Академия наук БССР
Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова

В.Н. Барыкин

К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ В РАССЛОЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

Препринт № 2

Минск 1986

УДК 530.145

Предложена модель расслоенного пространства-времени, инициированная анализом симметрийных свойств уравнений электродинамики изотропных инерциально движущихся сред. Рассмотрены уравнения и некоторые следствия электродинамики в такой модели. Проанализированы особенности корпускулярно-волнового дуализма.

Содержание

Всякое обобщение есть гипотеза. Поэтому гипотезе принадлежит необходимая, никем никогда не оспаривавшаяся роль. Она должна лишь как можно скорее подвергнуться и как можно чаще подвергаться проверке.

А. Пуанкаре

Введение

Электромагнитные, равно как и другие физические явления, задаются в пространственно-временном многообразии. Последнее рассматривается либо независимо от физических явлений, образуя, по идеологии Ньютона [I], своеобразный помост, на котором разыгрываются события, либо, по идеологии Эйнштейна [2], зависит от физики и его характеристики вычисляются в принятой модели. Описание обычно включает ряд элементов: математические характеристики явления, операторы, определяющие эволюцию системы, феноменологические константы, способ сравнения расчетных и экспериментальных значений. Их совокупность в сочетании с методом расчета, начальными и граничными условиями образует теорию явления.

На начальной стадии создания электродинамики движущихся сред в качестве пространственно-временного использовалось расслоенное многообразие $R^3 \times T$, базой которого является время, а слоем - евклидово пространство R^3. Согласно принципу относительности, группа пространственно-временной симметрии уравнений определяется симметрией $R^3 \times T$. Однако модель $R^3 \times T$ противоречит уравнениям электромагнитных явлений в вакууме и экспериментальным данным. Развитие теории в согласии с экспериментальными данными привело к модификации модели пространства-времени и связано прежде всего с работами Лоренца[3], Пуанкаре[4], Эйнштейна[5], Минковского[6]. Пространство-время стало рассматриваться как четырехмерное метрическое многообразие M, метрика которого в галилеевских координатах

$$x^1 = x,\ x^2 = y,\ x^3 = z,\ x^0 = ict \qquad (1)$$

имеет вид

$$\eta_{km} = \mathrm{diag}\,(1,1,1,1). \qquad (2)$$

Многообразие M имеет отличительные черты :

1) равную нулю кривизну и кручение ;

2) группа пространственно-временных преобразований , сохраняющая структуру M , есть группа Лоренца ; она неизоморфна группе Галилея , что ведет к необходимости отказа от абсолютности длины и интервала времени для различных инерциальных наблюдателей ;

3) аналогично $R^3 \times T$ многообразие M не зависит от физических явлений, т.е. является абсолютным в смысле Ньютона .

Для описания электромагнитных явлений в движущихся средах ,без учета гравитации , модель M оказалась достаточной [7,8]. В работах [9,10] проведен симметрийный анализ уравнений электродинамики изотропных инерциально движущихся сред и на его основе предложена модель расслоенного пространства-времени - РПВ .В этом случае механическое движение произвольного физического объекта , равно как и изменение пространственно-временных параметров физического явления , представимо перемещением в РПВ . Механическое движение состоит из движения в базе и слое , что дает дополнительную свободу как при изучении кинематики , так и динамики.

В данной работе показано , что найденные ранее точные пространственно-временные симметрии в электродинамике изотропных инерциально движущихся сред единообразно описываются в расслоенном пространстве-времени. Рассмотрены вопрос моделирования РПВ , а также некоторые аспекты корпускулярно-волнового дуализма . Установлено наличие двух типов частот в электродинамике . Проанализирована возможность установления пространственно-временной структуры фотонов в модели РПВ на основе экспериментов по дифракции и интерференции света .

I. Элементы теории расслоенного многообразия

Рассмотрим , следуя [II, I2], дифференцируемое многообразие V_n , снабженное атласом и имеющее размерность n , допустимые преобразования координат которого в окрестности U имеют вид

$$x^{K'} = x^{K'}(x^{K}) . \qquad (3)$$

Каждой точке x^i пространства V_n поставим в соответствие значения геометрического объекта

$$y^{\alpha'} = y^{\alpha'}(y^{\alpha}, x^i, x^{K'}_{K_1}, \ldots, x^{K'}_{K_1 \ldots K_p}) , \qquad (4)$$

полагая:

а/ что область его значений гомеоморфна области N-мерного евклидова пространства Y_N ;

б/ $F = Y_N \mid x = x_0$ – по определению есть стандартный слой ;

в/ преобразования (4) образуют структурную группу слоя .

Объединим все пространства Y_N , ассоциированные точкам V_n, и обозначим такое пространство E . Введем каноническую проекцию

$$p : E \to V_n$$

и семейство гомеоморфизмов

$$h \in H \; ; \; h : F \to F_{x_1} , \; F_{x_1} = Y_N \mid x = x_1 .$$

В каждой точке (x, y) пространства $Y_N(V_n)$ имеем два векторных пространства :

I) касательное векторное пространство $T_{n+N}(x,y)$, в котором заданы линейно независимые операторы

$$X_i = \frac{\partial}{\partial x^i} , \; Y_\alpha = \frac{\partial}{\partial y^\alpha} ,$$

2) касательное дуальное пространство $T^*_{n+N}(x,y)$ с базисом

$$dx^i , dy^\alpha .$$

В соответствии с преобразованиями координат (3), (4) имеем

$$\vec{e}_{i'} = x^{i}_{i'}\vec{e}_i + y^{\alpha}_{i'}\vec{e}_{\alpha} \quad , \quad \vec{e}_{\alpha'} = y^{\alpha}_{\alpha'}\vec{e}_{\alpha} .$$

Следовательно , реперы $\vec{e}_{\alpha}$ образуют натуральный репер инвариантного подпространства $T_N(x,y)$, которое является векторным касательным пространством слоя F_x расслоенного пространства E . Подпространство $T_n(x,y)$ в пространстве $T_{n+N}(x,y)$, инвариантное относительно произвольных преобразований группы $g(x,y)$ вида

$$A = \begin{vmatrix} x^{i'}_{i} & 0 \\ y^{\alpha'}_{i} & y^{\alpha'}_{\alpha} \end{vmatrix} , \quad A^{-1} = \begin{vmatrix} x^{i}_{i'} & 0 \\ y^{\alpha}_{i'} & y^{\alpha}_{\alpha'} \end{vmatrix} \qquad (5)$$

получается дополнением системы линейных дифференциальных операторов Y_{α} линейно независимыми дифференциальными операторами

$$Z_i = X_i - \Gamma^{\alpha}_{i} Y_{\alpha} ,$$

количество которых равно n . Тогда векторы

$$\vec{E}_i = \vec{e}_i - \Gamma^{\alpha}_{i}\vec{e}_{\alpha} ,$$

соответствующие операторам Z_i , образуют базис n-мерного инвариантного подпространства , если функции $\Gamma^{\alpha}_{i}(x,y)$ при преобразованиях группы $g(x,y)$ изменяются по закону

$$\Gamma^{\alpha'}_{i'} = x^{i}_{i'}\left(-y^{\alpha'}_{i} + y^{\alpha'}_{\alpha}\Gamma^{\alpha}_{i}\right) . \qquad (6)$$

Указанные условия являются необходимыми и достаточными для инвариантного определения репера пространства $T_n(x,y)$. Дифференциально-геометрический объект , преобразующийся по закону (6) , является объектом линейной дифференциально-геометрической связности на многообразии $Y_N(V_n)$. Дуальное пространство $T^{*}_{n+N}(x,y)$ разбивается при проведенном "оснащении" на прямую сумму двух под -

пространств, причем инвариантное дуальное касательное векторное пространство $T^{*}_{n+N}(x,y)$ задается базисом

$$\theta^{\alpha} = dy^{\alpha} + \Gamma^{\alpha}_{K} dx^{K} .$$

Произвольное векторное поле в расслоенном многообразии представится в виде суммы горизонтального и вертикального касательных векторных полей : вектора в $T_n(x,y)$ и вектора в $T_N(x,y)$. Аналогично представятся элементы произвольных тензорных степеней касательных пространств .

Используем известную процедуру инвариантного дифференцирования векторных полей на $Y_N(V_n)$ с помощью объекта горизонтальной аффинной связности , состоящего из дифференциально-геометрического объекта $\Gamma^{i}_{Kp}(x,y)$ и $C^{i}_{K\alpha}(x,y)$. Она основана на требовании, чтобы инвариантный дифференциал горизонтального поля был горизонтальным вектором . Пусть

$$D\xi^{i} = d\xi^{i} + \xi^{K}\left(\Gamma^{i}_{Kp} dx^{p} + C^{i}_{K\alpha}\theta^{\alpha}\right) . \qquad (7)$$

Условие горизонтальности означает , что

$$D\xi^{i'} = x^{i'}_{i} D\xi^{i} . \qquad (8)$$

Отсюда , используя (3) , (4) , имеем, согласно [12],

$$\Gamma^{i'}_{j'K'} = x^{i'}_{i}\left(x^{i}_{j'K'} + x^{j}_{j'} x^{K}_{K'} \Gamma^{i}_{jK}\right), \qquad (9)$$

$$C^{i'}_{j'\alpha'} = x^{i'}_{i} x^{j}_{j'} y^{\alpha}_{\alpha'} C^{i}_{j\alpha} . \qquad (10)$$

Инвариантный дифференциал вертикального векторного поля определится соотношением

$$D\xi^{\alpha} = d\xi^{\alpha} + \xi^{\beta}\left(\Gamma^{\alpha}_{\beta K} dx^{K} + C^{\alpha}_{\beta\gamma}\theta^{\gamma}\right) . \qquad (11)$$

Формулы (7) , (11) могут быть записаны в виде

$$D\xi^i = \nabla_k \xi^i dx^k + \nabla_\alpha \xi^i \theta^\alpha,$$

$$D\xi^\alpha = \nabla_k \xi^\alpha dx^k + \nabla_\beta \xi^\alpha \theta^\beta,$$

где
$$\nabla_k \xi^i = \overset{\Gamma}{\partial}_k \xi^i + \xi^p \Gamma^i_{pk}, \quad \nabla_\alpha \xi^i = \overset{\Gamma}{\partial}_\alpha \xi^i + \xi^p C^i_{p\alpha},$$

$$\nabla_k \xi^\alpha = \overset{\Gamma}{\partial}_k \xi^\alpha + \xi^\beta \Gamma^\alpha_{\beta k}, \quad \nabla_\beta \xi^\alpha = \overset{\Gamma}{\partial}_\beta \xi^\alpha + \xi^\gamma C^\alpha_{\gamma\beta}$$

являются тензорами , а величины

$$\overset{\Gamma}{\partial}_i = \frac{\partial}{\partial x^i} - \Gamma^\alpha_i \frac{\partial}{\partial y^\alpha}, \quad \overset{\Gamma}{\partial}_\alpha = \frac{\partial}{\partial y^\alpha}$$

пфаффовыми производными . Из требования тензорности дифференциала

$$D\xi^{\alpha'} = y^{\alpha'}_\alpha D\xi^\alpha$$

следует закон преобразования системы величин $\Gamma^\alpha_{\beta k}(x,y)$ и $C^\alpha_{\beta\gamma}(x,y)$:

$$\Gamma^{\alpha'}_{\beta' k'} = y^{\alpha'}_\alpha y^\alpha_{\beta' k'} + y^{\alpha'}_\alpha y^\beta_{\beta'} x^k_{k'} \Gamma^\alpha_{\beta k} +$$

$$+ y^{\alpha'}_\alpha y^\alpha_{\beta'\gamma'} x^k_{k'} \left(y^{\gamma'}_k - y^{\gamma'}_\gamma \Gamma^\gamma_k \right), \tag{12}$$

$$C^{\alpha'}_{\beta'\gamma'} = y^{\alpha'}_\alpha \left(y^\alpha_{\beta'\gamma'} + y^\beta_{\beta'} y^\gamma_{\gamma'} C^\alpha_{\beta\gamma} \right). \tag{13}$$

Согласно [13], при отображении касательного пространства элемента $(x+dx, y+dy)$ на касательное пространство исходного элемента (x, y) аффинная связность в пространстве тензорных опорных элементов определится через ковариантный дифференциал тензора первого рода . Если ввести формы

$$\omega^i_j = \Gamma^i_{jk} dx^k + C^i_{j\alpha} \theta^\alpha,$$

$$\omega^\alpha_\beta = \Gamma^\alpha_{\beta k} dx^k + C^\alpha_{\beta\gamma} \theta^\gamma,$$

то инвариантный дифференциал любого тензора по пол

$$T^{i_1\dots i_p\,\alpha_1\dots\alpha_s}_{j_1\dots j_q\,\beta_1\dots\beta_r}(x,y)$$

определится выражением

$$DT^{i_1\dots i_p\alpha_1\dots\alpha_s}_{j_1\dots j_q\beta_1\dots\beta_r} = dT^{i_1\dots i_p\alpha_1\dots\alpha_s}_{j_1\dots j_q\beta_1\dots\beta_r} + \sum T^{i_1\dots k\dots i_p\alpha_1\dots\alpha_s}_{j_1\dots j_q\beta_1\dots\beta_r}\omega^{i_a}_k +$$

$$+ \dots - \sum T^{i_1\dots i_p\alpha_1\dots\alpha_s}_{j_1\dots j_q\beta_1\dots\sigma\dots\beta_r}\omega^{\sigma}_{\beta_a} .$$

Дифференциально-геометрический объект

$$\Gamma^{\alpha}_{i}(x,y),\ \Gamma^{\alpha}_{\beta k}(x,y),\ C^{\alpha}_{\beta\gamma}(x,y)$$

называют объектом вертикальной аффинной связности пространства $E(V_n, G, p, H, F)$. Так как $p^i(x,y)=x^i$, то каноническая проекция p устанавливает изоморфизм между касательными пространствами $T_n(x)$ и $T_n(x,y)$. Поэтому любому векторному полю $X^i(x)$ на $T_n(x)$ соответствует единственное векторное поле $X^i(x,y)$ многообразия $T_n(x,y)$, которое называется лифтом. Другими словами, лифтом кривой $x^i(p)$, $0 \le p \le 1$ базы V_n является кривая $x^i(p)$, $y^{\alpha}(p)$, $0 \le p \le 1$ пространства $Y_N(V_n)$, касательный вектор которой горизонтален. Пусть он имеет вид

$$\vec{\tau} = \tau^i \vec{E}_i + \tau^{\alpha}\vec{E}_{\alpha} ,$$

где

$$\tau^i = \frac{dx^i}{dp},\quad \tau^{\alpha} = \frac{dy^{\alpha}}{dp} + \Gamma^{\alpha}_{k}(x,y)\frac{dx^k}{dp} .$$

Из требования горизонтальности необходимо и достаточно

$$\tau^{\alpha} = \frac{dy^{\alpha}}{dp} + \Gamma^{\alpha}_{k}\frac{dx^k}{dp} = 0 .$$

Кривая K_y пространства $Y_N(V_n)$ называется вертикальной геодезической, если инвариантный дифференциал вертикальной части касательного вектора равен нулю:

$$\frac{d\tau^{\alpha}}{dp} + \Gamma^{\alpha}_{\beta i}\tau^{\beta}\frac{dx^{i}}{dp} + C^{\alpha}_{(\beta\gamma)}\tau^{\beta}\tau^{\gamma} = 0 .$$

В явном виде система запишется так:

$$\frac{d^2y^{\alpha}}{dp^2} + C^{\alpha}_{(\beta\gamma)}\frac{dy^{\beta}}{dp}\frac{dy^{\gamma}}{dp} + \left(\partial_{\beta}\Gamma^{\alpha}_{K} + \Gamma^{\alpha}_{\beta K} + C^{\alpha}_{(\beta\gamma)}\Gamma^{\gamma}_{K}\right)\frac{dy^{\beta}}{dp}\frac{dx^{K}}{dp} +$$

$$+\left(\partial_{(K}\Gamma^{\alpha}_{P)} + \Gamma^{\alpha}_{\beta(K}\Gamma^{\beta}_{P)} + C^{\alpha}_{(\beta\gamma)}\Gamma^{\beta}_{K}\Gamma^{\gamma}_{P}\right)\frac{dx^{K}}{dp}\frac{dx^{P}}{dp} + \Gamma^{\alpha}_{K}\frac{d^2x^{K}}{dp^2} = 0 .$$

Горизонтальной геодезической называется кривая пространства $Y_N(V_n)$, если она горизонтальна и ее касательный вектор инвариантно постоянен:

$$\frac{d^2x^{i}}{dp^2} + \Gamma^{i}_{(KP)}\frac{dx^{K}}{dp}\cdot\frac{dx^{P}}{dp} = 0 ,$$

и

$$\frac{dy^{\alpha}}{dp} + \Gamma^{\alpha}_{K}\frac{dx^{K}}{dp} = 0 ;$$

2. Уравнения структуры расслоенного многообразия

Проведем развертку однопараметрического множества

$$x^{i} = x^{i}(p) , \quad y^{\alpha} = y^{\alpha}(p)$$

на $n + N$-мерное аффинное пространство, полагая

$$d\vec{A} = dx^{i}\vec{E}_{i} + \theta^{\alpha}\vec{e}_{\alpha} , \quad d\vec{E}_{i} = \omega^{K}_{i}\vec{E}_{K} , \quad d\vec{e}_{\alpha} = \omega^{\beta}_{\alpha}\vec{e}_{\beta} .$$

Рассмотрим [illegible] параллелограмм, определенный [illegible]
[illegible] многообразии

$$x^{i} = x^{i}(p_1, p_2) , \quad y^{\alpha} = y^{\alpha}(p_1, p_2)$$

[illegible]

значениями параметров

$(\rho_1,\rho_2),(\rho_1+\Delta\rho_1,\rho_2),(\rho_1+\Delta\rho_1,\rho_2+\Delta\rho_2),(\rho_1,\rho_2+\Delta\rho_2)$.

Развернем его на аффинное пространство. Получим следующие значения внешних форм [12]:

1.
$$\Omega^i=[dx^k,\omega^i_k]=$$
$$=R^i_{kp}[dx^k,dx^p]+C^i_{k\alpha}[dx^k,\theta^\alpha].$$

2.
$$\Omega^\alpha=D\theta^\alpha-[\theta^\beta,\theta^\alpha_\beta]=$$
$$=\frac{1}{2}R^\alpha_{kp}[dx^k,dx^p]+L^\alpha_{\beta k}[dx^k,\theta^\beta]+R^\alpha_{\beta\gamma}[\theta^\gamma,\theta^\beta].$$

3.
$$\Omega^i_j=D\omega^i_j-[\omega^k_j,\omega^i_k]=$$
$$=\frac{1}{2}K^i_{jkp}[dx^k,dx^p]+R^i_{qk\alpha}[\theta^\alpha,dx^k]+\frac{1}{2}K^i_{j\alpha\beta}[\theta^\alpha,\theta^\beta].$$

4.
$$\Omega^\alpha_\beta=D\theta^\alpha_\beta-[\theta^\gamma_\beta,\theta^\alpha_\gamma]=$$
$$=\frac{1}{2}R^\alpha_{\beta kp}[dx^k,dx^p]+R^\alpha_{\beta k\gamma}[\theta^\gamma,dx^k]+\frac{1}{2}R^\alpha_{\beta\gamma\varepsilon}[\theta^\gamma,\theta^\varepsilon].$$

Дифференциально-геометрические объекты, входящие в указанные выражения, следуют из тождеств Риччи. Проведем альтернирование инвариантных производных второго порядка для горизонтального векторного поля. Получим

$$2\nabla_{[p}\nabla_{k]}\xi^i=\xi^q R^i_{qpk}-\partial_\sigma\xi^i R^\sigma_{pk}-2\nabla_q\xi^i R^q_{kp}, \qquad (14)$$

где

$$R^{q}_{kp}=\Gamma^{q}_{[kp]}, \quad R^{i}_{qpk}=2\left(\partial_{[p}\Gamma^{i}_{|q|k]}-\Gamma^{i}_{s[k}\Gamma^{s}_{|q|p]}\right).$$

Тензор R^{i}_{kp} называют тензором горизонтального кручения расслоенного многообразия, а тензор R^{i}_{qkp} - первым тензором горизонтальной кривизны этого же многообразия. Выражение (I4) можно записать в ином виде:

$$2\nabla_{[p}\nabla_{k]}\xi^{i}=\xi^{q}K^{i}_{qpk}-\nabla_{\sigma}\xi^{i}R^{\sigma}_{pk}+2\nabla_{q}\xi^{i}R^{q}_{pk}.$$

Тензор

$$K^{i}_{qpk}=R^{i}_{qpk}+C^{i}_{q\sigma}R^{\sigma}_{pk}$$

называют первым картановским тензором горизонтальной кривизны.

Вторая группа равенств следует из рассмотрения

$$2\nabla_{[\beta}\nabla_{\alpha]}\xi^{i}=\xi^{q}R^{i}_{q\beta\alpha}+2\partial_{\sigma}\xi^{i}R^{\sigma}_{\beta\alpha},$$

где

$$R^{\gamma}_{\alpha\beta}=C^{\gamma}_{[\alpha\beta]};$$

$$R^{i}_{q\alpha\beta}=2\left(\partial_{[\alpha}C^{i}_{|q|\beta]}+C^{i}_{\tau[\alpha}C^{\tau}_{|q|\beta]}+C^{i}_{q\gamma}R^{\gamma}_{\alpha\beta}\right),$$

или в ином виде

$$2\nabla_{[\beta}\nabla_{\alpha]}\xi^{i}=\xi^{q}K^{i}_{q\beta\alpha}-2\nabla_{\gamma}\xi^{i}R^{\gamma}_{\alpha\beta},$$

где

$$K^{i}_{q\alpha\beta}=R^{i}_{q\alpha\beta}+2C^{i}_{q\sigma}R^{\sigma}_{\alpha\beta}$$

называется вторым картановским тензором горизонтальной кривизны.

Третья группа равенств имеет вид

$$\partial_{\alpha}\nabla_{k}\xi^{i}-\nabla_{k}\partial_{\alpha}\xi^{i}=L^{\gamma}_{\alpha k}\partial_{\gamma}\xi^{i}-\xi^{q}L^{i}_{qk\alpha},$$

где $L^i_{qk\alpha} = \partial_\alpha \Gamma^i_{qk}$ и $L^\gamma_{\alpha k} = \Gamma^\gamma_{\alpha k} - \partial_\alpha \Gamma^\gamma_k$ – простейшие тензоры кручения и кривизны соответственно.

Аналогично выводятся тождества Риччи для вертикального векторного поля. Они также разбиваются на три группы:

1. $$2\nabla_{[p}\nabla_{k]}\xi^\alpha = \xi^\sigma R^\alpha_{\sigma pk} - \nabla_\sigma \xi^\alpha R^\sigma_{pk} + \nabla_q \xi^\alpha R^q_{pk},$$

$$R^\alpha_{\sigma pk} = 2\left(\overset{\Gamma}{\partial}_{[p}\Gamma^\alpha_{|\sigma|k]} + \Gamma^\alpha_{\rho[p}\Gamma^\rho_{|\sigma|k]} + C^\alpha_{\sigma\rho}R^\sigma_{pk}\right), \quad R^\sigma_{pk} = \Gamma^\sigma_{[pk]}.$$

2. $$2\nabla_{[\gamma}\nabla_{\beta]}\xi^\alpha = \xi^\sigma R^\alpha_{\sigma\beta\gamma} - 2\nabla_\sigma \xi^\alpha R^\sigma_{\beta\gamma},$$

$$R^\alpha_{\sigma\beta\gamma} = 2\left(\partial_{[\beta}C^\alpha_{|\sigma|\gamma]} + C^\alpha_{\rho[\beta}C^\rho_{|\sigma|\gamma]}\right), \quad R^\sigma_{\beta\gamma} = C^\sigma_{[\beta\gamma]}.$$

3. $$\nabla_k\nabla_\beta\xi^\alpha - \nabla_\beta\nabla_k\xi^\alpha = \xi^\sigma R^\alpha_{\sigma k\beta} - \nabla_\sigma\xi^\alpha L^\sigma_{\beta k} + \nabla_q\xi^\alpha C^q_{k\beta},$$

$$R^\alpha_{\sigma k\beta} = \overset{\Gamma}{\partial}_k C^\alpha_{\sigma\beta} + \partial_\beta \Gamma^\alpha_{\sigma k} + C^\rho_{\sigma\beta}\Gamma^\alpha_{\rho k} - \Gamma^\rho_{\sigma k}C^\alpha_{\rho\beta} + C^\alpha_{\sigma\rho}\partial_\beta\Gamma^\rho_k.$$

Тензоры $R^\alpha_{\beta pk}$, $R^\alpha_{\beta\gamma\varepsilon}$, $R^\alpha_{\beta k\varepsilon}$ являются соответственно первым, вторым и третьим тензорами вертикальной кривизны.

Обобщенные тождества Бианки имеют вид

$$D\Omega^i = [\omega^i_p, \Omega^p] + [\Omega^i_k, dx^k],$$

$$D\Omega^\alpha = [\theta^\beta, \Omega^\alpha_\beta] - [\Omega^\beta, \theta^\alpha_\beta],$$

$$D\Omega^i_j = [\omega^k_j, \Omega^i_k] - [\Omega^k_j, \omega^i_k],$$

$$D\Omega^\alpha_\beta = [\theta^\gamma_\beta, \Omega^\alpha_\gamma] - [\Omega^\gamma_\beta, \theta^\alpha_\gamma].$$

бесконечно малому циклу опорных элементов, проходящему через элемент (x,y), соответствует аффинное перемещение пространства $T_{n+N}(x,y)$, определенное формами

$$\Omega^{i}, \Omega^{\alpha}, \Omega^{i}_{j}, \Omega^{\alpha}_{\beta}.$$

Структура расслоенного пространства-времени определяется уравнениями для указанных тензоров кручения и кривизны. Заметим, что некоторые тензоры могут быть заданы из рассмотрения специальных циклов, например цикла-лифта, т.е. цикла, образованного из лифта базисного цикла. В этом случае аффинное перемещение репера R^{*} задается выражениями

$$*\Omega^{i} = R^{i}_{\kappa\rho}[dx^{\kappa}, dx^{\rho}], \quad *\Omega^{\alpha} = \frac{1}{2} R^{\alpha}_{\kappa\rho}[dx^{\kappa}, dx^{\rho}],$$

$$*\Omega^{i}_{j} = \frac{1}{2} K^{i}_{j\kappa\rho}[dx^{\kappa}, dx^{\rho}], \quad *\Omega^{\alpha}_{\beta} = \frac{1}{2} R^{\alpha}_{\beta\kappa\rho}[dx^{\kappa}, dx^{\rho}].$$

Отсюда следует, что вдоль произвольного цикла-лифта оснащение пространства $T_n(x,y)$ не меняется, если $K^{i}_{j\kappa\rho} = 0$, аналогично не меняется оснащение вертикального пространства $T_N(x,y)$, если $R^{\alpha}_{\beta\kappa\rho} = 0$. Из рассмотрения слоевого цикла, т.е. цикла, базисная часть которого состоит только из одной точки, следует смещение репера:

$$\tilde{\Omega}^{i} = 0, \qquad \tilde{\Omega}^{\alpha} = -R^{\alpha}_{\beta\gamma}[\theta^{\beta}, \theta^{\gamma}],$$

$$\tilde{\Omega}^{i}_{j} = \frac{1}{2} K^{i}_{j\alpha\beta}[\theta^{\alpha}, \theta^{\beta}], \quad \tilde{\Omega}^{\alpha}_{\beta} = \frac{1}{2} R^{\alpha}_{\beta\gamma\varepsilon}[\theta^{\gamma}, \theta^{\varepsilon}].$$

Произвольное смещение репера можно рассматривать как суперпозицию двух указанных смещений, что может оказаться полезным при рассмотрении физических условий, накладываемых на поля.

Заметим, что знание тензоров кривизны и кручения определит альтернирование ковариантных производных второго порядка для любого тензорного поля. Для горизонтального тензорного поля $T^{j_1 \dots j_s}_{i_1 \dots i_q}$ имеем

$$2\nabla_{[\rho}\nabla_{\kappa]} T^{j_1 \dots j_s}_{i_1 \dots i_q} = -\sum_{a=1}^{q} T^{j_1 \dots j_s}_{i_1 \dots \ell \dots i_q} R^{\ell}_{i_a \rho\kappa} +$$

$$+\sum_{a=1}^{s} T^{j_1\dots l\dots j_s}_{i_1\dots i_r} R^{j_a}_{lpk} - \partial_\sigma T^{j_1\dots j_s}_{i_1\dots i_r} R^{\sigma}_{pk} - 2\nabla_q T^{j_1\dots j_s}_{i_1\dots i_r} R^{q}_{kp} .$$

3. Формальное обоснование модели расслоенного пространства-времени

Первоначальная модель пространства-времени , предложенная для физического использования Ньютоном , была моделью расслоенного пространства-времени $R^3\times T$, базой которого является время T , а слоем - евклидово пространство R^3 [14] . Заметим , что базовые и слоевые свойства объектов и явлений в такой модели являются измеримыми , но измеримы они различными способами , причем "проявления" времени и пространства физически различны .

Анализ симметрийных свойств уравнений Максвелла , проведенный в начале века Лоренцом , Пуанкаре , Эйнштейном, привел к замене модели $R^3\times T$ моделью четырехмерного псевдоевклидова многообразия Минковского M, которую можно рассматривать как главное расслоенное многообразие с базой $R^3\times T$ и слоем-пространством представлений группы Лоренца . Геометрия Вейля может также рассматриваться как пример расслоенного многообразия [15] .

Предлагаемая ниже модель расслоенного пространства-времени базируется на результатах дальнейшего изучения симметрийных пространственно-временных свойств уравнений электромагнитного поля . В работах [9, 10] такой анализ проведен для электродинамики изотропных инерциально движущихся сред . Резюмируем полученные новые теоретические результаты . Дифференциальные уравнения Максвелла для двухтензорного поля H^{ik} , F_{mn} не требуют для своего вывода введения четырехметрики и в плоских многообразиях $R^3\times T$, R^4 , M имеют одинаковый вид

$$\partial_k H^{ik} = I^i , \quad \partial_{[k} F_{mn]} = 0 . \tag{15}$$

Здесь R^4 - четырехмерное евклидово пространство , M - пространство Минковского .

Тензор Тамма - Мандельштама ε^{ikmn} в инерциально движущейся изотропной в системе покоя среде определяется по материаль -

ным уравнениям в покоящейся среде с точностью до скалярной функции

$$H^{ik} = \varepsilon^{ikmn} F_{mn} = \Omega^{im}\Omega^{kn} F_{mn} , \qquad (16)$$

где

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[\theta^{im} + \left(\frac{\varepsilon\mu}{w} - 1 \right) u^i u^m \right],$$

$\theta^{im} = diag_i(1, 1, 1, w)$ - каноническая форма локальной четырехметрики , u^i - четырехскорость , определенная по локальной четырехметрике .

Группа пространственно-временной симметрии полной системы полевых уравнений для фиксированного w определяется его значением и является локальной группой Лоренца с матричнозначными параметрами . Параметр w является новой физической характеристикой в электродинамике движущихся сред - фактором включения релятивистского взаимодействия . Он указывает условия измерения параметров поля .

Установим модель пространства-времени , в которой допустима система уравнений (15) , (16) . Заметим , что четырехмерные модели , например $R^3 \times T$ или R^4, противоречат классическому принципу относительности , так как группа симметрии уравнений шире группы симметрии многообразия . Рассмотрим модель пространства-времени , в которой допустимо указанное различие групп симметрии . Примем гипотезу I : ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ ЕСТЬ РАССЛОЕННОЕ МНОГООБРАЗИЕ, БАЗА И СЛОЙ В КОТОРОМ ЯВЛЯЮТСЯ ЧЕТЫРЕХМЕРНЫМИ МНОГООБРАЗИЯМИ.

Структура РПВ определяется :

а/дифференциально-геометрическими объектами

$$\Gamma^{\alpha}_{i} , \Gamma^{i}_{jk} , C^{i}_{j\alpha} , \Gamma^{\alpha}_{\beta k} , C^{\alpha}_{\beta\gamma} , \qquad (17)$$

имеющими следующие законы преобразования :

$$\Gamma^{\alpha'}_{i'} = x^{i}_{i'} \left(-y^{\alpha'}_{i} + y^{\alpha'}_{\alpha} \Gamma^{\alpha}_{i} \right) ,$$

$$\Gamma^{i'}_{j'k'} = x^{i'}_{i} \left(x^{i}_{j'k'} + x^{j}_{j'} x^{k}_{k'} \Gamma^{i}_{jk} \right) ,$$

$$C^{i'}_{j'\alpha'} = x^{i'}_{i} x^{j}_{j'} y^{\alpha}_{\alpha'} C^{i}_{j\alpha} ,$$

$$C^{\alpha'}_{\beta'\gamma'} = y^{\alpha'}_{\alpha}\left(y^{\alpha}_{\beta'\gamma'} + y^{\beta}_{\beta'} y^{\gamma}_{\gamma'} C^{\alpha}_{\beta\gamma} \right),$$

$$\Gamma^{\alpha'}_{\beta'K'} = y^{\alpha'}_{\alpha} y^{\alpha}_{\beta'K'} + y^{\alpha'}_{\alpha} y^{\beta}_{\beta'} x^{K}_{K'} \Gamma^{\alpha}_{\beta K} + y^{\alpha'}_{\alpha} y^{\alpha}_{\beta'\gamma'} x^{K}_{K'} \left(y^{\gamma'}_{K} - y^{\gamma'}_{\gamma} \Gamma^{\gamma}_{K} \right);$$

(I8)

б/дополнительными элементами:

G - структурной группой преобразований,

P - канонической проекцией $p: E \to B$, (I9)

H - группой автоморфизмов слоя .

В соответствии с принятой гипотезой все характеристики физических объектов и явлений , в частности характеристики механического движения , пространственно-временные свойства , такие параметры,как масса , заряд,описываются величинами в РПВ .

Зададим принцип относительности в РПВ : законы , по которым изменяется состояние физических систем в пространственно-временном многообразии $\mathfrak{M}$, ковариантны относительно группы преобразований , сохраняющей структуру $\mathfrak{M}$.

Следовательно , физические величины , равно как и операторы дифференцирования , должны задаваться тензорами в РПВ .Будем описывать электромагнитное поле ковариантными и контрвариантными тензорами второго ранга H^2 и F_2 . Тензор H^2 имеет горизонтальные H^{iK} и вертикальные $H^{\alpha\beta}$ компоненты . Тензор F_2 имеет аналогично компоненты F_{iK} и $F_{\alpha\beta}$. Определим удлинение ковариантных производных в базе $\tilde{\nabla}_K$ заменой их производными

$$\nabla_K = \frac{\partial}{\partial x^K} - \Gamma^{\alpha}_{K} \frac{\partial}{\partial y^{\alpha}}$$

для горизонтального поля и ∇_{α} для вертикального.

Используем предложенную операцию для записи уравнений электродинамики в РПВ . Запишем уравнения электромагнитного поля по аналогии с уравнениями , используемыми в четырехмерном многообразии. Для горизонтальной части тензоров имеем

$$\nabla_K H^{iK}(x,y) = I^{i}(x,y) \quad ,$$

$$\nabla_{[l} F_{mn]}(x,y) = 0 ,$$

$$H^{ik} = \Omega^{im}\Omega^{kn} F_{mn} . \qquad (20а)$$

Для вертикальной части тензоров имеем

$$\nabla_{\beta} H^{\alpha\beta}(x,y) = I^{\alpha}(x,y) ,$$

$$\nabla_{[\alpha} F_{\beta\gamma]}(x,y) = 0 ,$$

$$H^{\alpha\beta} = \Omega^{\alpha\gamma}\Omega^{\beta\delta} F_{\gamma\delta} . \qquad (20б)$$

Каноническая проекция переводит уравнения (20а) в уравнения (I5) , (I6) . Различие групп симметрии уравнений поля и много - образия в данном случае допустимо , так как группа симметрии РПВ содержит в качестве подгруппы группу преобразований слоя , а также группу преобразований базы .

Движение точечного события определим ~~геодезической~~ в РПВ . Характеризующее его векторное поле имеет горизонтальную и верти - кальную составляющие . По определению

$$D\tau^{i} = 0 , \quad D\tau^{\alpha} = 0 .$$

В координатах уравнения имеют вид

$$\frac{d^2x^i}{dp^2} + \Gamma^{i}_{(jk)}\frac{dx^j}{dp}\cdot\frac{dx^k}{dp} + C^{\,i}_{j\alpha}\tau^{\alpha}\frac{dx^j}{dp} = 0 , \qquad (2Iа)$$

$$\frac{d\tau^{\alpha}}{dp} + \Gamma^{\alpha}_{\beta k}\tau^{\beta}\frac{dx^k}{dp} + C^{\alpha}_{(\beta\gamma)}\tau^{\beta}\tau^{\gamma} = 0 . \qquad (2Iб)$$

Из уравнения (2Iа) следует , что вертикальное движение – поведе - ние τ^{α} – оказывает воздействие на поведение горизонтального по- ля . Верно и обратное , так как в уравнение (2Iб) входит dx^k/dp .

Возможен и другой путь обоснования системы уравнений (I5) и (I6) . Расширим принцип относительности в РПВ на основе понятия группы присоединенных пространственно-временных преобразований . Рассмотрим точку x_0 базы . Будем считать заданными преобразова -

ние реперов в слое , присоединенном к этой точке . Построим по ним преобразование кореперов . Считая известным гомеоморфизм касательного пространства T_n к базе в точке x_0 и касательного пространства к слою T_N в этой же точке , построим связь кореперов в базе . Проинтегрируем ее . Получим преобразования координат в базе , индуцированные преобразованием реперов в слое . Назовем присоединенным преобразование координат в базе , полученное с помощью индуцирования из преобразования координат в слое . Заметим, что в случае , когда

$$\dim T_n = \dim T_N$$

и изоморфизм $\rho : T_N \to T_n$ задается единичной матрицей I , преобразования координат в базе получаются из преобразования координат в слое переобозначением переменных . Назовем этот случай тривиальным индуцированием . Сформулируем принцип относительности в базе РПВ : законы , по которым изменяется состояние физических систем в пространстве , касательном к базе в точке А , инвариантны относительно группы пространственно-временных преобразований , присоединенных к указанной точке . Заметим , что принцип относительности в базе РПВ переходит в принцип относительности в четырехмерном многообразии , когда база и слой устроены одинаково , а присоединенные преобразования получаются на основе тривиального индуцирования .

Рассмотрим частную модель пространства-~~времени~~ . пусть базой РПВ является многообразие $R^3 \times T$, а слоем Y - метрическое пространство той же размерности , что и база , с локальной метрикой $\theta^{im}(x, y)$, канонический вид которой определен с точностью до скалярной функции и имеет вид

$$\theta^{im} = \mathrm{diag}(1, 1, 1, \dot{w}) .$$

В качестве присоединенных рассмотрим преобразования координат , которые образуют локальную группу Лоренца с матричнозначными параметрами

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} w}} , y' = y , z' = z , t' = \frac{t - x\frac{v}{c^2} w}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} w}} . \quad (22)$$

Будем описывать электромагнитное поле горизонтальными тензорными полями $H^{ik}(x,y)$, $F_{mn}(x,y)$. Применим принцип относительности в базе РПВ к уравнениям электродинамики изотропных инерциально движущихся сред, используя преобразования (22). Получим систему уравнений (I5), (I6).

Укажем аргументы общего характера, иллюстрирующие неполноту четырехмерного пространственно-временного многообразия. Заметим, что поведение физического объекта в пространстве-времени описывается двумя классами характеристик. К первому классу относятся характеристики <u>состояния</u> объекта - конфигурация, объем, время жизни и т.д. Обозначим координаты, описывающие состояние, через $\{x^k\}$. К другому классу относятся характеристики, описывающие движение выделенного объекта по отношению к другим. Скажем, что они определяют <u>событие</u>, и обозначим его координаты через $\{y^\alpha\}$. Представима, в частности, ситуация, когда пространственно-временные характеристики объекта самого по себе не меняются или их изменением можно пренебречь, а состояние движения претерпевает существенные изменения. В общем случае взаимосвязь пространственно-временных характеристик, измеренных различными наблюдателями, будет различной для величин первого и второго класса

$$x^{k'} = x^{k'}(x^k), \quad y^{\alpha'} = y^{\alpha'}(y^\beta, x^k). \tag{23}$$

Соотношения (23), согласно [I0], появляются также при анализе проблемы измерения параметров электромагнитного поля, например скорости распространения и изменения волнового вектора. Действительно, при проведении независимых прямых измерений скорости света один наблюдатель получит за время dt в системе координат K проекции смещения луча света dy^α, а другой наблюдатель за время dt' — проекции $dy^{\alpha'}$ в системе координат K'. Их соотношение определяется, конечно, экспериментальной ситуацией. Взаимосвязь пространственно-временных параметров dx^k для эталонов, полученная различными наблюдателями, в общем случае не совпадает с взаимосвязью измеренных смещений. Заметим, что взаимосвязь (23) является обычной в модели расслоенного многообразия. Действительно, рассмотрим пространственно-временное многообразие M_4 как базу расслоения и зададим в каждой точке слой Y, который является метрическим пространственно-временным многообразием. Пространственно-временные преобразования в базе будут отличаться, в общем случае, от пространственно-временных преобразований в слое. Преобразования (23) являются частным случаем преобразований координат в расслоенном пространстве-времени. В соответствии с моделью РПВ мы имеем две длины и два времени. Относятся они к горизонтальным и вертикальным составляющим полей и для определенности модели должны быть согласованы между собой. Одним из приемов такого согласования является, **в частности, требование, чтобы вертикальное и горизонтальное времена совпадали друг** с другом. Это требование, конечно, не исключает возможности различных законов преобразования для координат базы и слоя. Для горизонтальных геодезических это возможно в случае, когда

$$\Gamma^0_1 = \Gamma^0_2 = \Gamma^0_3 = 0, \; \Gamma^0_0 = -1 .$$

В большинстве физических моделей конструкция расслоенного многообразия используется в неявном виде. Предполагается, что входящие в уравнения характеристики могут быть измерены.

4. Описание динамики материальной точки горизонтальной геодезической

Уравнения для горизонтальной геодезической имеют вид

$$\frac{d^2x^i}{d\rho^2} + \Gamma^i_{(jk)} \frac{dx^j}{d\rho} \cdot \frac{dx^k}{d\rho} = 0,$$
$$\frac{d^2y^\alpha}{d\rho^2} + \frac{d\Gamma^\alpha_k}{d\rho} \cdot \frac{dx^k}{d\rho} + \Gamma^\alpha_k \frac{d^2x^k}{d\rho^2} = 0 . \qquad (24)$$

Пусть известна траектория точечного события в $Y_N(V_n)$

$$x^i = x^i(\rho) \;, \; y^\alpha = y^\alpha(\rho) \,,$$

где ρ - параметр, определяющий точку кривой в РПВ. Примем:
а/связность Γ^i_{jk} определена через метрику Ω_{kn},
б/пусть

$$d\rho^2 = g_{km}(x,y)\,dx^k dx^m + g_{\alpha\beta}(x,y)\,\theta^\alpha \theta^\beta .$$

Для горизонтальной геодезической $\theta^\alpha = 0$. Тогда

$$d\rho^2 = g_{km}(x,y)\,dx^k dx^m .$$

Используя явный вид метрики $\Omega_{kn} = \sqrt{\mu}\,(\theta_{kn} - u_k u_n \varkappa/1+\varkappa)$, где

$$\varkappa = \varepsilon\mu/w - 1 \ , \ u^i = dx^i/d\theta \ ,$$

оценим члены Γ^i_{jk} . Разложим Ω_{ij} в ряд

$$\Omega_{ij} = \Omega^{(0)}_{ij} + c^{-2}\Omega^{(1)}_{ij} + \dots \ , \ \Omega_{00} = 2\varphi(x^k, y^\alpha) ,$$

где $\Omega^{(0)}_{ij} = \text{const}$, $\Omega^{(1)}_{ij}$ – функции для значений индексов i,j =1 , 2 , 3 , Ω_{00} – функция . Следовательно,

$$\frac{\partial\Omega_{ij}}{\partial x^0} = \frac{1}{c}\,\frac{\partial\Omega_{ij}}{\partial\rho} \sim 0\left(\frac{1}{c^3}\right) \ , \ \frac{\partial\Omega_{ij}}{\partial x^k}\,(k=1,2,3) \sim 0\left(\frac{1}{c^2}\right) .$$

Максимальное по порядку значение $\Gamma^i_{jk}\,\frac{dx^j}{d\rho}\cdot\frac{dx^k}{d\rho}$ имеет выражение $\Gamma^k_{00}\,\dot{x}^0\dot{x}^0$. Для Γ^k_{00} получим

$$\Gamma^k_{00} = \frac{1}{2}\Omega^{kk}\left(-\frac{\partial\Omega_{00}}{\partial x^k}\right) \simeq -\frac{1}{m_0}\cdot\frac{\partial\varphi(x^k,y^\alpha)}{\partial x^k} .$$

Тогда уравнения (24) запишутся в виде

$$m_0\,\frac{d^2x^k}{d\rho^2} = -\,\frac{\partial\varphi(x,y)}{\partial x^k} , \tag{25а}$$

$$\frac{d^2y^\alpha}{d\rho^2} + \frac{dx^k}{d\rho}\cdot\frac{d\Gamma^\alpha_k}{d\rho} - \frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\cdot\Gamma^\alpha_k = 0 . \tag{25б}$$

Каноническая проекция уравнений (25а) в базу даст известные уравнения динамики материальной точки , группа инвариантности которых определяется метрикой g_{km} . В частности , в декартовых координатах при $g_{km} = \eta_{km}$ имеем лоренц-инвариантную систему уравнений в базе расслоенного пространства-времени . Компоненты $\partial\varphi/\partial x^k$ определяют четырехмерную с и л у , а $d^2x^k/d\rho^2$ – четырехмерное ускорение.

Рассмотрим следствия из уравнений (25) .

Вариант I . Пусть $\partial\varphi/\partial x^k = 0$. Тогда $d^2x^k/d\rho^2 = 0$.

Система уравнений , определяющая движение точки в НПВ,

$$a^{\kappa}=\frac{dx^{\kappa}}{d\rho}=const \quad , \quad \frac{d^2y^{\alpha}}{d\rho^2}=-a^{\kappa}\frac{d\Gamma^{\alpha}_{\kappa}}{d\rho}$$

описывает горизонтальную геодезическую в случае , когда равномерному и прямолинейному горизонтальному движению соответствует ускоренное непрямолинейное вертикальное движение .

Вариант 2 . Пусть $d^2y^{\alpha}/d\rho^2=0$. Тогда получим систему уравнений

$$\frac{dy^{\alpha}}{d\rho}=const, \quad \frac{d^2x^{\kappa}}{d\rho^2}=\Phi\left(\Gamma^{\alpha}_{\kappa},\frac{d\Gamma^{\alpha}_{\kappa}}{d\rho},\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\kappa}},\frac{dx^{\kappa}}{d\rho}\right),$$

описывающую ситуацию , когда равномерному и прямолинейному вертикальному движению соответствует ускоренное горизонтальное движение.

Вариант 3 . Пусть $\partial\varphi/\partial x^{\kappa}=d^2y/d\rho^2=0$. Тогда

$$\frac{d^2x^{\kappa}}{d\rho^2}=0 \quad , \quad \frac{dx^{\kappa}}{d\rho}\cdot\frac{d\Gamma^{\alpha}_{\kappa}}{d\rho}=0 \ . \tag{26}$$

Система уравнений (26) описывает случай равномерного и прямолинейного движения материальной точки в РПВ .

Заметим , что скорость и ускорение являются векторами РПВ , поэтому динамика материальной точки определяется поведением горизонтальных и вертикальных компонент скорости и ускорения . Это обстоятельство качественно объясняет известный факт зависимости ускорения материального объекта от его скорости при постоянной силе , воздействующей на объект без привлечения гипотезы увлечения эфира .

5. Простейшие модели РПВ

Модель РПВ определена, если указано правило нахождения ее элементов. Рассмотрим некоторые возможности.

М I . Потребуем , чтобы оснащение горизонтального $T_H(x,y)$ и вертикального $T_N(x,y)$ пространств не менялось вдоль произвольного цикла-лифта

$$K^{i}_{jk\rho}=R^{i}_{jk\rho}+C^{i}_{j\sigma}R^{\sigma}_{k\rho}=0,\ R^{\alpha}_{\beta k\rho}=0\ .$$

Пусть $C^{i}_{j\sigma}=0$. Тогда

$$R^{i}_{jk\rho}=0 \quad , \quad R^{i}_{q\alpha\beta}=0\ .$$

Наложим дополнительные условия на структуру базового многообразия:

$$L^i_{qk\alpha} = \partial_\alpha \Gamma^i_{qk} = 0 \ , \ R^i_{kp} = 0 \ .$$

Из них следует, что компоненты связности зависят только от координат базового многообразия и симметричны. Если связность согласована с метрикой базы $g_{ij}(x)$, ее коэффициенты Γ^k_{ij} определены выражением [16]

$$\Gamma^k_{ij} = \frac{1}{2} g^{k\ell}\left(\frac{\partial g_{\ell j}}{\partial x^i} + \frac{\partial g_{i\ell}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^\ell}\right).$$

В случае плоской базы имеем $R^i_{jkp} = 0$, $R^\alpha_{\beta kp} = 0$.
Определим структуру слоевого многообразия уравнениями

$$\begin{gathered} R^\sigma_{pk} = 0 \ , \ L^\gamma_{\alpha k} = \Gamma^\gamma_{\alpha k} - \partial_\alpha \Gamma^\gamma_k = 0 \ , \\ R^\alpha_{\sigma k\beta} = 0 \ , \ \Gamma^\gamma_{\alpha k} = \partial_\alpha \Gamma^\gamma_k \ . \end{gathered} \tag{27}$$

Пусть

$$C^\alpha_{\beta\gamma} = \frac{1}{2} g^{\alpha\delta}\left(\frac{\partial g_{\delta\gamma}}{\partial y^\beta} + \frac{\partial g_{\beta\delta}}{\partial y^\gamma} - \frac{\partial g_{\beta\gamma}}{\partial y^\delta}\right). \tag{28}$$

Будем считать, что метрика слоя $g_{\alpha\beta}$ и метрика базы известны, а также справедливы уравнения (27), (28). Для нахождения Γ^α_k, $\Gamma^\alpha_{\beta k}$ имеем систему уравнений

$$\partial_{[p} \Gamma^\alpha_{|\sigma|k]} + \Gamma^\alpha_{\rho[p} \Gamma^\rho_{|\sigma|k]} = 0 \ , \tag{29}$$

$$\partial_k C^\alpha_{\sigma\beta} + \partial_\beta \Gamma^\alpha_{\sigma k} + C^\rho_{\sigma\beta} \Gamma^\alpha_{\rho k} - \Gamma^\rho_{\sigma k} C^\alpha_{\rho\beta} + C^\alpha_{\sigma\rho} \partial_\beta \Gamma^\rho_k = 0 \ . \tag{30}$$

Особенность предложенной системы состоит в наличии алгебраических и дифференциальных уравнений, что делает возможным различие базового и слоевого многообразий. Кроме этого, модель обладает некоторой гибкостью, обусловленной наличием канонической проекции и структурной группы преобразований .

М П . В частном случае , когда $\Gamma^{\alpha}_{\beta k} \equiv 0$, уравнение (29) выполняется тождественно . Из (27) имеем , что $\Gamma^{\gamma}_{k}(x) = 0$. Из (30) получим систему уравнений для Γ^{β}_{k}

$$\partial_k C^{\alpha}_{\sigma\beta} - \Gamma^{\beta}_{k} \frac{\partial}{\partial y^{\beta}} C^{\alpha}_{\sigma\beta} = 0 . \qquad (31)$$

М Ш . Уравнения динамики материальной точки Ньютона следуют из уравнений для геодезических , если $\Gamma^{i}_{jk} \not\equiv 0$. Это возможно лишь в том случае , когда тензор $C^{i}_{jk} \neq 0$. Уравнение для C^{i}_{jk} существенно определит динамику материальной точки . В случае , когда $\Gamma^{i}_{jk} \neq 0$, компоненты связности зависят от координат слоя. В общем случае отсюда следует наличие кручения .

Назовем стандартной моделью РПВ следующую конструкцию : базой является $R^3 \times T$, а слоем - пространство Минковского . В ней объединены абсолютность и относительность одновременности , а также абсолютность и относительность длины . В стандартной модели группа Лоренца может рассматриваться как подгруппа общей группы симметрии РПВ .

6. Черты корпускулярно-волнового дуализма в модели РПВ

Согласно модели РПВ, физические объекты и явления характеризуются горизонтальными и вертикальными величинами , ковариантно зависящими от координат слоя и базы . С другой стороны , известно, что физические объекты обладают корпускулярно-волновыми свойствами . В четырехмерном пространстве-времени , в котором обычно рассматриваются экспериментальные данные , указанные свойства противоречивы. Примем гипотезу 2 :КОРПУСКУЛЯРНЫЕ И ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ХАРАКТЕРИЗУЮТСЯ ВЕЛИЧИНАМИ В РПВ .

Покажем , что в модели РПВ физические объекты характеризуются двумя типами частот и длин волн . Частоту , входящую во взаимосвязь с энергией кванта $E = \hbar\omega$, назовем эйнштейновской и обозначим $\omega_э$. Особенность $\omega_э$ в том, что она внутренним образом характеризует электромагнитное поле в том смысле, что возможно изменение скорости поля б е з изменения частоты. Частоту, входящую в соотношение $\omega_Б = c/\lambda_Б$, где для материального объекта по Бройлю $\lambda_Б = \hbar/mv$, назовем частотой Бройля и обозначим $\omega_Б$. Характерной особенностью этой частоты является ее зависимость от скорости движения объекта . Свяжем между собой две частоты . Рассмотрим источник электромагнитного поля в вакууме , движущийся со скоростью u . Согласно [10] , энергии электромагнитного поля в системе покоя E_0 поставим в соответствие инерционную массу $m_I = E_0/c^2$. Найдем длину волны Бройля для указанного случая . Тогда

$$\omega_Б = \frac{u}{c}\,\omega_э . \qquad (32)$$

Частота Бройля для электромагнитного поля в нерелятивистском приближении есть добавка к основной частоте , обусловленная эффектом Допплера . Действительно , при приближении источника к детектору со скоростью u обнаруженное значение частоты определится приближенной формулой

$$\omega_э' = \omega_э\left(1 + \frac{u}{c}\right) .$$

Из этой формулы следует , что $\Delta\omega_э = \omega_Б$.

Используя модель расслоенного пространства-времени , установим связь частоты Бройля и скорости движения физического объекта . Рассмотрим точечное событие в РПВ , полагая , что его смещение в базе задано координатами dx^k . Рассмотрим горизонтальный лифт $dy^\alpha + \Gamma^\alpha_k dx^k = 0$ как условие взаимосвязи смещений в базе и в слое . Предположим , что $det\,|\Gamma^\alpha_k| \neq 0$, и разрешим систему уравнений для dx^k . Примем предположение , что

$$\Gamma^k_0 = 0,\ \Gamma^k_1 = \Gamma^k_2 = \Gamma^k_3 = \frac{b^k}{(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)^{1/2}} .$$

Разделим уравнения на инвариантный дифференциал , отождествив его со временем , заданным в базе . Получим

$$dx^k/dp = a^k u/R ,$$

где u - скорость горизонтального движения в слое , R - радиус горизонтального вращения точки в слое . Отсюда имеем связь импульса с частотой , которую предложил Бройль: $p = const\ \omega_Б$.

Модель РПВ не противоречит тому , что одной и той же частоте Бройля можно поставить в соответствие несколько пространственно-временных конфигураций физического объекта . Действительно , пусть система имеет несколько собственных значений энергии, относящихся к различным конфигурациям объекта в РПВ. Тогда одной конфигурации в базе может соответствовать несколько различных в слое, что приведет к вырождению энергии объекта. Аналогично, одной и той же корпускулярной энергии может соответствовать несколько слоевых состояний и это обусловит "неопределенность" состояния объекта. Рассмотрение объекта как структуры в РПВ усложняет вопрос о его энергии. Поскольку полное движение есть совокупность взаимосвязанных горизонтальных и вертикальных движений, полная энергия включает энергию горизонтального движения, энергию вертикального движения, а также энергию, характеризующую их взаимосвязь.

7. Пространственно-временная структура фотонов в модели РПВ

Вложим в термин "установить пространственно-временную структуру элементарного объекта" следующий смысл: построить макроскопический образ его из анализа экспериментальных данных взаимодействия с другими объектами, свойства которых нам известны. Примем гипотезу 3: КВАНТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЯВЛЯЮТСЯ ОБЪЕКТАМИ РАССЛОЕННОГО ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ.

Заметим, что обычно пространственно-временные свойства задаются в модели четырехмерного многообразия. Согласно модели РПВ, так фиксируется лишь часть полной информации. Общая картина состоит из данных, описывающих горизонтальную и вертикальную части физических объектов. Установим, в указанном выше смысле, структуру фотонов в базе из анализа экспериментальных данных по интерференции и дифракции света.

Покажем, что из явлений дифракции следует наличие поперечных размеров у фотона, функционально связанных с его длиной волны, а также наличие у него неоднородной структуры. Действительно, с одной стороны, согласно принятой гипотезе, кванты есть конфигурации в РПВ. С другой стороны, результат дифракции зависит от соотношения между размерами препятствия и длиной волны электромагнитного поля. Согласование гипотезы с данными опытов возможно лишь в том случае, если фотон имеет поперечные размеры, функционально связанные с его длиной волны. В-третьих, из анализа дифракции отдельных фотонов следует, что в результате взаимодействия с препятствием они с большей или меньшей вероятностью "идут" по разным направлениям. Это возможно в том случае, если фотон устроен неоднородно : результат его взаимодействия с препятствием будет зависеть от того , какая его часть "перекрывается" щелью .

Покажем, что из явления интерференции следует вывод о наличии у фотона продольных размеров, а также о движении его составных частей. Действительно, когерентность и учет фазы волны при корпускулярном подходе объяснимы лишь на основе признания реальности кругового движения составных частей фотона. Кроме этого, явление интерференции при большой разности хода свидетельствует о наличии достаточно больших продольных размеров у фотона.

Заметим , что всегда наличие размеров неотделимо от наличия движения составных частей объекта . При этом необходимо учитывать то обстоятельство , что конфигурация задается в РПВ (поэтому размер в базе лишь частично характеризует объект). Рассмотрение вопроса о структуре фотона неотделимо от предположений о взаимодействии , связывающем между собой структурные части фотона . Ответ на последний вопрос , равно как и определение количественных пространственно-временных характеристик фотона , представляет собой самостоятельную задачу .

Заметим , что поляризация электромагнитного поля может рассматриваться как условие движения некоторой структурной части фотонов в направлении его оси .

Проведенный анализ позволяет предложить механическую модель фотона : цилиндр , поперечные размеры которого пропорциональны длине волны , а продольные значительно превышают поперечные .Фотон неоднороден, и его составные части периодически движутся.

8. К теории реальных систем отсчета в РПВ

Учесть условия измерения – значит выразить их математически и ввести в расчетную схему . Опыт анализа условий измерения в релятивистской электродинамике свидетельствует о том, что для этого необходимо в в е с т и в качестве характеристики взаимодействия явления с системой отсчета нормированное скалярное поле . В более сложном случае , по-видимому , такая характеристика задается тензором в РПВ . Ее нахождение предполагает задание алгоритма расчета .

Алгоритм расчета , используемый для получения данных плани -

руемого или выполненного эксперимента , содержит , обычно в неявном виде , условия измерения . Учет условий измерения составляет содержание теории систем отсчета . Задача построения модели систем отсчета включает следующие звенья :

- инвариантное конструирование систем отсчета посредством математического алгоритма по физическим качествам , определяющим их структуру , поведение и взаимодействие с исследуемым явлением ;
- установление правила "включения" системы отсчета в алгоритм расчета параметров явления ;
- анализ особенностей измерения и сравнения расчетных и экспериментальных данных .

Построение теории систем отсчета неотделимо от анализа их физических свойств и средств математического выражения особенностей измерения , места системы отсчета в схеме расчета параметров явления .

Отметим свойства систем отсчета , которые нужно учитывать при анализе проблемы измерений :

- система отсчета может иметь исследуемое физическое качество ;
- измеренные значения параметров явления , по крайней мере некоторые из них , зависят от физического качества , которым наделен наблюдатель ;
- одному физическому параметру системы отсчета может соответствовать несколько физических характеристик явления ;
- различие параметров , измеренных различными наблюдателями , должно учитываться посредством преобразования характеристик системы отсчета , от которых зависят параметры явления .

Определим место системы отсчета в расчетной схеме явления и укажем средства ее математической реализации . Исторически первой является классическая модель системы отсчета , отличающаяся простотой , наглядностью и удобством : модель системы координат с часами . С учетом того, что в пространственно-временном многообразии система координат необходима для аналитического описания явления , факт отображения свойств системы отсчета системой координат завуалирован , система отсчета входит в схему расчета неявно . Такое представление системы отсчета удобно в классической теории измерений , так как , с одной стороны , она удовлетворяет требованию отсутствия воздействия на параметры явления , с другой стороны , реализует в простой форме принцип относительности .В узком смысле слова верно утверждение,что система отсчета тождественна системе координат. Классическая схема отсчета включает следующие аксиомы .

I . Физические явления описываются в четырехмерном пространственно-временном многообразии уравнениями либо для величин , непосредственно измеряемых на опыте , либо для величин , из которых могут быть сконструированы измеряемые .

2 . Измерение не оказывает влияния на параметры исследуемого явления .

3 . Законы , по которым изменяется состояние физических систем , инвариантны относительно преобразований , сохраняющих структуру пространственно-временного многообразия .

4 . Физическая лаборатория, как бы ни сложна она была,включается в расчет лишь через начальные и граничные условия .

Заметим, что, поскольку классическая теория измерения исключает влияние измерительных устройств на физические явления , ни уравнения поля , ни лагранжиан теории не содержат характеристик взаимодействия явления с системой отсчета .

Указанная модель системы отсчета неудовлетворительна с квантово-механической точки зрения , так как,с одной стороны , она не учитывает особенности реального измерения , с другой стороны , не указывает средств учета влияния измерения на параметры явления . Квантово-механическая теория измерения включает следующие аксиомы .

I . Физические явления описываются в четырехмерном пространственно-временном многообразии уравнениями для волновой функции , непосредственно не измеряемой на опыте .

2 . Измеряемой физической величине ставится в соответствие оператор , собственные значения которого для волновой функции образуют совокупность его возможных значений .

3 . Измерение оказывает воздействие на параметры физического явления , величиной которого нельзя пренебрегать. Для учета условий измерения необходим специальный алгоритм .

4 . Величины , соответствующие некоммутирующим операторам , не могут быть одновременно и точно измерены .

5 . Различие параметров явления , обусловленное движением наблюдателей , содержится в принципе относительности .

6 . Физическая лаборатория является макроскопическим классическим

объектом . Полученные в ней экспериментальные данные удовлетворяют классической теории измерения .

Фундаментальное отличие квантово-механической схемы расчета от классической , с точки зрения теории измерения , состоит , с одной стороны , в усложнении расчетной схемы , увеличении количества элементов , необходимых для получения экспериментальных значений , с другой стороны , в расширении учета физических условий измерения . Развитие физики привело к замене одноэтапной классической схемы многоэтапной квантово-механической , более сложной и тонкой .

В настоящее время развивается третий этап теории измерений . Сущность его состоит в том , что понятия и величины теории (потенциалы , связности и т.п.) имеют косвенную многоэтапную связь с данными эксперимента ,получают математическое выражение характеристики воздействия системы отсчета на явление .В электродинамике движущихся сред последнее обстоятельство нашло свое выражение во введении для учета условий измерения нормированного скалярного поля , названного отношением .Если к системе координат присоединить отношение и ввести его в уравнения электродинамики , получим схему явного учета условий измерения [9 , I0] .

Принятие модели РПВ стимулирует дальнейшее исследование теории систем отсчета . В этой связи дадим определение реальной системы отсчета: это пара, представляющая собой физическую систему отсчета в РПВ и ее математический образ в виде системы координат в РПВ с синхронизированными часами , к области которой присоединены характеристики влияния системы отсчета на явление . Под физической системой отсчета (ФСО) понимается специально сконструированный макроскопический физический объект , обеспечивающий измерение исследуемых величин . Учет условий измерения означает нахождение характеристики воздействия ФСО на параметры явления и "включение" ее в уравнения , описывающие исследуемые параметры.

9. Уравнение Шредингера в РПВ

Для анализа квантово-механических особенностей электромагнитного поля необходимо выяснить вопрос об изменениях в квантовой механике , вносимых представлением ее формализма в РПВ . Используем прием расширения уравнений , примененный ранее для классического электромагнитного поля . Пусть волновая функция зависит от координат точки РПВ $\Psi(x,y)$. Выделим временные координаты базы x^0 и слоя y^0. Заменим дифференциальные операторы $\partial/\partial x^k$ ковариантными ∇_k, ∇_α. Тогда получим незамкнутую систему уравнений, определяющую поведение волновой функции в РПВ:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,y)}{\partial y^0}=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial y^\alpha\partial y^\alpha}+U\right)\Psi(x,y) \quad ,$$

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,y)}{\partial x^0}=\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2}{\partial x^k\partial x^k}+\Gamma^\alpha_k\Gamma^\beta_k\frac{\partial^2}{\partial y^\alpha\partial y^\beta}-2\Gamma^\alpha_k\frac{\partial^2}{\partial x^k\partial y^\alpha}-\right.\right.$$

$$\left.-\left(\frac{\partial\Gamma^\beta_k}{\partial x^k}+\Gamma^\alpha_k\frac{\partial\Gamma^\beta_k}{\partial y^\alpha}\right)\frac{\partial}{\partial y^\beta}+U\right\}\Psi(x,y)+i\hbar\Gamma^\alpha_0\frac{\partial\Psi}{\partial y^\alpha} \; .$$

Для решения полученной системы уравнений нужна информация о поведении Γ^α_k и их производных. Используем квазиклассическое приближение полученной системы уравнений для вывода уравнений динамики материальной точки. Пусть

$$\Psi=\exp\left[\frac{i}{\hbar}S(x,y)\right].$$

Разложим S в ряд по $\frac{\hbar}{i}$:

$$S=S_0+\frac{\hbar}{i}S_1+\left(\frac{\hbar}{i}\right)^2S_2+\dots$$

Тогда для функции S имеем уравнения

$$-\frac{\partial S}{\partial y^0}=\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S}{\partial y^\alpha}\right)^2-\frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 S}{\partial y^\alpha\partial y^\alpha}+U ,$$

$$-\frac{\partial S}{\partial x^0}+\Gamma^\alpha_0\frac{\partial S}{\partial y^\alpha}=\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S}{\partial x^k}\right)^2-\frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 S}{\partial x^k\partial x^k}+U+$$

$$+\frac{1}{2m}\left(\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\Gamma^{\beta}_{\kappa}\frac{\partial S}{\partial y^{\alpha}}\cdot\frac{\partial S}{\partial y^{\beta}}-2\frac{\partial S}{\partial y^{\alpha}}\cdot\frac{\partial S}{\partial x^{\kappa}}\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\right)+\frac{i\hbar}{2m}\left[2\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\frac{\partial^2 S}{\partial x^{\kappa}\partial y^{\alpha}}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\partial\Gamma^{\beta}_{\kappa}}{\partial x^{\kappa}}+\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\frac{\partial\Gamma^{\beta}_{\kappa}}{\partial y^{\alpha}}\right)\frac{\partial S}{\partial y^{\beta}}-\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\Gamma^{\beta}_{\kappa}\frac{\partial^2 S}{\partial y^{\alpha}\partial y^{\beta}}\right].$$

Подстановка в уравнения разложения для S даст следующую систему :

$$-\frac{\partial S_0}{\partial y^0}=\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S_0}{\partial y^{\alpha}}\cdot\frac{\partial S_0}{\partial y^{\alpha}}\right)+U,$$

$$-\frac{\partial S_1}{\partial y^0}=\frac{1}{m}\left(\frac{\partial S_0}{\partial y^{\alpha}}\cdot\frac{\partial S_1}{\partial y^{\alpha}}\right)+\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial^2 S_0}{\partial y^{\alpha}\partial y^{\alpha}}\right),$$

$$-\frac{\partial S_0}{\partial x^0}=\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S_0}{\partial x^{\kappa}}\cdot\frac{\partial S_0}{\partial x^{\kappa}}\right)+U-\Gamma^{\alpha}_{0}\frac{\partial S_0}{\partial y^{\alpha}}+\frac{1}{2m}\left(\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\Gamma^{\beta}_{\kappa}\frac{\partial S_0}{\partial y^{\alpha}}\cdot\frac{\partial S_0}{\partial y^{\beta}}-2\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\frac{\partial S_0}{\partial y^{\alpha}}\cdot\frac{\partial S_0}{\partial x^{\kappa}}\right),$$

$$-\frac{\partial S_1}{\partial x^0}=\frac{1}{m}\left(\frac{\partial S_0}{\partial x^{\kappa}}\cdot\frac{\partial S_0}{\partial x^{\kappa}}\right)+\frac{1}{2m}\frac{\partial^2 S_0}{\partial x^{\kappa}\partial x^{\kappa}}+\frac{1}{2m}\left(\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\Gamma^{\beta}_{\kappa}\frac{\partial S_1}{\partial y^{\alpha}}\cdot\frac{\partial S_1}{\partial y^{\beta}}-\right.$$

$$\left.-2\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\frac{\partial S_1}{\partial y^{\alpha}}\cdot\frac{\partial S_1}{\partial x^{\kappa}}\right)+\frac{1}{2m}\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\Gamma^{\beta}_{\kappa}\frac{\partial^2 S_0}{\partial y^{\alpha}\partial y^{\beta}}-\frac{1}{m}\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\frac{\partial^2 S_0}{\partial x^{\kappa}\partial y^{\alpha}}-$$

$$-\Gamma^{\alpha}_{0}\frac{\partial S_1}{\partial y^{\alpha}}-\frac{1}{2m}\frac{\partial S_0}{\partial y^{\beta}}\left(\frac{\partial\Gamma^{\beta}_{\kappa}}{\partial x^{\kappa}}+\Gamma^{\alpha}_{\kappa}\frac{\partial\Gamma^{\beta}_{\kappa}}{\partial y^{\alpha}}\right).$$

Классические уравнения Гамильтона – Якоби дополнены новыми членами, смысл которых, по-видимому, состоит в явном учете волновых свойств реальных объектов . Заметим , что указанные уравнения могут быть получены посредством "расширения" в РПВ уравнений Гамильтона – Якоби для динамики материальной точки. Поскольку $|\Psi \cdot \Psi^*| = \rho$, из полученных уравнений следует , что

$$-\frac{\partial \rho}{\partial y^0} = \frac{\partial}{\partial y^\alpha}\left(\frac{\rho}{m}\frac{\partial S_0}{\partial y^\alpha}\right), \quad -\frac{\partial \rho}{\partial x^0} \simeq \frac{\partial}{\partial x^K}\left(\frac{\rho}{m}\frac{\partial S_0}{\partial x^K}\right).$$

Плотность вероятности перемещается в РПВ с вертикальной скоростью с компонентами $v_\alpha = \frac{1}{m}\partial S_0/\partial y_\alpha$ и с горизонтальной скоростью с компонентами $v_K = \frac{1}{m}\partial S_0/\partial x^K$. В случае , когда ни S_0 , ни S_1 не зависят от y^α , материальный объект движется с постоянной вертикальной скоростью , а горизонтальная скорость равна $v_K = \frac{1}{m}\partial S_0/\partial x^K$.

Отождествим , с точностью до константы , операторы ∇_K , ∇_α с горизонтальными и вертикальными операторами импульса в РПВ . Отсюда следуют коммутационные соотношения для составляющих координат и импульсов

$$(\hat{p}_K x_K - x_K \hat{p}_K)\Psi = \frac{\hbar}{i}\Psi, \quad K = 1,2,3,$$

$$(\hat{p}_i x_K - x_K \hat{p}_i)\Psi = 0 ,$$

$$(\hat{p}_\alpha y_\alpha - y_\alpha \hat{p}_\alpha)\Psi = \frac{\hbar}{i}\Psi,$$

$$(\hat{p}_\alpha y_\beta - y_\beta \hat{p}_\alpha)\Psi = 0,$$

$$(\hat{p}_\alpha \hat{p}_\beta - \hat{p}_\beta \hat{p}_\alpha)\Psi = 0,$$

$$(\hat{p}_K y_\alpha - y_\alpha \hat{p}_K)\Psi = -\Gamma^\alpha_K \Psi,$$

$$(\hat{p}_\alpha x_K - x_K \hat{p}_\alpha)\Psi = 0,$$

$$(\hat{p}_i \hat{p}_K - \hat{p}_K \hat{p}_i)\Psi = \left(\frac{\partial \Gamma^\beta_i}{\partial x^K} - \frac{\partial \Gamma^\beta_K}{\partial x^i}\right)\frac{\partial}{\partial y^\beta}\Psi,$$

$$(\hat{p}_\alpha \hat{p}_\kappa - \hat{p}_\kappa \hat{p}_\alpha)\Psi = -\frac{\partial \Gamma_\kappa^\beta}{\partial y^\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial y^\beta}\Psi \quad .$$

Учет вертикальной составляющей импульса нарушает соотношения коммутации для его горизонтальных составляющих и дает зависимость коммутационных соотношений от поведения производных от Ψ по y^α и от изменения в РПВ связности Γ_κ^β .

10. Методологические проблемы РПВ

Использование модели РПВ , как было показано выше , позволяет согласовать абсолютность и относительность длины и времени, а так же в совокупности рассматривать корпускулярные и волновые свойства материи . В этой связи представляется актуальным методологический анализ некоторых проблем физической теории , в частности взаимодействия и структуры физических объектов.

а/Структура физического объекта

Согласно принятой гипотезе,физический объект представляет собой структуру в РПВ . Следовательно , любой "переносчик взаимодействия ", в силу единства физического мира , является аналогичным объектом . Поэтому вопрос о взаимодействии в значительной степени заключается в спецификации "переносчиков взаимодействия". Их различие между собой находит выражение в следующих элементах :

- конфигурации объекта в базе и в слое ,
- различии слоевых и базовых движений ,
- взаимосвязи структурных составляющих и их движений .

Заряд в этом случае представляет собой специализированное устройство , обеспечивающее рождение и уничтожение определенных "переносчиков взаимодействия" . Пространственно-временная структура физического объекта представляется как точка или их совокупность в базе , к которым тем или иным способом (мостом) присоединен объект слоевой структуры . Движение физического объекта состоит из изменения состояния и движения базы , моста , слоя . Его описание заведомо сложно . Простейшим , с точки зрения наглядности, является диполь в РПВ . Определим его так : точке в базе постав в соответствие точку в слое , мост зададим правилом пропорциональности базовых и слоевых смещений .

б/К вопросу о единстве физического мира

Проведенное мною ранее рассмотрение галилеевски инвариантной электродинамики как дополнительной к лоренцинвариантной было основным стимулом построения модели пространства-времени , в которой объединение указанных симметрий представляется естественным . Модель РПВ дает такую возможность . Однако она дает и больше : в частности , представление о неизбежности учета в кинематике и динамике двух времен - базового и слоевого . Покой в базе совместим с движением в слое , верно и обратное . Представление о структуре физического мира складывается из рассмотрения как внешнего , так и внутреннего движения . Внешние движения характеризуют объект только частично , не менее важно исследование его внутренних движений , особенностей расслоенной модели , адекватно описывающей физический объект . Покажем , что живой организм прекрасно укладывается в модель расслоенного многообразия . Действительно , его поведение не описывается полностью видимыми макроскопически ми движениями , иногда , наоборот , все важнейшие изменения происходят невидимо , в сознании . При этом движение сложного внутреннего мира подчиняется своим законам , для него понятие физического времени можно применить только условно . Движение живого объекта есть движение в модели расслоенного многообразия , учитывающей особенности этого объекта .

в / Согласование ньютоновских и эйнштейновских представлений о пространстве и времени

Стандартная модель РПВ позволяет обеспечить такое согласование в узком смысле слова , так как базовые величины в ней абсолютны для различных инерциальных наблюдателей , а слоевые - относительны . Согласование в широком смысле слова обеспечивается , с философской и физической точек зрения , концепцией единства существования абсолютных и относительных пространственно-временных характеристик мира в модели расслоенного многообразия . Информация , инвариантная к принятому подходу , теоретическим методам анализа , экспериментальным средствам , состоит в следующем : пространственно-временные свойства физического мира адекватны модели расслоенного многообразия . Форма , вид такой модели , конечно , могут выбираться по-разному и в определенной степени свободны . В том случае , когда мы используем четырехмерное пространственно-временное многообразие , такой свободы нет , так как в ней могут быть отображены только некоторые элементы полной модели , что ведет либо к абсолютизации относительности длины и времени , либо к отказу от них . Представляет интерес построение теории , инвариантной к выбору той или иной формы выражения модели расслоенного многообразия .

г/ Черты расслоенной структуры физического мира в традиционных математических объектах

Согласно развиваемому подходу , минимальный состав элементов расслоенной структуры включает : элементы базы и слоя ; их взаимосвязь друг с другом - мост ; алгоритм сопоставления величине в расслоенном многообразии измеренного значения физической величины ; операции , с помощью которых обеспечивается функционирование математической структуры . Покажем , что комплексный анализ и метод гильбертова пространства допускают интерпретацию в формализме расслоенного многообразия . Поскольку , в силу нашей основной гипотезы , расслоенное многообразие лучше моделирует физический мир, устанавливается конструктивная связь физического подхода и математических концепций .

Модель А

- Комплексное число $x+iy$ есть точка расслоенного многообразия , представляющего собой прямую сумму евклидовых многообразий $M(x)$ и $M(y)$ одинаковой размерности .
- Связь базовых и слоевых координат задается через мнимую единицу, единственный оператор i , определяемый алгебраически свойством $i \cdot i = -1$. Так устанавливается мост .
- Сопоставление точке расслоенного многообразия $x+iy$ физического значения производится операцией сопряжения при учете евклидовости базового многообразия : $x+iy \to (x^2+y^2)^{1/2}$.
- Математические операции в расслоенном многообразии построены аналогично операциям в базовом и слоевом многообразиях .

Модель Б

- Элементом расслоенного многообразия является волновая функция $\Psi(x,y)=\chi(x)+iS(y)$, где $\chi(x)$, $S(y)$ - волновые функции гильбертова пространства.
- Мост задается мнимой единицей.
- Сопоставление математических величин и физических значений обеспечивается системой операторов $\{\hat{L}\}$, $\hat{L}\Psi = A\Psi$, заданных в базе и действующих на волновую функцию $\Psi(x)$, которую можно получить из волновой функции расслоенного многообразия посредством, например, тривиализации.
- Операции в гильбертовом пространстве аналогичны операциям в расслоенном многообразии.

Указанную аналогию традиционных математических структур и моделей расслоенного многообразия можно продолжить, что позволит расширить наши представления об их возможностях и применениях.

II. Некоторые аспекты кинематики и динамики материальной точки в РПВ

Зададим тензорные смещения в базе dx^{κ} и в слое dy^{α}. Пусть базовое и слоевое время пропорциональны друг другу. Компоненты скорости в РПВ имеют вид v^{κ}, v^{α}. Определим импульс:

$$p^{\kappa}=\alpha v^{\kappa}+\beta a^{\kappa}_{\beta}v^{\beta}+\gamma a^{\kappa}_{m\rho}v^{m}v^{\rho},$$

$$p^{\alpha}=av^{\alpha}+b a^{\alpha}_{\kappa}v^{\kappa}+c a^{\alpha}_{m\rho}v^{m}v^{\rho}.$$

Аналогично определим ускорение в РПВ компонентами

$$w^{\kappa}=\rho\dot{p}^{\kappa}+\sigma a^{\kappa}_{\nu}\dot{p}^{\nu}+\varepsilon a^{\kappa}_{\sigma m}\dot{p}^{\sigma}\dot{p}^{m},$$

$$w^{\alpha}=d\dot{p}^{\alpha}+e a^{\alpha}_{\kappa}\dot{p}^{\kappa}+f a^{\alpha}_{m\sigma}\dot{p}^{m}\dot{p}^{\sigma}.$$

Зададим силу

$$f^{\kappa}=\varkappa\varphi^{\kappa}+\mu b^{\kappa}_{\nu}\varphi^{\nu}+\nu b^{\kappa}_{\mu\rho}\varphi^{\mu}\varphi^{\rho},$$

$$f^{\alpha}=g\varphi^{\alpha}+h b^{\alpha}_{\kappa}\varphi^{\kappa}+\ell b^{\alpha}_{m\rho}\varphi^{m}\varphi^{\rho}.$$

Пропорциональность компонент ускорения компонентам силы даст обобщение закона динамики Ньютона

$$w^{\kappa} = w^{\kappa}(f^{\kappa}, f^{\alpha}) \ , \ w^{\alpha} = w^{\alpha}(f^{\kappa}, f^{\alpha}) .$$

Для одной из компонент имеем

$$\rho w^{\kappa} + \sigma a^{\kappa}_{\nu} w^{\nu} + \varepsilon a^{\kappa}_{\sigma m} w^{\sigma} w^{m} = A f^{\kappa} + B L^{\kappa}_{\alpha} f^{\alpha} + C L^{\kappa}_{\alpha m} f^{m} f^{\alpha} .$$

В силу расслоенной структуры пространства-времени каждая характеристика задается РПВ-величиной , а ее изменение - изменением в РПВ . При этом слоевые свойства неотделимы от базовых , хотя не выступают независимо от последних .

С позиций РПВ представляется целесообразным использование нескольких операторов для описания динамики материальной точки . В случае , когда эти операторы имеют вид $L_A = \Gamma^2 \sigma^{-1} \frac{d}{dt}$, $L_B = \sigma \frac{d}{dt}$, мы фактически используем два пропорциональных друг другу времени, что естественно в формализме РПВ .

Рассмотрим некоторые особенности .

- Следуя принятой схеме , отнесем корпускулярные движения к базовым , волновые - к слоевым . В этом случае фазовое пространство можно интерпретировать как тривиальное расслоение с координатами $\vec{r}(x, y, z)$ и $\vec{\lambda}(\xi, \eta, \zeta)$.
- Усложнение свойств пространственно-временного многообразия автоматически ведет к изменениям в динамике и кинематике , так как параметры явления зависят как от координат базы , так и от координат слоя .
- Импульс может быть определен через слоевое движение , например в форме $p_x = m v_x = m a_{x\beta} v^{\beta}$, что можно интерпретировать как переход от скаляра массы к тензору .
- Взаимосвязи вида $x_{\kappa} = a^{\beta}_{\kappa} y_{\beta}$ могут быть аналитическим выражением моста в РПВ .

Покажем , что отношение , характеризующее взаимодействие точечного события с окружением с помощью нормированного скалярного поля , можно интерпретировать как характеристику связи базовых и слоевых движений . Действительно , пусть отношение w известно . Примем предположение , что оно характеризует "проявление " слоевого движения в базе . Используем экспериментальные данные по увлечению электромагнитного поля средой . Согласно расчету с учетом отношения имеем

$$v_\phi = \frac{c}{n} + u + w\frac{(\vec{u}\vec{c})}{c^2}\frac{1}{n^2} .$$

При $w=0$ слоевое движение $(\vec{u}\vec{c})/n^2c$ не проявляет себя в базе , при $w=1$ оно учитывается в полной мере .

По-видимому , изучение вопросов кинематики и динамики материальной точки в расслоенном пространстве-времени позволит получить ответы на вопросы , недоступные традиционным методам . Однако сделать это не так просто , хотя бы в силу сложности модели РПВ . С другой стороны , не развиты методы анализа , в частности вариационные , физических явлений в РПВ . В-третьих , необходима большая работа по расшифровке богатой физической информации с учетом РПВ : выделение базовых и слоевых характеристик явления, анализ экспериментальных условий проведения опытов и т.д.

12. К физическому смыслу "волны де Бройля"

Нами установлено наличие двух типов частот и длин волн в электродинамике . Учтем дополнительно гипотезу , что структура и движение физических объектов задаются величинами в РПВ . Отнесем $\lambda_э$ к базовой длине , а $\lambda_Б$ - к слоевой . Тогда в соответствии с принятой идеологией $\lambda_э$ характеризует видимую конфигурацию физического объекта , его макроскопическое проявление , а $\lambda_Б$ - н е в и д и м о е , внутреннее движение , которое проявляется только при дополнительных условиях . Очевидно , что $\lambda_Б$ проявит себя в динамике . Различие слоевой длины для различных наблюдателей может иметь в своей основе динамику , и тогда оно является реальным , но может быть и неявным , потенциальным , если оно обусловлено , например , движением наблюдателя .

Примем предположение , что "волна де Бройля" является динамической характеристикой объекта , связанной с наличием у него структуры в РПВ . Проанализируем в этой связи другие возможности связи макроскопических параметров с внутренними , такими,как $\omega_Б$ и $\lambda_Б$. Покажем , что групповой скорости можно поставить в соответствие другую частоту без противоречия с единообразным описанием корпускулярных и волновых свойств и движений . Напом -

ним сущность подхода Бройля :

- полной энергии ставится в соответствие частота $E=\hbar\omega_Б$,
- групповой скорости $v_{гр}$ соответствует фазовая $v_ф=C^2/v_{гр}$,
- длина волны Бройля равна $\lambda_Б=v_ф/\omega_Б$,
- групповая скорость фазовых волн равна скорости движения тела ,
- из принципа Ферма должен следовать принцип Гамильтона .

Недостатком такого подхода является использование частоты Эйнштейна во взаимосвязи энергии и частоты, хотя в подходе Бройля речь идет о другой частоте. Кроме этого, использование фазовой скорости, большей скорости света в вакууме, свидетельствует о невозможности физической реализации процесса, в то время как в модели РПВ волновые процессы в слое реальны. Поступим следующим образом :

-сопоставим кинетической энергии частоту $mv_{гр}^2=2\tilde{\omega}\hbar$;

- зададим фазовую скорость $2v_ф=v_{гр}$;

- определим $\lambda=v_ф/\tilde{\omega}$ и покажем, что групповая скорость введенных фазовых волн равна скорости движения тела; действительно,

$$u=d\tilde{\omega}/d(1/\tilde{\lambda})=v_{гр};$$

- для импульса имеем

$$p=m_0v_{гр}=\frac{\hbar\tilde{\omega}}{v_ф}=\frac{\hbar}{\lambda};$$

- в рассматриваемом случае ~~из принципа Ферма следует~~ принцип Гамильтона

$$\delta S=\delta\int_A^B\frac{ds}{\lambda}=\delta\int_A^B\frac{\tilde{\omega}}{v_ф}ds=\delta\int_A^B\frac{1}{\hbar}mv\,ds\,.$$

Следовательно , обнаружение взаимосвязи корпускулярных и волновых свойств материи возможно при различных определениях частоты Бройля и фазовой скорости. Преимущество предложенного варианта — в пропорциональности $\tilde{\omega}$ групповой скорости , что позволяет дать динамическую интерпретацию $\tilde{\omega}$. Наличие скорости , реальное или потенциальное , есть движение по инерции , изменение же частоты $\tilde{\omega}$ пропорционально изменению скорости , т.е. изменению инерционных свойств вещества . В общем случае $\tilde{\omega}\neq\omega_Б$. Поэтому представляют интерес эксперименты по определению частоты $\tilde{\omega}$. Заметим , что $\tilde{\lambda}=\lambda_Б$ и потому известные эксперименты по дифракции электронов и т.п. не являются подтверждением единственности связи корпускулярных и волновых свойств .

Заметим , что теперь можно предложить прием согласования характеристик движения в базе и в слое , который назовем тривиализацией :

- отождествим координаты слоя и базы ;
- рассмотрим плоскую волну в слое с параметрами $\tilde{\omega}$ и $\tilde{\vec{k}}$ и прямолинейное равномерное движение в базе ;
- потребуем , чтобы групповая скорость волн в слое была равна скорости движения материальной точки в базе .

Очевидно , такой прием использовался в физике ранее , т.к. мы фактически описывали волновое движение в слое с помощью координат и времени базового многообразия . При указанном подходе противоречия корпускулярно-волнового описания явлений становятся движущей силой нового теоретического варианта , так как по существу выясняется , что волна вероятности имеет место не в базе, а в слое . В силу этого волновая механика представляет собой способ учета слоевых движений . Тогда извлечение данных опыта посредством операторов для физических величин может наталкиваться на то противоречие , что оператор базовой величины отличен от оператора слоевой , причем и сама волновая функция может меняться при проектировании на базу . Кроме этого , представляют интерес операторы , действующие в разных подпространствах .

Заключение

Расслоенная структура пространства-времени представляет собой в настоящее время привлекательную начальную гипотезу . Привлекательную потому , что она естественным путем позволяет согласовать ньютоновские и эйнштейновские представления о пространстве и времени , единообразно описывать корпускулярные и волновые свойства материи , строить на принципиально новой основе модели элементарных частиц , в частности фотона . Начальную потому , что нет прямого экспериментального подтверждения следствий РПВ , ее модели задаются с большой неопределенностью . Однако нельзя отрицать оригинальности и смелости этой гипотезы . Последнее обстоятельство привлечет к проблеме расслоенной структуры пространства-времени лучших теоретиков и экспериментаторов , которые, не страшась трудностей , смогут превратить гипотезу в аксиому .

Литература

1.Ньютон И. Математические начала натуральной философии . -

В кн.: Собр. тр., т.7/ А.И. Крылов. М.-Л., 1936.
2. Эйнштейн А. Собр. науч. тр.- М.: Наука, 1966, т.3.
3. Лоренц Г.А. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света.- В кн.: Старые и новые проблемы физики.- М.: Наука, 1970, с. 28-55.
4. Пуанкаре А. О динамике электрона.- Избр. науч. тр.- М.: Наука, 1974, т.3, с.433-515.
5. Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел.- Собр.науч.тр.- М.: Наука, 1965, с.7-35.
6. Минковский Г. Пространство и время. - Принцип относительности/ Под ред. В.К. Фредерикса, Д.Д. Иваненко. - М.: ОНТИ, 1935.
7. Болотовский Б.М., Столяров С.Н. Современное состояние электродинамики движущихся сред : [Эйншт. сб.] - М.: Наука, 1976.
8. Франкфурт У.И. Оптика движущихся сред и СТО : [Эйншт. сб., 1977].- М.: Наука, 1980, с.257-325.
9. Барыкин В.Н. К электродинамике инерциально движущихся сред.- Минск, 1982.- 56 с. - (Препринт/ИТМО АН БССР, № 1).
10. Барыкин В.Н. Связь пространственно-временных симметрий и условий измерения в электродинамике. - Минск, 1985. - 44 с. - (Препринт/ ИТМО АН БССР, № 4),
11. Лихнерович А. Теория связностей в целом и группы голономий. - М.: ИЛ, 1960.
12. Близникас В.И. К теории кривизны пространства опорных элементов. - Лит. мат. сб., 1965, т.5, № 1, с.9-22.
13. Лаптев Б.Л. Ковариантный дифференциал и теория дифференциальных инвариантов в пространстве тензорных опорных элементов. - Уч. зап. Казан. гос. ун-та, 1958, т.118, кн. 8.
14. Шутц Б. Геометрические методы математической физики. - М.: Мир, 1984.
15. Бергман П.Г. Единая теория поля: вчера, сегодня, завтра. - В кн.: Проблемы физики: классика и современность. - М.: Мир, 1982. .
16. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. - М.: Наука, 1976.

В.Н. Барыкин

К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ
В РАССЛОЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

Препринт № 2

Редактор Э.Н. Зеленкевич. Худ. редактор С.И. Сауляк.
Техн. редактор В.Д. Перепелкина. Корректор Е.А. Грищук.

Подписано в печать 15.01.85. АТ 15523.
Формат 60x84 1/16. Бумага типогр. № 2. Печать офсетная.
Усл.печ.л. 2,5. Усл. кр.-отт. 2,6. Уч.-изд.л. 2,8.
Тираж 100 экз. Заказ 46 . Бесплатно.

Редакционно-издательский отдел Института
тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова АН БССР

Отпечатано на ротапринте Института тепло- и массообмена
им. А.В. Лыкова АН БССР, Минск, П.Бровки, 15