Академия наук БССР

Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова

В.Н. Барыкин

К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ИНЕРЦИАЛЬНО ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

Препринт № 1

Минск 1982

УДК 530.12

Проведено однопараметрическое обобщение материальных уравнений электродинамики инерциально движущихся изотропных в системе покоя сред, позволяющее в явном виде учесть зависимость скорости света в вакууме от скорости движения источника. Выведены уравнения для четырехпотенциала в движущейся среде. В геометрооптическом приближении и на задаче отражения проиллюстрированы особенности однопараметрической электродинамики. На основе их анализа, а также особенностей измерительной процедуры предложена модель физического пространства-времени как расслоения, базой которого является ньютоновское пространство, а слоем - риманово.

... действительно мощные методы оказываются полезными только в том случае, если еще до проведения доказательства мы уже имеем некоторые интуитивные представления, некоторое интуитивное предположение, которое в большинстве случаев оказывается потом верным. Тогда мы уже уверены в успехе и предвидим направление, в котором надо искать интересующий нас результат.

Д.Нейман

ВВЕДЕНИЕ

Начиная примерно с середины 50-х годов, повысился интерес к электродинамическим явлениям в движущихся средах. С одной стороны, это объясняется тем, что возросли экспериментально достижимые скорости среды. На сильноточных ускорителях плазмы можно получать макроскопические ее сгустки, движущиеся как целое со скоростями более 10^6 м/с. Стало возможным также получение плотных пучков быстрых электронов. Кроме этого, появились замедляющие системы, такие, как волновод, частично заполненный диэлектриком, цепочка связанных резонаторов и т.п., в которых скорость света может быть существенно меньше скорости света в вакууме. Получили практическое применение релятивистские эффекты. Отметим, например, умножение частоты и усиление электромагнитной волны при отражении от движущейся границы, диагностику движущихся сред по их взаимодействию с электромагнитными волнами. Для указанного периода характерен также интенсивный анализ основ электродинамики движущихся сред, в первую очередь специальной теории относительности (СТО). Теория эта, созданная в начале века /I-4/, убедительно подтверждена экспериментально /5-8/. Важность ее состоит в том, что она привела к коренной перестройке физических представлений о пространстве и времени: физическое пространство-время есть четырехмерное многообразие псевдоевклидовой структуры, имеющее глобально в галилеевских координатах метрику Минковского $\eta_{kn} = diag$ (I, I, I, -I). На базе СТО удалось не только объяснить имеющиеся экспериментальные данные, относящиеся в основном к электродинамике движущихся сред, но и предсказать ряд новых явлений, в дальнейшем подтвержденных экспериментально: поперечный эффект Доплера, взаимосвязь массы и энергии. Основу СТО составляют два принципа:

I. Принцип относительности: "Законы, по которым изменяется состояние физических систем, не зависят от того, к какой из координатных системе, движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, эти изменения относятся".

2. Принцип постоянства скорости света в вакууме: "Каждый луч света движется в "покоящейся" системе координат с определенной скоростью c независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом" /I/.

Поэтому, так или иначе, анализ СТО неотделим от анализа принципов теории. Направление исследования здесь очевидно: нужна теория, которая позволяет вывести принципы дедуктивным путем или включить их в более общую теоретическую схему. Для успеха такой программы нужны либо серьезные экспериментальные факты, которые не объясняются старой теорией, либо получение новых теоретических результатов, не укладывающихся в ее рамки. Отметим, что СТО, как фундаментальная теория, подверглась всестороннему анализу с философской, математической, физической точек зрения. Философские аспекты проблем, относящихся к СТО, изложены, в частности, в работах /9-II/.

Математический анализ СТО был обусловлен важностью ее приложений и проведен по нескольким направлениям: предложены системы аксиом, позволяющие вывести преобразования Лорентца дедуктивным путем /I2-I5/, показана согласованность постулатов СТО /I6/, их логическая обоснованность /I7/ и непротиворечивость /I8/, в рамках пространственно-временных преобразований проанализирован вопрос об эквивалентности наблюдателей /I9-2I/, проведен вывод параметрических пространственно-временных преобразований, более общих, чем преобразования Лорентца /22, 23/, осуществлено "расширение" СТО на случай движения систем координат со скоростями, большими скорости света в вакууме /24, 25/, разработаны теории анизотропного пространства-времени /26-28/, предложена дискретная СТО /29/, получили применение к решению физических задач обобщенные преобразования Лорентца /30/, проведен детальный анализ группы Лорентца /31/. С созданием СТО и ее экспериментальным подтверждением стал общепринятым четырехмерный формализм описания физических явлений /32/,теория относительности распространена на расслоенные многообразия /33-35/, СТО стала неотъемлемым структурным элементом теории гравитации (ОТО), созданной А.Эйнштейном /36,37/.

Физический анализ СТО проводился по двум направлениям:

а) непосредственные эксперименты, подтверждающие правильность постулатов и следствий СТО /5-8/;

б) создание теоретических моделей, имеющих физическое обоснование.

Так, необходимость учета условий измерения стимулировала развитие теории систем отсчета. В такой теории структура СТО не анализируется, а принимается в качестве основы анализа. Наряду с системами координат в рассмотрение вводятся системы отсчета. В формализме хронометрических инвариантов /38, 39/ преобразования систем отсчета образуют подмножество всех допустимых координатных преобразований. Изменение величин, происходящее при преобразованиях за пределами этого подмножества, рассматривается как координатный эффект. В дальнейшем система отсчета выделилась в самостоятельное математическое понятие. Она представляется, например, конгруэнцией мировых линий, полем ортонормированных тетрад /40/ или посредством инвариантной тетрады /41/. Тем самым обеспечивается ее инвариантное задание в произвольной системе координат. Тогда преобразования систем координат и систем отсчета относятся к разным группам. Сопоставление различных формализмов систем отсчета и обширную библиографию можно найти в работах /30, 41/. К другому малочисленному классу относятся исследования, в которых проводится согласованный учет физических условий измерения и изменений в структуре СТО, вытекающих из него. Их привлекательной стороной является возможность получения нетривиального обобщения СТО. Первый шаг обобщения состоит в новой интерпретации преобразований

Лоренца, состоящей, например, в том, что изменение наблюдаемых величин рассматривается не как кинематический эффект, обусловленный пространственно-временной структурой физического мира, а как следствие взаимодействия, которое можно выразить пространственно-временными преобразованиями /42/. Наиболее полно эта интерпретация применительно к оптическим явлениям изложена в /43/. Свет рассматривается как совокупность квантовомеханических объектов - фотонов, а процесс измерения - как взаимодействие их с классическим измерительным прибором. Такое взаимодействие ведет к изменению параметров света, обусловленному самим процессом измерения. Некоторые аспекты такого подхода изложены в работах /44, 45/.

В данной работе рассмотрено однопараметрическое обобщение материальных уравнений электродинамики и пространственно-временных преобразований, связывающих инерциальные системы координат с помощью нормированного скалярного поля, допускающего физическую интерпретацию. Показано, что однопараметрическое обобщение электродинамики позволяет вывести дедуктивным путем принцип постоянства скорости света в вакууме, ведет к согласованию галилеевской и лорентцевской инвариантности полевых уравнений электродинамики и может рассматриваться как структура в расслоении. Однопараметрические пространственно-временные преобразования позволяют в рамках СТО учесть особенности условий измерения в электродинамике и предложить модель физического пространства-времени как расслоения, базой которого является ньютоновское пространство, а слоем - риманово. Принцип относительности в таком расслоении обобщает принцип относительности СТО. Однопараметрическая электродинамика содержит релятивистскую, лорентцинвариантную электродинамику как частный случай и потому согласуется с известными экспериментальными данными. Однако она предсказывает и новые явления, вытекающие из геометрооптического приближения и решения задачи об отражении от инерциально движущегося зеркала: возможность частичной зависимости скорости света в вакууме от скорости движения источника, изменение плоскости поляризации и кручение луча.

Характер изложения материала индуктивный: постепенно реализуется переход от простых фактов и предположений к более сложным. Наиболее важные формулы получены несколькими способами, а идеи общего значения проиллюстрированы несколькими примерами.

§ I. Система уравнений электродинамики, инвариантная относительно преобразований Галилея

Преобразования Галилея задают связь пространственно-временных переменных для двух декартовых систем координат K и K', инерциально движущихся относительно друг друга. В случае, когда система K' движется по оси OX системы координат K со скоростью v, они имеют вид

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \qquad (1)$$

Электромагнитное поле описывается системой дифференциальных уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c}\rho\vec{\tilde{u}} + \frac{1}{c}\frac{\partial D}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \qquad \operatorname{div} D = \rho, \qquad (2)$$

где $(\vec{E}, \vec{H})$ – поля, $(\vec{D}, \vec{B})$ – индукции, ρ – плотность заряда, $\vec{\tilde{u}}$ – скорость движения заряда.

Для замыкания уравнений (2) необходимо знать соотношения между полями и индукциями. Если $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, $\vec{B} = \mu\vec{H}$, где ε, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, то для вакуума материальные уравнения таковы:

$$\vec{D} = \vec{E}, \qquad \vec{B} = \vec{H}. \qquad (3)$$

Система уравнений электродинамики вакуума получается подстановкой (3) в (2) и имеет вид

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \ \operatorname{div}\vec{H} = 0, \ \operatorname{div}\vec{E} = \rho, \ \operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{c}\rho\vec{\tilde{u}}. \qquad (4)$$

Она <u>неинвариантна</u> относительно преобразований (I), что можно проверить непосредственно /I, 2/. Однако система (4) инвариантна относительно преобразований Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - x\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{5}$$

связывающих системы координат K и K', если соотношение скоростей установлено выражениями, следующими из (5):

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x\frac{v}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{u_y\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - u_x\frac{v}{c^2}}, \quad u'_z = \frac{u_z\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - u_x\frac{v}{c^2}}. \tag{6}$$

Исходная посылка СТО состоит в абсолютизации (5) в соответствии с идеей, что физическое пространство-время является четырехмерным многообразием с инвариантным интервалом /4/

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2. \tag{7}$$

Такая модель пространства согласуется с принципом относительности СТО: уравнения Максвелла и метрика многообразия, в котором рассматриваются электромагнитные явления, инвариантны относительно (5). Преобразования Галилея рассматриваются как приближение преобразований Лорентца, справедливое для $\frac{v}{c} \ll 1$.

Известно несколько вариантов галилеевски инвариантной электродинамики. Так, А.Герц /46/ видоизменил дифференциальные уравнения (2), дополнив их членами вида

$$\mathrm{rot}\,[\vec{D}, \vec{u}\,], \quad \vec{u}\,\mathrm{div}\,\vec{D}, \quad \mathrm{rot}\,[\vec{B}, \vec{u}\,]. \tag{8}$$

Однако следствия из такой теории противоречат экспериментальным данным. Кроме этого, скорость $\vec{u}$, входящая в (8), интерпретируется как скорость эфира, полностью увлекаемого системой отсчета. Варианты галилеевски инвариантной электродинамики, развитые в последнее время, основаны на рассмотрении физических ситуаций, называемых "электрическим" и "магнитным" пределами, когда в уравнениях (4) можно пренебречь производными $\frac{\partial H}{\partial t}$ или $\frac{\partial E}{\partial t}$ /47, 48/. Такие ситуации встречаются на практике, и использование указанных пределов позволяет упростить решение задач.

Заметим, что уравнения $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, $\vec{B} = \mu\vec{H}$ могут быть дополнены конвективными членами, содержащими скорость движения среды $\vec{u}$. Тогда в той системе координат, в которой $\vec{u} = 0$, получим указанную связь полей и индукций. При исследовании же инвариантности полной системы уравнений электродинамики нужно использовать также члены, содержащие $\vec{u}$. В противном случае делается предположение, что скорость среды одинакова в различных системах координат. Такой подход хотя и возможен, но не согласуется с нашими интуитивными представлениями. Стоит задача нахождения новой взаимосвязи полей и индукций, учитывающей то обстоятельство, что среда, покоящаяся в одной системе координат, является движущейся в другой. Покажем, что такая взаимосвязь формально существует, причем полная система полевых уравнений инвариантна относительно (I).

Рассмотрим в качестве материальных уравнений выражения

$$\vec{D} = \varepsilon\left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{u}}{c}, \vec{B}\right]\right), \quad \vec{B} = \mu\left(\vec{H} + \left[\vec{D}, \frac{\vec{u}}{c}\right]\right). \qquad (9)$$

Запишем уравнения (2) в декартовых координатах и проведем их преобразование по (I). Нетрудно показать, что уравнения остаются инвариантными, если выполняются соотношения

$$\vec{B} = \vec{B}', \quad \vec{D} = \vec{D}', \ \vec{E} = \vec{E}' - \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B}'\right], \ \vec{H} = \vec{H}' + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{D}'\right]. \qquad (I0)$$

Обратные соотношения отличаются знаком перед $\vec{v}$:

$$\vec{B}' = \vec{B}, \ \vec{D}' = \vec{D}, \ \vec{E}' = \vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B}\right], \ \vec{H}' = \vec{H} - \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{D}\right]. \qquad (II)$$

Непосредственная проверка показывает инвариантность (9), если используются кинематические следствия (I):

$$\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v} \qquad (I2)$$

(необходимые выкладки будут проведены ниже в более общем случае). Для вакуума предложенная система уравнений должна быть дополнена соображениями о физическом смысле $\vec{u}$. Трактовать $\vec{u}$ как скорость движения вакуума невозможно, потому что нет оснований для выбора преимущественной системы координат, относительно которой вакуум покоится. Однако, как будет выяснено ниже, величина $\vec{u}$ в вакууме может интерпретироваться как скорость движения источника электромагнитного поля. Поэтому галилеевски инвариантная система полевых уравнений электродинамики вакуума ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$) имеет вид:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{1}{c}\rho\vec{\tilde{u}},$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \qquad \operatorname{div} \vec{D} = \rho,$$

$$\vec{D} = \vec{E} + \left[\frac{\vec{u}}{c}, \vec{B}\right], \qquad \vec{B} = \vec{H} + \left[\vec{D}, \frac{\vec{u}}{c}\right], \tag{13}$$

где $\vec{u}$ – скорость движения источника.

§ 2. Согласование галилеевской и лорентцевской инвариантности уравнений Максвелла

Заметим, что система уравнений Максвелла в изотропной, инерциально движущейся среде инвариантна относительно преобразований Лорентца (5) при следующей взаимосвязи полей и индукций в среде /49/:

$$\vec{D} + \left[\frac{\vec{u}}{c}, \vec{H}\right] = \varepsilon\left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{u}}{c}, \vec{B}\right]\right),$$

$$\vec{B} + \left[\vec{E}, \frac{\vec{u}}{c}\right] = \mu\left(\vec{H} + \left[\vec{D}, \frac{\vec{u}}{c}\right]\right). \tag{14}$$

Сравнение выражений (9) и (14) позволяет единообразно записать материальные уравнения с помощью параметра w:

$$\vec{D} + w\left[\frac{\vec{u}}{c}, \vec{H}\right] = \varepsilon\left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{u}}{c}, \vec{B}\right]\right),$$

$$\vec{B} + w\left[\vec{E}, \frac{\vec{u}}{c}\right] = \mu\left(\vec{H} + \left[\vec{D}, \frac{\vec{u}}{c}\right]\right). \tag{15}$$

Как указано выше, при $w = 0$ уравнения Максвелла совместно с (15) образуют систему, инвариантную относительно преобразований Галилея, при $w = 1$ – относительно преобразований Лорентца.

Запишем также единообразно преобразования Галилея и Лорентца с помощью параметра w :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} w}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - x\frac{v}{c^2}w}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} w}}. \qquad (16)$$

Они известны как преобразования Игнатовского – Франка – Ротта /50/.

Покажем, что система уравнений Максвелла, рассматриваемая совместно с (15), инвариантна относительно (16) для произвольного фиксированного w /51/.

Действительно, определим соотношение между частными производными и компонентами скоростей, используя (16):

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma\frac{\partial}{\partial x'} - \gamma\frac{vw}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -v\gamma\frac{\partial}{\partial x'} + \gamma\frac{\partial}{\partial t'},$$

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - u_x\frac{vw}{c^2}}, \quad u_y' = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x\frac{vw}{c^2})}, \quad u_z' = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x\frac{vw}{c^2})}, \qquad (17)$$

где $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} w\right)^{-1/2}$.

Рассмотрим одну группу уравнений Максвелла, записанную в декартовых координатах:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t},$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B_z}{\partial t}, \qquad (18)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \qquad (19)$$

Из (19) с учетом (17) имеем

$$\gamma\frac{\partial B_x}{\partial x'} = v\gamma\frac{w}{c^2}\frac{\partial B_x}{\partial t'} - \frac{\partial B_y}{\partial y'} - \frac{\partial B_z}{\partial z'}. \qquad (20)$$

Аналогично выразим величину $\frac{1}{c}\frac{\partial B_\xi}{\partial t}$:

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial B_\xi}{\partial t} = -\gamma\frac{1}{c}\frac{\partial B_\xi}{\partial t'} + \gamma\frac{v}{c}\frac{\partial B_\xi}{\partial x'}, \qquad (21)$$

где ξ принимает значения x, y, z. Используя (20), (21), проведем преобразования уравнений (18):

$$\frac{\partial}{\partial y'}\left[\gamma\left(E_z + \frac{v}{c}B_y\right)\right] - \frac{\partial}{\partial z'}\left[\gamma\left(E_y - \frac{v}{c}B_z\right)\right] = -\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'}\left[\gamma\left(E_z + \frac{v}{c}B_y\right)\right] = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t'}\left[\gamma\left(B_y + \frac{v}{c}wE_z\right)\right],$$

$$\frac{\partial}{\partial x'}\left[\gamma\left(E_y - \frac{v}{c}B_z\right)\right] - \frac{\partial E_x}{\partial y'} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t'}\left[\gamma\left(B_z - \frac{v}{c}wE_y\right)\right]. \qquad (22)$$

Уравнения (22) запишутся в виде (18) для штрихованных величин, если выполняются следующие соотношения между компонентами полей:

$$E'_x = E_x, \quad E'_y = \gamma\left(E_y - \frac{v}{c}B_z\right), \quad E'_z = \gamma\left(E_z + \frac{v}{c}B_y\right).$$

$$B'_x = B_x\,,\; B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{v}{c}\,\omega E_z\right),\quad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{v}{c}\,\omega E_y\right) \qquad (23)$$

Выражения нештрихованных компонент через штрихованные отличаются знаком перед скоростью:

$$E_x = E'_x\,,\quad E_y = \gamma\left(E'_y + \frac{v}{c} B'_z\right),\quad E_z = \gamma\left(E'_z - \frac{v}{c} B'_y\right),$$

$$B_x = B'_x\,,\quad B_y = \gamma\left(B'_y - \frac{v}{c}\,\omega E'_z\right),\; B_z = \gamma\left(B'_z + \frac{v}{c}\,\omega E'_y\right). \qquad (24)$$

Используя (24), проверим инвариантность уравнения (I9). Подставим (24) в (I9). Получим

$$\gamma\left(\frac{\partial B'_x}{\partial x'} + \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'}\right) - \gamma\frac{v}{c}\,\omega\left(\frac{1}{c}\frac{\partial B'_x}{\partial t'} + \frac{\partial E'_z}{\partial y'} \quad \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) = 0$$

Поскольку

$$\frac{1}{c}\,\frac{\partial B'_x}{\partial t'} + \frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'} = 0,$$

а $\gamma \neq 0$, то имеет место уравнение

$$\frac{\partial B'_x}{\partial x'} + \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'} = 0\,.$$

Доказательство инвариантности первой группы уравнений Максвелла завершено. Аналогичным образом проведем анализ второй группы уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c}\,\rho u_x + \frac{1}{c}\,\frac{\partial D_x}{\partial t}\,,$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{1}{c}\rho u_y + \frac{1}{c}\frac{\partial D_y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{1}{c}\rho u_z + \frac{1}{c}\frac{\partial D_z}{\partial t}, \tag{25}$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho. \tag{26}$$

Из (26) с учетом (I7) имеем

$$\gamma\frac{\partial D_x}{\partial x'} = v\gamma\frac{\omega}{c^2}\frac{\partial D_x}{\partial t'} - \frac{\partial D_y}{\partial y'} - \frac{\partial D_z}{\partial z'} + \rho. \tag{27}$$

Выражение для $\frac{1}{c}\frac{\partial D_\xi}{\partial t}$ запишется так:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial D_\xi}{\partial t} = \frac{\gamma}{c}\frac{\partial D_\xi}{\partial t'} - v\frac{\gamma}{c}\frac{\partial D_\xi}{\partial x'}, \tag{28}$$

где ξ принимает значения x, y, z. Используя выражения (27), (28), из уравнений (25) получим

$$\frac{\partial}{\partial y'}\left[\gamma\left(H_z - \frac{v}{c}D_y\right)\right] - \frac{\partial}{\partial z'}\left[\gamma\left(H_y + \frac{v}{c}D_z\right)\right] = \frac{1}{c}\rho(u_x - v)\gamma + \frac{1}{c}\frac{\partial D_x}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'}\left[\gamma\left(H_z - \frac{v}{c}D_y\right)\right] = \frac{1}{c}\rho u_y + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t'}\left[\gamma\left(D_y - \frac{v}{c}\omega H_z\right)\right],$$

$$\frac{\partial}{\partial x'}\left[\gamma\left(H_y + \frac{v}{c} D_z\right)\right] - \frac{\partial H_x}{\partial y'} = \frac{1}{c}\rho u_x + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t'}\left[\gamma\left(D_z + \frac{v}{c}\omega H_y\right)\right]. \tag{29}$$

Выберем соотношения между компонентами полей:

$$D_x' = D_x,\ D_y' = \gamma\left(D_y - \frac{v}{c}\omega H_z\right),\ D_z' = \gamma\left(D_z + \frac{v}{c}\omega H_y\right),$$

$$H_x' = H_x,\ H_y' = \gamma\left(H_y + \frac{v}{c} D_z\right),\ H_z' = \gamma\left(H_z - \frac{v}{c} D_y\right). \tag{30}$$

Из (30) получим выражения штрихованных компонент через нештрихованные:

$$D_x = D_x',\ D_y = \gamma\left(D_y' + \frac{v}{c}\omega H_z'\right),\ D_z = \gamma\left(D_z' - \frac{v}{c}\omega H_y'\right),$$

$$H_x = H_x',\ H_y = \gamma\left(H_y' - \frac{v}{c} D_z'\right),\ H_z = \gamma\left(H_z' + \frac{v}{c} D_y'\right). \tag{31}$$

Найдем условия, при которых инвариантно уравнение (26). Подставляя (31) в (26), получим

$$\gamma\left(\frac{\partial D_x'}{\partial x'} + \frac{\partial D_y'}{\partial y'} + \frac{\partial D_z'}{\partial z'}\right) + \gamma\frac{v}{c}\omega\left(\frac{\partial H_z'}{\partial y'} - \frac{\partial H_y'}{\partial z'} - \frac{1}{c}\frac{\partial D_x'}{\partial t'}\right) - \rho$$

Поскольку

$$\frac{\partial H_z'}{\partial y'} - \frac{\partial H_y'}{\partial z'} - \frac{1}{c}\frac{\partial D_x'}{\partial t'} = \frac{1}{c}\gamma\rho\left(u_x - v\right),$$

то

$$\frac{\partial D_x'}{\partial x'} + \frac{\partial D_y'}{\partial y'} + \frac{\partial D_z'}{\partial z'} = \rho\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\omega\right). \tag{32}$$

Уравнение (32) запишется для штрихованных величин аналогично (26) для нештрихованных, если

$$\rho' = \rho\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\omega\right). \tag{33}$$

Используя (33) и выражения (17) для связи компонент скорости в различных систем координат, получим

$$\frac{1}{c}\rho\gamma(u_x - v) = \frac{1}{c}\rho' u'_x ,$$

$$\frac{1}{c}\rho u_y = \frac{1}{c}\rho' u'_y ,$$

$$\frac{1}{c}\rho u_z = \frac{1}{c}\rho' u'_z . \tag{34}$$

Учитывая соотношения (34), а также (33), перепишем уравнения (29) в виде

$$\frac{\partial H'_z}{\partial y'} - \frac{\partial H'_y}{\partial z'} = \frac{1}{c}\rho' u'_x + \frac{1}{c}\frac{\partial D'_x}{\partial t'} ,$$

$$\frac{\partial H'_x}{\partial z'} - \frac{\partial H'_z}{\partial x'} = \frac{1}{c}\rho' u'_y + \frac{1}{c}\frac{\partial D'_y}{\partial t'} ,$$

$$\frac{\partial H'_y}{\partial x'} - \frac{\partial H'_x}{\partial y'} = \frac{1}{c}\rho' u'_z + \frac{1}{c}\frac{\partial D'_z}{\partial t'} .$$

Доказательство инвариантности второй группы уравнений Максвелла завершено. Докажем теперь инвариантность материальных уравнений (15). Нетрудно видеть, что они удовлетворяют условиям симметрии

$$\vec{D} \to \vec{B}, \quad \vec{E} \to \vec{H}, \quad \vec{H} \to -\vec{E}, \quad \vec{B} \to -\vec{D}, \quad \varepsilon \to \mu, \quad \mu \to \varepsilon . \tag{35}$$

Аналогичным условиям удовлетворяют преобразования для полей, поэтому анализ инвариантности ограничивается рассмотрением одного векторного уравнения /52/. Пусть в системе координат K'

$$\mu\left(\vec{H}' + \left[\vec{D}', \frac{\vec{u}'}{c}\right]\right) = \vec{B}' + w\left[\vec{E}, \frac{\vec{u}'}{c}\right] . \tag{36}$$

Следствием уравнения (36) является

$$\mu(\vec{H}', \vec{u}') = (\vec{B}', \vec{u}') . \tag{37}$$

Здесь $\vec{u}'$ - скорость движения среды в K' . Подставим (23) и

(30) в уравнения (36), (37), записанные в декартовых координатах и проведем необходимые преобразования.

$$\mu\left[H_x+\left(D_y\frac{u_z}{c}-D_z\frac{u_y}{c}\right)-\frac{vw}{c^2}\left(H_x u_x+H_y u_y+H_z u_z\right)\right]=$$

$$=B_x+w\left(E_y\frac{u_z}{c}-E_z\frac{u_y}{c}\right)-\frac{vw}{c^2}\left(B_x u_x+B_y u_y+B_z u_z\right),$$

$$\mu\left[\left(H_x u_x+H_y u_y+H_z u_z\right)-v\left(H_x+D_y\frac{u_z}{c}-D_z\frac{u_y}{c}\right)\right]=$$

$$=\left(B_x u_x+B_y u_y+B_z u_z\right)-v\left[B_x+w\left(E_y\frac{u_z}{c}-E_z\frac{u_y}{c}\right)\right]. \quad (38)$$

Из совместного решения этих уравнений следует, что

$$\mu\left(H_x+D_y\frac{u_z}{c}-D_z\frac{u_y}{c}\right)=B_x+w\left(E_y\frac{u_z}{c}-E_z\frac{u_y}{c}\right),$$

$$\mu\left(H_x u_x+H_y u_y+H_z u_z\right)=B_x u_x+B_y u_y+B_z u_z.$$

Рассмотрим y -компоненту:

$$\mu\left[H'_y+\left(D'_z\frac{u'_x}{c}-D'_x\frac{u'_z}{c}\right)\right]=B'_y+w\left(E'_z\frac{u'_x}{c}-E'_x\frac{u'_z}{c}\right).$$

Подставляя (23) и (30), имеем

$$\mu\left[H_y+\left(D_z\frac{u_x}{c}-D_x\frac{u_z}{c}\right)\right]=B_y+w\left(E_z\frac{u_x}{c}-E_x\frac{u_z}{c}\right).$$

Для компоненты z выкладки аналогичны. Инвариантность уравнений Максвелла совместно с материальными уравнениями (15) относительно пространственно-временных преобразований (16) с тем же самым фиксированным значением параметра w доказана. Получены соотношения полей в инерциальных системах координат K и K' вида

$$E_x=E'_x,\quad E_y=\gamma\left(E'_y+\frac{v}{c}B'_z\right),\quad E_z=\gamma\left(E'_z-\frac{v}{c}B'_y\right),$$

$$B_x = B'_x, \quad B_y = \gamma\left(B'_y - \frac{v}{c}\omega E'_z\right), \; B_z = \gamma\left(B'_z + \frac{v}{c}\omega E'_y\right),$$

$$H_x = H'_x, \quad H_y = \gamma\left(H'_y - \frac{v}{c}D'_z\right), \quad H_z = \gamma\left(H'_z + \frac{v}{c}D'_y\right),$$

$$D_x = D'_x, \quad D_y = \gamma\left(D'_y + \frac{v}{c}\omega H'_z\right), \; D_z = \gamma\left(D'_z - \frac{v}{c}\omega H'_y\right) \tag{39}$$

Предложенный вариант показывает зависимость свойств инвариантности уравнений электродинамики от скалярного поля ω. Изменение ω в интервале $[0 - 1]$ ведет к изменению свойств инвариантности от галилеевского случая к лоренцевскому. В этом смысле будем говорить, что предложенная формальная связь полей и индукций (15) обеспечивает согласование галилеевской и лоренцевской инвариантности уравнений Максвелла. Назовем систему уравнений Максвелла совместно с уравнениями (15) однопараметрической электродинамикой движущихся сред.

§ 3. Вывод уравнений для четырехпотенциала в однопараметрической электродинамике

Пусть, как обычно, из полей и индукций составлены два тензора /49/

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}, \quad H^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}.$$

Компонентами тензора F_{ik} являются составляющие электрического поля и магнитной индукции, а компонентами тензора H^{ik} – составляющие магнитного поля и электрической индукции. Запишем уравнения Максвелла с помощью введенных тензоров:

$$\frac{\partial H^{ik}}{\partial x^k} = I^i, \tag{40}$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} = 0, \tag{41}$$

где I_x, I_y, I_z, $ic\rho$ – четырехмерный вектор тока, а $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$, $x^0 = ict$ – четырехмерные координаты. Нетрудно проверить, что соотношения для полей (39) удовлетворяют закону преобразования тензоров F_{ik}, H^{ik} относительно (I6). Запишем взаимосвязь полей (39) в системе координат K через введенные тензоры и четырехскорости. Введем вспомогательную метрику (для произвольного фиксированного ω)

$$p_{kn} = \mathrm{diag}\,(-\omega, -\omega, -\omega, -1).$$

Определим четырехскорости

$$u^k = \frac{dx^k}{dp}, \qquad u_n = p_{nk} u^k,$$

где $\quad dp^2 = p_{kn}\, dx^k\, dx^n.$

Система уравнений (39) запишется в виде

$$H^{12}u^0 + H^{20}u^1 + H^{01}u^2 = -\frac{1}{\mu}\left(F_{12}u_0 + F_{20}u_1 + F_{01}u_2\right),$$

$$H^{13}u^0 + H^{30}u^1 + H^{01}u^3 = -\frac{1}{\mu}\left(F_{13}u_0 + F_{30}u_1 + F_{01}u_3\right);$$

$$H^{23}u^0 + H^{30}u^2 + H^{02}u^3 = -\frac{1}{\mu}\left(F_{23}u_0 + F_{30}u_2 + F_{02}u_3\right). \tag{42}$$

$$H^{12}u_2 + H^{13}u_3 + H^{10}u_0 = -\varepsilon\left(F_{12}u^2 + F_{13}u^3 + F_{10}u^0\right),$$

$$H^{21}u_1 + H^{23}u_3 + H^{20}u_0 = -\varepsilon\left(F_{21}u^1 + F_{23}u^3 + F_{20}u^0\right),$$

$$H^{31}u_1 + H^{32}u_2 + H^{30}u_0 = -\varepsilon\left(F_{31}u^1 + F_{32}u^2 + F_{30}u^0\right). \qquad (43)$$

Определим четырехпотенциал A_l $(l = 0, 1, 2, 3)$

$$F_{lm} = \frac{\partial A_m}{\partial x^l} - \frac{\partial A_l}{\partial x^m} \qquad (44)$$

(тогда уравнения (41) удовлетворяются тождественно). Для получения явной зависимости четырехпотенциала от координат и времени выразим из (42) и (43) H^{ik} через F_{mn} и воспользуемся уравнением (40) /53/.

Заметим, что следствием уравнений (42) является связь

$$H^{12}u^3 + H^{23}u^1 + H^{31}u^2 = -\frac{1}{\mu\omega}\left(F_{12}u_3 + F_{23}u_1 + F_{31}u_2\right),$$

а следствием уравнений (43) – уравнение

$$H^{01}u_1 + H^{02}u_2 + H^{03}u_3 = -\varepsilon\omega\left(F_{01}u^1 + F_{02}u^2 + F_{03}u^3\right).$$

Выразим H^{12} из системы уравнений (42) и (43). Имеем

$$H^{12} = \frac{1}{\mu}\left[F_{12} + (\varepsilon\mu - \omega)\left(F_{l1}u^l u^2 + F_{2l}u^l u^1\right)\right].$$

Аналогичное по структуре выражение получим для компонент H^{13}, H^{23}. Выразим H_{10} из системы уравнений (42), (43). Имеем

$$H^{10} = \frac{1}{\mu}\left[\omega F_{10} + (\varepsilon\mu - \omega)\left(F_{l1}u^l u^0 + \omega F_{0l}u^l u^1\right)\right].$$

Для других компонент, содержащих индекс 0, выражения аналогичны. Введем тензор $\Theta^{ij} = \mathrm{diag}(1,1,1,\omega)$. Полученные взаимосвязи записываются одним уравнением

$$H^{ik} = \frac{1}{\mu}\left\{\Theta^{im}\Theta^{kn}F_{mn} + (\varepsilon\mu - w)\left[\Theta^{im}F_{lm}u^l u^k + \Theta^{kn}F_{nl}u^l u^i\right]\right. \tag{45}$$

Последний член может быть преобразован:

$$H^{ik} = \frac{1}{\mu}\left\{\Theta^{im}\Theta^{kn}F_{mn} + (\varepsilon\mu - w)\left[\Theta^{im}F_{lm}u^l u^k - \frac{1}{\varepsilon}H^{kl}u_l u^i\right]\right. . \tag{46}$$

Для получения уравнений для потенциалов примем предположение, что u^l , Θ^{im} не зависят от координат. Введем

$$\vartheta^i = I^i - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon} I^l u_l u^i .$$

Тогда, используя (46) и (40), получим

$$\left[\Theta^{im}\Theta^{kn}\frac{\partial}{\partial x^k}\frac{\partial}{\partial x^n} - (\varepsilon\mu - w)\left(u_k\frac{\partial}{\partial x^k}\right)^2\Theta^{im}\right]A_m -$$

$$- \frac{\partial}{\partial x^m}\left[\Theta^{im}\Theta^{kn}\frac{\partial A_n}{\partial x^k} - (\varepsilon\mu - w)\Theta^{im}\frac{\partial A_l}{\partial x^k}u^l u^k\right] = \mu\vartheta^i .$$

Выберем условие калибровки

$$\Theta^{kn}\frac{\partial A_n}{\partial x^k} - (\varepsilon\mu - w)\frac{\partial A_l}{\partial x^k}u^l u^k = 0 . \tag{47}$$

В этом случае уравнения для потенциалов имеют вид

$$\left[\Theta^{im}\Theta^{kn}\frac{\partial}{\partial x^k}\frac{\partial}{\partial x^n} - (\varepsilon\mu - w)\left(u_k\frac{\partial}{\partial x^k}\right)^2\Theta^{im}\right]A_m = \mu\vartheta^i . \tag{48}$$

Согласно (47), выберем $A_0 = 0$ и ограничимся случаем, когда $\vartheta^i = 0$. Для векторного потенциала $\vec{A}$ имеем уравнение

$$\left\{\left(\Delta - \frac{w}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) - \frac{\varepsilon\mu - w}{c^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}w\right)}\left[(\vec{u},\nabla) + \frac{\partial}{\partial t}\right]^2\right\}\vec{A} = 0 \tag{49}$$

и условие калибровки

$$\operatorname{div}\vec{A} - \frac{\varepsilon\mu - \omega}{c^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\omega\right)}\left[(\vec{u},\nabla) + \frac{\partial}{\partial t}\right](\vec{u}\,\vec{A}) = 0. \qquad (50)$$

Проведем вывод уравнения для векторного потенциала $\vec{A}$ иным путем: получим дисперсионное уравнение из уравнений Максвелла непосредственно, переходя к фурье-компонентам и используя взаимосвязь полей и индукций (I5).

Уравнения Максвелла в фурье-компонентах в отсутствие токов и зарядов имеют вид

$$\vec{D} = -\left[\frac{c\vec{K}}{\omega}, \vec{H}\right], \qquad \vec{B} = \left[\frac{c\vec{K}}{\omega}, \vec{E}\right],$$

$$(\vec{K}\,\vec{B}) = 0, \qquad (\vec{K}\,\vec{D}) = 0. \qquad (5I)$$

Ограничимся частным случаем E-поляризации. Рассмотрим монохроматическую волну с составляющими полей и индукций:

$$\vec{E} = E\vec{e}_y, \quad \vec{H} = H_x\vec{e}_x + H_z\vec{e}_z, \quad \vec{D} = D_y\vec{e}_y,$$

$$\vec{B} = B_x\vec{e}_x + B_z\vec{e}_z, \quad D_x = D_z = H_y = B_y = 0. \qquad (52)$$

Выразим из (I5) взаимосвязь пары $(\vec{H},\vec{D})$ *от* $(\vec{E},\vec{B})$:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} + \frac{\varepsilon\mu - \omega}{\mu}\Gamma^2\left\{-\beta^2\vec{B} + \vec{\beta}(\vec{\beta}\,\vec{B}) + [\vec{\beta}\,\vec{E}]\right\},$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} + \frac{\varepsilon\mu - \omega}{\mu}\Gamma^2\left\{\omega\beta^2\vec{E} - \omega\vec{\beta}(\vec{\beta}\,\vec{E}) + [\vec{\beta}\,\vec{B}]\right\}, \qquad (53)$$

где $\Gamma^2 = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\omega\right)^{-1}.$

С учетом (52) получим

$$H_x = \frac{\Gamma^2}{\mu}\left\{\varepsilon\mu\beta\left(\beta\frac{cK_z}{\omega} - 1\right) + \left(\text{ϖ}\beta - \frac{cK_z}{\omega}\right)\right\}E,$$

$$H_z = \frac{cK_x}{\mu\omega}E,$$

$$D_y = \frac{\Gamma^2}{\mu}\left\{\varepsilon\mu\left(1 - \beta\frac{cK_z}{\omega}\right) + \beta\text{ϖ}\left(\frac{cK_z}{\omega} - \beta\text{ϖ}\right)\right\}E. \qquad (54)$$

Из уравнения $\vec{B} = \left[\frac{c\vec{K}}{\omega}, \vec{E}\right]$

$$B_x = -\frac{cK_z}{\omega}E, \quad B_z = \frac{cK_x}{\omega}E.$$

Поскольку $\vec{K} = K_x\vec{e}_x + K_z\vec{e}_z$,

то $$(\vec{K}\vec{B}) = 0, \quad (\vec{K}\vec{D}) = 0.$$

Осталось проверить справедливость последнего уравнения. Так как

$$\vec{D} = -\left[\frac{c\vec{K}}{\omega}, \vec{H}\right],$$

то

$$D_y = \frac{cK_x}{\omega}H_z - \frac{cK_z}{\omega}H_x.$$

Используя (54), найдем, что

$$\frac{c^2K^2}{\omega^2} = \text{ϖ} + \Gamma^2\left\{(\varepsilon\mu - \text{ϖ})\left(1 - \vec{\beta}\frac{c\vec{K}}{\omega}\right)^2\right\}. \qquad (55)$$

Аналогичное дисперсионное уравнение для плоской монохроматической волны следует из (49).

§ 4. О преобразовании частот и волновых векторов на инерциально движущейся границе в вакууме

Покажем, что параметр $(1-w)$ можно интерпретировать как степень зависимости скорости света от скорости движения источника (которым является в вакууме движущееся тело). Пусть $\frac{u}{c} \ll 1$. Опустим в (55) все члены $\frac{u}{c}$ со степенью выше первой. Для взаимосвязи ω и $\vec{K}$ имеем квадратное уравнение

$$\omega^2 - 2(\vec{K}\vec{u})(1-w)\omega - K^2 = 0 .$$

Из него следует зависимость фазовой скорости от w :

$$v_\phi = \frac{\omega}{K} = c + u(1-w)\cos\Theta , \tag{56}$$

где Θ – угол между волновым вектором $\vec{K}$ и $\vec{u}$. Если провести аналогичный анализ для среды, то получим

$$v_\phi = \frac{\omega}{K} = \frac{c}{n} + u\left(1 - \frac{w}{n^2}\right)\cos\Theta . \tag{57}$$

Из (56) видно, что при $w = 1$ скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника, при $w = 0$ имеет место галилеевское сложение скоростей, при $w = (0 - 1)$ – частичная зависимость. Следовательно, однопараметрическое обобщение электродинамики вакуума позволяет рассматривать принцип постоянства скорости света в вакууме как ограничение на выбор поля w (именно $w = 1$).

Из (57) следует при $w = 1$ известное френелевское выражение для увлечения света средой, при $w = 0$ – галилеевское сложение скоростей. Посмотрим в явном виде, к чему ведет предположение о зависимости скорости света в вакууме от скорости движения источника. С этой целью рассмотрим задачу об отражении света от плоского, инерциально движущегося, идеального зеркала, полагая, что отражение сопровождается изменением величины w . Пусть до отражения $w = 1$ (свет движется со скоростью c относительно первоначального источника), а после отражения w принимает некоторое фиксированное значение в интервале [0 – I] (частично увлекается границей). Пусть плоскость границы раздела совпадает с плоскостью (x , y), а $\vec{u}$ направлена по z . Тогда электрический вектор падающей волны запишется так:

$$\vec{E}_0(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \exp\left\{ i\,(\kappa_{0x}\, x + \kappa_{0z} z - \omega_0 t)\right\}.$$

Отраженная $\vec{E}_1(\vec{r},t)$ и преломленная $\vec{E}_2(\vec{r},t)$ волны имеют аналогичный вид:

$$\vec{E}_1(\vec{r},t) = \vec{E}_1 \exp\left\{ i\,(\kappa_{1x}\, x + \kappa_{1z} z - \omega_1 t)\right\},$$

$$\vec{E}_2(\vec{r},t) = \vec{E}_2 \exp\left\{ i\,(\kappa_{2x}\, x + \kappa_{2z} z - \omega_2 t)\right\}.$$

Следовательно, волновой вектор равен $\kappa^2 = \kappa_{jx}^2 + \kappa_{jz}^2$, где индекс j = 0, I, 2 обозначает соответственно падающую, отраженную и преломленную волну. Из условия инвариантности фазы волны относительно преобразований (I6) получим, что составляющая волнового вектора по оси OX остается без изменений, а частоты зависят от $\vec{u}$, κ_z и w . Поэтому в качестве кинематических инвариантов используем выражения

$$J_\omega = \frac{\omega_j - c\,\kappa_{jz}\beta_z}{\sqrt{1 - \beta_z^2 w_j}}\,, \qquad J_{jt} = \kappa_{jx}\,. \tag{58}$$

где c – скорость света в вакууме, $\beta_z = u_z / c$, u_z – скорость движения границы. Обозначим

$$D_j = \sqrt{1 - \beta_z^2 w_j}\,, \qquad \gamma_{jz}^{-2} = 1 - \beta_z^2 w_j\,,$$

$$I_{j\omega} = D_j J_\omega\,, \quad I_x = I_{jt} = J_t\,, \quad \gamma_j^{-2} = 1 - \beta_j^2 w_j\,, \quad \varkappa_j = \varepsilon_j \mu_j - w_j. \tag{59}$$

Запишем (55) в компонентах и воспользуемся (58) и (59). Тогда

$$c^2\left(\kappa_{jx}^2+\kappa_{jz}^2\right)=\omega_j^2\varpi_j+\varkappa_j\gamma_j^2\left(\omega_j^2-2c\kappa_{jz}\beta_j\omega_j+c^2\kappa_{jz}^2\beta_j^2\right).$$

Поскольку

$$c\kappa_{jz}=\frac{\omega_j}{\beta_z}-\frac{I_{j\omega}}{\beta_z},\quad c\kappa_{jx}=cI_t,$$

то

$$\omega_j^2\left(1-\varpi_j\beta_z^2\right)\left[1-\varkappa_j\gamma_j^2\gamma_{jz}^2\left(\beta_z-\beta_j\right)^2\right]-2I_{j\omega}\omega_j\left[1+\right.$$

$$\left.+\varkappa_j\gamma_j^2\beta_j\left(\beta_z-\beta_j\right)\right]+I_{j\omega}^2\left(1-\beta_j^2\varkappa_j\gamma_j^2+\beta_z^2c^2\frac{I_x^2}{I_{j\omega}^2}\right)=0.$$

Решим квадратное уравнение. Получим для ω_j

$$\omega_j=I_{j\omega}\gamma_{jz}^2\frac{A_j\pm\beta_z\sqrt{\varpi_j+\varkappa_j-\left(cI_x/\gamma_{jz}I_{j\omega}\right)^2B_j}}{B_j},\tag{60}$$

где

$$A_j=1+\varkappa_j\gamma_j^2\beta_j\left(\beta_z-\beta_j\right),\quad B_j=1-\varkappa_j\gamma_j^2\gamma_{jz}^2\left(\beta_z-\beta_j\right)^2.$$

Используем (60) для определения явного вида $c\kappa_{jz}$.

$$c\kappa_{jz}=I_{j\omega}\gamma_{jz}^2\frac{\varpi_j\beta_z+\varkappa_j\gamma_j^2\left(\beta_z-\beta_j\right)\pm\sqrt{\varpi_j+\varkappa_j-\left(cI_x/\gamma_{jz}I_{j\omega}\right)^2B_j}}{B_j}\tag{61}$$

Установим на основе полученных формул соотношение частот отраженного и падающего луча, а также изменение волнового вектора. Для падающей волны примем значение $\varpi_0=1$. Будем рассматривать отражение от зеркала в вакууме, т.е. $\varepsilon_0\mu_0=1$, $\varepsilon_1\mu_1=1$. Для отраженного луча выберем ϖ_1 произвольной величиной (в интервале $[0-1]$), а также используем дополнительное условие $\beta_1=\beta_z$. Физически это условие означает, что источником отраженного луча является движущееся зеркало. Определим J_ω и J_t. Используем связь частоты падающего луча ω_0 с компонентами волнового вектора CK_{0x} , CK_{0z} на основе дисперсионного уравнения для падающего луча

$$C^2\left(K_{0x}^2 + K_{0z}^2\right) = \omega_0^2 .$$

Отсюда

$$K_{0x} = \frac{\omega_0}{c}\sin\Theta_0 , \quad K_{0z} = \frac{\omega_0}{c}\cos\Theta_0 .$$

Для J_ω и J_t имеем

$$J_\omega = \frac{\omega_0(1+\beta\cos\Theta_0)}{\sqrt{1-\beta^2}} , \quad J_t = \frac{\omega_0}{c}\sin\Theta_0 . \qquad (62)$$

Подставим (62) в (60) и (61) и учтем принятые дополнительные требования. Тогда

$$\omega_1 = \omega_0\,\frac{1+\beta^2+2\beta\cos\Theta_0}{\sqrt{1-\beta^2}\,\sqrt{1-\beta^2 w}} ,$$

$$CK_{1z} = -\omega_0\,\frac{\beta+\beta w+\cos\Theta_0(1+\beta^2 w)}{\sqrt{1-\beta^2}\,\sqrt{1-\beta^2 w}} . \qquad (63)$$

Изменение направления движения зеркала учитывается знаком перед β : $\beta \to -\beta$. Полученные соотношения представляют интерес, так как даже при $w = 0$ (баллистическая теория) они незначительно отличаются от известных релятивистских результатов и в силу своей простоты допускают экспериментальную проверку. Как будет показано ниже, они получаются на основе кинематического расчета, когда определен физический смысл w . Непосредственной проверкой легко показать, что (63) согласуются с кинематическими инвариантами. Из полученных соотношений видно что зависимость $w(x,y,z,t)$ в (63) может интерпретироваться как зависимость от координат и времени частоты и направления распространения, что интересно с физической точки зрения.

§ 5. Об изменении амплитуд поля при взаимодействии с инерциально движущейся границей

Для нахождения амплитуд отраженной и преломленной волн нужно задать граничные условия, а затем расписать их с помощью уравнений Максвелла и материальных уравнений.

Граничные условия. Установим соотношение между полями $\vec{E}$, $\vec{H}$ и индукциями $\vec{D}$, $\vec{B}$ на границе, следуя общепринятому подходу, основанному на соотношениях между полями в различных инерциальных системах координат. Для нормальных компонент имеем из соотношений (39)

$$D_{n1} = D_{n2}, \quad B_{n1} = B_{n2}. \tag{64}$$

Условия для тангенциальных компонент получим из соотношения полей (39), используя непрерывность E'_t и H'_t в системе координат K'. Рассмотрим вектор

$$\vec{P} = [\vec{n}\,\vec{E}] - \frac{v}{c}\vec{B},$$

где $\vec{n}$ - вектор нормали к поверхности. Тогда

$$\vec{P} = \left\{\left(-E_y - \frac{v}{c}B_x\right)\vec{e}_x, \left(E_x - \frac{v}{c}B_y\right)\vec{e}_y, -\frac{v}{c}B_z\vec{e}_z\right\}.$$

Поскольку выражения для взаимосвязи полей известны:

$$E'_z = E_z, \quad E'_x = \gamma_z\left(E_x - \frac{v}{c}B_y\right), \quad E'_y = \gamma_z\left(E_y + \frac{v}{c}B_x\right),$$

то условию непрерывности на границе удовлетворяет вектор

$$\vec{Q} = \left\{-\gamma_z\left(E_y + \frac{v}{c}B_x\right)\vec{e}_x,\ \gamma_z\left(E_x - \frac{v}{c}B_y\right)\vec{e}_y, -\frac{v}{c}B_z\vec{e}_z\right\}.$$

Аналогичным образом получим из анализа вектора

$$\vec{J} = [\vec{n}\,\vec{H}] + \frac{v}{c}\vec{D},$$

что условию непрерывности удовлетворяет:

$$\vec{F} = \left\{ -\gamma_z \left(H_x + \frac{v}{c} D_y \right) \vec{e}_x ,\ \gamma_z \left(H_y - \frac{v}{c} D_x \right) \vec{e}_y ,\ -\frac{v}{c} D_z \vec{e}_z \right\}.$$

<u>Случай E-поляризации</u>. Пусть электрический вектор направлен вдоль оси y, т.е. перпендикулярно плоскости падения. Тогда

$$\vec{E} = E\vec{e}_y,\quad \vec{H} = H_x\vec{e}_x + H_z\vec{e}_z,\quad \vec{D} = D_y\vec{e}_y,\quad \vec{B} = B_x\vec{e}_x + B_z\vec{e}_z.$$

$$[\vec{n}\,\vec{E}] = -E\vec{e}_x,\quad [\vec{n}\,\vec{H}] = H_x\vec{e}_y,\quad D_x = D_y = H_y = B_y = 0.$$

Из уравнений Максвелла в фурье-компонентах и материальных уравнений имеем соотношения (54). С учетом этих выражений запишем граничные условия:

$$\vec{Q}_j = -\gamma_{jz}(\omega_j - u_z K_{jz}) \frac{E_j}{\omega_j} \vec{e}_x - u_z K_{jx} \frac{E_j}{\omega_j} \vec{e}_z ,$$

$$F_{jy} = \frac{-E_j}{\omega_j} \frac{\gamma_{jz}}{\mu_j} \left\{ (cK_{jz} - \tau_j \omega_j \beta_z) - \varkappa_j \gamma_j^2 (\beta_z - \beta_j)(\omega_j - \beta_j c K_{jz}) \right\} = -\frac{E_j}{\omega_j} a_j .$$

В силу инвариантности J_ω и J_t непрерывность вектора $\vec{Q}$ сводится к непрерывности величины $A_j = E_j/\omega_j$. Граничные условия для вектора $\vec{F}$ означают, что остаются непрерывными величины $F_{jy} = -a_j A_j$ по обе стороны от границы. Для определения амплитуд имеем систему уравнений

$$A_1^{(+)} + A_1^{(-)} = A_2^{(+)},$$

$$a_1^{(+)} A_1^{(+)} + a_1^{(-)} A_1^{(-)} = a_2^{(+)} A_2^{(+)}.$$

Значки (+) и (–) означают направление волн по отношению к вектору нормали. Решение ее дает

$$E_1 = -\frac{\omega_1}{\omega_0}\,\frac{a_2^{(+)} - a_1^{(+)}}{a_2^{(+)} - a_1^{(-)}}\,E_0, \quad E_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0}\,\frac{a_1^{(+)} - a_1^{(-)}}{a_2^{(+)} - a_1^{(-)}}\,E_0 .$$

Для случая H-поляризации ($\vec{H} = H_y \vec{e}_y$) для определения амплитуд получим систему уравнений, в которой произведена замена $A_j \to H_j/\omega_j$, а в соотношениях для a_j - соответственно ε_j на μ_j и μ_j на ε_j. Поскольку падающую волну с произвольной поляризацией можно представить в виде суперпозиции волн с векторами, перпендикулярными плоскости падения и лежащими в этой плоскости, то решение задачи в указанных случаях позволяет вычислить амплитуды трансформированных волн при произвольной поляризации.

Для проведения расчетов удобно переписать a_j, преобразуя полученное выражение на основе явных выражений для ω_j и CK_{jz}:

$$a_j = I_\omega \sqrt{\frac{\varepsilon_j}{\mu_j}}\,\sqrt{1 - \frac{B_j}{1+\varkappa_j}\left(\frac{cI_t}{\gamma I_\omega}\right)^2} .$$

Коэффициенты пропускания и отражения отличаются от известных в релятивистской теории множителем

$$1-\beta^2 / 1-\beta^2 w .$$

§ 6. Анализ однопараметрического обобщения в приближении геометрической оптики

Рассмотрим распространение излучения в области, в пределах которой происходит изменение поля $w(x,y,z,t)$. Пусть частота ω монохроматического излучения велика. Будем считать, что справедливо приближение геометрической оптики, т.е. ω и $\vec{K}$ являются локально постоянными. Для выяснения особенностей геометрооптического приближения однопараметрической электродинамики выразим индукции через поля

$$\vec{B} = \frac{1}{1-\mu\varepsilon\beta^2}\left\{\mu(1-w\beta^2)\vec{H} + (\mu\varepsilon - w)\left[[\vec{E}\vec{\beta}] - \mu\vec{\beta}(\vec{\beta}\vec{H})\right]\right\},$$

$$\vec{D} = \frac{1}{1-\mu\varepsilon\beta^2}\left\{\varepsilon(1-w\beta^2)\vec{E} + (\mu\varepsilon - w)\left[[\vec{\beta}\vec{H}] - \varepsilon\vec{\beta}(\vec{\beta}\vec{E})\right]\right\}. \quad (65)$$

Ограничимся случаем малых скоростей $(\beta^2 \ll 1)$. Тогда

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + [\vec{G},\vec{E}], \quad \vec{D} = \varepsilon\vec{E} - [\vec{G},\vec{H}], \quad (66)$$

где

$$\vec{G} = -(\mu\varepsilon - w)\vec{\beta}.$$

Уравнения Максвелла с материальными уравнениями (66) решены в приближении геометрической оптики в работе /54/, что упрощает анализ. Аналогично /54/ имеем для луча локальное дисперсионное уравнение

$$(\vec{K} - \vec{G})^2 = n^2,$$

где $\vec{K} = \mathrm{grad}\,\psi$, ψ – эйконал, n – показатель преломления. Ему соответствует гамильтониан

$$H = \frac{1}{2}\left[(\vec{K} - \vec{G})^2 - n^2\right].$$

Из уравнений Гамильтона – Якоби для H следует, что в области с изменением w касательный к лучу вектор $d\vec{r}/ds$ не параллелен градиенту эйконала, а изменение импульса $\vec{p}$ при $n = \mathrm{const}$ определяется поведением $\vec{G}$. Если известна явная зависимость $\omega = \Omega(\vec{K},\vec{r},t)$ при $\vec{K} = \vec{K}(\vec{r},t)$, изменение волнового вектора определяется выражением /55/

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = -\frac{\partial\Omega}{\partial\vec{r}}. \quad (67)$$

Используя выражение для ω из дисперсионного уравнения (55), получим, что зависимость $w(x,y,z)$ ведет к изменению плоскости поляризации, а также кручению луча.

§ 7. Однопараметрическая электродинамика как структура в расслоении

Покажем, что принятый выбор материальных уравнений электродинамики (I5) является естественным в расслоении /56/ специального вида. Заметим, что взаимосвязь тензоров H^{ik} и F_{mn} (45) может быть переписана через тензор четвертого ранга ε^{ikmn} вида

$$\varepsilon^{ikmn} = \Omega^{im}\Omega^{kn} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\left[\theta^{im} - (\varepsilon\mu - w)u^i u^m\right]\frac{1}{\sqrt{\mu}}\left[\theta^{kn} - (\varepsilon\mu - w)u^k u^n\right].$$

Запишем уравнения для потенциалов и калибровочное условие с помощью тензора Ω^{im} :

$$\Omega^{kn}\frac{\partial}{\partial x^k}\frac{\partial}{\partial x^n}A_i = \mu\vartheta^m\theta_{mi}, \quad \Omega^{kn}\frac{\partial A_n}{\partial x^k} = 0, \tag{68}$$

а также взаимосвязь тензоров

$$H^{ik} = \Omega^{im}\Omega^{kn}F_{mn}. \tag{69}$$

Рассмотрим расслоение P , т.е. многообразие, представляющее собой основное (базовое) многообразие M , каждой точке которого ставится в соответствие слой Y . Пусть базой является прямая сумма трехмерного евклидова пространства и одномерного времени – ньютоновское пространство, а слоем – риманово пространственно – временное многообразие той же размерности, что и база. Касательное к слою в точке A многообразие (пространство дифференциалов) имеет псевдоевклидову структуру. Расслоение P обобщает обычно применяемые в физике ньютоновскую и эйнштейновскую плоские модели пространства. Действительно, если в расслоении ограничиться рассмотрением базового многообразия, получим ньютоновскую модель пространства, если ограничиться рассмотрением слоя с метрикой Минковского, то получим эйнштейновскую плоскую модель пространства, а при рассмотрении слоя как риманова многообразия имеем пространство общей теории относительности. Общая особенность указанных моделей состоит в том, что для плоских основных многообразий пространство дифференциалов (касательное) отождествляется с основным. Группа преобразований, действующая в основном и касательном к нему многообразии одна и та же. Поэтому взаимосвязь тензоров электромагнитного поля, устанавливаемая по метрике многообразия, будет определяться однозначно.

В предлагаемом варианте группа, действующая в базе, может быть отлична от группы, действующей в слое (в частности, возможно их совпадение). Расслоение P с независимыми метриками слоя и базы рассмотрено в /57/, там же получены уравнения структуры такого пространства. С физической точки зрения выбор расслоения привлекателен тем, что в рассмотрение вводятся два типа пространственно-временных величин: одни, относящиеся к базе, другие, относящиеся к слою. Соответственно имеют место два вида пространственно-временных преобразований. Пусть базой является ньютоновское пространство, а касательное к слою в точке A многообразие имеет метрику Минковского. Тогда в ньютоновском пространстве действует группа Галилея, а в касательном к слою - группа Лорентца. Сохранению евклидовой длины объектов и расстояний в базе не противоречит относительность расстояний и отрезков времени в слое. Две группы взаимно дополняют пространственно-временные свойства. В частности, абсолютность длительности в базе не противоречит относительности одновременности в слое.

Рассмотрим полученные уравнения (68) и связь тензоров (69) с учетом предложенной модели расслоения P. Пусть задана система координат в базе (координаты x^h) и в слое (координаты y^h). Произвольная точка A расслоения P имеет координаты (x^h, y^h). Касательное к слою многообразие будет характеризоваться интервалом

$$dp^2 = p_{ij}\, dy^i dy^j .$$

Он инвариантен относительно центроаффинных преобразований

$$dy^{i'} = \hat{L}^{i'}_j\, dy^j . \tag{70}$$

Интегрируя (70), получим взаимосвязь переменных для координат слоя

$$y^{i'} = \hat{L}^{i'}_j\, y^j + b^{i'} . \tag{71}$$

Преобразования (71) обобщают используемые ранее однопараметрические преобразования (I6), однако они действуют в слое. Сделаем следующий шаг: индуцируем посредством (7I) преобразования координат в базе. Такие преобразования назовем присоединенными, а замену координат y^h координатами x^h – тривиальным индуцированием. Заметим, что при тривиальном индуцировании преобразования координат в базе могут быть получены из рассмотрения вспомогательной метрики в базе. Введем принцип относительности в расслоении: "Законы, которыми описываются состояния физических систем в окрестности произвольной точки A базы M расслоения P, инвариантны относительно пространственно-временных преобразований, присоединенных к указанной точке" /53/.

Используем в качестве присоединенных преобразования (I6). Ниже будет показано, что они могут быть получены из условия инвариантности вспомогательной метрики базы $p_{kn} = \mathrm{diag}(-\omega, -\omega, -\omega, 1)$, в которой заданы координаты $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$, $x^0 = ict$ для любого фиксированного ω. Использование указанной метрики, как показано выше, позволяет записать взаимосвязь тензоров в виде (69) и получить уравнения (68), если связность основного многообразия евклидова. Будем считать, что вспомогательная метрика p_{kn}, заданная в базе:

а) индуцирует метрику Ω^{kn}, связывающую тензоры H^{ik} и F_{mn};

б) вводит в многообразие M дополнительную связность.

В соответствии с указанной гипотезой получим уравнения для четырехпотенциала и калибровочное условие для $\omega(x,y,z,t)$. Распространим локальную связь тензоров на все многообразие и зададим в базе симметричную линейную связность, согласованную с $\Omega^{kn}(x,y,z,t)$, т.е. такую, что $\nabla_r \Omega_{nm} = 0$ $(\Omega^{kn}\Omega_{nm} = \delta^k_m)$. С физической точки зрения введение дополнительной связности означает учет взаимодействия электромагнитного и калибровочного полей. С математической точки зрения это можно сделать заменой обыкновенных производных ковариантными /58/. Пусть B_μ – связность, вводимая калибровочным полем. Тогда

$$\nabla_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} + B_\mu .$$

Величина

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial B_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial B_\mu}{\partial x^\nu} + [B_\mu B_\nu]$$

является тензором напряженности калибровочного поля. Принятое предположение о связности означает, что компоненты калибровочного поля совпадают с символами Кристоффеля, образованными по метрике Ω_{nm}. Используя введенную связность, запишем F_{mn} через четырехпотенциал A_m:

$$F_{mn} = \nabla_m A_n - \nabla_n A_m .$$

Для связности без кручения

$$\nabla_r F_{mn} + \nabla_m F_{nr} + \nabla_n F_{rm} = \partial_r F_{mn} + \partial_m F_{nr} + \partial_n F_{rm} = 0$$

и из-за выбора четырехпотенциала указанные уравнения выполняются тождественно. Из уравнения

$$\nabla_k H^{ik} = \dot{j}^i$$

получим

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m - \Omega^{kn} \nabla_k \nabla_m A_n + \dot{j}_m = 0,$$

где

$$\dot{j}_m = \dot{j}^i \Omega_{im} .$$

Поскольку

$$\nabla_k \nabla_m A_n - \nabla_m \nabla_k A_n = R^r_{nkm} A_r ,$$

то

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_m A_n = R^r_m A_r + \nabla_m (\Omega^{kn} \nabla_k A_n).$$

Выберем условие калибровки

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n = 0 .$$

Запишем уравнения для потенциалов:

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m - R^r_m A_r + j_m = 0 .$$

В случае $\Omega^{kn} = \mathrm{const}$ они совпадают с уравнениями (68).

Замечание. Система уравнений (68), (69), а также уравнения со связностью, полученные выше, формально аналогичны соответствующим уравнениям электродинамики в римановом многообразии с метрикой Ω^{kn}. В соответствии с этим лагранжиан, из которого вариационным путем могут быть получены уравнения свободных полей в однопараметрической электродинамике, имеет вид

$$L = \sqrt{-\Omega}\; H^{ik} F_{ik} .$$

Из соображений удобства запишем Ω^{kn} через w и p_{kn}:

$$\Omega^{kn} = -\frac{w}{\sqrt{\mu}}\left[p^{kn} + \left(\frac{\varepsilon\mu}{w} - 1\right) u^k u^n \right].$$

Отсюда видно, что уравнения однопараметрической электродинамики не могут быть получены в римановой геометрии с метрическим тензором p_{kn}, так как тензор Ω^{kn} не выражается только через p^{kn} и u^k, u^n.

§ 8. Вывод присоединенных преобразований для частного случая и их физическая интерпретация

Пусть в окрестности U точки A базы M касательное к слою многообразие $\mathfrak{m}$ является псевдоевклидовым с метрикой $q^{kn} = \mathrm{diag}(1,1,1,-\alpha)$, где α – константа. Рассмотрим в базе две локальные декартовы системы координат K и K', причем K' движется относительно K инерциально со скоростью v. Выберем следующим образом координаты

$$dx^1 = dx, \quad dx^2 = dy, \quad dx^3 = dz, \quad dx^0 = c\,dt. \qquad (72)$$

Введем вспомогательный интервал в базе

$$dq^2 = q_{kn}\, dx^k dx^n. \qquad (73)$$

Его можно рассматривать так же, как расстояние в слое, если в $\mathfrak{M}$ выбрать систему координат, совпадающую с системой координат базы. Установим взаимосвязь дифференциалов координат, требуя, чтобы интервал (73) оставался инвариантным. Это проще всего сделать, рассматривая преобразование реперов в $\mathfrak{M}$, а затем переходя к преобразованиям координат. Так как вращением в трехмерной евклидовой гиперповерхности орты $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ могут быть совмещены с ортами $\vec{e}_{2'}$, $\vec{e}_{3'}$ и при этом совпадут псевдоевклидовы плоскости $(\vec{e}_0, \vec{e}_1)$ и $(\vec{e}_{0'}, \vec{e}_{1'})$ /59/, то преобразование сводится к движению реперов

$$\vec{e}_{0'} = A^0_{0'}\vec{e}_0 + A^1_{0'}\vec{e}_1,$$
$$\vec{e}_{1'} = A^0_{1'}\vec{e}_0 + A^1_{1'}\vec{e}_1.$$

Используя условия ортогональности реперов многообразия $\mathfrak{M}$, получим однопараметрическую зависимость контрвариантных векторов

$$\vec{e}^{\,0'} = \frac{\vec{e}^{\,0} - \beta\vec{e}^{\,1}}{\sqrt{1-\beta^2\alpha}}, \quad \vec{e}^{\,2'} = \vec{e}^{\,2}, \quad \vec{e}^{\,3'} = \vec{e}^{\,3}, \quad \vec{e}^{\,1'} = \frac{-\beta\alpha\vec{e}^{\,0} + \vec{e}^{\,1}}{\sqrt{1-\beta^2\alpha}}. \qquad (74)$$

Для контрвариантных компонент четырехвектора $d\vec{x}$ получим

$$dx^{0'} = \frac{dx^0 - \beta dx^1}{\sqrt{1-\beta^2\alpha}}, \quad dx^{2'} = dx^2, \quad dx^{3'} = dx^3, \quad dx^{1'} = \frac{-\beta\alpha dx^0 + dx^1}{\sqrt{1-\beta^2\alpha}}. \qquad (75)$$

Определим параметр β для инерциальных систем координат из условия, что для точки, покоящейся в K', $dx' = 0$. Отсюда $\beta = \frac{v}{c}\frac{1}{\alpha}$. Подставляя β в (75) и переобозначая $w = 1/\alpha$, получим преобразования (16). Физический смысл w остается неопределенным, и без него невозможно интерпретировать полученные соотношения, однако формальная геометрическая интерпретация допустима. Рассмотрим движение реперов, ортогональных в псевдоевклидовой плоскости, на евклидовой плоскости. Пусть первоначальный репер $\vec{e}_0$, $\vec{e}_1$ изображается на евклидовой плоскости также перпендикулярно друг другу. Реперы $\vec{e}_{0'}$, $\vec{e}_{1'}$ будут расположены в изображении неортогонально и при $\alpha \neq 1$ несимметрично относительно биссектрисы прямоугольника, образованного ортами $\vec{e}_0$ и $\vec{e}_1$. Аналогичная ситуация справедлива для контрвариантных векторов. Из предложенной схемы следует относительность одновременности: события A и B, одновременные в K' (лежащие на оси $x^{1'}$), не одновременны в K (при проектировании их на x^0 им соответствует разное время). Аналогично получаем относительность трехмерного расстояния: проекции расстояния между двумя мировыми линиями различны в K и K'.

Для физической интерпретации полученных соотношений примем концепцию отношения /51/. Рассмотрим в иллюстративных целях прохождение материальной точкой пространственно-временной области, в которой задано одномерное, монотонно меняющееся поле $\Phi(x)$. Пусть начальное Φ_1 и конечное Φ_2 его значения постоянны. Сопоставим каждой стадии прохождения поля точкой некоторую характеристику w. Зададим $\varphi(x) = \frac{d\Phi}{dx}$ и определим

$$w = \int\limits_a^x \varphi(z)\,dz \Big/ \int\limits_a^b \varphi(z)\,dz = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ 0-1, & a < x < b, \\ 1, & x \geq b. \end{cases} \tag{76}$$

Заметим, что аналогичное изменение параметра w в интервале $[0 - 1]$ необходимо в однопараметрической электродинамике. Там оно позволяет учесть зависимость скорости света от скорости движения источника, причем $w = 1$ соответствует случаю, когда скорость света не зависит от скорости движения источника. С этих позиций рассмотрим качественно задачу об отражении света от инерциально движущегося идеального зеркала. Заменим резкую границу областью, в которой задано поле $\Phi(x)$, и проанализируем в соответствии с результатами, полученными в однопараметрической электродинамике, изменение скорости в системе координат, покоящейся относительно зеркала, выбирая значения w в соответствии с (76). Тогда вдали от границы, поскольку $w = 0$, скорость света от источника (первичного) складывается со скоростью движения наблюдателя по галилеевскому закону. Когда событие прошло область с изменением $\Phi(x)$ и $\omega = 1$, скорость света относительно наблюдателя K' станет равной c (не зависит от скорости движения первичного источника). Этот результат согласуется с физическими представлениями, так как движущееся зеркало стало вторичным источником излучения, а относительно его свет в вакууме распространяется со скоростью c. Для наблюдателя, покоящегося в K относительно первичного источника, ситуация выглядит обратной, так как ему из физических соображений соответствует $\omega_2 = 1 - \omega_1$.

Задание аналогичной функции в многомерном случае используется в дифференциальной геометрии как правило разбиения единицы. Назовем отношением события к системе отсчета значение нормированного скалярного поля, заданного в системе координат и представляющего собой инвариантную характеристику прохождения событием области в системе координат с заданным силовым полем.

Заметим, что задачи однопараметрической электродинамики становятся замкнутыми, если известно уравнение для отношения. В противном случае величина ω должна устанавливаться из физических соображений. Преимущество последнего подхода состоит в том, что он позволяет выяснить общие особенности отношения. .

Для физической интерпретации пространственно-временных преобразований (16) заменим параметр ω произведением $\omega_1 \cdot \omega_2$. Тогда преобразования можно интерпретировать как взаимосвязь измеренных значений смещений, полученных в K и K', когда в одной системе координат смещения измерены при значении отношения, равном ω_1, а в другой системе координат - при значении отношения, равном ω_2. Рассмотрим такой подход подробнее.

Введем несколько определений:

Определение I. Система отсчета есть совокупность физических тел, объединенных для нахождения количественных и качественных характеристик интересующих наблюдателя процессов и явлений.

Ее особенности:

а. Система отсчета - сложный макроскопический объект, имеющий конечную протяженность в пространстве. Она содержит ряд структурных элементов, часть которых обеспечивает взаимодействие с исследуемым явлением, вторая - считывание информации, третья - хранение и передачу информации.

б. В общем случае система отсчета влияет на параметры исследуемого явления. Когда влиянием можно пренебречь, справедлива классическая теория измерений, согласно которой измерение возможно всегда, причем полученные значения параметров являются чистыми характеристиками явления и допустимо измерение параметров одного явления несколькими наблюдателями одновременно и в одной и той же точке пространства. При рассмотрении электродинамических явлений такой подход невозможен, так как имеет место взаимодействие фотонов с системой отсчета, при котором возможно существенное изменение их параметров /43/.

Определение 2. Событие есть совокупность параметров явления в точке или области пространственно-временного многообразия.

Определение 3. Измерение есть прохождение события через систему отсчета, сопровождающееся отсчетом, т.е. сопоставлением каждой стадии взаимодействия с системой отсчета параметров явления.

Определение 4. Переход события в систему отсчета есть процесс изменения параметров события, реализующийся вследствие взаимодействия явления с системой отсчета.

Определение 5. Путь перехода события (ППС) есть траектория точечного события, проходящая через систему отсчета.

В соответствии с отмеченными особенностями систем отсчета и принятыми определениями приходим к выводу, что невозможно измерение параметров события двумя различными наблюдателями в один и тот же момент времени и в одной и той же точке пространства.

Рассмотрим две системы отсчета, инерциально движущиеся относительно друг друга. Пусть событие последовательно проходит с взаимодействием каждую из них. Охарактеризуем воздействие системы отсчета на параметры: каждой стадии взаимодействия поставим в соответствие отношение. На первом этапе явление подвергается воздействию СО1 и первый наблюдатель имеет совокупность параметров, различных на ППС. Например, смещение события в СО1 относительно точки A в момент времени t_1, при значении отношении ω_1, будет задано дифференциалами $\{dx^{\alpha}\}_{t_1, A, \omega_1}$. На втором этапе происходит измерение в СО2. Второй наблюдатель охарактеризует смещение события в точке B в момент времени t_2, при значении отношения ω_2, дифференциалами $\{dx^{\beta}\}_{t_2, B, \omega_2}$. Для сравнения полученных данных нужен двухточечный оператор. Следовательно:

$$dx^{\alpha} = a^{\alpha}_{\beta'}(\xi_0, \xi_1)\, dx^{\beta'}, \tag{77}$$

где ξ_0 , ξ_1 – координаты точек базы, относительно которых произведен отсчет. Для нахождения вида оператора $a^{\alpha}_{\beta'}(\xi_0,\xi_1)$ нужны дополнительные соображения. Положим, что смещение в ξ_0 перенесено в ξ_1 без изменений, что легко сделать в евклидовом многообразии. Отождествим (75) и (77), полагая, что преобразования координат (77) оставляют инвариантным интервал, метрический тензор в котором индуцирован метриками касательных к слою в точках A и B псевдоевклидовых многообразий. Перейдем к координате $x^0 = ict$. Тогда

$$_{AB}g_{kn} = \mathrm{diag}\left(1,1,1,\frac{1}{\omega_1\omega_2}\right) = {_A}g_{km}\ {_B}g_{mn} = \mathrm{diag}\left(1,1,1,\frac{1}{\omega_1}\right)\ \mathrm{diag}\left(1,1,1,\frac{1}{\omega_2}\right). \tag{78}$$

Метрика многообразия, используемая для сравнения измеренных значений является матричным произведением метрик многообразий, касательных к слою в точках A и B . Исходя из этих соображений, примем гипотезу: <u>сравнение измеренных значений в электродинамике движущихся сред возможно лишь после построения в расслоении P некоторой структуры, индуцированной структурой многообразий, касательных к слою в тех точках базы, в которых проводился отсчет</u>.

В частном случае, когда ω_1 или ω_2 равны единице, из (77) получим преобразования с одним ω . Чему это соответствует физически? Рассмотрим мысленный эксперимент. Пусть луч света (точечное событие) последовательно проходит через одну, а затем через другую системы отсчета, движущиеся относительно друг друга инерциально. Пусть в каждой системе отсчета имеется область, в пределах которой происходит изменение отношения. Пусть известны экспериментальные значения параметров, полученные первым и вторым наблюдателями, соответствующие различным значениям отношения. Выделим теперь, в предположении наличия такой возможности, из всей совокупности отсчетных значений следующие: параметры, полученные первым наблюдателем на конечной стадии перехода события в его систему отсчета, и совокупность параметров, отсчитанных вторым наблюдателем при переходе события во вторую систему отсчета, т.е. при различных значениях ω в интервале $[0 - 1]$. Из инвариантности (78) для инерциальных систем координат имеем /60/

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\omega_1 \cdot \omega_2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - x\frac{v}{c^2}\omega_1 \cdot \omega_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\omega_1 \cdot \omega_2}}. \qquad (79)$$

Пусть $\omega_1 = 1$, а $\omega_2 = \omega$. Из анализа (79) видно, что взаимосвязь параметров, полученных наблюдателем в СО1 на конечной стадии перехода события в систему отсчета, со значениями, полученными вторым наблюдателем на начальной стадии перехода события во вторую систему отсчета, задается преобразованиями Галилея. Если сравнить параметры, полученные на конечных стадиях перехода события в системы отсчета, получим преобразования Лорентца, а вместе с ними и принцип постоянства скорости света в вакууме. При указанном подходе справедливы следующие утверждения:

Преобразования Галилея и Лорентца описывают различные экспериментальные ситуации в электродинамике движущихся сред. Галилеевски и лоренцинвариантная электродинамики дополняют друг друга. Принцип постоянства скорости света не противоречит использованию преобразований Галилея в электродинамике.

§ 9. О возможностях кинематического решения некоторых задач в однопараметрической электродинамике

Применим преобразования (16) с учетом физической интерпретации ω к решению конкретных задач.

а. Вывод дисперсионного уравнения для плоской монохроматической волны в инерциально движущейся среде. Рассмотрим дисперсионное уравнение для изотропной покоящейся среды

$$k^2 - \varepsilon\mu\frac{\omega^2}{c^2} = 0.$$

Перепишем его для заданного фиксированного ω:

$$-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\omega + (\varepsilon\mu - \omega)\frac{\omega^2}{c^2} = 0. \qquad (80)$$

Если установить взаимосвязь частот и волновых векторов по (16) из условия инвариантности фазы плоской волны и учесть, что

$$K^2 - w\frac{\omega^2}{c^2} = inv\,,$$

из (80) получим (55).

б. Отражение света от инерциально движущегося идеального зеркала в вакууме. Пусть в системе координат K луч света частоты ω_0 движется под углом Θ_0 к оси OZ, совпадающей с нормалью к поверхности плоского идеального зеркала, движущегося в направлении оси OZ со скоростью v. Пусть волновой вектор $\vec{K}$ имеет лишь составляющие K_z и K_x. Рассмотрим, как изменится частота и направление распространения света на основе кинематического расчета, полагая, что при отражении фаза волны не меняется.

I стадия расчета состоит в описании трансформации параметров света вследствие перехода в K'. В соответствии с концепцией отношения считаем, что такой переход является полным, т.е. вследствие перехода источником вторичного излучения является движущееся зеркало. Тогда необходимо считать, что $w_1 = 1$, $w_2 = 1$, и описывать первую стадию преобразованиями Лорентца. Из условия инвариантности фазы

$$\omega' = \frac{\omega^0 - K_z^0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad K_z' = \frac{K_z^0 - \omega^0 \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad K_x' = K_x\,.$$

II стадия *представляет собой дискретную операцию: отражение* в K' по законам, справедливым для неподвижного зеркала. Тогда

$$\omega'' = \omega', \quad K_z'' = -K_z', \quad K_y'' = K_y'\,.$$

III стадия обеспечивает нахождение характеристик в системе координат K на разных стадиях отсчета ($w = 0$ соответствует стадии, когда влияние измерительных приборов на параметры отсутствует, $w = 1$ – когда событие полностью перешло в систему отсчета). Пусть $w_1 = 1$, $w_2 = w$. Для частоты и волнового вектора в K получим (63).

в. Изменение скорости света при переходе в движущуюся среду. Пусть луч света распространяется по направлению нормали к среде с показателем преломления n и происходит переход света в эту среду. Будем описывать такой переход кинематически, полагая, что $w_1 = 1$, $w_2 = w$, и ограничимся случаем $\frac{v}{c} \ll 1$. Из преобразований (16)

$$c' = \frac{dz'}{dt'} = \frac{\frac{dz}{dt} + v}{1 + \frac{v}{c^2} w \frac{dz}{dt}} = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{cn} w} \simeq \frac{c}{n} + v\left(1 - \frac{w}{n^2}\right).$$

Приведенные примеры наглядно иллюстрируют возможность кинематического решения простых задач электродинамики.

§ 10. К уравнениям динамики материальной точки

Рассмотрение электродинамики, в которой галилеевски инвариантный случай допустим так же, как и лоренцинвариантный, должно быть согласовано с выбором некоторых однопараметрических уравнений динамики материальной точки. Будем использовать пространственно-временные преобразования (16) в качестве основы анализа. Для произвольного фиксированного значения w взаимосвязь скоростей в различных системах координат имеет вид (17), а ускорения связаны соотношениями

$$\mathring{u}^{1'} = \frac{\left(1 - w\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}{\left(1 - w\frac{vu^1}{c^2}\right)^3} \mathring{u}^1,$$

$$\mathring{u}^{2'} = \frac{1 - w\frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - w\frac{vu^1}{c^2}\right)^3}\left[\mathring{u}^2\left(1 - w\frac{vu^1}{c^2}\right) + w\frac{vu^2}{c^2}\mathring{u}^1\right],$$

$$\mathring{u}^{3'} = \frac{1 - w\frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - w\frac{vu^1}{c^2}\right)^3}\left[\mathring{u}^3\left(1 - w\frac{vu^1}{c^2}\right) + w\frac{vu^3}{c^2}\mathring{u}^1\right]. \quad (81)$$

Значок $\circ$ означает дифференцирование по времени. Определим четырехвектор, согласованный с преобразованиями (16):

$$x^{1'} = \gamma\left(x^1 + i\frac{v}{c}x^0\right),\quad x^{2'} = x^2,\quad x^{3'} = x^3,\quad x^{0'} = \gamma\left(x^0 - i w\frac{v}{c}x^1\right). \tag{82}$$

Постулируем четырехвектор ускорений:

$$w^\alpha = \Gamma^2\left(\overset{\circ}{u}{}^\alpha + \varkappa^2 u^\alpha\right),\quad \alpha = 0,1,2,3,$$

где $\Gamma^2 = \left(1 - \vec{\beta}^2 w\right)^{-1}$, $\vec{\beta} = \frac{\vec{u}}{c}$, $\varkappa^2$ – произвольная функция. Требуя, чтобы компоненты ускорения удовлетворяли уравнениям (82), получим

$$\Gamma'^2 \overset{\circ}{u}{}^{1'} + \Gamma'^2 \varkappa'^2 u^{1'} = \gamma\left(\Gamma^2 \overset{\circ}{u}{}^1 + \Gamma^2 \varkappa^2 u^1 - v\Gamma^2\varkappa^2\right),$$

$$\Gamma'^2 \overset{\circ}{u}{}^{2'} + \Gamma'^2 \varkappa'^2 u^{2'} = \Gamma^2 \overset{\circ}{u}{}^2 + \Gamma^2 \varkappa^2 u^2,$$

$$\Gamma'^2 \overset{\circ}{u}{}^{3'} + \Gamma'^2 \varkappa'^2 u^{3'} = \Gamma^2 \overset{\circ}{u}{}^3 + \Gamma^2 \varkappa^2 u^3, \tag{83}$$

а также

$$ic\,\Gamma'^2\varkappa'^2 = \gamma\left[ic\,\Gamma^2\varkappa^2 - icw\frac{v}{c^2}\left(\Gamma^2\overset{\circ}{u}{}^1 + \Gamma^2\varkappa^2 u^1\right)\right]. \tag{84}$$

Из (84) выразим $\Gamma'^2\varkappa'^2$ и подставим в (83). Потребуем, чтобы полученные выражения совпали с (81). При указанном выборе четырехускорений это оказывается возможным для произвольного $\varkappa^2$, если

$$\frac{\Gamma^2}{\Gamma'^2} = \frac{1 - w\frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - w\frac{v}{c^2}u^1\right)^2}. \tag{85}$$

Рассмотрим четырехвектор силы, полагая, что

$$\vec{F} = \frac{e}{c}\left\{\vec{E}\,c + \left[\vec{u}\,\vec{B}\right]\right\},\quad F^0 = \frac{i}{c}w\left(\vec{F}\,\vec{u}\right). \tag{86}$$

Выражение (86), как можно убедиться непосредственно, допускает следующую запись:

$$F^{\rho} = \Theta^{\rho\sigma} F_{\sigma\alpha} s^{\alpha} .$$

Используем взаимосвязь (39) для компонент полей. Легко проверить, что уравнения (86) задают компоненты четырехвектора. Сравним четырехвектор ускорения и силы. Они пропорциональны друг другу. Выберем в качестве коэффициента пропорциональности массу покоя. Уравнения динамики точки запишутся так:

$$m_0 \Gamma^2 \left(\overset{\circ}{\vec{u}} + \varkappa^2 \vec{u} \right) = \vec{F},$$

$$m_0 c^2 \Gamma^2 \varkappa^2 = w \left(\vec{F} \cdot \vec{u} \right). \tag{87}$$

Они имеют две отличительные особенности: во-первых, как для галилеевски инвариантного, так и для лоренцинвариантного случаев компоненты ускорения с точностью до множителя одинаковы и значение параметра $\varkappa^2$ не фиксируется (с теоретической точки зрения такая возможность представляет интерес, так как позволяет вводить в рассмотрение различные зависимости параметра $\varkappa^2$ от скорости), во-вторых, изменилось выражение для обобщенной работы (при $w =$ $= 0$ обобщенная работа равна нулю).

Для анализа математической структуры (87) зададим два линейных оператора

$$L_A = \sigma \frac{d}{dt} , \qquad L_B = \Gamma^2 \sigma^{-1} \frac{d}{dt} . \tag{88}$$

Тогда

$$w^{\alpha} = L_B L_A x^{\alpha} .$$

Поскольку

$$L_B L_A = \frac{1}{2} \left(L_c + M \right),$$

где L_c – коммутатор, M – антикоммутатор операторов L_A, L_B, имеем уравнение динамики

$$\frac{1}{2}\left(L_c + M\right)x^\alpha = \mathrm{const}\ F^\alpha. \tag{89}$$

Явные выражения для L_c и M легко получаются из (88):

$$L_c = \Gamma^2 \frac{dx^\alpha}{dt}\frac{d}{dt}\ln\left(\frac{\sigma}{\Gamma}\right)^2,$$

$$M = \Gamma^2\left[2\frac{d^2x^\alpha}{dt^2} + \frac{dx^\alpha}{dt}\frac{d}{dt}\ln\Gamma^2\right]. \tag{90}$$

Выбору релятивистского выражения для ускорения $\sigma = \Gamma$ соответствует $L_c = 0$.

§ 11. Философские аспекты пространства-времени как расслоения

Модель физического пространства-времени как расслоения опирается на материалистические представления о пространстве и времени. Проведем ее анализ, выделив двойной (бинарный) характер пространственно-временных величин.

С одной стороны, физический опыт дает характеристики мира, которые отражают факт существования движущейся материи как некоторой субстанции. В силу нашего убеждения в абсолютности существования они должны быть выражены так, чтобы имела место их независимость от условий измерения. Принятие модели пространственно-временного континуума как прямой суммы трехмерного евклидова (абсолютного) пространства и одномерного абсолютного времени позволяет получить такую независимость. Существовать, согласно такой концепции, значит: во-первых, занимать некоторую область абсолютного пространства и, во-вторых, характеризоваться некоторым интервалом абсолютного времени. Другими словами, признается возможность установления изоморфизма физического объекта по свойствам существования с областью абсолютного пространства и интервалом абсолютного времени. Такой изоморфизм имеет место, по предположению, для любого физического объекта. Заметим здесь, что структура абсолютного многообразия, а также его размерность, рассматриваются при указанном подходе не как априорные характеристики, а как отражение опытных данных. При этом пространственно-временные параметры являются отражением приборами общих свойств физических объектов, общих в такой мере, что без наличия их никаких других параметров просто не может быть. Ясно, что существование предполагает наличие некоторых иных свойств объекта (что выражается понятиями массы, заряда и т.п.) и без наличия которых пространственно-временных свойств также нет. Такое диалектическое единство различных свойств объектов надежно подтверждено всей практикой.

С другой стороны, пространственно-временные характеристики физического мира отражают особенности процессов и явлений. К пониманию этих особенностей мы приходим обычно в рамках концепции взаимодействия:

а) взаимодействие есть такое же объективное свойство мира, как и существование;

б) взаимодействие способно изменить пространственные и временные характеристики объектов.

Возможна ситуация, когда пространственно-временные характеристики объекта самого по себе не меняются (или их изменением можно пренебречь), а состояние его движения претерпевает существенное изменение. Действительно, если проводятся два независимых измерения параметров движущейся материальной точки, то первоначально одним наблюдателем зафиксируются смещения dx^{α}, а затем в другой области пространства другим наблюдателем зафиксируются смещения $dx^{\beta'}$. Их соотношение (как и соотношение времен измерения) может быть каким угодно и определяется, конечно, экспериментальной ситуацией. При этом конструкция, которая используется для установления свойств существования, может оказаться непригодной для анализа пространственно-временных параметров движения (сосуществования). Так, применительно к электродинамике движущихся сред, инвариантная конструкция, в рамках которой укладываются естественным образом экспериментальные данные об относительном перемещении, играет метрика Минковского. Она инвариантна относительно преобразований Лорентца и именно эти преобразования координат связывают между собой естественные кореперы декартовых систем координат, согласуясь с экспериментальными данными.

Общая пространственно-временная модель должна согласовать абсолютность существования с относительностью сосуществования (в смысле, указанном выше). Предложенная конструкция расслоения обладает такими свойствами. В соответствии с ней будем различать два класса пространственно-временных величин: те, которые характеризуют состояния объекта самого по себе, их мы определим в базе (или пространстве состояний); и те, которые определяют относительные характеристики, - то, что происходит с объектом или его частью по отношению к другим объектам, т.е. как определено событие - их мы определим в слое (или пространстве событий).

Произвольный физический объект будет характеризоваться пространственными и временными величинами, отнесенными к пространству состояний и к пространству событий. Поэтому будем иметь, в частности, две длины и два типа объемов. Длина первого рода есть расстояние между точками в пространстве состояний, взятое в фиксированный момент времени. Длина второго рода есть расстояние между точками в пространстве событий, взятое в фиксированный момент времени. Соответственно определятся и два типа объемов. Ответ на вопрос о соотношениях между длинами первого и второго рода возможен лишь после задания в расслоении дополнительных структур. Выберем в качестве базы пространство Ньютона, а в качестве слоя - пространство Минковского. Очевидно, при указанном выборе базы и слоя, что абсолютность одновременности является основной особенностью пространства состояний, а относительность одновременности является основной особенностью пространства событий. В известной степени между ними нет противоречия, так как они отражают разные стороны единого пространственно-временного континуума, однако это их единство носит диалектический характер.

Следуя идеологии А.Эйнштейна, свойства пространственно-временного многообразия, установленные на основе исследования электромагнитного поля, сохраняются для других физических объектов и явлений (в механике, термодинамике и т.п.). Используя такой прием расширения свойств пространственно-временного многообразия, считаем справедливой следующую гипотезу: механические движения всех физических объектов и их пространственно-временные характеристики могут быть описаны лишь посредством расслоения.

Заключение

Мы рассмотрели ряд вопросов электродинамики движущихся сред и специальной теории относительности с единых позиций в рамках однопараметрического обобщения материальных уравнений электродинамики и пространственно-временных преобразований, связывающих системы координат. Выяснены особенности такого обобщения, решены конкретные задачи. Описание электромагнитного поля как двухтензорного в расслоении и физическая интерпретация параметра, входящего в пространственно-временные преобразования обеспечили возможность анализа принципа постоянства скорости света в вакууме и принципа относительности в СТО. Какова специфика предложенной схемы, наиболее общая ее отличительная черта? Это согласование ньютоновской и эйнштейновской физических моделей пространства-времени в конструкции расслоения. Экспериментальное подтверждение новых следствий однопараметрической электродинамики явилось бы доказательством правильности предложенной схемы и достоверности полученных результатов.

Литература

1. Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел. - Собр. науч. тр. - М.: Наука, 1965, с. 7-35.
2. Лорентц Г.А. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света. - Сб.: Старые и новые проблемы физики. - М.: Наука, 1970, с. 28-55.
3. Пуанкаре А. О динамике электрона. - Избранные труды, т. 3. - М.: Наука, 1974, с. 433-515.
4. Минковский Г. Пространство и время. - В кн.: Принцип относительности. /Под ред. В.К. Фредерикса, Д.Д. Иваненко. - М.: ОНТИ, 1935, с. 127 - 145.
5. Вавилов С.И. Экспериментальные основания теории относительности. - Собр. соч., т. 4. - М.: Изд-во АН СССР, 1956, с. 15-109.
6. Молчанов А.Г. Опытная проверка СТО. - УФН, 1964, 83, с. 753-754.
7. Триг Д. Решающие эксперименты в современной физике. - М.: Мир, 1974.

8. Франкфурт У.И. Оптика движущихся сред и СТО. - В кн.: Эйнштейновский сборник. - М.: Наука, 1980, с. 257-325.
9. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. - М.: ГИТТЛ, 1955, - 504 с.
10. Ахундов М.Д., Молчанов Ю.Б., Степанов Н.И. Философские вопросы физики. - Сб.: Философия,естествознание, современность. - М.: Мысль, 1981.
11. Gardner M. Relationism and relativity. - Brit. J. Phil. Sci., 1977, 28, №.3, p.215-233.
12. Cattaneo C. Sui postulati comuni della cinematica classica e della cinematica relativistica. - Atti Acad. Naz. Lincei. Land. Cl. Sci. Fis. mat. e natur, 1958, N 5, 24, p.526-532.
13. Matsumoto F. Sur la deduction axiomatique des formules de Transformation de Lorentz. - Met. Coll. Sci. Univ. Kyoto, 1955, A29, N 1.
14. Bosch J. Onthe axiomatic foundations the Special relativity theory. - Progr. Theor. Phys., 1971, 45, №.5, p.1673-1688.
15. Striegler K. The axiomatic Foundations of Special Relativity. - Int. J. Theor. Phys., 1972, 5, №.4-6, p.403-419.
16. Gron O., Nicola M. The consistency of the postulates of Special relativity. - Found. Phys., 1976, 6, №.6, p.677-680.
17. Schwartz H.M. On the logical foundations of Special Relativity.- Progr. Theor. Phys., 1975, 43, №.4, p.362-364.
18. Chatham R.E. Consistency in relativity.- Found. Phys., 1976, 6, №.6, p.681-685.
19. Ueno Y., Takeno H. On equivalent observers. - Progr. Theor. Phys., 1952, 8, №.3, p.291-301.
20. Ueno Y. On the equivalent observers. - Progr. Theor. Phys.,1953, 9, №.1, p.74-84.
21. Ryff L.C.B. On the Notion of Equivalent Moving Frames. - Nuovo Cimento, 1975, 30B, №.2, p.390-402.
22. Köhler K.J. Unbestimmte Relativitätstheorie und ihre Konsequenzen. - Technica (Sui), 1979, 28, N 1, s.7-10.
23. Kerner E.H. Extended inertial frames and Lorentz transformations. - J. Math. Phys., 1976, 17, №.10, p.1797-1807.
24. Gonzales-Gascon. Some remarks for a Broadening of Special Relativity - Scientia (Ital), 1976, 70, №.912, p.653-660.
25. Recami E. An introduction to "extended", "projectiv" and "con-

formal" relativities. - Ist. naz. fis. nucl. Rept. , 1978, AE, No.6. - 49p.

26. Богословский Г.Ю. О специальной релятивистской теории анизотропного пространства-времени. - ДАН СССР, 1972, 213, № 5, с. 1055-1058.

27. Болтянский В.Г. Анизотропный релятивизм. - Дифференциальные уравнения. 1974, 10, № 12, с. 2101-2110.

28. Болтянский В.Г. Анизотропная теория относительности и оптимизация. - Дифференциальные уравнения. 1979, 15, № 11, с. 1923-1932.

29. Lorente M. Bases for a discrete Special Relativity. - Int. J. Theor. Phys., 1976, 15, No.12, p.927-947.

30. Иваницкая О.С. Обобщенные преобразования Лорентца и их применение. - Мн.: Наука и техника, 1969. - 228 с.

31. Федоров Ф.И. Группа Лорентца.- М.: Наука, 1979, - 384 с.

32. Меллер К. Теория относительности. - М.: Атомиздат, 1975. - 400 с.

33. Kerner R. Invariant equations on the fibre bundles. - Lect. Not. Phys., 1976, 50, p.80-86.

34. Sen R.N. Relativprinciples and fibre bundles. - Lect. Not. Phys., 1979, 94, p.134-143.

35. Asanov G.S. On the Fincsler Relativity Theory. - Nuov. Cim.,1979, 49B, No.2, p.221-246.

36. Эйнштейн А. Уравнения гравитационного поля. - Собр. науч. тр., т. I, - М.: Наука, 1965, с. 448-452.

37. Эйнштейн А. Основы общей теории относительности. - Собр. науч. тр., т. I, - М.: Наука, 1965, с. 452-504.

38. Зельманов А.Л. Хронометрические инварианты и сопутствующие координаты в СТО. - ДАН СССР, 1956, 107, с. 815-820.

39. Зельманов А.Л. Ортометрическая форма монадного формализма и ее отношение к хронометрическим и кинеметрическим инвариантам. - ДАН СССР, 1976, 227, № 1, с. 78-81.

40. Тредер Г. Теория гравитации и принцип эквивалентности. - М.: Атомиздат, 1973, - 168 с.

41. Родичев В.И. Теория относительности в ортогональном репере. - М.: Наука, 1974. - 184 с.

42. Яноши Л. Дальнейшие соображения о физической интерпретации преобразований Лоренца. - УФН, 1957, 62, № 1, с. 149-181.

43. Schlegel R. An Interaction Interpretation of Special Relativity. Part I. - Found. Phys., 1973, 3, №.2, p.169-184.
44. Buonomano V. A new Interpretation of the Special Theory of Relativity. - Int. J. Theor. Phys., 1975, 13, №.4, p.213-226.
45. Фейнберг Е.Л. Можно ли рассматривать релятивистское изменение масштабов длины и времени как результат действия сил. - Эйнштейновский сборник 1975-1976 гг. - М.: Наука, 1978, с. 43-77.
46. Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. - М.: Наука, 1972. - 438 с.
47. Стражев В.И., Томильчик Л.М. Электродинамика с магнитным зарядом. - Мн.: Наука и техника, 1975. - 336 с.
48. Jammer M., Stachel J. If Maxwell had worned between Ampere and Faraday. - Amer. J. Phys., 1980, 48, №.1, p.5-7.
49. Столяров С.Н. Граничные задачи электродинамики движущихся сред. Эйнштейновский сборник 1975-1976 гг. - М.: Наука, 1978, с. 152-215.
50. Паули В. Теория относительности. - М.: Гостехиздат, 1947.
51. Барыкин В.Н. О взаимодействии света с инерциально движущейся нерезкой границей. - Препринт № 2. - Мн.: ИТМО, 1981. - 26 с.
52. Барыкин В.Н. Об увлечении света инерциальной системой отсчета. - Сб.: Физика и техника аэротермооптических методов управления и диагностики лазерного излучения. - Мн.: ИТМО АН БССР, 1981, с. 62-65.
53. Барыкин В.Н. К электродинамике движущихся сред. - Проблемы механики магнитных жидкостей. - Мн.: ИТМО АН БССР, 1981, с. 131-140.
54. Скроцкий Г.В. О влиянии силы тяжести на распространение света. - ДАН СССР, 1957, 114, № 1, с. 72-75.
55. Кравцов Ю.А., Островский Л.А., Степанов Н.С. Геометрическая оптика неоднородных и нестационарных диспергирующих. - ТИИЭР, 1974, т. 62, с. 91-112.
56. Лихнерович А. Теория связностей в целом и группы голономий. - М.: Изд-во иностр. лит., 1960. - 216 с.
57. Барыкин В.Н. Изменение параметров электромагнитного поля в процессе измерения, обусловленное движением инерциальной системы отсчета. - Сб.: Физика и техника аэротермооптических методов управления и диагностики лазерного излучения. - Мн.: ИТМО АН БССР, 1981, с. 39-61.

58. Коноплева Н.П., Попов В.Н. Калибровочные поля. - М.: Атомиздат, 1980. - 236 с.
59. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. - М.: Наука, 1964. - 664 с.
60. Барыкин В.Н. Интерпретация классических опытов со светом на основе нового динамического параметра, заданного в системе отсчета. - Особенности процессов тепло- и массопереноса. - Мн.: ИТМО АН БССР, 1979, с. 49-51.

С о д е р ж а н и е

В.Н. Барыкин

К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ИНЕРЦИАЛЬНО ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

Препринт №1

Редактор Т.Г. Михалева. Худ. редактор Э.Б. Гуцева.
Технический редактор З.В. Шейбак. Корректор С.И. Сауляк.

Подписано в печать 12.02.82 . АТ 16626.
Формат 60х84 1/16. Бум. тип. № 2. Печать офсетная.
Печ. л. 3,4. Уч.-изд. л. 3. Тираж 200. Заказ 47.
Бесплатно.

Редакционно-издательский отдел Института тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова АН БССР

Отпечатано на ротапринте Института тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова АН БССР, Минск, Подлесная, 15