

Академия наук Белорусской ССР
АНК "Институт тепло-
и массообмена им. А.В. Лыкова"

В.Н. Барыкин

К МЕХАНИЗМУ ИЗМЕНЕНИЯ ИНЕРЦИИ
АБЕЛЕВА КАЛИБРОВОЧНОГО ПОЛЯ
БЕЗ ОГРАНИЧЕНИЯ СКОРОСТИ

Препринт № 13

Минск 1991

УДК 530.12:530.145

Установлено, что спонтанное нарушение симметрии в классической электродинамике среда задает механизм изменения инерции поля. Он базируется на нелинейном представлении группы де Ситтера, индуцирующим два скалярных поля типа Хиггса, связанных с плотностью среды. Предложенная модель обобщает известную, расширяет ее границы, устанавливает диапазон применимости. Показано, что принцип постоянства скорости света является достаточным в неполной электромагнитной теории.

На данную работу получена положительная рецензия заведующего лабораторией Московского института проблем нефти и газа И.Володина.



АНК "Институт тепло- и массообмена
имени А.В.Лыкова АН БССР", 1991

Если действительно искать
правду и свет -
остальное приложится.

В. Свешников

Введение

При анализе калибровочных полей обычно ограничиваются вакуумной ситуацией, так как отсутствует последовательная схема обобщения их на физическую среду. Кроме этого, начиная с электродинамики, в теории принимается ограничение на скорость передачи взаимодействия. Из электродинамики теория калибровочных полей "наследует" также классическую теорию измерений, противоречащую квантово-механической природе поля. В отличие от механики мы не имеем в этой области знания механизма изменения инерции поля: перехода его "кинетической энергии" в "потенциальную" и обратно. При единстве описания электромагнитных и слабых взаимодействий все еще глубокая пропасть разделяет электромагнетизм и гравитацию.

Проведенный мною анализ показал, что во всех указанных задачах возможно согласованное продвижение вперед, если обобщить электродинамику движущихся свед в рамках модели спонтанного нарушения группы $SO(4,1)$, рассматриваемой, дополнительно к $U(1)$, в качестве внутренней симметрии системы. Изложение и обсуждение новых результатов, соответствующих такому подходу, составляет содержание представленной работы.

I. Аспекты классической калибровочной теории

Напомним стандартную схему конструирования локально-инвариантной калибровочной теории. Пусть $\mathcal{L}(\phi_k, \partial_\mu \phi_k)$ представляет собой лагранжиан глобально калибровочной теории. В этом случае

$$\mathcal{L}(\phi', \partial_\mu \phi') = \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi),$$

если поля преобразуются по представлению группы G в виде

$$\phi' = \Omega \phi, \quad \Omega = \text{const.}$$

Пусть $\Omega \neq \text{const}$. Тогда по числу генераторов группы G вводятся n векторных калибровочных полей A_μ^i . Они являются связностями главного расслоенного многообразия и преобразуются по закону

$$A'_\mu = \Omega A_\mu \Omega^{-1} - \frac{i}{g} (\partial_\mu \Omega^{+1}) \Omega^{-1}.$$

Из теории следует выражение для ковариантной производной

$$D_\mu \phi = (\partial_\mu - ig A_\mu^i T_i) \phi$$

и структура тензора напряженности калибровочных полей

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g f_{jk}^i A_\mu^j A_\nu^k,$$

$$F'_{\mu\nu} = \Omega F_{\mu\nu} \Omega.$$

Локально-инвариантный лагранжиан калибровочной теории

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi_k, D_\mu \phi_k) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F_i^{\mu\nu}$$

описывает взаимодействие полей A_μ^i с полями ϕ_k .

Уравнения Эйлера-Лагранжа задают из вариационного принципа динамику калибровочных полей

$$D_\mu F^{\mu\nu} = \partial_\mu F^{\mu\nu} - i g [A_\mu, F^{\mu\nu}] = j^\nu.$$

Поскольку

$$F_{\mu\nu} = \frac{i}{g} [D_\mu, D_\nu],$$

из тождества Якоби

$$[D_\mu [D_\rho, D_\sigma]] + [D_\rho [D_\sigma, D_\mu]] + [D_\sigma [D_\mu, D_\rho]] = 0$$

следуют равенства Бианки

$$D_\mu F_{\rho\sigma} + D_\rho F_{\sigma\mu} + D_\sigma F_{\mu\rho} = 0.$$

В частном случае электродинамики $G = U(1)$. Так как генератор группы один, имеем одно калибровочное поле A_μ . Поскольку имеем $f_{ijk} = 0$, тензор напряженности калибровочного поля задается выражением

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

Ковариантная производная

$$D_\mu = \partial_\mu - ie A_\mu.$$

Локально-инвариантный лагранжиан электродинамики имеет вид

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i \gamma D - m) \Psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}.$$

Уравнения Эйлера-Лагранжа для электромагнитного поля совпадают с вакуумными уравнениями Максвелла

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu, \quad \partial_{[\mu} F_{\rho\sigma]} = 0.$$

Их локальность обобщение на случай сяды определяется выбором вида взаимосвязи полей и индукций. Обычно используют связь

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \tilde{\chi}^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma},$$

в которой тензорная плотность веса + I находится из дополнительных соображений. То обстоятельство, что $\tilde{F}^{\mu\nu}$ является также тензорной плотностью, позволяет рассматривать уравнения Максвелла как единственные, так как они содержат в своей структуре полную систему общековариантных операторов в пространстве аффинной связности

Rot и Div .

Покажем, что уравнения электродинамики для среды можно интерпретировать как уравнения для пары вакуумных калибровочных полей на группе $U(1) \times U(1)$. Действительно, вакуумные уравнения Максвелла имеют вид

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{div } \vec{B} = 0,$$

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}, \quad \text{div } \vec{E} = \rho.$$

В общем случае, как известно из теории электромагнитных явлений, в среде поля \vec{D} и \vec{H} выражаются через поляризацию \vec{P} и намагниченность \vec{M} :

$$\vec{D} = \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{H} = \vec{B} - \vec{M},$$

где \vec{P} , \vec{M} нелинейно зависят от \vec{E} , \vec{B} и других характеристик. Тогда их можно переписать как систему $U(1)$ -абельской электродинамики вакуума

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\text{div } \vec{E} = \rho - \rho_*, \quad \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{c} (\vec{J} - \vec{J}_*)$$

со связями

$$\operatorname{div} \vec{P} = p_* , -\operatorname{rot} \vec{M} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \frac{1}{c} \vec{J}_*$$

Дополним их уравнениями

$$-\operatorname{div} \vec{M} = 0 , -\operatorname{rot} \vec{P} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} .$$

Последние будут выполняться тождественно, если $-\vec{M}$, \vec{P} образуют второй тензор напряженности калибровочного поля

$$P_{\mu\nu} = \frac{\partial B_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial B_\mu}{\partial x^\nu} .$$

При этом, согласно принятому подходу, мы имеем для свободных P , J и индуцированных P_* , J_* зарядов и токов одинаковые уравнения, что отражает очевидное единство их физической природы.

Поскольку для калибровочных полей выполняются тождества Бианки, мы можем использовать вариант описания электродинамики в среде, в котором изначально используются два самостоятельных тензорных поля A_μ и B_μ , связанные между собой. В этом случае центр тяжести проблемы конструирования полной системы уравнений передвигается на вопросы установления взаимосвязи полей и индукций. Такой подход, как будет установлено нами, оказывается полезным и содержательным.

2. К размерностной редукции в электродинамике

Будем следовать работам /I-3/. Рассмотрим свободную калибровочную теорию в многомерном пространстве $M = R \times G/H$, где $R^3 \times T^4$ - пространство общей связности, G , H - компактные группы Ли. Однородное пространство G/H назовем внутренним, R - внешним. Пусть γ_M есть метрика на M , χ - калибровочная группа. Собирающим $\langle \rangle$ - скалярное произведение в алгебре Ли группы χ (оно пропорционально T^4). Пусть $d\psi_M$ - элемент объема пространства M , построенный на метрике γ_M . Фактором величины λ константу связи.

Зададим действие

$$S = \frac{1}{\lambda^2} \int \langle F_{\hat{\mu}\hat{\nu}}, F^{\hat{\mu}\hat{\nu}} \rangle d\sigma_M,$$

$$F_{\hat{\mu}\hat{\nu}} = \partial_{\hat{\mu}} A_{\hat{\nu}} - \partial_{\hat{\nu}} A_{\hat{\mu}},$$

$$\hat{\mu}, \hat{\nu} = 0, 1, 2 \dots 3 + \dim G/H.$$

На пространстве M канонически действует группа G . Пусть калибровочные поля G - симметричны. Это означает, что для всех $g \in G$ существует $\tau_g(x) \in K$:

$$(0_g^* A)_{\hat{\mu}}(x) = (0_g)_{\hat{\mu}}^{\hat{\nu}} A_{\hat{\nu}}(0_g^{-1} x) = A \text{d} \tau_g^{-1}(x) A_{\hat{\mu}}(x) + \tau_g^{-1}(x) \partial_{\hat{\mu}} \tau_g(x).$$

В работах /I-3/ показано, что G - симметричные калибровочные поля, если их рассматривать как инвариантные связности, можно точно описать в терминах полей, заданных на пространстве R . Это обусловлено тем, что такие поля определяют гомоморфизм стационарной подгруппы H действия на M в калибровочную группу K , $\tau: H \rightarrow K$ и находятся во взаимно однозначном соответствии с парой A_μ , Φ , где $A_\mu(x)$, $\mu = 0, 1, 2, 3$ есть калибровочное поле на M_4 с калибровочной группой

$$C \in G = \{ C \in K, c\tau(h)c^{-1} = \tau(h), \forall h \in H \},$$

т.е. центрлизатор $\tau(H)$ в K .

Если метрика на M есть прямая сумма

$$\gamma_M = \gamma_{M^4} \oplus \gamma_{G/H}$$

и $\gamma_{G/H}$ - G инвариантная метрика на G/H , то можно регулировать действие, проинтегрировав по орбите G/H . Вводя базис η в виде $\{e_k\}$, ортонормированный в смысле скалярного произведения, индуцированного метрикой $\gamma_{G/H}$, действие регулированной теории запишется в виде

$$S^* = \frac{1}{\lambda^{12}} \int d^4x \left\{ \langle F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \rangle + 2 \sum_k \langle D_\mu \Phi(e_k), D^\mu \Phi(e_k) \rangle - V(\Phi) \right\}.$$

Понятно, с другой стороны, что за стандартным действием S^* для группы \mathbf{C} "скрывается" действие свободной калибровочной теории для группы \mathbf{K} в многомоментном пространстве $M = M_4 \oplus G/H$. Следовательно, поля Φ, A_μ и потенциал $V(\Phi)$ являются "следами" внутреннего пространства в четырехмерном пространстве-времени, с которым мы обычно имеем дело.

В частном случае, когда $\dim R = \dim G/H$, мы приходим к моделям припаянного многообразия, которое в последние годы стало использоваться при моделировании ряда физических явлений. Их анализ и библиография имеются в работе /4/.

3. Элементы калибровочной теории гравитации

В отличие от теорий внутренних симметрий, в которых геометрическая структура пространства-времени существует как внешняя конструкция, не связанная с калибровочными полями, в случае гравитации она полностью определяется соответствующими калибровочными потенциалами теории. В этом варианте главное расслоение не произвольно, а должно строиться как естественный пространственно-временной объект /5/.

Гравитационная теория в данном подходе понимается как динамика геометрической структуры пространства-времени. Она сложнее и богаче стандартных калибровочных теорий прежде всего потому, что базируется на нелинейных представлениях групп и реализует механизм спонтанного нарушения симметрии /6/.

В настоящее время выяснен ряд фундаментальных вопросов, на которые ранее ответа не было. Так, установлено, что в качестве калибровочной группы в теории гравитации необходимо использовать

$SO(4,1)$. Общекоординатные преобразования задают только свободу выбора атласа в базе расслоенного многообразия. Это обстоятельство позволило обобщить принцип относительности на случай расслоенного многообразия и обнаружить новые стороны принципа эквивалентности /6/. Двойственное решение получило в калибровочной теории гравитации вопрос о статусе метрики. В ней, с одной стороны, дает вклад спонтанное нарушение трансляционной симметрии, обусловленное редукцией $GA(4, R)$ до $GL(4, R)$. Тогда материальная

физические поля зависят только от точек базы M_4 , но не от точек слоя. С другой стороны, в метрику дает вклад редукция $GL(4, R)$ по группе Лоренца $SO(3,1)$ [5]. Последняя, как известно, определена с точностью до изоморфизма. В общем случае калибровочная теория гравитации приводит к многообразиям Римана-Картана, в котором источником кручения является спин [6], она допускает метрики, отличные от метрики Минковского.

Лагранжиан калибровочной теории гравитации зависит от тензора кручения и кривизны. Он содержит несколько феноменологических констант и обеспечивает расчетную модель, согласующуюся с экспериментальными данными, если [5]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{\ell^2}(R - 2\lambda_1) + \frac{1}{2\ell^2}Q_{\mu\nu}^a Q_a^{\mu\nu} + \frac{1}{8\lambda}R_{b\mu\nu}^a R_a^{b\mu\nu}.$$

Отметим, как строится нелинейное представление группы $SO(4,1)$. Согласно методу индуцированных представлений [7], форма связности преобразуется калибровочно-инвариантным способом посредством функций, нелинейно зависящих от скалярных полей, заданных на однородном пространстве G/H . В качестве H используется, например, группа $SO(3,1)$.

Зададим, например, для $G = SO(4,1)$ форму связности

$$\Omega = \begin{vmatrix} \tilde{\omega} & \tilde{\theta} \\ \tilde{\theta}^T & 0 \end{vmatrix}, \quad \tilde{\omega} \in SO(3,1), \quad \tilde{\theta} \in R^{1,3}, \quad \tilde{\theta}^T = \eta_{ab} \tilde{\theta}^b.$$

Указанное ее разбиение инвариантно относительно группы Лоренца, но под действием полных преобразований S_{10} , где

$$S = S_T S_L,$$

$$S_L = \begin{vmatrix} L & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad L - \text{лоренцевы вращения},$$

$$S_T = \begin{vmatrix} \delta_b^a + t^a t_b (1+t^4)^{-1} & , & t^a \\ t_b & , & t_4 \end{vmatrix},$$

поля $\tilde{\omega}$ и $\tilde{\theta}$ перемешиваются. Поэтому нельзя отождествить со связностью в касательном расслоении, а $\tilde{\theta}$ — с фун-

диментальной формой.

Для получения на базе M_4 геометрической структуры нужно перейти к нелинейному представлению G . В рассматриваемом случае $G = SO(4,1)$, $H = SO(3,1)$. Скалярные поля задаются на многообразии G/H , размерность которого совпадает с размерностью базового многообразия. Положим

$$A = \xi^{-1} \Omega \xi + \xi^{-1} d\xi = \begin{vmatrix} \Gamma_b^a & \theta^a \\ \theta_b & 0 \end{vmatrix},$$

где

$$\Gamma_b^a = \tilde{\omega}_b^a - (t^a D t_b - t_b D t^a) / (1 + t^4),$$

$$\theta^a = t^4 \tilde{\theta}^a + D t^a - t^a (d t^4 + \tilde{\theta}_b t^b) / (1 + t^4),$$

$$D t^a = d t^a + \tilde{\omega}_b^a t^b.$$

Под действием S имеем правильные законы преобразования

$$\Gamma' = L' \Gamma L'^{-1} + L' d L'^{-1}, \quad \theta' = L' \theta.$$

Укажем некоторые известные свойства пространства G/H . Если $G = SO(p, q)$, $H = SO(p-1, q)$, оно может быть представлено гиперболоидом

$$x_1^2 + \dots + x_p^2 - x_{p+1}^2 - \dots - x_{p+q}^2 = 1.$$

Инвариантный метрический тензор на этом гиперболоиде $g_{\alpha\beta}$ имеет вид

$$g_{\alpha\beta}(t) = g_{ik} \frac{\partial x^i}{\partial t^\alpha} \cdot \frac{\partial x^k}{\partial t^\beta},$$

где $\{x^i\}_{i=1}^{p+q}$ - декартовы координаты на пространстве Минковского $M^{p,q}$, в которое вложен гиперболоид, а t^α - любые "внутренние" координаты. Инвариантная метра определяется выражением $d\mu(t) = (\det g)^{1/2} \prod_{\alpha=1}^{p+q-1} dt^\alpha$.

4. К четырехмерной структуре уравнений электродинамики

Обычно четырехмерную форму уравнений Максвелла связывают с введением в физику псевдоевклидовой метрики Минковского. Суть этого обстоятельства, с одной стороны, в том, что тензоры $F_{mn}(\bar{E}, \bar{B})$ и $H^{ik}(\bar{H}, \bar{D})$ естественным образом выражаются через матрицы базиса четырехмерных вращений и образуют представление алгебры Клиффорда/8/. С другой стороны, взаимосвязь полей и индукций также определена как функция от метрики Минковского, так как тензор χ^{ikmn} выражается зависимостью

$$\chi^{ikmn} = 0,5 (\Omega^{im}\Omega^{kn} - \Omega^{in}\Omega^{km}), \quad \Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} [g^{im} + (\epsilon_{m-1}) u^i u^m].$$

Здесь $g^{im} = \text{diag}(1,1,1,1)$ - четырехметрика, u^i - четырехскорости, ϵ_m , μ - диэлектрическая и магнитная проницаемости.

Такое рассмотрение не является корректным. Действительно, в работах Картана /9/, Данцига /10/, Коттлера /11/ показано, что дифференциальные уравнения Максвелла в пространстве аффинной связности "нечувствительны" к четырехметрике g_{ij} и "не различают" связность без кручения. Из работ Скоутена /12, 13/ следует, что такими свойствами trivialно обладают структуры $\partial_{[k} F_{mn]}$ и

Div , заданные выражениями

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{s}^i.$$

При этом для корректного задания Div необходимо, чтобы величина \tilde{H}^{ik} являлась тензорной плотностью веса +I. Для тензора второго ранга H^{ik} это обстоятельство приводит к независимости Div от связности без кручения.

В силу указанных обстоятельств материальные уравнения для взаимосвязи полей и индукций задаются выражение:

$$\tilde{H}^{ik} = Y_0 \tilde{\Lambda} \chi^{ikmn} F_{mn}.$$

Здесь χ^{ikmn} - тензор четвертого ранга, $\tilde{\Lambda}$ - скалярная плотность, Y_0 - скалярная функция. Очевидно, что в общем случае структура χ^{ikmn} сложная и определяется из дополнительных соображений.

Указанные уравнения имеют общековариантный вид /14/ и в него му не позволяют без дополнительных предположений выбрать из совокупности допустимых невыраженных генономиях преобразований координат одну "выделенную" /8/.

Ситуация меняется, когда требование ковариантности заменяется требованием форминвариантности уравнений электродинамики. В этом случае, исходя из вакуумных уравнений теории Лоренца, получаем группу Лоренца /15/. Тогда для однородной изотропной среды, когда тензор χ^{ikm} имеет свойства тензора риманова пространства постоянной кривизны, имеем группу конформных преобразований /16/. Очевидно, что требование форминвариантности играет роль математического условия, посредством которого выбирается и определяется геометрическими свойствами подгруппа группы диффеоморфизмов.

Для каждого, кто даже поверхностно знаком с теорией калиброчных полей и расслоенных многообразий, представляется естественным предположение, что требование форминвариантности позволяет найти группу внутренней симметрии уравнений. Вопрос о ее использовании и функциях на этом этапе остается открытым.

Объединим это предположение с указанный информацией о структуре уравнений электродинамики. Поступим следующим образом. Заметим, что ньютоновское пространство $R^3 \times T^1$ также является многообразием в другой связности. Когда мы работаем с векторами уравнениями Максвелла, такое многообразие используется в изыске естественно. Удобство его использования заключается в возможности исследования электродинамических явлений в модели абсолютного времени и абсолютных трехмерных пространственных величин. Попытаемся систематически работать именно в этом многообразии. Ганее было показано, что в этом случае возможно последовательное описание физических явлений электродинамики, если в нее дополнительно ввести новую скалярную характеристику, называемую отношением /8, Г7/. Задача уравнений Максвелла в четырехмерном виде сохраняет структуру пространственно-временного многообразия, так как здесь меняется только "гор". Тензор χ^{ikm} , связывающий поля и индукции, в этом случае "гладится" в $R^3 \times T^1$. С его помощью "игры" я физические условия, в которых находятся электромагнитное поле. Выбирая, ссылаясь с моделью явлений, становится основной задачей при решении новых сложных конкретных ситуаций.

5. Учет скорости движения источника излучения

При использовании уравнений Максвелла совместно с материальными уравнениями Минковского мы получаем зависимость скорости поля от скорости среды. В нерелятивистском приближении она имеет вид

$$\tilde{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\tilde{r}}{k} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \tilde{u}_m.$$

Поскольку скорость среды \tilde{u}_m входит в соотношение между полями и индукциями, примем предположение, что зависимость скорости поля от скорости источника нужно учесть аналогичным образом.

Чтобы реализовать это в модели, учтем, что физическая среда является вторичным источником электромагнитного поля. Проведем обобщение материальных уравнений, полагая, что вместо \tilde{u}_m в уравнения войдет величина \tilde{u}_{in} , задающая кинематическую характеристику инерции электромагнитного поля. Тогда в "плотной" среде $\tilde{u}_{in}|_{\rho=0} = \tilde{u}_m$. В вакууме, когда среда отсутствует, инерция поля может изменяться только за счет гравитации. Исключим этот фактор, полагая, что гравигационные поля "малы". Тогда при $\rho=0$ имеем

$$\tilde{u}_{in}|_{\rho=0} = \tilde{u}_{fs},$$

где \tilde{u}_{fs} — скорость первичного источника.

Найдем зависимость

$$\tilde{u}_{in} = \tilde{u}_{in}(\tilde{u}_{fs}, \tilde{u}_m, \rho),$$

полагая, что для этого пригодно "релятивистическое уравнение"

$$\frac{d\tilde{u}_{in}}{d\rho} = -P_0 (\tilde{u}_{in} - \tilde{u}_m).$$

Информация, изначально заложенная в него, заключается в том, что величина \tilde{u}_{in} рассматривается как самостоятельная общесредовая характеристика инерционных свойств электромагнитного поля, способная из-за взаимодействия со средой "реакцию борьбы" к излучению, равной скорости движения среды \tilde{u}_m .

Величина ρ_0 играет роль "времени релаксации". Ее следует находить из дополнительных соображений, которые проясняются, когда известна структура зависимости \bar{u}_{in} от \bar{u}_{fs} и \bar{u}_m .

Используем в качестве величины ξ плотность среды ρ/ρ_0 . Тогда, с учетом указанных допущений, получим зависимости

$$\bar{u}_{in} = (1 - w) \bar{u}_{fs} + w \bar{u}_m,$$

$$w = 1 - \exp \left[- \rho_0 \frac{\rho}{\rho_0} \right].$$

Поскольку в оптическом диапазоне длин волн $\frac{\rho}{\rho_0} \sim (n-1)$, имеем

$$w = 1 - \exp [-Q_0(n-1)].$$

Будем считать, что атмосфера при нормальных условиях является плотной по характеристике w средой. Тогда $Q_0 \approx 7 \cdot 10^4$.

Следовательно, из предложенного уравнения следует как зависимость \bar{u}_{in} от \bar{u}_{fs} и \bar{u}_m , так и от w , названной иной ранее относением, так как эта характеристика задает условия, в которых находится поле. Тогда

в вакууме $\rho = 0$, $n = 1$, $w = 0$;

в изарекенной среде $\rho < \rho_K$, $n < n_K$, $w < 1$;

в плотной среде $\rho > \rho_K$, $n > n_K$, $w = 1$.

Заметим, что указанное обобщение само по себе еще не дает зависимости скорости потока в вакууме от скорости источника. Действительно, если использовать материальные уравнения Мinkовского, то это можно так. Ситуация принципиально меняется, когда тензор четвертого ранга χ_{ikml} , связывающий поля и индуциции, определен с учетом гравиационной структуры "метрического" тензора, не имеющего псевдоевклидову структуру

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, A(x, y, z, t)).$$

Однако это чрезвычайно упрощает формулы для представления величин

$$A(x, y, z, t) = w \sigma(x, y, z, t).$$

В частности, итогово проанализирован случай, когда /18/

$$\chi^{ikm} = 0,5 (\Omega^{im}\Omega^{kn} - \Omega^{in}\Omega^{km}),$$

с тензором

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} [g^{im} + \left(\frac{\epsilon \mu}{w} - 1 \right) u^i u^m],$$

где $g^{im} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$. Если тензорная плотность задается через \sqrt{g} , то величины ϵ , μ являются скалярами.

Модель, заданная в многообразии $R^3 \times T^1$, в которой проведено нелинейное по w обобщение материальных уравнений электродинамики, причем скорость источника вошла во взаимосвязь полей и индукций, получена ранее итогово в период с 1982 по 1990 год и будет рассматриваться как основная.

Векторные уравнения абелева калибровочного поля в среде име-
ют вид

$$\nabla \otimes \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \otimes \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = 4\pi \rho,$$

$$\vec{D} + w \left[\frac{\vec{u}}{c} \times \vec{H} \right] = \epsilon \left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} \right] \right),$$

$$\vec{B} + w \left[\vec{E} \times \frac{\vec{u}}{c} \right] = \mu \left(\vec{H} + \left[\vec{D} \times \frac{\vec{u}}{c} \right] \right),$$

$$\vec{u} = (1-w) \vec{u}_{fs} + w \vec{u}_m,$$

$$w = 1 - \exp [-Q_0(n-1)].$$

Понятно, что они допускают запись в общековариантном виде.
 Внутренняя симметрия, которую мы условились связывать с требованием форминвариантности, при фиксированном значении w задается однопараметрическими преобразованиями Пинчевского-Франка-Ротта

$$x' = \frac{x - vt}{(1 - wv^2/c^2)^{1/2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - xw/c^2}{(1 - wv^2/c^2)^{1/2}},$$

где v - параметр, который можно интерпретировать как скорость относительного движения инерциальных систем координат. При $w=0$ уравнения используемой нами модели форминвариантны относительно группы Галилея, при $w=1$ - относительно группы Лоренца. Если величина w переменна, можно говорить о классе физических условий, когда группа Галилея дополняет группу Лоренца.

Из дисперсионного уравнения для электромагнитного поля получаем в нерелятивистском приближении следующее выражение для групповой скорости:

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + (1 - \frac{w}{n^2}) [(1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m].$$

В вакууме $w=0$ и имеет место зависимость скорости поля от скорости источника, в разреженной среде эта зависимость сложна, в плотной среде, когда $w=1$, приходим к известной формуле Френеля.

Заметим, что поле физической среды, в частности, выполняет производительное измерительное устройство - систему отсчета. Поэтому для описания взаимодействия с ней необходимо и достаточно использовать предложенную поэтапную систему уравнений. Взаимодействие поля со средой в этом случае позволяет установить закономерности взаимодействия с системой отсчета и гравитационное явление, причем $w=0$ соответствует ситуации, когда поле с системой отсчета не взаимодействует, уявление $w=1$ устанавливает конечную стадию "перехода" состояния в зону действия из "стационарного устройства". Такой возможностю пользуются в квантовой теории поля, в которой приняты во внимание все физические факторы, характеризующие относительные движения.

Преобразуем используемое релаксационное уравнение. Выразим

$$d\dot{x}^k = \epsilon_p^k d\dot{x}_{(in)}^p, \quad d\dot{x}_{(m)}^j = \sigma_{(m)p}^j d\dot{x}_{(in)}^p.$$

Получим связь

$$\frac{d^2 x_{(in)}^j}{dt^2} + B_{pq}^j \frac{dx_{(in)}^p}{dt} \frac{dx_{(in)}^q}{dt} = 0,$$

где величина

$$B_{pq}^j = \rho_0 \frac{\partial \rho}{\partial x^k} \epsilon_p^k (\delta_q^j - \epsilon_{(m)q}^j)$$

определяет кручение.

Очевидно, что B_{pq}^j может быть использована как характеристика неголономности рефера для системы отсчета.

Умножим релаксационное уравнение на массу инерции поля, равную

$$m = N \hbar \omega / c^2,$$

где N - число квантов в единице объема, ω - частота поля в собственной системе отсчета. Мы обнаруживаем возможность его интерпретации в форме динамического уравнения Ньютона и обобщения

$$\frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{\vec{u}}{\omega} \frac{d\omega}{dt} = -\rho_0 \frac{d\vec{\xi}}{dt} (\vec{u} - \vec{u}_m).$$

Заметим, что обобщение материальных уравнений Максвелла может быть получено также другим путем. Во-первых, используем, исходя из тензорной записи связи между полями и индукциями для покоящихся изотропных сред, метрику Гамма

$$\hat{\Omega}^{ab} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \text{diag}(1, 1, 1, \epsilon\mu).$$

В случае $\mu = 1$, $\epsilon = 1$ она переходит в метрику Минковского. Во-вторых, для общего случая находим

$$\Omega^{kn} = H_a^k H_b^n \hat{\Omega}^{ab}.$$

Значение H_a^k установим из дополнительных предположений.

6. Внутренняя кинематическая характеристика инерции

При анализе согласованного изменения скорости электромагнитного поля и его "внутренних параметров": частоты ω , волнового вектора \vec{k} — мы приходим к заключению, что дисперсионное уравнение, построенное по скорости \vec{u}_{in} и достаточное для нахождения фазовой $\sigma_\varphi = \omega/k$ и групповой $\sigma_g = \partial\omega/\partial\vec{k}$ скоростей поля, должно быть дополнено связями между \vec{k} и ω .

Примем предположение, что их можно найти, опираясь на структуру расслоенного многообразия. Используем известную подсистему объектов связности

$$\Gamma_i^{\alpha'} = x_i^{\alpha} (-y_i^{\alpha'} + y_{\alpha}^{\alpha'} \Gamma_i^{\alpha}),$$

$$\Gamma_{\beta'k}^{\alpha'} = y_{\alpha}^{\alpha'} y_{\beta'k}^{\alpha} + y_{\alpha}^{\alpha'} y_{\beta}^{\beta} x_k^{\alpha} \Gamma_{\beta k}^{\alpha} + y_{\alpha}^{\alpha'} y_{\beta'k}^{\alpha} x_k^{\alpha} (y_k^{\gamma} - y_{\gamma}^{\gamma} \Gamma_k^{\gamma}).$$

Здесь заданы координаты x^k на базе и y^{α} на слое, а также их взаимосвязь

$$x^k = x^k(y), \quad y^{\alpha} = y^{\alpha}(y, x^k).$$

Потребуем, чтобы компоненты $(\Gamma_{\beta}^{\alpha})_k$ определяли связность с законом преобразования

$$B'_k = \Omega B_k \Omega^{-1} + (\partial_k \Omega) \Omega^{-1}.$$

Рассмотрим частный случай, когда

$$(\pi_{\beta'}^{\alpha'})_k = y_{\alpha}^{\alpha'} y_{\beta'k}^{\alpha} x_k^{\alpha} (y_k^{\gamma} - y_{\gamma}^{\gamma} \Gamma_k^{\gamma})$$

обращается в нуль из-за условия

$$y_k^{\gamma} - y_{\gamma}^{\gamma} \Gamma_k^{\gamma} = 0.$$

Это возможно в отображении

$$\Gamma_k^{\gamma} = y_k^{\gamma} = \partial y^{\gamma} / \partial x^k.$$

В этом случае имеем нековариантное условие $\Gamma_{i1}^{\alpha'} = 0$.

Определим векторное поле

$$\theta^d = dy^d + \Gamma_K^d dx^K = 2 \Gamma_K^d dx^K.$$

Чтобы считать, что "внутренняя динамика" $U(1)$ калибровочного поля реализуется при условии

$$\theta^d = \text{const.}$$

Пусть

$$\Gamma_K^d = \sigma b^d \omega_K,$$

где b^d - фиксированный четырехвектор, σ - скаляр. Пусть

$$b^d = b \delta^d.$$

Тогда имеем соотношение

$$a \omega_K dx^K = \text{const.}$$

Сложим величины ω_K с компонентами волнового вектора, занесенного в псевдоевклидовом пространстве

$$\omega_K = \hat{g}_{K\ell} \omega^\ell.$$

Рассмотрим "внутренний" интервал, спроектированный на базу

$$ds = (\hat{g}_{K\ell} dx_\xi^K dx_\xi^\ell)^{1/2},$$

и выберем величину a следующим образом:

$$a = (ds)^{-1}.$$

Получим условие

$$\frac{\omega - \vec{K} \vec{u}_\xi}{(1 - \vec{w}_\xi \vec{u}_\xi^2/c^2)^{1/2}} = \text{const.}$$

В частном случае ($W=1$, $\bar{u}_\xi = \bar{u}_{in}$) оно использовалось ранее при решении граничных задач электродинамики. Понятно, что физическая содержательность предложенного обобщения может быть подтверждена лишь из сопоставления расчетных данных с экспериментальными.

Найдем выражения для \bar{u}_ξ , W_ξ , используя для "внутренней" кинематической характеристики инерции уравнение

$$\frac{d\bar{u}_\xi}{d\varphi} = Q_0 (\bar{u}_\xi - \bar{u}_{fs}),$$

где \bar{u}_{fs} - скорость движения источника излучения. Функция φ должна быть найдена из дополнительного анализа.

Ищем решение в виде

$$\bar{u}_\xi = \bar{u}_{fs} + a(\varphi) \bar{u}_m,$$

где \bar{u}_m - скорость движения среды. Пусть при $\varphi=0$ имеем $a(\varphi)=0$. Тогда получаем частное решение

$$a(\varphi) = W_\xi = \exp \left[-Q_0 \varphi_0 \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0} \right) \right].$$

Будем рассматривать величину W_ξ как характеристику полноты связей электромагнитного поля со средой. Если эти связи "не используются", имеем $\varphi=0$, в случае их максимального "раскрытия" $\varphi=\varphi_0$. В отсутствие физической среды имеем $\rho=0$, $W_\xi=0$, если среда разреженная, то $0 < W_\xi < 1$, в "плотной" среде при $\rho \geq \rho_k$ получим $W_\xi=1$. Заметим, что границы изменения W и W_ξ у нас одинаковые, однако в общем случае $W \neq W_\xi$.

Физическая мотивировка введений "внутреннего" отношения W_ξ заключается в стремлении сохранить скорость \bar{u}_{fs} в формулах для эффекта Допплера и aberrации. Сделать это посредством величины u_{in} нельзя, так как механизм ее изменения направлен на исключение скорости \bar{u}_{fs} . Ситуация выглядит так: с кинематической точки зрения \bar{u}_{fs} желательно исключить, с динамической точки зрения \bar{u}_{fs} желательно сохранить. Это противоречие является главной движущей силой предложенного варианта. Оно логически непротиворечиво, так как величины W , u_{in} относятся к "внешней" части поля, а величины W_ξ , \bar{u}_ξ - к "внутренней". Понятно, что на данном сложном пути это лишь первый шаг, но он интересен.

7. Динамика aberrации и поперечного эффекта Доплера

Пусть излучение частоты ω_0 с волновым вектором K_0 распространяется в системе координат SK , покоящейся относительно Земли. Пусть источник излучения движется со скоростью \bar{u}_{fs} в вакууме. Требуется, исходя из предложенной модели электромагнитных явлений, установить закон изменения частоты и волнового вектора по мере приближения излучения к поверхности Земли и дать кинематическую интерпретацию происходящего изменения величин. Пусть $\bar{u}_m = 0$, $K_{y0} = 0$. Будем считать, что изменения величин мало на расстояниях порядка длины волны.

Используем дисперсионное уравнение, которое в этом случае имеет следующий вид:

$$c^2 k^2 - w \omega^2 = \Gamma_{in}^2 (\epsilon_M - w) (\omega - K \bar{u}_{in})^2.$$

Неизвестных в рассматриваемой задаче K_x , K_z , ω больше, чем уравнений. По этой причине используем дополнительные условия. Так, будем считать, что компонента K_z волнового вектора меняется пропорционально показателю преломления

$$K_z = K_{z0} n.$$

Используем также дополнительно кинематический инвариант вида

$$\mathcal{J}_\omega = (\omega - K \bar{u}_\xi) / (1 - w u_\xi^2 / c^2)^{1/2}$$

для учета внутренних степеней свободы электромагнитного поля. Ранее аналогичное выражение использовалось в решении граничных задач /19/. Для величины \bar{u}_ξ получим выражение

$$\bar{u}_\xi = \bar{u}_{fs} + w_\xi \bar{u}_m,$$

обоснование которого было дано выше. Пусть для простоты $w_\xi = w$.

Поскольку предполагается, что \mathcal{J}_ω сохраняется на траектории распространения излучения и, кроме того, $(K_0 \bar{u}_\xi) = 0$, то имеем связь $\omega = \omega_0 (1 - w u_\xi^2 / c^2)^{1/2} + K \bar{u}_\xi$.

С учетом принятых допущений получаем полную систему уравнений:

$$c^2 k_x^2 - w \omega^2 = \Gamma_{in}^2 (\epsilon_M - w) (w - \bar{k} \bar{u}_{in})^2,$$

$$\omega = \omega_0 (1 - u_s^2/c^2)^{1/2} + \bar{k} \bar{u}_s,$$

$$k_z = k_{z0} n.$$

Найдем зависимость ω , k_x через ω_0 , k_{z0} . Назовем эту связь решением уравнений электродинамики в Фурье-пространстве.

A/ Случай малых скоростей

Преобразуем, с точностью до $(u_{fs}/c)^2$, дисперсионное уравнение к виду

$$A k_x^2 + B k_x + P = 0.$$

Его коэффициенты равны:

$$A = 1 - a u_{fs}^2/c^2, \quad a = w + \epsilon_M w^2 - w^3,$$

$$B = w \frac{\omega_0}{c} \frac{u_{fs}}{c} b, \quad b = 1 + \epsilon_M - w,$$

$$P = \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{u_{fs}^2}{c^2} q, \quad q = w^2 - 2w^3 + w^4 + 2w^2 \epsilon_M - w^3 \epsilon_M.$$

В пределах установленной точности коэффициенты a , b , q рассчитаны при условии $\epsilon_M = 1$.

Анализ свидетельствует в пользу выбора одного из двух решений квадратного уравнения для w . Введем

$$\hat{\Phi} = w [(2 - w) + (1 - w)^{1/2}].$$

Получим квадратное уравнение от w

$$K_x = \hat{\Phi} \frac{\omega_0}{c} \frac{u_{fs}}{c}.$$

Угол aberrации определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{K_x}{K_z} = \frac{u_{fs}}{c} \hat{\Phi}.$$

Для связи начальной ω_0 и новой частоты ω устанавливаем закон

$$\omega = \omega_0 \left[\left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2} \right)^{1/2} + \hat{\Phi} \frac{u_{fs}^2}{c^2} \right].$$

Проанализируем полученные выражения. Вдали от поверхности Земли плотность ρ на высоте H мала и $w=0$. имеем начальное условие

$$K_x = 0, K_z = -\frac{\omega_0}{c}, \omega = \omega_0.$$

При распространении излучения к поверхности Земли функция $\hat{\Phi}$ непрерывно меняется от нуля до единицы. Соответственно непрерывно меняются величины w , K_x , ω . При $w=1$ имеем

$$K_x = \frac{\omega_0 u_{fs}}{c}, \omega = \omega_0 / \left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2} \right)^{1/2}.$$

Эти значения получены ранее в специальной теории относительности. Если здесь физические параметры, в соответствии со схемой описания взаимодействия излучения со средой, получаются как следствия закона их изменения из-за динамики процесса перехода излучения из одного состояния в другое, это обстоятельство является новой "чертой" модели, не "достижимой" ранее. В стандартном классическом подходе измеренные на опыте значения называют класс эквивалентных величин, связь между которыми задается группой Лоренга. В рассматриваемом случае ситуация сложнее: мы видим, что если нас интересует не сам динамический процесс изменения параметров поля, а только его результат, то его можно получить без математики — это доказательство, пересчитав параметры поля с помощью группы Лоренга, и искажения динамики которого эта она испытала последним тезо-подном получится.

Указанное расхождение старого и нового подходов очевидно. Специальная теория относительности как теория кинематического типа исчерпала себя и на ее месте создана динамическая теория изменения инерции баллистического и либраторического поля. Она позволила заметить более тесную связь механики и электродинамики, а также увязла принципы старого подхода, безусловно интересного и полезного, но ограниченно верного в силу недостаточного учета всех факторов -ности физических условий. Выход за пределы кинематического подхода естественным образом снимает ограничения на скорость поля.

Продолжим теперь вопрос об изменении инерционных свойств звезд громагнитного поля. В рассматриваемом случае для групповой скорости поля имеем взаимосвязь

$$\bar{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\bar{R}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) \left(1 - w\right) \bar{u}_{fs} .$$

Сравним поведение частоты ω и групповой скорости \bar{v}_g . Мы видим, что с ростом плотности среды скорость поля уменьшается, а частота его растет. При этом изменение частоты из конечной стадии процесса имеет величину

$$\hbar(\omega - \omega_0) = 0,5 \frac{\hbar \omega_0}{c^2} u_{fs}^2 .$$

Введем в рассмотрение динамическую характеристику инерции поля, используя утверждение А. Эйнштейна о взаимосвязи массы и энергии. Определим массу инерции области, движимой полем, выражением

$$m_{in} = \frac{E_o}{c^2} = \frac{N \hbar \omega_0}{c^2} .$$

Тогда, очевидно, полученная выше взаимосвязь допускает следующую "механическую" интерпретацию: в процессе взаимодействия поля со средой его кинетическая энергия, описываемая дифференциалом источника со скоростью \bar{u}_{fs} , переходит в потенциальную энергию поля, зависящую от него.

Б) Другие большие скорости

Другая скорость \bar{u}_{fs} бывает вспомогательной в вакуме. В этом случае стационарная теория поперечного аксиального Допплера дает бесконечно большое значение частоты, когда $\bar{u}_{fs} \rightarrow c$. Это

обстоятельство непонятно с физической точки зрения, более естественно ожидать конечной трансформации частоты поля.

Учтем, что соотношения, полученные в случае малых скоростей, отвечают идеализированной ситуации, когда коэффициенты a, b, q рассчитываются при $\epsilon_M = 1$. Исправим их с учетом больших скоростей. Найдем ω и K_x (при $W = 1$), соответствующие некоторому значению $n = 1 + Q$. В частности, для газа при $\rho = \rho_h$ будет $Q = G \lambda$. Так как $Q \geq 3 \cdot 10^{-4}$, имеем

$$CK_x = n \omega_0, \bar{u}_{in} = 0.$$

Последуемая система уравнений записывается в виде

$$c^2 K^2 = n^2 (\omega^2 - \omega_0^2), \quad \omega = \omega_0 \left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} + \frac{n}{c} u_{fs} \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}.$$

Отсюда получаем квадратное уравнение для частоты

$$\omega^2 - 2\omega \omega_0 \sigma \left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} + \omega_0^2 \sigma \left(1 + \frac{u_{fs}^2}{c^2} \Psi\right) = 0,$$

где

$$\sigma = \left[1 - u_{fs}^2 (1 + \Psi) / c^2\right]^{-1}, \quad \Psi = 2Q + Q^2.$$

Его решение

$$\omega = \omega_0 \sigma \left[\left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} - \frac{u_{fs}^2}{c^2} \Psi^{1/2} (1 + \Psi)^{1/2} \right]$$

не имеет особенности при $u_{fs} = c$. Так,

$$\omega^* = \lim_{u_{fs} \rightarrow c} \omega = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{\Psi}\right)^{1/2}.$$

Полученные результаты качественно отличаются от предсказаний специальной теории относительности. Заметим, что величину Ψ следует находить из опыта, потому что мы рассмотрен идеализированный случай.

Конечно, желательно найти экспериментальное подтверждение полученным результатам. В настоящее время, к сожалению, это можно сделать с относительно чебольшими затратами.

8. К реализации спонтанного нарушения симметрии

В квантовой теории калибровочных полей традиционно разлагаются физический и математический аспекты проблемы спонтанного нарушения симметрии.

С физической точки зрения нарушение симметрии обусловлено неполнотой исходной модели. Чтобы устранить этот недостаток, вводятся внешние классические поля, которые взаимодействуют с исходными. Указанные вспомогательные поля Хиггса-Годдоуна пока не имеют однозначной физической интерпретации и экспериментального подтверждения. Однако они полезны, так как, в частности, на этой основе построена единая теория электромагнитных и слабых взаимодействий. В рамках классической квантовой теории причина неполноты калибровочной теории усматривается в сложности физического вакуума. Мы не вправе рассматривать его как бесструктурное состояние с нулевыми физическими характеристиками. Нарушение симметрии названо спонтанным для выражения сложившейся физической идеологии, что возможен случайный, спонтанный переход полей Хиггса-Годдоуна из "неравновесного" в "равновесное" стационарное состояние. Считается, что именно этот механизм обеспечивает появление массы у калибровочного поля.

Для математического моделирования спонтанного нарушения как глобальной, так и локальной симметрии достаточно ввести соответствующие поля Годдоуна и Хиггса как внешние. В этом случае лагранжиан \mathcal{L} зависит от материальных, калибровочных и дополнительных G полей с собственным лагранжианом \mathcal{L}_G . Понятно, что здесь существенную роль играют индивидуальные особенности конкретной системы. Другой вариант, тесно связанный с первым, базируется на построении нелинейного представления спонтанно нарушенной группы симметрии G . По подгруппе $H \in G$ строится множество "унитов", определенных в фактор-пространстве G/H . В пространстве представления V подгруппы H задаются тензоры и геометрические единицы, используемые в модели. В частности, нелинейно зависит от G связность глобального пространственного многообразия, в котором описывается явление.

Следует к рассмотренной на лекции расширению излучения на волны в районе Ренни. Там видим, что на всей трассе

распространения поясстель преломления и незначительно отличается от единицы. Мы имеем фактически вакуумную ситуацию. Однако введением новой характеристики

$$W = 1 - \exp[-Q_0(n-1)]$$

снимает вырождение состояния "вакуума". Физическим фактором нарушения симметрии является изменение плотности среды. Поэтому в соответствии со стандартной схемой мы вправе рассматривать W как некий аналог скалярного поля Хиггса.

В нашем случае, когда взаимосвязь полей и индуциций представлена тензором четвертого ранга χ^{ikmn} , имеющим свойства риманова тензора постоянной кривизны, его симметрия задается группой де Ситтера $SO(4,1)$. Раконтальной компактной подгруппой в ней является группа Лоренца $SO(3,1)$. Поэтому определено фактор-пространство $P = SO(4,1)/SO(3,1)$, $\dim P = 4$. Зададим скалярное поле W в нем.

Построим индуцированное представление $SO(4,1)$, используя нелинейную зависимость тензора χ^{ikmn} от ε, μ, u^i, W . Для удобства записи и повторную взаимосвязь

$$\bar{D} + W [\bar{\beta}_{in} \times \bar{H}] = \varepsilon (\bar{E} + [\bar{\beta}_{in} \times \bar{B}]), \quad \bar{B} + W [\bar{E} \times \bar{\beta}_{in}] = \mu (\bar{H} + [\bar{D} \times \bar{\beta}_{in}]).$$

Сделав полиномию по W .

Покажем, что предложенный аналог скалярного поля Хиггса позволяет дать новую интерпретацию механизму образования массы тяготения элемента калиброродного поля. Действительно, мы ввели ранее массу энергии поля m_{in} . Она существует всегда, когда есть энергия. Заметим, что выражение для кинетической характеристики гибридции допускает преобразование

$$\bar{u}_{in} = (1-W) \bar{u}_{is} + W \bar{u}_m = \frac{m_{in}(1-W) \bar{u}_{is} + m_{in} W \bar{u}_m}{m_{in}(1-W) + m_{in} W}.$$

Назовем $m_g = W m_{in}$ массой тяготения, а единицу $m_e = (1-W)m_{in}$ - характеристическую массой. Тогда при отсутствии связи $W=0$ и потому $m_g=0$. И только в гибридной структуре можно определить эквивалентность А. Эйнштейна, что $m_{in}=m_g$.

9. К единству описания электромагнетизма и гравитации

Будем исходить из уравнений электродинамики Максвелла, заданных в римановом пространстве с метрикой Ω_{kn} :

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + R_m^p A_p = -j_m, \quad \Omega^{kn} \nabla_k A_n = 0,$$

где A_m, j_m - четырехпотенциал и четырехток соответственно, R_m^p - тензор Риччи, ∇_k - ковариантная производная по Ω_{kn} .

Представим A_m, j_m в виде

$$A_m = a \chi^q F_{qm}, \quad j_m = b \chi^q T_{qm},$$

где χ^q - система линейно независимых векторов. Получим

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n F_{qm} + R_m^p F_{pq} = -\frac{b}{a} T_{qm},$$

$$\Omega^{kn} \nabla_k F_{qn} = 0.$$

Ограничимся случаем, когда $F_{qm} = F_{mq}$. Пусть аналогичные условия выполняются и для T_{qm} .

В римановом пространстве постоянной кривизны получим уравнения релятивистской теории гравитации А.А. Логунова.

$$(\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n + R) \varphi_{pq} = -\frac{b}{a} \rho_{pq}, \quad \Omega^{kn} \nabla_k \varphi_{qn} = 0.$$

Заметим, что полученные уравнения в случае $a \neq b$ допускают скорости как больше, так и меньше скорости света в вакууме. Понятно, что теперь теория гравитации представлена системой четырех взаимосвязанных полей электромагнитного типа, что облегчает ряд задач. Единство гравитации и электромагнетизма проявляется здесь в том, что в обоих случаях калибровочной группой является $U(1)$.

В силу предложенной взаимосвязи A_m и F_{qm} возникает и предположение о возможности описания внутренней структуры электромагнитного поля, в частности фотонов, посредством уравнений гравитации. Успех на этом пути означал бы, что фотон "делается" ею.

10. Пространство-время абелевой калибровочной теории

Рассмотрим расслоенное многообразие, базой которого является $R^3 \times T^1$, а типовым слоем - однородное пространство G/H , где G - группа де Ситтера, H - группа Лоренца. Размерности базы и слоя одинаковы.

Введем координаты x^K на базе и y^α на слое. Пусть

$$x^{K'} = x^K(x^K), \quad y^{\alpha'} = y^\alpha(y^\alpha, x^K).$$

В каждой точке x, y имеем касательное пространство, в котором заданы линейно независимые операторы

$$X_i = \frac{\partial}{\partial x^i}, \quad Y_\alpha = \frac{\partial}{\partial y^\alpha}$$

и кокасательное пространство с базисом (dx^i, dy^α) .

Следуя работе [20] введем в многообразии полную систему объектов связности:

$$\Gamma_{jk}^{di} = y_\alpha^d y_{jk}^\alpha + y_\alpha^{d'} y_{jk}^\beta x^K_{jk} \Gamma^K_\alpha + y_\alpha^{d'} y_{jk}^\gamma x^K_{jk} (y^K_\gamma - y^K_\alpha \Gamma^K_\alpha),$$

$$\Gamma_{ij}^{di} = x_i^j (-y_i^{d'} + y_\alpha^{d'} \Gamma_\alpha^d),$$

$$\Gamma_{jk}^{di} = x_i^j (x_{jk}^i + x_j^k x^K_{jk} \Gamma^K_i),$$

$$C_{\beta\gamma}^{di} = y_\alpha^d (y_{\beta\gamma}^\alpha + y_{\beta\gamma}^\beta y_\gamma^\gamma C_{\beta\gamma}^\alpha),$$

$$C_{jk}^{di} = x_i^j x_j^k y_\alpha^d C_{jk}^i.$$

При отображении касательного пространства элемент $x+dx, y+dy$ на касательное пространство исходного элемента x, y связность определяется через

$$\omega_J^i = \Gamma_{jk}^i dx^K + C_{jk}^i \theta^K, \quad \omega_\beta^\alpha = \Gamma_{jk}^\alpha dx^K + C_{jk}^\alpha \theta^K.$$

Инвариантный корректор определяется выражением

$$\theta^\alpha = dy^\alpha + \Gamma_k^\alpha dx^k.$$

Если он приравнивается нулю, имеем горизонтальные лифты в расслоении. В этом случае объекты связности $C_{\beta\gamma}^\alpha$, C_{jk}^α не используются при анализе физических ситуаций.

Заметим, что исключение расслоенного пространства-времени является необходимой чертой абелевской калибровочной теории. Рассмотрим стандартный лагранжиан теории

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{mn} H^{mn}.$$

Он не изменяется, если тензоры F_{mn} , H^{mn} трансформируются группой ортогональных преобразований, например $SO(N)$.

В рассматриваемом нами случае риманова пространства постоянной положительной кривизны, используемого для взаимосвязи полей и индукций электромагнитного поля, группа его движений есть $SO(4,1)$. Эта подгруппа $SO(N)$ поэтому является внутренней для указанного лагранжиана и выделяет класс физических условий. С другой стороны, именно $SO(4,1)$ конструктивно описывает гравитационные объекты в калибровочной теории гравитации. Требуя единого описания инерционных и гравитационных явлений, мы вправе использовать $SO(4,1)$ как внутреннюю симметрию калибровочной теории.

По этой причине естественным образом возникает главное расслоенное многообразие со слоем — группой G . Группа "проявляет себя" в базе, роль которой может играть произвольное пространство-время, в частности модель $R^3 \times T^1$ или M^4 , через два типа характеристик. С одной стороны, появляется "внутренняя" связность, задаваемая в базе посредством дифференциальной 1-формы со значениями в алгебре Ли группы G . При модификации слоя она преобразуется в соответствии со стандартными законами. В случае $U(1)$ -калибровочной теории для среды динамические уравнения поля "нечувствительны" к выбору связности без кручения. По этой причине можно сосредоточить внимание только на четырехмертике, внутренним образом индуцированной группой $SO(4,1)$. Если изначально работать в многообразии $R^3 \times T^1$, в котором четырехмертики нет, то ее появление в уравнениях электродинамики должно интерпретироваться как

проявление "следов" внутренней метрики на опорном многообразии. Чтобы достичь наглядности, обратимся к одной иллюстрации. Пусть мы имеем плоскую поверхность с упругим покрытием. Пусть по ней катится шар, на поверхности которого имеются выступы, некоторый рисунок. В этом случае деформация поверхности согласована с движением шара и рисунком, который находится на нем. Аналогично можно представлять себе влияние внутренней симметрии на динамику электромагнитного поля: в соответствии с тем, какая группа симметрии реализуется, имеем такие взаимосвязи между полями и индукциями. Понятно, что четырехметрика, получаемая таким образом, присоединена к опорному многообразию и потому полученная конструкция является формально римановой.

Проведенный анализ показал, что конструктивная с физической точки зрения модель получается при явном задании четырехметрики вида

$$\Omega^{K\mu} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} [g^{K\mu} + \left(\frac{\epsilon\mu}{w} - 1 \right) u^K u^\mu].$$

Она является ассоциированной со слоем $B = G/H = SO(4,1)/SO(3,1)$. Действительно, $B = G/H$ является гиперболоидом, на котором локально реализуется метрика Минковского. Последняя получается и непосредственно из $\Omega^{K\mu}$ при условиях $\bar{u} = 0$, $\epsilon\mu w = 1$. Подобный факт можно рассматривать как "подсказку", которую мы имели в начальной стадии развития электродинамики движущихся сред: нами использовалась теория, заданная в $R^3 \times T^1$, наличие четырехметрики давало возможность рассматривать ее как проявление внутренней структуры электромагнитного поля. В такой модели нужно было провести согласование экспериментальных данных с расчетом, в частности, дать объяснение, почему опыт не обнаруживает зависимости скорости поля от скорости его источника. Развитие физики пошло по другому пути: был реализован переход от модели $R^3 \times T^1$ к четырехмерному псевдоевклидову пространству M^4 . Конструктивность такого шага стала позднее очевидной для всех. Однако теперь у нас имеется достаточно аргументов и средств, чтобы построить модель, в которой без отказа от $R^3 \times T^1$ как "внешнего" пространства-времени используется M^4 и G/H как "внутренние" и остринства.

Главная черта, с которой неизбежно сталкиваешься при углубленном анализе проблем электродинамики движущихся сред, заключается в

удивительной двойственности и дополнительности величин. Мы постоянно обнаруживаем пары характеристик и величин:

калибровочные поля F_{mn} , H_{mn} ;

метрики - "внешняя" \tilde{g}_{ik} и "внутренняя" \hat{g}_{ik} ;

связности - "высшая" $\tilde{\Gamma}_{jk}^i$ и "внутренняя" $\hat{\Gamma}_{jk}^i$;

реперы - отсчетный и координатный;

массы - инерции и т. готения;

аспекты инерции - кинематический и динамический;

"внешняя" и "внутренняя" кинематические характеристики инерции;

отношения W , W_s - "внешнее" и "внутреннее".

Все эти обстоятельства подтверждают еще раз сложность электромагнитных явлений и необходимость, с теское полезность использования моделей расслоенного многообъема, в которых база M и слой B представляют собой самостоятельный пространственно-временное многообъема. В частности, в "плотных" средах конструктивно использовать стандартное рассложение, базой которого является ньютоновское пространство $R^3 \times T^1$, а слоем - неевклидово пространство M^4 Эйнштейна-Мinkовского с метрикой $g_{ij} = \text{diag}(1,1,1,1)$.

В связи с необходимостью систематического использования многощерного пространства-времени в жизни, предложим наглядную модель, в которой сочетаются две длины и два времени. Построим модель шестимерной точки в трехмерном пространстве. Предположим, что каждое дополнительное измерение для трехмерия ортогонально собственной оси. Повернем эти "миньмы" оси так, чтобы они совпали с осями в выбранной системе координат для трехмерия. Тогда шестимерная точка представится в трехмерном пространстве в виде системы из двух точек, которые по-разному размечены. Пусть этот трехмерный комплекс дает листы плоскости времени, осязаемой оси и абсолютного и относительного времени. Получаем наглядную картину. Ее расширение на линии, поверхности удобно выполнить, соединяя соответствующие точки некоторыми условиями линиями. Поскольку эти линии также могут иметь самостоятельное значение, мы приходим фактически к модели одиннадцатимерного мира как простейшей конструкции, с которой неожиданно работать в электродинике.

Поставим ожидать, что расслоенная структура пространства-времени окажет конструктивное влияние на развитие моделей сплошной среды, теории турбулентности, теории самоорганизующихся систем.

II. Кинематика и динамика инерции

Совокупность параметров физического явления, заданных для системы инерциальных наблюдателей, образует обычно класс величин, связанных друг с другом преобразованиями группы \bar{G} с параметрами, за исключением от относительной скорости, причем

$$\Psi = \bar{G} \Psi_0 ,$$

где Ψ — набор параметров системы, задаваемый чаще всего некоторым тензорным полем. При $\bar{g} = I$ имеем $\Psi = \Psi_0$, при других значениях \bar{G} имеем весь набор "эквивалентных" значений.

При стандартном кинематическом подходе в качестве группы \bar{G} принято использовать группу движений опорного пространства-времени, в котором описывается явление

$$G_{\text{мод}}(M) = \bar{G} .$$

Так, связь лентность величин имеет двойкий кинематический смысл: по опорному :ногообразию и по кинематической группе, причем

$$\bar{G} = \bar{G} .$$

Обратимся теперь к динамике явления. Пусть для фиксированного наблюдателя она задается оператором \hat{L} по правилу

$$\hat{L} \Psi = 0 .$$

Надо требовать, чтобы выполнялось условие

$$\hat{G} \hat{L} \Psi = \hat{L} \hat{G} \Psi .$$

В этом случае группа симметрии системы уравнений задает движение в пространстве значений физической величины. Понятно, что симметрия должна быть достаточно широкой, чтобы не было сущности совокупности динамических решений.

Понятно, что в общем случае кинематическая группа \bar{G} не изоморфна группе движений опорного состояния \bar{G} и динамической группе G . Мы будем исходить из предположения, что

$$\bar{G} \neq \check{G} \neq \hat{G}.$$

Только в частном случае

$$\bar{G} = \check{G} = \hat{G}$$

имеет место некоторая изоморфность состояний, полученных динамическим и кинематическим путем. Если мы желаем найти физическую величину на каждой стадии динамического процесса, то в общем случае этого нельзя сделать посредством кинематической группы. С другой стороны, для нахождения связи величин по динамической группе нужны дополнительные данные о динамике процессов. Мы обязаны найти

$$\Psi'_{\alpha} = \hat{G} \Psi_{\alpha}.$$

Этот закон связан, конечно, с динамическими уравнениями, но общего правила его нахождения мы пока не имеем.

В теории относительности постулировано

$$\Psi'_{\beta} = \bar{G} \Psi'_{\alpha}.$$

Отсюда возможен вариант

$$\Psi'_{\beta} = \bar{G} \hat{G} \Psi_{\alpha} = \check{G} \Psi_{\alpha}.$$

В частном случае, когда $\bar{G} = \check{G}$, $\check{G} = \hat{G}$ имеем тождество

$$\Psi'_{\beta} = \check{G} \check{G} \Psi_{\alpha} = \check{G} \Psi_{\alpha}.$$

Пришло сопоставления величин в этом случае дает частный закон умножения. Общую динамическую ситуацию он не описывает и потому не может быть принят в качестве общеупотребительной в физической теории.

Изотрудник не следует также, что последовательные динамические состояния, взятые для различных наблюдателей, связаны между собой преобразованиями динамической группы, так как во внимание следует принять самостоятельный характер кинематической группы.

12. Неассоциативность пространства локальных решений

Ранее нами указаны преобразования координат, относительно которых для случая $w = \text{const}$ система уравнений И(1) калибровочной теории остается форминвариантной. Покажем, что указанные преобразования естественно индуцируют неассоциативность физических параметров в задачах электродинамики.

Представим преобразования координат матрицей

$$g = \gamma \begin{bmatrix} 1 & v \\ \frac{vw}{c^2} & 1 \end{bmatrix}, \quad \gamma = \left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}.$$

Определим обобщенное умножение

$$g_i \otimes g_j = (g_i \cdot g_j) \hat{\pi}_{ij},$$

где $\hat{\pi}_{ij}$ есть операция сопоставления каждому значению w_i, w_j их полусуммы

$$w_{(ij)} = 0,5(w_i + w_j),$$

а $g_i \cdot g_j$ есть умножение матриц. Тогда обобщенное умножение не выводит нас из класса рассматриваемых преобразований. Укажем свойства умножения:

$$(g^{-1})^{-1} = g, \quad g^{-1} \cdot gh = hg \cdot g^{-1} \neq h,$$

$$(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1} = g^{-1}h^{-1}, \quad (gh)g = g(hg),$$

$$(gg)g^{-1} = g^{-1}(gg) = g,$$

$$(g \cdot hg)K = K(g \cdot gh),$$

$$(gh \cdot g)K = K(hg \cdot g),$$

$$(hg \cdot g)K = K(g \cdot gh)$$

Правило сложения скоростей имеет вид

$$V_{ij} = \frac{V_i + V_j}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} W_{(ij)}}.$$

Оно неассоциативно, так как

$$V_{ij,k} = \frac{V_i + V_j + V_k + \frac{V_i V_j V_k}{c^2} W_{(ij)}}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} W_{(ij)} + \frac{W_{(ij,k)}}{c^2} V_k (V_i + V_j)},$$

$$V_{ijk} = \frac{V_i + V_j + V_k + \frac{V_i V_j V_k}{c^2} W_{(jk)}}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} W_{(jk)} + \frac{W_{(ijk)}}{c^2} V_i (V_j + V_k)}.$$

Нетрудно убедиться, что нет дистрибутивности

$$(h_k)g \neq (hg)(kg), \quad g(h_k) \neq (gh)(gk).$$

Не имеет места единичность

$$(gh)(kp) \neq (gp)(hk).$$

Не выполняются соотношения алгебры Мальцева

$$(gh)(gk) \neq ((gh)k)g + ((hk)g)g + ((kg)g)h,$$

$$\forall g, h, k \in A.$$

Итак, здесь новую лупу преобръзваний.

Для понимания физического содержания полученного результата свяжем его с теорией три-ткани. Последняя считается заданной, если по координатам x^i , y^j восстанавливаются в явном виде z^k . Введем координаты следующим образом: каждому значению g поставим в соответствие три компоненты скорости

$$\begin{matrix} u^1, u^2, u^3 \\ (1), (2), (3) \end{matrix}$$

и отношение $\frac{w}{(1)}$. Тогда связь

$$w = 0.5 \left(\frac{w^1}{(1)} + \frac{w^2}{(2)} \right),$$

$$\frac{u^2}{(1)} = \Omega \left(\frac{u^2}{(1,2)} + \frac{u^2}{(2)} \right), \quad \frac{u^3}{(1)} = \Omega \left(\frac{u^3}{(1,2)} + \frac{u^3}{(2)} \right),$$

$$\frac{u^1}{(3)} = \left(\frac{u^1}{(1)} + \frac{u^1}{(2)} \right) / \left(1 + w \frac{u^1 u^1}{(1)(2)} / c^2 \right)$$

явно определяет квазигруппу преобразований в пространстве скоростей.

Введем I-формы

$$\omega^i_{(1)} = - \bar{f}_j^i dx^j, \quad \omega^i_{(2)} = - \tilde{f}_j^i dx^j, \quad \omega^i_{(3)} = dz^i,$$

где \bar{f}_j^i , \tilde{f}_j^i есть коэффициенты $dz^i = \bar{f}_j^i dx^j + \tilde{f}_j^i dy^j$.
Тогда имеем

$$dx^i = - \bar{g}_j^i \omega^j_{(1)}, \quad dy^i = - \tilde{g}_j^i \omega^j_{(2)}.$$

Отсюда следуют явные выражения для первого и второго тензоров квазигруппы; например

$$a^i_{jk} = \Gamma^i_{[jk]}, \quad \Gamma^i_{jk} = - \frac{\partial^2 f^i}{\partial x^\ell \partial x^m} \bar{g}_j^\ell \tilde{g}_k^m.$$

Следовательно, в И(1)-калибровочной теории без ограничения скорости Исеевидовский закон сложения скоростей дополнен правилом неассоциативности. Это замечание может быть полезно при анализе динамики электромагнитного поля.

Заключение

Главное содержание предложенной работы состоит в дальнейшем развитии модели абелева калибровочного поля, в которой раскрывается механизм изменения инерции при взаимодействии его со средой. Анализ показал, что сделать это можно в рамках спонтанного нарушения симметрии группы де Ситтера. Новая скалярная характеристика, от которой нелинейно зависит взаимосвязь полей и индукций, является аналогом поля Хиггса. Однако, в отличие от обычного варианта, мы имеем возможность провести экспериментальный анализ следствий, вытекающих из прямого решения уравнений электродинамики, для того чтобы экспериментально обнаружить и уточнить структуру поля W . Такие опыты могут быть поставлены в ближайшее время.

Л и т е р а т у р а

1. Волобуев И.П. // ТФ. - 1982. - Т.50, №2. - С.240-250.
2. Волобуев И.П., Гудольф Г. // ТФ. - 1986. - Т.62, №3. - С.388-398.
3. Волобуев И.П., Кубышин Ю.Л. // ТФ. - Т.68, №2. - С.225-235.
4. Drechsler W. // Fortschr. Phys. - 1986. - V.68, N.2.-S.325.
5. Пономарев В.Н., Барвинский А.С., Обухов Ю.И. Геометродинамические методы и калибровочный подход в теории гравитации. -М.: Энергоатомиздат, 1984.
6. Чваненко Д.Д., Пронин П.И., Сардзашвили Г.А. Калибровочная теория гравитации. - М.: МГУ, 1985.
7. Женский И.Б. Метод индуцированных представлений. Пространство-время и концепция частиц. - М.: Наука, 1976.
8. Барыкин В.И. К нелинейной электродинамике сред. - Минск, 1989. - 49 с. - (Чертпринт / УМО АН СССР, № 16).
9. Cartan E. // ANN. l'Ecole Normale Sup. - 1924. - N. I, 2.
10. Danzig D. // Proc. Cam. Phil. Soc. - 1934. - V. 30. - P. 421.
- II. Kottler F. // Sitz. Ak. Wien. - 1922. - Bd. I3I. - S. II9.
- I2. Схустен Я.А. Тензорный анализ для изысков. -М.: Наука, 1965 .
- I3. Хоутен Я.А. Введение в новые методы дифференциальной геометрии. - М.: Наука, 1965.
- I4. Post E.J. Formal Structure of Electromagnetics. - Amsterdam. : Holland. - 1962.

15. Фущич В.И., Никитин А.Г. Симметрия уравнений Максвелла. -Киев: Наукова думка, 1985.
16. Губдигимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. - М.: Наука, 1985.
17. Барыкин В.Н. К электродинамике движущегося разреженного газа. - Минск, 1988. - 55с. - (Препринт/ ИТМО АН БССР, № 16).
18. Барыкин В.Н. // Изв.вузов. Физика. - 1989. -Т.32, №9. -С.57-61
19. Столяров С.Н. Эйнштейновский сборник 1975-76 г. -М.: Наука, 1978. - С.152 - 215.
20. Близников В.И. // Лит. мат. сб. - 1965. - Т.5, № 1. -С. 9.

С о д е р ж а н и е

Введение	3
I. Аспекты классической калибровочной теории	4
2. К размерностной редукции в электродинамике	7
3. Элементы калибровочной теории гравитации	9
4. К четырехмерной структуре уравнений электродинамики	12
5. Учет скорости движения источника излучения	14
6. Внутренняя кинематическая характеристика инерции	19
7. Динамика aberrации и поперечного эффекта Доплера	22
8. К реализации спонтанного нарушения симметрии	27
9. К единству описания электромагнетизма и гравитации	29
10. Пространство-время абсолютной калибровочной теории	30
II. Кинематика и динамика инерции	34
12. Неассоциативность пространства локальных решений	36
Заключение	
Литература	39

Виктор Николаевич Барыкин

К МЕХАНИЗМУ ИЗМЕНЕНИЯ ИНЕРЦИИ
АБЕЛЕВА КАЛИБРОВОЧНОГО ПОЛЯ
БЕЗ ОГРАНИЧЕНИЯ СКОРОСТИ

Препринт № 13

Редактор В.И. Царькова. Худ. редактор С.И. Сауляк.
Техн. редактор Э.Б. Гущева. Корректор Т.Г. Михалева.

Подписано в печать 24.04.91.
Формат 60x84 1/16. Бумага глиногр. № 2. Офсетная печать.
Усл. печ. л. 2,4. Усл. кр.-отт. 2,5. Уч.-изд. л. 2,6.
Тираж 200 экз. Заказ 131. Бесплатно.

АНК "Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова АН БССР"
220728, Минск, ГСП, П. Бровки, 15

Отпечатано на ротапринте АНК "Институт тепло- и массообмена
им. А.В. Лыкова АН БССР". 220728, Минск, ГСП, П. Бровки, 15