	18	13	14	15	16	17
18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

st +	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	32	33	34	35	36	31	8	9	10	11	12	7	26	27	28	29	30	25
2	33	34	35	36	31	32	9	10	11	12	7	8	27	28	29	30	25	26
3	34	35	36	31	32	33	10	11	12	7	8	9	28	29	30	25	26	27
4	35	36	31	32	33	34	11	12	7	8	9	10	29	30	25	26	27	28
5	36	31	32	33	34	35	12	7	8	9	10	11	30	25	26	27	28	29
6	31	32	33	34	35	36	7	8	9	10	11	12	25	26	27	28	29	30
7	2	3	4	5	6	1	32	33	34	35	36	31	20	21	22	23	24	19
8	3	4	5	6	1	2	33	34	35	36	31	32	21	22	23	24	19	20
9	4	5	6	1	2	3	34	35	36	31	32	33	22	23	24	19	20	21
10	5	6	1	2	3	4	35	36	31	32	33	34	23	24	19	20	21	22
11	6	1	2	3	4	5	36	31	32	33	34	35	24	19	20	21	22	23
12	1	2	3	4	5	6	31	32	33	34	35	36	19	20	21	22	23	24
13	20	21	22	23	24	19	26	27	28	29	30	25	32	33	34	35	36	31
14	21	22	23	24	19	20	27	28	29	30	25	26	33	34	35	36	31	32
15	22	23	24	19	20	21	28	29	30	25	26	27	34	35	36	31	32	33
16	23	24	19	20	21	22	29	30	25	26	27	28	35	36	31	32	33	34
17	24	19	20	21	22	23	30	25	26	27	28	29	36	31	32	33	34	35
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

st +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	32	33	34	35	36	31	2	3	4	5	6	1	20	21	22	23	24	19
20	33	34	35	36	31	32	3	4	5	6	1	2	21	22	23	24	19	20
21	34	35	36	31	32	33	4	5	6	1	2	3	22	23	24	19	20	21
22	35	36	31	32	33	34	5	6	1	2	3	4	23	24	19	20	21	22
23	36	31	32	33	34	35	6	1	2	3	4	5	24	19	20	21	22	23
24	31	32	33	34	35	36	1	2	3	4	5	6	19	20	21	22	23	24
25	8	9	10	11	12	7	32	33	34	35	36	31	26	27	28	29	30	25
26	9	10	11	12	7	8	33	34	35	36	31	32	27	28	29	30	25	26
27	10	11	12	7	8	9	34	35	36	31	32	33	28	29	30	25	26	27
28	11	12	7	8	9	10	35	36	31	32	33	34	29	30	25	26	27	28
29	12	7	8	9	10	11	36	31	32	33	34	35	30	25	26	27	28	29
30	7	8	9	10	11	12	31	32	33	34	35	36	25	26	27	28	29	30
31	26	27	28	29	30	25	20	21	22	23	24	19	32	33	34	35	36	31
32	27	28	29	30	25	26	21	22	23	24	19	20	33	34	35	36	31	32
33	28	29	30	25	26	27	22	23	24	19	20	21	34	35	36	31	32	33
34	29	30	25	26	27	28	23	24	19	20	21	22	35	36	31	32	33	34
35	30	25	26	27	28	29	24	19	20	21	22	23	36	31	32	33	34	35
36	25	26	27	28	29	30	19	20	21	22	23	24	31	32	33	34	35	36

st +	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
19	26	27	28	29	30	25	14	15	16	17	18	13	8	9	10	11	12	7
20	27	28	29	30	25	26	15	16	17	18	13	14	9	10	11	12	7	8
21	28	29	30	25	26	27	16	17	18	13	14	15	10	11	12	7	8	9
22	29	30	25	26	27	28	17	18	13	14	15	16	11	12	7	8	9	10
23	30	25	26	27	28	29	18	13	14	15	16	17	12	7	8	9	10	11
24	25	26	27	28	29	30	13	14	15	16	17	18	7	8	9	10	11	12
25	14	15	16	17	18	13	20	21	22	23	24	19	2	3	4	5	6	1
26	15	16	17	18	13	14	21	22	23	24	19	20	3	4	5	6	1	2
27	16	17	18	13	14	15	22	23	24	19	20	21	4	5	6	1	2	3
28	17	18	13	14	15	16	23	24	19	20	21	22	5	6	1	2	3	4
29	18	13	14	15	16	17	24	19	20	21	22	23	8	1	2	3	4	5
30	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6
31	8	9	10	11	12	7	2	3	4	5	6	1	14	15	16	17	18	13
32	9	10	11	12	7	8	3	4	5	6	1	2	15	16	17	18	13	14
33	10	11	12	7	8	9	4	5	6	1	2	3	16	17	18	13	14	15
34	11	12	7	8	9	10	5	6	1	2	3	4	17	18	13	14	15	16
35	12	7	8	9	10	11	6	1	2	3	4	5	18	13	14	15	16	17
36	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	13	14	15	16	17	18

Таблица отношений на комбинаторной операции $M^{36}(k)$

Проанализируем систему отношений между 36 элементами, применяя к ним комбинаторную операцию [4]. Получим таблицы:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	13	14	15	16	17	18	25	26	27	28	29	30	7	8	9	10	11	12
2	18	13	14	15	16	17	30	25	26	27	28	29	12	7	8	9	10	11
3	17	18	13	14	15	16	29	30	25	26	27	28	11	12	7	8	9	10
4	16	17	18	13	14	15	28	29	30	25	26	27	10	11	12	7	8	9
5	15	16	17	18	13	14	27	29	29	30	25	26	9	10	11	12	7	8
6	14	15	16	17	18	13	26	27	28	29	30	25	8	9	10	11	12	7
7	19	20	21	22	23	24	13	14	15	16	17	18	1	2	3	4	5	6
8	24	19	20	21	22	23	18	13	14	15	16	17	6	1	2	3	4	5
9	23	24	19	20	21	22	17	18	13	14	15	16	5	6	1	2	3	4
10	22	23	24	19	20	21	16	17	18	13	14	15	4	5	6	1	2	3
11	21	22	23	24	19	20	15	16	17	18	13	14	3	4	5	6	1	2
12	20	21	22	23	24	19	14	15	16	17	18	13	2	3	4	5	6	1
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
14	6	1	2	3	4	5	12	7	8	9	10	11	18	13	14	15	16	17
15	5	6	1	2	3	4	11	12	7	8	9	10	17	18	13	14	15	16
16	4	5	6	1	2	3	10	11	12	7	8	9	16	17	18	13	14	15
17	3	4	5	6	1	2	9	10	11	12	7	8	15	16	17	18	13	14
18	2	3	4	5	6	1	8	9	10	11	12	7	14	15	16	17	18	13

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	1	2	3	4	5	6	31	32	33	34	35	36	19	20	21	22	23	24
2	6	1	2	3	4	5	36	31	32	33	34	35	24	19	20	21	22	23
3	5	6	1	2	3	4	35	36	31	32	33	34	23	24	19	20	21	22
4	4	5	6	1	2	3	34	35	36	31	32	33	22	23	24	19	20	21
5	3	4	5	6	1	2	33	34	35	36	31	32	21	22	23	24	19	20
6	2	3	4	5	6	1	32	33	34	35	36	31	20	21	22	23	24	19
7	31	32	33	34	35	36	7	8	9	10	11	12	25	26	27	28	29	30
8	36	31	32	33	34	35	12	7	8	9	10	11	30	25	26	27	28	29
9	35	36	31	32	33	34	11	12	7	8	9	10	29	30	25	26	27	28
10	34	35	36	31	32	33	10	11	12	7	8	9	28	29	30	25	26	27
11	33	34	35	36	31	32	9	10	11	12	7	8	27	28	29	30	25	26
12	32	33	34	35	36	31	8	9	10	11	12	7	26	27	28	29	30	25
13	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
14	24	19	20	21	22	23	30	25	26	27	28	29	36	31	32	33	34	35
15	23	24	19	21	22	23	29	30	25	26	27	28	35	36	31	32	33	34
16	22	23	24	19	20	21	28	29	30	25	26	27	34	35	36	31	32	33
17	21	22	23	24	19	20	27	28	29	30	25	26	33	34	35	36	31	32
18	20	21	22	23	24	19	26	27	28	29	30	25	32	33	34	35	36	31

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	7	8	9	10	11	12	31	32	33	34	35	36	25	26	27	28	29	30
20	12	7	8	9	10	11	36	31	32	33	34	35	30	25	26	27	28	29
21	11	12	7	8	9	10	35	36	31	32	33	34	29	30	25	26	27	28
22	10	11	12	7	8	9	34	35	36	31	32	33	28	29	30	25	26	27
23	9	10	11	12	7	8	33	34	35	36	31	32	27	28	29	30	25	26
24	8	9	10	11	12	7	32	33	34	35	36	31	26	27	28	29	30	25
25	31	32	33	34	35	36	1	2	3	4	5	6	19	20	21	22	23	24
26	36	31	32	33	34	35	6	1	2	3	4	5	24	19	20	21	22	23
27	35	36	31	32	33	34	5	6	1	2	3	4	23	24	19	20	21	22
28	34	35	36	31	32	33	4	5	6	1	2	3	22	23	24	19	20	21
29	33	34	35	36	31	32	3	4	5	6	1	2	21	22	23	24	19	20
30	32	33	34	35	36	31	2	3	4	5	6	1	20	21	22	23	24	19
31	25	26	27	28	29	30	19	20	21	22	23	24	31	32	33	34	35	36
32	30	25	26	27	28	29	24	19	20	21	22	23	36	31	32	33	34	35
33	29	30	25	26	27	28	23	24	19	20	21	22	35	36	31	32	33	34
34	28	29	30	25	26	27	22	23	24	19	20	21	34	35	36	31	32	33
35	27	28	29	30	25	26	21	22	23	24	19	20	33	34	35	36	31	32
36	26	27	28	29	30	25	20	21	22	23	24	19	32	33	34	35	36	31

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
19	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6
20	18	13	14	15	16	17	24	19	20	21	22	23	6	1	2	3	4	5
21	17	18	13	14	15	16	23	24	19	20	21	22	5	6	1	2	3	4
22	16	17	18	13	14	15	22	23	24	19	20	21	4	5	6	1	2	3
23	15	16	17	18	13	14	21	22	23	24	19	20	3	4	5	6	1	2
24	14	15	16	17	18	13	20	21	22	23	24	19	2	3	4	5	6	1
25	25	26	27	28	29	30	13	14	15	16	17	18	7	8	9	10	11	12
26	30	25	26	27	28	29	18	13	14	15	16	17	12	7	8	9	10	11
27	29	30	25	26	27	28	17	18	13	14	15	16	11	12	7	8	9	10
28	28	29	30	25	26	27	16	17	18	13	14	15	10	11	12	7	8	9
29	27	28	29	30	25	26	15	16	17	18	13	14	9	10	11	12	7	8
30	26	27	28	29	30	25	14	15	16	17	18	13	8	9	10	11	12	7
31	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	13	14	15	16	17	18
32	12	7	8	9	10	11	6	1	2	3	4	5	18	13	14	15	16	17
33	11	12	7	8	9	10	5	6	1	2	3	4	17	18	13	14	15	16
34	10	11	12	7	8	9	4	5	6	1	2	3	16	17	18	13	14	15
35	9	10	11	12	7	8	3	4	5	6	1	2	15	16	17	18	13	14
36	8	9	10	11	12	7	2	3	4	5	6	1	14	15	16	17	18	13

Они существенно отличаются от указанных ранее операций $M^{36}(c), M^{36}(p)$. Специфика их в том, что квадраты каждого элемента равны одному «числу», что существенно упрощает свойства такой модели отношений.

Факторизация объектного множества M^{36}

Обозначим анализируемые конформации объектного множества латинскими буквами:

$$a \rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, \quad b \rightarrow 7, 8, 9, 10, 11, 12, \quad c \rightarrow 13, 14, 15, 16, 17, 18,$$

$$d \rightarrow 19, 20, 21, 22, 23, 24, \quad e \rightarrow 25, 26, 27, 28, 29, 30, \quad f \rightarrow 31, 32, 33, 34, 35, 36.$$

Таблица матричных произведений имеет такой вид

$\begin{smallmatrix} m \\ \times \end{smallmatrix}$	a	b	c	d	e	f
a	a	b	c	d	e	f
b	b	a	c	e	d	f
c	c	c	c	c	c	c
d	d	e	c	e	d	c
e	e	d	c	d	e	c
f	f	f	c	c	c	f

Факторизуем ее числами и зададим их произведение по модулю числа 6. Пусть

$$a, b \Rightarrow 1, c \Rightarrow 0, d, e \Rightarrow 3, f \Rightarrow 4.$$

Таблица получит вид

$\begin{smallmatrix} \times \\ \text{mod } 6 \end{smallmatrix}$	1	0	3	4
1	1	0	3	4
0	0	0	0	0
3	3	0	3	0
4	4	0	0	4

 $\leftrightarrow$

$\begin{smallmatrix} \times \\ \text{mod } 6 \end{smallmatrix}$	0	1	3	4
0	0	0	0	0
1	0	1	3	4
3	0	3	3	0
4	0	4	0	4

Она согласуется с таблицей суммирования чисел по модулю числа 5. Получим

$\begin{smallmatrix} + \\ \text{mod } 5 \end{smallmatrix}$	0	1	3	4
0	0	1	3	4
1	1	2	4	0
3	3	4	1	2
4	4	0	2	3

Заметим, что факторизованные множества со своими операциями «теряют» законы, присущие базовому множеству. В частности, получим

$$a^2 + b^2 \neq ab + ba,$$

$$ab + ba \neq \text{const}, \dots$$

Выполним факторизацию таблицы структурного суммирования множества M^{36} . С учетом принятых буквенных обозначений таблица такова:

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	a	b	c	d	e	f		$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	c	a	d	f	e	b
a	d	c	a	f	b	e		c	c	a	d	f	e	b
b	c	e	b	a	f	d		a	a	d	f	e	b	c
c	a	b	c	d	e	f	$\leftrightarrow$	d	d	f	e	b	c	a
d	f	a	d	e	c	b		f	f	e	b	c	a	d
e	b	f	e	c	d	a		e	e	b	c	a	d	f
f	e	d	f	b	a	c		b	b	c	a	d	f	e

Заменяем буквенные обозначения конформаций числами

$$a \rightarrow 1, b \rightarrow 5, c \rightarrow 0, d \rightarrow 2, e \rightarrow 4, f \rightarrow 3.$$

Таблица в буквенных обозначениях теперь может быть представлена как таблица суммирования указанных чисел по модулю числа 6. Получим

$\begin{smallmatrix} + \\ \text{mod } 6 \end{smallmatrix}$	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4

Ей соответствует таблица произведения чисел по модулю числа 6:

$\begin{smallmatrix} \times \\ \text{mod } 6 \end{smallmatrix}$	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	0	2	4
3	0	3	0	3	0	3
4	0	4	2	0	4	2
5	0	5	4	3	2	1

Эта таблица ассоциативна. Следовательно, факторизация неассоциативного множества с применением новых операций для объектов факторизация модифицирует неассоциативное множество в ассоциативное. Следовательно, действуя в обратном направлении, можно по модели ассоциативного множества сконструировать неассоциативное множество. Конечно, эта обратная связь имеет только формальный смысл, так как структура элементов нового множества не раскрывается на основе формализма факторизации.

Концепция объектных молекул

Проанализируем таблицу комбинаторных произведений множества M^{36} . В буквенной и стандартной числовой записи она выглядит так:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	a	b	c	d	e	f		$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6
a	c	e	b	a	f	d		1	3	5	2	1	6	4
b	d	c	a	f	b	e		2	4	3	1	6	2	5
c	a	b	c	d	e	f	$\rightarrow$	3	1	2	3	4	5	6
d	b	f	e	c	d	a		4	2	6	5	3	4	1
e	f	a	d	e	c	b		5	6	1	4	5	3	2
f	e	d	f	b	a	c		6	5	4	6	2	1	3

Она не ассоциируется ни с таблицей суммирования, ни с таблицей произведения чисел по модулю некоторого числа.

Примем точку зрения, что эта таблица представляет систему связей между некоторыми базовыми объектами, которые представлены буквами или числами. Если это так, связям можно поставить в соответствие некоторые диаграммы, которые будем интерпретировать как *объектные молекулы*. В этом случае таблица «подсказывает», какие объекты соединяются между собой, и каков наглядный образ генерируемых изделий. Примем алгоритм, согласно которому пара базовых предыдущих объектов генерирует следующее звено изделия, которое завершается при образовании некоторого цикла.

Проиллюстрируем структуру некоторых объектных молекул:

													1
1	$\rightarrow$	1	$\rightarrow$	3	$\rightarrow$	2	$\rightarrow$	2	$\rightarrow$	3			$\downarrow$
													1

							1						
1	$\rightarrow$	2	$\rightarrow$	5	$\rightarrow$	2				4			
							1						

					4								
1	$\rightarrow$	6											$\downarrow$
													2

				1	$\rightarrow$	2							
1	$\rightarrow$	4								5			
				1	$\leftarrow$	2							

					6								
1	$\rightarrow$	5								2			

Учтем, что данный алгоритм можно применять к объектам любой природы.

Группа, ассоциированная с комбинаторным произведением конформаций

Мы имеем 6 конформаций на матрицах размерности 6 и таблицу их комбинаторных произведений.

Обозначим конформации числами согласно распределению матриц по номерам в своих конформациях:

$$1 \rightarrow (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6), 2 \rightarrow (7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12), 2 \rightarrow (13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18), \\ 4 \rightarrow (19 \ 20 \ 21 \ 22 \ 23 \ 24), 5 \rightarrow (25 \ 26 \ 27 \ 28 \ 29 \ 30), 6 \rightarrow (31 \ 32 \ 33 \ 34 \ 35 \ 36).$$

Тогда произведение конформаций как самостоятельных объектов без учета детализации расположения их элементов задается таблицей:

$\times$	1	2	3	4	5	6
1	3	5	2	1	6	4
2	4	3	1	6	2	5
3	1	2	3	4	5	6
4	2	6	5	3	4	1
5	6	1	4	5	3	2
6	5	4	6	2	1	3

Собирая вместе одинаковые номера конформаций, получим группу, ассоциированную с произведением конформаций на матрицах размерности 6.

Её состав и элементы таковы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^0.$$

$$\begin{matrix} 123456 & 265341 & 352164 \\ 431625 & 546213 & 614532 \end{matrix}$$

Этому множеству присущи такие свойства при матричном произведении:

$$\xi_2^2 = \xi_6, \xi_3^2 = \xi_2, \xi_4^2 = \xi_6, \xi_5^2 = \xi_1, \dots$$

Операционная инвариантность множеств M^{25}, M^{36}

Мы дополнили группу Фробениуса конформацией из элементов, у которых значимые места расположены по столбцам матриц. В итоге получено множество, состоящее из 25 элементов, обозначенное символом M^{25} . Чуть сложнее устроено множество M^{36} . Эти множества замкнуты относительно различных операций. Такое свойство естественно назвать операционной инвариантностью.

Проанализируем в этой связи алгоритм конструирования пары комбинаторных произведений, что дополнит представление о ситуациях новыми свойствами.

Анализ удобно выполнить на системе строк с одним значимым элементом, место которого будем рассматривать в качестве номера элемента, представленного строкой:

1 0 0 0 0 0	0 1 0 0 0 0	0 0 1 0 0 0	0 0 0 1 0 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 0	0 1 0 0 0 0	0 1 0 0 0 0	0 1 0 0 0 0	0 1 0 0 0 0	0 1 0 0 0 0
0 0 1 0 0 0	0 0 1 0 0 0	0 0 1 0 0 0	0 0 1 0 0 0	0 0 1 0 0 0	0 0 1 0 0 0
0 0 0 1 0 0	0 0 0 1 0 0	0 0 0 1 0 0	0 0 0 1 0 0	0 0 0 1 0 0	0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1

Нижние строки будем рассматривать в качестве элементов, которые влияют на выделенную верхнюю строку. В качестве итога такого «взаимодействия» генерируется новый элемент, значимое место в котором зависит от количества шагов, которые нужно выполнить, чтобы значимый элемент нижней строки переместился на место значимого элемента верхней строки. В силу принятого алгоритма расчета результат будет зависеть от направления перемещения значимого элемента в нижней строке. По этой причине мы имеем пару комбинаторных операций.

Им соответствуют таблицы отношений:

$\bar{x}k$	1	2	3	4	5	6
1	1	6	5	4	3	2
2	2	1	6	5	4	3
3	3	2	1	6	5	4
4	4	3	2	1	6	5
5	5	4	3	2	1	6
6	6	5	4	3	2	1

$\bar{x}k$	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	6	1	2	3	4	5
3	5	6	1	2	3	4
4	4	5	6	1	2	3
5	3	4	5	6	1	2
6	2	3	4	5	6	1

Наличие таблиц позволяет упростить расчет значений комбинаторного произведения матриц друг на друга при задании в форме перестановки номеров значимых мест анализируемых матриц.

Например, получим

	1	4	1	4	1	4
$\bar{x}k$	6	1	2	3	4	5
=	2	4	6	2	4	6

→ $31\bar{x}k6 = 20$,

1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
		31			

 $\bar{\times} k$

0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0
		6			

 $=$

0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1
		20			

Другой результат следует при изменении комбинаторной операции:

	1	4	1	4	1	4
$\bar{\times} k$	6	1	2	3	4	5
$=$	6	4	2	6	4	2

 $\rightarrow 31 \bar{\times} k 6 = 30.$

Обе операции сохраняют количество и качество элементов базового множества. В этом смысле имеет место его операционная инвариантность.

Хорошо известно, что комбинаторные операции неассоциативны. По этой причине к их анализу невозможно явно применить аппарат теории групп. Однако теория групп проявляет себя, если рассматривать как самостоятельные элементы сами конформации.

Проиллюстрируем этот тезис на примере приведенной выше таблицы комбинаторных произведений для многообразия M^{25} . Придадим конформации номера в соответствии с их порядком расположения в этой таблице.

Имеем такую таблицу распределения блоков (конформаций):

$\times$	1	2	3	4	5
1	4	3	5	2	1
2	5	4	2	1	3
3	3	1	4	5	2
4	1	2	3	4	5
5	2	5	1	3	4

С таблицей ассоциирована новая конформация вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Мы получили скрытую комбинаторной операцией матричную группу, которую можно рассматривать в качестве «тени» для системы из 25 анализируемых матриц.

Их можно применить для конструирования 5 новых конформаций размерности 6 на основе алгоритма трансляции значимых мест. Мы получим группу, которая является аналогом группы Фробениуса для матриц с размерностью 5.

Обозначим матрицы номерами, учитывая места значимых элементов в первой строке. Рассмотрим таблицу их матричных произведений:

$\begin{smallmatrix} m \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	5	1	3	4
3	3	1	4	5	2
4	4	3	5	2	1
5	5	4	2	1	3

Конформация в форме набора матриц, соответствующих местам одинаковых элементов, выглядит так:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \chi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их отличительная черта в том, что каждый элемент при произведении на себя генерирует единичную матрицу. Другими словами, каждый элемент обратен себе

$$\xi_i^2 = E, i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Эти элементы можно рассматривать как модель предгруппы. При матричном произведении они генерируют элементы группы со следующей таблицей произведений

$\begin{smallmatrix} m \\ \times \end{smallmatrix}$	α	β	γ	δ	χ
α	1	2	3	4	5
β	3	1	4	5	2
γ	2	5	1	3	4
δ	5	4	2	1	3
χ	4	3	5	2	1

Элементы конформаций, ассоциированные с данной таблицей, совпадают с ее начальной формой

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Различие свойств циклических групп на конформациях разной размерности

Проанализируем систему конформаций на матрицах размерности 3:

$$\alpha \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \beta \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

123 231 312 132 213 321 111 222 333

подчинив ее комбинаторной операции по строкам, сопоставляя месту в строке номер элемента. При прочтении различия мест вправо получим таблицу для такого произведения:

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{l} (1) \quad 1 \quad 0 \quad 0 \\ (2) \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\ (3) \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\ \hline (1) \quad 1 \quad 0 \quad 0 \\ (2) \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\ (3) \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array} & \rightarrow & \begin{array}{c|c|c|c} \times & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 2 & 3 & 1 \end{array} \end{array}.$$

Получим таблицу произведений:

×	123	231	312	132	213	321	111	222	333
123	111	222	333	123	231	312	132	213	321
231	333	111	222	312	123	231	321	132	213
312	222	333	111	231	312	123	213	321	132
132	132	213	321	111	222	333	123	231	312
213	321	132	213	333	111	222	312	123	231
321	213	321	132	222	333	111	231	312	123
111	123	231	312	132	213	321	111	222	333
222	312	123	231	321	132	213	333	111	222
333	231	312	123	213	321	132	222	333	111

Произведение конформаций задано таблицей

$$\begin{array}{c|c|c|c} \times & \alpha & \beta & \gamma \\ \hline \alpha & \gamma & \alpha & \beta \\ \hline \beta & \beta & \gamma & \alpha \\ \hline \gamma & \alpha & \beta & \gamma \end{array} \rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

С произведением конформаций ассоциирована группа, которая совпадает с первой базовой конформацией. Эта группа циклическая, она коммутативна и потому разрешима. Специфика ее состоит в том, что её матрицы инвариантны как множество при отражении от главной и второй диагонали. Кроме этого, она генерируется трансляциями своих элементов.

Проведем аналогичные расчеты для системы конформаций с матрицами размерности 4. Структура элементов конформаций пусть будет такой, которая сохраняет себя при операциях комбинаторного типа:

$$\alpha \rightarrow \begin{matrix} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ 1234 & 2341 & 3412 & 4123 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 1432 & 2143 & 3214 & 4321 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 1111 & 2222 & 3333 & 4444 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 1313 & 2424 & 3131 & 12 \end{matrix} \end{matrix}$$

Пара комбинаторных операций для мест значимых элементов

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

,

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	2	1	4	3
3	3	2	1	4
4	4	3	2	1

на конформациях генерирует циклическую группу, состоящую из 4 элементов.

Эта группа коммутативная и потому разрешимая.

Ее элементы, как будет видно из их структуры, могут быть получены частичной трансляцией значимых элементов. Эта трансляция объединяет 4 элемента в две пары.

Матрицы группы симметричны относительно главной и второстепенной диагоналей. Конформации с такими матрицами имеют структуру, которая похожа на структуру матриц предыдущего типа.

Таблица комбинаторных произведений для данных конформаций такова:

×	α	β	γ	δ
α	γ	δ	β	α
β	δ	γ	α	β
γ	α	β	γ	δ
δ	β	α	δ	γ

$$\rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим общее свойство, присущее группам, которые ассоциированы с комбинаторным произведением конформаций на матрицах размерности 3,4.

В первом случае матрицы такой группы действуют на базовую конформацию транзитивно, не меняя состав и структуру элементов ни на комбинаторном, ни на матричном произведении. Аналогичный результат получается, если рассматривать квадраты элементов этой группы.

Во втором случае инвариантность состава исходной конформации достигается только в том случае, когда она подвергается действию квадратов элементов группы, ассоциированной с произведением конформаций.

В силу указанного свойства можно принять *гипотезу*, что критерием разрешимости общих алгебраических уравнений является инвариантность системы соответствующих конформаций относительно квадратов элементов группы, ассоциированной с комбинаторным произведением конформаций. По крайней мере, эта гипотеза верна для алгебраических уравнений со степенями 3,4.

Применим данную гипотезу к алгебраическим уравнениям более высоких степеней.

Анализ показал, что для конформаций с матрицами размерностей 5,6 циклические группы, ассоциированные с их комбинаторными произведениями, имеют другую структуру. Они уже не получаются на основе трансляций значимых элементов. Они не инвариантны как множества при отражении значимых мест относительно второстепенной диагонали. Кроме этого, у этих матриц нет совпадения с матрицами исходных конформаций.

Проиллюстрируем эти свойства соответствующими элементами групп.

Из расчета следует, что циклическая группа, ассоциированная с комбинаторным произведением конформаций на матрицах размерности 5, такова:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Определим элементы индексами, которые равны местам значимых элементов в первой строке в форме величин $\xi_i, i = 1, 2, 3, 4, 5$. Их квадраты генерируют элементы данной группы:

$$\xi_2^2 = \xi_5, \xi_3^2 = \xi_4, \xi_4^2 = \xi_2, \xi_5^2 = \xi_3.$$

Действие элементов ассоциированной группы аналогично действию их матричных квадратов нарушает состав и структуру исходной системы конформаций.

Похожую структуру имеет группа, ассоциированная с произведением конформаций на матрицах размерности 6. Её состав и элементы таковы:

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 123456 & 265341 & 352164 \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 431625 & 546213 & 614532
 \end{array}$$

Этому множеству присущи такие свойства при матричном произведении:

$$\xi_2^2 = \xi_6, \xi_3^2 = \xi_2, \xi_4^2 = \xi_6, \xi_5^2 = \xi_1, \dots$$

По указанным причинам действие элементов или квадратов элементов группы, которая ассоциирована с комбинаторным произведением конформаций с матрицами размерности 6 нарушает состав и структуру базовой системы конформаций.

Принимая справедливость принятой гипотезы, мы можем сказать, что общие алгебраические уравнения степеней 5,6 неразрешимы в радикалах, так как группа, которая ассоциирована с произведением конформации, действует нетранзитивно на базовые элементы конформаций.

Основу проведенного анализа составляют конечные множества конформаций, подчиненные паре комбинаторных операций. С ними, на основе анализа произведений конформаций, ассоциированы матричные группы. Они имеют разную структуру для разных размерностей матриц. При действии квадратов элементов таких групп на исходные конформации имеет место их инвариантность как множеств на размерностях 3,4. Аналогичные действия на размерностях 5,6 нарушают указанную инвариантности. По этой причине кажется реалистичной гипотеза, что возможно неассоциативное обоснование условий разрешимости общих алгебраических уравнений, так как комбинаторное произведение неассоциативно. Заметим, что есть и другие признаки различия групп, которые ассоциированы с комбинаторным произведением конформаций.

Дополнительный аргумент в пользу проведенного анализа в том, для алгебраических уравнений степени 5 их разрешимость базируется на системе из трех групп: циклической группы, группы диэдра и метациклической группы Фробениуса. Но именно эти группы дополнены конформацией из идеалов для образования системы конформаций, инвариантной относительно действия комбинаторных операций. При этом имеет место инвариантность относительно матричной операции и относительно структурного суммирования. В этом случае систему конформации можно изучать средствами алгебры, объединяя действия на элементы конформаций некоторых операций произведения и операции суммирования.

Алгоритм ассоциированных конформаций для расширения групп

Насколько мне известно, в настоящее время отсутствует системный алгоритм для расширения группы таким образом, чтобы она получила функцию нормальной подгруппы в расширенной группе.

Алгоритм ассоциированных конформаций частично решает такую задачу. Проиллюстрируем алгоритм и несколько расширений на конкретных примерах.

В качестве начального шага рассмотрим группу на матрицах размерности 3, которая получается, если к единичной матрице применить операцию трансляции на единицу значимых мест.

Получим три элемента, которые удобно задать тройкой чисел, указывающих номера значимых элементов в строках:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

123 234 312

Расположим номера элементов в таблицу

$$\theta = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Поставим этой таблице в соответствие три матрицы соответственно рисунку таблицы

$$\theta = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эти матрицы, как легко видеть, образуют смежный класс исходной группы, расширяя ее до уровня нормальной подгруппы. В этом состоит алгоритм генерации смежного класса на модели ассоциированной конформации: три матрицы в сумме заполняют все матричное пространство.

Аналогично рассмотрим группу на матрицах размерности 4 вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1234 2413 3142

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Группа

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

12345 25134 31452 43521 54213

согласно таблице

1	2	3	4	5
2	5	1	3	4
3	1	4	5	2
4	3	5	2	1
5	4	2	1	3

генерирует ассоциированную конформацию из 5 матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Конформация задает смежный класс для исходной группы.

Группа из 6 матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

123456 261345 314562

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

435621 546213 652134

на таблице

1	2	3	4	5	6
2	6	1	3	4	5
3	1	4	5	6	2
4	3	5	6	2	1
5	4	6	2	1	3
6	5	2	1	3	4

генерирует систему конформаций:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Специальной чертой генерируемых матриц в рассматриваемых случаях было условие, что матричные квадраты этих матриц генерируют единичную матрицу.

Естественно ожидать, что применяемый алгоритм при действии на систему конформации способен генерировать группу.

Это действительно так, что проще показать на матрицах размерности 3. В этом случае конформация генерирует таблицу с тройкой матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

К аналогичным связям ведет таблица значимых мест для конформации с матрицами размерности 4:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Внутренняя генерация смежных классов группой

Обычно смежные классы получаются на основе произведения элементов группы на некий внешний объект, родственный группе по структуре. В этом случае можно говорить о внешней генерации смежных классов.

Рассмотрим другую возможность, следуя которой смежные классы получаются на основе трансформации строк и столбцов базовой матрицы, сконструированной согласно расположению значимых мест в матрицах группы. Фактически мы имеем дело с расширением алгоритма ассоциированных конформаций.

Проиллюстрируем новую возможность генерации смежных классов примерами.

Группа может генерировать ассоциированную конформацию, которая идентична базовой группе. Такой результат следует, например, из анализа таблицы значимых мест для элементов четверной группы Клейна:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ассоциированные конформации на основе перестановки строк или столбцов в таблице значимых мест элементов этой группы генерируют смежные классы:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 3 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 2 & 1 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 2 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 3 \\ \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Три смежных класса можно охарактеризовать «шифром» в форме набора значимых мест в первой строке таблицы для группы: 1432, 1324, 2134. Группе соответствует шифр 1234.

Заметим, что таблица значимых мест для элементов группы «окаймлена» своим шифром сверху и слева, а свободные места заняты конформацией, состоящей из 4 элементов:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 3 \\ \hline 4 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что смежные классы получаются также при перестановке строк. Например, получим

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \end{array} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, алгоритм ассоциированных конформаций наделен качеством дублирования смежных классов. Их можно получать на основе перестановки столбцов в таблице значимых мест элементов группы, а также на основе перестановки строк.

Легко видеть, рассматривая шифр в качестве перестановки элементов, что три смежных класса, генерируемые перестановкой столбцов, соответствуют нечетным перестановкам.

По этой причине естественно рассмотреть «шифры» с четными перестановками 1423, 1342. Получим такой результат:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 & 4 \\ \hline 3 & 2 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 4 & 2 \\ \hline 2 & 4 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 4 & 2 & 1 & 3 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что смежные классы с четным шифром образуют смежный класс только в паре, так как матричное произведение в одной конформации генерирует элементы другой конформации с той же четностью. Следовательно, при генерации смежных классов следует учитывать, что алгоритм ассоциативных конформаций может «порождать» несколько слагаемых для единого смежного класса.

Заметим, что каждый смежный класс, генерируемый ассоциированной конформацией, имеет свойство порождать группу, если к нему применить ту перестановку столбцов или строк, которые из группы позволили получить смежный класс.

Проиллюстрируем это свойство примером:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 4 & 3 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Шифр группы на этом смежном классе задается последовательностью чисел 2143. Она отличается от шифра смежного класса на группе порядком двух последних чисел 2134. Другими словами, прямые и обратные шифры отличаются в данном случае четностью своих перестановок.

Понятно, что аналогичным методом можно объединять смежные классы.

Взаимосвязь групп и их взаимопомощь на ассоциированных конформациях

Анализ представляет нам два типа групп, которые отличаются по результатам квадратичного самовоздействия их элементов.

Квадраты элементов одного типа групп характеризуются тем, что каждый элемент при произведении превращается в единичную матрицу. С физической точки зрения это можно трактовать как разрушение отношений при первичном самовоздействии. Такой тип имеет четверная группа Клейна. Из таблицы мест значимых элементов ассоциированная конформация генерирует исходную группу:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Второй тип групп содержит только часть элементов, которые при квадратичном самовоздействии превращаются в единичные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из ее таблицы мест значимых элементов мы получаем смежный класс, квадраты элементов которого есть единичные матрицы:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Различие групп кажется принципиальным. Однако это не так. Перестановка номеров в таблицах мест значимых элементов позволяет генерировать из одной группы другую группу на основе алгоритма конструирования ассоциативных конформаций.

Таблица периферических перестановок номеров мест значимых элементов по типам

1	2	3	4	1	2	3	4
3	1	4	2	2	1	4	3
2	4	1	3	3	4	1	2
4	3	2	1	4	3	2	1

взаимно генерирует исследуемые группы. Их различие, которое кажется принципиальным, превращается в иллюзию, если действует механизм изменения номеров мест.

С физической точки зрения изменение номеров мест означает изменение системы отношений между структурными объектами, картину которых предъявляют матрицы групп. Следовательно, как известно из жизненной практики, разные объекты способны превращаться друг в друга. Но это замечание справедливо не только для физических тел.

Аналогию свойств различных групп легко продолжить. Рассмотрим генерацию одного и того же смежного класса разными группами. Пусть, например, группа Клейна генерирует такой смежный класс:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 3 \\ \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вторая группа генерирует этот же смежный класс при перестановке строк с элементов внутренней мутации номеров значимых элементов. Получим модель

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, одна группа может «помочь» другой группе в генерации смежных классов. По указанным причинам алгоритм ассоциированных конформаций выводит теорию на решение задач социального направления.

Во-первых, взаимопомощь и взаимопревращения согласуются с жизненной практикой в том смысле, что разные объекты способны превращаться друг в друга, а также создавать одинаковые изделия. Правда, получается это при различии усилий и алгоритмов действий.

Во-вторых, один объект способен создать то, что нужно другому объекту, если он почему-то не может или не хочет достичь желаемого результата.

В-третьих, деятельность одного объекта или их системы способна инициировать деятельность другого объекта или их системы для достижения аналогичного результата.

В-четвертых, объекты могут подражать друг другу в усвоении и применении алгоритмов или результатов, достигнутых одним объектом или их системой.

Заметим свойства симметрии различных таблиц. Сравним пару таблиц

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 3 \\ \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Они совпадают при трансформации относительно второй диагонали. Следовательно, механизм получения одинакового результата (смежного класса) базируется на симметрии отражения. Заметим, аналогичный результат получается при отражении относительно главной диагонали, а также при «зеркальное» расположение номеров значимых мест:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 & 3 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline \end{array}.$$

Связь таблицы произведения матриц с конформацией по их структуре

Найдем таблицу матричных произведений для матриц циклической группы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1
2
3
4
5

12345
25134
31452
43521
54213

В первой строке заданы сами матрицы, во второй строке указаны их номера в соответствии с местом значимого элемента в первой строке. В третьей строке набор чисел иллюстрирует места значимых элементов в последовательности строк матриц.

Выполнив матричные произведения, получим таблицу согласно указанным номерам:

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	5	1	3	4
3	3	1	4	5	2
4	4	3	5	2	1
5	5	4	2	1	3

Таблица произведений имеет структуру магического квадрата, в котором отношение суммы номеров по главной диагонали к сумме номеров по второй диагонали равно 0,75.

Конформация, ассоциированная со структурой таблицы произведений задана матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\tilde{1}$
 $\tilde{2}$
 $\tilde{3}$
 $\tilde{4}$
 $\tilde{5}$

13254
21543
34125
45312
52431

Модель генерации ассоциированных конформаций дает ту же таблицу произведений:

1	2	3	4	5
2	5	1	3	4
3	1	4	5	2
4	3	5	2	1
5	4	2	1	3

Обнаруженная связь позволяет существенно упростить нахождение таблицы матричных произведений. Для этого не требуется производить расчет. Достаточно составить таблицу структуры анализируемых матриц согласно номерам значимых мест в их строках.

Проиллюстрируем эту возможность на матрицах ассоциированной конформации. Согласно номерам значимых мест, получим таблицу, которая генерирует элементы группы, так как умножаются элементы смежного класса.

Имеем таблицу произведения элементов ассоциированной конформации вида

$\times$	$\tilde{1}$	$\tilde{2}$	$\tilde{3}$	$\tilde{4}$	$\tilde{5}$
$\tilde{1}$	1	2	3	4	5
$\tilde{2}$	3	1	4	5	2
$\tilde{3}$	2	5	1	3	4
$\tilde{4}$	5	4	2	1	3
$\tilde{5}$	4	3	5	2	1

Эта таблица устроена таким образом: номера значимых элементов выбираются по строкам в последовательности матриц ассоциированной конформации. Фактически системе матриц ставится в соответствие столбец номеров значимых мест. Он образует искомую таблицу произведений.

1	2	3	4	5
3	1	4	5	2
2	5	1	3	4
5	4	2	1	3
4	3	5	2	1

Конформация, ассоциированная с такой таблицей, есть множество матриц исходной группы. По этой причине компоновка строк может производиться с учетом требования, чтобы она была согласована с генерируемой структурой элементов группы.

Ожидаемый результат действительно достигнут. Мы получаем в форме ассоциированной конформации элементы группы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Указанные внешние связи таблиц произведений и структуры множества матриц имеют некую глубинную природу. Пока что она скрыта от анализа.

Представляет интерес различие структуры в таблицах произведений. Для группы мы применяем распределение мест значимых элементов в каждой матрице. Для смежного класса произведение основано на согласованном учете всех элементов, генерируя номера значимых мест по их значениям в строках системы матриц.

В первом случае можно говорить о наличии аналога некоторого механизма индивидуального взаимодействия. Во втором случае проявляется влияния «социума» на результат произведения. В жизненной практике мы имеем похожие сценарии отношений.

Рассмотрим влияние группы на ассоциированную конформацию (смежный класс).
Получим таблицу произведений

$$\theta = \begin{array}{c|ccccc} \times & \tilde{1} & \tilde{2} & \tilde{3} & \tilde{4} & \tilde{5} \\ \hline 1 & \tilde{1} & \tilde{2} & \tilde{3} & \tilde{4} & \tilde{5} \\ 2 & \tilde{3} & \tilde{1} & \tilde{4} & \tilde{5} & \tilde{2} \\ 3 & \tilde{2} & \tilde{5} & \tilde{1} & \tilde{3} & \tilde{4} \\ 4 & \tilde{5} & \tilde{4} & \tilde{2} & \tilde{1} & \tilde{3} \\ 5 & \tilde{4} & \tilde{3} & \tilde{5} & \tilde{2} & \tilde{1} \end{array}.$$

Следовательно, эта таблица генерирует ассоциированную конформацию в форме группы:

$$\theta = \tilde{1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \tilde{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+ \tilde{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \tilde{4} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \tilde{5} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Группа конструирует таблицу произведений на элементы смежного класса согласно своей структуре.

Рассмотрим произведение элементов смежного класса на элементы группы. Получим таблицу вида

$$\begin{array}{c|ccccc} \times & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline \tilde{1} & \tilde{1} & \tilde{2} & \tilde{3} & \tilde{4} & \tilde{5} \\ \tilde{2} & \tilde{2} & \tilde{5} & \tilde{1} & \tilde{3} & \tilde{4} \\ \tilde{3} & \tilde{3} & \tilde{1} & \tilde{4} & \tilde{5} & \tilde{2} \\ \tilde{4} & \tilde{4} & \tilde{3} & \tilde{5} & \tilde{2} & \tilde{1} \\ \tilde{5} & \tilde{5} & \tilde{4} & \tilde{2} & \tilde{1} & \tilde{3} \end{array}.$$

Теперь таблица произведения основана на структуре первых элементов произведения:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Итак, при расширении группы мы имеем *три модели* ассоциированных конформаций.

Генерация смежных классов на мутации отношений в группе

Мы знаем, что смежный класс генерируется на основе конформации, копирующей структуру матричного произведения элементов группы.

Есть другой механизм генерации смежных классов по группе. Он основан на согласованном изменении отношений в множестве элементов группы. Назовем такую модель мутацией отношений. В частности, когда группа задана матрицами, мутация отношений обеспечивается перестановкой одинаковых строк в каждом из элементов.

Проиллюстрируем мутацию отношений с образованием множества смежных классов на четверной группе Клейна

$$A \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Столбец цифр перед первой матрицей указывает номера мест ее значимых элементов.

Рассмотрим мутации, структура которых задается «шифром» перед первой матрицей:

$$B \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таковы три смежных класса, основанные на нечетных перестановках элементов «шифра».

Четные перестановки «шифра» генерируют двойной смежный класс, элементы которого генерируют группу только при произведении из разных классов.

Одна грань смежного класса образована матрицами

$$E \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их матричные произведения генерируют вторую грань смежного класса. Мы имеем возможность анализа не просто взаимодействия элементов, а взаимодействие их множеств.

Вторая грань смежного класса представляется матрицами

$$F \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Понятно, что обратная мутация со стороны смежного класса генерирует группу.

Известно, что смежный класс может быть получен на основе произведения некоторой матрицы на элементы группы. Из данного подхода ясно, что такую производящую матрицу можно генерировать на основе перестановки строк в единичной матрице.

Однако, следуя анализу, мы видим, что для одних смежных классов достаточно одной производящей матрицы, а для других смежных классов требуется несколько матриц. Другими словами, смежные классы могут иметь один уровень генерации, а другие смежные классы получаются при нескольких уровнях генерации. В первом случае мы можем говорить о модели индивидуального взаимодействия. Во втором случае мы вправе говорить о действиях «социума».

Мутация отношений позволяет переходить от одного смежного класса к другому. Если мы желаем перейти от одного нечетного типа смежного класса к другому нечетному типу, то для этого потребуется четная перестановка. Связи четных и нечетных классов элементов базируются на нечетной перестановке.

Общая картина перестановок в системе из 4 элементов задается рисунком

		A		
B		C		D
		E		
		F		

Произведения элементов группы и двух типов смежных классов задаются отношениями вида

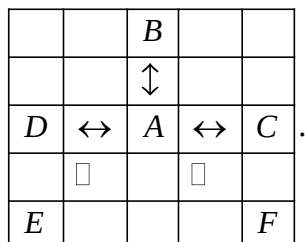
$$\begin{aligned} AA &\rightarrow A, \\ BB &\rightarrow A, CC \rightarrow A, DD \rightarrow A, \\ EF &\rightarrow A, FE \rightarrow A, \\ BC, CD, DB &\rightarrow F, BD, DC, CB \rightarrow E, \\ CE, FC, DF, ED &\rightarrow B, \\ BF, EB, DE, FD &\rightarrow C, \\ BE, FB, CF, EC &\rightarrow D, \\ EE &\rightarrow F, FF \rightarrow E, \\ A\xi, \xi A &\rightarrow \xi. \end{aligned}$$

Из проведенного анализа следует, что даже в кажущемся простым множестве перестановок из 4 элементов реализуются достаточно сложные, многогранные, многоуровневые отношения между изделиями, состоящими из 4 базовых элементов.

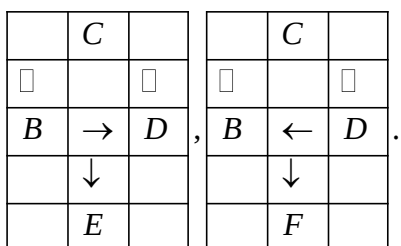
Это особенно важно понимать, конструируя структурные модели частиц света и гравитации, состоящие из пары электрических и пары гравитационных предзарядов.

Анализ взаимосвязей элементов группы перестановок из 4 элементов в представлении ее матрицами размерности 4 позволяет выделить 4 типа отношений в таком множестве.

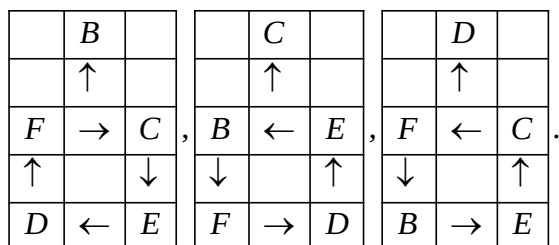
К первому типу отношений относится группа, элементы которой оставляют инвариантными смежные классы или их составляющие, при этом они не меняют никакие элементы, если те влияют на элементы группы. Такой тип отношений зададим рисунком



Второй тип отношений характеризуется тем, что объекты одноуровневых смежных классов генерируют элементы двухуровневых смежных классов:



Отношениям третьего типа присуща генерация элементов одноуровневых смежных классов на основе объединения всех других элементов, которые не принадлежат группе. Представим этот тип отношений рисунками



Четвертый тип отношений характеризует три вида индивидуальных взаимодействий между элементами множества:

$$ee \rightarrow f, ff \rightarrow e,$$

$$\xi\xi \rightarrow a, \xi\eta \rightarrow a.$$

Отношения в системе объектов, которые представляют группу перестановок, можно рассматривать с общих позиций. Для этого достаточно принять гипотезу, что эти законы могут иметь место для разных объектов и разных ситуаций. Тогда мы вправе приложить найденные условия к практике живых объектов.

Следуя указанным рисункам, мы находим условие, что есть сообщества живых объектов, которые при взаимодействии меняются, но не разрушают сообщество по структуре и оно не разрушается при внешнем воздействии.

Есть другие объекты и сообщества, которые могут меняться, достигая в ряде условий уровня превращения в элементы сохраняющегося сообщества.

Модели ассоциированных конформаций в системе из 4 объектов

Мы определили ассоциированные конформации по структуре некоторой начальной конформации, согласовав между собой элементы в таблице, иллюстрирующей места значимых элементов в этой конформации.

Рассмотрим несколько групп на матричной операции для матриц размерности 4, которые образуют начальную конформацию. На этой основе образуем ассоциированную конформации, которую будем рассматривать как начальную для последующей ассоциированной конформации. Нас интересует система отношений между указанными объектами.

Модель 1. Группа задает ассоциированную конформацию, которая тождественна начальной конформации. Такой вариант иллюстрируется элементами вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

↓

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

↓

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$G \rightarrow AK = G.$$

Модель 2. Группа и ее ассоциированная конформация взаимно генерируют друг друга. Проиллюстрируем такой вариант примером:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{table>| | | | |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 1 | 4 | 2 |
| 4 | 3 | 2 | 1 |
,$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{table>| | | | |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 3 | 2 | 4 |
| 2 | 1 | 4 | 3 |
| 3 | 4 | 1 | 2 |
| 4 | 2 | 3 | 1 |
,$$

$$G \leftrightarrow AK.$$

Перераспределение элементов генерирует пару множеств, одним из которых является группа Клейна, которая выполняет функцию нормальной подгруппы для остальных элементов в форме смежного класса

Получим пару множеств

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Другими словами, та группа, которая имеет взаимную с ней ассоциированную конформацию, имеет свойство группировки с образованием новой группы в форме нормальной подгруппы и нового смежного класса.

Заметим, что такая группа выполняет функцию генерации системы, состоящей из набора транзитивных групп для множества, состоящего из 5 элементов. Конструкция состоит в том, что формируется множество, состоящее из 4 матриц размерности 5, в котором блоки матриц размерности 4 есть элементы рассматриваемой группы. Затем эти элементы являются составляющими 4 циклических групп, которые можно получить, формируя элементы единым переносом мест значимых элементов вправо или влево по строкам матриц.

Начальные матрицы имеют вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Группы получаются трех типов: циклическая группа, группа диэдра, метациклическая группа Фробениуса

$$Z_5, D_5, F_5.$$

Известно, что эти три группы, и только они, транзитивны, что обеспечивает разрешимость в радикалах алгебраических уравнений степени 4, если их группа Галуа (группа автоморфизмов корней уравнения) есть одна из указанных групп.

Модель 3. В этом случае группа генерирует не смежный класс, а тип ассоциированной конформации, для которой новая ассоциированная конформация структурно совпадает с предыдущей

$$G \rightarrow AK_1 \leftrightarrow AK_2.$$

Специфика ситуации в том, что обе ассоциированные конформации согласованы друг с другом на матричном произведении.

Однако они не генерируют элементов группы, если не считать единичного элемента.

Проиллюстрируем эту модель примером. Получим согласованную систему матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 2 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 4 & 3 \\ \hline 2 & 4 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Модель 4. Согласно её группа индуцирует ассоциированную конформацию, которая генерирует новую конформацию. Все три элемента частично согласованы между собой по матричному произведению. Дополнительно они генерируют новые элементы, расширяя состав анализируемого множества до полного набора матриц группы перестановок.

Проиллюстрируем три начальных элемента согласно данной модели:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 3 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 4 & 2 & 1 & 3 \\ \hline \end{array}, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 2 & 1 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Из анализа данной модели можно сделать выводы, имеющие некоторую аналогию с практикой жизни. Наличие системы элементов в форме коллектива (группы) при генерации новых элементов по «коду», скопированному от других коллективов (групп) не гарантирует достижение результатов, естественных для этих коллективов. Может быть не только отличие от тех, кого вы копируете, но и новое качество, возможно, совсем неожиданное.

Конформационное различие циклических групп на перестановках 5 элементов

Циклические группы перестановок для 5 элементов можно генерировать, исходя из матриц размерности 5, полученных расширением размерности матриц для групп перестановок из 4 элементов.

Проиллюстрируем такую возможность примерами. Получим несколько моделей. Основная модель интересна в том смысле, что циклические группы в форме базовых конформаций имеют структуру, которая аналогична структуре ассоциированных с ними других конформаций. Покажем это примером:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{pmatrix}$$

Все они получены на основе размерностного расширения группы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так мы получаем транзитивные группы Z_5, D_5, F_5 . Они образуют спектр транзитивных групп автоморфизмов корней алгебраических уравнений степени 5. Только для них алгебраические уравнения этой степени разрешимы в радикалах.

Ассоциированные конформации имеют, соответственно, такой вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эта пара ассоциированных конформации взаимно обратна базовым конформациям.

Другая пара конформации на ассоциированных конформациях дублирует себя:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Модели второго типа получаются при размерностном расширении пары групп

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ассоциированные конформации для которых не совпадают с генерируемыми базовыми конформациями.

Заметим, что первая модель имеет элементы, замкнутые на матричном произведении. Во втором и третьем случаях такой замкнутости нет.

Комплект новых истин, следующих из анализа многообразия M^{25}

Матрицы многообразия M^{25} собраны в систему, состоящую из матриц размерности 5, которые образуют группу Фробениуса, при ее дополнении 5 матрицами в форме столбцов со значимыми элементами. Эта система замкнута на матричном произведении, на комбинаторном произведении и на операции структурного суммирования. По этой причине на этой основе есть все основания конструировать биалгебры.

Поскольку матричное произведение и структурное суммирование ассоциативны, основные свойства алгебры, сконструированной на таких операциях известны.

Комбинаторная операция неассоциативна. По этой причине её объединение с операцией структурного суммирования генерирует неожиданные и нетривиальные результаты.

На комбинаторной операции каждый элемент рассматриваемого множества обратен себе.левой единицей множества элементов является элемент под номером 16.

Комбинаторная операция связывает различные элементы между собой согласно закону

$$\alpha : \beta = \frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \beta.$$

Другими словами, на множестве действует операция деления, но эта операция генерирует тот же результат, что и операция произведения. Наличие операции деления позволяет делать с элементами то, что вообще непривычно при работе с матрицами.

Проиллюстрируем указанный закон конкретными примерами:

α	7	1	4	23	12	9	6	10	3	15	16	14	2
β	13	25	18	17	12	14	5	21	19	11	22	12	5
$\alpha\beta$	9	5	6	15	16	8	21	13	8	17	22	19	19
$(\alpha\beta)\beta$	7	1	4	23	12	9	6	10	3	15	16	14	2

Неассоциативность данного типа можно рассматривать как форму функционального обобщения концепции ассоциативности. Действительно, определим функциональную ассоциативность выражением

$$a(bc) = f(a, b, c)((ab)c).$$

В рассматриваемом случае это выражение конкретизируется на основе свойств общего закона, действующего на многообразии

$$f(a, b, c) = (a(bc))((ab)c).$$

Приняв эту точку зрения на неассоциативность, мы получаем алгоритм превращения множеств с ассоциативным произведением в множества с неассоциативным произведением, учитывая различные функциональные представления неассоциативности.

Неассоциативность позволяет объединять между собой тройки элементов с разной структурой произведений, дополняя стандартные, привычные свойства множества новыми сторонами и свойствами.

Заметим, что фактически мы приходим к спектру законов, которые ранее были скрыты от анализа. Мы вправе рассматривать разные функции с разным количеством элементов, подчиняя их закону вида

$$\varphi(\xi_i) = \psi(\eta_j)(\varphi(\xi_i) \cdot \psi(\eta_j)).$$

Открытые системы конформаций на циклических конформациях

Сконструируем циклические конформации на размерностном расширении группы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим из каждого элемента циклические конформации:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Убедимся в их незамкнутости по структуре трех ассоциированных конформаций:

1	3	4	5	2
2	4	5	1	3
3	5	1	2	4
4	1	2	3	5
5	2	3	4	1

,

1	4	5	2	3
2	5	1	3	4
3	1	2	4	5
4	2	3	5	1
5	3	4	1	2

,

1	5	2	3	4
2	1	3	4	5
3	2	4	5	1
4	3	5	1	2
5	4	1	2	3

.

Связь структуры конформаций с магическими квадратами

Рассмотрим группу перестановок из 4 элементов, размерностное расширение которой дает начальные элементы для конформаций в форме согласованных перестановок 5 элементов, достаточных для образования системы транзитивных групп автоморфизмов для корней алгебраических уравнений степени 5.

Она такова

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Запишем эту систему матриц в форме структурной конформации. Получим представление

1	2	3	4
2	4	1	3
3	1	4	2
4	3	2	1

Рассматривая таблицу как структуру из натуральных чисел, мы обнаруживаем, что имеем симметричный магический квадрат. Сумма чисел по строкам и по столбцам равна сумме чисел по основной и второстепенной диагоналям. Таблица симметрична по диагоналям.

Аналоги симметричных магических квадратов генерируют еще две конформации на группе перестановок из 4 элементов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 4 & 2 \\ \hline 2 & 4 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 4 & 2 & 1 & 3 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 & 4 \\ \hline 3 & 2 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Эти конформации по своей структуре взаимно индуцируют друг друга. Но на их основе не генерируются группы из 4 матриц.

Конформации для нормальной подгруппы и двух других групп порядка 4 также дают магические квадраты. Однако эти квадраты не являются симметричными:

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

,

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

,

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	2	1
4	3	1	2

.

Магические квадраты и новый алгоритм генерации группы Фробениуса F_5

Анализ глубинных свойств транзитивных групп и алгоритмов их генерации являются самостоятельными проблемами математики. В их решении естественна пара инструментов.

Одним инструментом является нахождение таких конформаций, структура номеров мест значимых элементов для которых образует симметричный магический квадрат.

Другим инструментом является алгоритм генерации групп на основе базового набора номеров значимых элементов с последующим их изменением посредством суммирования с набором чисел, имеющих одинаковую дистанцию с близкими числами.

Проиллюстрируем данную пару указанных инструментов на стандартных слагаемых группы Фробениуса, представленных конформациями. Получим такие соответствия:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
3	4	5	1	2
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4

 $\leftrightarrow$

0	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
3	4	5	1	2
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4

 $\rightarrow \delta = 1.$

В этой ситуации магический квадрат конформации не имеет симметрии. Генерация системы матриц получается на основе суммирования номеров значимых элементов для первого столбца согласно элементам, указанных над таблицей.

Рассмотрим структуру следующей конформации. Получим соответствия вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

1	5	4	3	2
2	1	5	4	3
3	2	1	5	4
4	3	2	1	5
5	4	3	2	1

 $\leftrightarrow$

0	4	3	2	1
1	5	4	3	2
2	1	5	4	3
3	2	1	5	4
4	3	2	1	5
5	4	3	2	1

 $\rightarrow \delta = -1.$

Суммирование выполнено по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц. В этом случае набор чисел для суммирования по первому столбцу обратен предыдущему случаю. Полученный магический квадрат не симметричен.

Другие свойства имеет следующая конформация:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

1	3	5	2	4
2	4	1	3	5
3	5	2	4	1
4	1	3	5	2
5	2	4	1	3

 $\leftrightarrow$

0	2	4	6	8
1	3	5	2	4
2	4	1	3	5
3	5	2	4	1
4	1	3	5	2
5	2	4	1	3

 $\rightarrow \delta = 2.$

Мы имеем симметричный магический квадрат. Суммирование для образования новых столбцов конформации выполнено по множеству четных чисел с одинаковым интервалом.

Похожие свойства имеет следующая конформация:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

1	4	2	5	3
2	5	3	1	4
3	1	4	2	5
4	2	5	3	1
5	3	1	4	2

 $\leftrightarrow$

0	3	6	9	12
1	4	2	5	3
2	5	3	1	4
3	1	4	2	5
4	2	5	3	1
5	3	1	4	2

 $\rightarrow \delta = 3.$

Заметим, что все анализируемые конформации, как уже было показано, могут быть получены на основе размерностного расширения группы матриц с размерностью 4:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Зеркальная симметрия структуры конформаций транзитивных групп

Сопоставим и сравним между собой таблицы генераций в системе конформаций, которые ассоциированы с транзитивными группами перестановок 5 элементов.

Модели генерации таковы:

0	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
3	4	5	1	2
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4

0	4	3	2	1
1	5	4	3	2
2	1	5	4	3
3	2	1	5	4
4	3	2	1	5
5	4	3	2	1

0	2	4	6	8
1	3	5	2	4
2	4	1	3	5
3	5	2	4	1
4	1	3	5	2
5	2	4	1	3

0	3	6	9	12
1	4	2	5	3
2	5	3	1	4
3	1	4	2	5
4	2	5	3	1
5	3	1	4	2

Из таблиц следует, что конформации разного вида могут быть «прочитаны» как-бы с двух сторон. В этом смысле можно говорить об их зеркальной симметрии. Представим эту ситуацию более компактно парой таблиц

1	2	3	4	5	1
2	3	4	5	1	2
3	4	5	1	2	3
4	5	1	2	3	4
5	1	2	3	4	5

1	3	5	2	4	1
2	4	1	3	5	2
3	5	2	4	1	3
4	1	3	5	2	4
5	2	4	1	3	5

Заметим, что возможен еще один вариант генерации элементов конформаций:

0	4	8	12	16
1	5	4	3	2
2	1	5	4	3
3	2	1	5	4
4	3	2	1	5
5	4	3	2	1

Предложенный алгоритм конструирования генераций по одному элементу может быть расширен, если применять различные начальные слагаемые и различные наборы чисел для построения новых элементов.

Из таблицы комбинаторных произведений следует, что нечетное количество элементов при условии их зеркального расположения генерируют одинаковые значения произведений. Если количество элементов произведения четное, то значения произведений различаются множителем. Он один и тот же при разном количестве элементов.

Формулы, посредством которых описывается эта пара ситуаций, выглядят так

$$(2n+1)(ij) = (2n+1)(ji),$$

$$2n(ij) = 2n(ji) \cdot 16.$$

В случае, когда элемент один или их 2, ситуация выглядит так

$$\xi = \xi,$$

$$(\xi\eta) = (\eta\xi) \cdot 16.$$

Проиллюстрируем ситуации примерами с разным количеством элементов произведения:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \leftrightarrow 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2,$$

$$7 \cdot 18 \cdot 24 = 2 \leftrightarrow 24 \cdot 18 \cdot 7 = 2, \dots$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 18 \leftrightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 19 \rightarrow 19 \cdot 16 = 18,$$

$$7 \cdot 18 \cdot 24 \cdot 5 = 19 \leftrightarrow 5 \cdot 24 \cdot 18 \cdot 7 = 18 \rightarrow, \dots 18 \cdot 16 = 19, \dots$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 3 \leftrightarrow 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3,$$

$$7 \cdot 18 \cdot 24 \cdot 5 \cdot 11 = 13 \leftrightarrow 11 \cdot 5 \cdot 24 \cdot 18 \cdot 7 = 13, \dots$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 13 \leftrightarrow 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \rightarrow 24 \cdot 16 = 13,$$

$$7 \cdot 18 \cdot 24 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17 = 25 \leftrightarrow 17 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 24 \cdot 18 \cdot 7 = 12 \rightarrow 12 \cdot 16 = 25, \dots$$

Следовательно, функционально различны зеркальные произведения четного и нечетного количества элементов анализируемого множества, состоящего из 25 объектов, подчиненных комбинаторному произведению.

Данное свойство генерирует зеркальный инвариант, согласно которому произведение зеркальных выражений с нечетным количеством элементов одно и то же при разном количестве этих элементов:

$$(2n+1)(ij) \cdot (2n+1)(ji) = 16.$$

$$7 \cdot 18 \cdot 24 \cdot 5 \cdot 11 = 13 \leftrightarrow 11 \cdot 5 \cdot 24 \cdot 18 \cdot 7 = 13, \dots$$

В частности,

$$(7 \cdot 18 \cdot 24)(24 \cdot 18 \cdot 7) = 16,$$

$$(7 \cdot 18 \cdot 24 \cdot 5 \cdot 11)(11 \cdot 5 \cdot 24 \cdot 18 \cdot 7) = 16, \dots$$

Этот результат позволяет получить условие функционального равновесия произведений:

$$2n(ij) = 2n(ji) \cdot ((2k+1)(ij) \cdot (2k+1)(ji)).$$

Согласно этой формуле четные произведения зеркально согласованы с нечетными произведениями при разном количестве элементов, иллюстрируя *скрытый спектр свойств*.

Анализ комбинаторного произведения замкнутого множества, состоящего из 36 объектов, показал, что оно подчинено тем же «зеркальным» законам, что и множество, которое состоит из 25 объектов.

Ассоциативная алгебра с двумя комплексными единицами

Рассмотрим векторное пространство на трех реперах

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблица произведения реперов выглядит так

$\times$	1	i	j
1	1	i	j
i	i	-1	1
j	j	1	-1

Произведение пары векторов задается выражением

$$(a_1 + a_2 i + a_3 j) \times (b_1 + b_2 i + b_3 j) = \\ = a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 + a_2 b_3 + a_3 b_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i + (a_1 b_3 + a_3 b_1) j.$$

Сумма пары векторов такова

$$(a_1 + a_2 i + a_3 j) + (b_1 + b_2 i + b_3 j) = a_1 + b_1 + (a_2 + b_2) i + (a_3 + b_3) j.$$

Наличие пары операций достаточно для анализа различных сумм и произведений, обеспечивая исследование структуры функциональных выражений средствами алгебры.

Специфика предлагаемого подхода в том, что точке в таком пространстве можно поставить в соответствие треугольники, соединяя линиями точки, отвечающие характеристикам трехмерного вектора. По этой причине операции произведения и суммирования можно рассматривать как операции с треугольниками на плоскости.

По аналогичной методике задаются реперы в форме любых матриц с четной размерностью матриц. Например, по аналогии с двумерным пространством можно взять реперы вида

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Такой выбор реперов не является единственно возможным. Следовательно, есть система реперов, которые различны по размерности матриц, но изоморфны с алгебраической точки зрения.

С физической точки зрения и с позиции жизненной практики этот факт означает, что разные по структуре объекты могут иметь похожие средства для приема и передачи информации, что обеспечивается в данном случае средствами алгебры, допустимой на таких реперах. Другими словами, одна и та же ситуация может восприниматься и оцениваться одинаково объектами с разной структурой и системой взаимных отношений.

Данная алгебра ассоциативна, что недостаточно для вывода, что одна и та же информация может восприниматься и оцениваться одинаково разными объектами.

Неассоциативная алгебра с двумя комплексными единицами

Комбинаторное произведение неассоциативно. Применим его для тройки реперов, генерирующих алгебру с двумя комплексными единицами.

Рассмотрим базисные элементы $1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, i = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}, \alpha^2 = -1$.

Примем точку зрения, что единицу и нули можно представлять в матричном виде, равно как и величину α . В этом случае произведения составляющих данных реперов будут более сложными. Комбинаторные произведения генерируют пару таблиц отношений реперов:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \leftarrow \end{smallmatrix}$	1 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	i $\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$	j $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$
1 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	1	j	i
i $\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$	i	-1	αj
j $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$	j	αi	-1

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \rightarrow \end{smallmatrix}$	1 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	i $\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$	j $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$
1 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	1	i	j
i $\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$	j	-1	αi
j $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$	i	αj	-1

Среди произведений есть ассоциативные и неассоциативные структуры. Например, получим

$$i(ij) = -j = (ii)j,$$

$$i(ji) = -\alpha 1 \neq (ij)i = i, \dots$$

Простота ситуаций кажущаяся: тройка элементов с комбинаторным произведением имеет глубинные свойства, смысл и значение которых обнаружит и разовьет последующая практика. Так, например, реперы обладают обратными реперами, обеспечивая возможность деления векторов введенного множества. Проиллюстрируем это свойство парой примеров

$$(i(jj))i = i^{-1}i = 1, (j(ii))j = j^{-1}j = 1, \dots$$

Обычное суммирование заменим моделью структурного суммирования. Оно состоит в том, что реперы суммы получаются на основе умножения их значимых элементов с расположением в строке согласно сумме номеров мест слагаемых элементов реперов по модулю числа, равного числу элементов в строке.

Следуя этому алгоритму, имеем таблицу суммирования реперов

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	1	i	j
1	$-\alpha i$	j	$\alpha 1$
i	j	-1	αi
j	$\alpha 1$	αi	αj

Наличие пары операций, дополненных операцией деления, достаточно для генерации алгебр и полей. Их свойства таковы, что они объединяют в себе ассоциативные и неассоциативные аспекты моделирования. В этом случае можно ожидать проявлений в теории не только «силового» аспекта практики, но и информационного обмена.

Спектр моделей с тремя комплексными единицами

Из анализа классической электродинамики Максвелла следует, что её структура задана парой кватернионов с базисами

$$\begin{array}{cccc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 1 & i & j & k \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 1 & i & j & k \end{array}$$

На матричном произведении они подчинены единой таблице произведений

$\times$	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

Следовательно, пара кватернионов в ассоциативных моделях множеств подчинена одной таблице произведений.

Ситуация меняется при переходе к неассоциативным моделям. Покажем это. Введем в рассмотрение неассоциативный кватернион с базисом

$$1=(1 \ 0 \ 0 \ 0), i=(0 \ \alpha \ 0 \ 0), j=(0 \ 0 \ \alpha \ 0), k=(0 \ 0 \ 0 \ \alpha), \alpha^2=-1.$$

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \\ \leftarrow \end{smallmatrix}$	1	i	j	k
1	1	k	j	i
i	i	-1	αk	αj
j	j	αi	-1	αk
k	k	αj	αi	-1

,

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \\ \rightarrow \end{smallmatrix}$	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	k	-1	αi	αj
j	j	αk	-1	αi
k	i	αj	αk	-1

Мы видим, что один кватернион с неассоциативным произведением подчинен паре операций. Свойства неассоциативного кватерниона в определенном смысле обратны свойствам пары ассоциативных кватернионов.

Следовательно, в четырехмерном пространстве мы имеем, по крайней мере, в настоящее время, три модели комплексных единиц, объединенных с «единицами». Их достаточно для конструирования физических моделей в форме функциональных алгебр.

Спектр конформационных расширений групп на 4 элементах

Известно, что по таблице структуры значимых элементов группы мы можем задать ассоциированную конформацию. Естественно проанализировать наличие специфических свойств такого синтеза. Анализ представляет три вида анализируемого синтеза.

На группе Клейна ассоциированная конформация генерирует саму группу. Действительно, получим согласования вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow \\
 = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В этом случае смежный класс тождественен самой группе. Они как-бы «склеены» друг с другом. Нет возможности и необходимости их различать, если не подходить к этому с более строгих позиций.

Есть новый вариант синтеза группы и ассоциированной конформации. Он состоит в том, что их пара способна генерировать нормальную подгруппу и стандартный смежный класс. Проиллюстрируем его примерами. Рассмотрим такую возможность:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow \\
 \rightarrow 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

После группировки получим пару конформаций с нормальной группой Клейна:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Есть еще два аналогичных варианта:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \rightarrow$$

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 4 & 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \rightarrow$$

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Новый синтез обнаруживается при анализе пары конформаций, согласованных между собой без генерации нормальной подгруппы и смежного класса.

$$e_i, i=1,2,3,4 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 4 & 2 \\ \hline 2 & 4 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 4 & 2 & 1 & 3 \\ \hline \end{array} \rightarrow$$

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow e_i, i=1,2,3,4 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 & 4 \\ \hline 3 & 2 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Эти 8 матриц образуют 2 смежных класса при объединении их с группой Клейна. Их взаимные произведения генерируют ее элементы. Мы имеем двойной смежный класс.

Три вида синтеза групп и ассоциированных конформаций дополняются четвертым типом. Он реализуется при соединении в единую структуру всех указанных смежных классов (ассоциированных конформаций). В этом случае при перестановке строк одного смежного класса можно получить, например, другой смежный класс. Новый синтез задает связи между смежными классами.

Следовательно, множество ситуаций при перестановке 4 элементов с образованием между ними различных отношений генерирует 4 вида взаимных связей. Понятно, что такие свойства могут и должны проявляться в физических задачах и в жизненной практике.

Уровни «творческого» потенциала составной конформации

Определим составную конформацию как форму объединения элементов разных смежных классов или ассоциированных конформаций. Проанализируем составную конформацию нулевого уровня творчества

$$1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

на предмет генерации всех элементов группы подстановок из 4 элементов при умножении.

На первом уровне творчества получим элементы

$$\begin{aligned} a \cdot 1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 1 \cdot 2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 1 \cdot 3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 1 \cdot 4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ 2 \cdot 1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \cdot 2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \cdot 3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 2 \cdot 4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ 3 \cdot 1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 \cdot 2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 \cdot 3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 3 \cdot 4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ 4 \cdot 1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 4 \cdot 2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 4 \cdot 3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \cdot 4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

На втором уровне творчества получим еще 4 матрицы:

$$a \cdot 1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, a \cdot 2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a \cdot 3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a \cdot 4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Составная конформация имеет творческий потенциал по генерации всех элементов группы перестановок. Группы порядка 4 способны генерировать только себя. Группы со смежными классами генерируют 8 или 12 элементов при однократных и многократных произведениях. Следовательно, составная конформация способна иметь самый высокий потенциал творчества.

Нечто похожее обнаруживается в народонаселении при смешении рас. По этой аналогии составные конформации могут быть интересны в задачах эволюции.

Обобщенная дистрибутивность

Теория колец, полей и алгебр базируется, так или иначе, на необходимых условиях соотношения операций произведения и суммирования в форме дистрибутивности для элементов множеств

$$a(b+c) = ab+bc,$$

$$(b+c)a = ba+ca.$$

Эти условия не выполняются на комбинаторном произведении и операции структурного суммирования. По этой причине естественно найти алгоритм или условия обобщения указанных равенств.

Найдем обобщение условий дистрибутивности на примере многообразия M^{25} при применении комбинаторной операции умножения строк на строки и операции структурного суммирования.

Анализ предъявляет такую возможность:

$$a(b+c) \neq ab+ac,$$

$$a(b+c) = ((a(b+c))(ab+ac))(ab+ac),$$

$$(b+c)a \neq ba+ca,$$

$$(b+c)a = (((b+c)a)(ba+ca))(ba+ca).$$

Проиллюстрируем эту возможность примерами:

a	b	c	$\alpha = a(b+c)$	$\beta = ab+ac$	$\alpha\beta$	$(\alpha\beta)\beta$
1	2	3	5	20	7	5
7	18	6	18	3	1	18
11	2	9	25	10	25	25
17	8	11	22	21	20	22
23	10	5	12	5	14	12

Легко видеть, что мы имеем дело с частным случаем более общих условий, реализуемых на любой паре элементов рассматриваемого множества с парой указанных операций. Справедливо равенство

$$\alpha = (\alpha\beta)\beta.$$

Следовательно, анализируемое неассоциативное, некоммутативное множество имеет свойства, которые принципиально отличают его от привычных для анализа ассоциативных множеств со стандартными операциями дистрибутивности. Это понятно из общих соображений: структура и поведение физических тел подчинены законам, которые не имеют места по структуре и поведению сознаний и чувств.

С одной стороны, это понятно. Но есть другая сторона: живой объект часто пытается оценивать свое поведение и планы действий по аналогии с законами, которые привычны из поведения физического тела. На самом деле, сознание и чувства подчиняются более сложным и непривычным законам. Обобщенная дистрибутивность иллюстрирует и эти различия, и эту сложность. То, что доступно и просто для сознания и чувств, может быть сложным и недоступным для тела.

Спектр функциональных ассоциативностей многообразия M^{25} на двойной операции

На многообразии M^{25} действует комбинаторная и матричная операции. Комбинаторная операция функционально едина, позволяя выразить неассоциативность в форме функциональной ассоциативности.

Усложним анализ, рассматривая двойную операцию. Пусть на первом этапе действует комбинаторная операция, а с получением итога действует матричная операция. Проанализируем, что в этом случае происходит с функциональной ассоциативностью.

Для некоторых элементов имеет место известный закон

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
1	2	3	19	3	2	19	$\alpha = (\alpha\beta)\beta$

Есть его обобщения:

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
5	13	22	5	22	21	9	$\alpha = (\beta\alpha)\beta$

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
17	5	21	6	22	1	12	$\alpha = \beta(\alpha\beta)$

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
20	21	22	19	5	1	19	$\alpha = \beta(\beta\alpha)$

Есть тройки элементов, которые характеризуются стандартной ассоциативностью и всеми указанными формами функциональной ассоциативности.

Проиллюстрируем тезис примером:

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
8	13	20	20	20	20	20	$\alpha = \beta$

Кроме этого, выполняются условия

$$\alpha = (\alpha\beta)\beta = (\beta\alpha)\beta = \beta(\alpha\beta) = \beta(\beta\alpha).$$

Другими словами, множество имеет элементы, присутствие которых в тройке элементов радикально меняет их свойства с позиции анализа функциональной ассоциативности. Имеет место не только ассоциативность, но и множество форм функциональной ассоциативности.

Обратим внимание на философскую сторону проведенного анализа. Свойство ассоциативности свидетельствует о том, что объекты способны взаимодействовать друг с другом «телами», с передачей энергии и импульса. Неассоциативность характеризует способность объектов взаимодействовать информационно, подчиняясь при этом единому функциональному закону ассоциативности.

Ситуация принципиально меняется, когда действует пара операций: когда передача и прием информации объединяется с действиями тел. В этом случае, как мы знаем из практики, реализуется богатство жизненных ситуаций, проявляя себя спектром законов.

Исследуем частично симметричную двойную операцию, когда сначала применяется матричная операция, а на втором этапе действует комбинаторная операция.

Заметим, с позиции жизненной практики, что согласно первой двойной операции мы сначала «думаем», а потом действуем. Согласно второй двойной операции мы сначала что-то делаем, а только после этого думаем. Практика показывает, что итоги действия разных двойных операций могут быть самые разные. Анализируемая двойственность двойных операций подтверждает известные выводы.

Подтвердим рассуждения расчетом. Рассмотрим несколько примеров:

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
8	13	20	16	16	16	16	$\alpha = \beta$

Данная тройка элементов естественно подчинена системе функциональных равновесий

$$\alpha = (\alpha\beta)\beta = (\beta\alpha)\beta = \beta(\alpha\beta) = \beta(\beta\alpha).$$

Сравним действия пары операций на одной тройке элементов. Так, получим

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
1	2	3	16	1	1	16	$\alpha = \beta(\beta\alpha)$

С изменением двойной операции изменилось условие функциональной ассоциативности.

Однако изменение операции реализует выход за пределы множества функциональных равновесий. Например, меняется направление связи элементов:

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
6	7	8	4	25	20	8	$(\beta\alpha)\alpha = \beta$

Есть тройки элементов, на которых достигается новое качество функциональных равновесий, имеет место обобщение функциональной ассоциативности. В частности, имеем условия вида

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
5	13	22	17	25	24	16	$\alpha(\beta\alpha) = \beta(\beta\alpha)$

Оно необычно со стандартной числовой точки зрения, хотя оно естественно на множествах с элементами в форме столбцов.

Рассмотрим пример с изменением одного элемента:

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha = f(\alpha, \beta)$
5	13	17	16	17	16	16	$\alpha = (\beta\alpha)\beta = (\alpha\beta)\beta$

Этот результат подтверждает выводы, следующие из практики жизни: частичное изменение множества в одних и тех же условиях существования способно изменить качество связей между элементами. Более того, возможно изменение качества привычных связей.

Жизнь подтверждает соединение на практике ассоциативности и неассоциативности.

Спектр функциональных ассоциативностей многообразия M^{36}

Проанализируем функциональные ассоциативности многообразия M^{36} , основываясь на его комбинаторной операции. Анализ предъявляет множество вариантов.

Проиллюстрируем их примерами.

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$
1	7	13	13	19	19	25

$(\alpha\beta)\alpha$	$\alpha(\alpha\beta)$	$(\beta\alpha)\alpha$	$\alpha(\beta\alpha)$	$(\alpha\beta)\beta$	$\beta(\alpha\beta)$	$(\beta\alpha)\beta$	$\beta(\beta\alpha)$
25	19	19	25	13	13	25	19

Имеем спектр законов

$$\begin{aligned}(\alpha\beta)\alpha &= \alpha(\beta\alpha), \\ \alpha &= \alpha(\beta\alpha) = (\beta\alpha)\beta, \\ \beta &= \alpha(\alpha\beta) = \beta(\beta\alpha) = (\beta\alpha)\alpha.\end{aligned}$$

Проанализируем другую ситуацию:

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$
11	27	31	13	27	27	23

$(\alpha\beta)\alpha$	$\alpha(\alpha\beta)$	$(\beta\alpha)\alpha$	$\alpha(\beta\alpha)$	$(\alpha\beta)\beta$	$\beta(\alpha\beta)$	$(\beta\alpha)\beta$	$\beta(\beta\alpha)$
23	27	27	23	13	13	23	27

Она генерирует законы

$$\begin{aligned}(\alpha\beta)\alpha &= \alpha(\beta\alpha), \\ (\alpha\beta)\beta &= \beta(\alpha\beta), \\ \beta &= \alpha(\alpha\beta) = (\beta\alpha)\alpha = \beta(\beta\alpha).\end{aligned}$$

В новой ситуации получим

a	b	c	$\alpha = a(bc)$	$\beta = (ab)c$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$
17	8	3	22	24	15	17

$(\alpha\beta)\alpha$	$\alpha(\alpha\beta)$	$(\beta\alpha)\alpha$	$\alpha(\beta\alpha)$	$(\alpha\beta)\beta$	$\beta(\alpha\beta)$	$(\beta\alpha)\beta$	$\beta(\beta\alpha)$
21	30	24	26	23	28	20	30

В этом случае законы просты

$$\begin{aligned}\beta &= (\beta\alpha)\alpha, \\ \alpha(\alpha\beta) &= \beta(\beta\alpha).\end{aligned}$$

Конформационный алгоритм поиска скрытых решений алгебраических уравнений

Подойдем к алгебраическому уравнению иначе: будем рассматривать его в качестве средства для генерации системы уравнений на основе определенного элемента конформаций. Пусть для алгебраического уравнения степени 5 применяются элементы конформаций многообразия M^{25} . Дополним их строками, содержащими степени элементов чисел. Учтем изменения элементов конформаций при возведении их в ту или иную степень. Тогда по алгебраическому уравнению и элементу конформации мы сконструируем систему алгебраических уравнений. Их решения отнесем к категории скрытых решений алгебраических уравнений.

Проиллюстрируем алгоритм примером. Рассмотрим элемент конформации со степенями

$$\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \xi^5 = \xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На их основе предложим алгоритм соответствия:

$$\begin{matrix} x & x^2 & x^3 & x^4 & x^5 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} + 3 \begin{matrix} x & x^2 & x^3 & x^4 & x^5 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} + 4 \begin{matrix} x & x^2 & x^3 & x^4 & x^5 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} = 0 \leftrightarrow x^5 + 3x + 4 = 0.$$

Умножая элементы верхней строки с элементами матриц, получим систему уравнений для скрытых решений. Она такова

$$\begin{aligned} x + 3x + 4 &= 0, \\ x^2 + 3x^2 + 4 &= 0, \\ x^3 + 3x^3 + 4 &= 0, \\ x^4 + 3x^4 + 4 &= 0, \\ x^5 + 3x^5 + 4 &= 0. \end{aligned}$$

Её решения таковы

$$x^k = -1, k = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Именно эти значения применяются при анализе решений алгебраических уравнений степени 5. Ситуация меняется с изменением степени второго слагаемого, когда

$$x^5 + 3x^2 + 4 = 0.$$

С тем же элементом конформации в этом случае скрытые решения имеют вид

$$x_1 = -1, x_1 = 0, x^k = 1, k = 2, 3, 4.$$

Связь базисных реперов с теорией групп

Определим базисные реперы строками с одним значимым элементом, который равен единице. На пространстве 4 измерений такие реперы имеют вид

$$1 = 1 \ 0 \ 0 \ 0, 2 = 0 \ 1 \ 0 \ 0, 3 = 0 \ 0 \ 1 \ 0, 4 = 0 \ 0 \ 0 \ 1.$$

Рассмотрим 4-векторы

$$\alpha = 1 \ 1 \ 1 \ 1, \beta = 1 \ -1 \ 1 \ -1, \gamma = 1 \ -1 \ -1 \ 1, \delta = 1 \ 1 \ -1 \ -1.$$

Запишем базисные векторы через 4-векторы

$$\frac{1}{4}(\alpha + \beta + \gamma + \delta) = (1 \ 0 \ 0 \ 0) = 1,$$

$$\frac{1}{4}(\alpha - \beta - \gamma + \delta) = (0 \ 1 \ 0 \ 0) = 2,$$

$$\frac{1}{4}(\alpha + \beta - \gamma - \delta) = (0 \ 0 \ 1 \ 0) = 3,$$

$$\frac{1}{4}(\alpha - \beta + \gamma - \delta) = (0 \ 0 \ 0 \ 1) = 4.$$

Рассмотрим таблицу почленного произведения 4-векторов:

$\times$	α	β	γ	δ
α	α	β	γ	δ
β	β	α	δ	γ
γ	γ	δ	α	β
δ	δ	γ	β	α

$$= \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На языке конформаций таблица произведения 4-векторов генерирует ассоциированную с ней конформацию в форме четверной группы Клейна, представленной данными матрицами.

Поскольку это так, мы вправе полагать, что базисные векторы имеют связь с группами, которые можно рассматривать в качестве групп автоморфизмов 4-векторов, порождающих базисные реперы.

Обозначим матрицы буквами

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблица их матричных произведений идентична таблице произведения 4-векторов. Все рассматриваемые произведения ассоциативны.

Следовательно, базисные реперы связаны с группой Клейна аналогично их связи с 4-векторами. По этой причине кажется естественной гипотеза, что базисные реперы и группы могут иметь одинаковые приложения.

Две стороны проблемы разрешимости алгебраических уравнений в радикалах

Разрешимость алгебраических уравнений в радикалах в настоящее время базируется на модели, предложенной Галуа. Согласно его подходу, разрешимость в радикалах имеет место, если разрешима группа автоморфизмов корней уравнения.

Для нахождения группы автоморфизмов корней уравнения нужно выполнить определенные действия с последующей проверкой разрешимости полученной группы. Этот подход доказал свою эффективность и полезность. Однако он не исключает и не запрещает других моделей и других подходов к проблеме.

Наличие связи между базисными реперами и группой Клейна в пространстве 4 измерений допускает возможность анализа проблемы разрешимости алгебраических уравнений в радикалах на основе некоторого алгоритма, индуцированного произведениями базисных реперов. Покажем, что этот вариант возможен на примере решения алгебраических уравнений степени 4.

Обратим внимание на метод решения уравнений степени 4 Лагранжем.

Пусть есть алгебраическое уравнение

$$x^4 + mx^3 + nx^2 + px + q = 0.$$

Обозначим искомые его корни буквами a, b, c, d .

Лагранж дополнил, исходя из интуитивных соображений, информацию об уравнении формулами для корней четвертой степени из единицы: $\sqrt[4]{1} \Rightarrow 1, i, -1, -i$. Мы убедились в том, что в этом случае учтены скрытые решения алгебраических уравнений степени 5.

Решение базируется на идее, что проблему можно свести к решению системы линейных алгебраических уравнений. Для этого нужны базовые составляющие такой модели в форме системы резольвент: формул в виде линейной суперпозиции искомых корней со степенями корней из единицы.

Одна резольвента согласована с линейным условием на корни, известным из системы симметричных функций для них в форме

$$a + b + c + d = -m.$$

Для получения полной системы линейных уравнений в этом случае нужны еще три уравнения. Их можно получить, применив перестановку знаков у корней в исходной резольвенте.

В этой ситуации получается еще одна пара линейных уравнений

$$\beta = a - b - c + d,$$

$$\gamma = a - b - c + d,$$

$$\delta = a + b - c - d.$$

Заметим, что резольвенты можно рассматривать как аналоги 4-векторов с компонентами

$$a, b, c, d.$$

Если все компоненты имеют одинаковые значения, мы получаем систему 4-векторов, достаточную для образования базисных реперов в форме выражений, которые идентичны указанным резольвентам, но они имеют общее значение и не связаны с корнями алгебраических уравнений.

Чтобы получить решения, формальных выражений для резольвент недостаточно, нужны предположения, связывающие их с конкретными параметрами исследуемых уравнений. Другими словами, требуется «мост» от резольвент к алгебраическим уравнениям.

В рассматриваемом случае этот «мост» обеспечивается структурой уравнения

$$\Phi(y) = (y^2 - \alpha^2)(y^2 - \beta^2)(y^2 - \gamma^2).$$

Задача свелась к уравнению

$$\Phi(y) = Ay^6 + By^4 + Cy^2 = 0.$$

Его коэффициенты выражаются через квадраты резольвент. Например, получим

$$A = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2.$$

Эти выражения достаточно сложны функционально. Однако, как доказано Гауссом, в силу свойств симметричных функций для связи корней уравнения, они выражаются через коэффициенты анализируемого уравнения. В рассматриваемом случае получим кубическое уравнение для переменной y^2 с коэффициентами анализируемого уравнения:

$$y^6 - (3m^2 - 8n)y^4 + 3(m^4 - 16m^2n - 16n^2 + 16mp - 64q)y^2 - (m^2 - 4m + 8p) = 0.$$

Обозначим его решения величинами t_1, t_2, t_3 .

Задача сведена к нахождению значений корней по системе линейных уравнений с известными правыми частями. Анализ свидетельствует, что решения имеют вид

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4}(-m + \sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3}), b = \frac{1}{4}(-m + \sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} - \sqrt{t_3}), \\ c &= \frac{1}{4}(-m - \sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} - \sqrt{t_3}), d = \frac{1}{4}(-m - \sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3}). \end{aligned}$$

Его удобно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \left\{ -m \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \sqrt{t_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{t_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{t_3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что решение выражено через антикватернион, на системе которых формулируется обобщенная модель гравитационных явлений. Этот факт прямо связан со структурой алгебраических уравнений степени 4 для вычисления собственных значений приведенных матриц.

Другими словами, решение формального алгебраического уравнения генерирует обобщение теории чисел с их приведением к матричной форме, расширяя спектр структур и возможностей пространства решений.

Мы замечаем, что решение задается на группе Клейна, которая модифицирована системой знаков.

При перестановке резольвент местами решения можно записать через кватернион:

$$\begin{pmatrix} b \\ d \\ c \\ a \end{pmatrix} = \left\{ -m \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \sqrt{t_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{t_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{t_3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что удобно записать в матричной форме 4 линейных представления резольвент Лагранжа:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{pmatrix} = \left\{ a \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Оно также записано на основе кватерниона, что можно было сделать задолго до того, как его «изобрел» Гамильтон.

Анализ свидетельствует, что группа Клейна есть основа решения алгебраических уравнений степени 4. Известно, что эта группа разрешима. По этой причине резольвентный метод решения этих уравнений согласован с методом и подходом Галуа. Однако в первом случае есть расчет конкретных значений корней. В подходе Галуа есть только обоснование возможности решения уравнения в радикалах.

Если стоит задача критериальной оценки ситуации, конкретика уходит на второй план. В «игру» вступают общие факторы и параметры исследуемой задачи.

В рассматриваемом случае мы имеем возможность оценить разрешимость алгебраического уравнения на основе алгоритма действий с базовым репером, так как из общих соображений следует, что такой репер связан с группой, на которой базируются решения.

Рассмотрим 4 базисных репера, применив к ним неассоциативную, комбинаторную операцию произведения. Получим таблицу

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

Мы рассматривали конформацию, элементы которой есть строки с одним значимым элементом. Примем точку зрения, что каждому корню алгебраического уравнения можно поставить в соответствие базовый репер. Тогда эта таблица произведения есть таблица произведения формально представленных корней алгебраического уравнения.

Применим к конформации алгоритм разрешимости групп. Он базируется на анализе возможности превращения в единичный элемент выражений вида $\theta = xux^{-1}y^{-1}$.

В данном случае конформация разрешима, что сближает полученный результат с условием разрешимости группы Галуа. Этот подход упрощает и дополняет общий алгоритм оценки разрешимости алгебраических уравнений в радикалах.

Генераторы транзитивных групп

Известно, что система разрешимых групп размерности 5 получается при перемещении на одно место значимых элементы матриц, полученных при размерностном расширении группы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Рассмотрим алгоритм конструирования конформаций такого вида. Для этого будем рассматривать матрицы с размерностью, соответствующей простому числу, а элементы матрицы будем получать произведением элементов единых строк и столбцов по модулю размерности матриц.

В данном случае получим

1	2	3	4	5
2	4	1	3	5
3	1	4	3	5
4	3	2	1	5
5	5	5	5	5

«Освобождение» таблицы от числа 5 обеспечивает искомый результат в виде указанной конформации. Заметим, что таблица конформаций имеет свойство: половина суммы мест по диагоналям равна сумме мест по строкам или по столбцам.

Для простого числа 7 получим таблицу конструирования конформации с большей размерностью. Она выглядит так

1	2	3	4	5	6	7
2	4	6	1	3	5	7
3	6	2	5	1	4	7
4	1	5	2	6	3	7
5	3	1	6	4	2	7
6	5	4	3	2	1	7
7	7	7	7	7	7	7

Ей соответствуют матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их размерностное расширение с единицей в начале матриц задает основу для генерации системы транзитивных групп размерности 7. Сумма мест по диагоналям, а также по строкам и столбцам выражается цифрами, пропорциональными размерности генерирующих матриц:

$$2 \cdot 7 = 14, 3 \cdot 7 = 21, 4 \cdot 7 = 28.$$

Для матриц размерности 11 получим конформацию вида

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	4	6	8	10	1	3	5	7	9	11
3	6	9	1	4	7	10	2	5	8	11
4	8	1	5	9	2	6	10	3	7	11
5	10	4	9	3	8	2	7	1	6	11
6	1	7	2	8	3	9	4	10	5	11
7	3	10	6	2	9	5	1	8	4	11
8	5	2	10	7	4	1	9	6	3	11
9	7	5	3	1	10	8	6	4	2	11
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	11
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11

В частности, им соответствуют матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

Сумма мест по диагоналям, а также по строкам и столбцам задается значениями

$$4 \cdot 11 = 44, 5 \cdot 11 = 55, 6 \cdot 11 = 66.$$

Алгоритм генерации начальных элементов циклических конформаций

Циклические конформации можно получить из начального элемента в форме матрицы со значениями в каждой строке, если все другие матрицы будут матрицами последовательного сдвига начальных значений на единицу.

По этой причине желательно иметь алгоритм конструирования таких начальных элементов конформаций. Будем исходить из наличия единицы на первом месте в первой строке, номера значимых элементов в других строках получим на основе последовательного суммирования мест и числовым генератором конформации. Место значимого элемента в последующей строке вычисляем по модулю числа, равного размерности моделируемых матриц.

Проиллюстрируем этот алгоритм примерами.

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+8=3 \\ 3+8=5 \\ 5+8=1 \\ 1+8=3 \\ 3+8=5 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \pmod{6}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+9=4 \\ 4+9=1 \\ 1+9=4 \\ 4+9=1 \\ 1+9=4 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \pmod{6}, \dots$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+9=2 \\ 2+9=3 \\ 3+9=4 \\ 4+9=5 \\ 5+9=6 \\ 6+9=7 \\ 7+9=8 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \pmod{8}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+10=3 \\ 3+10=5 \\ 5+10=7 \\ 7+10=1 \\ 1+10=3 \\ 3+10=5 \\ 5+10=7 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \pmod{8}, \dots$$

Циклически продолжая последний начальный элемент, получим конформацию

1	2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	1	2
5	6	7	8	1	2	3	4
7	8	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	1	2
5	6	7	8	1	2	3	4
7	8	1	2	3	4	5	6

Специфика рассматриваемых конформаций в том, они представляют собой магические квадраты по сумме мест для строк и столбцов. В данном случае сумма мест по обеим диагоналям равна сумме мест по строкам и столбцам. Мы получили симметричный магический квадрат. Аналогичный квадрат мы применяли ранее для матриц размерности 4.

Получим еще 4 начальные элемента конформаций на матрицах размерности 8.

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+11=4 \\ 1+11=7 \\ 7+11=2 \\ 2+11=5 \\ 5+11=8 \\ 8+11=3 \\ 3+11=6 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \pmod{8}, \quad \begin{array}{l} 1 \\ 1+12=5 \\ 5+12=1 \\ 1+12=5 \\ 5+12=1 \\ 1+12=5 \\ 5+12=1 \\ 1+12=5 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \pmod{8},$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+13=6 \\ 6+13=3 \\ 3+13=8 \\ 8+13=5 \\ 5+13=2 \\ 2+13=7 \\ 7+13=4 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \pmod{8}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+14=7 \\ 7+14=5 \\ 5+14=3 \\ 3+14=1 \\ 1+14=7 \\ 7+14=5 \\ 5+14=3 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \pmod{8}.$$

Комбинаторные произведения строк на строки удобно анализировать на основе таблицы соответствия паре номеров значимых мест новому их номеру. В данном случае эта таблица выглядит так:

k $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	8	1	2	3	4	5	6	7
3	7	8	1	2	3	4	5	6
4	6	7	8	1	2	3	4	5
5	5	6	7	8	1	2	3	4
6	4	5	6	7	8	1	2	3
7	3	4	5	6	7	8	1	2
8	2	3	4	5	6	7	8	1

Проиллюстрируем удобство расчета произведения элементов конформаций по таблице:

$$\begin{array}{cccccccc|cccccccc} & 1 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & & 1 & 7 & 5 & 3 & 1 & 7 & 5 & 3 \\ \times^k & 1 & 7 & 5 & 3 & 1 & 7 & 5 & 3 & , & \times^k & 1 & 5 & 1 & 5 & 1 & 5 & 1 & 5 & , \dots \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & & 1 & 3 & 5 & 7 & 1 & 3 & 5 & 7 & \end{array}$$

По этой причине расчеты можно выполнять без обширных таблиц. Естественно проанализировать различные варианты и ситуации взаимодействия любых конформаций.

Проверим, образует ли представленная таблица начальных элементов конформаций замкнутой множество.

Выполним расчеты, для удобства обозначив элементы конформаций натуральными числами. В частности, можно принять такой вариант:

1	→	12345678
2	→	187654321
3	→	11111111
4	→	13571357
5	→	14725836
6	→	15151515
7	→	16385274
8	→	17531753

Таблица их комбинаторных произведений замкнута:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3	8	2	1	4	5	6	7
2	4	3	1	5	6	7	8	2
3	1	2	3	4	5	6	7	8
4	2	7	8	3	1	4	5	6
5	8	6	7	2	3	1	4	5
6	7	5	6	8	2	3	1	4
7	6	4	5	7	8	2	3	1
8	5	1	4	6	7	8	2	3

По начальному элементу конформации остальные элементы конструируются добавлением единицы к каждому предыдущему номеру. В итоге получится система, состоящая из 8 столбцов, числа в которых указывают номера значимых элементов в строках.

Представим полные конформации в форме матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Первая пара конформаций характерна для любых других конформаций. Она задает циклическую группу и группу диэдра. Третья конформация обязательна при выборе операции комбинаторного произведения.

Следующие 5 конформаций образованы из остальных начальных элементов конформаций. Они таковы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \\ 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \\ 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 \\ 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Из анализа следует, что комбинаторное произведение столбцов любых конформаций друг на друга не выводит нас за пределы данных 64 элементов. Множество конформаций замкнуто относительно комбинаторного произведения элементов.

Обратим внимание на специфику комбинаторного произведения номеров значимых мест.

Из анализа следует, что произведение столбцов друг на друга, рассматриваемых как элементы конформаций, генерируют новые элементы конформаций в форме столбцов:

$$\begin{array}{rcccccccc} & 1 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & & 4 & 3 & 2 & 1 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ \times^{\kappa} & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 8 & , & \times^{\kappa} & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 8 & 7 & 6 & , \dots \\ \hline & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \end{array}$$

Аналогичное свойство характерно для строк:

$$\begin{array}{rcccccccc} & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \times^{\kappa} & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 1 & 3 & , \dots \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

Мы получили начальные элементы конформаций по алгоритму, обнаруженному при анализе конформаций с матрицами размерности 5. Следовательно, такой алгоритм имеет некоторую общность и может рассматриваться как инструмент анализа. Его можно трактовать как алгоритм расширения группы диэдра посредством комбинаторной операции.

Ситуация упрощается с учетом единства чисел по модулю некоторого числа. Так, например, получим

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 1+1=2 \\
 2+1=3 \\
 3+1=4 \\
 4+1=5 \\
 5+1=6 \\
 6+1=7 \\
 7+1=8
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{pmatrix}
 (\text{mod } 8),
 \begin{array}{l}
 1 \\
 1+2=3 \\
 3+2=5 \\
 5+2=7 \\
 7+2=1 \\
 1+2=3 \\
 3+2=5 \\
 5+2=7
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
 \end{pmatrix}
 (\text{mod } 8), \dots$$

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 1+3=4 \\
 1+3=7 \\
 7+3=2 \\
 2+3=5 \\
 5+3=8 \\
 8+3=3 \\
 3+3=6
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 (\text{mod } 8),
 \begin{array}{l}
 1 \\
 1+4=5 \\
 5+4=1 \\
 1+4=5 \\
 5+4=1 \\
 1+4=5 \\
 5+4=1 \\
 1+4=5
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 (\text{mod } 8),$$

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 1+5=6 \\
 6+5=3 \\
 3+5=8 \\
 8+5=5 \\
 5+5=2 \\
 2+5=7 \\
 7+5=4
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 (\text{mod } 8),
 \begin{array}{l}
 1 \\
 1+6=7 \\
 7+6=5 \\
 5+6=3 \\
 3+6=1 \\
 1+6=7 \\
 7+6=5 \\
 5+6=3
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 (\text{mod } 8),$$

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 1+7=8 \\
 8+7=7 \\
 7+7=6 \\
 6+7=5 \\
 5+7=4 \\
 4+7=3 \\
 3+7=2
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 (\text{mod } 8),
 \begin{array}{l}
 1 \\
 1+8=1 \\
 1+8=1 \\
 1+8=1 \\
 1+8=1 \\
 1+8=1 \\
 1+8=1 \\
 1+8=1
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 (\text{mod } 8).$$

Таков полный набор начальных, базовых элементов циклических конформаций на матрицах размерности 8. Все другие элементы получаются при трансляционном изменении на единицу мест значимых элементов по строкам.

Таблица произведения номеров значимых мест предъявляет пару их функциональных свойств. Они следуют из рассмотрения прямых и зеркальных произведений номеров. Четные и нечетные наборы элементов подчинены разным законам. Они имеют вид

$$2n(ij) = 2n(ji),$$

$$(2n+1)(ij) = (2n+1)(ji) \cdot E_p.$$

В частности, получим

$$3 \cdot 1 \cdot 8 = 8 \cdot 1 \cdot 3,$$

$$7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 = (4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7) \cdot 1.$$

Заметим, что различие в «зеркальном» произведении элементов четного и нечетного количества не имеет места на обычных числах. Оно естественно на элементах конформаций. Оно естественно в проявлениях жизненной практики. Есть разница в отношениях пары объектов и в отношениях тройки объектов. Так было, есть и будет, по-видимому, везде и всегда. Хорошо, что конформации на неассоциативной операции позволяют охарактеризовать это свойство математически.

Ситуация становится очень простой в плане генерации новых элементов по базовым начальным элементам. Проводится расширение системы с увеличением её размерности. Затем значимые места новых элементов получаются согласно указанному сценарию.

Проанализируем ситуацию на малых размерностях конформаций.

На размерности 3 получим матрицы

$$\begin{array}{l} 1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow a, \quad 1+2=3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow b, \quad 1+3=1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow c. \\ 2+1=3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 3+2=2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 1+3=1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Таблица матричных произведений такова:

$\begin{matrix} m \\ \times \end{matrix}$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	c	c

Пара элементов a, b образует группу на матричном произведении, в которой оба элемента обратны себе.

На размерности 4 ситуация выглядит так:

$$\begin{array}{l} 1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow a, \quad 1+2=3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow b, \quad 1+3=4 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow c, \quad 1+4=1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow d. \\ 2+1=3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 3+2=1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 4+3=3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 1+4=1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 3+1=4 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 1+2=3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 3+3=2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

В этом случае пара элементов a, c образует группу на матричном произведении. Вся система матриц замкнута на комбинаторном произведении после проведения ее трансляционного расширения. Такое расширение дает в итоге группу диэдра D_4 .

На размерности 5 получим матрицы

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \\ 3+1=4 \\ 4+1=5 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow a, \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=5 \\ 5+2=2 \\ 2+2=4 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow b,$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+3=4 \\ 4+3=2 \\ 2+3=5 \\ 5+3=3 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow c, \begin{array}{l} 1 \\ 1+4=5 \\ 4+4=3 \\ 3+4=2 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow d, \begin{array}{l} 1 \\ 1+5=1 \\ 1+5=1 \\ 1+5=1 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow e.$$

Получена вся система начальных элементов конформации размерности 5.

Размерность 6 характеризуется матрицами

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \\ 3+1=4 \\ 4+1=5 \\ 5+1=6 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=5 \\ 5+2=1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=5 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+3=4 \\ 4+3=1 \\ 1+3=4 \\ 4+3=1 \\ 1+3=4 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+4=5 \\ 5+4=3 \\ 3+4=1 \\ 1+4=5 \\ 5+4=3 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+5=6 \\ 6+5=5 \\ 5+5=4 \\ 4+5=3 \\ 3+5=2 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+6=1 \\ 1+6=1 \\ 1+6=1 \\ 1+6=1 \\ 1+6=1 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично получим начальные элементы конформаций размерности 7:

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \\ 3+1=4 \\ 4+1=5 \\ 5+1=6 \\ 6+1=7 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=5 \\ 5+2=7 \\ 7+2=2 \\ 2+2=4 \\ 4+2=6 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{l}
1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
1+3=4 \quad 1+4=5 \quad 1+5=6 \quad 4+3=7 \quad 5+4=2 \quad 6+5=4 \quad 4+5=2 \quad 3+3=6 \quad 6+4=3 \quad 2+5=7 \quad 7+5=5 \quad 6+3=2 \quad 3+4=7 \quad 7+3=3 \quad 5+5=3 \quad 2+3=5
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\
1+6=7 \quad 7+6=6 \quad 6+6=5 \quad 5+6=4 \quad 4+6=3 \quad 3+6=2 \quad 1+7=1 \quad 1+7=1 \quad 1+7=1 \quad 1+7=1 \quad 1+7=1
\end{array}$$

Наличие простого алгоритма генерации начальных элементов конформаций разной размерности упрощает анализ возможностей и ситуаций для конечных множеств на комбинаторной операции и операции структурного суммирования, если расширить множество посредством операции трансляции значимых мест.

Поскольку на комбинаторной операции производится умножение строк на строки, достаточно иметь таблицу произведения значимых мест взамен полной таблицы произведений.

Аналогично можно в рассматриваемых случаях применять операцию структурного суммирования.

Проиллюстрируем её для матриц размерности 5:

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	1
2	3	4	5	1	2
3	4	5	1	2	3
4	5	1	2	3	4
5	1	2	3	4	5

Убедимся в удобстве ее применения на паре примеров:

$$\begin{array}{cccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \\
\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix} & 1 & 4 & 2 & 5 & 3, & \begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1, \dots \\
\hline
& 2 & 1 & 5 & 4 & 3 & & 2 & 1 & 5 & 4 & 3
\end{array}$$

Наличие пары операций позволяет конструировать модели неассоциативных алгебр. Их специфика в том, что они обеспечивают спектр условий дистрибутивности.

Резольвентное различие инвариантных свойств конформаций

Определим резольвенты функциональными выражениями на основе величин с индексами, конструируя их по структуре матриц, представляющих элементы конформаций.

Если значимый элемент расположен на диагонали, ему ставится в соответствие квадрат величины, представляющей резольвенту с индексом номера строки. Если значимый элемент расположен в строке с номером i и находится на месте j , поставим ему в соответствие слагаемое резольвенты вида $x_i x_j$.

Проиллюстрируем данное определение выражениями, базирующимися на нормальной подгруппе группы перестановок из 3 элементов. Три матрицы генерируют три функции:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow x_1^2 + x_1^2 + x_1^2 = \theta_1,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = \theta_2,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow x_1 x_3 + x_2 x_1 + x_3 x_2 = \theta_2.$$

Заметим, что конформация получена из матричной единицы на основе трансляционного перемещения значимых элементов по строкам на одно последующее место при движении вправо. Аналогичный результат получится при перемещении влево. Эта двойственность генерации структуры фундаментальна, она имеет место для матриц любой конечной размерности.

Модель суммирования номеров значимых мест по модулю числа в рассматриваемых моделях естественна, так как выход за границы мест означает переход значимого элемента в матрице с конца строки в ее начало ил с ее начала в конец строки. Здесь нет никакой мистики, так корректно задавать алгоритм трансляционного изменения мест значимых элементов.

Проанализируем инвариантность полученных резольвент относительно перестановок в них индексов.

Проиллюстрируем перестановки индексов на системе матриц, дополняющих начальные матрицы до полной группы перестановок. Запишем перестановки формулами, в которых будет отображен факт отличия от диагонального расположения значимых элементов матриц.

В рассматриваемом случае ситуация выглядит так:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 1 \leftrightarrow 1, 2 \leftrightarrow 3, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 2 \leftrightarrow 2, 1 \leftrightarrow 3, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 3 \leftrightarrow 3, 1 \leftrightarrow 2.$$

Квадратичная резольвента естественно инвариантна к любым перестановкам. Поэтому анализ инвариантности сводится к рассмотрению перемен только в одной резольвенте

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = \theta.$$

Первичные матрицы задают на единичной матрице перестановку без изменения резольвенты. Две другие матрицы характеризуются связями вида

$$\begin{aligned} 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1, \\ 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1. \end{aligned}$$

Под их влиянием имеем подтверждение инвариантности базовой резольвенты на матрицах нормальной подгруппы перестановок (циклической конформации на единичной матрице):

$$\begin{aligned} x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 &\rightarrow x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1, \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 &\rightarrow x_2x_3 + x_3x_1 + x_1x_2, \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 &\rightarrow x_3x_1 + x_1x_2 + x_2x_3. \end{aligned}$$

Три другие перестановки инвариантность не нарушают:

$$\begin{aligned} x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 &\rightarrow x_1x_3 + x_3x_2 + x_2x_1, \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 &\rightarrow x_3x_2 + x_2x_1 + x_1x_3, \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 &\rightarrow x_2x_1 + x_1x_3 + x_3x_2. \end{aligned}$$

Следовательно, резольвенты нормальной подгруппы группы перестановок из трех элементов инвариантны относительно всей группы перестановок.

Проанализируем теперь ситуацию на группе перестановок из 4 элементов.

На размерности 4, следуя предложенному алгоритму генерации конформаций, получим ее начальные элементы в виде:

$$\begin{aligned} &1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{a,} 1+2=3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{b,} 1+3=4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{c,} 1+4=1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{d,} \\ &1+1=2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{a,} 3+2=1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{b,} 4+3=3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{c,} 1+4=1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{d,} \\ &2+1=3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{a,} 1+2=3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{b,} 3+3=2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{c,} 1+4=1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{d,} \\ &3+1=4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{a,} 1+2=3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{b,} 3+3=2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{c,} 1+4=1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{d,} \end{aligned}$$

В этом случае пара элементов a, c после трансляционного расширения образует группу на матричном произведении. Такое расширение дает в итоге группу диэдра D_4 .

Вся система матриц, генерируемая трансляционным расширением, замкнута на неассоциативном комбинаторном произведении. Заметим, что пара начальных элементов b, d этой конформации не принадлежит группе перестановок. По этой причине их связь с моделью перестановок имеет самостоятельный смысл и новое значение.

Пара элементов a, c достаточна для выборки из ее трансляционного расширения нормальной полгруппы.

Действительно, такое расширение генерирует матрицы расширения первичного элемента из системы начальных элементов в системе конформаций:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Второй мономиальный, начальный элемент конформаций генерирует матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выборка 4 из 8 указанных элементов дает нам на матричном произведении нормальную подгруппу группы перестановок:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эта группа имеет еще три подгруппы по 2 элемента. Запишем для них с точностью до числового множителя систему резольвент:

$$\theta_1 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2,$$

$$\theta_2 = x_1 x_2 + x_3 x_4,$$

$$\theta_3 = x_1 x_3 + x_2 x_4,$$

$$\theta_4 = x_1 x_4 + x_2 x_3.$$

Для удобства анализа инвариантности этих резольвент относительно элементов группы перестановок трансформируем матрицы в картину замены индексов в резольвентах:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$1 \leftrightarrow 1, 2 \leftrightarrow 4, 3 \leftrightarrow 3 \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \quad 1 \leftrightarrow 3, 2 \leftrightarrow 2, 4 \leftrightarrow 4 \quad 1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$1 \leftrightarrow 1, 2 \leftrightarrow 3, 4 \leftrightarrow 4 \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \quad 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \quad 1 \leftrightarrow 4, 2 \leftrightarrow 2, 3 \leftrightarrow 3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$1 \leftrightarrow 1, 2 \leftrightarrow 2, 3 \leftrightarrow 4 \quad 1 \leftrightarrow 2, 3 \leftrightarrow 3, 4 \leftrightarrow 4 \quad 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \quad 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$1 \leftrightarrow 1, 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \quad 3 \leftrightarrow 3, 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \quad 4 \leftrightarrow 4, 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \quad 2 \leftrightarrow 2, 1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$1 \leftrightarrow 1, 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \quad 4 \leftrightarrow 4, 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \quad 2 \leftrightarrow 2, 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \quad 3 \leftrightarrow 3, 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Применяя алгоритм перемены индексов согласно предложенным их связям в системе базовых резольвент, мы убеждаемся в том, что имеет место их инвариантность на каждом элементе группы перестановок, что можно называть полной инвариантностью.

С увеличением размерности конформаций инвариантность резольвент частична. Докажем это утверждение. Так, нормальная подгруппа группы перестановок из 5 элементов задается циклической группой с матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В данном случае проверка инвариантности требуется для 3 резольвент

$$\theta_1 = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_5 + x_5x_1,$$

$$\theta_2 = x_1x_3 + x_2x_4 + x_3x_5 + x_4x_1 + x_5x_2,$$

$$\theta_3 = x_1x_4 + x_2x_5 + x_3x_1 + x_4x_2 + x_5x_3.$$

Инвариантность имеет место для 20 перестановок, соответствующих группам Z_5, D_5, F_5 .

В других случаях ее нет, например, на перестановке

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$1 \leftrightarrow 2, 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3$$

В этой ситуации получим инвариантности базовых резольвент:

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_5 + x_5x_1 \Rightarrow x_2x_1 + x_1x_5 + x_5x_3 + x_3x_4 + x_4x_2.$$

Генерация циклической и нормальной групп на таблице произведения конформаций

Рассмотрим 5 конформаций для матриц размерности 5, замкнутых на комбинаторной операции, обозначив их номерами в порядке их следования в таблице произведений. Получим соответствия

$$1 \rightarrow (1, 2, 3, 4, 5), 2 \rightarrow (6, 7, 8, 9, 10), 3 \rightarrow (11, 12, 13, 14, 15), 4 \rightarrow (16, 17, 18, 19, 20), 5 \rightarrow (21, 22, 23, 24, 25).$$

Согласно расчету, таблица произведений выглядит так:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5
1	4	3	5	2	1
2	5	4	2	1	3
3	3	1	4	5	2
4	1	2	3	4	5
5	2	5	1	3	4

Из таблицы следуют матрицы ассоциированной конформации

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Простая проверка показывает, что эти матрицы задают циклическую группу на матричной операции. Представим матрицы таблицей, охарактеризовав их номерами мест в ряду строк:

1	2	3	4	5
2	5	1	3	4
3	1	4	5	2
4	3	5	2	1
5	4	2	1	3

Из таблицы следует ассоциированная конформация с элементами $\xi_i^2 = E, i = 1, 2, 3, 4, 5$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Полученная пара конформаций образует группу с нормальной подгруппой.

Согласованность таблиц мест с таблицами матричных произведений у конформаций

Составим таблицу матричных произведений элементов нормальной подгруппы, приняв в качестве их обозначения номера значимых элементов в первой строке. Получим

m $\times$	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	5	1	3	4
3	3	1	4	5	2
4	4	3	5	2	1
5	5	4	2	1	3

Результат произведения полностью идентичен по своей структуре таблице мест значимых элементов для рассматриваемой конформации:

1	2	3	4	5
2	5	1	3	4
3	1	4	5	2
4	3	5	2	1
5	4	2	1	3

Следовательно, вместо расчетов результата согласно матричному произведению можно применять таблицу мест значимых элементов.

С другой стороны, понятно, что структуру мест конформации можно рассматривать как таблицу произведений. Эти произведения для других конформаций могут не соответствовать матричному произведению их элементов. Более того, конформация в форме смежного класса будет генерировать не свои элементы, а элементы нормальной подгруппы.

Проиллюстрируем этот тезис примером. Рассмотрим матричное произведение элементов второй конформации, выполняющей функции смежного класса. Обозначим ее составляющие буквами согласно латинскому алфавиту, сохранив числовые обозначения номеров нормальной подгруппы.

Получим таблицу вида

m $\times$	a	b	c	d	e
a	1	2	3	4	5
b	3	1	4	5	2
c	2	5	1	3	4
d	5	4	2	1	3
e	4	3	5	2	1

Мы замечаем, что ассоциированная конформация, индуцированная этой таблицей, дает элементы нормальной подгруппы.

Следовательно, матричное произведение элементов смежного класса нормальной подгруппы генерирует не только элементы этой подгруппы. Дополнительно сама таблица на алгоритме ассоциированных конформаций «показывает» структуру элементов подгруппы.

Связи решений алгебраических уравнений в радикалах с конформациями

Мы рассмотрели алгоритм анализа инвариантности резольвент конформаций по отношению ко всем возможным перестановкам элементов для множества абстрактных объектов с количеством, равным размерности элементов конформаций.

Покажем его связи с решениями алгебраических уравнений в радикалах, соответствующая функциональным выражениям для корней уравнений.

Начнем анализ с уравнения второй степени

$$x^2 + ax + b = 0.$$

Разложение квадратного трехчлена на множители задает связи между его корнями и коэффициентами уравнения

$$\begin{aligned}x^2 + ax + b &= (x - x_1)(x - x_2) = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2, \\x_1 + x_2 &= -a, x_1x_2 = b.\end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}(x_1 - x_2)^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = a^2 - 4b, \\x_1 - x_2 &= \sqrt{a^2 - 4b}.\end{aligned}$$

Систему линейных уравнений для корней запишем в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ \sqrt{a^2 - 4b} \end{pmatrix}.$$

Она дает решение Виета

$$x_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4b}.$$

В основании этого решения находится система уравнений для корней, зависящая от конформации с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, есть прямая связь конформаций (в этом случае для двух элементов) с решением алгебраического уравнения второй степени.

Начальный элемент этой конформации мы получаем при общем подходе:

$$\begin{matrix} 1 \\ 1+1=2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (\text{mod } 2).$$

Второй элемент конформации получается при трансляционном изменении начального элемента. Матрицы образуют группу из 2 элементов, в которой единичная матрица есть нормальная подгруппа. Ее резольвента, инвариантная на всех перестановках из двух элементов, имеет вид

$$\theta = x_1^2 + x_2^2.$$

Следовательно, поскольку пространство решений в форме радикалов базируется на конформациях, возможен анализ инвариантности резольвент этих конформаций относительно перестановок элементов в количестве, равном их размерности.

Однако пока что мы рассмотрели частный, простой случай связи элементов пространства решений с конформациями.

Покажем, что эта связь фундаментальна. Она имеет место для алгебраических уравнений любых степеней.

Проанализируем уравнения степени 3,4 с известными функциональными решениями.

Общее уравнение третьей степени стандартным преобразованием переменных приводится к виду

$$x^3 + px + q = 0.$$

Согласно методу Лагранжа, его решения можно искать на основе системы линейных уравнений для трех корней

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 0, \\x_1 + \rho x_2 + \rho^2 x_3 &= \alpha, \\x_1 + \rho^2 x_2 + \rho x_3 &= \beta, \\ \rho &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-3}, \rho^2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{-3}.\end{aligned}$$

Решение возможно потому, что третья степень выражений для α, β , согласно теории симметричных функций, посредством которых корни уравнения, которые связаны с его коэффициентами, рационально выражаются через корень из дискриминанта $\sqrt{D}$ и $\sqrt{-3}$.

В рассматриваемом случае имеем

$$\begin{aligned}\alpha^3 &= -\frac{27}{2}q + \frac{3}{2}\sqrt{-3}\sqrt{D}, \beta^3 = -\frac{27}{2}q - \frac{3}{2}\sqrt{-3}\sqrt{D}, \\ \alpha\beta &= -3p.\end{aligned}$$

На этой стадии анализа мы получаем решения уравнений в виде

$$x_1 = \frac{1}{3}(\alpha + \beta), x_2 = \frac{1}{3}(\alpha\rho + \beta\rho^2), x_3 = \frac{1}{3}(\alpha\rho^2 + \beta\rho).$$

Элементы конформаций проявляют себя при матричной записи этой системы:

$$3 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \rho^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Конформация задана матрицами, которые образуют нормальную подгруппу группы перестановок из 3 элементов, резольвенты которых инвариантны для всей группы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Начальные элементы для неассоциативной системы конформаций в рассматриваемом случае таковы

$$\begin{array}{l} 1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 1+1=2 \quad (\text{mod } 3), 1+2=3 \quad (\text{mod } 3), 1+3=1 \quad (\text{mod } 3). \\ 2+1=3 \quad (\text{mod } 3), 3+2=2 \quad (\text{mod } 3), 1+3=1 \quad (\text{mod } 3). \end{array}$$

Действуя аналогично, укажем связь решений для алгебраических уравнений степени 4 с системой конформаций размерности 4.

В этом случае сами резольвенты ассоциированы с конформациями. Согласно анализу Лагранжа, они таковы

$$\begin{aligned} \alpha &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4, \\ \beta &= x_1 - x_2 + x_3 - x_4, \\ \gamma &= x_1 - x_2 - x_3 + x_4, \\ \delta &= x_1 + x_2 - x_3 - x_4. \end{aligned}$$

В матричном виде ситуация выглядит так:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x_2 + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x_3 + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x_4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Аналогично записываются решения алгебраического уравнения степени 4:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-m) + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \sigma_1 + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sigma_2 + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sigma_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь $\sigma_i, i=1,2,3$ корни уравнения степени 3, ассоциированного с анализируемым уравнением степени 4.

Две формы записи предложены для того, чтобы наглядно предъявить кватернион и антикватернион в структуре резольвент и решений алгебраических уравнений степени 4. Это важно потому, что теория электромагнетизма и гравитации базируется на этих объектах. Из приведенной формы анализа решений косвенно следует, что алгебраические уравнения, посредством которых можно описывать электромагнетизм и гравитацию, имеют степень 4.

Конформация простым способом скрыта в приведенных уравнениях, так как, например

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

Следовательно, решения алгебраических уравнений базируются на конформациях.

Специфика объектных резольвент

Определим объектные резольвенты выражениями в форме сумм бинарных произведений объектов, представленных матрицами с характеризующей их системой чисел.

Проанализируем свойства модели для 4 объектов, расположенных последовательно друг за другом вида

$$a \quad b \quad c \quad d \rightarrow \theta = ac + bd, \sigma = ad + bc.$$

Анализ свидетельствует, что данная пара резольвент генерирует одинаковые значения на множестве M^{25} с комбинаторной операцией произведения и операцией структурной суммы. Проиллюстрируем этот факт таблицей:

a	b	c	d	ac	bd	ad	bc	θ	σ
3	17	8	21	15	25	4	7	20	20
6	25	13	2	10	9	23	4	12	12
8	11	12	7	7	1	20	17	17	17
18	17	16	15	19	14	13	20	13	13
4	7	20	20	8	5	8	5	17	17
7	4	25	15	15	22	6	2	17	17
25	24	23	22	19	19	18	20	18	18
1	6	11	16	21	2	7	8	13	13
15	21	16	8	22	22	3	11	10	10
9	6	3	10	21	20	17	24	21	21
13	12	7	1	4	15	14	5	10	10
1	2	3	4	18	18	19	17	16	16
24	18	15	2	2	5	10	13	22	22

Следовательно, выполняется условие

$$a \quad b \quad c \quad d \rightarrow ac + bd = ad + bc.$$

На комбинаторной операции произведение одинаковых элементов генерирует левую единицу этого множества, обозначенную номером 16. Имеем

$$R = (ac + bd)(ad + bc) = 16.$$

Рассматривая эту величину как базовую, мы получаем элементы одной конформации, которая имеет значимые элементы в форме столбцов. Получим

$$R + R = 17, R + R + R = 18, R + R + R + R = 19, \\ R + R + R + R + R = 20.$$

Эти результаты важны с физической точки зрения. 20 матриц анализируемого множества мономиальны. Это значит, что объектам присущи только парные отношения. Указанным элементам множества присуще свойство «конденсации»: 3 объекта присоединены к одному объекту.

Рассмотрим систему новых резольвент, суммируя бинарные произведения любых элементов множества M^{25} .

$$\begin{aligned}\theta_1 &= aa, \\ \theta_2 &= ab + ba, \\ \theta_3 &= ab + bc + ca, \\ \theta_4 &= ab + bc + cd + da, \\ \theta_5 &= ab + bc + cd + de + ea.\end{aligned}$$

Анализ свидетельствует, что каждой ступени этой «пирамиды» резольвент соответствует свой элемент, причем все они принадлежат одной конформации.

Проиллюстрируем ситуацию расчетом:

$$\begin{aligned}3 \cdot 3 &= 16, \\ 3 \cdot 17 + 17 \cdot 3 &= 17, \\ 3 \cdot 17 + 17 \cdot 11 + 11 \cdot 3 &= 18, \\ 3 \cdot 17 + 17 \cdot 11 + 11 \cdot 23 + 23 \cdot 3 &= 19, \\ 3 \cdot 17 + 17 \cdot 11 + 11 \cdot 23 + 23 \cdot 8 + 8 \cdot 3 &= 20.\end{aligned}$$

Увеличение количества множителей не меняет ситуацию. При количестве элементов, рассчитываемых по модулю числа 5, мы получим указанные значения. Например, продолжим увеличение количества элементов. Получим

$$\begin{aligned}3 \cdot 17 + 17 \cdot 11 + 11 \cdot 23 + 23 \cdot 8 + 8 \cdot 7 + 7 \cdot 3 &= 16, \\ 3 \cdot 17 + 17 \cdot 11 + 11 \cdot 23 + 23 \cdot 8 + 8 \cdot 7 + 7 \cdot 18 + 18 \cdot 3 &= 17, \dots\end{aligned}$$

С аналогичной ситуацией мы сталкиваемся, когда рассматриваем один элемент, к которому добавляются аналогичные ему:

$$\begin{aligned}\theta_1 &= aa = 16, \\ \theta_2 &= aa + aa = 17, \\ \theta_3 &= aa + aa + aa = 18, \\ \theta_4 &= aa + aa + aa + aa = 19, \\ \theta_5 &= aa + aa + aa + aa + aa = 20.\end{aligned}$$

Следовательно, множество, состоящее из одинаковых элементов, способно генерировать полноценную конформацию, если произведения и суммирования повторяются.

Легко проверить, что аналогичные свойства имеет множество M^{36} .

Проведенный анализ интересен с физической точки зрения. При указанных условиях, характеризующихся операцией комбинаторного произведения и операцией структурного суммирования, мы имеем алгоритм «конденсации» мономимальных (относительно свободных) объектов в систему объектов, подчиненных одному объекту.

В этом случае меняется качество множества, но меняется и тип взаимных отношений объектов друг с другом. Новые объекты устанавливают в начальной системе иерархию отношений, подчиняя влияние на себя алгоритмом превращения в начальный элемент управляющей конформации. С другой стороны, такое управление может быть начальным звеном фундаментальных перемен множества.

Проанализируем специфику и законы многократных резольвент, определив их в форме сумм циклических произведений элементов множества в количестве, которое больше 2.

Для иллюстрации возьмем набор, состоящий из 4 объектов

$$a = 3, b = 17, c = 8, d = 21, e = 7, f = 24.$$

В этом случае 4 первых элемента индуцируют условие

$$ab + bc + cd + da = 19 = abcd + bcda + cdab + dabc.$$

Модель из 5 объектов дает сумму

$$\tau = abcde + bcdea + cdeab + deabc + eabcd = 4.$$

Совпадения с циклической бинарной суммой, которая задается номером 2, в данном случае нет. Рассмотрим функциональное выражение

$$(\tau^2 + \tau)\tau = (16 + \tau)\tau = \omega.$$

Мы получим по такому выражению согласование объектной резольвенты степени 5 с объектной резольвентой степени 2 при значении $\omega = 20$.

Анализ показал, что этот функциональный закон справедлив для каждого элемента объектного множества с операцией комбинаторного произведения и операцией структурного суммирования.

Алгебры с данной парой операций не подчинены условию дистрибутивности. По этой причине

$$f(x) = (x^2 + x)x \neq x^3 + x^2 = \varphi(x).$$

Во всех случаях, однако, мы будем иметь дело с объектами конечного множества. По этой причине вместо функций можно рассматривать произвольные элементы множества. При всем «обилии» возможных пар элементов выполняется закон, найденный при обобщении условия дистрибутивности

$$\alpha = (\alpha\beta)\beta.$$

Он выполняется на любых функциях, генерируя условие, справедливое для любого числа и любых количеств элементов:

$$f(\xi_i) = (f(\xi_i) \cdot \varphi(\eta_j))\varphi(\eta_j).$$

В частности, имеем условие

$$(x^2 + x)x = (((x^2 + x)x)(x^3 + x^2))(x^3 + x^2).$$

Аналогичным условиям подчинены объектные резольвенты разных степеней. При равенстве получаемых сумм закон их связи проще, чем в случае, когда эти суммы различны. Однако между ними всегда есть соответствие и связи.

По найденному алгоритму можно связывать между собой не только резольвенты, равно как и сравнивать между собой можно резольвенты с другими функциями. Отличие лишь в том, что будут различны согласующие коэффициенты в форме произведения сравниваемых величин. Различие величин не является основанием для отрицания связи между ними.

Связи родственных пар элементов с элементами конформаций в M^{25}

Из анализа следует различие симметричных свойств четного и нечетного количества элементов в произведениях.

В рассматриваемом случае различие проявляется так: при нечетном количестве элементов в их произведении зеркальные выражения равны, а при четном их количестве равенство достигается при произведении на дополнительный элемент рассматриваемого множества. Имеем законы вида

$$\begin{aligned}xy &\neq yx \rightarrow xy = yx \cdot 16, \\xyz &= zyx, \\xyzw &\neq wz yx \rightarrow xyzw = wz yx \cdot 16, \\xyzwp &= pwzyx, \dots\end{aligned}$$

Ситуация обогащается новым свойством множества, обеспечивающим регенерацию любого его элемента при повторном произведении с одним элементом:

$$(xy)y = x, (yx)x = y.$$

Более того, в тройке элементов выполняются отношения, подчиненные законам

$$xy = z \leftrightarrow zy = x.$$

Предыдущий закон естественно выводится из них, что позволяет трактовать их как базовые законы множества.

Заметим, что эти законы двойственно зеркальны: по взаимному расположению элементов и по изменению действующих операций произведения и равенства.

«Проявление» элемента с номером 16 в задаче симметричного равенства произведения четного количества элементов генерирует решение проблемы аналогичного применения других элементов конформации, элементами которой являются столбцы матриц.

Для ее решения обратим внимание на таблицу произведений элементов первой конформации с элементами исследуемой конформации. Она такова

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	16	17	18	19	20
1	7	8	9	10	6
2	6	7	8	9	10
3	10	6	7	8	9
4	9	10	6	7	8
5	8	9	10	6	7

 $\rightarrow 7 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \dots$

Отношения в этой паре конформаций базируются на ассоциированной конформации, которая представляет собой циклическую группу Z_5 . Единичная матрица присоединена здесь к элементу с номером 7.

Аналогичные отношения характерны для других конформаций. Меняются только порядки расположения элементов, присоединенных к соответствующим матрицам, например, к единичной матрице.

Следовательно, законы отношений между объектами, структура которых задана элементами конформаций, основаны на этой же структуре, произведения «копируют» сами структуры объектов.

На этой стадии анализа естественно ввести понятие *родственных элементов* по отношению к конкретному элементу какой-то конформации. Механизм проявления этого свойства состоит в том, что взаимосвязи элементов подчинены базовому закону вида

$$1 \cdot 16 = 7 \leftrightarrow 7 \cdot 16 = 1, \dots$$

Здесь элементы 1, 7 родственны по элементу 16. Аналогично распределятся отношения для других объектов. Анализ показал, что отношения родственных элементов базируются также на элементах конформаций.

Проиллюстрируем это свойство примерами:

$$16 \rightarrow 3 \Leftrightarrow 10 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 6 \\ 4 & 9 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$17 \rightarrow 3 \Leftrightarrow 6 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 7 \\ 4 & 10 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 18 \rightarrow 3 \Leftrightarrow 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 8 \\ 4 & 6 \\ 5 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$19 \rightarrow 3 \Leftrightarrow 8 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 2 & 9 \\ 4 & 7 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 20 \rightarrow 3 \Leftrightarrow 9 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 10 \\ 4 & 8 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Родственные пары элементов согласованы между собой согласно структуре одного из элементов смежного класса группы диэдра D_5 .

Множеству M^{25} присущи законы регенерации элементов при их многократном взаимодействии с другими объектами. В частности, имеют место свойства

$$\begin{aligned} x &= x, \\ (xy)y &= x, (yx)x = y, \\ x &= (xy)(yx)x. \end{aligned}$$

Их спектр не ограничивается указанными равенствами. Они необычны с точки зрения привычного анализа в ассоциативных числовых системах. Неассоциативность вносит перемены в оценку и логическое содержание функциональных законов. Так и должно быть. Ведь процессы передачи и приема информации существенно отличаются от процессов приема и передачи энергии и импульса.

Неассоциативность проявляет качественно новые свойства объектов и их разнообразных связей между собой, допуская то, что непонятно и непривычно ассоциативным системам.

Обобщение коммутативности множества M^{25}

Анализируемое множество некоммутативно, однако оно подчинено закону обобщенной коммутативности вида

$$\theta = xy + x(xy)x = yx + x(yx)x = \varphi.$$

Подтвердим закон примерами:

x	y	xy	$x(xy)x$	yx	$x(yx)x$	θ	φ
23	11	4	12	9	18	7	7
19	13	15	23	22	11	18	18

Закон позволяет выразить различие в коммутативности двумя способами

$$xy - yx = x(yx)x - x(xy)x.$$

При наличии трех произвольных элементов имеем равенство двух функций:

$$\begin{aligned}\alpha &= \beta, \\ \alpha &= xy + yz + x(yz)x + z(xy)z, \\ \beta &= yx + zy + x(zy)x + z(yx)z.\end{aligned}$$

Проиллюстрируем этот закон примерами:

x	y	z	α	β
19	21	6	13	13
15	3	24	18	18
6	7	8	4	4
17	18	19	17	17
1	6	11	14	14
2	13	25	4	4

В многообразии M^{36} справедлив закон

$$\begin{aligned}a &= b, \\ a &= x(yx^2)x + x^2(xy)x^2, \\ b &= x(x^2y)x + x^2(yx)x^2.\end{aligned}$$

Он не имеет места в многообразии M^{25} . Следовательно, обобщенная коммутативность зависит от размерности анализируемого множества.

Однако на многообразии M^{25} выполняется условие

$$x(yx^2y)x + x^2(xyx)x^2 = x^2(yx^2y)x^2 + x(xyx)x.$$

Перемена «внешних факторов» для выражений в скобках сохраняет значение функции.

Аналог алгебры Йордана в неассоциативном множестве

Алгебра Йордана базируется на выражениях

$$\begin{aligned}(x^2 \circ y) \circ x &= x^2 \circ (y \circ x), \\ x \circ y &= xy + yx.\end{aligned}$$

В развернутом виде получим закон

$$\begin{aligned}\alpha &= \beta, \\ \alpha &= (x^2 y + yx^2)x + x(x^2 y + yx^2), \\ \beta &= x^2(yx + xy) + (yx + xy)x^2.\end{aligned}$$

Стохастические выборки пар элементов подтверждают его справедливость в неассоциативном множестве M^{25} с комбинаторной операцией произведения и операцией структурного суммирования.

Подтвердим этот тезис примерами:

x	y	$(x^2 y + yx^2)x$	$x(x^2 y + yx^2)$	$x^2(yx + xy)$	$(yx + xy)x^2$	α	β
15	3	14	23	17	20	17	17
7	21	3	10	17	20	17	17
13	17	12	25	17	20	17	17

Анализируемое множество не подчинено закону дистрибутивности. По этой причине результат расчета может быть другим, когда мы раскроем скобки в базовых выражениях. Проверим, что при этом получится на основании выражений

$$\begin{aligned}a &= (x^2 y)x + x(x^2 y) + (yx^2)x + x(yx^2), \\ b &= (xy)x^2 + x^2(xy) + (yx)x^2 + x^2(yx).\end{aligned}$$

Расчет дает таблицу значений:

x	y	$(x^2 y)x$	$x(x^2 y)$	$(yx^2)x$	$x(yx^2)$	$(xy)x^2$	$x(xy)$	$(yx)x^2$	$x^2(yx)$	a	b
15	3	23	14	8	5	23	14	14	23	19	19
7	21	21	11	1	7	21	11	11	21	19	19
13	17	12	25	14	23	12	25	25	12	19	19

Следовательно, представленные выражения выполняются в неассоциативном множестве. Этот результат позволяет свидетельствовать, что поведение физических тел, подчиненных ассоциативной математике, функционально согласованы с информационными свойствами анализируемых объектов.

Понятно, что мы имеем дело с объектами разной структуры, а также с различными операциями произведения и суммирования. Оба слагаемые могут и должны быть согласованы между собой в единой теории. Важно другое, что их алгебры могут быть очень «близки» друг к другу. Единство функциональных законов иллюстрирует эту возможность. Поэтому исследование тел дополняет свойства сознаний и чувств, верно и обратное.

Обобщение алгебр Ли в неассоциативном множестве

Алгебры базируются на исследовании функциональных законов, которые базируются на расчетах разности выражений, следующих из бинарных произведений.

Рассмотрим модель алгебры, в которой свойства коммутаторов учтены посредством нелинейных законов. В качестве начальной точки анализа возьмем структуру алгебры Йордана, изменив в ней суммирование на вычитание.

Получим модель вида

$$\begin{aligned}(x^2 \circ y) \circ x &= x^2 \circ (y \circ x), \\ x \circ y &= xy - yx.\end{aligned}$$

Получим закон

$$\begin{aligned}\alpha &= \beta, \\ \alpha &= (x^2 y - yx^2)x - x(x^2 y - yx^2), \\ \beta &= x^2(yx - xy) - (yx - xy)x^2.\end{aligned}$$

Отсюда следуют выражения для предполагаемого закона

$$\begin{aligned}a &= b, \\ a &= (x^2 y)x - x(x^2 y) + x(yx^2) - (yx^2)x, \\ b &= x^2(yx) - (yx)x^2 + (xy)x^2 - x^2(xy).\end{aligned}$$

В таком варианте нет равенства этих выражений. Ситуация меняется при обобщении их связи до модели

$$\theta = xax^2 + xax = x^2bx + x^2bx^2 = \varphi.$$

Проиллюстрируем выполнение этого закона примерами:

x	y	a	b	xax^2	xax	x^2bx	x^2bx^2	θ	φ
18	25	24	22	15	12	12	15	2	2
11	21	25	6	2	8	8	2	19	19
5	22	21	2	6	19	19	6	10	10

Таблица не только подтверждает предложенный закон. Она предъявляет пару новых условий

$$xax^2 = x^2bx^2, xax = x^2bx.$$

Если не раскрывать скобок, получим другие условия равновесия:

x	y	α	β	$x\alpha$	$x^2\alpha x$	$x\beta$	$x^2\beta x$	$x\alpha + x^2\alpha x$	$x\beta + x^2\beta x$
18	25	12	24	15	22	22	15	17	17
11	21	12	9	17	20	3	10	17	17
5	22	7	5	12	25	16	16	17	17

Следовательно, дистрибутивность меняет функциональные законы равновесия в конечной системе объектов, подчиненной неассоциативным отношениям.

Инвариантность потенциала пары к единому внешнему влиянию

Определим потенциал пары элементов a, b выражением в форме резольвенты

$$f(a, b) = ab + ba.$$

Под внешним единым влиянием на элементы a, b будем понимать их изменение при действии некоторого элемента x в трех вариантах:

$$a \rightarrow ax, b \rightarrow bx, \Rightarrow f(ax, bx), f(ax, b), f(a, bx),$$

$$a \rightarrow xa, b \rightarrow xb, \Rightarrow f(xa, xb), f(xa, b), f(a, xb),$$

$$a \rightarrow a+x, b \rightarrow b+x \Rightarrow f(a+x, b+x), f(a+x, b), f(a, b+x).$$

Проанализируем изменение указанных значений и функций для разных пар элементов с применением различных влияний на эти элементы.

Представим результаты расчетов таблицами:

$a = 3, b = 17 \rightarrow$

x	ax	bx	$f(a, b)$	$f(ax, bx)$	$f(ax, b)$	$f(a, bx)$
8	15	7	17	17	17	17
13	21	12	17	17	17	17
21	4	25	17	17	17	17
19	9	19	17	17	17	17
3	16	2	17	17	17	17
17	6	16	17	17	17	17

$a = 11, b = 21 \rightarrow$

x	ax	bx	$f(a, b)$	$f(ax, bx)$	$f(ax, b)$	$f(a, bx)$
8	2	22	17	17	17	17
13	18	3	17	17	17	17
21	7	16	17	17	17	17
19	24	14	17	17	17	17
3	13	9	17	17	17	17
17	22	12	17	17	17	17

Таблицы подтверждают инвариантность потенциала пары при таком варианте взаимных влияний выражениями

$$f(a, b) = f(ax, bx) = f(ax, b) = f(a, bx).$$

Естественно проанализировать, выполняются ли условия

$$f(a, b) = f(xa, xb) = f(xa, b) = f(a, xb),$$

$$f(a, b) = f(a+x, b+x) = f(a+x, b) = f(a, b+x).$$

Положительный ответ на этот вопрос дают таблицы

$a=3, b=17 \rightarrow$

x	xa	xb	$f(a, b)$	$f(xa, xb)$	$f(xa, b)$	$f(a, xb)$
8	22	1	17	17	17	17
13	11	25	17	17	17	17
21	9	12	17	17	17	17
19	5	19	17	17	17	17
3	16	6	17	17	17	17
17	2	16	17	17	17	17

$a=3, b=17 \rightarrow$

x	$a+x$	$b+x$	$f(a, b)$	$f(a+x, b+x)$	$f(a+x, b)$	$f(a, b+x)$
8	20	10	17	17	17	17
13	17	15	17	17	17	17
21	14	23	17	17	17	17
19	2	16	17	17	17	17
3	21	5	17	17	17	17
17	5	19	17	17	17	17

Обобщим изменения, приняв пару моделей вида

$$a \rightarrow xax, b \rightarrow xbx,$$

$$a \rightarrow x+a+x, b \rightarrow x+b+x.$$

Получим такие таблицы:

$a=3, b=17 \rightarrow$

x	xax	xbx	$f(a, b)$	$f(xax, xbx)$	$f(xax, b)$	$f(a, xbx)$
8	21	12	17	17	17	17
13	18	4	17	17	17	17
21	14	6	17	17	17	17
19	6	16	17	17	17	17
3	3	24	17	17	17	17
17	7	17	17	17	17	17

$a=3, b=17 \rightarrow$

x	$x+a+x$	$x+b+x$	$f(a, b)$	$f(x+a+x, x+b+x)$	$f(x+a+x, b)$	$f(a, x+b+x)$
8	8	11	17	17	17	17
13	10	3	17	17	17	17
21	20	10	17	17	17	17
19	1	20	17	17	17	17
3	14	23	17	17	17	17
17	2	16	17	17	17	17

Инвариантность потенциала конечного множества объектов

Определим потенциал тройки объектов резольвентой

$$f(a, b, c) = ab + bc + ca.$$

Проанализируем влияние внешнего фактора в форме элемента x на отдельный объект и на несколько базовых объектов. Выберем $a = 17, b = 2, c = 24$. Пусть роль внешних факторов выполняют объекты $x = 8, 13, 21, 19, 3, 17$.

Рассмотрим, например, вариант влияния первого фактора с целью анализа выражений

$$f(ax, bx, cx), f(ax, b, c), f(a, bx, c), f(a, b, cx), f(ax, bx, x), \dots$$

В рассматриваемом случае $ax = 7, bx = 11, cx = 24$.

Простой расчет генерирует связи вида

$$f(a, b) = f(ax, bx, cx) = f(ax, b, c) = f(a, bx, c) = f(a, b, cx) = f(ax, bx, x), \dots = 18.$$

Потенциал тройки объектов, определенный указанной резольвентой с бинарными слагаемыми, инвариантен относительно частичного или полного внешнего влияния на базовые объекты.

Анализ ситуаций, проиллюстрированных на примере 2 объектов, подтверждает сделанный вывод. Полученный результат нацеливает на исследование аналогичных бинарных резольвент для любого конечного числа объектов.

Из расчета следует *фундаментальность* полученного результата.

Состоит он в том, что при любом конечном числе объектов бинарные резольвенты дают одинаковый результат при различных внешних влияниях на объекты, который зависит от числа объектов. Если объект один, результатом будет объект под номером 16. Если объектов 2, результатом (потенциалом пары) будет объект под номером 17. Этот факт подтвержден множеством примеров. Воздействия на объект могут быть однократными и многократными. Они могут генерироваться не одним объектом, а системой объектов.

Тройка объектов имеет потенциал множества, характеризуемый объектом с номером 18. Система, состоящая из 4 объектов в форме потенциала

$$f(a, b, c, d) = ab + bc + cd + da = 19$$

имеет единое значение в форме объекта с номером 19. Соответственно, потенциал системы из 5 объектов равен объекту с номером 20:

$$f(a, b, c, d, e) = ab + bc + cd + de + ea = 20.$$

Увеличение числа объектов генерирует указанную «цепочку» объектов, которые представляют в множестве M^{25} матрицы в форме столбцов значимых элементов.

С физической точки зрения мы имеем алгоритм генерации объектов одного типа, для которых характерна конденсация отношений: для номера 16 к первому объекту, для номера 17 ко второму объекту, для номера 20 – к пятому объекту.

Поэтому бинарные резольвенты можно рассматривать также как «предложение» для технологического устройства, обеспечивающего нужную «конденсацию» к тому или другому исходному, структурному объекту. В этом смысле бинарность фундаментальна.

Специфика циклических 3-резольвент

Определим циклические 3-резольвенты аналогом функций Якоби, суммируя произведения трех элементов с циклом, соответствующим порядку их начального расположения.

Например, имеем выражения

$$f(a, b, c) = abc + bca + cab,$$
$$f(a, b, c, d) = abc + bcd + cda + dab, \dots$$

Анализ показал вариант упрощенного расчета разнообразных изменений и связей между величинами. Согласно свойствам комбинаторного произведения и операции структурного суммирования, введенные выражения идентичны суммам исходных величин:

$$f(a, b, c) = a + b + c,$$
$$f(a, b, c, d) = a + b + c + d, \dots$$

Учитывая это условие, получим простые выражения для ситуаций, когда под влиянием элемента x происходит трансформация исходных элементов. Так, например, получим

$$f(ax, b, c) = ax + b + c,$$
$$f(a, bx, c) = a + bx + c,$$
$$f(a, b, cx) = a + b + cx,$$
$$f(ax, bx, cx) = ax + bx + cx, \dots$$

В этом случае выполняется функциональное условие

$$f(ax, b, c) + f(a, bx, c) + f(a, b, cx) - f(a, b, c) = f(ax, bx, cx) + f(a, b, c).$$

Поскольку закон дистрибутивности в рассматриваемом случае не имеет места

$$f(a, b, c)x \neq f(ax, bx, cx), \dots$$

Действуя аналогично, получим другое условие функционального равновесия

$$f(ax, bx, c) + f(ax, b, cx) + f(a, bx, cx) - f(ax, bx, cx) = f(a, b, c) + f(ax, bx, cx).$$

Общие условия не «запрещают» систему частных, локальных законов.

Так, например, для элементов $a = 17, b = 2, c = 24$ при управляющем элементе $x = 18$ получим закон

$$f(a, b, c)x = f(a, bx, c) + f(ax, bx, c).$$

Для элементов $a = 18, b = 17, c = 2, x = 24$ имеем закон

$$f(a, b, c)x = f(a, b, cx).$$

Неассоциативность без дистрибутивности расширяет горизонты логики

Неассоциативные множества без дистрибутивности предъявляют исследователю и практике новые функциональные законы, которые выходят за границы стандартной, привычной логики.

Неассоциативность означает на комбинаторном произведении выполнение закона

$$x(yz) \neq (xy)z.$$

Ситуация меняется при симметризации произведения, генерируя ассоциативность

$$\begin{aligned}x \circ y &= xy + yx, \\ x \circ (y \circ z) &= (x \circ y) \circ z.\end{aligned}$$

Обусловлено это зависимостью функциональных выражений не только от свойств комбинаторного произведения и структурного суммирования, но и от количества объектов произведения при условии цикличности в структуре анализируемых функций. В частности, одинаковый результат получается для любых элементов неассоциативного множества без дистрибутивности, если бинарное произведение симметризовано:

$$xy + yx = \text{const.}$$

В этом случае нелогично, в границах привычной логики, выглядит ситуация, при которой бинарное «соединение» одного объекта с любыми другими объектами дает одинаковый результат

$$\begin{aligned}ab + ba &= ac + ca = ad + da = ae + ea, \dots \\ a \neq b \neq c \neq d \neq e, \dots \\ xf_1(y) + f_1(y)x &= \alpha f_2(z) + f_2(z)\alpha, \\ \alpha f_2(z) - f_1(y)x &= f_2(z)\alpha - xf_1(y), \dots \\ x(a+b+c) + (a+b+c)x &= z(yau + ybu + ycu) + (yau + ybu + ycu)z, \dots\end{aligned}$$

«Странности» логического плана продолжают при увеличении количества объектов в функциональных выражениях. Так, имеют место законы

$$\begin{aligned}xy + yz + zx &= \text{const}, \\ f_1(x)f_2(x) + f_2(x)f_3(x) + f_3(x)f_1(x) &= \varphi_1(x)\varphi_2(x) + \varphi_2(x)\varphi_3(x) + \varphi_3(x)\varphi_1(x).\end{aligned}$$

«Странно» выглядит равенство, которое упрощает расчет:

$$xyz + yzx + zxy = x + y + z.$$

«Удивляет» возможность функциональных равновесий для различных выражений при их объединении на основе взаимных произведений. Имеем закон

$$\begin{aligned}(xy)y &= x, \\ (f(x_i)\varphi(y_j))\varphi(y_j) &= f(x_i).\end{aligned}$$

Есть над чем подумать и что проанализировать.

Зависимость функциональных законов от размерности многообразий

Анализ многообразий M^{25}, M^{36} представил единый спектр функциональных законов, которые достаточно необычны с позиции логики, основанной на ассоциативной, дистрибутивной математике.

Естественен вопрос: сохранится ли спектр найденных законов на многообразиях малой размерности, в частности, на многообразии M^{16} ?

Найдем ответ на поставленный вопрос, сконструировав такое многообразие и таблицы комбинаторного и структурного произведений для него.

Базовые, начальные таблицы, представляющие объекты многообразия M^{16} таковы:

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \\ 3+1=4 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=1 \\ 1+2=3 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+3=4 \\ 4+3=3 \\ 3+3=2 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+4=1 \\ 1+4=1 \\ 1+4=1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выполним их трансляционное расширение, передвигая на одно место значимые элементы базовых матриц. Обозначим полученные матрицы номерами для удобства записи таблиц произведения и суммирования.

Получим все элементы множества M^{16} :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

1 2 3 4

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

5 6 7 8

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

9 10 11 12

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

13 14 15 16

Представим таблицы комбинаторных и структурных произведений для M^{16} :

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
3	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
4	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
5	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
6	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
7	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
8	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
9	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
10	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
11	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
12	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
14	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
15	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
16	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13
14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Таблица матричных произведений выглядит так:

m $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	2	3	4	1	7	8	5	6	12	9	10	11	13	14	15	16
3	3	4	1	2	5	6	7	8	11	12	9	10	13	14	15	16
4	4	1	2	3	7	8	5	6	10	11	12	9	13	14	15	16
5	5	6	7	8	13	14	15	16	5	6	7	8	13	14	15	16
6	6	5	8	7	15	16	13	14	8	5	6	7	13	14	15	16
7	7	8	5	6	13	14	15	16	7	8	5	6	13	14	15	16
8	8	7	6	5	15	16	13	14	6	7	8	5	13	14	15	16
9	9	10	11	12	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16
10	10	11	12	9	7	8	5	6	4	1	2	3	13	14	15	16
11	11	12	9	10	5	6	7	8	3	4	1	2	13	14	15	16
12	12	9	10	11	7	8	5	6	2	3	4	1	13	14	15	16
13	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16
14	24	15	16	13	15	16	13	14	16	13	14	15	13	14	15	16
15	15	16	13	14	13	14	15	16	15	16	13	14	13	14	15	16
16	16	13	14	15	15	16	13	14	14	15	16	13	13	14	15	16

По структуре она существенно отличается от предыдущих таблиц, что естественно генерирует класс новых решений.

Обозначим конформации латинскими буквами в порядке их соответствия при выводе базовых элементов. Рассмотрим структуру произведений и суммирований с целью получения из них ассоциированных конформаций.

Получим соответствия

$$\begin{array}{c|cccc}
 k & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\
 \times & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\
 \hline
 \alpha & \delta & \alpha & \beta & \gamma \\
 \beta & \gamma & \delta & \alpha & \beta \\
 \gamma & \beta & \gamma & \delta & \alpha \\
 \delta & \alpha & \beta & \gamma & \delta
 \end{array} = \delta \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 st & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\
 + & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\
 \hline
 \alpha & \beta & \gamma & \delta & \alpha \\
 \beta & \gamma & \delta & \alpha & \beta \\
 \gamma & \delta & \alpha & \beta & \gamma \\
 \delta & \alpha & \beta & \gamma & \delta
 \end{array} = \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ассоциированные конформации аналогичны базовым конформациям с нечетными номерами.

Теперь подготовлена база для ответа на поставленный вопрос.
Проверим выполнение закона $(xy)y = x$. Получим

$$(1 \cdot 2)^2 = 1, (16 \cdot 8)^8 = 16, (13 \cdot 7)^7 = 13, \dots$$

Бинарная циклическая резольвента имеет одно значение для любой пары:

$$14 \cdot 5 + 5 \cdot 14 = 8 + 5 = 14, 3 \cdot 9 + 9 \cdot 3 = 7 + 7 = 14, 15 \cdot 10 + 10 \cdot 15 = 12 + 2 = 14, \dots$$

Циклическая резольвента с произведением трех элементов генерирует значение, равное сумме ее базовых элементов

$$\begin{aligned}xyz + yzx + zxy &= x + y + z, \\11 \cdot 7 \cdot 9 + 7 \cdot 9 \cdot 11 + 9 \cdot 11 \cdot 7 &= 11 + 7 + 9 = 15, \\1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \cdot 2 &= 1 + 2 + 3 = 10, \dots\end{aligned}$$

Анализируемое множество неассоциативно, следуя закону

$$(xy)z \neq x(yz) \rightarrow (3 \cdot 9)12 = 2, 3(9 \cdot 12) = 10, \dots$$

Симметризованное произведение генерирует ассоциативность.

$$\begin{aligned}x \circ y &= xy + yx, \\(x \circ y) \circ z &= x \circ (y \circ z).\end{aligned}$$

В этом случае бинарное произведение можно рассматривать как операцию, которая превращает объекты с одной системой отношений в объекты с другой системой отношений. Значит, ассоциативна или неассоциативна тройка объектов зависит не только от системы отношений в форме произведений и суммирований. Важная роль и значение принадлежит дополнительным связям. Аналогично ассоциативная тройка при определенных связях между собой может стать неассоциативной.

Эти и другие свойства свидетельствуют о том, что полученные законы имеют фундаментальное значение. Они выполняются для многообразий разной размерности типа

$$M^{n \cdot n} \rightarrow M^9, M^{16}, M^{25}, M^{36}, \dots$$

Основные физические законы базируются в настоящее время на концепции о наличии и фундаментальности 4 предзарядов: пары электрических предзарядов с разными знаками и пары гравитационных предзарядов с разными знаками. Теория, позволившая генерировать и эту гипотезу, и ее согласование с опытом, имеет ассоциативную природу и сущность.

Информационное взаимодействие, присущее живым объектам, не имело ни оснований, ни ростковых точек для перенесения их жизни и практики на электромагнетизм и гравитацию. Сейчас понятно, что конформации на матрицах размерности 4 не «чужды» модели и всей теории этих явлений.

По этой причине на одно из первых мест выдвигается задача проявления свойств и характеристик информационного взаимодействия при взаимодействии электрических и гравитационных зарядов в рамках условий и возможностей многообразия M^{16} . Для получения новой информации недостаточно знать объекты и операции для них. Требуются дифференциальные и интегральные модели, описывающие структуру и динамику информационного обмена и соответствующих реакций.

Факторалгебра на объектной прямой линии

Рассмотрим алгоритм генерации множества факторов на примере многообразия M^{16} , применив для этого концепцию объектной прямой линии. Назовем объектом такого типа функциональное условие

$$y = kx + l.$$

Оно содержит постоянные параметры k, l в форме элементов множества. Величина x меняется, последовательно охватывая все элементы множества. Искомые величины y применяются для генерации подмножеств, образующих факторы алгебры на паре операций анализируемого множества.

Проанализируем на конкретном примере структуру и состав факторалгебр множества M^{16} на операции структурного суммирования и комбинаторной операции произведения.

Примем условие

$$y = 15x + 3.$$

Ему соответствует такой спектр значений:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1

Следуя связям величин в таблице, выберем факторы

$$\begin{aligned} a &\rightarrow 1 \quad 6 \quad 11 \quad 16 \rightarrow a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4, \\ b &\rightarrow 2 \quad 7 \quad 12 \quad 13 \rightarrow b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4, \\ c &\rightarrow 3 \quad 8 \quad 9 \quad 14 \rightarrow c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4, \\ d &\rightarrow 4 \quad 5 \quad 10 \quad 15 \rightarrow d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad d_4. \end{aligned}$$

Связи можно представить линиями, которые соединяют между собой элементы множества, расположенные по линиям на поверхности цилиндра в виде элементов конформаций

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{array}.$$

Фактор a , например, объединяет элементы, расположенные по главной диагонали указанной матрицы. Связи других факторов очевидны.

При всей кажущейся случайности данного объединения элементов множества M^{16} данные факторы имеют фундаментальные свойства. Для удобства их запоминания введем «иерархический» рисунок

$$\begin{array}{ccc} & a & \\ & \square & \square \\ d & & b. \\ & \square & \square \\ & c & \end{array}$$

Согласно ему, есть факторы, расположенные сверху и внизу рисунка. Их свойства при действии операций произведения и суммирования отличаются от свойств иных факторов.

В частности, получим законы структурного суммирования факторов:

$$\begin{aligned}a + a &= a, a + b = b + a = b, a + c = c + a = c, a + d = d + a = d, \\a + a &= a, c + c = a, \\b + b &= c, d + d = c, \\b + c &= c + b = d, d + c = c + d = b, \\b + d &= d + b = a.\end{aligned}$$

Комбинаторное произведение соединяет факторы по своим законам:

$$\begin{aligned}a \cdot a &= c \cdot c = d \cdot d = b, \\b \cdot b &= b, \\a \cdot b &= c, a \cdot c = d, a \cdot d = a, \\b \cdot a &= a, b \cdot c = c, b \cdot d = d, \\c \cdot d &= c, c \cdot a = d, c \cdot b = a, \\d \cdot a &= c, d \cdot b = d, d \cdot c = a.\end{aligned}$$

Общие законы дополняются спектром частных законов. Например, прямые и обратные произведения «внешних» и «внутренних» элементов в ряду элементов каждого фактора генерируют один элемент

$$\begin{aligned}1 \cdot 11 &= 11 \cdot 1 = 6 \cdot 16 = 16 \cdot 6 = 7, \\2 \cdot 12 &= 12 \cdot 2 = 7 \cdot 13 = 13 \cdot 7 = 7, \\3 \cdot 9 &= 9 \cdot 3 = 8 \cdot 14 = 14 \cdot 8 = 7, \\4 \cdot 10 &= 10 \cdot 4 = 5 \cdot 15 = 15 \cdot 5 = 7.\end{aligned}$$

Элементы факторов дополнительно согласованы на комбинаторном произведении:

$$\begin{aligned}1 \cdot 16 &= 2 \cdot 13 = 3 \cdot 14 = 4 \cdot 15 = 12, \\16 \cdot 1 &= 13 \cdot 2 = 14 \cdot 3 = 15 \cdot 4 = 2, \\6 \cdot 11 &= 7 \cdot 12 = 8 \cdot 9 = 5 \cdot 10 = 2, \\11 \cdot 6 &= 12 \cdot 7 = 9 \cdot 8 = 10 \cdot 5 = 12.\end{aligned}$$

Есть дополнительные свойства связи элементов каждого фактора по суммированию:

$$\begin{aligned}1 + 6 &= 11 + 16 = 11, \\2 + 7 &= 12 + 13 = 9, \\3 + 8 &= 9 + 14 = 11, \\4 + 5 &= 10 + 15 = 9.\end{aligned}$$

Равны суммы элементов каждого фактора

$$1 + 6 + 11 + 16 = 2 + 7 + 12 + 13 = 3 + 8 + 9 + 14 = 4 + 5 + 10 + 15 = 6.$$

Равны также суммы элементов факторов по столбцам в форме элемента с номером 14.

Следовательно, объектные прямые генерируют факторы со спектром свойств.

Проанализируем связи элементов, индуцируемые объектной прямой

$$y = 10x + 3.$$

Таблица связей такова:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6

Объединим элементы с аналогичными связями в факторы, представленные строками

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 11 & 12, \\ 3 & 4 & 9 & 10, \\ 5 & 6 & 15 & 16, \\ 7 & 8 & 13 & 14. \end{array}$$

Две первые строки будем рассматривать как единое множество, обозначим его буквой a . Другую пару строк обозначим буквой b . На комбинаторном произведении получим таблицу

$\begin{array}{c c c} k & & \\ \times & a & b \\ \hline a & b & a \\ b & a & b \end{array}$	$\rightarrow$	$\begin{array}{c c c} + & & \\ \text{mod } 2 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$
---	---------------	--

Произведения элементов по столбцам в одну и в другую сторону генерирует результат в форме квадрата элемента множества. Происходит это согласно свойствам произведения

$$\begin{array}{ll} 1 \cdot 3 \cdot 5 = 7, & 7 \cdot 5 \cdot 3 = 1, \\ 2 \cdot 4 \cdot 6 = 8, & 8 \cdot 6 \cdot 4 = 2, \\ 11 \cdot 9 \cdot 15 = 13, & 13 \cdot 15 \cdot 9 = 11, \\ 12 \cdot 10 \cdot 16 = 14, & 14 \cdot 16 \cdot 10 = 12. \end{array}$$

Произведения элементов каждой строки в прямом и обратном порядке одинаково для всех строк:

$$\begin{array}{l} 1 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 12 = 15 = 12 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 1, \\ 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 10 = 15 = 10 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3, \\ 5 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 16 = 15 = 16 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 5, \\ 7 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 14 = 15 = 14 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 7. \end{array}$$

Суммы элементов каждой строки генерируют элемент под номером 14, сумма элементов каждого столбца генерирует элемент под номером 8.

Равны произведения элементов разных факторов, расположенные в одинаковых столбцах:

$$\begin{array}{l} 1 \cdot 2 = 3 \cdot 4 = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 14, \quad 1 \cdot 11 = 3 \cdot 9 = 5 \cdot 15 = 8 \cdot 13 = 7, \quad 1 \cdot 12 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 16 = 7 \cdot 14 = 8, \\ 12 \cdot 11 = 10 \cdot 9 = 16 \cdot 15 = 14 \cdot 13 = 16, \quad 12 \cdot 1 = 10 \cdot 3 = 16 \cdot 5 = 14 \cdot 7 = 6, \dots \end{array}$$

Эффект мутации дистрибутивности на объектной прямой

Комбинаторная операция неассоциативна и в соединении со структурной операцией суммирования мы имеем нарушение дистрибутивности. По этой причине раскрытие скобок в выражениях можно назвать мутацией дистрибутивности. В простейшей модели объектных прямых мы получаем для сравнения пару выражений. Проанализируем с этой точки зрения эффект мутации дистрибутивности, сравнивая между собой свойства факторов, ассоциированных с уравнениями

$$y_1 = 3x + 3, y_2 = 3(x + 5).$$

Примерим единый алгоритм конструирования факторов и таблиц их связей между собой.

Таблицы связей между координатами объектной прямой таковы:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y_1	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y_2	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3

Искомые факторы, соответственно, получают такой вид:

$$\begin{aligned} a &\rightarrow 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4, & 1 \quad 8 \quad 11 \quad 14, \\ b &\rightarrow 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8, & 2 \quad 5 \quad 12 \quad 15, \\ c &\rightarrow 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12, & 3 \quad 6 \quad 9 \quad 16, \\ d &\rightarrow 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16, & 4 \quad 7 \quad 10 \quad 13. \end{aligned}$$

Разные факторы обозначены одинаковыми буквами для удобства сравнения результатов произведений и суммирований. Анализ показал, что в данном случае мутация дистрибутивности оставила неизменной таблицу комбинаторных произведений. Она одинакова для разных факторов

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	a	b	c	d
a	d	a	b	c
b	c	d	a	b
c	b	c	d	a
d	a	b	c	d

Таблицы структурного суммирования различны, получим, соответственно, такой их вид:

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	a	b	c	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	a	b	c
c	a	b	c	d
d	b	c	d	a

Факторы комбинаторной и матричной операций на объектной прямой

Сравним структуру и свойства факторов множества M^{16} , генерируемых комбинаторной и матричной операциями, на объектной прямой

$$y = 6x + 3.$$

Таблицы связей элементов таковы:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y_k	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y_m	9	12	11	10	2	3	4	1	11	12	9	10	4	1	2	3

Факторы, индуцируемые этими таблицами, различны

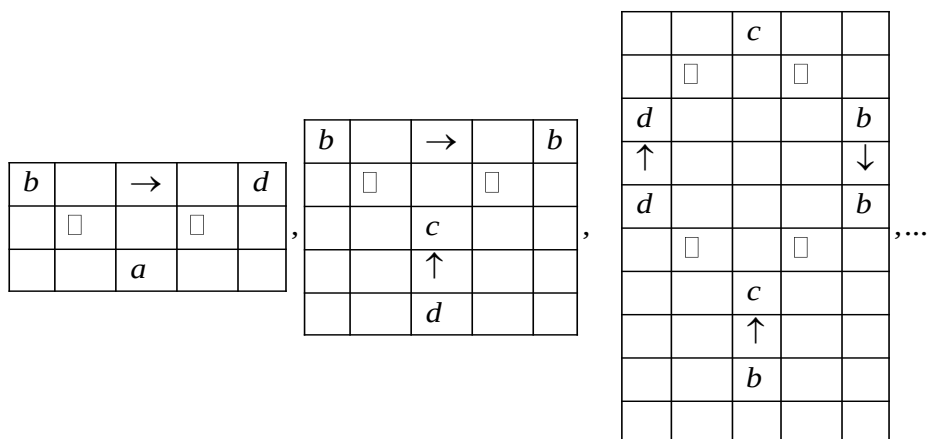
$$\begin{aligned}
 a &\rightarrow 1 \quad 7 \quad 9 \quad 15, & 1 \quad 8 \quad 9 \quad 14, \\
 b &\rightarrow 2 \quad 8 \quad 10 \quad 16, & 2 \quad 5 \quad 12 \quad 15, \\
 c &\rightarrow 3 \quad 5 \quad 11 \quad 13, & 3 \quad 6 \quad 11 \quad 16, \\
 d &\rightarrow 4 \quad 6 \quad 12 \quad 14, & 4 \quad 7 \quad 10 \quad 13.
 \end{aligned}$$

Факторы на матричной операции не генерируют таблицу взаимных отношений. Кроме этого, они имеют очень мало свойств, которые объединяют указанные элементы.

Факторы на комбинаторной операции подчинены таблице отношений

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	b	c	d	a
c	a	b	c	d
d	d	a	b	c

Согласно связям элементов, в данной таблице возможна генерация объектных молекул. Проиллюстрируем эту возможность диаграммами:



Произведение объектов аналогично расстоянию в евклидовом пространстве

Рассмотрим 4 точки, расположив их на прямой линии в евклидовом пространстве

•	•	•	•
a	b	c	d

Сумма расстояний между точками, заданных начальными и конечными буквами интервалов в евклидовом пространстве подчинена закону

$$S = ac + bd = ad + bc.$$

Заменим точки объектами множества M^{16} :

$$3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 10 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 15 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применяя к ним комбинаторную операцию произведения и операцию структурного суммирования, убедимся в справедливости для объектов указанного геометрического закона при произвольном расположении объектов.

a	b	c	d		S		a	b	c	d		S		a	b	c	d		S
3	7	10	15	→	13		3	15	10	7	→	13		3	10	7	15	→	7
7	3	15	10	→	13	,	15	3	7	10	→	13	,	10	3	15	7	→	7
10	15	3	7	→	15		10	7	3	15	→	15		7	15	3	10	→	5
15	10	7	3	→	15		7	10	15	3	→	15		15	7	10	3	→	5

a	b	c	d		S		a	b	c	d		S		a	b	c	d		S
3	7	15	10	→	13		3	15	7	10	→	13		3	10	15	7	→	7
7	3	10	15	→	13	,	15	3	10	7	→	13	,	10	3	7	15	→	7
15	10	3	7	→	15		7	10	3	15	→	15		15	7	3	10	→	5
10	15	7	3	→	15		10	7	15	3	→	15		7	15	10	3	→	5

Следовательно, комбинаторное произведение объектов многообразия M^{16} аналогично расстоянию в евклидовом пространстве, если применить структурное суммирование. Мы приходим к принципиально новой модели пространства.

Заметим, что на модели перестановок выполняется дополнительное условие

$$13 + 15 = 16 = 5 + 7.$$

Объект с номером 16 есть ноль структурного суммирования.

По этой причине мы имеем дело с положительным и отрицательным объектными расстояниями, сумма которых равна нулю.

Ни сам закон геометрического типа, ни сумма расстояний не имели ранее своих проявлений в математике и физике. Это качественно новые результаты.

Спектр законов этики, индуцированных свойствами объектных многообразий

Определим этику, в её математическом выражении, оценками и критериями различных ситуаций в системе объектов. Обычно этику не связывают со структурными свойствами тех или других объектов. Оценки и критерии базируются на вспомогательных средствах, математически характеризующих ситуации.

Проиллюстрируем отмеченную специфику анализа примерами. Примем стандартную точку зрения, что возможно, с одной стороны, объединение анализируемых факторов, а, с другой стороны разнообразное их влияние друг на друга. С математической точки зрения для этого нужны некие величины, подчиненные, по меньшей мере, паре операций. Для описания этики на роль величин претендуют категорийные понятия: свет и тьма, добро и зло, нищета и богатство, холод и жара и т. п. Другими словами, есть пары диаметрально противоположных качеств, количества которых не фиксируются. «Игра» между ними, математически реализуемая посредством операций, генерирует систему законов. Их можно трактовать в качестве законов этики каких-то объектов, которые получают категорийную информацию.

Простейшие модели этики мы получаем, приняв в качестве диаметрально противоположных характеристик для любой категории понятий пару чисел в виде нуля и единицы.

Позитивные, развивающие категорийные понятия зададим числом 1 или буквой a . Негативные, плохие, тормозящие категорийные понятия зададим числом 0 или буквой b . Для модели объединения примем операцию суммирования. Для модели влияния примем операцию произведения.

Тогда математически возможны, например, две грани этики. Одна пара законов

$$\begin{aligned}1+0 &= 0 & a+b &= b \\ 1\times 0 &= 1, & a\times b &= a.\end{aligned}$$

представляет ситуации так: объединение добра со злом есть зло, влияние добра на зло есть добро. Вторая пара законов

$$\begin{aligned}1+0 &= 1 & a+b &= a \\ 1\times 0 &= 0, & a\times b &= b.\end{aligned}$$

эти же ситуации представляет иначе: объединение добра со злом есть добро, влияние добра на зло есть зло.

Анализ объединяет эту пару противоположных законов этики в одно параметрическое семейство. Введем для этого параметрические операции

$$\begin{aligned}a\oplus b &= (1-p)a + pb, \\ a\otimes b &= pa + (1-p)b.\end{aligned}$$

Их семейство содержит представленные законы этики:

$$\begin{aligned}p &= 0 & p &= 1 \\ a\oplus b &= a & a\oplus b &= b \\ a\otimes b &= b, & a\otimes b &= a.\end{aligned}$$

Параметрическое семейство расширяет границы и возможности законов этики, обеспечивая динамику оценок и критериев посредством изменения параметра p . Суперпозиция добра и зла не однозначна и не стационарна согласно такой модели.

Расширение структуры и возможностей конструирования законов этики может быть достигнуто на основе свойств объектных многообразий.

В моделях этого типа мы имеем дело с реальными, структурными объектами, которые представлены матрицами. Фактически речь идет о том, что мы принимаем более сложную модель чисел за основу анализа. Объекты имеют разную структуру. В частности, есть объекты с мономиальной структурой и объекты с немонмиальной структурой. По этой причине их можно разделить на два класса. Один класс можно обозначить числом 1, а второй класса можно обозначить числом 0. Конечно, удобны и буквенные обозначения.

Кроме этого, объектные многообразия замкнуты на трех операциях: комбинаторной и матричной операциях, а также на операции структурного суммирования.

Для нахождения законов этики, следуя предыдущему подходу, мы можем применять соответствующие таблицы произведений и суммирований. Тогда генерируется система законов этики, индуцированная возможностями трех операций для объектов.

Проиллюстрируем возможность генерации законов этики на примере многообразия M^{16} . Обозначим систему, состоящую из мономиальных матриц числом 1. В этом случае операции произведений и суммирования с любым элементом из множества будут обозначаться числом 1. Обозначим систему, состоящую из множества немонмиальных матриц числом 0. Аналогично предыдущему, это число будет представлять любой элемент этого множества.

Предложенный алгоритм позволяет записать таблицы произведений и таблицы суммирования на основе указанных чисел, факторизующих пару множеств:

$\overset{k}{\otimes}$	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	0	1	0

,

$\overset{m}{\otimes}$	1	0	1	0
1	1	0	1	0
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0
0	0	0	0	0

,

$\oplus$	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	0	1	0

.

Из таблиц следуют два типа отношений между факторизованными элементами:

$$\begin{array}{l}
 \overset{m}{1} \otimes 1 = 1 \\
 \overset{m}{1} \otimes 0 = 0 \\
 \overset{m}{0} \otimes 1 = 0 \\
 \overset{m}{0} \otimes 0 = 0, \rightarrow
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 \overset{m}{\otimes} & 0 & 1 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 \end{array},
 \begin{array}{l}
 1 \oplus 1 = 0 \\
 1 \oplus 0 = 1 \\
 0 \oplus 1 = 1 \\
 0 \oplus 0 = 0
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 + & 0 & 1 \\
 \hline
 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 0 \\
 \hline
 \end{array}.$$

Факторизация объектного неассоциативного множества генерирует таблицы отношений элементов ассоциативного конечного поля $F_2\{0,1\}$. Другими словами, в данном случае ассоциативность скрыта в неассоциативных моделях, но может проявить себя факторами.

В спектре полученных свойств есть модели этики нулевого уровня отношений:

$$\begin{array}{l}
 1 \oplus 0 = 1 \quad \overset{m}{1} \otimes 0 = 0 \\
 \overset{m}{1} \otimes 0 = 0, \quad \overset{k}{1} \otimes 0 = 1.
 \end{array}$$

Свойства конечных полей и законы этики естественны для объектных многообразий.

Убедимся в этом на примере многообразия M^{25} . Примем факторизацию

0	16–20	
1	1–15	6–20
2	11–15	21–25

Таблица матричного произведения получает такой вид:

m $\times$	1	1	2	0	2
1	1	1	2	0	2
1	1	1	2	0	2
2	2	2	1	0	1
0	0	0	0	0	0
2	2	2	1	0	1

Ей естественно соответствует таблица произведений конечного множества $F_3\{0,1,2\}$:

$\times$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Примем другую факторизацию:

0	16–20	21–25
1	1–15	6–20
2	11–15	

Таблица матричных произведений получит вид

m $\times$	1	1	2	0	0
1	1	1	2	0	0
1	1	1	0	0	2
2	2	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0
0	0	2	1	0	1

С ней ассоциированы таблицы:

$\times$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

,

$\times$	0	1	2
0	0	2	1
1	2	1	0
2	1	0	1

Мы замечаем, что система законов типа отношений в конечных системах зависит от алгоритма факторизации объектного множества. В первом случае мы имеем только один закон. Во втором случае, по меньшей мере, их пара. Первый закон, базирующийся не на числах, а на объектах, исследован и понятен.

Второй закон нетривиален и непонятен. Анализ предъявляет геометрические связи между элементами. Их картина такова:

0		
↑	□	
0	←	0

$$0 \times 0 = 0,$$

1		
↑	□	
1	←	1

$$1 \times 1 = 1,$$

1		
↓	□	
2	→	0

$$0 \times 1 = 2, 1 \times 2 = 0, 2 \times 0 = 1,$$

1	→	0		
↑		↓	□	
2	←	2	→	1

$$2 \times 2 = 1, 2 \times 1 = 0, 1 \times 0 = 2, 0 \times 2 = 1.$$

Следовательно, факторизация объектного множества расширяет представление о свойствах конечных систем: у них есть операционные и геометрические свойства конечных полей.

Факторизованная по предыдущему образцу таблица структурного суммирования генерирует новые свойства:

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	1	1	2	0	0
1	0	0	1	1	2
1	0	2	0	1	1
2	1	0	1	2	0
0	1	1	2	0	0
0	2	1	0	0	1

Центральная часть таблицы копирует таблицу суммирования конечного множества $F_3\{0,1,2\}$:

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Дополнительно генерируется таблица геометрических связей

$\oplus$	0	1	2
0	1	2	0
1	2	0	1
2	0	1	1

Связи между величинами можно представить геометрически в форме диаграмм:

		1	→	1						1		
	□				□				□		□	
2						0	→	2				0
	□				□				□		□	
		1	←	0						0		

1		
↑	□	
1		0
↑		↓
2	←	2

Есть также таблица в форме развернутого представления конечного поля $F_2\{0,1\}_{\text{mod } 2}$:

+	0	1	2
0	0	1	0
1	1	0	1
2	0	1	0

Аналогичная факторизация комбинаторного произведения дает таблицу

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	1	2	0	0
1	0	2	0	1	1
1	0	0	1	1	2
2	2	1	0	0	1
0	1	1	2	0	0
0	1	0	1	2	0

С ней ассоциирована, в частности, таблица

×	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
1	0	1	0

Она частично повторяет, с точностью до третьей строки, таблицу суммирования конечного поля $F_3\{0,1,2\}$. Поскольку полного совпадения нет, мы имеем еще одну модель связей между объектами, проявивших себя на основе алгоритма факторизации.

Заметим, что свойства объектных множеств зависят от количества элементов в них.

Эту таблицу можно интерпретировать как одну из форм мутации отношений в конечной системе типа $F_3\{0,1,2\}$. Однако более конструктивно принять интерпретацию, что мы имеем табличное проявление связей между более сложными объектами, чем их числовое представление. Эти связи допускают наглядное, геометрическое представление на плоскости.

В рассматриваемом случае связи таковы:

		0			0	→	0	→	0
	□	↑				□		□	
2	←	2	←	0			0		
		↑					↑		
		1					2		
		↑					↑		
		0					1		
		↑					↑		
		1					1		
							↑		
	0	↔	0				2		

$$0+0=0, 1+0=1, 0+1=1, 1+1=2, \quad 2+1=1, 1+1=2, 1+2=0, \\ 1+2=0, 2+0=0, 0+2=2, 2+2=0, \quad 2+0=0, 0+0=0.$$

Геометрическое представление таблицы конечных полей имеет циклический вид. Проиллюстрируем это свойство на примере. Рассмотрим таблицу

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Она имеет геометрическое представление согласно циклической диаграмме связей:

0	→	1	→	1	→	2	→	0
↕		↑						↓
0		0	←	1	←	2	←	2

$$0+0=0, 0+1=1, 1+1=2, 1+2=0, \\ 2+0=2, 0+2=2, 2+2=2, 2+1=0, 1+0=1.$$

Наличие таблиц, равно как и представление их диаграммами связей, иллюстрирует систему отношений между объектами, но не раскрывает ни структуры анализируемых объектов, ни модели операций, которым эти объекты подчинены.

По этой причине у нас нет оснований полагать, что анализ, проводимый на уровне моделей конечных полей, с мутациями связей или без мутаций, достаточен для понимания сущности анализируемых объектов и отношений между ними. Требуется углубление истин.

Объектные множества малой размерности

Проанализируем свойства объектного множества, состоящего из двух элементов. Базовые элементы конформаций, следуя принятому алгоритму вывода, таковы

$$\begin{matrix} 1 \\ 1+1=2 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{matrix} 1 \\ 1+2=1 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Элементы пары конформаций обозначим номерами

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 1 \end{matrix}, \begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ 2 \end{matrix}, \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ 3 \end{matrix}, \begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 4 \end{matrix}.$$

Примем факторизацию, согласно которой первая конформация обозначается числом 1, а вторая конформация обозначается числом 0. Представим таблицы произведения элементов конформаций и их факторизации.

Таблицы структурного суммирования таковы:

$\begin{matrix} st \\ + \end{matrix}$	1	2	3	4
1	4	3	2	1
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	1	2	3	4

 $\rightarrow$

$\begin{matrix} + \\ 1 \end{matrix}$	1	0
1	0	1
0	1	0

Матричное произведение дает другой результат

$\begin{matrix} m \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	3	4
3	3	4	3	4
4	4	3	3	4

 $\rightarrow$

$\begin{matrix} \times \\ 1 \end{matrix}$	1	0
1	1	0
0	0	0

На комбинаторном произведении получим

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	3	2	1
3	1	2	3	4
4	2	1	4	3

 $\rightarrow$

$\begin{matrix} + \\ 1 \end{matrix}$	1	0
1	0	1
0	1	0

Мы доказали, что факторизация объектного множества, содержащего два элемента, генерирует таблицы суммирования и произведения конечного множества $F_2\{0,1\}$.

Аналогично проанализируем объектное множество, состоящее из трех элементов. Отношения между элементами генерируются на основе базовых матриц вида

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=2 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+3=1 \\ 1+3=1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим элементы трех конформаций номерами:

$$\begin{array}{ccccccccc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array}$$

Факторизацию выполним так: первой конформации присвоим номер 1, второй конформации дадим номер 2, третья конформация пусть характеризуется номером 0.

Сопоставим таблицы произведения элементов конформаций и таблицы их факторизации.

На операции структурного суммирования и матричной операции получим такие результаты:

st +	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline + & 1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 0 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array}.$$

m ×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	3	1	6	4	5	7	8	9
3	3	1	2	5	6	4	7	8	9
4	4	5	6	1	2	3	7	8	9
5	5	6	4	3	1	2	7	8	9
6	6	4	5	2	3	1	7	8	9
7	7	8	9	7	8	9	7	8	9
8	8	9	7	9	7	8	7	8	9
9	9	7	8	8	9	7	7	8	9

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \times & 1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \times & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 0 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array}.$$

Факторизованные таблицы идентичны таблицам сумм и произведений конечного поля $F_3\{0,1,2\}$. Но это только формальная идентичность. Модель конечного поля базируется на суммах и произведениях чисел по модулю числа 3. В рассматриваемом случае анализ выполнен для системы матриц, подмножества которых пронумерованы числами. Мы имеем структурные объекты и операции с ними. Это качественно другие множества, свойства которых существенно выходят за пределы свойств чисел.

Комбинаторная операция генерирует таблицы с принципиально новыми свойствами:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	9	8	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	7	8	9

→

$\otimes$	1	2	0
1	0	1	2
2	2	0	1
0	1	2	0

→

$\otimes$	0	1	2
0	0	1	2
1	2	0	1
2	1	2	0

Во-первых, эта таблица, в отличие от предыдущих таблиц, неассоциативна. Например, получим

$$1(2 \cdot 3) = 1 \cdot 8 = 5, (1 \cdot 2)3 = 8 \cdot 3 = 2, \dots$$

Во-вторых, факторизованная таблица не укладывается в рамки расчетной логики. Непонятно, как можно соединить между собой, с операционной точки зрения, условия вида

$$\begin{array}{lll} 1 \otimes 0 = 2 & 1 \otimes 1 = 0 & 1 \otimes 2 = 1 \\ 2 \otimes 0 = 1 & 2 \otimes 2 = 0 & 2 \otimes 1 = 2 \\ 0 \otimes 0 = 0, & 0 \otimes 1 = 1, & 0 \otimes 2 = 2. \end{array}$$

Эта таблица инициирует новую точку зрения на связи между факторизованными множествами. Для этого достаточно расположить тройку элементов на геометрической диаграмме, образовав «объектную молекулу» из тройки «атомов»:

2								1
	□						□	
		2		↔		1		
			□		□			
		↑↓		0		↑↓		
			□		□			
		1		↔		2		
	□						□	
1								2

Объединение элементов согласно «стрелкам» соответствует правилам таблицы.

Проанализируем графические диаграммы для суммы и произведения на примере конечного поля $F_3\{0,1,2\}$.

Таблица сумм генерирует ассоциированную конформацию:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline + & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Графическая диаграмма

1	→	0	→	1	→	1
↑						↓
2	←	2	←	2	←	2

по указанному алгоритму предъявляет связи

$$1+0=1, 0+1=1, 1+1=2, 1+2=0,$$

$$2+0=2, 0+2=2, 2+2=1, 2+1=0.$$

Диаграмма иллюстрирует циклический тип соединения элементов при подчинении их операции суммирования.

Операция произведения подчинена принципиально иной таблице

×	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Таблица представляется семейством графических диаграмм:

0		→		0
	□		□	
		0		
		↑		
		1		
		↑		
		0		

,

0		→		0
	□		□	
		0		
		↑		
		2		
		↑		
		0		

,

2	→	1	→	2
↑				↓
2	←	1	←	2

,

1	↔	1
---	---	---

.

Неассоциативные факторалгебры

Образует в несколько шагов систему конечных подмножеств, состоящую из элементов неассоциативного множества M^{25} .

В качестве первого шага образуем согласованные тройки элементов, генерируя их согласно алгоритму

$$x \rightarrow x, xx, x(xx).$$

Алгоритм имеет аналогию с методом получения алгебры Хопфа. Он проще, потому что мы не применяем тензорную операцию для элементов базового множества.

На основе свойств многообразия M^{25} с комбинаторной операцией произведения получим согласованные тройки элементов вида

$$\begin{array}{llllll} 1 & 16 & 7 & 11 & 16 & 21 & 16 & 16 & 16 \\ 2 & 16 & 6 & 12 & 16 & 25 & 17 & 16 & 20 \\ 3 & 16 & 10, & 13 & 16 & 24, & 18 & 16 & 19. \\ 4 & 16 & 9 & 14 & 16 & 23 & 19 & 16 & 18 \\ 5 & 16 & 8 & 15 & 16 & 22 & 20 & 16 & 17 \end{array}$$

Второй шаг обеспечивает расширение полученных множеств на основе взаимных произведений до согласованных множеств из 5 элементов.

При этом обе первые колонки дают одинаковые результаты, так что генерируется 5 наборов, которые обозначены числами в квадратных скобках:

$$\begin{array}{l} [1] \rightarrow 1 \quad 7 \quad 11 \quad 16 \quad 21, \\ [2] \rightarrow 2 \quad 8 \quad 12 \quad 17 \quad 22, \\ [3] \rightarrow 3 \quad 9 \quad 13 \quad 18 \quad 23, \\ [4] \rightarrow 4 \quad 10 \quad 14 \quad 19 \quad 24, \\ [5] \rightarrow 5 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 25. \end{array}$$

Анализ показал, что полученные наборы обладают свойствами, которые позволяют их рассматривать как самостоятельные единые объекты с функциями, аналогичными смежным классам в группе с нормальной подгруппой. Назовем их факторами множества M^{25} .

Факторы этого множества подчинены таблицам произведений и суммирований вида

k $\times$	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[2]	[5]	[1]	[2]	[3]	[4]
[3]	[4]	[5]	[1]	[2]	[3]
[4]	[3]	[4]	[5]	[1]	[2]
[5]	[2]	[3]	[4]	[5]	[1]

,

st $+$	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[1]
[2]	[3]	[4]	[5]	[1]	[2]
[3]	[4]	[5]	[1]	[2]	[3]
[4]	[5]	[1]	[2]	[3]	[4]
[5]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]

Следовательно, мы имеем неассоциативную алгебру с единицей на комбинаторном произведении и с нулем на операции структурного суммирования. Таблицы имеют форму симметричных магических квадратов.

Обратим внимание на возможность получения элементов каждой последующей строки на основе суммирования ее элементов с элементами последующих строк. Если мы имеем начальную строку, суммирование реализуется только из ее элементов, генерируя следующую строку. Когда новая строка получена, становится возможным суммирование ее элементов с элементами начальной строки. Так получится пять строк, которые «охватывают» все элементы множества M^{25} . В упрощенном варианте моделирования суммирование проводится только по элементам в одном столбце. Но иногда требуется указанное общее суммирование, чтобы «охватить» все множество, разбиваемое на факторы.

Проиллюстрируем алгоритм примером, базируясь на начальной модели. Сравним суммирование по элементам столбцов с приведенным ранее упорядоченным расположением элементов. Получим две идентичные таблицы расположения элементов:

$$\begin{aligned} [1] &\rightarrow 1 \quad 7 \quad 11 \quad 16 \quad 21 \Rightarrow 1 \quad 7 \quad 11 \quad 16 \quad 21, \\ [2] &\rightarrow 2 \quad 8 \quad 12 \quad 17 \quad 22 \Rightarrow 22 \quad 12 \quad 2 \quad 17 \quad 8, \\ [3] &\rightarrow 3 \quad 9 \quad 13 \quad 18 \quad 23 \Rightarrow 13 \quad 23 \quad 9 \quad 18 \quad 3, \\ [4] &\rightarrow 4 \quad 10 \quad 14 \quad 19 \quad 24 \Rightarrow 10 \quad 4 \quad 24 \quad 19 \quad 14, \\ [5] &\rightarrow 5 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \Rightarrow 25 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 5. \end{aligned}$$

Обратим внимание, что сумма элементов каждой строки одинакова и задается объектом с номером 20, которому соответствует ноль структурного суммирования.

По указанному алгоритму генерируется еще 4 аналогичных множества. Элементы расположены в них в таком порядке:

$$\begin{aligned} [1] &\rightarrow 2 \quad 6 \quad 14 \quad 16 \quad 23, & [1] &\rightarrow 3 \quad 10 \quad 12 \quad 16 \quad 25, \\ [2] &\rightarrow 3 \quad 7 \quad 15 \quad 17 \quad 24, & [2] &\rightarrow 4 \quad 6 \quad 13 \quad 17 \quad 21, \\ [3] &\rightarrow 4 \quad 8 \quad 11 \quad 18 \quad 25, & [3] &\rightarrow 5 \quad 7 \quad 14 \quad 18 \quad 22, \\ [4] &\rightarrow 5 \quad 9 \quad 12 \quad 19 \quad 21, & [4] &\rightarrow 1 \quad 8 \quad 15 \quad 19 \quad 23, \\ [5] &\rightarrow 1 \quad 10 \quad 13 \quad 20 \quad 22, & [5] &\rightarrow 2 \quad 9 \quad 11 \quad 20 \quad 24, \\ \\ [1] &\rightarrow 4 \quad 9 \quad 15 \quad 16 \quad 22, & [1] &\rightarrow 5 \quad 8 \quad 13 \quad 16 \quad 24, \\ [2] &\rightarrow 5 \quad 10 \quad 11 \quad 17 \quad 23, & [2] &\rightarrow 1 \quad 9 \quad 14 \quad 17 \quad 25, \\ [3] &\rightarrow 1 \quad 6 \quad 12 \quad 18 \quad 24, & [3] &\rightarrow 2 \quad 10 \quad 15 \quad 18 \quad 21, \\ [4] &\rightarrow 2 \quad 7 \quad 13 \quad 19 \quad 25, & [4] &\rightarrow 3 \quad 6 \quad 11 \quad 19 \quad 22, \\ [5] &\rightarrow 3 \quad 8 \quad 14 \quad 20 \quad 21, & [5] &\rightarrow 4 \quad 7 \quad 12 \quad 20 \quad 23. \end{aligned}$$

Представленные множества подчинены единым таблицам произведений и суммирований, которые получены на основе анализа начального множества.

Специфика ситуации в том, что во всех случаях мы имеем таблицы в форме симметричных магических квадратов. В них суммы номеров элементов на операции структурного суммирования одинаковы по строкам, по столбцам и по диагоналям.

Представленный алгоритм позволил получить 5 факторалгебр. Они имеют похожие свойства. Однако между ними есть функциональные связи, которые могут иметь приложения на практике.

Неассоциативные гомологии неассоциативных факторалгебр

Рассмотрим полученные ранее наборы элементов неассоциативного множества M^{25} для анализа похожести их свойств, что принято называть термином «гомологичность», с целью выяснения их связей между собой.

Эти наборы таковы:

$$\begin{array}{l} 1 \quad 7 \quad 11 \quad 16 \quad 21, \\ 2 \quad 6 \quad 14 \quad 16 \quad 23, \\ 3 \quad 10 \quad 12 \quad 16 \quad 25, \\ 4 \quad 9 \quad 15 \quad 16 \quad 22, \\ 5 \quad 8 \quad 13 \quad 16 \quad 24. \end{array}$$

Их формальная гомологичность имеет, по меньшей мере, три составляющие. Во-первых, каждая строка не содержит элементов, которые дополняют в конформации элемент с номером 16. Во-вторых, произведение первых трех элементов генерирует элемент с номером 16. Отсюда следует, что произведение всех элементов каждого ряда генерирует последний элемент строки. В-третьих, структурная сумма всех элементов каждой строки генерирует объект с номером 20, соответствующий нулю структурной суммы.

Парное взаимодействие строк обеспечивает перестановку элементов в той строке, на которую направлено влияние. Проиллюстрируем это свойство примером:

$$\begin{array}{lll} 3(4 \cdot 3) = 9, & 10(4 \cdot 10) = 9, & 12(4 \cdot 12) = 9, \\ 3(9 \cdot 3) = 4 & 10(9 \cdot 10) = 4 & 12(9 \cdot 12) = 4 \\ 3(15 \cdot 3) = 22 & 10(15 \cdot 10) = 22 & 12(15 \cdot 12) = 22 \quad \dots \\ 3(16 \cdot 3) = 16 & 10(16 \cdot 10) = 16 & 12(16 \cdot 12) = 16 \\ 3(22 \cdot 3) = 15 & 10(22 \cdot 10) = 15 & 12(22 \cdot 12) = 15 \end{array}$$

Эти связи выражаются функциональным законом, согласно которому двойное влияние элемента одной строки на элемент другой строки генерирует элемент этой же строки:

$$\xi_i(\eta_j \xi_i) = \eta_k.$$

Это свойство имеет общее значение, оно справедливо для любой пары строк. По этой причине оно выражает функциональную похожест факторов, их гомологичность.

Гомологичность неассоциативна, так как

$$\xi_i(\eta_j \xi_i) \neq (\xi_i \eta_k) \xi_i.$$

Рассматривая функциональную связь элементов как перестановку элементов строки, имеем группу с матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Неассоциативные когомологии неассоциативных факторалгебр

Проанализируем систему функциональных свойств и связей между функциями на примере неассоциативной факторалгебры с распределением элементов вида

$$\begin{aligned}[1] &\rightarrow 2 \quad 6 \quad 14 \quad 16 \quad 23, \\[2] &\rightarrow 3 \quad 7 \quad 15 \quad 17 \quad 24, \\[3] &\rightarrow 4 \quad 8 \quad 11 \quad 18 \quad 25, \\[4] &\rightarrow 5 \quad 9 \quad 12 \quad 19 \quad 21, \\[5] &\rightarrow 1 \quad 10 \quad 13 \quad 20 \quad 22.\end{aligned}$$

Каждый фактор неассоциативно сохраняет свою структуру с условиями

$$\sum_i \xi_i (k - \xi_i) = \sum_i \varphi_i = 20 \Rightarrow \xi_i (k - \xi_i) \neq (k - \xi_i) \xi_i.$$

Они выполняются для каждой строки только на определенных значениях величины k . Проиллюстрируем его на примере первой строки. Имеем условия

$$\begin{array}{ccccc}2(3-2)=6 & 2(7-2)=23 & 2(15-2)=2 & 2(17-2)=14 & 2(24-2)=16 \\6(3-6)=14 & 6(7-6)=2 & 6(15-6)=16 & 6(17-6)=23 & 6(24-6)=6 \\14(3-14)=16 & 14(7-14)=14 & 14(15-14)=23 & 14(17-14)=6 & 14(23-14)=2. \\16(3-16)=2 & 16(7-16)=6 & 16(15-16)=14 & 16(17-16)=16 & 16(24-16)=23 \\23(3-23)=23 & 23(7-23)=16 & 23(15-23)=6 & 23(17-23)=2 & 23(24-23)=14\end{array}$$

В этом случае имеем такие значения k : $k = (3 \quad 7 \quad 15 \quad 17 \quad 24)$.

Расчет дает общую картину связи объектов на анализируемой функции:

$$\begin{array}{ll}[1] \rightarrow 2 \quad 6 \quad 14 \quad 16 \quad 23, & [k_1] \rightarrow 3 \quad 7 \quad 15 \quad 17 \quad 24, \\[2] \rightarrow 3 \quad 7 \quad 15 \quad 17 \quad 24, & [k_2] \rightarrow 4 \quad 8 \quad 11 \quad 18 \quad 25, \\[3] \rightarrow 4 \quad 8 \quad 11 \quad 18 \quad 25, & [k_3] \rightarrow 5 \quad 9 \quad 12 \quad 19 \quad 21, \\[4] \rightarrow 5 \quad 9 \quad 12 \quad 19 \quad 21, & [k_4] \rightarrow 1 \quad 10 \quad 13 \quad 20 \quad 22, \\[5] \rightarrow 1 \quad 10 \quad 13 \quad 20 \quad 22, & [k_5] \rightarrow 2 \quad 6 \quad 14 \quad 16 \quad 23.\end{array}$$

Эта связь едина для каждого фактора, базируясь на алгоритме трансляционного изменения номеров элементов на единицу, учитывающем циклический характер номеров каждой конформации.

Проясняет ситуацию последовательность номеров 5 базовых конформаций:

$$\begin{array}{ccccc}1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\2 & 7 & 12 & 17 & 22 \\3 & 8 & 13 & 18 & 23. \\4 & 9 & 14 & 19 & 24 \\5 & 10 & 15 & 20 & 25\end{array}$$

Объединения факторов с объектами, обеспечивающими их функциональное сохранение, имеют ряд единых свойств. Проиллюстрируем их на элементах фактора первой строки. Рассмотрим произведения и суммы элементов с близкими номерами.

Получим такой результат:

$$\begin{array}{ccccc}
 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & & 25 & 11 & 4 & 18 & 8 \\
 & \uparrow & \times & \uparrow & & & & \uparrow & + & \uparrow & \\
 2 & 6 & 14 & 16 & 23 & & 2 & 6 & 14 & 16 & 23 \\
 3 & 7 & 15 & 17 & 24 & , & 3 & 7 & 15 & 17 & 24 \\
 & \downarrow & \times & \downarrow & & & & \downarrow & + & \downarrow & \\
 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & & 25 & 11 & 4 & 18 & 8
 \end{array}$$

Анализируемые пары факторов генерируют одинаковые результаты по произведению близких номеров, обеспечивая многократную генерацию объектов с номерами 20,17. При аналогичном суммировании они могут генерировать факторы своего семейства первого или второго уровней. В указанном случае имеем фактор второго уровня. Однако реализуются при суммировании и факторы первого уровня. Так, получим

$$\begin{array}{ccccc}
 24 & 15 & 3 & 17 & 7 \\
 & \uparrow & + & \uparrow & \\
 4 & 8 & 11 & 18 & 25 \\
 5 & 9 & 12 & 19 & 21 \quad \dots \\
 & \downarrow & + & \downarrow & \\
 24 & 15 & 3 & 17 & 7
 \end{array}$$

Усложнение функций может обеспечить сохранение фактора. Рассмотрим ситуацию для функции

$$\varphi_i^{\xi_i} = \xi_i (k - \xi_i) \xi_i.$$

На элементах фактора в форме первой строки (суммирования по индексам нет) получим

$$\begin{array}{ll}
 2(3-2) = 6 \cdot 2 = 23 & 2(7-2) = 23 \cdot 2 = 6 \\
 6(3-6) = 14 \cdot 6 = 2 & 6(7-6) = 2 \cdot 6 = 14 \\
 14(3-14) = 16 \cdot 14 = 14 , & 14(7-14) = 14 \cdot 14 = 16 , \dots \\
 16(3-16) = 2 \cdot 16 = 6 & 16(7-16) = 6 \cdot 16 = 2 \\
 23(3-23) = 23 \cdot 23 = 16 & 23(7-23) = 16 \cdot 23 = 23
 \end{array}$$

Этот результат базируется на исходном условии замкнутости данного фактора при взаимных произведениях элементов. По полученным результатам имеем функциональное условие

$$\begin{aligned}
 \sum_i \varphi_i^{\xi_i} &= \sum_i \varphi_i, \\
 \sum_i \xi_i (k - \xi_i) \xi_i &= \sum_i \xi_i (k - \xi_i).
 \end{aligned}$$

Эти суммы одинаковы и равны нулю факторалгебры, допуская разные весовые суммы.

Проанализируем новые функциональные выражения, сравнивая данные вычислений. Введем две новые функции

$$\alpha(\times) = \sum_i \xi_i (k \cdot \xi_i),$$

$$\alpha(+) = \sum_i \xi_i (k + \xi_i).$$

В них величины ξ_i последовательно берутся из одного фактора, а величина k меняется согласно номерам всего множества. Специфика ситуации в том, что эти функции иллюстрируют независимость вычисляемого значения от величины ξ_i , если расчет проводится для некоторого конкретного k . Рассмотрим пару примеров:

$2(1 \cdot 2) = 7$	$2(1 + 2) = 2$	$2(25 \cdot 2) = 12$	$2(25 + 2) = 21$
$6(1 \cdot 6) = 7$	$6(1 + 6) = 2$	$6(25 \cdot 6) = 12$	$6(25 + 6) = 21$
$14(1 \cdot 14) = 7$	$14(1 + 14) = 2$	$\dots$	$14(25 \cdot 14) = 12$
$16(1 \cdot 16) = 7$	$16(1 + 16) = 2$	$16(25 \cdot 16) = 12$	$16(25 + 16) = 21$
$23(1 \cdot 23) = 7$	$23(1 + 23) = 2$	$23(25 \cdot 23) = 12$	$23(25 + 23) = 21$

Произведения и суммы естественно генерируют разные результаты. Между величинами k и полученными значениями есть корреляция. Представим ее таблицами:

k	1	2	3	4	5	$p(\times)$	7	6	10	9	8	'
$p(+)$	2	3	4	5	1	'						

k	6	7	8	9	10	$p(\times)$	2	1	5	4	3	'
$p(+)$	7	8	9	10	1	'						

k	11	12	13	14	15	$p(\times)$	21	25	24	23	22	'
$p(+)$	12	13	14	15	11	'						

k	16	17	18	19	20	$p(\times)$	16	20	19	18	17	'
$p(+)$	17	18	19	20	16	'						

k	21	22	23	24	25	$p(\times)$	11	15	14	13	12	'
$p(+)$	22	23	24	25	21	'						

Возможно согласование номеров для элементов одной или разных конформаций матрицами:

$$\times \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, + \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их взаимные матричные произведения генерируют группу диэдра D_5 .

Генерация системы факторов на основе дочернего фактора

Назовем дочерним фактором любой фактор со строкой с номером больше единицы. На системе факторов

$$\begin{aligned}[1] &\rightarrow 2 \quad 6 \quad 14 \quad 16 \quad 23, \\[2] &\rightarrow 3 \quad 7 \quad 15 \quad 17 \quad 24, \\[3] &\rightarrow 4 \quad 8 \quad 11 \quad 18 \quad 25, \\[4] &\rightarrow 5 \quad 9 \quad 12 \quad 19 \quad 21, \\[5] &\rightarrow 1 \quad 10 \quad 13 \quad 20 \quad 22\end{aligned}$$

в качестве такого объекта возьмем элементы второй строки. Поставим задачу генерации на этих элементах других факторов из указанной системы, применяя для этого функцию

$$\alpha_k(-) = \xi_i(k - \xi_i).$$

На начальной стадии расчета, меняя k, ξ_i , получим такие данные:

$$\begin{array}{ccccc} 3(1-3)=7 & 3(2-3)=8 & 3(3-3)=9 & 3(4-3)=10 & 3(5-3)=6 \\ 7(1-7)=15 & 7(2-7)=11 & 7(3-7)=12 & 7(4-7)=13 & 7(5-7)=14 \\ 15(1-15)=17 & 15(2-15)=18 & 15(3-15)=19 & 15(4-15)=20 & 15(5-15)=16, \dots \\ 17(1-17)=3 & 17(2-17)=4 & 17(3-17)=5 & 17(4-17)=1 & 17(5-17)=2 \\ 24(1-24)=24 & 24(2-24)=25 & 24(3-24)=21 & 24(4-24)=22 & 24(5-24)=23 \end{array}$$

Следовательно, генерация всей системы факторов возможна по дочернему фактору на основе указанной функции.

Обозначим факторы не числами в квадратных скобках, а числами, соответствующими минимальным номерам объектов в каждой строке. Тогда удобно сопоставить таблицы номеров генерируемых объектов со значениями величин k :

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ k \rightarrow 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \Leftrightarrow \sigma = 1 & 2 & 3 & 4 & 5. \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25 \end{array}$$

Будем рассматривать таблицу генерации факторов как ассоциированную конформацию. Тогда получим систему матриц с номерами генерируемых факторов вида

$$\sigma = 1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ассоциативная связь структуры факторалгебр с циклической группой

Примем модель структуры факторалгебр на основе анализа расположения минимальных номеров элементов каждого фактора. Они задаются, естественно, числами от 1,2,3,4,5, расположенными в разных строках. По этой причине можно ввести группу перестановок, учитывая место расположения по номеру строки для каждого числа из стандартного их расположения. Единичной матрице соответствует структура факторалгебры, в которой это расположение не нарушено. В других случаях получим другие матрицы.

Проанализируем систему факторалгебр с этой точки зрения.

Получим соответствия:

$$\begin{array}{cc}
 \begin{array}{ccccc}
 1 & 7 & 11 & 16 & 21 \\
 2 & 8 & 12 & 17 & 22 \\
 3 & 9 & 13 & 18 & 23 \\
 4 & 10 & 14 & 19 & 24 \\
 5 & 6 & 15 & 20 & 25
 \end{array} & \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 \\
 \begin{array}{ccccc}
 2 & 6 & 14 & 16 & 23 \\
 3 & 7 & 15 & 17 & 24 \\
 4 & 8 & 11 & 18 & 25 \\
 5 & 9 & 12 & 19 & 21 \\
 1 & 10 & 13 & 20 & 22
 \end{array} & \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \\
 \begin{array}{ccccc}
 3 & 10 & 12 & 16 & 25, \\
 4 & 6 & 13 & 17 & 21, \\
 5 & 7 & 14 & 18 & 22, \\
 1 & 8 & 15 & 19 & 23, \\
 2 & 9 & 11 & 20 & 24,
 \end{array} & \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \\
 \begin{array}{ccccc}
 4 & 9 & 15 & 16 & 22 \\
 5 & 10 & 11 & 17 & 23 \\
 1 & 6 & 12 & 18 & 24 \\
 2 & 7 & 13 & 19 & 25 \\
 3 & 8 & 14 & 20 & 21
 \end{array} & \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \\
 \begin{array}{ccccc}
 5 & 8 & 13 & 16 & 24 \\
 1 & 9 & 14 & 17 & 25 \\
 2 & 10 & 15 & 18 & 21 \\
 3 & 6 & 11 & 19 & 22 \\
 4 & 7 & 12 & 20 & 23
 \end{array} & \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{array}$$

Соответствия иллюстрируют циклическую группу Z_5 на матричном произведении. С другой стороны, мы получили 5 первых матриц многообразия M^{25} .

Факторалгебры малой размерности

Проанализируем по принятой методике факторалгебры многообразия M^{16} . Их основная система выглядит так:

$$\begin{aligned} [1] \rightarrow & \begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} 1 & 9 & 13 & 5 & 2 & 7 & 12 & 13 & 3 & 5 & 11 & 13 & 4 & 7 & 10 & 13 \end{array} \\ [2] \rightarrow & \begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} 6 & 14 & 2 & 10 & 8 & 9 & 14 & 3 & 6 & 12 & 14 & 4 & 8 & 11 & 14 & 1 \end{array} \\ [3] \rightarrow & \begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} 11 & 3 & 7 & 15 & 10 & 15 & 4 & 5 & 9 & 15 & 1 & 7 & 12 & 15 & 2 & 5 \end{array} \\ [4] \rightarrow & \begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} 16 & 8 & 12 & 4 & 16 & 1 & 6 & 11 & 16 & 2 & 8 & 10 & 16 & 3 & 6 & 9 \end{array} \end{aligned}$$

Есть пара дополнительных факторалгебр с повторяющимися факторами:

$$\begin{array}{cccc|cccc} 6 & 8 & 13 & 15 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 5 & 7 & 14 & 16 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 6 & 8 & 13 & 15 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 5 & 7 & 14 & 16 & 13 & 14 & 15 & 16 \end{array}$$

Из анализа факторов, представленных номерами в квадратных скобках, следует таблица их комбинаторных произведений и структурных суммирований:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	[1]	[2]	[3]	[4]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]
[2]	[4]	[1]	[2]	[3]
[3]	[3]	[4]	[1]	[2]
[4]	[2]	[3]	[4]	[1]

,

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	[1]	[2]	[3]	[4]
[1]	[2]	[3]	[4]	[1]
[2]	[3]	[4]	[1]	[2]
[3]	[4]	[1]	[2]	[3]
[4]	[1]	[2]	[3]	[4]

Их структура аналогична структурам таблиц многообразия M^{25} . По этой причине ожидается единство функциональных законов взаимной генерации факторов. Однако это не так. Убедимся в этом. Проанализируем несколько значений функции $\alpha_k^{16}(\cdot) = \xi_i(k \cdot \xi_i)$:

$$\begin{array}{cccc} 1(1 \cdot 1) = 9 & 1(2 \cdot 1) = 12 & 1(3 \cdot 1) = 11 & 1(4 \cdot 1) = 10 \\ 5(1 \cdot 5) = 9 & 5(2 \cdot 5) = 12 & 5(3 \cdot 5) = 11 & 5(4 \cdot 5) = 10 \\ 9(1 \cdot 9) = 9 & 9(2 \cdot 9) = 12 & 9(3 \cdot 9) = 11 & 9(4 \cdot 9) = 10 \text{ ,...} \\ 13(1 \cdot 13) = 9 & 13(2 \cdot 13) = 12 & 13(3 \cdot 13) = 11 & 13(4 \cdot 13) = 10 \end{array}$$

Похожий результат генерирует функция $\beta_k^{16}(-) = \xi_i(\xi_i - k)$:

$$\begin{array}{cccc} 1(1-1) = 12 & 1(1-2) = 11 & 1(1-3) = 10 & 1(1-4) = 9 \\ 5(5-1) = 12 & 5(5-2) = 11 & 5(5-3) = 10 & 5(5-4) = 9 \\ 9(9-1) = 12 & 9(9-2) = 11 & 9(9-3) = 10 & 9(9-4) = 9 \text{ ,...} \\ 13(13-1) = 12 & 13(13-2) = 11 & 13(13-3) = 10 & 13(13-4) = 9 \end{array}$$

Взаимосвязь факторов обеспечивается при умножении этих данных на элементы факторов.

Генерация свойств объекта по свойствам пары объектов

Пусть в многообразии M^{25} выбрана пара объектов $(a+b), (c+d)$ с указанными параметрами в форме элементов множества a, b, c, d .

Рассмотрим алгоритм функциональной реализации равенства

$$\sigma = \mu, \\ \sigma = (a+b)(c+d), \mu = (e+f).$$

Под функциональной реализацией будем понимать представление параметров искомого объекта в форме полиномов от некоторого функционального базиса. В рассматриваемом случае для решения поставленной задачи ограничимся моделью трехмерного функционального пространства с базисом

$$\alpha = abcd, \beta = ac + bd, \gamma = dcba.$$

Проиллюстрируем эффективность данного алгоритма примерами. Получим таблицу

a	3	11	8	21	3	1	6	7	5
b	17	2	13	13	25	2	12	18	10
c	7	18	7	1	4	3	17	19	15
d	23	4	14	2	24	4	21	20	20
$a+b$	5	9	25	19	13	23	22	20	19
$c+d$	4	2	25	23	13	22	23	19	15
σ	20	25	16	25	16	20	17	19	12
α	22	9	15	4	23	18	2	18	20
β	16	21	17	21	17	16	18	16	13
γ	15	4	22	9	14	19	6	19	17
e	$\alpha + \beta$	$\alpha\beta$	$\beta\alpha$	$\alpha\beta\alpha$	α	γ	$\beta\gamma$	γ	α
f	$\beta\alpha$	β	α	$\beta\gamma$	$\beta\gamma$	β	$\gamma\beta$	$\gamma\alpha$	$\gamma\beta$
μ	20	25	16	25	16	20	17	19	12

Найденные параметры неоднозначны с позиции свойств объектов, так как пару величин можно при суммировании менять местами. Этот результат тривиален с формальной точки зрения. С позиции фундаментального анализа он принципиален, так как первые и вторые величины могут характеризовать разные структурные составляющие объекта. По этой причине объекты $(e+f)$ и $(f+e)$ могут не только формально, но и сущностно отличаться друг от друга.

Фактически мы имеем некоторую пару величин, математически описывающих свойства некоторого объекта. Это могут быть не только свойства тела, но и свойства его сознания и чувств. В данной упрощенной модели они могут быть представлены элементами одного множества, утверждая тем самым единство указанных трех составляющих. Понятно, что это единство обеспечивается разными средствами и способами получения и обработки информации, что присуще анализируемому множеству. Фактически речь идет о предъявлении неких единых информационных характеристик от разных слагаемых одного объекта или их системы. Но даже в простом случае задачи не так просты.

Объектная алгебраическая производная

В стандартной, ассоциативной теории производная от произведения функций задается формулой Лейбница

$$(ab)' = a'b + ab'.$$

В модели алгебраических производных аналог производной выполняет элемент алгебры. По этой причине похожая ситуация приобретает несколько иной функциональный вид:

$$\xi(ab) = (\xi a)b + a(\xi b).$$

При этом, как принято, произведения могут задаваться разными моделями.

Модель объектных алгебр обобщает введенные определения, сущностно меняя их смысл. В приведенных случаях левая часть равенства не вычисляется, она задается некоторым функциональным выражением, которое, так или иначе, обосновано логическими средствами. Объектная алгебраическая производная сравнивает между собой в форме равенства несколько различных функциональных связей, генерируя определенное условие их «компенсации». Между собой сравниваются естественный и ожидаемый результаты расчета.

Проиллюстрируем этот тезис алгоритмом.

Рассмотрим пару выражений, которые равны между собой силу свойств объектного многообразия M^{25} . Они таковы:

$$A = \xi(ab) + (ab)\xi + \xi(ba) + (ba)\xi,$$

$$B = (\xi a)b + b(\xi a) + a(\xi b) + (\xi b)a.$$

Из этого равенства получим условие

$$\xi(ab) = (\xi a)b + a(\xi b) + \Phi(\xi, a, b),$$

$$\Phi(\xi, a, b) = b(\xi a) + \xi ba - ab\xi - 17.$$

Значение конкретного объекта в формуле появилось потому, что в модели многообразия

$$\alpha\beta + \beta\alpha = 17 = \xi(ba) + (ba)\xi.$$

Заметим, также, что в рассматриваемом случае выполняется условие «зеркальности»

$$\xi ba = ab\xi.$$

Имеем итоговое обобщение аналога производной Лейбница

$$\xi(ab) = (\xi a)b + a(\xi b) + b(\xi a) - 17.$$

В этом законе его левые и правые стороны равны. У нас есть не условие нахождения величины, а условие равенства разных величин. Кроме этого, имеем «компенсирующую» функцию

$$\varphi(\xi) = b(\xi a) - 17.$$

Она генерирует новые величины на начальных данных, если менять их расположение.

Проанализируем значения этой функции на тройках начальных значений, меняя их расположение и сравним их свойства с исходными данными.

Обозначим получаемые значения символами η, c, d . Получим, например, частные значения согласно таблице

ξ	a	b		η	c	d
5	7	9		8	9	11
21	22	23		11	13	15
15	14	6		4	1	16

Из анализа таблицы и других значений следует условие согласованности исходной и новой тройки объектов:

$$\xi + a + b + \eta + c + d = 20.$$

Объект с номером 20 характеризует ноль рассматриваемого множества.

Следовательно, сумма исходных элементов и сумма генерируемых элементов компенсируют друг друга. Это условие интересно тем, что сумма чисел есть объектная функция Якоби. Значит, в данном случае мы имеем компенсацию пары динамик. Одна динамика (внешнего типа) задается исходной тройкой элементов. Вторая динамика (внутреннего типа) задается генерируемой тройкой элементов.

Проследим изменение анализируемых троек элементов, генерируя по очередной тройке элементов новые их значения. Мы обнаружим цикличность в анализируемом механизме трансформаций.

Представим пару таких циклов таблицами:

ξ	a	b	$\xi + a + b$
3	10	20	17
11	18	24	18
4	6	18	17
13	19	21	18
3	10	20	17

ξ	a	b	$\xi + a + b$
4	10	18	16
12	20	22	19
5	6	16	16
14	16	19	19
4	10	18	16

Следовательно, объектные алгебраические производные имеют циклическую связь в ряду возможных последовательных изменений. Эта цикличность, присущая многим явлениям, находит свое отображение в согласованности алгебраических производных.

На этой стадии анализа мы можем формально отождествить частную производную с объектной производной, генерируя объектное динамическое уравнение

$$\frac{d}{d\xi}(ab) = c \rightarrow \xi(ab) = c \rightarrow ab = c\xi \rightarrow b = c\xi a.$$

Пусть искомой будет величина b . Пусть она зависит от стационарных величин c, a и переменной величины ξ . Мы получаем тогда простое функциональное условие, характеризующее динамику искомой величины:

$$b = c\xi a.$$

Компенсаторы дистрибутивности

Модели привычных алгебр подчинены условиям, согласно которым между собой равны формально похожие функциональные выражения

$$\begin{aligned}\xi(a+b) &= \xi a + \xi b, \\ (a+b)\xi &= a\xi + b\xi.\end{aligned}$$

Есть модели, в которых одно из условий не выполняется.

В рассматриваемом случае в рамках, например, модели многообразия M^{25} , не выполняются оба указанных условия. Имеет место недистрибутивность. По этой причине требуется найти функциональные выражения, дополняющие стандартную связь, применение которых обеспечивает необходимые равенства. Назовем такие выражения компенсаторами дистрибутивности.

В многообразии M^{25} компенсаторы найти легко. Расчет базируется на фундаментальном свойстве суммы взаимных произведений произвольных элементов этой алгебры

$$\alpha\beta + \beta\alpha = 17.$$

Имеем простые равенства

$$\xi(a+b) + (a+b)\xi = \xi a + a\xi = \xi b + b\xi = 17.$$

Выполним группировку выражений с учетом сумм элементов под номером 17.

Получим закон связи вида

$$\xi(a+b) = \xi a + \xi b + \Psi(\xi, a, b).$$

Компенсатор дистрибутивности задается выражением

$$\Psi(\xi, a, b) = a\xi + b\xi - (a+b)\xi + 18.$$

Данный алгоритм позволяет легко вывести выражения для обобщенных значений компенсаторов дистрибутивности.

На конкретном примере проиллюстрируем специфику дистрибутивных отношений в многообразии M^{25} . Пусть $\xi = 1, a = 2, b = 3$. В этом случае

$$\begin{aligned}\xi(a+b) &= 5, \\ \xi a + \xi b &= 20, \\ \Psi(\xi, a, b) &= 5.\end{aligned}$$

Искомое выражение по законам дистрибутивности генерирует ноль алгебры. Компенсатор дистрибутивности «спасает» ситуацию, дополняя ноль в форме объекта с номером 20 нужным слагаемым.

Выход алгебр за границы дистрибутивности можно рассматривать как расширение границ логики расчета. Привычная логика, базирующаяся на ассоциативной математике, не принимает нарушение дистрибутивности, так как дистрибутивность подтверждена множеством расчетных моделей и экспериментами. Нестандартная логика принимает новые свойства как начало новых расчетов и новых экспериментов.

Функциональные грани объектных множеств

Неассоциативность на комбинаторной операции без законов дистрибутивности придает системе объектов в форме конечного объектного множества ряд новых функциональных отношений. Их исследование и анализ представляют интерес по той причине, что эти новые свойства имеют прямую или косвенную связь с законами передачи информации и реакции на неё. Принимая точку зрения, что в основе любого взаимодействия «лежит» информационный обмен, мы приближаем теорию и практику к получению новых фундаментальных законов.

Известное общее свойство многообразия M^{25} в форме равенства $x^2 + y^2 = xy + yx$ дополняется, например, законом $\sigma = xy - yx = yx - xy = \mu$. Подтвердим его таблицей:

x	y	xy	yx	$yx - xy$	$xy - yx$	σ	μ
1	2	17	20	3	-3	17	17
18	3	1	7	6	-6	25	25
11	17	22	15	7	-7	8	8
23	5	9	4	5	-5	14	14
19	16	18	19	1	-1	19	19

Нетривиальна функциональная связь вида: $\sigma + \mu = (xy - yx) + (yx - xy) = 20$:

x	y	xy	yx	$yx - xy$	$xy - yx$	σ	μ
1	2	1	3	2	-2	18	17
18	3	18	23	5	-5	15	25
11	17	11	23	12	-12	3	8
23	5	23	17	-6	6	21	14
19	16	19	18	-1	1	16	19

Действительно, структурное суммирование обеспечивает такой результат.

Новым является функциональное условие $\sigma = (xy)y + x(xy) = x(yy) + (xx)y$:

x	y	$(xy)y$	$x(xy)$	$x(yy)$	$(xx)y$	σ	μ
1	2	1	8	7	2	18	18
18	3	18	4	19	3	2	2
11	17	11	8	21	17	23	23
23	5	23	21	14	5	10	10
19	16	19	20	18	16	19	19

Нетривиальна связь, присущая элементам многообразия M^{25} , вида $xyy = x$.

Она кажется нелогичной с позиции привычной расчетной логики. Однако так устроено в рассматриваемом случае информационное взаимодействие в паре объектов. Рассматривая один объект как систему данных, а второй прибор как приемник данных, мы понимаем, что полная передача информации реализуется только при повторном влиянии на приемник.

«Нелогичность» законов неассоциативного многообразия может при правильном применении сущностно дополнить законы, известные для ассоциативных многообразий.

В многообразии M^{25} выполняется закон

$$x + y = xux + уху.$$

Подтвердим его таблицей

x	y	$x + y$	xux	$уху$	$xux + уху$
1	5	21	2	4	21
1	10	20	13	22	20
1	15	7	8	19	7
1	20	1	22	10	1
1	25	11	17	14	11

Имеет место функциональное равенство

$$хухух = ухуху.$$

Проиллюстрируем его таблицей

x	y	$хухух$	$ухуху$
1	5	3	3
1	10	20	20
1	15	23	23
1	20	13	13
1	25	9	9

Выполняется также закон

$$a = (хухух)(хух) = (уху)(ухуху) = b.$$

Представим его таблицей

x	y	a	b
1	10	14	14
1	15	25	25
1	20	6	6
1	25	5	5

Анализ этих же законов в многообразии меньшей размерности M^{16} иллюстрирует их изменчивость. В частности, получим условия

$$\begin{aligned} x + y &= xux + уху, \\ хухух &\neq ухуху. \end{aligned}$$

При работе с объектными множествами нужно быть осторожными с глобальными выводами.

Зависимость свойств объектного многообразия от его размерности

Под размерностью объектного многообразия можно понимать количество объектов, которое оно содержит. Но, поскольку обычно оно состоит из матриц определенной размерности, можно принять за определение этот параметр.

Сравним функциональные законы многообразия M^{16} со свойствами многообразия M^{25} , которое исследовано ранее.

Выполняется закон $\sigma = ab + ba = 14$:

a	b	ab	ba	σ
3	12	6	8	14
5	7	15	15	14
9	13	1	9	14
10	11	14	16	14
15	6	8	6	14

Функциональное условие $ab - ba = aba - bab$, которое выполняется в многообразии M^{25} , заменяется новым условием $\sigma = ab - ba = bab - abb = \mu$:

a	b	ab	ba	bab	abb	σ	μ
3	12	6	8	1	3	14	14
5	7	15	15	15	15	16	16
9	13	1	9	1	9	8	8
10	11	14	16	10	12	14	14
15	6	8	6	13	15	14	14

Имеем условие обобщенной альтернативности $\sigma = (ab)b + a(ab) = a(bb) + (aa)b = \mu$:

a	b	$(ab)b$	$a(ab)$	$a(bb)$	$(aa)b$	σ	μ
3	12	3	4	11	12	7	7
5	7	5	7	5	7	16	16
9	13	9	5	1	13	2	2
10	11	10	1	4	11	15	15
15	6	15	6	15	6	5	5

Справедлив закон $\sigma = (abb - bab) + (baa - aba) = 16$:

a	b	abb	bab	baa	aba	σ
3	12	3	1	12	10	16
5	7	15	15	7	7	16
9	13	9	1	13	5	16

Проанализируем еще один пример. Рассмотрим множество, состоящее из 3 объектов

$$x = (1 \ 0 \ 0), y = (0 \ 1 \ 0), z = (0 \ 0 \ 1).$$

Оно подчинено паре комбинаторных операций, различие в которых обусловлено направлением ориентации по расположению значимых элементов:

$\leftarrow$	$\times$	x	y	z	$\rightarrow$	$\times$	x	y	z
x	x	z	y		x	x	y	z	
y	y	x	z		y	z	x	y	
z	z	y	x		z	y	z	x	

Имеем также таблицу структурного суммирования

$\overset{st}{+}$	x	y	z
x	y	z	x
y	z	x	y
z	x	y	z

Этого достаточно для анализа выполнимости функциональных законов, которые присущи многообразиям высокой размерности с аналогичными операциями.

Таблицы комбинаторных произведений не согласуются с таблицей матричных произведений элементов ассоциированной конформации

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$x \qquad y \qquad z$

Проверим, выполняются ли в данном множестве функциональные законы множеств с высокой размерностью.

Анализ подтвердил справедливость закона обобщенной альтернативности и объектного аналога закона Пифагора

$$(ab)b + a(ab) = a(bb) + (aa)b,$$

$$a^2 + b^2 = ab + ba.$$

Условия

$$\sigma = ab - ba = bab - abb = \mu, ab - ba = aba - bab$$

не выполняются на паре произведений. Только для ориентации влево выполняется закон

$$ab - ba = bab - aba.$$

Условие $a = abb$ на паре произведений выполняется частично. Полученную информацию можно интерпретировать так: не все законы имеют место в многообразиях с меньшей размерностью, но в этом случае могут иметь место и есть свои законы.

Согласованность и множество делителей нуля в объектных множествах

Определение делителей нуля базируется на возможности наличия ненулевых элементов множества, произведение которых равно нулю.

С такой ситуацией мы иногда сталкиваемся при расчетах. Но она не имеет общего значения, не является системным, фундаментальным свойством какого-либо множества или алгебры.

Объектные множества с операцией комбинаторного произведения и структурного суммирования проявляют принципиально новые свойства. Для них свойственна согласованность делителей нуля. Более того, каждый элемент имеет «дублера» в форме делителя нуля.

Проиллюстрируем эти новые свойства на основе таблиц произведения и суммирования. Проанализируем свойства многообразия M^{25} . В этом случае нулем множества является объект с номером 20. Делители нуля мы получим, проанализировав произведения элементов анализируемого множества с итогом в форме нуля множества.

Из таблицы комбинаторных произведений следует, что каждый элемент этого множества имеет делитель нуля. Действительно, получим

$1 \cdot 5 = 20$	$2 \cdot 1 = 20$	$3 \cdot 2 = 20$	$4 \cdot 3 = 20$	$5 \cdot 4 = 20$
$6 \cdot 10 = 20$	$7 \cdot 6 = 20$	$8 \cdot 7 = 20$	$9 \cdot 8 = 20$	$10 \cdot 9 = 20$
$11 \cdot 15 = 20$	$12 \cdot 11 = 20$	$13 \cdot 12 = 20$	$14 \cdot 13 = 20$	$15 \cdot 14 = 20$
$16 \cdot 20 = 20$	$17 \cdot 16 = 20$	$18 \cdot 17 = 20$	$19 \cdot 18 = 20$	$20 \cdot 19 = 20$
$21 \cdot 25 = 20$	$22 \cdot 21 = 20$	$23 \cdot 22 = 20$	$24 \cdot 23 = 20$	$25 \cdot 24 = 20$

Следовательно, наличие делителей нуля в рассматриваемом множестве системно, оно имеет фундаментальное значение.

Однако есть еще одно свойство, которое можно определить согласованностью делителей нуля. К такому выводу легко придти из анализа любой из строк приведенной таблицы. Из таблицы следует, что делители нуля являются элементами «своих» подмножеств. Такова одна грань согласованности делителей нуля. Но есть и другая грань. К её анализу и пониманию мы приходим из рассмотрения пар элементов, которые генерируют нулевой объект. Строке произведений можно поставить в соответствие матрицу, элементы которой указывают, какой элемент согласован с каким другим элементом. Так, согласно первой строке, первый элемент согласован с пятым элементом, второй элемент согласован с первым элементом и т.д. Расположив элементы в узлах правильного пятиугольника, мы получаем систему циклических связей между ними, указывающей на алгоритм генерации нуля. По этой причине мы можем расположить значимые элементы в форме единицы в матрице размерности 5. Для каждой из строк, учитывая порядок элементов в строках, получим единую матрицу

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко проверить, что другие элементы подмножества с элементами в форме столбцов могут быть сопоставлены с другими матрицами, соответствуя системе матриц циклической группы перестановок элементов.

Влияние объектов на себя, а также цикл, обратный представленному выше циклу, дает связи, которые удобно представить матрицами с указанием генерируемых объектов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow 16 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 17 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Изменение связей в форме пятиконечных звезд с разной ориентацией циклов дает новые матрицы и новые элементы одной и той же конформации:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 18 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 19 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Примем точку зрения, что 5 анализируемых конформаций имеют еще одну грань согласованности: они единым способом генерируют объекты одной конформации, которая задается объектами со столбцами значимых элементов.

Заметим, что алгоритм генерации разных объектов «объединяющей» конформации основан только на изменении формы связей в системе объектов. Другими словами, изменение отношений в конформации является средством и способом генерации разных объектов. Это важно не только понять, но и принять как одно из средств достижения новых результатов на основе изменения отношений между объектами. Понятно, что в рамках неассоциативной математики новые результаты могут быть получены на основе информационного обмена. По этой причине становится особо важным понимание, что нужно знать и правильно направлять информацию, если возможно и желательно получить нужный результат, а не просто некий результат.

Многообразие M^{16} в качестве нулевого элемента содержит объект с номером 16. Делители нуля распределены по 4 конформациям аналогично образцу, указанному для многообразия M^{25} . Проиллюстрируем этот факт одной строкой произведений:

$$1 \cdot 4 = 16 \quad 2 \cdot 1 = 16 \quad 3 \cdot 2 = 16 \quad 4 \cdot 3 = 16.$$

Этот результат удобно представить матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 16.$$

Другие элементы «управляющей» конформации генерируются системой отношений, которая представляет элементы циклической группы Z_4 .

Анализ подтвердил фундаментальные новые свойства объектных многообразий: согласованность и множественность их делителей нуля.

Неассоциативность ситуационного выбора величин

Рассмотрим модель параметрического суммирования и произведения пары величин согласно функциональным условиям

$$a \oplus b = fa + (1-f)b,$$

$$a \otimes b = (1-f)a + fb.$$

Изменения параметра f ограничим диапазоном $f = [0-1]$. Ситуации с фиксированным значением параметра назовем ситуационным выбором величин.

Обратим внимание на соотношение величин при значениях параметра на границах его диапазона.

Пусть $f = 0$. Тогда $a \oplus b = b, a \otimes b = a$. Таблицы отношений для пары реальных или формальных величин имеют такой вид:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \oplus & a & b \\ \hline a & a & b \\ \hline b & a & b \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \otimes & a & b \\ \hline a & a & a \\ \hline b & b & b \\ \hline \end{array} \rightarrow a=0, b=1 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \oplus & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \otimes & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Согласно этой параметрической выборке (оценке ситуации) имеем условия

$$1 \oplus 0 = 0, 1 \otimes 0 = 1.$$

Возможны разные морфологические интерпретации этих соотношений. Например, объединение добра и зла есть зло, объединение света и тьмы в сознании и чувствах есть тьма. Согласно операции произведения, получим дополнительные морфологические связи и интерпретации. Например, борьба добра со злом есть добро, борьба света с тьмой есть свет, просветление сознания и чувств.

Пусть $f = 1$. Тогда $a \oplus b = a, a \otimes b = b$. Таблицы отношений для пары реальных или формальных величин имеют такой вид:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \otimes & a & b \\ \hline a & a & b \\ \hline b & a & b \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \oplus & a & b \\ \hline a & a & a \\ \hline b & b & b \\ \hline \end{array} \rightarrow a=0, b=1 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \otimes & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \oplus & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Согласно этой параметрической выборке (оценке ситуации) имеем условия

$$1 \otimes 0 = 0, 1 \oplus 0 = 1.$$

Морфологические интерпретации получают оценку, которая противоположна указанной выше. Объединение добра и зла есть добро, объединение света и тьмы в сознании и чувствах есть свет. Борьба добра со злом есть зло, борьба света с тьмой есть тьма, затемнение сознания и чувств.

Параметрическое объединение величин задает функциональный спектр ситуаций. Обратим внимание на их математические характеристики. Легко показать, что введенная система связей некоммутативна и неассоциативна на операции суммирования и на операции произведения.

Операция параметрического суммирования генерирует выражения

$$\begin{aligned}a \oplus b &= fa + (1-f)b, b \oplus a = fb + (1-f)a, \\a \oplus b &\neq b \oplus a, \\(a \oplus b) \oplus c &= f(fa + (1-f)b) + (1-f)c, \\a \oplus (b \oplus c) &= fa + (1-f)(fb + (1-f)c), \\(a \oplus b) \oplus c &\neq a \oplus (b \oplus c).\end{aligned}$$

Разность между выражениями, иллюстрирующими неассоциативность суммирования, такова

$$\Delta(\oplus) = f(f-1)(a+c).$$

Из формулы следует, что на границах диапазона параметров ситуации ассоциативны на операции параметрического суммирования, хотя динамика процессов неассоциативна.

Операция параметрического произведения генерирует выражения

$$\begin{aligned}a \otimes b &= (1-f)a + fb, b \otimes a = (1-f)b + fa, \\a \otimes b &\neq b \otimes a, \\(a \otimes b) \otimes c &= (1-f)((1-f)a + fb) + fc, \\a \otimes (b \otimes c) &= (1-f)a + f((1-f)b + fc), \\(a \otimes b) \otimes c &\neq a \otimes (b \otimes c).\end{aligned}$$

Разность между выражениями, иллюстрирующими неассоциативность произведений, такова

$$\Delta(\otimes) = f(f-1)(c-a).$$

Из формулы следует, что на границах диапазона параметров ситуации ассоциативны на операции параметрического произведения, хотя динамика процессов неассоциативна.

Приведенные выражения и анализ имеют связь с фундаментальной физической теорией. Действительно, в электродинамике, моделирующей структуру частиц света, применяется пара некоммутативных, неассоциативных выражений для скоростей:

$$\begin{aligned}u(+) &= (1-w)u_{fs} + wu_m, \\u(\times) &= u_{fs} + wu_m.\end{aligned}$$

Здесь u_{fs} – скорость первичного источника излучения, u_m – скорость физической среды, величина w есть новый физический параметр, названный показателем отношения с диапазоном изменения от 0 до 1.

Неассоциативность проявляется явно в электродинамике движущихся сред через связи между полями и индукциями, на основе дифференциальных уравнений. Нетривиальность этих связей длительное время была не понята и не использовалась в теории. Такова формальная оценка ситуации с развитием моделирования в электродинамике.

Однако есть принципиальная новизна. Мы понимаем сейчас, что неассоциативность естественна в электродинамике.

Неассоциативность последовательности отношений

В конечном множестве физических объектов реализуются разные последовательности их объединений, которые математически могут быть выражены на основе операций, которым эти объекты подчинены. Последовательности имеют свои законы. Покажем, что последовательности отношений, а также свойств или связей, могут быть неассоциативными.

Соединим разными способами произведения чисел, представляющих в их ряду объекты множества M^{16} :

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 3 & 7 & 10 & 15. \end{array}$$

Сравним на комбинаторной операции произведения пару последовательностей

$$\mu = (ab)((bc)(cd)), \sigma = ((ab)(bc))(cd).$$

В рассматриваемом случае получим

$$\begin{aligned} \mu &= (3 \cdot 7)((7 \cdot 10)(10 \cdot 15)) = 3, \\ \sigma &= ((3 \cdot 7)(7 \cdot 10))(10 \cdot 15) = 11. \end{aligned}$$

Пример наглядно иллюстрирует неассоциативность последовательности отношений.

Этот закон разнообразно проявляет себя в практике жизни: итоги действий зависят от того, в какой последовательности и как выполняются действия. В рассматриваемом случае результат не зависит от того, какие объекты мы выбираем.

Однако ситуация меняется, если рассматривается самовоздействие, когда

$$a = b = c = d.$$

Множеству M^{16} в этой ситуации свойственна ассоциативность последовательности отношений. Более того, результат будет один и тот же для разных объектов.

Другими словами, при планировании результата и последовательности действий следует учитывать, с какими объектами и в рамках какого алгоритма будут выполняться действия. Поскольку результат зависит от системы операций, а им соответствуют разные условия для действий, нужно учитывать данный управляющий фактор, не подходить к оценке действий и к итогу формально.

Комбинаторная операция допускает неассоциативность последовательности отношений в системе одинаковых объектов. Неассоциативность характеризует разность между алгоритмами с разными последовательностями операций.

Особый интерес представляет последовательность операций при взаимном влиянии объектов без взаимных отношений, характеризуя некий алгоритм социальных отношений. В этом случае система из 4 объектов характеризуется единичной матрицей. Пусть есть 3 объекта. На комбинаторной операции получим неассоциативность последовательности их произведений:

$$E \times \left(E \times E \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \neq \left(E \times E \right) \times E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Итоги и перспективы развития неассоциативных моделей

Идея фундаментального математического анализа состоит в том, чтобы найти свойства любых структурированных изделий безотносительно к составу структурных составляющих, их пространственным размерам, а также к их жизненной силе, характеризующейся согласованной системой величин.

Из анализа следует, что такие функции можно придать объектным множествам в форме системы структурных изделий физической Реальности, если представить их математическими объектами, согласованными между собой математическими операциями. Конечно, все эти свойства должны быть согласованы, прямо или косвенно, с условиями сосуществования физических изделий.

В различных задачах свойства этих изделий, прямо или косвенно доступных экспериментальной проверке, представлены матрицами. Понятно, что ничем и никак не запрещено исследование систем матриц, образующих «объемное» изделие.

Поскольку далеко не всё доступно эксперименту, расчетная модель может иногда рассматриваться только как инструмент ментального анализа. Доверие к способу и результатам расчета проверяется, конечно, жизненной практикой. Она может потребовать проведения множества экспериментов и будет растянута во времени.

В каждой теории необходимыми её элементами являются математические операции. Они, как и матрицы, индуцированы практикой анализа различных физических объектов и отношений между ними, которые принято называть взаимодействиями. Каждому понятно, что есть фундаментальные и вспомогательные отношения, а потому и взаимодействия. Естественно, что имеющийся опыт не исчерпывает всего множества отношений и взаимодействий. В настоящее время базовой является точка зрения, что оба вида указанных отношений и взаимодействий можно описывать на основе операций произведения и суммирования для чисел, которые задают значения в элементах матриц или матрицов. Расширение концепции и свойств чисел и операций способны расширить и углубить расчетную практику.

Специфика объектных множеств ещё и в том, что её элементы могут быть представлены своими номерами, за которыми скрыта структура физических объектов и, более того, значения для элементов, характеризующих эти объекты. В этом случае управляющим фактором для проведения расчета становятся таблицы произведений и суммирований «произвольного вида». Слова «произвольного вида» взяты в кавычки потому, что всегда, так или иначе, операции базируются на системе аксиом, которые могут быть выражены явно, но могут быть скрытыми или нелогичными.

В зависимости от того, насколько теория согласуется с экспериментом, но равно и от того, насколько ей придан авторитарный статус, она навязывается последующим поколениям и бывает так, что этот подход ограничивает и даже запрещает динамику ментального творчества. Так может быть не во всех разделах науки, а только в их части. Но и этого бывает достаточно для остановки движения вперед.

Некорректно и неконструктивно даже мечтать о том, что возможно развивающее теорию и практику ментальное творчество без глубочайшего изучения и понимания предыдущего опыта. Хуже, если исследователь навязывает своё мнение или точку зрения только потому, что он чувствует себя по своему потенциалу и возможностям выше всех известных гениев. Еще хуже, если он настаивает и учит других исследователей, что достигнута вершина знания, выше которой ничего не может быть.

Жизнь опровергает точку зрения о наличии границ знания и истин, их принимают только особо ограниченные исследователи.

Сейчас на первый план вышли задачи неассоциативной математики, усложненные тем, что они дополнены нарушением дистрибутивности. Эти условия и требования не формальны и не субъективны. Такова специфика информационного взаимодействия, изучение свойств которого конструктивно для достижения гармонии с любыми объектами Вселенной.

Цепная реакция восстановления индивидуальности

Действие операции произведения на многообразии $M^{16}(c)$ зависит от системы управляющих объектов и от меры их действия. В частности, поэтапные изменения могут быть такими [8]:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	6	6	6	6	16	13	14	15	13	13	13	13	6	7	8	9
6	10	10	10	10	2	2	2	2	2	2	2	2	10	10	10	10
10	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
14	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

На первой стадии управления индивидуальность теряют все объекты, но меняется качество анализируемой системы: она содержит только 10 объектов из 16. На втором этапе остается «живой» только пара объектов. На третьем этапе генерируется только один объект под номером 14. На заключительном этапе воздействия этот объект трансформируется в объект под номером 10.

Несколько иная ситуация складывается под действием другой системы управления:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
3	7	7	7	7	16	13	14	15	14	14	14	14	6	7	8	5
9	15	15	15	15	6	5	8	7	8	8	8	8	16	15	14	13
14	10	10	10	10	3	3	3	3	3	3	3	3	10	10	10	10
8	2	2	2	2	9	9	9	9	9	9	9	9	2	2	2	2

Однако отдельный объект в состоянии регенерировать всё множество, применив воздействие на себя и обеспечив взаимодействие каждого нового объекта со всеми предыдущими. Проиллюстрируем это примерами. Получим «цепную реакцию», которая генерирует всё множество из исходного объекта и модели взаимных отношений.

Примем в качестве «детонатора» «цепной реакции» элемент под номером 9. Тогда имеем равенства

$$\begin{aligned}
 9 \cdot 9 &= 13, 9 \cdot 13 = 2, 13 \cdot 9 = 5, 2 \cdot 5 = 12, 5 \cdot 2 = 16, \\
 13 \cdot 2 &= 6, 9 \cdot 5 = 1, \\
 9 \cdot 6 &= 3, 3 \cdot 3 = 7, 7 \cdot 9 = 15, 7 \cdot 3 = 14, \\
 5 \cdot 7 &= 11, 11 \cdot 13 = 4, 14 \cdot 9 = 8, 14 \cdot 14 = 10.
 \end{aligned}$$

Поставленная цель достигнута: эти значения заполняют всю таблицу элементов:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Необычные свойства объектных множеств

Для каждого элемента ξ любого из множеств $M^{16}(\eta), \eta = a, b, c$ вычислим величины

$$a = \xi \cdot \xi^2, b = \xi^2 \cdot (\xi^2)^2, c = \xi^3 \cdot (\xi^3)^3.$$

На многообразии $M^{16}(a)$ получим таблицу

ξ	ξ^2	$(\xi^2)^2$	ξ^3	$(\xi^3)^2$	a	b	c	a^2	b^2	bca	cab
1	6	11	13	10	11	16	7	16	11	16	11
2	5	12	16	11	12	15	6	15	12	15	12
3	8	9	15	12	9	14	5	14	9	14	9
4	7	10	14	9	10	13	8	13	10	13	10
5	12	15	2	5	15	3	12	12	8	12	8
6	11	16	1	6	16	2	11	11	5	11	5
7	10	13	4	7	13	1	10	10	6	10	6
8	9	14	3	8	14	4	9	9	7	9	7
9	14	9	8	9	4	8	14	7	9	7	9
10	13	10	7	10	1	7	13	6	10	6	10
11	16	11	6	11	2	6	16	5	11	5	11
12	15	12	5	12	3	5	15	8	12	8	12
13	10	13	1	6	7	1	11	10	6	10	6
14	9	14	4	7	8	4	10	9	7	9	7
15	12	15	3	8	5	3	9	12	8	12	8
16	11	16	2	5	6	2	12	11	5	11	5

На многообразии $M^{16}(b)$ получим таблицу

ξ	ξ^2	$(\xi^2)^2$	ξ^3	$(\xi^3)^2$	a	b	c	a^2	b^2	bca	cab
1	8	11	15	1	11	14	8	14	2	14	2
2	7	12	14	2	12	13	7	13	3	13	3
3	6	9	13	3	9	16	6	16	4	16	4
4	5	10	16	4	10	15	5	15	1	15	1
5	10	15	4	5	15	1	10	1	8	1	8
6	9	16	3	6	16	4	9	4	5	4	5
7	12	13	2	7	13	3	12	3	6	3	6
8	11	14	1	8	14	2	11	2	7	2	7
9	16	4	6	9	4	5	16	5	10	5	10
10	15	1	5	10	1	8	15	8	11	8	11
11	14	2	8	11	2	7	14	7	12	7	12
12	13	3	7	12	3	6	13	6	9	6	9
13	3	6	12	13	6	9	3	9	16	19	16
14	2	7	11	14	7	12	2	12	13	12	13
15	1	8	10	15	8	11	1	11	14	11	14
16	4	5	9	16	5	10	4	10	15	10	15

На многообразии $M^{16}(c)$ получим таблицу

ξ	ξ^2	$(\xi^2)^2$	ξ^3	$(\xi^3)^2$	a	b	c	a^2	b^2	bca	cab
1	5	9	16	12	9	13	8	13	9	13	9
2	6	10	13	9	10	14	5	14	10	14	10
3	7	11	14	10	11	15	6	15	11	15	11
4	8	12	15	11	12	16	7	16	12	16	12
5	9	13	1	5	13	2	9	9	6	9	6
6	10	14	2	6	14	3	10	10	7	10	7
7	11	15	3	7	15	4	11	11	8	11	8
8	12	16	4	8	16	1	12	12	5	12	5
9	13	9	5	9	2	5	13	6	9	6	9
10	14	10	6	10	3	6	14	7	10	7	10
11	15	11	7	11	4	7	15	8	11	8	11
12	16	12	8	12	1	8	16	5	12	5	12
13	9	13	3	6	5	2	10	9	6	1	6
14	10	14	3	7	6	3	11	10	7	2	7
15	11	15	4	8	7	4	12	11	8	3	8
16	12	16	1	5	8	1	9	12	5	4	5

Из анализа таблиц следует выполнение закона

$$a^2 + b^2 = bca + cab.$$

Многообразие $M^{16}(c)$ генерирует мутацию основного закона в форме условия

$$bca \rightarrow bcaa.$$

Введем новые величины вида

$$\hat{a} = bca, \hat{b} = cab, \hat{c} = a^2, \hat{d} = b^2.$$

Анализ утверждает наличие закона

$$\xi \hat{a} \hat{b} \hat{c} \hat{d} = \hat{a} \hat{b} \hat{c} \hat{d}.$$

«Странность» его в том, что произведение слева при наличии 5 элементов совпадает с аналогичным произведением, состоящим из 4 элементов.

Имеет место также закон

$$\left[2(\xi_k + \eta_k) \right] = 12.$$

Он верен при любом конечном количестве «зеркальных» выражений вида

$$\xi_2 = ab - ba, \eta_2 = ab + ba, \xi_3 = abc - cba, \eta_3 = abc + cba, \xi_4 = abcd - dcba, \eta_3 = abcd + dcba, \dots$$

Приложение 1. Некоторые мысли в период работы над книгой

Свою жизнь, как и дыхание, человек делает сам, следуя своим планам, усилиям и возможностям. Они зависят от условий жизни и уровня своего развития. Но как дыхание невозможно без воздуха с кислородом, так и жизнь невозможна без дел с творчеством.

Иногда постановка задачи и ее решение похожи на заварку чая без наличия самого чая с последующим нахваливанием этого напитка.

Жизнь хороша уже даже тем, что утром можно поприветствовать Солнце.

Только целенаправленный, настойчивый, профессиональный труд дает достойный результат и развитие.

Сложно оценить опасности и препятствия, когда дело новое.

Бывает так, что можно многое видеть, но ни в чем не удастся участвовать. Но этот сценарий способен сберечь от ряда проблем и бед.

То, во что верит человек, обычно находится в его чувствах и сознании и зависит от того, насколько образован и воспитан человек. Конечно, вера развивается, если сам человек хочет этого и развивает веру делами своими.

Когда сказать нечего, обычно говорят много.

Результаты деятельности и творчества, конечно, важны. Но иногда важнее гипотезы, иницирующие новую деятельность и новое творчество.

Чаще всего достойный научный результат получается не случайно, он существенно зависит от психологического и ментального состояния человека и коллектива.

Человек жив, пока он хотя бы кому нужен.

То, что кажется малым и несущественным, может оказаться важной ростковой точкой и важнейшим стимулом для новой практики и нового творчества.

В науке бывает так, что делаешь нечто одно, а получаешь не то, что ожидалось, а нечто совершенно другое. И не всегда понятно, что и как с этим делать.

Иногда проблеме нужно рассматривать и решать, как очередную задачу, без лишней сосредоточенности и усилий.

Как по форме объекта или явления найти и понять их сущность? Обычно мы имеем лишь часть от полной информации, да и сама полнота ее зависит от глубины практики. Обычно непонятно, что и как делать, а ответы на эти вопросы получаешь только после стохастической деятельности, напоминающей несколько траекторию движения моли по воздуху.

Чем проще задачи, которые решает человек, тем меньше высота и скорость его полета в жизни. Понятно, что при увеличении высоты и скорости проблем и опасностей больше. Поэтому иногда человек сознательно удерживает себя не только в полете, но и в ползании по жизни.

Всегда и во всем есть границы и грани. Не зная или не чувствуя их, можно навредить себе и другим людям при решении задач и в практике жизни.

Из того, что мы чего-то не видим или не знаем, не следует, что этого нет. Искусство учечь и применить невидимое присуще только отдельным людям. Это искусство важно в творчестве, которое можно рассматривать как разведку нового.

У депрессии обычно два корня: невежество и лень...

Есть люди, которые свое невежество и бездеятельность пытаются прикрыть или скомпенсировать командами и управлением над доступными им людьми.

Бывает так, что есть чем писать, но писать то нечего. Да и непонятно, для кого или для чего это делать.

Если опереться не на кого, и опора на себя кажется слабой и недостаточной, обратиться за подсказкой к Солнцу, проанализируй его жизнь и попробуй её копировать.

Подражая Солнцу, многое можно постичь и многому можно научиться.

Физические теории есть не что иное, как функциональные алгебры, у которых много деталей и специфических черт.

Скрытое обычно имеет много уровней и стадий.

Никому и ничего нельзя доказать своей смертью. А вот жизнью можно и доказать, и наказать, если нужно...

Попытки уничтожения или разрушения какой-либо темы или идеи могут дать обратный эффект: к ним увеличится интерес большого числа людей.

Тонкости способны не только помешать развитию, но и остановить его, особенно если эти тонкости фундаментальны. Они не всегда «видны» и понятны, и не всегда доступны. Нелегко их обнаружить, а для учета и применения требуется большая подготовка и практика.

При превращении таинств в Сознании, Душе и Духе в нечто обыденное в Уме, Сознании и Чувствах человека могут появиться не только трещины, и пропасти, но и болота.

От веры в Бога до безисходности в жизни бывает очень недалеко в ментальном и чувственном состоянии человека. Ожидание чуда непонятно от кого и непонятно каким способом может привести к полному прекращению своей деятельности и веры в себя.

От интонации и перестановки слов многое меняется в передаче информации и в ее восприятии. Но аналогично функционируют мысли человека.

Хорошо было бы получить такое образование, чтобы недоступное стало близким, а непонятное стало приятно развивающим. Те же условия обеспечивают благородное воспитание.

Авторитарное превращение неполного и неточного знания в догму создает систему ментально-чувственных катастроф в образовании, воспитании и практике людей.

Дурак не тот, кто делает ошибки. Их делают все. Дурак тот, кто не исправляет ошибки. Но кто тот, который исправляет чужие ошибки?

Научные изделия, в отличие от картин художников или романов писателей, так или иначе, в разных формах и разными способами корректируются и дополняются новыми исследованиями и исследователями. Но эта деятельность не везде и не всегда улучшает результат, достигнутый ранее. Более того, новейшая деятельность способна не поднять уровень знаний и творческого воспитания, но опустить его.

И человек, и общество меняются от того, на каком уровне развития и на какой его стадии они находятся. В силу этого различны силы и факторы, которые влияют на жизнь отдельного человека и общества. Достичь развития и удержать темп и направление на перспективу удастся только на основе образования и воспитания. От их уровня развития и степени применения зависят все дела и вся жизнь.

Следует учитывать при анализе и критике, что проблемы и беды приходят к человеку и в общество заслуженно. Многое настойчиво делается и уже сделано, чтобы стало больше проблем и бед.

Сложная проблема может быть проще в решении, чем простая проблема, так как она дополнена новыми, информационно важными элементами. Без них ситуация может быть непонятна и недоступна.

Дистрибутивность в математике как-бы «обязывает» всё и всех «жить» по единому закону. Недистрибутивность разрешает выбор из спектра возможностей.

Только творчество способно убедить человека, что он сам что-то может.

Логика расчета основана на фундаменте ранее достигнутого опыта. Новые факты и законы могут не укладываться в её рамки, инициируя развитие логики расчета.

Истины способны затормозить движение в ложном направлении.

Спектр свойств Реальности зависит от структуры объектов и от операций, которым они, вольно или невольно, подчинены.

Есть функционально сильные операции, а есть операции, которые сильны объектно.

Истины могут быть конструктивными.

Красота внешняя и внутренняя могут существенно отличаться друг от друга.

Умное может быть спокойным, но спокойное не означает, что оно умное.

Иногда для того, чтобы быть в гармонии с реальности, нужно отказаться от гармонии с собой.

Приложение 2. Функциональные гомологии объектного множества

Объектные множества с комбинаторной операцией произведения и операцией структурного суммирования имеют систему похожих свойств на подмножествах. Естественно получить в пользование законы, иллюстрирующие эту похожесть, традиционно именуемую гомологичностью.

Рассмотрим в качестве примера множество M^{16} .

Начальные матрицы, представляющие объекты многообразия M^{16} , таковы:

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \\ 3+1=4 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=1 \\ 1+2=3 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+3=4 \\ 4+3=3 \\ 3+3=2 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 1+4=1 \\ 1+4=1 \\ 1+4=1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выполним их трансляционное расширение, передвигая на одно место значимые элементы базовых матриц. Обозначим полученные матрицы номерами для удобства записи таблиц произведения и суммирования.

Все элементы множества M^{16} таковы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

1 2 3 4

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

5 6 7 8

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

9 10 11 12

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

13 14 15 16

Объекты подчинены таблицам комбинаторного и структурного произведений:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
3	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
4	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
5	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
6	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
7	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
8	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
9	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
10	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
11	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
12	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
14	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
15	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
16	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1
2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2
3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4
5	10	11	12	9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5
6	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
7	12	9	10	11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
9	14	15	16	13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9
10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10
11	16	13	14	15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11
12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	2	3	4	1	6	7	8	5	10	11	12	9	14	15	16	13
14	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
15	4	1	2	3	8	5	6	7	12	9	10	11	16	13	14	15
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Представим систему элементов таблицей с номерами рассматриваемых объектов

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Проведем выборку из таблицы элементов посредством наложения на нее элементов указанных конформаций. Например, получим соответствия:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 6 & & \\ & & 11 & \\ & & & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & & & \\ & 7 & & \\ & & 12 & \\ 13 & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & & 3 & \\ & & & 8 \\ 9 & & & \\ & & & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & & & 4 \\ & & & 5 \\ & 10 & & \\ & & & 14 \end{pmatrix}$$

Для удобства анализа расположим элементы в другие таблицы, обозначив стрелками возможности их объединения. Получим

16	↔	1
↕		↕
11	↔	6

,

13	↔	2
↕		↕
12	↔	7

,

14	↔	3
↕		↕
9	↔	8

,

15	↔	4
↕		↕
10	↔	5

.

На основе таблиц произведения и суммирования элементов получим из первой модели равенства «зеркальных» выражений:

$$\begin{aligned}
 1+6+11+16 &= 6=16+11+6+1, \\
 1 \cdot 6 + 6 \cdot 11 + 11 \cdot 16 + 16 \cdot 1 &= 16 = 1 \cdot 16 + 16 \cdot 11 + 11 \cdot 6 + 6 \cdot 1, \\
 1 \cdot 6 \cdot 11 + 6 \cdot 11 \cdot 16 + 11 \cdot 16 \cdot 1 + 16 \cdot 1 \cdot 6 &= 6 = 6 \cdot 1 \cdot 16 + 1 \cdot 16 \cdot 11 + 16 \cdot 11 \cdot 6 + 11 \cdot 6 \cdot 1, \\
 1 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 16 &= 7 = 16 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

Аналогичные значения получаются на 3 других моделях.

Следовательно, элементы одной конформации имеют аналогичные свойства.

Вторая конформация генерирует выборку элементов согласно таблицам

14	↔	1
↕		↕
11	↔	8

,

14	↔	2
↕		↕
12	↔	5

,

16	↔	3
↕		↕
9	↔	6

,

13	↔	4
↕		↕
10	↔	7

.

Анализ показал, что «зеркальная» симметрия анализируемых выражений не нарушается при сохранении одних и тех же значений на одинаковом количестве сомножителей.

Следовательно, есть функциональная гомологичность выборок на основе матричной группы из 8 элементов, образующих группу диэдра D_4 . Группа диэдра является группой функциональной гомологичности анализируемого множества.

Заметим, что группа диэдра базируется на матричном произведении. В рассматриваемом случае это произведение не выводит элементы за пределы анализируемого множества матриц.

Его таблица такова:

$\begin{smallmatrix} m \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	2	3	4	1	7	8	5	6	12	9	10	11	13	14	15	16
3	3	4	1	2	5	6	7	8	11	12	9	10	13	14	15	16
4	4	1	2	3	7	8	5	6	10	11	12	9	13	14	15	16
5	5	6	7	8	13	14	15	16	5	6	7	8	13	14	15	16
6	6	5	8	7	15	16	13	14	8	5	6	7	13	14	15	16
7	7	8	5	6	13	14	15	16	7	8	5	6	13	14	15	16
8	8	7	6	5	15	16	13	14	6	7	8	5	13	14	15	16
9	9	10	11	12	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16
10	10	11	12	9	7	8	5	6	4	1	2	3	13	14	15	16
11	11	12	9	10	5	6	7	8	3	4	1	2	13	14	15	16
12	12	9	10	11	7	8	5	6	2	3	4	1	13	14	15	16
13	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16	13	14	15	16
14	24	15	16	13	15	16	13	14	16	13	14	15	13	14	15	16
15	15	16	13	14	13	14	15	16	15	16	13	14	13	14	15	16
16	16	13	14	15	15	16	13	14	14	15	16	13	13	14	15	16

Проанализируем две другие конформации. Таблицы их выборок таковы:

15	$\leftrightarrow$	1	16	$\leftrightarrow$	2	13	$\leftrightarrow$	3	14	$\leftrightarrow$	4
$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$
9	$\leftrightarrow$	7	10	$\leftrightarrow$	8	11	$\leftrightarrow$	9	12	$\leftrightarrow$	6

13	$\leftrightarrow$	1	14	$\leftrightarrow$	2	15	$\leftrightarrow$	3	16	$\leftrightarrow$	4
$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$
9	$\leftrightarrow$	5	10	$\leftrightarrow$	6	11	$\leftrightarrow$	7	12	$\leftrightarrow$	8

Убедимся в «зеркальности» выражений на примере первой таблицы:

$$\begin{aligned}
 1+7+9+15 &= 8 = 15+9+7+1, \\
 1 \cdot 7 + 7 \cdot 9 + 9 \cdot 15 + 15 \cdot 1 &= 16 = 1 \cdot 15 + 15 \cdot 9 + 9 \cdot 7 + 7 \cdot 1, \\
 1 \cdot 7 \cdot 9 + 7 \cdot 9 \cdot 15 + 9 \cdot 15 \cdot 1 + 15 \cdot 1 \cdot 7 &= 8 = 7 \cdot 1 \cdot 15 + 1 \cdot 15 \cdot 9 + 15 \cdot 9 \cdot 7 + 9 \cdot 7 \cdot 1, \\
 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 &= 5 = 13 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

У таблиц с другими выборками указанного вида получаем аналогичные результаты. Следовательно, выборки с применением «зеркальных» функций разбивают множество на два подмножества. Для рассматриваемых таблиц, представляющих конформационные выборки элементов, единые свойства обеспечиваются неассоциативным аналогом нормальной группы. Анализируя комбинаторное произведение элементов этих конформаций, мы замечаем, что вторая конформация «взаимодействует» с четвертой конформации согласно отмеченной аналогии. Мы имеем второй тип симметрии множества. Он базируется на функциональной гомологичности конформационных выборок его элементов. Элементы связаны между собой на комбинаторном произведении согласно неассоциативному аналогу нормальной группы.

Заметим, что объектному множеству присущи свойства топологических пространств. Так, например, клеточное пространство описывается методом топологии на основе модели цепей и гомоморфизмов, которые их объединяют.

Рассмотрим симплекс, состоящий из трех точек, соединенных между собой

		0		
	□		□	
2		←		1

Соответствующая цепь и гомологические производные описываются выражениями

$$c = a_0 [1, 2] + a_1 [2, 0] + a_2 [0, 1],$$

$$\partial c = (a_1 - a_2) [0] + (a_2 - a_0) [1] + (a_0 - a_1) [2],$$

$$\partial \partial c = 0.$$

Такая модель применяется для точек, которые могут быть связаны между собой кривыми линиями. В квадратных скобках представлена запись этих линий с числовыми коэффициентами. Гомологическая производная уменьшает размерность линий до точек, а производные от «точек» равны нулю. Разделение линии на точки выполняется с множителем, зависящим от положения точки на линии. В данном случае первый элемент появляется со знаком плюс, а второй элемент – со знаком минус.

Объектное множество имеет «геометрические» свойства, которые проявляют себя аналогично свойствам линий в евклидовом пространстве. В частности, независимо от расположения точек на прямой, имеем аналог сумм расстояний между точками:

a		b		c		d
---	--	---	--	---	--	---

$$ac + bd = ad + bc.$$

Принимая аналогию линии с произведением пары объектов, мы рассматриваем поверхность размерности 3 как произведение трех элементов и т.д. На этой модели можно ввести аналог гомологической производной для элементов конечного множества:

$$c = (abcd),$$

$$\partial c = \partial (abcd) = (bcd) - (acd) + (abd) - (abc),$$

$$\partial \partial (abcd) = (cd) - (bd) + (bc) - (cd) + (ad) - (ac) + (bd) - (ad) + (ab) - (bc) + (ac) - (ab) = 16.$$

Объект с номером 16 есть ноль анализируемого множества.

Расположение элементов множества в форме матрицы допускает образование из фигуры на плоскости модели тора при условии, что возможно соединение противоположных границ матрицы. В этом случае будет иметь место естественная «близость» объектов друг к другу по двум измерениям, характеризующим тор.

Таблицы выборки элементов по строкам таковы:

4	↔	1		8	↔	5		12	↔	9		16	↔	13
↕		↕	,	↕		↕	,	↕		↕	,	↕		↕
3	↔	2		7	↔	6		11	↔	10		15	↔	14

«Зеркальные» суммы имеют единые значения на каждой таблице. Проиллюстрируем это свойство на примере первой таблицы. Получим

$$\begin{aligned}
 1+2+3+4 &= 14 = 4+3+2+1, \\
 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 1 &= 16 = 1 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 2 &= 14 = 2 \cdot 1 \cdot 4 + 1 \cdot 4 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 &= 15 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

Гомологичность конформаций можно теперь задать единичной матрицей на матричном произведении, учитывая тот факт, что первый элемент каждой конформации находится на первом месте в таблице, второй находится на втором месте и т.д.

Конформации гомологичны по структуре таблиц выборки элементов с группой в форме единичной матрицы

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таблицы выборки элементов по столбцам матрицы таковы:

13	↔	1		14	↔	2		15	↔	3		16	↔	4
↕		↕	,	↕		↕	,	↕		↕	,	↕		↕
9	↔	5		10	↔	6		11	↔	7		12	↔	8

«Зеркальные» выражения одинаковы для всех столбцов. На примере первого столбца получим выражения

$$\begin{aligned}
 1+5+9+13 &= 8 = 13+9+5+1, \\
 1 \cdot 5 + 5 \cdot 9 + 9 \cdot 13 + 13 \cdot 1 &= 16 = 1 \cdot 13 + 13 \cdot 9 + 9 \cdot 5 + 5 \cdot 1, \\
 1 \cdot 5 \cdot 9 + 5 \cdot 9 \cdot 13 + 9 \cdot 13 \cdot 1 + 13 \cdot 1 \cdot 5 &= 8 = 5 \cdot 1 \cdot 13 + 1 \cdot 13 \cdot 9 + 13 \cdot 9 \cdot 5 + 9 \cdot 5 \cdot 1, \\
 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 &= 5 = 13 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

Эти выборки по столбцам гомологичны по расположению элементов выборкам по строкам.

Анализ устанавливает общие функциональные законы для выборок:

$$\begin{aligned}
 abcd &= bd, \\
 abc + bcd + cda + dab &= b + c + d + a.
 \end{aligned}$$

Аналогичные выражения для второй строки законов были получены ранее из общих соображений безотносительно к той или иной выборке элементов множества.

Первая строка имеет частичную применимость.

Специфика ситуации в том, что «зеркальные» выражения справедливы при частичной замене знаков без изменения генерируемых значений. Убедимся в этом на ближайших значениях функций:

$$\begin{aligned}1-5+9-13 &= 8 = 13-9+5-1, \\1\cdot 5-5\cdot 9+9\cdot 13-13\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 13-13\cdot 9+9\cdot 5-5\cdot 1, \\1\cdot 5\cdot 9-5\cdot 9\cdot 13+9\cdot 13\cdot 1-13\cdot 1\cdot 5 &= 8 = 5\cdot 1\cdot 13-1\cdot 13\cdot 9+13\cdot 9\cdot 5-9\cdot 5\cdot 1, \\1\cdot 5\cdot 9\cdot 13 &= 5 = 13\cdot 9\cdot 5\cdot 1.\end{aligned}$$

Аналогично выглядит ситуация на строках:

$$\begin{aligned}1-2+3-4 &= 14 = 4-3+2-1, \\1\cdot 2-2\cdot 3+3\cdot 4-4\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 4-4\cdot 3+3\cdot 2-2\cdot 1, \\1\cdot 2\cdot 3-2\cdot 3\cdot 4+3\cdot 4\cdot 1-4\cdot 1\cdot 2 &= 14 = 2\cdot 1\cdot 4-1\cdot 4\cdot 3+4\cdot 3\cdot 2-3\cdot 2\cdot 1, \\1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 &= 15 = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1.\end{aligned}$$

Тот же вывод справедлив на выборке элементов по немонотонным конформациям:

$$\begin{aligned}1-7+9-15 &= 8 = 15-9+7-1, \\1\cdot 7-7\cdot 9+9\cdot 15-15\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 15-15\cdot 9+9\cdot 7-7\cdot 1, \\1\cdot 7\cdot 9-7\cdot 9\cdot 15+9\cdot 15\cdot 1-15\cdot 1\cdot 7 &= 8 = 7\cdot 1\cdot 15-1\cdot 15\cdot 9+15\cdot 9\cdot 7-9\cdot 7\cdot 1, \\1\cdot 5\cdot 9\cdot 13 &= 5 = 13\cdot 9\cdot 5\cdot 1.\end{aligned}$$

Выборка монотонных конформаций также подчиняется частичному изменению знаков:

$$\begin{aligned}1-6+11-16 &= 6 = 16-11+6-1, \\1\cdot 6-6\cdot 11+11\cdot 16-16\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 16-16\cdot 11+11\cdot 6-6\cdot 1, \\1\cdot 6\cdot 11-6\cdot 11\cdot 16+11\cdot 16\cdot 1-16\cdot 1\cdot 6 &= 6 = 6\cdot 1\cdot 16-1\cdot 16\cdot 11+16\cdot 11\cdot 6-11\cdot 6\cdot 1, \\1\cdot 6\cdot 11\cdot 16 &= 7 = 16\cdot 11\cdot 6\cdot 1.\end{aligned}$$

Расширение функциональных выражений знаками минус с сохранением мест расположения элементов можно интерпретировать как дополнение единичной матрицы новой матрицей вида

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Фактически это означает применение в функциональных выражениях пары диагональных «метрик»

$$g^{ij1} = \text{diag}(1 \ 1 \ 1 \ 1), r^{ij} = \text{diag}(1 \ -1 \ 1 \ -1).$$

Следовательно, объектные множества содержат в силу присущих им функциональных законов евклидову и неевклидову метрику. Они проявляют себя при анализе гомологичности свойств различных подмножеств этого множества.

Изменим знаки в функциональных выражениях, приняв «метрику» вида

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Анализируемые функции изменятся. Для всех выборок расчетные значения «сблизятся»:

$$\begin{aligned} 1-5-9+13 &= 16 = 13+9-5-1, \\ 1\cdot 5-5\cdot 9-9\cdot 13+13\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 13+13\cdot 9-9\cdot 5-5\cdot 1, \\ 1\cdot 5\cdot 9-5\cdot 9\cdot 13-9\cdot 13\cdot 1+13\cdot 1\cdot 5 &= 16 = 5\cdot 1\cdot 13+1\cdot 13\cdot 9-13\cdot 9\cdot 5-9\cdot 5\cdot 1, \\ 1\cdot 5\cdot 9\cdot 13-13\cdot 9\cdot 5\cdot 1 &= 16. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1-2-3+4 &= 16 = 4+3-2-1, \\ 1\cdot 2-2\cdot 3-3\cdot 4+4\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 4+4\cdot 3-3\cdot 2-2\cdot 1, \\ 1\cdot 2\cdot 3-2\cdot 3\cdot 4-3\cdot 4\cdot 1+4\cdot 1\cdot 2 &= 16 = 2\cdot 1\cdot 4+1\cdot 4\cdot 3-4\cdot 3\cdot 2-3\cdot 2\cdot 1, \\ 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4-4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 &= 16. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1-7-9+15 &= 16 = 15+9-7-1, \\ 1\cdot 7-7\cdot 9-9\cdot 15+15\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 15+15\cdot 9-9\cdot 7-7\cdot 1, \\ 1\cdot 7\cdot 9-7\cdot 9\cdot 15-9\cdot 15\cdot 1+15\cdot 1\cdot 7 &= 16 = 7\cdot 1\cdot 15+1\cdot 15\cdot 9-15\cdot 9\cdot 7-9\cdot 7\cdot 1, \\ 1\cdot 5\cdot 9\cdot 13-13\cdot 9\cdot 5\cdot 1 &= 16. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1-6-11+16 &= 16 = 16-11-6+1, \\ 1\cdot 6-6\cdot 11-11\cdot 16+16\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 16+16\cdot 11-11\cdot 6-6\cdot 1, \\ 1\cdot 6\cdot 11-6\cdot 11\cdot 16-11\cdot 16\cdot 1+16\cdot 1\cdot 6 &= 16 = 6\cdot 1\cdot 16+1\cdot 16\cdot 11-16\cdot 11\cdot 6-11\cdot 6\cdot 1, \\ 1\cdot 6\cdot 11\cdot 16-16\cdot 11\cdot 6\cdot 1 &= 16. \end{aligned}$$

Проанализируем еще одну возможность изменения знаков в функциональных выражениях, приняв метрику

$$k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

В этом случае получим выражения

$$\begin{aligned} 1+5-9-13 &= 16 = 13-9-5+1, \\ 1\cdot 5+5\cdot 9-9\cdot 13-13\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 13-13\cdot 9-9\cdot 5+5\cdot 1, \\ 1\cdot 5\cdot 9+5\cdot 9\cdot 13-9\cdot 13\cdot 1-13\cdot 1\cdot 5 &= 16 = 5\cdot 1\cdot 13-1\cdot 13\cdot 9-13\cdot 9\cdot 5+9\cdot 5\cdot 1, \\ 1\cdot 5\cdot 9\cdot 13-13\cdot 9\cdot 5\cdot 1 &= 16. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1+2-3-4 &= 16 = 4-3-2+1, \\ 1\cdot 2+2\cdot 3-3\cdot 4-4\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 4-4\cdot 3-3\cdot 2+2\cdot 1, \\ 1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4-3\cdot 4\cdot 1-4\cdot 1\cdot 2 &= 16 = 2\cdot 1\cdot 4-1\cdot 4\cdot 3-4\cdot 3\cdot 2+3\cdot 2\cdot 1, \\ 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4-4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 &= 16. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1+7-9-15 &= 16 = 15-9-7+1, \\
1\cdot 7+7\cdot 9-9\cdot 15-15\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 15-15\cdot 9-9\cdot 7+7\cdot 1, \\
1\cdot 7\cdot 9+7\cdot 9\cdot 15-9\cdot 15\cdot 1-15\cdot 1\cdot 7 &= 16 = 7\cdot 1\cdot 15-1\cdot 15\cdot 9-15\cdot 9\cdot 7+9\cdot 7\cdot 1, \\
1\cdot 5\cdot 9\cdot 13-13\cdot 9\cdot 5\cdot 1 &= 16.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1+6-11-16 &= 16 = 16+11-6-1, \\
1\cdot 6+6\cdot 11-11\cdot 16-16\cdot 1 &= 16 = 1\cdot 16-16\cdot 11-11\cdot 6+6\cdot 1, \\
1\cdot 6\cdot 11+6\cdot 11\cdot 16-11\cdot 16\cdot 1-16\cdot 1\cdot 6 &= 16 = 6\cdot 1\cdot 16-1\cdot 16\cdot 11-16\cdot 11\cdot 6+11\cdot 6\cdot 1, \\
1\cdot 6\cdot 11\cdot 16-16\cdot 11\cdot 6\cdot 1 &= 16.
\end{aligned}$$

У нас есть 4 модели объединения величин:

$$\begin{aligned}
a+b+c+d &= d+c+b+a, \\
a-b+c-d &= d-c+b-a, \\
a-b-c+d &= d-c-b+a, \\
a+b-c-d &= d-c-b+a.
\end{aligned}$$

Их объединение генерирует законы

$$\begin{aligned}
[2](a+c) &= [2](b+d), \\
[2](a-b) &= [2](d-c).
\end{aligned}$$

Следовательно, анализ функциональной гомологичности является средством для получения фундаментальных законов множества на его подмножествах.

Проанализируем другие законы, следующие из сведений по функциональной гомологичности подмножеств объектного множества.

Имеем законы

$$\begin{aligned}
ab+bc+cd+da &= ad+dc+cb+ba, \\
ab-bc+cd-da &= ad-dc+cb-ba, \\
ab-bc-cd+da &= ad-dc-cb+ba, \\
ab+bc-cd-da &= ad+dc-cb-ba.
\end{aligned}$$

Их объединение генерирует связи

$$\begin{aligned}
[2](ab+cd) &= [2](ad+cb), \\
[2](ab-bc) &= [2](ad-dc), \\
[2](ab+bc) &= [2](ad+dc).
\end{aligned}$$

Из законов

$$\begin{aligned}
abc+bcd+cda+dab &= bad+adc+dcb+cba, \\
abc-bcd+cda-dab &= bad-adc+dcb-cba, \\
abc-bcd-cda+dab &= bad+adc-dcb-cba, \\
abc+bcd-cda-dab &= bad-adc-dcb+cba
\end{aligned}$$

следуют дополнительные связи

$$\begin{aligned}[2](abc + cda) &= [2](bad + dcb), \\ [2](abc - bcd) &= [2](bad - cba), \\ [2](abc + bcd) &= [2](bad + cba).\end{aligned}$$

Следовательно, функциональную гомологичность можно рассматривать в качестве одного из алгоритмов вывода законов, которым подчинены подмножества объектного множества.

Введенные 4-метрики можно рассматривать, с другой стороны, как функциональное проявление группы знаков с элементами

$$\begin{array}{cccc}+ & + & + & + \\+ & - & - & + \\+ & ' & + & - \\+ & - & + & -\end{array}$$

Здесь произведение реализуется наложением столбцов друг на друга с последующим изменением знаков согласно стандартной процедуре.

Зависимость функциональной гомологии от метрики объектного множества и от группы знаков является новой гранью гомологических свойств множеств.

Она представляется естественной с позиции жизненной практики. Мы имеем дело с неассоциативным множеством. Оно в состоянии описывать информационные взаимодействия. Понятно, что в зависимости от того, как и каким образом объединяются результаты такого взаимодействия, зависят итоговые значения реализуемого процесса.

Подойдем к формальному анализу гомологичности подмножеств с физической точки зрения. Это возможно ввиду того факта, что мы рассматриваем систему структурных объектов, представленных матрицами. По этой причине парам объектов соответствуют системы линий, которые их объединяют. Тройкам объектов ставятся в соответствие фигуры, которые аналогичны треугольникам и т.д.

Выбираемые величины согласованы между собой по предложенному комбинаторному образцу. В этом случае между ними есть функциональная зависимость, управляемая операциями комбинаторного произведения и структурного суммирования. Другими словами, не любые связи и не в любом порядке гарантируют некую общность свойств, называемую гомологичностью подмножеств.

Применяемые функции иллюстрируют объединения элементов определенного ранга, обусловленного количеством элементов. В рассматриваемом случае эти элементы берутся с одинаковыми множителями, образуя простейшую модель взаимных связей. В общем случае допустима система весовых множителей. Именно эта модель принята в теории гомологий, когда анализ элементов, образующих симплексы, проводится с числовыми множителями. Они позволяют рассматривать более сложные изделия, в которые слагаемые симплекса входят с разным «весом». С физической точки зрения мы рассматриваем, без учета многих тонкостей и деталей, множество объектных молекул.

Заменив числа функциями с возможностью их изменения, мы получаем гомологическую модель активных физических изделий, структурированных элементами симплекса.

Заметим, что с увеличением размерности объектного множества увеличивается количество законов, которым они будут подчинены. Насколько эти законы могут иметь место на множествах меньшей размерности? И на каких подмножествах?

Будут ли подмножества с большой размерностью подчиняться законам многообразия с меньшей размерностью?

Проанализируем для ответа на эти вопросы систему матриц размерности 5:

$$\begin{array}{ccccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
(1) & (2) & (3) & (4) & (5) \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
(6) & (7) & (8) & (9) & (10) \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
(11) & (12) & (13) & (14) & (15) \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
(16) & (17) & (18) & (19) & (20) \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
(21) & (22) & (23) & (24) & (25)
\end{array}$$

По строкам расположены 5 подмножеств объектного множества, каждое из которых заполняет все значимые места в матрицах своей размерности. Мы имеем 5 конформаций. Они едины с позиции их трансляционного конструирования. Кроме этого, как легко проверить, они образуют замкнутую систему на разных произведениях.

Структурное суммирование определим так: номера мест значимых элементов по строкам матриц суммируются по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц, Такой подход не выводит модель за рамки системы конформаций.

Имеем таблицу структурного суммирования:

st +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10
2	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6
3	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7
4	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8
5	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9
6	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23
7	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24
8	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25
9	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21
10	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22
11	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4
12	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5
13	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1

st +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2
15	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3
16	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
17	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11
19	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
21	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19
22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20
23	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16
24	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17
25	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
2	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12
3	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
4	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	4
5	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
6	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
7	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1
8	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
9	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
10	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
11	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16
12	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
13	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
15	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
16	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
17	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
18	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
20	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7
22	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
23	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
24	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
25	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6

Таблица удобна для применений. Она позволяет получить качественно новые функциональные условия и результаты, относящиеся к структуре и свойствам алгебр.

Заметим, что на этой основе обнаруживаются новые грани теории перестановок.

Комбинаторное произведение строк на строки имеет простую табличную структуру. Она обусловлена простым взаимным расположением значимых элементов.

Расчет генерирует необходимые связи между матрицами:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
2	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
3	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
4	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
5	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
7	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
8	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14
9	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
10	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6
12	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
13	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
14	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
15	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
17	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
20	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
23	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18
24	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
25	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16

Наличие данной пары таблиц позволяет выполнить анализ функциональной гомологичности для множества M^{25} . Он позволит сравнить законы для разных множеств.

Проанализируем функциональные свойства первой конформации в форме строки, которая состоит из элементов с номерами

a	b	c	d	e
1	2	3	4	5

Пусть весовые множители и знаки будут одинаковы. Получим выражения

$$\begin{aligned}
 1+2+3+4+5 &= 20 = 5+4+3+2+1, \\
 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 1 &= 20 = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \cdot 2 &= 20 = 2 \cdot 1 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 &= 3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

Изменение знаков меняет выражения:

$$\begin{aligned}
 1+2-3+4-5 &= 4 = 5-4+3-2+1, \\
 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 - 5 \cdot 1 &= 17 = 1 \cdot 5 - 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 - 3 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 1 - 5 \cdot 1 \cdot 2 &= 3 = 2 \cdot 1 \cdot 5 - 1 \cdot 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 &= 3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1+2-3-4+5 &= 1 = 5+4-3-2+1, \\
 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 + 5 \cdot 1 &= 17 = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 - 4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 - 3 \cdot 4 \cdot 5 - 4 \cdot 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \cdot 2 &= 5 = 2 \cdot 1 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 4 - 5 \cdot 4 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 &= 3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1+2+3-4-5 &= 2 = 5-4-3+2+1, \\
 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 - 5 \cdot 1 &= 17 = 1 \cdot 5 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 - 4 \cdot 5 \cdot 1 - 5 \cdot 1 \cdot 2 &= 1 = 2 \cdot 1 \cdot 5 - 1 \cdot 5 \cdot 4 - 5 \cdot 4 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1, \\
 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 &= 3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.
 \end{aligned}$$

Уже на данной стадии анализа ясно, что функциональные свойства объектных многообразий зависят от размерности многообразия. Во многом это понятно, так как мы фактически имеем дело с объектами разной структуры, а не только разного их количества.

Функциональная гомологичность генерирует новые связи между элементами, которые можно получить из общих выражений, которым подчинены подмножества. Например, имеем систему условий вида

$$\begin{aligned}
 ab+bc+cd+de+ea &= ae+ed+dc+cb+ba, \\
 ab+bc-cd+de-ea &= ae-ed+dc-cb+ba, \\
 ab+bc-cd-de+ea &= ae+ed-dc-cb+ba, \\
 ab+bc+cd-de-ea &= ae-ed-dc+cb+ba.
 \end{aligned}$$

В частности, получим законы

$$\begin{aligned}
 [2](ab+bc+de) &= [2](ae+dc+ba), \\
 [2](ab+bc+cd) &= [2](ae+cb+ba).
 \end{aligned}$$

Приложение 3. Когомологическая чувствительность объектных множеств

Ограниченная по количеству элементов стандартная система коцепей для групп задается функциями

$$\begin{aligned}\theta^1 &= g_1 f(g_1) - f(g_1), \\ \theta^2 &= g_1 f(g_2) - f(g_1 \cdot g_2) + f(g_1), \\ \theta^3 &= g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 \cdot g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2), \\ \theta^4 &= g_1 f(g_2, g_3, g_4) - f(g_1 \cdot g_2, g_3 \cdot g_4) + f(g_1, g_2 \cdot g_3, g_4) - f(g_1, g_2, g_3 \cdot g_4) + f(g_1, g_2, g_3).\end{aligned}$$

Применим её к объектному множеству M^{16} , выбирая в нем произвольным образом 4 элемента

$$a = g_1, b = g_2, c = g_3, d = g_4.$$

Алгоритм расчета сконструируем на условиях

$$f(g) = f(g \cdot E) = g \cdot E, f(g_1 \cdot g_2) = g_1 \cdot g_2, f(a, b) = a + b.$$

Коцепи получат вид

$$\begin{aligned}\theta^1 &= a(a \cdot 13) - a, \\ \theta^2 &= a(b \cdot 13) - (a \cdot b)13 + a \cdot 13, \\ \theta^3 &= a(b + c) - (a \cdot b + c) + (a + b \cdot c) - (a + b), \\ \theta^4 &= a(b + c + d) - (a \cdot b + c + d) + (a + b \cdot c + d) - (a + b + c \cdot d) + (a + b + c).\end{aligned}$$

Выполним расчеты функции $\omega = \xi_i \theta^i + \theta^i \xi_i$. Получим таблицу значений

a	b	c	d	θ^1	θ^2	θ^3	θ^4	ω
1	2	3	4	4	1	12	12	16
5	6	7	8	5	5	8	8	16
9	10	11	12	1	9	4	4	16
13	14	15	16	16	13	16	16	16
1	5	9	13	4	1	12	15	16
2	6	10	14	1	2	11	14	16
3	7	11	15	2	3	10	13	16
4	8	12	16	3	4	9	16	16
1	6	11	16	4	1	12	16	16
2	7	12	13	12	2	11	15	16
3	8	9	14	2	3	10	14	16
4	7	10	13	3	4	9	15	16
1	7	8	13	4	1	7	2	16
3	7	8	14	2	3	7	4	16

Равенства подобного вида выполняются по той причине, что объектному множеству присуще общее правило отношения пары элементов $a \cdot b + b \cdot a = 14$. Сумма таких значений генерирует объект с номером 16, выполняющий функцию нуля в объектном множестве.

Проанализируем значения коцепей с применением в них только одного элемента каждой конформации. Целевая установка состоит в ответе на вопрос: чувствительны ли коцепи к структуре элементов конформаций?

В этом случае алгоритм расчета базируется на системе уравнений

$$\begin{aligned}\theta^1 &= a(a \cdot 13) - a, \\ \theta^2 &= a(a \cdot 13) - 13 + a \cdot 13, \\ \theta^3 &= a(a + a) - (a + a), \\ \theta^4 &= a(a + a + a) - (a + a + 13) + (a + a + a).\end{aligned}$$

Выполним расчет, учитывая эффект нарушения дистрибутивности, не раскрывая скобок с соответствующими структурами. Получим таблицу значений

a	θ^1	θ^2	θ^3	θ^4
1	4	1	12	11
2	1	2	10	10
3	2	3	11	9
4	3	4	9	12
5	8	5	8	7
6	5	7	6	5
7	6	7	6	5
8	7	5	5	8
9	12	9	4	3
10	9	10	3	2
11	10	11	2	1
12	11	12	1	4
13	16	13	16	15
14	13	14	15	14
15	14	15	14	13
16	15	16	13	16

Ответ получен: коцепи из мономиальных матриц генерируют мономиальные матрицы. Более того, они «чувствуют» меру немонотонности, не перемешивая объекты с различной его мерой.

Ситуация меняется, если раскрыть скобки в выражениях для θ^3, θ^4 : имеет место смешение конформаций. Проиллюстрируем этот факт примером:

a	θ^3	θ^4
1	8	3
2	6	4
3	8	1
4	6	2

Обратим внимание на формальную связь системы коцепей с системой циклических функциональных условий. Так, например, одна из коцепей задается уравнением

$$df(g_1, g_2, g_3) = g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2).$$

Оно характеризует факторы расширения группы. Это уравнение, а также их обобщения можно получить из системы циклических условий:

$$g_1 f(g_2, g_3) + g_2 f(g_3, g_1) + g_3 f(g_1, g_2) = 0,$$

$$f(g_1 g_2, g_3) + f(g_2 g_3, g_1) + f(g_3 g_1, g_2) = 0,$$

$$f(g_1, g_2 g_3) + f(g_2, g_3 g_1) + f(g_3, g_1 g_2) = 0,$$

$$f(g_1, g_2) + f(g_2, g_3) + f(g_3, g_1) = 0,$$

$$f(g_1, g_2) g_3 + f(g_2, g_3) g_1 + f(g_3, g_1) g_2 = 0,$$

$$f(g_1 g_2 g_3) + f(g_2 g_3 g_1) + f(g_3 g_1 g_2) = 0, \dots$$

Указанное уравнение получается на основе альтернированной суммы, состоящей из первых слагаемых в первых четырех строках. Возможны различные обобщения:

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2) g_3 = 0,$$

$$g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1 g_2 g_3) = 0, \dots$$

Циклические уравнения, как известно, прямо или косвенно ассоциированы с динамическими уравнениями физики, в частности, с уравнениями для электромагнетизма и гравитации. По этой причине связи когомологических уравнений с системой циклических уравнений дают дополнительные данные о сущности физических объектов и явлений.

Циклические уравнения, как легко видеть, генерируют разные возможные функции. Так, например, получим

$$f(g_1, g_2) + f(g_2, g_3) + f(g_3, g_1) = 0,$$

если принять условие $f(g_i, g_k) = g_i - g_k$. На операции поэлементного произведения соответствующих строк на столбцы вида

$$ab = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & a_2 b_3 \\ a_3 b_2 & a_4 b_4 \end{pmatrix}$$

для функционального условия

$$f(g_1 g_2, g_3) + f(g_2 g_3, g_1) + f(g_3 g_1, g_2) = 0$$

пригодна функция $f(xy, z) = (xy)z - (z(xy))^T$. Условие равновесия вида

$$f(g_1, g_2)g_3 + f(g_2, g_3)g_1 + f(g_3, g_1)g_2 = 0$$

в рамках указанной операции произведения выполняется на функции вида

$$f(x, y) = (xy)^T - yx.$$

Другие циклические условия равновесия генерируют другие функции, зависящие от выбора произведения, а также от операции суммирования. Следовательно, можно принять точку зрения, что у конечного множества есть система циклических условий, генерирующая систему функций, обеспечивающих каждое «частное» равновесие. Таковы локальные функциональные свойства конечных множеств.

Когомологические уравнения, следуя принятому подходу, характеризуют глобальные свойства определенного набора циклических условий равновесия. Так, например, выполняется условие

$$af(b, c) - f(ab, c) + f(a, b)c - f(a, bc) + f(b, ca) = c(ab) + (ca)b,$$

если на множестве матриц второго порядка реализуется поэлементное произведение строк на соответствующие столбцы. Получим

$$af(b, c) = \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_3c_2 \\ a_3b_2c_3 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_2c_3 \\ a_3b_3c_2 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix},$$

$$f(a, b)c = \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_3c_3 \\ a_3b_2c_2 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_2c_3 \\ a_2b_3c_2 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix},$$

$$f(ab, c) = \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_3c_3 \\ a_3b_2c_2 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_3b_2c_2 \\ a_2b_3c_3 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix},$$

$$f(a, bc) = \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_2b_3c_2 \\ a_3b_2c_3 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1b_1c_1 & a_3b_2c_3 \\ a_2b_3c_2 & a_4b_4c_4 \end{pmatrix}.$$

Эти выражения реализуют указанное глобальное функциональное условие равновесия в конечной системе.

Специфика циклических функциональных условий в том, что они характеризуют систему связей между элементами конечного множества объектов, которые могут быть по-разному представлены, отображая систему свойств этого множества.

Такие ситуации стандартны для физической теории. Так, дифференциальные уравнения, посредством которых можно единым образом описывать электромагнитные и гравитационные явления, имеют циклический вид на частных производных

$$\partial_m \partial_n F_{kl} - \partial_l \partial_k F_{nm} + \partial_k \partial_n F_{lm} - \partial_m \partial_l F_{nl} = 0.$$

Гомологическая алгебра и дифференциальная физика формально «близки» друг к другу. Интуитивно ясно, что мы «видим» только «тени» реальных, глубоких связей.

Проанализируем значения пары циклических функциональных выражений

$$\varphi = ab(c+d) + bc(d+a) + cd(a+b) + da(b+c) = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4,$$

$$\psi = a(b+c+d) + b(c+d+a) + c(d+a+b) + d(a+b+c) = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \psi_4$$

на различных выборках элементов a, b, c, d неассоциативного множества M^{16} с операциями комбинаторного произведения и структурного суммирования.

Обеспечим наглядность выборки элементов, учитывая их расположение в таблице, согласно указанному алгоритму

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 9 & 10 & 11 & 12 \\ \hline 13 & 14 & 15 & 16 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 2 & 7 & 9 & 16 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Анализ свидетельствует, что эта пара циклических функций генерирует одинаковые значения сумм на различных выборках элементов множества. Проиллюстрируем этот факт таблицами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 1 & 5 & 9 & 13 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 1 & 6 & 11 & 16 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 4 & 7 & 10 & 13 \end{array}$$

a	b	c	d	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ
1	2	3	4	6	8	6	8	16	5	7	5	7	16
1	5	9	13	6	14	6	14	16	15	7	15	7	16
1	6	11	16	6	16	6	16	16	13	7	13	7	16
4	7	10	13	8	14	8	14	16	6	6	6	6	16

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 3 & 8 & 9 & 14 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 1 & 8 & 10 & 15 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 2 & 5 & 12 & 15 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 1 & 5 & 11 & 15 \end{array}$$

a	b	c	d	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ
3	8	9	14	6	16	6	16	16	13	7	13	7	16
1	8	10	15	6	14	8	16	16	13	7	15	5	16
2	5	12	15	8	14	8	14	16	15	5	15	5	16
1	5	11	15	6	14	6	14	16	15	7	15	7	16

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{matrix} a & b & c & d \\ 10 & 11 & 5 & 8 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 1 & 2 & 15 & 16 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 9 & 10 & 7 & 8 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 1 & 4 & 14 & 15 \end{matrix}$$

a	b	c	d	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ
10	11	5	8	16	8	6	14	16	15	13	5	7	16
1	2	5	16	14	8	6	16	16	13	15	5	7	16
9	10	7	8	14	8	6	16	16	13	15	5	7	16
1	4	14	15	14	6	8	16	16	13	15	7	5	16

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{matrix} a & b & c & d \\ 5 & 6 & 11 & 14 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 5 & 6 & 4 & 15 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 3 & 9 & 10 & 16 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 2 & 3 & 6 & 9 \end{matrix}$$

a	b	c	d	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ
5	6	11	14	12	2	12	10	8	11	9	3	9	8
5	6	4	15	2	10	4	4	8	1	3	11	1	8
3	9	10	16	4	2	10	4	8	1	1	3	11	8
2	3	6	9	2	12	2	4	8	1	3	9	3	8

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{matrix} a & b & c & d \\ 3 & 4 & 9 & 13 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 13 & 14 & 3 & 15 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 1 & 2 & 10 & 16 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a & b & c & d \\ 4 & 8 & 13 & 14 \end{matrix}$$

a	b	c	d	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ
3	4	9	13	9	11	3	11	6	12	10	12	4	6
13	14	3	15	1	11	3	3	6	4	2	12	4	6
1	2	10	16	9	9	1	1	6	12	10	10	2	6
4	8	13	14	11	9	11	3	6	4	12	10	12	6

Мы провели анализ циклических выражений общего вида

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = g_1 g_2 f(g_3, g_4) + g_2 g_3 f(g_4, g_1) + g_3 g_4 f(g_1, g_2) + g_4 g_1 f(g_2, g_3),$$

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \psi_4 = g_1 f(g_2, g_3, g_4) + g_2 f(g_3, g_4, g_1) + g_3 f(g_4, g_1, g_2) + g_4 f(g_1, g_2, g_3)$$

на элементах множества M^{16} при дополнительном условии, что функция есть сумма указанных аргументов.

Заметим, что разные функции генерируют одинаковые значения, что непонятно и непривычно с позиции стандартного числового расчета. Более того, во многих случаях мы получаем значение в форме объекта под номером 16. Этот объект есть ноль в анализируемом множестве. Следовательно, сумма равняется «нулю» без применения в общем выражении знаков минус.

Однако ситуация выглядит еще более необычно, если мы учтем в начальных выражениях знаки согласно группе знаков 4-мерного пространства

$$\begin{array}{cccc} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & - & - & + \\ + & + & - & - \end{array}.$$

Легко проверить, что значения выражений не меняются при изменении знаков в них согласно структуре элементов знаковой группы. Идентичны выражения

$$\varphi = g_1 g_2 f(g_3, g_4) + g_2 g_3 f(g_4, g_1) + g_3 g_4 f(g_1, g_2) + g_4 g_1 f(g_2, g_3),$$

$$\varphi = g_1 g_2 f(g_3, g_4) - g_2 g_3 f(g_4, g_1) + g_3 g_4 f(g_1, g_2) - g_4 g_1 f(g_2, g_3),$$

$$\varphi = g_1 g_2 f(g_3, g_4) - g_2 g_3 f(g_4, g_1) - g_3 g_4 f(g_1, g_2) + g_4 g_1 f(g_2, g_3),$$

$$\varphi = g_1 g_2 f(g_3, g_4) + g_2 g_3 f(g_4, g_1) - g_3 g_4 f(g_1, g_2) - g_4 g_1 f(g_2, g_3).$$

Аналогично идентичны по значениям (при указанных ограничениях) выражения

$$\psi = g_1 f(g_2, g_3, g_4) + g_2 f(g_3, g_4, g_1) + g_3 f(g_4, g_1, g_2) + g_4 f(g_1, g_2, g_3),$$

$$\psi = g_1 f(g_2, g_3, g_4) - g_2 f(g_3, g_4, g_1) + g_3 f(g_4, g_1, g_2) - g_4 f(g_1, g_2, g_3),$$

$$\psi = g_1 f(g_2, g_3, g_4) - g_2 f(g_3, g_4, g_1) - g_3 f(g_4, g_1, g_2) + g_4 f(g_1, g_2, g_3),$$

$$\psi = g_1 f(g_2, g_3, g_4) + g_2 f(g_3, g_4, g_1) - g_3 f(g_4, g_1, g_2) - g_4 f(g_1, g_2, g_3).$$

Заметим, что кроме суммарного нуля под номером 16 мы получаем значения с номерами 6 и 8. Их можно рассматривать как «половинки» нуля, так как

$$6 + 6 = 16 = 8 + 8.$$

Поскольку, с другой стороны, равны квадраты каждого из элементов рассматриваемого множества и объект под номером 13 является левой единицей комбинаторного произведения, множество достаточно необычно.

Мы приняли точку зрения, что информационное взаимодействие неассоциативно и не дистрибутивно. Но тогда стоит ли удивляться, что у него столь непривычные свойства?

Приложение 4. Функциональные тонкости объектного множества

Неассоциативность без законов дистрибутивности вносит существенные изменения в понимание и оценку функциональных законов, справедливых в объектном множестве M^{16} . Проанализируем, например, наличие в этом множестве функции, которую можно назвать функциональным «концентратором» подмножеств. Из расчета следует справедливость условия, согласно которому одному и тому же значению функции $\theta = a + b + c$ функция $\omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ ставит в соответствие единое значение, если

$$\omega_1 = a(b+c), \omega_2 = b(c+a), \omega_3 = c(a+b).$$

Проиллюстрируем эту ситуацию таблицами:

a	b	c	θ	ω_1	ω_2	ω_3	ω
7	12	11	14	13	7	5	13
5	11	10	14	13	5	7	13
8	2	4	14	15	7	7	13
6	15	5	14	15	13	13	13
4	13	9	14	17	13	5	13

a	b	c	θ	ω
7	12	2	5	8
5	11	1	5	8
8	2	11	5	8
6	15	16	5	8
4	13	4	5	8

a	b	c	θ	ω
7	12	4	7	6
5	11	3	7	6
8	2	9	7	6
6	15	3	7	6
4	13	2	7	6

В рассматриваемом случае выполняется условие равновесия вида

$$\begin{aligned} \theta \cdot \omega &= 16, \\ (a+b+c)(a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)) &= 16. \end{aligned}$$

Множество рассчитываемых функций имеет дополнительное свойство в форме аналога «лестницы». Для понимания ситуации рассмотрим несколько из полученных соответствий:

i	θ	ω
α	14	13
β	5	8
γ	4	3
δ	7	6

Выполняется закон

$$\theta_i \cdot \theta_j = \omega_i \cdot \omega_j.$$

Интерпретируя двойные произведения как расстояния в объектном пространстве, мы «видим», что продольные расстояния одинаковы, а также равны расстояния по линиям θ, ω .

Кроме этого, анализ проявил закон, индуцированный отсутствием дистрибутивности

$$x(y+z)=xy+z.$$

Учитывая его справедливость, получаем новые условия функциональных равновесий:

$$\begin{aligned} a(b+c)+b(c+a)+c(a+b) &= ab+bc+ca+a+b+c, \\ (a+b+c)(ab+bc+ca+a+b+c) &= 16. \end{aligned}$$

Проанализируем теперь свойства циклического закона

$$\begin{aligned} \varphi &= a(b+c)+(ab+c)+(a+bc)+(a+b)c, \\ \varphi_1 &= a(b+c), \varphi_2 = (ab+c), \varphi_3 = (a+bc), \varphi_4 = (a+b)c. \end{aligned}$$

Он иллюстрирует возможность генерации одинаковых величин разными способами. В частности, имеем таблицу

a	b	c		φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ
1	2	3		1	1	3	9	6
3	7	13		2	2	10	4	6
9	10	11		9	9	11	1	6
1	5	14		3	3	11	1	6

Специфика ситуации в том, что значения функции инвариантны относительно действия знаковой группы: замене части знаков суммы на знак минус. Так, например, на указанных переменных получим

$$\begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 &= 6, \\ \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_4 &= 6, \\ \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 + \varphi_4 &= 6, \\ \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4 &= 6. \end{aligned}$$

Инвариантность функциональных законов относительно действия группы знаков известна и в других моделях.

Обратим внимание еще на одну специфическую черту объектного множества. Для этого проанализируем возможность выполнения условия функционального равновесия

$$g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1) = 16$$

при условии $f(g) = g + k$. Условие равновесия изменится к виду $a(b+k) - ab + a = 16$. Оно обеспечивает возможность выбора дополнительного аргумента:

a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	5	6	7	8	1	2	3	4
k	2	3	4	1	6	7	8	5

Дополнительные тонкости обнаруживаются при анализе многократных произведений. Рассмотрим три функции с разными значениями аргументов a, b, c :

$$\alpha_1 = a(b+c)a, \alpha_2 = b(c+a)b, \alpha_3 = c(a+b)c,$$

$$\alpha = a(b+c)a + b(c+a)b + c(a+b)c,$$

$$\beta_1 = a(b-c)a, \beta_2 = b(c-a)b, \beta_3 = c(a-b)c,$$

$$\beta = a(b-c)a + b(c-a)b + c(a-b)c,$$

$$\gamma_1 = a(c-b)a, \gamma_2 = b(a-c)b, \gamma_3 = c(b-a)c,$$

$$\gamma = a(c-b)a + b(a-c)b + c(b-a)c.$$

Проиллюстрируем расчеты таблицей:

a	b	c	α_1	α_2	α_3	α	β	β	β	β	γ_1	γ_2	γ_3	γ
6	4	13	11	13	4	16	9	13	12	6	3	15	4	6
5	3	15	12	14	2	16	10	16	12	6	2	16	4	6
5	6	7	13	16	15	16	15	14	15	16	13	14	13	16
1	2	3	13	16	15	16	7	6	7	8	5	6	5	8
9	10	11	13	16	15	16	7	6	7	8	5	6	5	8
1	5	9	4	16	12	16	10	6	10	14	2	6	2	14
1	9	13	12	4	16	16	10	10	6	14	2	2	6	14

Из них следует закон

$$\alpha = \beta + \gamma.$$

Убедимся на паре примеров в инвариантности функций относительно действия группы знаков. Проиллюстрируем этот факт таблицей

a	b	c	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ	η_1	η_2	η_3	η	$\xi + \eta$
6	4	13	9	13	12	6	3	15	4	6	16
			9	13	-12	14	3	15	-4	14	16
			9	-13	12	8	3	-15	4	8	16
			9	-13	-12	16	3	-15	-4	16	16

a	b	c	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ	η_1	η_2	η_3	η	$\xi + \eta$
9	10	11	7	6	7	8	5	6	5	8	16
			7	6	-7	6	5	6	-5	6	16
			7	-6	7	8	5	-6	5	8	16
			7	-6	-7	6	5	-6	-5	6	16

Очевидно, что эти свойства отображают информационное взаимодействие объектов.

Проанализируем три функции

$$\begin{aligned}\theta &= ab(c+d) + bc(d+a) + cd(a+b) + da(b+c) = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4, \\ \rho &= ab(c-d) + bc(d-a) + cd(a-b) + da(b-c) = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4, \\ \sigma &= ab(d-c) + bc(a-d) + cd(b-a) + da(c-b) = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4.\end{aligned}$$

Например, получим

$$\begin{aligned}1 \cdot 2(3+4) + 2 \cdot 3(4+1) + 3 \cdot 4(1+2) + 4 \cdot 1(2+3) &= 5 + 7 + 5 + 7 = 16, \\ 1 \cdot 2(3-4) + 2 \cdot 3(4-1) + 3 \cdot 4(1-2) + 4 \cdot 1(2-3) &= 14 + 14 + 14 + 14 = 16, \\ 1 \cdot 2(4-3) + 2 \cdot 3(1-4) + 3 \cdot 4(2-1) + 4 \cdot 1(3-2) &= 16 + 16 + 16 + 16 = 16, \\ 4 \cdot 6(10+14) + 6 \cdot 10(14+4) + 10 \cdot 14(4+6) + 14 \cdot 4(6+10) &= 6 + 14 + 6 + 14 = 16, \\ 4 \cdot 6(10-14) + 6 \cdot 10(14-4) + 10 \cdot 14(4-6) + 14 \cdot 4(6-10) &= 6 + 6 + 6 + 6 = 16, \\ 4 \cdot 6(14-10) + 6 \cdot 10(4-14) + 10 \cdot 14(6-4) + 14 \cdot 4(10-6) &= 14 + 14 + 14 + 14 = 16, \\ 1 \cdot 3(11+15) + 3 \cdot 11(15+1) + 11 \cdot 15(1+3) + 15 \cdot 1(3+11) &= 12 + 12 + 4 + 12 = 8, \\ 1 \cdot 3(11-15) + 3 \cdot 11(15-1) + 11 \cdot 15(1-3) + 15 \cdot 1(3-11) &= 10 + 2 + 10 + 2 = 16, \\ 1 \cdot 3(15-11) + 3 \cdot 11(1-15) + 11 \cdot 15(3-1) + 15 \cdot 1(11-3) &= 11 + 3 + 11 + 3 = 16.\end{aligned}$$

Заметим, что итоговые значения не изменятся при «весовой» модификации функций:

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= ab(c+d)ab + bc(d+a)bc + cd(a+b)cd + da(b+c)da = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4, \\ \hat{\rho} &= ab(c-d)ab + bc(d-a)bc + cd(a-b)cd + da(b-c)da = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4, \\ \hat{\sigma} &= ab(d-c)ab + bc(a-d)bc + cd(b-a)cd + da(c-b)da = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4.\end{aligned}$$

Имеет место также инвариантность анализируемых функции относительно действия на них группы знаков:

$$\begin{aligned}\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 &= \theta_1 - \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 = \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 = \theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4, \\ \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4 &= \rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4 = \rho_1 - \rho_2 - \rho_3 + \rho_4 = \rho_1 + \rho_2 - \rho_3 - \rho_4, \\ \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 &= \sigma_1 - \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 = \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 + \sigma_4 = \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4.\end{aligned}$$

Сравним структуру анализируемых алгебраических функций на неассоциативном множестве без дистрибутивности с дифференциальными уравнениями для электродинамики и единой теории электромагнетизма и гравитации. Они, соответственно, имеют вид

$$\begin{aligned}\partial_i F_{jk} + \partial_j F_{ki} + \partial_k F_{ij} &= 0, \\ \partial_i \partial_j G_{kl} + \partial_j \partial_k G_{li} + \partial_k \partial_l G_{ij} + \partial_l \partial_i G_{jk} &= 0.\end{aligned}$$

Дополняя эти известные уравнения, рассматриваемые в полной модели совместно с кодифференциальными выражениями разными алгебраическими функциями, мы получаем модель явлений, в которой физические явления дополняются информационными влияниями.

Проанализируем свойства функции

$$\sigma = abc + (a + b + c).$$

Ее специфика в том, что она проявляет «близость» в расположении элементов объектного множества, когда эти элементы расположены на прямой линии в системе стандартного вида

1 2 3 4
5 6 7 8
9 10 11 12
13 14 15 16

При расположении элементов на прямой линии значение функции равно объектному нулю

<i>a</i>	3	5	7	2	1	1	1	8
<i>b</i>	7	10	11	3	5	2	6	11
<i>c</i>	11	15	15	4	9	3	11	14
σ	16	16	16	16	16	16	16	16

При другом расположении генерируются другие элементы. Например, получим

<i>a</i>	5	1	6	4	1	1	1	16
<i>b</i>	10	5	7	8	5	5	5	8
<i>c</i>	14	15	11	7	10	13	14	2
σ	14	8	6	6	14	8	6	8

«Близость» 4 элементов генерируется функцией

$$\pi = (abc + d) + (bcd + a) + (cda + b) + (dab + c) = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4,$$

$$\pi_1 = abc + d, \pi_2 = bcd + a, \pi_3 = cda + b, \pi_4 = dab + c.$$

Эта функция инвариантна относительно действия группы знаков:

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = \pi_1 - \pi_2 + \pi_3 - \pi_4 = \pi_1 - \pi_2 - \pi_3 + \pi_4 = \pi_1 + \pi_2 - \pi_3 - \pi_4.$$

В обоих случаях объектный ноль в форме числа 16 объединяется с объектами, которые имеют номера 14,8,6. Их структурное суммирование подчинено таблице

<i>st</i> +	16	14	8	6
16	16	14	8	6
14	14	16	6	8
8	8	6	16	14
6	6	8	14	16

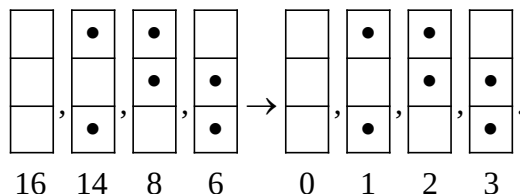
→

<i>st</i> +	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	0	1
3	3	2	1	0

Такие свойства не согласуются ни со свойствами обычных чисел, ни со свойствами суммирования по модулю некоторого числа. Действительно, имеем связи

$$1+1=2+2=3+3=0, 1+2=2+1=3, 1+3=3+1=2.$$

Эти свойства получаются при рассмотрении графического представления объектов (чисел) с условием наложения «картин» друг на друга при суммировании и «нейтрализации» при этом совпадающих элементов. Действительно, так получится при представлении объектов в форме рисунков вида



Известно, что аналог такого суммирования применяется при анализе узлов.

Обратим внимание на общее свойство объединения конформаций согласно таблице структурного суммирования. Обозначим 4 конформации множества M^{16} буквами:

$$a \rightarrow (1 \ 2 \ 3 \ 4), b \rightarrow (5 \ 6 \ 7 \ 8), c \rightarrow (9 \ 10 \ 11 \ 12), d \rightarrow (13 \ 14 \ 15 \ 16).$$

Таблица структурного суммирования получит вид

+	d	b	c	a
d	d	b	c	a
b	b	d	a	c
c	c	a	b	d
a	a	c	d	b

 $\rightarrow$

d	b
b	d

 $=$

b	d
d	b

 $\rightarrow 0$
 $\Rightarrow$

+	0	1
0	0	1
1	1	0

С одной стороны, мы имеем аналог факторгруппы, с другой стороны, рассматриваемые свойства «близки» к алгоритму суммирования чисел по модулю 2, принятому в модели конечного поля F_2 .

Объектное множество «родственно» и группам, и конечным полям.

Объектное множество функционально родственно, как показано неоднократно, системам дифференциальных и кодифференциальных уравнений физики. Различие в том, что уравнения физики содержат дифференциальные и кодифференциальные операторы и систему соответствующих величин.

Алгебраические уравнения объектного множества имеют свои свойства без указанных операторов. Эти свойства достаточно необычны, так как неассоциативна операция комбинаторного произведения.

Представляется естественной гипотеза, что наступил этап объединения дифференциальных и кодифференциальных уравнений ассоциативной математики с алгебраическими законами неассоциативной математики. Это объединение позволит дополнить стандартные законы сохранения (например, энергии, импульса, момента количества движения, зарядов...) законами информационного обмена, присущими неассоциативной математике.

Если это хорошо получится, то, скорее всего, исчезнет или изменится разделение объектов Реальности на живые и неживые, разумные и неразумные, чувственные и бесчувственные.

Заключение

Опыт свидетельствует, что каждой математической операции при её соединении с другими операциями присуща «своя» система функциональных законов, система «своих» динамик и условий равновесия. Изменения физических состояний и ситуаций требуют учета и применения измененных математических операций или состояний исследуемых изделий. Изменение операций можно назвать мутацией операций. По этой причине, если мы согласны с тем, что есть физическая эволюция, мы вправе говорить об эволюции математической. Более того, с математической точки зрения можно сказать, что двигателем физической эволюции является мутация операций. Поскольку мутация операций без объектов невозможна, мы приходим к идее молекулы ментального кислорода.

Есть один атом ментального кислорода в форме системы операций и второй атом ментального кислорода в форме системы объектов.

Наличие системы математических операций означает принятие точки зрения, что есть множество различных отношений между объектами реального мира. Новая система отношений способна существенно выйти за границы общепринятой модели. Ситуация становится более сложной, если применяются не только однократные операции, но и многократные операции.

Конечно, и путь исследователя, и применяемые приемы и средства выбираются в зависимости от критериев, которые принимаются исследователем или практиком. Для кого-то важен покой, и он является критерием совершенства. Для кого-то более всего важны перемены и потому на первый план выдвигается динамика. Для кого-то процесс важнее итога, даже если процесс сводится к движению по окружности.

Понятно, что результаты зависят не только от того, каков исследователь или группа исследователей. Важны условия деятельности, а также время и место.

В монографии рассмотрены модели объектных алгебр. Они сконструированы на основе алгоритма учета мест значимых элементов в матрицах, которые прямо или косвенно связаны с реальными структурными физическими объектами. Свойства взаимодействий между такими объектами выражены системой взаимных отношений.

Эти отношения подчинены условиям информационного обмена, генерируя некоммутативные, неассоциативные таблицы взаимных «произведений». Модели дополнены ассоциативными операциями структурного суммирования. В итоге получается спектр объектных алгебр, свойства которых в рамках алгоритма рекуррентной динамики аналогичны свойствам и законам жизненной практики живых объектов.

Полученные результаты имеют фундаментальное значение. Они дополняют факты, полученные ранее на основе расчетных моделей, в которых учитываются размеры физических объектов, а также значения величин, характеризующих конкретные ситуации.

Литература

1. Барыкин В.Н. Новые интеллектуальные технологии. – Минск: Ковчег, 2016. -335с.
2. Барыкин В.Н. Моя парадигма. – Минск: Ковчег, 2019. -145с.
3. Барыкин В.Н. Структура квантов, зарядов, констант. – Минск: Ковчег, 2019. -238 с.
4. Барыкин В.Н. Неассоциативность на комбинаторной операции. – Минск: Ковчег, 2011. -234с.
5. Барыкин В.Н. Новые математические операции. – Минск: Ковчег, 2014. -175с.
6. Барыкин В.Н. Неассоциативность в конечных системах. – Минск: Ковчег, 2015. -220с.
7. Барыкин В.Н. Теория активных конформаций. – Минск: Ковчег, 2016. -218с.
8. Барыкин В.Н. Алгебра мест и отношений. – Минск: Ковчег, 2020. -308с

Специфика операций объектного подмножества

st +	5	7	13	15	6	8	14	16		k ×	5	7	13	15	6	8	14	16
5	14	16	6	8	15	13	7	5		5	13	15	5	7	14	16	6	8
7	16	14	8	6	13	15	5	7		7	15	13	7	5	16	14	8	6
13	6	8	14	16	7	5	15	13		13	5	7	13	15	6	8	14	16
15	8	6	16	14	5	7	13	15	,	15	7	5	15	13	8	6	16	14
6	15	13	7	5	16	14	8	6		6	16	14	8	6	13	15	5	7
8	13	15	5	7	14	16	6	8		8	14	16	6	8	15	13	7	5
14	7	5	15	13	8	6	16	14		14	8	6	16	14	5	7	13	15
16	5	7	13	15	6	8	14	16		16	6	8	14	16	7	5	15	13

$$x \rightarrow (5 \ 7 \ 13 \ 15), \begin{array}{|c|c|c|} \hline st & & \\ \hline + & x & y \\ \hline x & y & x \\ \hline y & x & y \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline k & & \\ \hline \times & x & y \\ \hline x & x & y \\ \hline y & y & x \\ \hline \end{array}, y \rightarrow (6 \ 8 \ 14 \ 16).$$

st +	1	3	9	11	2	4	10	12		k ×	1	3	9	11	2	4	10	12
1	6	8	14	16	7	5	15	13		1	13	15	5	7	14	16	6	8
3	8	6	16	14	5	7	13	15		3	15	13	7	5	16	14	8	6
9	14	16	6	8	15	13	7	5		9	5	7	13	15	6	8	14	16
11	16	14	8	6	13	15	5	7	,	11	7	5	15	13	8	6	16	14
2	7	5	15	13	8	6	16	14		2	16	14	8	6	13	15	5	7
4	5	7	13	15	6	8	14	16		4	14	16	6	8	15	13	7	5
10	15	13	7	5	16	14	8	6		10	8	6	16	14	5	7	13	15
12	13	15	5	7	14	16	6	8		12	6	8	14	16	7	5	15	13

$$\xi \rightarrow (1 \ 3 \ 9 \ 11), \begin{array}{|c|c|c|} \hline st & & \\ \hline + & \xi & \eta \\ \hline \xi & y & x \\ \hline \eta & x & y \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline k & & \\ \hline \times & \xi & \eta \\ \hline \xi & x & y \\ \hline \eta & y & x \\ \hline \end{array}, \eta \rightarrow (2 \ 4 \ 10 \ 12).$$

Научное издание

Барыкин Виктор Николаевич

НЕАССОЦИАТИВНОСТЬ БЕЗ ДИСТРИБУТИВНОСТИ

Подписано к печати 28.10.2020.
Формат 70×100^{1/16}. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 19,6.
Тираж 99 экз. Заказ 638.

ООО «Ковчег»

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/381 от 01.07.2014.

ул. Л. Беды, 11/1-205, 220040 г. Минск.

Тел./факс: (017) 379 19 81

e-mail: kovcheg_info@tut.by

Instagram: kovcheg_info, Facebook: infoKOVCHEG

ISBN 978-985-884-006-8



9 789858 840068