

В. Н. БАРЫКИН

АТОМ СВЕТА

Учебно-методическое пособие
для студентов высших учебных заведений

Минск
Издатель В. М. Скакун
2001

УДК 530.12 (075.8)

ББК 22.31Я73

Б 26

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук, профессор
доктор мат. наук, профессор

П. П. КАРУД,
А. Т. ФРАЙХАЙТ

В.Н. БАРЫКИН

Б 26 Атом света. Учеб.-метод. пособ. для студ. высш. учебн. заведен.
— Мин.: Изд. В. М. Скакун , 2001, — 288 с.
ISBN 985-6235-41-3

Обновлена электродинамика Максвелла на основе введения в нее механизма динамического изменения несобственной инерции электромагнитного поля. Показана возможность непротиворечивого описания экспериментальных данных без ограничения на скорость. Выяснено, что в физических моделях пространство-время локально расщеплено на абсолютное пространство состояний SS и относительное пространство событий SE и они дополнительны друг к другу. Предложена когомологическая теория относительности, которая обобщает специальную теорию относительности Эйнштейна. Развита точка зрения Ньютона, что свет есть поток частиц. Они названы нотонами и рассматриваются как квантово-механические атомы света, которые имеют составные части, движущиеся в абсолютном пространстве-времени. Даны оценки их параметров

Для студентов, аспирантов, научных работников — математиков и физиков.

ISBN 985-6235-41-3

© В.Н. Барыкин, 2001
© Издатель В.М.Скакун, 2001

ОГЛАВЛЕНИЕ

От автора	V
Благодарности	V
Предисловие	VI
ГЛАВА 1. Электродинамика Максвелла с активными когомологиями	1
Введение	3
1.1. Электродинамика Максвелла со сверхсветовыми скоростями	4
1.2. Собственная и несобственная инерция	16
1.2.1. Собственная и несобственная сила	22
1.3. Стадии динамики несобственной инерции	23
1.4. Границы инерции электромагнитного поля	29
1.5. Вариационные аспекты инерции	34
1.6. Обобщенная электродинамика Максвелла в вакууме	38
1.7. К обобщению квантовой электродинамики	44
1.8. К теории гравитации со сверхсветовыми скоростями	47
1.9. Варианты моделирования динамики инерции	50
Заключение	54
ГЛАВА 2. Когомологическая теория относительности	57
Введение	59
2.1. Пространственно-когомологические, SH -симметрии в электродинамике	60
2.2. Новые возможности SH -симметрий	68
2.3. Скрытые возможности SH -симметрий	74
2.4. Топологическая активность инерции в электродинамике Максвелла	81
2.5. Когомологическая активность в электродинамике Максвелла	86
2.5.1. Двойное сплетение алгебры заполнения физической модели	86
2.5.2. Когомологическая неполнота квантовой электродинамики	87
2.5.3. Обновление квантовой теории с учетом когомологической активности	89
2.6. Сущность активной когомологической деформации физических моделей и их симметрий	90
2.7. Новое использование симметрий	93
2.8. Сравнение механизмов спонтанного и когомологически активного нарушения симметрий	96
Заключение	98
ГЛАВА 3. Когомологическая сущность физических моделей	101
Введение	103
3.1. Группа заполнения физических моделей	104
3.1.1. Пересечение подгрупп $V(4)$	117

3.1.2. Подгруппы $V(4)$	119
3.1.3. Смежные классы, орбиты	123
3.1.4. Исходные элементы группы $V(4)$	126
3.2. Генерация новых групп операциями , 	126
3.3. Уравнения Ньютона-Эйлера в форме GAG -модуля	135
3.4. GAG -форма уравнений Максвелла	141
3.4.1. Уравнения Максвелла без ограничения скорости в форме GAG -модуля	148
3.4.2. Уравнения Максвелла в "фермионном" секторе	150
3.4.3. "Бозонная" и "фермионная" формы уравнений	152
3.4.4. Новые метрики в электродинамике	153
3.5. GAG -форма уравнений Дирака	155
3.6. Уравнение Шредингера в форме GAG -модуля	159
3.7. GAG -моделирование	161
3.8. Концептуальное единство и различие физических моделей	165
3.9. Композитность - общее свойство физического мира	175
3.9.1. Композитные связи	176
3.9.2. Композитные условия в теории Максвелла	177
3.9.3. Композитное вложение группы $SU(2)$ в $R^3 \times T^1$	177
3.9.4. Композитная физическая модель одного уровня	178
3.10. Вариационная сущность GAG -модулей	180
Заключение	182

ГЛАВА 4. Когомологическое моделирование пространства-времени 185

Введение	187
4.1. Динамичные локальные метрики событий SE в электродинамике Максвелла	188
4.1.1. Алгебра локальных метрик	197
4.2. Расщепленность пространства-времени	199
4.3. Когомологические свойства локальных метрик	207
4.4. Когомологическое различие R^3 и T^1 в уравнениях Максвелла	213
4.4.1. Нетензорность метрики Минковского	214
4.4.2. Электродинамика Максвелла для движущихся тел без пространства Минковского	215
4.4.3. Специфика модели инерции Эйнштейна в электродинамике Максвелла	216
4.5. Электродинамика за пределами принципа относительности	218
4.5.1. Алгебра показывает взаимодействие	222
4.6. Новые грани пространства-времени	223
4.6.1. Единство и различие поступательной и вращательной инерции	226
4.6.2. Источником абсолютной длины могут быть сверхсветовые скорости	228
4.6.3. Идея инерционной группы	229
4.6.4. Новая схема мышления о пространстве-времени	230
4.6.5. Немеханическое пространство и время	232
4.7. Новое соотношение абсолютных и относительных свойств пространства-времени в электродинамике	234

Заключение	235
ГЛАВА 5. Когомологическое обоснование атомов света 239	
Введение	241
5.1. Механическая модель атома света-нотона.....	241
5.2. Физические аспекты нотона	251
5.2.1. О возможности нулевой скорости нотона.....	252
5.2.2. Продольные и поперечные размеры атома света	253
5.2.3. Физические причины поляризации.....	254
5.2.4. Механизм образования электронов и позитронов из нотонов	255
5.2.5. Концепция самодостаточности нотона.....	257
5.3. Числовые параметры атома света	258
5.4. Рецепторы и <i>n</i> -схемы нотона.....	260
5.5. Сопоставление макро- и микроуровней электромагнитного поля	261
Заключение.....	267
Результаты.....	268
Послесловие.....	272
Литература.....	274
Предметный указатель.....	275

"Постоянство неустранимо, перемены неограничены".

(Из опыта)

"Под лучами света я понимаю его мельчайшие части, как в их последовательном чередовании вдоль тех же линий, так и одновременно существующие по различным линиям".

Ньютона И.
(Оптика, 1675 г.)

"И мы как раз весьма далеки от существования разумной и согласующейся с фактами теории света и материи. Мне кажется, что продвинуть этот вопрос смогут только смелые умозрительные заключения, а не аккумулирование опытных данных. Имеется более чем достаточно непонятного экспериментального материала".

Эйнштейн А.
(из письма М. Бессо, 1952 г.)

ОТ АВТОРА

Обычно считают, что классическая электродинамика Максвелла завершена, что она полна. Но и то и другое не соответствует действительности. Существует ряд вопросов, на которые нет удовлетворительных ответов.

- Почему в физике ограничены скорости? Это закон Природы или следствие принятой модели?
- Существует ли частица света? Что это такое?
- Могут ли масса и электрический заряд превращаться друг в друга? Когда и как это происходит?
- Можно ли обойтись без принципа относительности? Что это дает?
- Как динамически описывать изменение инерции поля?
- Есть ли место абсолютному пространству-времени в физике вообще и внутри элементарных частиц в частности?
- Может ли скорость гравитации быть существенно больше скорости электромагнитного поля в вакууме? Как это обнаружить и использовать?

Эти и другие вопросы неотделимы от проблемы: что такая физическая модель, когда можно считать ее полной, какими средствами и алгоритмами можно ее углубить?

В моей книге, так или иначе, даны ответы на часть указанных вопросов. Что-то в них приближает к истине, что-то мешает ей при моем подходе проявить себя. Автору всегда трудно понять свое место в потоке нового знания.

БЛАГОДАРНОСТИ

Много позитивных условий и обстоятельств благоприятствовали выходу в свет моей книги. Хотелось бы описать их все, но это отдельная тема.

Моей опорой были всегда мои близкие люди и я хочу выразить им свою благодарность: жене Тамаре, сосредоточившей в себе лучшие человеческие качества, помогающей мне всегда и во всем без условий и оговорок; моей дочери Оле и сыну Олегу за то, что они выдержали материальные трудности нашей жизни, постоянно поддерживали меня духовно, а также своими успехами; Глебу А.А. за уроки житейской мудрости; моим родителям за воспитание в христианской вере в Бога, выработку самостоятельности, ответственности и трудолюбия независимо от условий и обстоятельств.

Моя научная деятельность была успешной вследствие контактов с замечательными учеными, которым я хочу выразить свою благодарность: Мартыненко О.Г. за многолетнюю административную и научную помощь в период моей работы в АНК "ИТМО" НАНБ; Болотовскому Б.М. за полезные научные дискуссии на начальном этапе работы; Столярову С.Н. за замечания и здоровый скептицизм; Ибрагимову Н.Х. за контакты и выработку критического отношения к научным разработкам; Паршину П.Ф. за плодотворные дискуссии.

Мои внешние контакты были многообразны, однако особую роль в них сыграли несколько личностей, которым я благодарен: Гусеву И., Павловцеву В. за дискуссии и помощь в оформлении книги; Свалдинене Лилии за духовную и материальную помощь в период написания и оформления книги; Власову А.Т. за стимулирующие беседы; Викторович Г.В. за терпение и упорство при компьютерном наборе книги.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эксперимент Демельта, позволивший установить, что размер электрона равен 10^{-22} м, ставит перед физикой новые задачи. Квантовый объект, имеющий, согласно Дираку и Бройлю, волновые свойства, оказался частицей, как это предсказывали Томсон и Лорентц.

Снова на повестку дня выдвинулся вопрос Ньютона: "Не являются ли лучи света очень малыми телами, испускаемыми светящимися веществами?".

Ответ на него важен потому, что эксперименты уже давно показали взаимное превращение "тел в свет и света в тела", по терминологии Ньютона. Действительно, электрон совместно со своей античастицей - позитроном, рождается при столкновении двух γ -квантов высоких энергий, имеет место также обратное превращение. Это означает, что ненулевая масса покоя и электрический заряд способны стать нулевыми в форме γ -квантов и снова появиться из них. Тайной является, как это происходит? Можно ли в этом разобраться, чтобы управлять процессами? Эти вопросы были в физике известны давно, назрела потребность в получении достоверных и практически полезных ответов на них.

Сделать это нелегко по ряду причин. Одной из них является ограничение на скорость света, предложенное Эйнштейном. Рассмотрение света как потока частиц вступает в противоречие со специальной теорией относительности, согласно которой не имеет содержания и смысла собственный размер частицы, движущейся со скоростью света в вакууме. Движение внутри такой частицы, которое интуитивно представляется как сверхсветовое, запрещено принципом постоянства скорости света. В силу этих обстоятельств кванты света - фотоны - являются квазичастицами: они имеют энергию, импульс, частоту, длину волны, проявляют корпускулярные свойства в фотоэффекте и в эффекте Комптона, но теория не в состоянии задать их пространственно-временную модель. Возможно, для этого нужны принципиально новые подходы и алгоритмы. В чем тогда их суть? То, что построение модели фотона актуально, подтверждается словами Эйнштейна: "Пятьдесят лет бесконечных размышлений ни на йоту не приблизили меня к ответу на вопрос: что такое кванты света? В наши дни любой мальчишка воображает, что это ему известно. Но он глубоко ошибается".

Юристы знают, что, когда дело запуталось, бывает полезно вернуться к его истокам.

Следуя Ньютону, примем точку зрения, что свет есть поток частиц, имеющих составные части, пространственно-временную структуру. Используя квантово-механический опыт, будем считать такие частицы атомами света. Назовем их нотонами, сохраняя морфологическую связь с названием квазичастиц света. Чтобы

превратить эти слова в рабочую гипотезу и довести до стадии первой пространственно-временной модели, был сделан ряд шагов, составляющих содержание предлагаемой книги.

1. В рамках электродинамики Максвелла предложена новая динамическая модель инерции электромагнитного поля. Именно проблема инерции привела Эйнштейна к идеи, что нужно принять ограничение на скорость и, как следствие, отказаться от ньютоновской модели пространства-времени, кинематически описывая инерциальное различие параметров поля. Новый подход к проблеме инерции возвращает абсолютное пространство-время в физику и обходится без ограничения на скорость.
2. Динамическая модель инерции электромагнитного поля позволила описать всю совокупность экспериментальных данных без специальной теории относительности, без ограничения на скорость. Она позволила "восстановить в правах" модель пространства-времени Ньютона. Предсказан ряд новых физических эффектов, в частности, возможность движения тел ненулевой массы покоя со скоростью света в вакууме. Открыт динамический механизм преобразования скорости источника излучения в частоту поля.
3. Найдена группа $\hat{U}(4)$, используя которую удалось в единой форме GAG -модуля записать базовые физические законы: Ньютона-Эйлера, Максвелла, Дирака, Шредингера. Доказано, что они содержат, по самой своей сущи, как досветовую метрику Минковского, так и сверхсветовые мегрики, не предполагая ограничения на скорость.
4. Рассмотрены грани и стороны инерции электромагнитного поля. Анализ показал, что для описания динамики несобственной инерции достаточно ввести новую физическую величину, скалярный функционал, названный *отношением*. Он нелинейно управляет изменением параметров поля при взаимодействии со средой, позволяя описывать динамику частоты и скорости поля, в частности, при взаимодействии с измерительным устройством. Установлены границы применимости специальной теории относительности в электродинамике Максвелла.
5. Предложена когомологическая теория относительности. Введен класс когомологически активных преобразований координат и времени, которые "динамизируют" группу Лорентца.
6. Показано, что в физических явлениях реализуется соединение двух пространств: пространства-времени состояний SS , в качестве которого, с точки зрения физического эксперимента, удобно использовать модель Ньютона и пространства-времени событий SE , частный случай которого задает модель Минковского. Их тождественное возможно, но в общем случае необходимо и достаточно рассматривать SS и SE дополнительно друг другу.
7. На основе физического анализа предложена модель света как ансамбля частиц - нотонов. Каждый нотон представляет собой систему "дисков", распределенных в направлении его движения. В минимальном атоме света только два "диска". Каждый "диск" имеет пару центральных прозарядов, соединенных замкнутой струной, а также аналогичную пару периферических прозарядов. Периферические прозаряды движутся вокруг центральных. Характерные размеры составных частиц нотона, согласно оценкам, существенно меньше размера электрона.

Достаточна ли эта модель, чтобы с ее помощью приблизиться к истине? Только последующий анализ даст ответ на столь трудный вопрос. Физикам приятно, что достигнута наглядность, математикам удобно, когда она есть. Сейчас нужно двигаться дальше.

Примем принципы развития физических моделей.

1. **Неограниченных возможностей:** всегда и во всем допустимы и реализуются альтернативные варианты и подходы, которые на стадии их синтеза дополнительны друг другу, образуя качественно новый тезис, развивающийся к своему отрицанию - антитезису, чтобы реализовать с ним новый синтез, так было во всем и всегда, есть и будет неограниченно.
2. **Полезной аналогии:** найденное и пригодное в одних условиях и в одной ситуации может стать полезным в других условиях и в других ситуациях.
3. **Пары:** каждое в мире имеет себе пару, с которой достигима гармония.
4. **Прикосновения:** мир физических объектов и явлений настолько проявляет себя, насколько тонки, сложны, глубоки и совершены наши прикосновения к нему.

Примем ориентиры развития физических моделей

1. **Успешного моделирования:** модель может и должна быть конструктивной, способствуя достижению положительных результатов, полной в меру принятого уровня анализа, истинной в смысле согласия с корректным опытом, соответствующая расширению или углублению полезной практической деятельности.
2. **Переоценки:** и высокие и наивные умы склонны принимать свои намерения за факты.
3. **Бессстрахия:** ошибки присущи опыту и не нужно их бояться, потому что их соединение способно иногда существенно помочь развитию, однако неправильно подчиняться ошибкам, которые тормозят позитивные процессы.
4. **Связей:** каждое есть в каждом, может проявить себя и быть полезным.

ГЛАВА 1

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА МАКСВЕЛЛА С АКТИВНЫМИ КОГОМОЛОГИЯМИ

"Кто работает с меньшей точностью, тот - худший механик, и если бы кто-нибудь смог исполнить изде~~ни~~е с совершеннейшей точностью, тот был бы наилучшим из всех механиков".

Ньютон И.

Введение	3
1.1. Электродинамика Максвелла со сверхсветовыми скоростями	4
1.2. Собственная и несобственная инерция	16
1.2.1. Собственная и несобственная сила	22
1.3. Стадии динамики несобственной инерции	23
1.4. Границы инерции электромагнитного поля	29
1.5. Вариационные аспекты инерции	34
1.6. Обобщенная электродинамика Максвелла в вакууме	38
1.7. К обобщению квантовой электродинамики	44
1.8. К теории гравитации со сверхсветовыми скоростями	47
1.9. Варианты моделирования динамики инерции	50
Заключение	54

ВВЕДЕНИЕ

Обычно принято изучать физические явления, следуя теории представлений групп, с точностью до преобразований эквивалентности

$$\tilde{\Gamma}_s = Q^{-1} \Gamma_s Q,$$

где Γ_s - генераторы алгебры симметрии, Q^{-1} - сплетающий оператор, имеющий самостоятельное происхождение. Использование оператора Q^{-1} соответствует *идее* учета в расчетах и физической модели *деформационных степеней свободы явлений*. Они обусловлены их топологической природой, что можно обнаружить, рассматривая полином

$$\det \tilde{\Gamma}_s = \det(Q^{-1} \Gamma_s Q) = \det \Gamma_s,$$

в котором неявно присутствует самостоятельная величина

$$w = \frac{\det Q^{-1}}{\det Q_s^{-1}},$$

где Q_s^{-1} - канонический сплетающий оператор. Скаляр w является элементом нульмерной группы когомологий Хохшильда для группы G со значениями A , если считать, что $w \in H^0(G, A)$. Поскольку когомологии характеризуют топологию группы симметрии G , они задают, явно или неявно, топологию явления, охватываемого, в том или другом смысле, этой группой.

Примем точку зрения, что в физической модели могут использоваться разные группы когомологий, выходя за пределы преобразований эквивалентности, что они имеют свое место, значение, смысл и функции в физических моделях, реализуя деформационные степени их свободы и образуя самостоятельную область исследования. Тогда появляется возможность рассматривать когомологии, в том числе весь спектр когомологий Хохшильда

$$H^n(G, A), \quad n = 0, 1, 2, \dots k,$$

как физические переменные, задавая для них динамические уравнения.

Будем считать, что такова и нульмерная группа когомологий, для которой

$$\hat{L}(w) = 0, \quad w \in H^0(G, A),$$

где \hat{L} - дифференциальный оператор.

В данной главе показано, что динамика w управляет поведением параметров несобственной инерции электромагнитного поля. Ее учет позволяет описать известные экспериментальные факты без ограничений на скорость света, в также *открыть когомологический механизм* динамического преобразования скорости поля в его частоту. Дано обоснование концепции несобственной инерции поля, указаны стороны и грани ее описания. *Когомологичность инерции электромагнитного поля и физическая активность ее когомологий* составляют, по сути дела, центральную идею и главный результат данной главы.

1.1. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА МАКСВЕЛЛА СО СВЕРХСВЕТОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

Предложено обобщение электродинамики Максвелла в движущихся средах, которое, во-первых, не использует специальной теории относительности Эйнштейна, во-вторых, в расчете и эксперименте базируется на пространстве Ньютона, в-третьих в нем естественные сверхсветовые скорости, указаны условия, где и как их обнаружить, в-четвертых, оно единым образом описывает классические эксперименты Бредли, Майкельсона, Физо, Доплера. Обнаружен неизвестный ранее динамический механизм преобразования скорости, задающей несобственную инерцию поля, в собственную частоту электромагнитного поля. Показано, что ненулевая масса покоя может быть конечной при скорости тела, равной скорости света в вакууме.

Известно, что единое описание экспериментальных данных в электродинамике Максвелла при учете всей совокупности относительных движений было достигнуто на основе специальной теории относительности, созданной Эйнштейном А. [1]. Она базируется на трех принципах: а) относительности, б) постоянства скорости света в вакууме, в) неявном постулате об отсутствии эфира.

В теории использована концепция относительной длины и времени, что соответствует модели пространства-времени Минковского. Группа Лоренца задает алгоритм кинематического описания физических явлений, в частности, эффекта Доплера и aberrации. Этого оказалось достаточным не только для классической электродинамики. Глубина и полезность кинематического релятивистского метода подтверждена всем развитием физики XX века.

Однако новое время ставит новые задачи.

Экспериментально установлены корпускулярные свойства света, проявляющиеся в фотоэффекте и эффекте Комптона [2]. Но в современной теории фотон рассматривается как квазичастица. Именно релятивистский подход не позволяет ввести его размер и отрицает возможность его внутреннего движения. Квант света - фотон - бесструктурен.

Экспериментально Демельтом Х. [3] определен размер электрона $R_e \approx 10^{-22}$ м.

Известно, что электрон и позитрон рождаются при столкновении γ -квантов:

$$\gamma + \gamma \Rightarrow e^- + e^+.$$

Описание таких явлений проводится квантовой электродинамикой, но в ней по-прежнему квантовые частицы бесструктурны.

Экспериментально подтверждено наличие спина - внутреннего движения у фотона и электрона, однако отсутствует его пространственно-временная модель.

Эти и другие факты инициируют вопросы:

- а) Является ли механизм релятивистского описания электродинамических явлений единственным?
- б) Возможно ли полное и последовательное описание всей совокупности экспериментальных данных без специальной теории относительности и без тех ограничений, которые из нее следуют?
- в) На какой основе и как это сделать, какие новые следствия это даст?

Покажем, что возможно динамическое описание изменения инерции электромагнитного поля в рамках ньютоновского пространства-времени, используя единст-

1.1. Электродинамика Максвелла со сверхсветовыми скоростями

венную систему координат и рассматривая систему отсчета как физическую среду, способную изменить параметры поля.

Динамические уравнения Максвелла в ньютоновском пространстве-времени

Будем исходить из концепции единичного наблюдателя, у которого имеются эталоны длины и времени, согласованные с моделью многообразия Ньютона $R^3 \times T^1$. Физические законы электродинамики Максвелла, установленные в $R^3 \times T^1$, определим через трехмерные *rot* и *div* в векторном виде

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\pi \frac{\vec{J}}{c}.$$

На основе выражений

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix},$$

$$H^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}$$

они получают тензорный вид

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k H^{ik} = S^i.$$

Здесь ∂_k - частные производные по координатам

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ict.$$

С физической точки зрения обе записи равноправны. Однако математический анализ общих вопросов удобнее проводить в тензорном виде.

Исходя из уравнений Максвелла, не используя концепции эфира, опишем единым образом опыты Бредли [4], Физо [5], Майкельсона [6], Допплера [7], "постоянство" скорости света в вакууме [8], приняв модель динамического изменения инерции поля и модель ньютоновского пространства и времени.

Обобщенная связь полей и индукций в электродинамике Максвелла

Известно, что для покоящейся изотропной среды связь полей и индукций имеет вид

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{E},$$

где ϵ, μ - диэлектрическая и магнитная проницаемости.

В варианте, рассмотренном Минковским, когда среда является вторичным источником излучения, считается, что ее скорость \vec{U}_m тождественно равна скорости источника излучения. Тогда

$$\vec{D} + \left[\frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{H} \right] = \epsilon \left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{B} \right] \right),$$

$$\vec{B} + \left[\vec{E} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] = \mu \left(\vec{H} + \left[\vec{D} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] \right).$$

Найдем новые связи между полями F_{mn} и индукциями H^{ik} в форме [10]:

$$H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

которые в частном случае переходят в указанные. Пусть

$$\Omega^{im} = \alpha(\Theta^{im} + \beta U^i U^m),$$

где α, β - скалярные функции, Θ^{im} - тензор инерции поля, $U^i = dx^i / d\Theta$ - четырехскорости, $d\Theta^2 = \Theta_{ij} dx^i dx^j$. Выражение для Ω^{im} найдено в [11] на основе решения системы нелинейных алгебраических уравнений, следующих из обобщенной формальной связи для полей и индукций, когда они рассматриваются при равной нулю скорости. Тогда

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[\Theta^{im} + \left(\frac{\epsilon \mu}{\chi} - 1 \right) U^i U^m \right].$$

Здесь $\Theta^{im} = \text{diag}(1, 1, 1, \chi)$, а $\chi = \det \Theta^{im}$. Тензор Ω^{im} не имеет особенности при $\chi = 0$. Действительно,

$$d\Theta = \frac{icdt}{\sqrt{\chi}} \left(1 - \chi \frac{U^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad U^k = \frac{dx^k}{d\Theta} = \frac{\sqrt{\chi}}{ic} \frac{dx^k}{dt} \left(1 - \chi \frac{U^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Для скоростей $U_n = \Theta_{nk} U^k$ имеем $U^k U_k = 1$. С учетом антисимметрии F_{mn} и H^{ik} получаем выражение

$$H^{ik} = \Omega^{ikmn} F_{mn}, \quad \Omega^{ikmn} = 0,5(\Omega^{im} \Omega^{kn} - \Omega^{in} \Omega^{km})$$

с условиями

$$\Omega^{ikmn} = -\Omega^{iknm} = -\Omega^{kimn}$$

Уравнения Максвелла

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

дополняются обобщенными связями [12]:

$$\vec{D} + \chi \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right] = \epsilon \left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{B} \right] \right), \quad \vec{B} + \chi \left[\vec{E} \times \frac{\vec{U}}{c} \right] = \mu \left(\vec{H} + \left[\vec{D} \times \frac{\vec{U}}{c} \right] \right).$$

Модельная задача

Пусть источник излучения движется вокруг Земли в вакууме со скоростью \vec{U}_∞ , которая является скоростью первичного источника $\vec{U}|_{\rho=0} = \vec{U}_\infty$. Пусть излучение распространяется из вакуума в атмосферу Земли с плотностью ρ , в которой при $\rho = \rho_0$ скорость вторичного источника излучения становится равной скорости физической среды

$$\vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_m.$$

Введем скорость $\vec{U} = \vec{U}(\vec{U}_\infty, \vec{U}_m, w(\rho))$, полагая, что она зависит от функционала $w(\rho)$, который назовем фазой инерции электромагнитного поля.

Подчиним скорость \vec{U} релаксационному уравнению

$$\frac{d\vec{U}}{d\xi} = -P_1(\vec{U} - \vec{U}_m), \quad \vec{U}|_{\xi=0} = \vec{U}_\infty, \quad \xi = \rho/\rho_0,$$

что согласуется с указанной физической постановкой задачи [10]. Получим решение

$$\vec{U} = (1-w)\vec{U}_\infty + w\vec{U}_m, \quad w = 1 - \exp\left(-P_0 \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

Тогда

$$\vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_\infty, \quad w|_{\rho=0} = 0, \quad \vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_m, \quad w|_{\rho=\rho_0} = 1.$$

Примем дополнительное условие, что $\chi = w$.

Решение обобщенных уравнений Максвелла с $w = const$

Уравнения для потенциалов поля A_m в их четырехмерной форме при $w = const$ имеют вид [14]:

$$\left[\Theta^{kn} \frac{\partial}{\partial x^k} \frac{\partial}{\partial x^n} - (\epsilon\mu - w) \left(U^l \frac{\partial}{\partial x^k} \right)^2 \right] A_m = -\mu U^l \Theta_{lm},$$

при условии калибровки

$$\Theta^{kn} \frac{\partial A_n}{\partial x^k} - (\epsilon\mu - w) \frac{\partial A_l}{\partial x^k} U^l U^k = 0.$$

Для векторного \vec{A} и скалярного φ потенциалов согласно их определению

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

получим

$$\hat{L}\vec{A} = -\frac{4\pi\mu}{c} \left\{ \vec{J} + \frac{\sigma\Gamma^2}{\sigma+w} \frac{\vec{U}}{c} \left(w\vec{U} \cdot \vec{J} - c^2\rho \right) \right\},$$

$$\hat{L}\varphi = -4\pi\mu \frac{\Gamma^2}{w+\sigma} \left\{ \rho \left(1 - \varepsilon\mu \frac{U^2}{c^2} \right) + \sigma \frac{\vec{U} \cdot \vec{J}}{c^2} \right\}$$

и условие калибровки

$$\left(\nabla \cdot \vec{A} + \frac{w}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\sigma\Gamma^2}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \right) (\vec{U} \cdot \vec{A} - c\varphi) = 0$$

Здесь

$$\hat{L} = \left(\Delta - \frac{w}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \sigma \frac{\Gamma^2}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \right)^2, \quad \sigma = \varepsilon\mu - w, \quad \Gamma^2 = (1 - w\beta^2)^{-1}, \quad \beta = \frac{U}{c}.$$

Функция Грина для векторных уравнений

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu (r^2 + \xi^2)^{-1/2} S \left(t - \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1-w\beta^2)\sqrt{\varepsilon\mu}} (r^2 + \xi^2)^{1/2} \right)$$

указана в [10]. В цилиндрической системе координат, радиус-вектор которой есть $R = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$, имеем величины

$$r^2 = \rho^2 \frac{\varepsilon\mu(1-w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}, \quad \xi = z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} Ut.$$

При $\beta = 0$ получим функцию Грина для покоящего источника в среде без дисперсии

$$G_0(\vec{r}, t) \Big|_{\vec{U}=0} = 16\pi^4 \mu \frac{1}{R} \sigma \left(t - \frac{R\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \right).$$

Она отлична от нуля на поверхности

$$t = \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1-w\beta^2)\sqrt{\varepsilon\mu}} \left(\rho^2 \frac{\varepsilon\mu(1-w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} + \left(z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} Ut \right)^2 \right)^{1/2}.$$

Это эллипсоид вращения, ось симметрии которого совпадает с \vec{U} , а положение центра задается соотношением

$$z_0 = Ut \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

Центр поверхности, на которой функция Грина отлична от нуля, перемещается со скоростью

$$U_0 = U \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

Полуоси эллипса

$$a = ct \left(\frac{1 - w\beta^2}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} \right)^{1/2}, \quad b = ct \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}(1 - w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}$$

нелинейно зависят от w . Имеем обобщенное дисперсионное уравнение

$$c^2 K^2 = w\omega^2 + \Gamma^2 (\varepsilon\mu - w)(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2$$

для электромагнитного поля. Из него следует выражение

$$\vec{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{K}} = c \frac{K + \sigma \Gamma^2 c^{-2} U(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})}{\frac{\omega}{c} w + \sigma \Gamma^2 c^{-1} (\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})}$$

для групповой скорости. В нерелятивистском пределе

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{w}{n^2} \right) [(1 - w)\vec{U}_n + w\vec{U}_m].$$

Анализ полученных выражений

1. При $w = 0$ имеем

$$\vec{V}_g = c \frac{\vec{K}}{K} + \vec{U}_m.$$

Значит, в обобщенной модели электромагнитных явлений поле в вакууме движется таким образом, что центр поверхности, на которой функция Грина отлична от нуля, движется со скоростью \vec{U}_m , а полуоси эллипса в данном случае равны, задавая сферу переменного радиуса. Такая картина соответствует интуитивному пониманию факта, что в отсутствие внешних влияний поле сохраняет свою инерцию.

2. Обобщенная электродинамика Максвелла согласуется с опытами Майкельсона [16]. Согласно условиям его эксперимента, скорость среды, как и скорость источника излучения, были равны нулю: $\vec{U}_m = 0$, $\vec{U}_n = 0$. По этой причине из уравнений следует независимость скорости излучения от направления распространения излучения, так как

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K}.$$

3. Обобщенная электродинамика Максвелла согласуется с опытом Физо [5]. Согласно условиям опыта имеем $\vec{U}_n = 0$ и $w = 1$, поэтому скорость равна

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \vec{U}_m.$$

Мы рассмотрели обобщение электродинамики Максвелла, в котором динамические уравнения оставлены без изменений и только связи между полями и индукциями обобщены. Они содержат скорость первичного источника излучения \vec{U}_κ , скорость среды \vec{U}_m , а также новую величину: фазу инерции электромагнитного поля $w(\rho)$. Расчет параметров поля и анализ экспериментальных данных выполнен в модели пространства Ньютона. Абсолютность длины и времени является базовым положением предлагаемого алгоритма анализа динамического изменения параметров поля. Выведены уравнения для четырехпотенциалов, следующие из обобщенной системы уравнений Максвелла. Найдена функция Грина и проанализированы ее физические следствия. Получено обобщенное выражение для групповой скорости поля. Показана зависимость скорости поля в вакууме от скорости первичного источника излучения. Изучим теперь динамику частоты поля.

Новое условие на фазу волны

Групповая скорость электромагнитного поля, согласно полученным решениям, при $w \rightarrow 0$ не зависит от \vec{U}_κ . Такое изменение, с физической точки зрения, может и должно проявиться в поведении частоты. Чтобы разобраться, как это происходит, дополним дисперсионное уравнение обобщенным фазовым условием [15]:

$$\frac{\omega - \vec{K} \cdot \vec{U}_\xi}{\left(1 - w_\xi \frac{U_\xi^2}{c^2}\right)^{1/2}} = \text{const.}$$

Оно не следует непосредственно из уравнений Максвелла и потому допустимо считать, что скорость \vec{U}_ξ может быть отличной от введенной выше обобщенной скорости \vec{U} . В рамках предложенного алгоритма и модели анализа введем новую скорость \vec{U}_ξ вида

$$\vec{U}_\xi(\vec{U}_\kappa, \vec{U}_m, w_\xi(\rho)) \neq \vec{U},$$

задавая для нее, аналогично \vec{U} , уравнение

$$\frac{d\vec{U}_\xi}{d\xi} = -P_\xi(\vec{U}_\xi - \vec{U}_*), \quad \vec{U}_\xi|_{\rho=0} = \vec{U}_\kappa$$

релаксационного типа [10]. Из стремления сохранить \vec{U}_κ в зависимости для \vec{U}_ξ в качестве релаксационного значения используем

$$\vec{U}_* = \vec{U}_\kappa + \vec{U}_m,$$

что допустимо в модели пространства Ньютона. Имеем решение

$$\vec{U}_\xi = \vec{U}_\kappa + w_\xi \vec{U}_m, \quad w_\xi = 1 - \exp\left(-P_\xi \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

Ситуация выглядит так: "с кинематической точки зрения" скорость \vec{U}_ν из-за взаимодействия со средой при $w=1$ исчезает и в групповой скорости не проявляется, "с энергетической точки зрения" она превращается в частоту ω . Этого удается добиться потому, что дисперсионное и фазовое условия в предлагаемой модели имеют роли и функции, дополнительные друг другу.

Динамика эффекта Доплера и аберрации в электродинамике

Примем точку зрения, что изменение инерции электромагнитного поля происходит только из-за взаимодействия со средой или другими полями. Рассмотрим, как происходят эти процессы. Уточним модельную задачу. Пусть излучение с начальным значением частоты ω_0 и волновым вектором \vec{K}_0 от источника, движущегося в вакууме со скоростью \vec{U}_ν , распространяется к поверхности Земли, на которой находится наблюдатель. Пусть атмосфера покоятся: $\vec{U}_m = 0$. Требуется рассчитать, как меняются частота ω и волновой вектор \vec{K} при взаимодействии излучения со средой. Примем дополнительное условие, согласовывающее "внешнее" и "внутреннее" поведение поля, полагая $w = w_\xi$. Объединим в единую систему дисперсионное уравнение и фазовое условие [11]:

$$c^2 K^2 - w \omega^2 = \Gamma^2 (\varepsilon \mu - w) (\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2,$$

$$\omega = \omega_0 \left(1 - w U_\xi^2 / c^2\right)^{1/2} + \vec{K} \cdot \vec{U}_\xi.$$

Примем допущения, что $K_{y_0} = 0$, $K_x = K_{z_0}$. Найдем зависимость ω , K_x от начальных значений ω_0 , K_{z_0} . Преобразуем, с точностью до $(U_\nu/c)^2$, дисперсионное уравнение к виду

$$AK_x^2 + BK_x + P = 0.$$

Его коэффициенты равны:

$$A = 1 - a \frac{U_\nu^2}{c^2}, \quad a = w + \varepsilon \mu w^2 - w^3,$$

$$B = w \frac{\omega_0}{c} \frac{U_\nu}{c} b, \quad b = 1 + \varepsilon \mu - w,$$

$$P = \frac{w_0^2}{c^2} \frac{U_\nu^2}{c^2} q, \quad q = w^2 - 2w^3 + w^4 + 2\varepsilon \mu w^2 - w^3 \varepsilon \mu.$$

Рассчитаем a , b , q для $\varepsilon \mu = 1$. Выразим решение через функцию

$$\hat{\Phi} = w [(2 - w) + (1 - w)^{1/2}].$$

Имеем для K_x нелинейную зависимость от w :

$$K_x = \hat{\Phi} \frac{\omega_0}{c} \frac{U_\nu}{c}.$$

Угол aberrации определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{K_x}{K_z} = \frac{U_{\mu}}{c} \hat{\Phi},$$

Связь начальной и промежуточной частоты

$$\omega = \omega_0 \left[\left(1 - w \frac{U_{\mu}^2}{c^2} \right)^{1/2} + \hat{\Phi} \frac{U_{\mu}^2}{c^2} \right]$$

зависит от w . Согласно расчетным данным, вдали от поверхности Земли имеем

$$K_x = 0, \quad K_z = -\frac{\omega_0}{c}, \quad \omega = \omega_0.$$

По мере приближения к Земле из-за изменения w величины K_x , ω меняются непрерывно. При $w = 1$ получим

$$K_x = \frac{\omega_0}{c} \frac{U_{\mu}}{c}, \quad \omega = \omega_0 \left(1 - \frac{U_{\mu}^2}{c^2} \right)^{-1/2}.$$

Эти величины согласуются с экспериментом Бредли и с формулой для поперечного эффекта Допплера. Аналогичные результаты получаются в специальной теории относительности. Предложенная модель электромагнитных явлений задает как конечные значения параметров динамического процесса, так и закон преобразования скорости в частоту. Поэтому мы можем рассматривать специальную теорию относительности как теорию кинематического типа. Она соответствует модели черного ящика, когда по входным параметрам задаются значения на выходе, но сам процесс взаимодействия не анализируется. Обобщенная модель описывает динамику процессов законами:

$$\omega = \omega_0 + \left(\hat{\Phi} - \frac{1}{2} w \right) \frac{U_{\mu}}{c} \omega_B,$$

$$\vec{V}_g \equiv \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{w}{n^2} \right) (1 - w) \vec{U}_{\mu},$$

где

$$\omega_B = \omega_0 \frac{\vec{U}_{\mu}}{c}.$$

Новые эффекты в обобщенной электродинамике Максвелла

1. Сверхсветовые скорости электромагнитного поля в вакууме.
В вакууме $\rho = 0$ и потому $w = 0$. Групповая скорость поля

$$\vec{V}_g = c \frac{\vec{K}}{K} + \vec{U}_{\mu}$$

зависит от скорости первичного источника излучения. Поверхность волнового фронта представляет собой сферу, так как $a = b = c_0 t$, а центр этой сферы перемещается со скоростью

$$\vec{U}_* = \vec{U}_\nu.$$

Картина распространения излучения в новой модели соответствует идеи Ритца [13]. Из-за взаимодействия со средой, в частности с системой отсчета, скорость \vec{U}_ν может "исчезнуть". Это происходит во всех случаях прямого измерения скорости света в вакууме [8]. Можно считать, что обобщенная модель электромагнитных явлений согласуется с "постоянством" скорости света в вакууме. Дополнительно она показывает, что для нахождения зависимости пригодны только косвенные эксперименты, когда измерение не влияет на величину \vec{U}_ν . Если излучение движется в гравитационном поле, то оно может повлиять на инерцию излучения, что важно учитывать при анализе распространения излучения в космосе, допуская значения $w = w_\zeta \ll 1$,

2. Сверхсветовые скорости в движущемся разреженном газе.

Пусть источник излучения поконится относительно наблюдателя $\vec{U}_\nu = 0$, а среда - поток газа - движется со скоростью \vec{U}_m . Тогда для групповой скорости поля получим

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) w \vec{U}_m.$$

Оптимальным, с точки зрения увлечения света средой, будет значение $w = 0.5$. Ему соответствует при показателе преломления, близком к единице, скорость

$$\vec{V}_{\zeta}^{\max} = c \frac{\vec{K}}{K} + 0.25 \vec{U}_m.$$

Поскольку $n = 1 + Q_\lambda$, где $Q_\lambda \cong 10^{-4}$, имеем в стандартной теории значение

$$\vec{V}_g \cong c_0 \frac{\vec{K}}{K}.$$

Расхождение предсказаний предлагаемой модели электромагнитных явлений и алгоритма, основанного на релятивистской кинематике, здесь проявляется ярко. Указанные условия соответствуют опыту Физо, если в качестве рабочей среды используется движущийся разреженный газ. Такой эксперимент может быть выполнен в самое близкое время. Согласно динамической модели изменения инерции электромагнитного поля, меняя разреженность движущегося газа, можно добиться, что полосы в интерферометре Физо станут двигаться, иллюстрируя сверхсветовые скорости.

3. Возможность движения материальных тел со скоростью света в вакууме.

Анализ динамики поперечного эффекта Допплера для случая малых относительных скоростей приводит к заключению, что при $w = 1$ частота ω задается выражением

$$\omega = \frac{\omega_0}{\left(1 - \frac{U_\mu^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Умножим его на величину \hbar/c^2 , где \hbar - постоянная Планка. Тогда получим зависимость для массы, используемую в релятивистской динамике, в форме

$$m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{U_\mu^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Предлагаемая модель динамического изменения инерции электромагнитного поля дает другое выражение для связи частот. Покажем это. Используем рассмотренную выше постановку задачи о распространении излучения из вакуума в атмосферу Земли, формально полагая, что скорость \vec{U}_μ стремится к величине, равной скорости света в вакууме. Ограничимся вариантом, когда достигнуто значение $w=1$. Тогда $\vec{U}=0$, $cK_z=n\omega_0$. Поскольку U_μ/c близко к единице, возьмем показатель преломления, отличный от единицы: $n=1+Q$, где $Q \ll 1$. Тогда получим систему уравнений вида

$$c^2 K_x^2 = n^2 (\omega^2 - \omega_0^2), \quad \omega = \omega_0 \left(1 - \frac{U_\mu^2}{c^2}\right)^{1/2} + \frac{n}{c} U_\mu (\omega^2 - \omega_0^2)^{1/2}.$$

Квадратное уравнение для частоты

$$\omega^2 - 2\omega\omega_0\sigma\left(1 - \frac{U_\mu^2}{c^2}\right)^{1/2} + \omega_0^2\sigma\left(1 - \frac{U_\mu^2}{c^2}\Psi\right) = 0$$

содержит множитель

$$\sigma = [1 - U_\mu^2 (1 + \Psi)/c^2]^{-1}, \quad \Psi = 2Q + Q^2, \quad n = 1 + Q.$$

Значение предельной частоты поля задается законом [3]:

$$\omega = \omega_0 \sigma \left[\left(1 - \frac{U_\mu^2}{c^2}\right)^{1/2} - \frac{U_\mu^2}{c^2} \Psi^{1/2} (1 + \Psi)^{1/2} \right].$$

Она не имеет особенности при $U_\mu \rightarrow c$. Получаем

$$\omega^* = \lim_{U_\mu \rightarrow c} \omega \Big|_{U_\mu \rightarrow c} = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{\Psi}\right)^{1/2}.$$

Полагая, что масса пропорциональна частоте, имеем новую зависимость:

1.1. Электродинамика Максвелла со сверхсветовыми скоростями

$$m = m_0 \frac{\left(1 - \frac{U^2}{c^2}\right)^{1/2} - \frac{U^2}{c^2} \Phi^{1/2} (1 + \Phi)^{1/2}}{1 - \frac{U^2}{c^2} (1 + \Phi)}.$$

Значение Φ следует находить опытным путем, в общем случае $\Phi \neq \Psi$.

4. Механический закон сохранения энергии для фотона.

При распространении излучения в разреженном газе от первичного источника, движущегося в вакууме со скоростью \bar{U}_ν , происходит динамическое изменение его групповой скорости \bar{V}_g и частоты ω . При малых относительных скоростях частота ω на конечной стадии динамического процесса отличается от начальной частоты ω_0 на величину

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = 0.5\omega_0 \frac{\bar{U}_\nu}{c^2}.$$

Умножим это выражение на постоянную Планка \hbar и воспользуемся определением Эйнштейна для массы инерции фотона

$$m_m = \hbar \frac{\omega_0}{c^2}.$$

Введем следующие определения:

а) кинетическая энергия фотона, обусловленная скоростью первичного источника излучения, есть

$$E_{kin} = 0.5\hbar \frac{\omega_0}{c^2} \bar{U}_\nu^2,$$

б) потенциальная энергия фотона есть $\Delta U = \hbar(\omega - \omega_0)$. Тогда $\Delta U = E_{kin}$.

С физической точки зрения ситуация выглядит так: фотон имел скорость \bar{U}_ν , дополнительную к скорости света в вакууме c и частоту ω_0 , при взаимодействии со средой он "преобразовал" скорость \bar{U}_ν в добавку к частоте $\Delta\omega$.

Выходы:

1. Возможно обобщение связей между полями и индукциями в электродинамике Максвелла, позволяющее учитывать все инерциальные факторы, которое, во-первых, не использует специальной теории относительности, во-вторых, базируется на пространстве Ньютона, в-третьих, допускает сверхсветовые скорости и указывает условия, где и как их обнаружить, в-четвертых, описывает известные экспериментальные факты, дополнительно задавая динамику инерционных параметров электромагнитного поля.
2. Согласно предлагаемому варианту эффекты Бредли, Майкельсона, Физо, Допплера имеют динамическую природу.
3. Специальная теория относительности корректно связывает между собой начальные и конечные значения динамических процессов, выполняя роль своеобразного черного ящика, она верна ограниченно.

4. Существует динамический механизм преобразования скорости первичного источника излучения в частоту электромагнитного поля из-за взаимодействия его со средой, при котором выполняется "механический" закон сохранения энергии.
5. Скорость света в движущемся разреженном газе может превысить скорость света в вакууме.
6. Скорость электромагнитного поля в вакууме не ограничена своим предельным значением c , но, чтобы измерить ее, нужно учесть как влияние измерительного устройства на поле, так и тех условий, в которых распространяется поле.
7. Модель предсказывает возможность движения тел ненулевой массы со скоростью света в вакууме.

1.2. СОБСТВЕННАЯ И НЕСОБСТВЕННАЯ ИНЕРЦИЯ

$$c^2 K^2 = w \omega^2 + \Gamma^2 (\varepsilon \mu - w) (\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2,$$

$$\frac{\omega - \vec{K} \cdot \vec{U}_\xi}{(1 - w_\xi U_\xi^2 / c^2)^{1/2}} = \text{const}.$$

Выделены факторы собственной и несобственной инерции электромагнитного поля. Они представлены внешними, внутренними и связанными составляющими. Калибровочная группа $\alpha(x)$ электромагнитного поля дополнена группой управления $w(x)$ и группой смешения $\chi(x)$ параметров инерции. Показано, что в расчете и в эксперименте проявляется их смесь, что усложняет анализ динамики инерции.

Обычно в электродинамике Максвелла при заданных выражениях для проницаемостей ε, μ находят групповую \vec{v}_g и фазовую \vec{v}_f скорости и частоту ω . Рассматривая их при значении $\vec{U}_\xi = \vec{U} = 0$, назовем используемые величины соответственно связанными - (ε, μ) , внешними - (\vec{v}_g, \vec{v}_f) и внутренними - $(\omega = \omega_i)$ параметрами собственной инерции электромагнитного поля.

Дисперсионное уравнение

$$c^2 K^2 = w \omega^2 + \Gamma^2 (\varepsilon \mu - w) (\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2,$$

которое получается из уравнений Максвелла

$$\text{затондациональные уравнения: } \partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k H^{ik} = s^i, \quad H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

с обобщенными связями между полями F_{mn} и индукциями H^{ik} в форме

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[\Theta^{im} + \left(\frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) U^i U^m \right],$$

при $\Theta^{im} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$, $U^i = dx^i / d\Theta$, задает $\vec{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{K}}$.

Фазовое условие

$$\frac{\omega - (\vec{K} \cdot \vec{U}_\xi)}{(1 - w_\xi U_\xi^2/c^2)^{1/2}} = const,$$

дополняя дисперсионное уравнение, позволяет определить частоту ω . Скорость \vec{v}_f образует пару с \vec{v}_g . Обозначение $\omega = \omega_f$ выбрано, следуя Эйнштейну, чтобы для кванта поля ввести массу инерции m_m согласно соотношению

$$m_m = \frac{\hbar}{c^2} \omega = \frac{\hbar}{c^2} \omega_f,$$

где \hbar - постоянная Планка. В механике материальных тел масса является внутренним параметром его инерции, что оправдывает аналогичное название для ω_E , когда рассматривается поле.

В общем случае, согласно разделу 1.1, мы изучаем условия

$$U' = (1 - \chi) U'_\mu + \chi U'_m, \quad \Theta'' = diag(1, 1, 1, w), \quad U'_\xi = U'_\mu + \chi_\xi U'_m,$$

$$w_\xi = 1 - \exp\left(-P_\xi \frac{\rho}{\rho_0}\right), \quad w = 1 - \exp\left(-P \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

полагая, что скаляры (χ, χ_ξ) задают пару групп смешения, а скаляры (w, w_ξ) - пару групп управления несобственной инерцией электромагнитного поля. При скоростях $\vec{U}_\mu = 0, \vec{U}_m = 0$, ни (χ, χ_ξ) , ни (w, w_ξ) не проявляют себя и мы назовем их связанными, а $\vec{U}_\mu \neq 0, \vec{U}_m \neq 0$ внешними факторами *несобственной инерции*.

Действительно, при скорости \vec{U} , равной нулю, имеем

$$U^k \Big|_{\vec{U}=0} = (0, 0, 0, \sqrt{w}),$$

$$\Omega'' \Big|_{U=0} = \alpha \Theta'', \quad i, j = 1, 2, 3, \quad \Omega^{0i} = \Omega'^0 = 0,$$

$$\Omega^{00} \Big|_{U=0} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[w + \left(\frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) w \right] \equiv \varepsilon \sqrt{\mu}.$$

Условия равенства $w = w_\xi = \chi = \chi_\xi$ являются частным случаем общей ситуации. Введем пару импульсов

$$P = m_m U, \quad P_\xi = m_m U_\xi$$

и соотношения

$$\lambda = \frac{c}{\omega_B}, \quad \lambda_\xi = \frac{c}{\omega_{B\xi}}$$

Воспользуемся формулой Бройля

$$\rho = \frac{\hbar}{\lambda}.$$

Тогда

$$m_m U = \frac{\hbar}{c^2} \omega_i U = \frac{\hbar}{c} \omega_{ii}, \quad m_m U_\xi = \frac{\hbar}{c^2} \omega_i U_\xi = \frac{\hbar}{c^2} \omega_{B\xi}.$$

Величины

$$\omega_B = \omega_i \frac{U}{c}, \quad \omega_{B\xi} = \omega_i \frac{U_\xi}{c},$$

назовем внутренними параметрами несобственной инерции электромагнитного поля (табл.1).

Таблица 1.

Параметры инерции электромагнитного поля

Параметры инерции		внешние	внутренние	связевые
Характеристики				
СОБСТВЕННЫЕ		\vec{v}_g, \vec{v}_f	ω_i	ϵ, μ
НЕСОБСТВЕННЫЕ		\vec{U}_{fi}, \vec{U}_m	$\omega_B, \omega_{B\xi}$	$w_\zeta, \chi_\zeta, w, \chi$

Поведение ω_B и $\omega_{B\xi}$ различно, потому что различны скорости \vec{U} и \vec{U}_ξ :

$$\vec{U} = (1 - w) \vec{U}_{fi} + w \vec{U}_m, \quad \vec{U}_\xi \equiv U_{fi} + w_\xi \vec{U}_m.$$

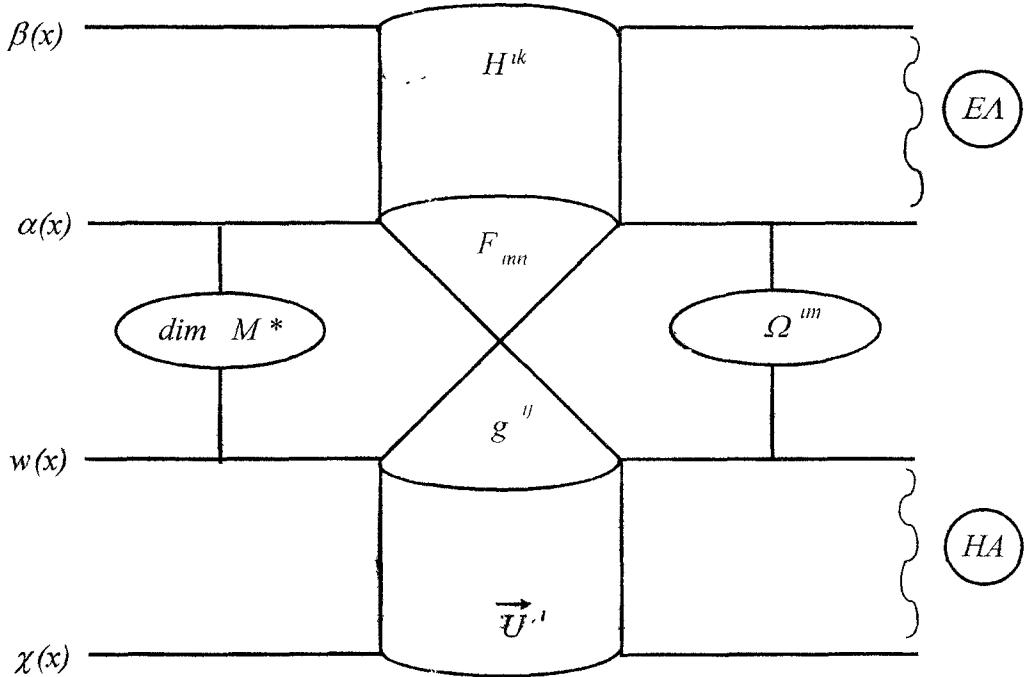


Рис.1.1. Элементы инерции

Используя два калибровочных поля $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ для двух полей F_{mn} и H_{mn} , а также величины $w(x)$, $\chi(x)$, имеем элементы инерции (рис. 1.1). Дополняя калибровочную группу $\alpha(x)$ и проницаемости ε , μ фазами управления $w(x)$ и смещения $\chi(x)$ инерции, имеем факторы инерции (рис. 1.2).

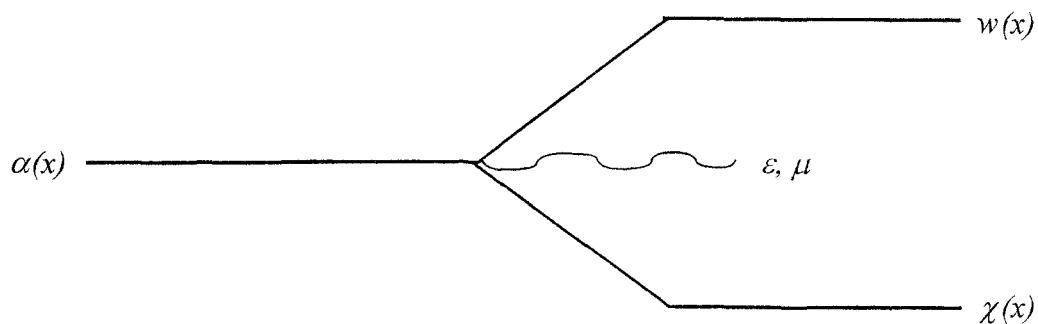


Рис. 1.2. Факторы инерции

Параметры динамической модели инерции электромагнитного поля на "луче света" изображены на рис. 1.3.

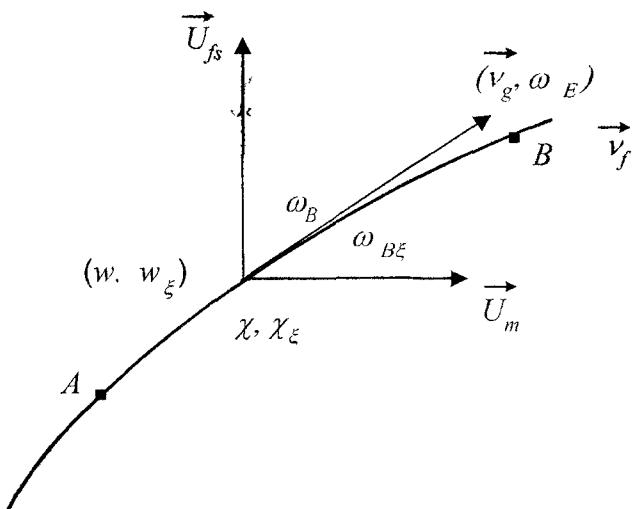


Рис. 1.3. Модель параметров инерции

"Тензор" инерции Ω^{im} является многоуровневым, он зависит от (ε, μ) , Θ^{im} , U^i , а они, со своей стороны, от других величин согласно рис. 1.4.

В общем случае через посредство связей должны быть учтены ускорения и те факторы, которые с ними связаны. Так, если имеем связь полей и индукций $\Omega^y = \alpha \Theta^y + \beta U' U'$, то

$$\frac{\partial \Omega^y}{\partial x^k} = \frac{\partial \alpha}{\partial x^k} \Omega^y + \alpha \frac{\partial \Theta^y}{\partial x^k} + \frac{\partial \beta}{\partial x^k} U' U' + \beta \frac{\partial}{\partial x^k} (U' U').$$

Их изменения могут быть заданы системой уравнений:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x^k} = f_k^1, \quad \frac{\partial \Theta^y}{\partial x^k} = f_k^y, \quad \frac{\partial \beta}{\partial x^k} = f_k^2, \quad \frac{\partial}{\partial x^k} (U' U') = P_k^y.$$

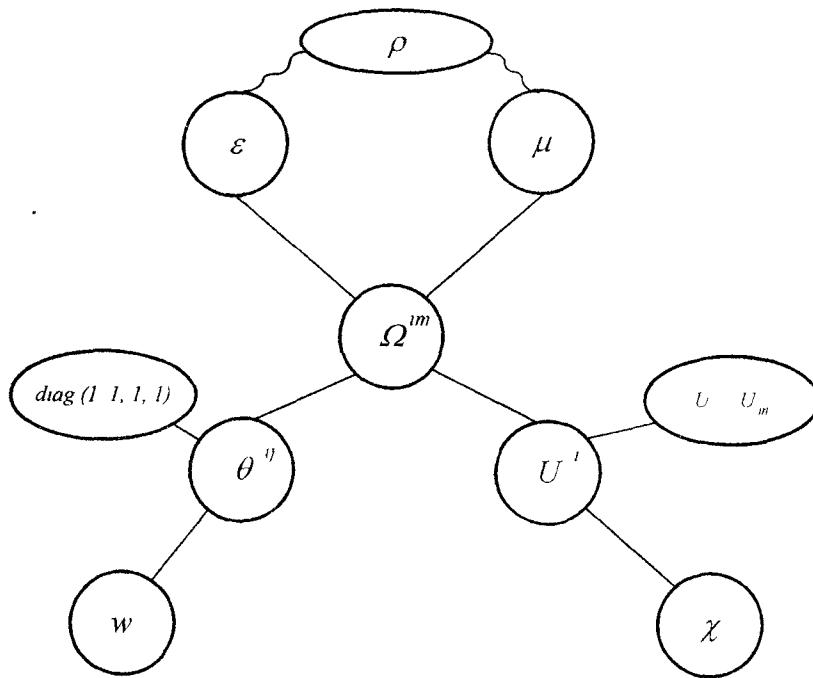


Рис. 1.4. Структура тензора инерции

Ситуация становится еще более сложной, когда связи зависят от ускорений w' , так как тогда имеем, например

$$\Omega^y = \alpha \Theta^y + \beta U' U' + \gamma (U' W^j + U^j W') + \delta W' W'.$$

Следовательно, в динамике инерции электромагнитного поля реализуются состояния, представляющие собой СМЕСЬ собственных и несобственных параметров инерции. В расчете и в эксперименте мы имеем соотношения

$$\omega = a_1 \omega_0 + b_1 \omega, \quad \vec{v} = a_2 \vec{v}_0 + b_2 \vec{v},$$

где ω_0 , ω - собственные и несобственные внутренние параметры инерции, \vec{v}_0 , \vec{v} - собственные и несобственные внешние параметры инерции. Коэффициенты a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , могут быть достаточно сложными.

Отметим нетривиальность фазового условия. Оно дополнительно к дисперсионному уравнению, которое соответствует внешним полям F_{mn} и индукциям H^k . Введем внутренние поля f_{mn} и индукции h^k , полагая, что они являются причиной и поводом для фазового условия. Используем вариант неравноправного соединения полей:

$$\overset{*}{F}_{mn} = F_{mn} + \sqrt{i} f_{mn}, \quad \overset{*}{H}^k = H^k + i h^k, \quad \overset{*}{\Omega}^{im} = \Omega^{im} + i^{-1} \omega^{im},$$

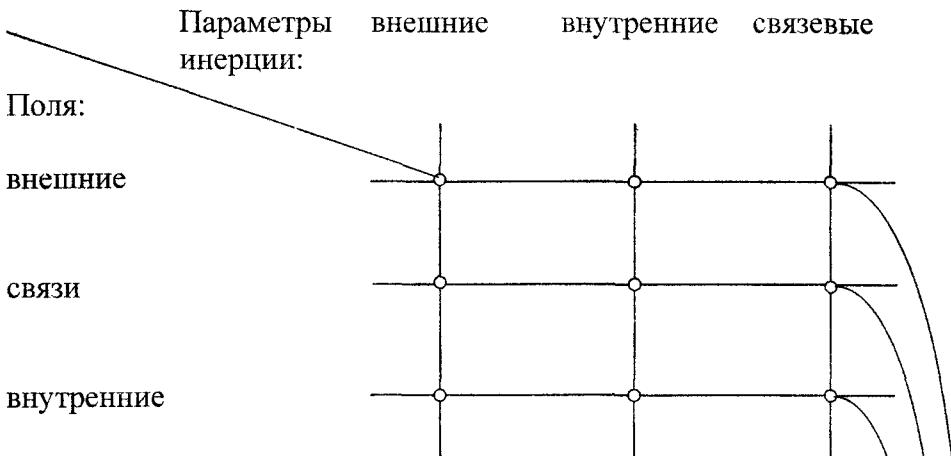
где i - мнимая единица. Обобщенные уравнения Максвелла, расширенные на указанные величины, дают уравнения для внутренних полей

$$\partial_{[k} f_{mn]} = 0, \quad \partial_k h^{ik} = s^i, \quad h^{ik} = \omega^m \omega^{kn} f_{mn}.$$

Пусть

$$\omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{w_\xi}} P'_\xi U_\xi^m.$$

Факторы собственной инерции



Факторы несобственной инерции

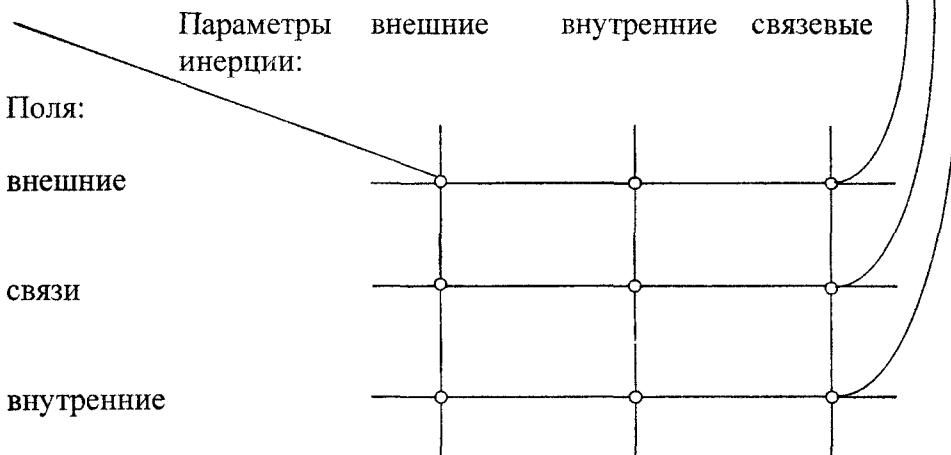


Рис. 1.5. Факторы собственной и несобственной инерции

Здесь $P'_\xi = (1, 1, 1, w_\xi)$, где w_ξ - внутренний скалярный функционал. Интервал определим по четырехметрике

$$d\Theta_\xi = \varepsilon_{ijkl} P'_\xi P_\zeta dx^k dx^l,$$

где ε_{ijkl} - четырехиндексный символ Кронекера. Тогда дисперсионное уравнение для внутренних полей задает фазовое условие, если отождествить $\omega_\xi = \omega_i$. Возникает

ощущение, что у фотона есть параметры, задающие его внутреннее движение, в частности, внутренние скорости \vec{v}_g^m, \vec{v}_f^m и частоту ω_ξ , которые согласованы как с его внешними параметрами, так и с уравнениями Максвелла для них. Оба согласования нетривиальны. По-видимому, допускаются другие возможности, вплоть до существенного различия внешнего и внутреннего поведения поля. Структура внутренних и связевых факторов несобственной инерции электромагнитного поля соответствует схеме, приведенной выше.

Здесь $\alpha(x), \beta(x)$ - калибровочные группы для двухтензорного электромагнитного поля (обе скрыты, не используются в уравнениях поля и "проявляют себя" через вариационный формализм Эйлера-Лагранжа), $w_\xi(x), \chi_\xi(x)$ - группы управления и смещения факторов инерции поля.

Значит, анализ динамики инерции электромагнитного поля, если мы стремимся к его физической полноте, предполагает учет внешних и внутренних полей, имеющих связи между собой, а также имеющих собственную и несобственную инерцию, с внешними, внутренними и связевыми параметрами. При этом собственная и несобственная инерции сложно связаны между собой. Наглядно это может быть выражено рис. 1.5.

Выполним сопоставление полям (\bar{E}, \bar{B}) параметров собственной инерции $(\omega_L, \vec{v}_g, \vec{v}_f, n)$, а индукциям (\bar{H}, \bar{D}) - параметров несобственной инерции $(\omega_B = \omega_1 u/c, U_m, U_f, w)$. Теоретически такая возможность есть. Фактически мы имеем как бы два поля и две инерции.

Инерция существенно сложна по своей структуре, связям и динамике. Возможно поэтому Эйнштейн за ее решение "уплатил" высокую цену: отказался от абсолютного пространства и времени Ньютона и принял ограничение на скорость света, столь чуждое его мятежному духу. Значит, к анализу динамики, структуры, связей инерции следует отнести со всей серьезностью, применяя самые современные средства и алгоритмы. Мы имеем пока только начало нового пути. И только пока для абелева калибровочного поля.

1.2.1. Собственная и несобственная силы

Инерция, которую Вейль Г. называл управляющим воздействием, дополнительна силе. Вместе они образуют пару факторов движения и потому обязаны всегда рассматриваться совместно. Следуя принципу аналогии и используя анализ инерции, введем в физику собственную и несобственную силы.

Назовем *собственной силой* ту, которая, следуя подходу Ньютона, основана на концепции ненулевого, физически измеримого заряда q и имеет *алгебраическую природу*. В качестве примера приведем силу Лорентца. Согласно разделам 3.3 и 3.4 она задается величиной

$$F = iq \left(g_{\rho} a^\rho u^\nu \Psi - r_{\rho} b^\rho u^\nu \bar{\Psi} \right),$$

где (a^ρ, b^ρ) - генераторы алгебры для группы $V(4)$, q - электрический заряд, u^ρ - четырехскорости, Ψ - волновая функция, (g_{ρ}, r_{ρ}) - канонические метрики пространства событий SE .

Назовем *несобственной силой* ту, которая, следуя подходу Эйнштейна, имеет *дифференциально-геометрическую природу* и "безотносительна" к физическому заряду.

Будем считать, развивая этот подход, что объект с нулевым физическим зарядом подчиняется "силе", которая реализует себя через метрику $\tilde{g}^{\mu\nu}$ и связность $\tilde{\Gamma}'_{jk}$ соответствующего ей динамичного пространства событий SE . В частности, согласно главам 1 и 3, имеем выражения:

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \text{diag}(1, 1, 1, w \cdot 1), \quad w \in H^0(G, A), \quad \tilde{\Omega}^{\mu\nu} = a \tilde{g}^{\mu\nu} + b \tilde{u}^\mu \tilde{u}^\nu, \quad \nabla_k \tilde{\Omega}_{\mu\nu} = 0 \Rightarrow \tilde{\Gamma}'_{jk}.$$

В электродинамике Максвелла со сверхсветовыми скоростями величины $\tilde{g}^{\mu\nu}$, $\tilde{\Gamma}'_{jk}$ зависят от активных 0-когомологий $w(x, t)$, которые через "активизацию" канонических метрик $(g_{\mu\nu}, r_{\mu\nu})$ входят в силу Лоренца. Следовательно, существует *связующая сила*, которая имеет *топологическую природу* и задается посредством активных когомологий $H^1(G, A)$, реализуя *деформационные степени свободы явления*. Чтобы достичь необходимого и достаточного понимания объектов и явлений, нужно изучить всю совокупность сторон и свойств движений. Примем во внимание связующую инерцию и связующую силу, обусловленные динамикой когомологий. Их природа топологична. Актуально их физическое изучение.

Дадим графическое представление совокупности факторов инерции и силы системы "треугольников", условно отображая их алгебраические, дифференциально-геометрические, топологические аспекты и учтем, следя опыта, что есть их видимое и скрытое проявление (рис. 1.6).

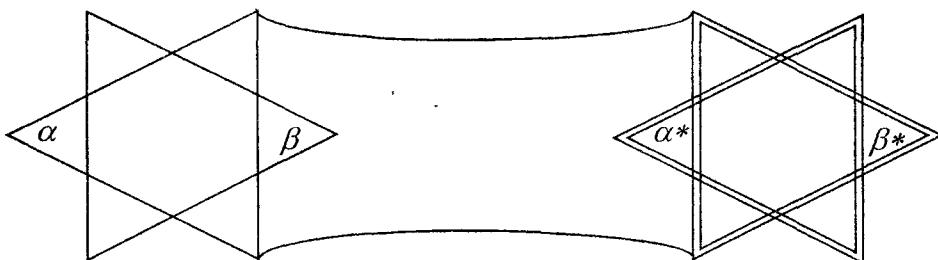


Рис. 1.6. Диаграмма факторов движения
 α, β - видимая инерция и сила; α^*, β^* - скрытая инерция и сила.

По-видимому, аналогичные представления пригодны и для изучения других зарядов, которые отличны от массы, если инерция присуща любому заряду.

1.3. СТАДИИ ДИНАМИКИ НЕСОБСТВЕННОЙ ИНЕРЦИИ

$$\frac{d^2 U^i}{dp^2} + \Gamma'_{(jk)} \frac{dU^j}{dp} \frac{dU^k}{dp} + c'_{\alpha jk} \omega^\alpha \frac{dU^i}{dp} = 0, \quad \frac{d\omega^\alpha}{dp} + \Gamma'_{\beta k} \omega^\beta \frac{dU^k}{dp} + c_{(\beta\gamma)}^\alpha \omega^\beta \omega^\gamma = 0.$$

Выделены стадии динамического процесса изменения несобственной инерции электромагнитного поля. Предложен вариант моделирования динамики на основе изучения геодезических расслоенного многообразия, в котором четырехскорости выполняют роль координат базы, четырехвращения - роль координат слоя. Представлена схема элементов, относящихся к анализу динамики несобственной инерции электромагнитного поля.

Будем рассматривать инерцию электромагнитного поля в ее собственном и несобственном проявлениях, каждое из которых имеет внешние, внутренние и связевые параметры. Все они могут меняться динамически. Поэтому уравнения Максвелла следует дополнить динамическими уравнениями для параметров инерции.

Динамические уравнения для собственных параметров инерции задаются непосредственно уравнениями динамики Максвелла, которые являются обобщением макроскопического опыта. Динамические уравнения для несобственных параметров инерции самостоятельны. Обычно через них учитывается динамика физической среды, так как связи между полями и индукциями содержат скорость среды. В общем виде рассмотрим всю совокупность вопросов, относящихся к несобственной инерции поля и ее проявлениям. Согласно подходу, принятому в разделах 1.1-1.2, необходимо задать связи для полей и индукций

$$\Omega''' = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[\Theta''' + \left(\frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) U' U''' \right],$$

в которых величины

$$(\Theta''', U' = d x' / d \Theta, \varepsilon, \mu, w)$$

подчинены согласованным динамическим уравнениям, формируя алгоритм анализа динамики несобственной инерции электромагнитного поля. Заметим, что измерительное устройство во всех ситуациях и во всех случаях есть некоторая физическая среда и потому измерение влияет на излучение. Это влияние способно существенно изменить инерционные параметры электромагнитного поля. Заметим, что устройство, являющееся источником первичного излучения, обычно имеет собственные инерционные параметры и потому задает начальную несобственную инерцию поля.

Выделим пять стадий динамического процесса изменения инерции:

- а) поле в первичном излучающем устройстве;
- б) переход поля из первичного устройства в вакуум или другую среду;
- в) динамика электромагнитного поля под влиянием внешних к нему факторов;
- г) переход поля в измерительное устройство;
- д) распространение поля в измерительном устройстве.

Представим эти стадии на рис. 1.7.

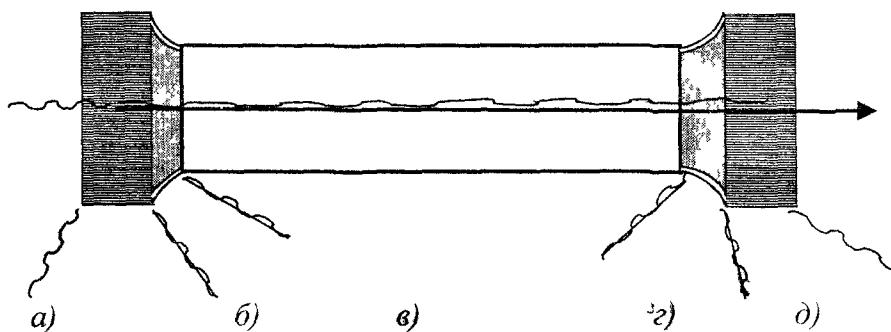


Рис. 1.7. Стадии динамического процесса изменения инерции

Поскольку скорость \bar{U} является стандартной кинематической характеристикой инерции поля, аналогичной скорости материального тела, для нее могут выполняться динамические уравнения механики Ньютона

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F}.$$

Примем это предположение, полагая, что на стадиях б) и г) выполняется релаксационное уравнение

$$\frac{d\vec{U}}{d\xi} = -P_0 (\vec{U} - \vec{U}_m), \quad \vec{U}|_{\xi=0} = \vec{U}_0,$$

где $\xi = \rho/\rho_0$ - безразмерная плотность среды, P_0 - константа. Тогда решение известно:

$$\vec{U} = (1 - \chi)\vec{U}_0 + \chi\vec{U}_m, \quad \chi = 1 - \exp(-P_0 \rho/\rho_0).$$

Уравнения релаксационного типа могут быть записаны в форме

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = -P_0 \frac{d\xi}{dt} (\vec{U} - \vec{U}_m).$$

Для отношения w имеем уравнение

$$\frac{dw}{d\xi} = -P_0 (w - 1).$$

Эти уравнения, в частности, позволяют проводить предварительную оценку ситуаций, относящихся к конкретной задаче. Они задают также параметры излучения, когда пройдена релаксационная стадия. Примем точку зрения, что четырехскорости U' , дающие внешнее проявление инерции, могут быть дополнены четырехвращениями ω^α , задающими внутреннее проявление инерции. С целью моделирования изменений (U^k , ω^α), рассмотрим расслоенное многообразие с координатами базы U^k и координатами слоя ω^α . Используем известный в физике факт, что скорость способна влиять на частоту. Учтем это, принимая класс допустимых преобразований координат пространства (U^k, ω^α)

$$U^k' = U^k(U^k), \quad \omega^\alpha = \omega^\alpha(\omega^\alpha, U').$$

В каждой точке (U^k, ω^α) имеем два касательных пространства с реперами

$$T(U, w) = \{V_i = \partial/\partial U^i, \Omega_\alpha = \partial/\partial \omega^\alpha\}, \quad T^*(U, w) = \{dU^i, d\omega^\alpha\}.$$

Для матриц преобразования координат получим

$$A = \begin{pmatrix} U_i' & 0 \\ \omega_i^\alpha & \omega_\alpha^\alpha \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} U_i' & 0 \\ \omega_i^\alpha & \omega_\alpha^\alpha \end{pmatrix}.$$

Слоевой и базовый репер меняются по правилу

$$\vec{e}_\alpha' = \omega_\alpha^\alpha \vec{e}_\alpha, \quad \vec{e}_i' = U_i' \vec{e}_i + \omega_i^\alpha \vec{e}_\alpha.$$

Кореперы меняются аналогично. Выберем инвариантный репер

$$\tilde{E}_i = \vec{e}_i - \Gamma_i^\alpha \vec{e}_\alpha,$$

требуя, чтобы он был тензором. Тогда индуцируется преобразование объекта линейной связности $\Gamma_i^\alpha(U, \omega)$ по закону

$$\Gamma'_i = U'_i \left(-\omega_i^\alpha + \omega_\alpha^\alpha \Gamma_i^\alpha \right)$$

Имеем инвариантный репер

$$\Omega^\alpha = d\omega^\alpha + \Gamma_k^\alpha dU^k$$

Произвольное векторное поле представляется в виде инвариантных базового и слоевого векторных полей. Из условия тензорности

$$D\xi' = U' D\xi'$$

при определении

$$D\xi' = d\xi' + \xi^k \left(\Gamma_{kp}^r dU^p + C_{k\alpha}^r \Omega^\alpha \right)$$

следует закон преобразования связностей

$$\Gamma'_{jk} = U' \left(U'_{ik} + U'_j U'_k \Gamma'_{ik} \right),$$

$$C'_{i\alpha} = U'_i U'_j \omega_\alpha^\alpha C'_{j\alpha}$$

Аналогично для вертикального поля из условия

$$D\xi = Y_\alpha^\alpha D\xi^\alpha$$

при определении

$$D\xi^\alpha = d\xi^\alpha + \xi^\beta \left(\Gamma_{\beta k}^\alpha U^k + C_{\beta\gamma}^\alpha \Omega^\gamma \right)$$

следуют законы преобразования связности

$$C_{\beta\gamma}^\alpha = \omega_\alpha^\alpha \left(\omega_{\beta\gamma}^\alpha + \omega_\beta^\beta \omega_\gamma^\gamma C_{\beta\gamma}^\alpha \right),$$

$$\Gamma_{\beta k}^\alpha = \omega_\alpha^\alpha \omega_{\beta k}^\alpha + \omega_\alpha^\alpha \omega_\beta^\beta \Gamma_{\beta k}^\alpha + \omega_\alpha^\alpha \omega_{\beta\gamma}^\alpha U_\beta^k \left(\omega_\gamma^\gamma - \omega_\gamma^\alpha \Gamma_\gamma^\alpha \right).$$

Инвариантный дифференциал выражается через пару ковариантных производных

$$D\xi' = dU^k \nabla_k \xi' + \Omega^\alpha \nabla_\alpha \xi' ,$$

$$D\xi^\alpha = dU^k \nabla_k \xi^\alpha + \Omega^\beta \nabla_\beta \xi^\alpha$$

Здесь использованы тензоры

$$\nabla_k \xi' = \Gamma'_{pk} \xi^p + \hat{\partial}_k \xi' , \quad \nabla_\alpha \xi' = C_{\rho\alpha} \xi^\rho + \hat{\partial}_\alpha \xi' , \quad \nabla_k \xi^\alpha = \Gamma_{\beta k}^\alpha \xi^\beta + \hat{\partial}_k \xi^\alpha ,$$

$$\nabla_\beta \xi^\alpha = C_{\gamma\beta}^\alpha \xi^\gamma + \hat{\partial}_\beta \xi^\alpha , \quad \hat{\partial}_i = \partial_i - \Gamma_i^\alpha \partial_\alpha , \quad \hat{\partial}_\alpha = \partial_\alpha$$

Движение точечного события (полагая, что мы описываем частицу поля, задавая ее групповую скорость \vec{v}_g и частоту ω) в расслоенном многообразии с поступательной U^k и вращательной ω^α степенями свободы задается выражениями

$$D\tau^i = 0, \quad D\tau^\alpha = 0.$$

В координатах многообразия (U^k, ω^α) они имеют вид

$$\frac{d^2 U^i}{d p^2} + \Gamma'_{(jk)} \frac{d U^i}{d p} \frac{d U^j}{d p} + C'_{j\alpha} \omega^\alpha \frac{d U^i}{d p} = 0,$$

$$\frac{d \omega^\alpha}{d p} + \Gamma^\alpha_{\beta k} \omega^\beta \frac{d U^k}{d p} + C^\alpha_{(\beta\gamma)} \omega^\beta \omega^\gamma = 0.$$

Следовательно, поведение ω^α оказывает влияние на U^i , верно и обратное. Их динамика определяется величинами Γ'_{jk} , $C'_{j\alpha}$, $\Gamma^\alpha_{\beta k}$, $C^\alpha_{(\beta\gamma)}$. Так выражена идея, что инерционные свойства поля могут быть заданы динамикой точечного события в расслоенном многообразии с координатами (U^k, ω^α) . Указанные компоненты связности следуют из уравнений для соответствующих тензоров. В конкретных условиях нужно учитывать, какие инерционные параметры соответствуют задаче. Пусть $\rho/\rho_0 = \xi$ меняется от нуля до единицы согласно рис. 1.8. Если изменения происходят достаточно медленно, параметр $d\rho$ можно согласовать с $d\xi = d\rho/\rho_0$. Тогда имеем уравнения вида

$$\frac{d^2 U^i}{d \xi^2} + \Gamma'_{(jk)} \frac{d U^i}{d \xi} \frac{d U^j}{d \xi} + C'_{j\alpha} \omega^\alpha \frac{d U^i}{d \xi} = 0.$$

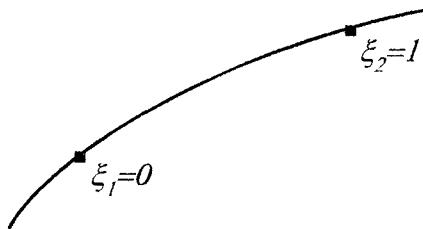


Рис. 1.8. Распространение излучения по геодезической

Пусть выполняются условия, когда

$$a) \Gamma'_{jk} = 0; \quad b) C'_{j\alpha} = \delta'_j a_\alpha; \quad c) a_\alpha \omega^\alpha = -P_0.$$

Тогда получим использованные в разделе 1.1 уравнения для релаксационного изменения параметров несобственной инерции электромагнитного поля.

Мы дополнили волновые уравнения электродинамики Максвелла корпскулярными уравнениями типа Ньютона. Поэтому в модели имеет место соединение разных динамик, согласованно задающих всю систему величин (рис. 1.9).

Представим элементы, относящиеся к описанию динамики инерции электромагнитного поля (рис. 1.9):

- | | |
|------------------|-------------------------------|
| F^{mn}, H^{ik} | - внешние поля и индукции; |
| f^{mn}, h^{ik} | - внутренние поля и индукции; |

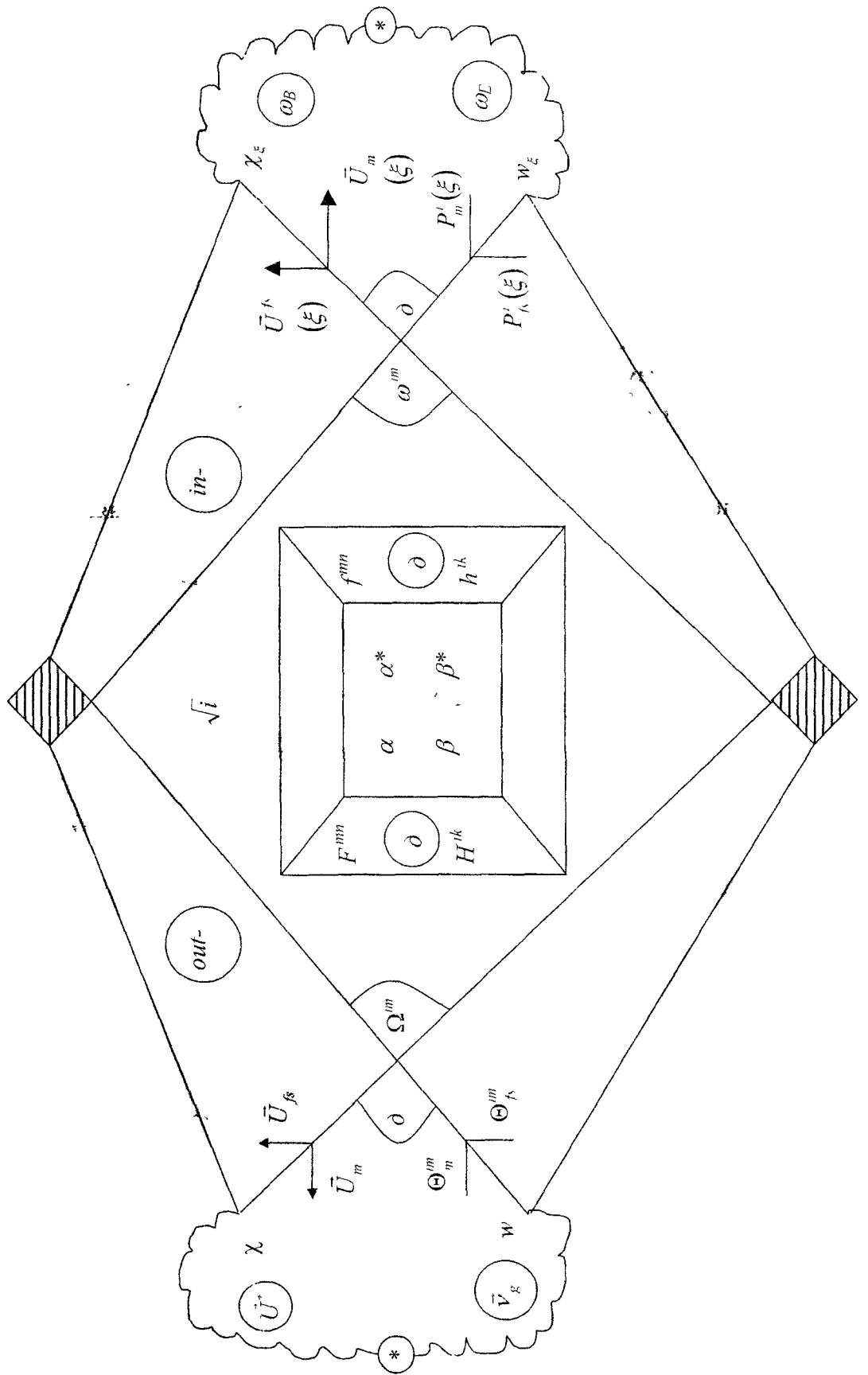


Рис. 1.9. Элементы инерции электромагнитного поля

Ω^{im}	- внешняя метрика динамики инерции;
ω^{im}	- внутренняя метрика динамики инерции;
w, w_ξ	- фазы управления инерцией;
χ, χ_ξ	- фазы смешения инерции;
ω_E, ω_B	- частоты Эйнштейна и Бройля соответственно;
\vec{v}_g, \vec{U}^*	- собственная и несобственная скорости инерции;
\vec{U}_μ, \vec{U}_m	- внешние скорости: первичного источника излучения и скорости среды;
$\vec{U}_{\mu\xi}, \vec{U}_{m\xi}$	- внутренние скорости: первичного источника излучения и скорости среды;
$\Theta_m^{im}, \Theta_{fs}^{im}$	- компоненты тензора локальной несобственной инерции;
P'_m, P'_ξ	- компоненты тензора внутренней несобственной инерции.

Символом ∂ обозначено, что для указанных величин выполняются динамические уравнения. Связи в виде линий указывают, что рассматриваемая система внутренне согласована.

1.4. ГРАНИ ИНЕРЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Методологически проанализирована вся совокупность граней и факторов инерции электромагнитного поля, которые следуют из структуры электродинамики Максвелла, свободной от ограничений на скорость. Указаны новые возможности обобщения физических поделей

При анализе инерции электромагнитного поля и ее динамики исследователь попадает в лабиринт ситуаций, пройти который не просто.

Электромагнитное поле проявило следующие грани (рис. 1.10):

- реализует себя в паре пространств, одно из которых есть пространство состояний SS , другое – пространство событий SE . Каждое из них имеет систему локальных и глобальных метрик (глава 4);
- базируется как на многообразии M , задающем пространственно-временные свойства, так и на симметрии G в форме GAG -модуля (глава 3);
- меняет собственную и несобственную инерцию, что требует рассмотрения групповой \vec{V}_g и фазовой \vec{V}_ϕ скоростей, которые поле имеет "само по себе", а также скорости среды \vec{u}_m и скорости первичного (в данной ситуации) источника излучения \vec{u}_{fs} ;
- собственные параметры излучения управляются показателем преломления n , а несобственные параметры – отношением w ;
- имеет собственную ω_F и несобственную ω_B частоты.

Поля F_{mn} и индукции H^{ik} естественно чувствуют себя в этом лабиринте. Представим совокупность указанных элементов графической диаграммой, приведенной выше.

Каждый из этих элементов нужен. В реальной ситуации они сложным образом переплетены. Не принимая во внимание всей совокупности условий и обстоятельств и останавливая внимание только на одном элементе

$$g'' = \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

физики "пошили одежду из одной пуговицы". Более того, делались многочисленные попытки убедить всех, что она вообще единственная. Понятно, что это не так и так никогда не было. Мы имеем сейчас и новые формы модели и новые "одежды". Но разве следует мешать жить тем, кто желает иметь костюм из одной пуговицы? Тем более, что у некоторых исследователей она может быть пришита на священном для них месте.

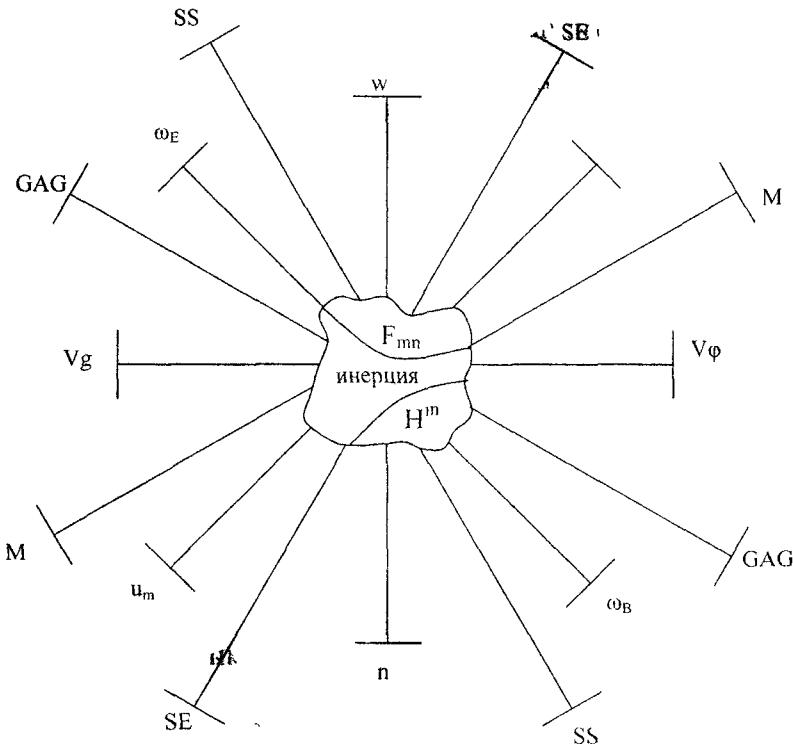


Рис. 1.10. Границы электромагнитного поля и его проявлений

Что наиболее важно учитывать согласно выполненному исследованию?

Очевидно, что "нить Ариадны" в данном лабиринте образует концепция отношения. В физику введены скалярные поля (w , w_2), которые управляют динамикой инерции. Они задают фазу инерции поля и указывают класс топологических условий, которым подчинено излучение. Связи между полями и индукциями нелинейно зависят от w через

$$\Omega^y = \Omega^y(\tilde{g}^y, \tilde{u}^k),$$

где $\tilde{g}^y = \text{diag}(1, 1, 1, w)$, $\tilde{u}^k = (1-w)u_{\gamma}^k + wu_m^k$. Отношение w зависит от показателя преломления среды

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)]$$

и подчинено динамическому уравнению

$$\frac{dw}{d\xi} = Q_0(w-1),$$

где $\xi = \rho/\rho_0$ - безразмерная плотность физической среды. Связи полей и индукций

$$H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

на основе уравнений Максвелла дают решения, согласующиеся с экспериментом без использования специальной теории относительности.

Тогда симметрия уравнений, образующих замкнутую физическую модель:

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\left(1 - w_1 w_2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - dx \frac{v}{c^2} w_1 w_2}{\left(1 - w_1 w_2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

содержит группу отношений

$$w_i = [0 \div 1].$$

Но именно так в рамках симметрии Лоренца описывается класс изоморфных ситуаций (раздел 2.2). Изоморфные ситуации соответствуют физически различным состояниям, в которых находится поле. По-видимому, это общее правило: исследование с точностью до изоморфизма означает, что к одному классу эквивалентности отнесена совокупность разных физических состояний. В электродинамике таким параметром изоморфизма выступает отношение w . Его удобно трактовать как элемент нульмерной группы когомологий Хохшильда

$$w \in H^0(G, A),$$

где G - есть симметрия заполнения физической модели (разделы 3.9, 4.4). В общем случае мы вправе рассматривать отношение w как внутренний параметр (B^ξ) группы, тогда как обычные параметры (α^μ), например (v/c), следует считать внешними. Имеем

$$x^{k'} = f^{k'}(x^k; \alpha^\mu; B^\xi).$$

Стандартные преобразования координат следуют из обобщенных преобразований Лоренца при величинах

$$w_1 = w_2 = 1,$$

соответствующих частным значениям внутренних параметров B_0^ξ . Понятно, что допустимы зависимости более сложного вида

$$x^{k'} = f^{k'}(x^k, \alpha^\mu, B^\xi, c^\alpha \dots),$$

где c^α - связевые параметры.

В теории групп элемент g в окрестности единицы задается выражением

$$g = \otimes \exp(\Psi_{(i)} \Omega^{(i)}).$$

Понятно, что допустимо обобщение вида

$$\tilde{g} = \otimes \exp(\epsilon_{jk}^{il} a^j \alpha^k A_l),$$

где A_l - генераторы алгебры, α^k - параметры внешнего типа, a^i , ϵ_{jk}^{il} - связевые величины.

Полагая, что все параметры могут меняться динамически и быть согласованными друг с другом, мы приходим к симметрии активного типа. Ее следует исследовать. Важно проанализировать как сам объект \tilde{g} и возможности его изменения, так и алгоритмы его использования в физических моделях. Если в уравнения физических моделей непосредственно входят изменяющиеся генераторы алгебры Γ' и параметры симметрии u' :

$$\Gamma_i \rightarrow \tilde{\Gamma}_i, \quad u' \rightarrow \tilde{u}',$$

тогда физическая модель учитывает динамику активной симметрии. Наиболее сложен для анализа случай, когда $(\tilde{\Gamma}_i, \tilde{u}')$ меняются согласованно друг с другом.

Отметим главную черту активных симметрий, состоящую в том, что они аналогичны зависимости параметров симметрий от внутренних переменных. В исследуемом нами случае, согласно разделам 1.1-1.2,

$$\tilde{u}' = (1 - w)u'_{\text{in}} + wu'_{\text{out}},$$

$$\tilde{\Gamma}_i = Q^{-1}\Gamma_i Q,$$

$$Q^{-1} = \text{diag}(1, 1, 1, w),$$

$$w = 1 - \exp(-P_0(n-1)).$$

Это означает, что

$$\tilde{u}' = \tilde{u}'((x, t), w(x, t)),$$

$$\tilde{\Gamma}_i = \tilde{\Gamma}_i((x, t), w(x, t)).$$

Следовательно, мы вправе над каждой точкой пространства с координатами (x, t) рассматривать внешнюю (*out*-) и внутреннюю (*in*-) симметрии, которые, используя связевую (*l*-)-симметрию, задают активную симметрию, применяемую в физической модели, следуя рис. 1.11.

Дадим его описание. Пусть симметрия G_{out} задает модель PhM_{out} , а симметрия G_m - модель PhM_m . С учетом симметрии G_{in} и связей G_l , которые обычно имеют физическое содержание, мы приходим к физически активной симметрии G_{out}^* . Она задает

* новую модель Phm . При этом модифицируется и G_m^* . Например, уточняется и расширяется смысл ее параметров, роль и место в физической теории. При увеличении количества используемых симметрий и их согласований возможно достижение нового качества физической модели.

Для GAG-модуля роль G_{out} выполняет $V(4)$, роль $G_m - \Omega^4$ (глава 3). Связевое звено G_l следует из предположения, что каждая группа имеет свои метрические проявления и что найденное для G_{out} имеет аналогии в G_{in} . Тогда просто понять, что есть пространство событий SE , ассоциированное с G_{out} и пространство состояний SS , ассоциированное с G_m (главы 3, 4). Их метрики использованы в уравнениях Максвелла через

$$(g^{\mu\nu}, r^{\mu\nu}) \in SE, \quad n^{\mu\nu} \in SS.$$

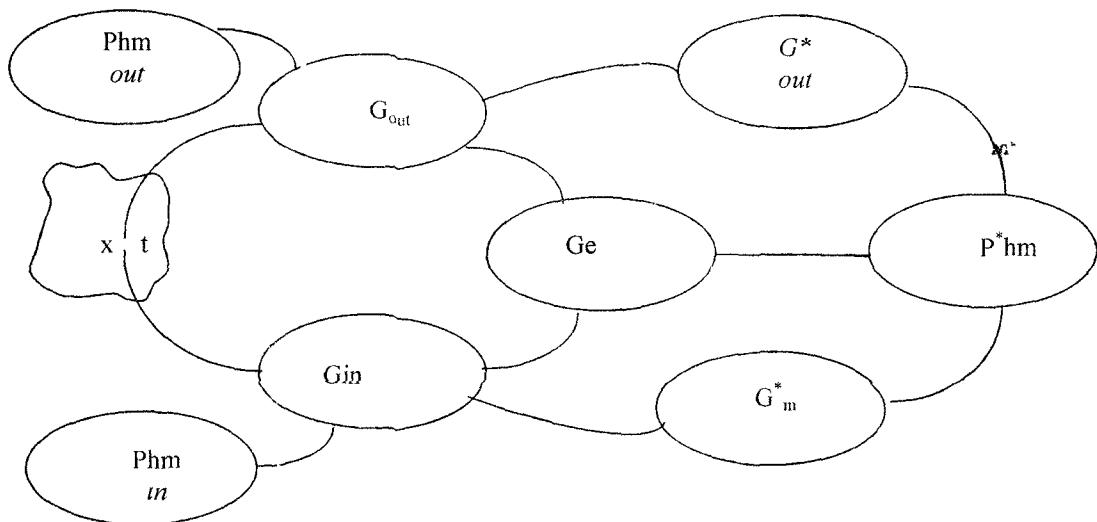


Рис. 1.11. Графическая диаграмма конструирования симметрий

Мы фактически имеем дело с ансамблем "взаимодействующих" симметрий. От того, какие учтены симметрии, как они связаны, как по ним моделируется явление, мы имеем как конкретную схему анализа явлений, так и сопоставления их с экспериментом. Модель инерции явно использует указанный вариант углубления физической теории. Анализ инерции электромагнитного поля и ее динамики подтверждает известное положение, что "скрытая информация есть всегда и она может быть важной". Действительно, только дополнив симметрию Лоренца $SO(3,1)$ когомологической симметрией, задающей группу скаляров

$$w \in H^0(G, A)$$

и нелинейно объединив симметрии в их конгруэнцию, мы смогли получить физическую теорию электромагнитных явлений без ограничения скорости. В теории электромагнитных явлений было скрыто многообразие локальных метрик, в частности сверхсветовая метрика

$$r^{\eta} = \text{diag}(1, 1, 1, -w),$$

а также тот факт, что ее комологический инвариант

$$r = \det(r^{\eta}) \equiv -w$$

динамичен. Скрыто было наличие пространств SE и SS в физической теории. Скрыты были деформаторы, посредством которых меняются генераторы алгебры симметрий.

Математически изоморфные модели считались физически эквивалентными. Однако, по-видимому, это не так. Изоморфизм всегда означает, что физическая модель, ее имеющая, имеет скрытые степени свободы и скрытые возможности. Поэтому для физика "раскрыть" изоморфизм и использовать его не менее важно, чем для математика найти симметрии системы уравнений или их решений.

Заметим, что нульмерная группа комологий Хохшильда $H^0(G, A)$ есть у каждой топологической группы. Но и инерция, как мы сейчас это понимаем, есть у каждого объекта и явления. Поэтому соединение одного общего свойства с другим общим

свойством выглядит естественно. Запишем такую возможность формулой: "Инерция когомологична, ее когомологии динамичны". Так мы приходим к истокам новой практики, важной не только для физике. И инерция мышления, и инерция чувств ждут математического и конструктивного решения возникающих в связи с ними задач и проблем.

1.5. ВАРИАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ ИНЕРЦИИ

$$\frac{d H^q}{d \xi} = - P_0 (H^q - H_*^q),$$

Показано, что электродинамика Максвелла без ограничения скорости использует сложные связи между полями и индукциями, которые трудно получить из вариационного формализма. Указано, что требуемый из физических соображений композит - нетензорный объект, приспособлен к построению нелинейного представления теории Максвелла в группе общих членных преобразований $GL(4, R)$. По аналогии с теорией Эйнштейна предложено описывать динамику инерции электромагнитного поля через динамику композитного поля гравитационного типа

Рассмотрим плотность лагранжиана

$$\tilde{L} = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} F_{im} H^{im},$$

где $\sqrt{-g} = \det^{1/2} |g_{ij}|$, F_{im} - тензор поля, H^{im} - тензор индукции. Используя связь

$$H^{im} = g^{il} g^{mn} F_{ln},$$

получим

$$\tilde{L} = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} F_{im} F_{ln} g^{il} g^{mn}.$$

Поскольку

$$\frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial g_{ik}} = \frac{1}{2} \sqrt{-g} g^{ik},$$

то

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial g^{st}} = -\frac{1}{32\pi} \sqrt{-g} g^{ik} F_{im} H^{im}.$$

Найдем

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial g^{st}} = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} F_{ml} F_{pq} \left(\frac{\partial g^{pm}}{\partial g^{st}} g^{lq} + g^{pm} \frac{\partial g^{lq}}{\partial g^{st}} \right).$$

Используя антисимметрию тензора $F_{lm} = -F_{ml}$ и выражение

$$\frac{\partial g^{pm}}{\partial g^{\nu t}} = \frac{1}{2} (\delta_{\nu}^p \delta_t^m + \delta_t^p \delta_{\nu}^m),$$

получим

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial g^{\nu t}} = -\frac{1}{8\pi} \sqrt{-g} F_{\nu q} F_{tq} g^{tq}.$$

Симметричный тензор энергии-импульса Гильберта

$$\tilde{T}^{\nu k} = -2 \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial g_{\nu k}} - g^{\nu l} g^{kt} \frac{\partial \tilde{L}}{\partial g^{tl}} \right)$$

запишется в виде

$$T^{\nu k} = \frac{1}{4\pi} \left(-H^{\nu m} H^{kl} g^{ml} + \frac{1}{4} g^{\nu k} F_{lm} H^{lm} \right).$$

Канонический тензор энергии-импульса согласно его определению

$$\tau'_{\nu k} = -\delta'_{\nu k} L + \frac{\partial L}{\partial(\partial_{\nu} A_p)} \partial_k A_p$$

имеет выражение

$$\tau'_{\nu k} = \frac{1}{4\pi} \left(-F'^p \partial_k A_p + \frac{1}{4} \delta'_{\nu k} F_{lm} H^{lm} \right).$$

Он не симметричен

Тензор спина согласно его определению

$$\sigma'_{\nu k} = \frac{\partial L}{\partial(\partial_{\nu} A_p)} A_k = -\frac{1}{4\pi} H^{\nu p} A_k$$

посредством дивергенции дополняет канонический тензор энергии-импульса до симметричного вида

$$t'_{\nu k} = \tau'_{\nu k} + \partial_{\nu} \sigma'_{\nu k} = \frac{1}{4\pi} \left(-H'^p F_{kp} + \frac{1}{4} \delta'_{\nu k} F_{lm} H^{lm} \right).$$

При анализе динамики инерции калибровочного поля нужно учитывать обнаруженные новые черты электромагнитного поля:

1. В общем случае существует пара калибровочных полей, следующих из прямого произведения калибровочной группы $U(l)$ на себя. Поля (f_{rp}, h_{kp}) в вариационном формализме представлены в своей эквивалентной форме через деформаторы (g, r) :

$$F_{kp} = g^{-1} f_{kp} g, H^{kp} = r^{-1} h_{kp} r.$$

При этом (g, r) могут иметь свою динамику (глава 1).

2. Пара калибровочных полей, связанных между собой, является общим свойством физических явлений, что необходимо учитывать при их анализе и при проведении экспериментов.

3. Вид выражения для Ω^y следует находить из дополнительных предположений. В частности, для этого можно использовать развитый Дираком метод множителей Лагранжа. Тогда, например, для электродинамики без ограничения скорости имеем лагранжиан [17]:

$$\begin{aligned} L = & a F_{mn} H^{mn} + b_{mn} \left(H^{mn} - \chi^{mnkl} F_{kl} \right) + b_{mnkl} \left(\chi^{mnkl} - 0,5 (\Omega^{mk} \Omega^{nl} - \Omega^{ml} \Omega^{nk}) \right) + \\ & + r_{mn} \left(\Omega^{mn} - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left(g^{mn} + \left(\frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) u^m u^n \right) \right) + r^p \left(u^p - (1-w) u_{/\backslash}^p - w u_m^p \right) + \\ & + r (w - 1 + \exp(-P_0(n-1))). \end{aligned}$$

Важнейшей чертой предложенной модели является использование для локальной метрики событий SE выражения

$$g^{mn} = diag(1, 1, 1, 1 \cdot w),$$

в котором четвертая компонента тензора Минковского умножена на скаляр w , названный отношением. Эта величина не случайна в теории. Назовем ее композитом. Сейчас понятно, что так можно делать, если мы желаем получить из лагранжева формализма нелинейные представления симметрий. Действительно, электродинамика Максвелла без ограничения скорости может рассматриваться как нелинейное представление полной линейной группы $GL(4, R)$. Группа $SL(4, R)$ является ее нормальной подгруппой, а фактор-группа

$$\sigma = GL(4, R)/SL(4, R)$$

может быть отождествлена с нульмерной группой когомологий для группы заполнения $V(4) = U(1) \times SU(4)$ физических моделей (глава 3):

$$w \in H^0(V(4), R).$$

Кроме того, она связана с физическими параметрами среды, в которой распространяется электромагнитное поле, когда

$$\sigma = w = 1 - \exp(-P_0(n-1)).$$

Фактически нами принята точка зрения, что инерция когомологична. Математически это означает, что при нахождении нелинейных представлений симметрии фактор-группа может быть отождествлена с группой когомологий и композитно войти в вариационный формализм. Понятно, что это требует аккуратного математического анализа проблемы инерции.

4. Скорость \vec{u} следует также рассматривать как композитную величину, так как ²⁴⁸¹

$$\vec{u} = (1-w)\vec{u}_{/\backslash} + w\vec{u}_m,$$

что означает, что скорость источника излучения $\vec{U}_{/\backslash}$ и скорость среды \vec{U}_m связаны друг с другом через весовые функции

$$w_1 = (1-w), \quad w_2 = w,$$

сумма которых равна единице и которые линейно зависят от группы когомологий $H^0(V(4), R)$.

5. Заметим, что $\sqrt{-g}$ входит в физическую модель для задания скалярной плотности. Возможны другие варианты, например, выбор "меры" метрики событий SE по канонической метрике Минковского

$$\sqrt{-\bar{\gamma}} = \det^{\frac{1}{2}}(\text{diag}(1, 1, 1, 1)).$$

6. Лагранжев формализм всегда имеет "скрытую" пару:

- а) опорное пространство-время;
- б) измерительные устройства и их поведение.

Так сделано сознательно, чтобы освободить анализ от явлений, внешних по отношению к ним.

7. Спинорная форма уравнений, используемая в главе 3, неудобна для лагранжева формализма. Она явно содержит генераторы алгебр заполнения и проявления физической модели, а также дополнительные элементы, относящиеся как к опорному пространству времени, так и к измерению. Поэтому в реальной ситуации может оказаться более важным и полезным анализ физического явления вне лагранжева формализма. Более того, вероятно, существует алгоритм, который позволяет анализировать явление полно и содержательно, не используя его вариационных аспектов.

8. Указанные замечания могут иметь место при выводе обобщенных полей типа Янга-Миллса. В частности, для них допустимы дополнительные динамические уравнения на параметры группы симметрий

$$\frac{d\vec{u}}{d\xi} = -P_0(\vec{u} - \vec{u}_m), \quad \vec{u}|_{\xi=0} = \vec{u}_f,$$

как предложено в главе 1.

9. Полагая, что взаимодействие излучения с веществом можно рассматривать на основе симметричного композитного поля, образованного из симметричного тензора, введем

$$\tilde{\Omega}^{ik} = \alpha \sqrt{-\bar{\gamma}} b^{ik} + \beta \sqrt{-\bar{\gamma}} \varphi^{ik},$$

где b^{ik} - локальный композит $b^{ik} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$, φ^{ik} - физические поля типа гравитации, α, β - факторы композитного отношения электромагнитного поля к его окружению. Назовем $\tilde{\Omega}^{ik}$ композитным полем. В отсутствии среды оно может быть аналогично гравитационному полю. Известно, следя Розену, что лагранжиан

$$L_g = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} g^{mn} (G^k_l G^l_{nk} - G^l_{mn} G^k_{lk})$$

при задании

$$G^k_{ml} = \frac{1}{2} g^{kp} (D_m g_{pl} + D_l g_{pm} - D_p g_{lm}),$$

где D_m - ковариантная производная по метрике Минковского, задает уравнения гравитации Эйнштейна в форме Йогунова [16]:

$$\gamma^{kn} \partial_k \partial_n \Omega^{im} = \kappa T^{im}, \quad \partial_k \Omega^{ik} = 0.$$

Они могут быть использованы для описания воздействия "композитного" поля на электромагнитное поле.

10. Из выражения для отношения w следует, что оно удовлетворяет релаксационному динамическому уравнению

$$\frac{dw}{d\xi} = -P_0(w - 1), \quad w|_{\xi=0} = 0.$$

Поскольку мы рассматриваем w как элемент группы когомологий $H^0(G, R)$, будем считать, что при анализе инерции поля, обусловленной несобственными факторами, допустимо использовать динамические уравнения для любых групп когомологий, в частности

$$\frac{dH^q}{d\xi} = -P_0(H^q - H_*^q), \quad H^q|_{\xi=0} = H_0^q$$

По-видимому, для групп когомологий допускаются все те динамики, которые известны в физике.

11. Заметим, что в электродинамике Максвелла нам нужно описывать абсолютный тензор F_{mn} и относительный тензор (тензорную плотность веса +1) \tilde{H}^{ik} в их динамике.

Согласно связи $\tilde{H}^{ik} = \alpha \sqrt{-g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$, вариационный формализм обязан дать уравнения не только для электромагнитного поля, но и для скаляра α , и для тензорной плотности $(\sqrt{-g})$, и для тензоров Ω^{im} . Сделать это в общем виде непросто и потому физический анализ, как это сделано в разделе 1.1, способен во многом прояснить ситуацию.

12. Величина $\sqrt{-g}$ имеет в теории Максвелла самостоятельное значение и она способна, как показано выше, управлять структурой Ω^{im} . Топологическая ее природа очевидна, как и потребность учета динамики топологии в физических моделях.

1.6. ОБОБЩЕННАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА МАКСВЕЛЛА В ВАКУУМЕ

$$w = 0: \quad \vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \vec{u}_{f}, \quad w = 1: \quad \vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \vec{u}_m,$$

$$w = -1: \quad \vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) (2\vec{u}_{f} - \vec{u}_m),$$

$$w \neq const: \quad \vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1-w)\vec{u}_{f} + w\vec{u}_m].$$

Показано, что допустима электродинамика Максвелла в вакууме, существенно более сложная стандартной схемы, согласно которой $\tilde{D} = \tilde{E}$, $\tilde{B} = \tilde{H}$. В новом подходе ни группа Галилея, ни группа Лоренца не нужны, если нет относительных скоростей. При ненулевых относительных скоростях в вакууме нужно использовать группу Галилея и некорректно использование, без дополнительных условий, группы Лоренца.

Хорошо известно, что правильные выводы легче достигаются при физически корректной постановке задач и математически корректном получении решений. Рассмотрим таким образом электродинамику Максвелла в вакууме. Исторически сложилось так, что симметрия Лоренца вошла в физику на основе анализа вакуумных уравнений Максвелла, когда используются связи для полей и индукций вида $\vec{D} = \vec{E}$, $\vec{B} = \vec{H}$. Квантовая электродинамика, перейдя к четырехпотенциалам, базируется на вакуумных уравнениях. С этой поры пустота (вакуум) стала идолом, которому поклонялось не одно поколение физиков. Вместо анализа реальных условий и учета их в модели стало модно придумывать искусственные конструкции, создавая мир призраков. В частности, был развит метод анализа физических явлений безотносительно к их пространственным моделям в трехмерном пространстве. Таким пришел в физику фотон: частица без размеров и без времени жизни. Удивительно, что такой искусственный подход оказался успешным для описания опытных данных. Понятно, что обусловлено это в первую очередь возможностями математики.

Сейчас уже понятно, что в электродинамике вакуума были необоснованно отброшены важные физические факторы: скорость движения источника излучения \vec{u}_f , скорость среды \vec{u}_m (что необходимо учитывать в вакууме, потому что измерение есть взаимодействие поля со средой), а также скалярная плотность веса (+1), дополнительная величина w , которая, в частности, зависит от показателя преломления среды n по закону

$$w = 1 - \exp(-P_0(n-1)).$$

Она названа отношением и указывает условия, в которых распространяется электромагнитное поле, задавая в вакууме $w = 0$ и величину $w = 1$ в "плотной" среде.

Анализ показал (глава 1), что отношение w связывает между собой скорости \vec{u}_f и \vec{u}_m соотношением

$$\vec{u} = (1-w)\vec{u}_f + w\vec{u}_m.$$

Обобщенные связи между полями и индукциями имеют вид:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \frac{\sigma}{\mu} \Gamma^2 \left\{ w \beta^2 \vec{E} - w \vec{\beta} (\vec{\beta} \cdot \vec{E}) + [\vec{\beta} \times \vec{B}] \right\},$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} + \frac{\sigma}{\mu} \Gamma^2 \left\{ -\beta^2 \vec{B} + \vec{\beta} (\vec{\beta} \cdot \vec{B}) + [\vec{\beta} \times \vec{E}] \right\},$$

где

$$\Gamma^2 = (1 - \beta^2 w)^{-1}, \quad \sigma = \epsilon \mu - w, \quad c\vec{\beta} = \vec{u} (\vec{u}_f, \vec{u}_m).$$

Они нелинейны по $w(n)$, безотносительны к симметрийным свойствам уравнений Максвелла и могут быть записаны в "тензорном" виде

$$\tilde{H}^{ik} = \sqrt{-g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}.$$

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\mu} \left[g^{im} + \left(\frac{\epsilon \mu}{w} - 1 \right) u^i u^m \right],$$

$$u' = (1 - w)u'_f + wu'_m,$$

$$g'^m = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

Поскольку $u' \sim \sqrt{w}$, связи не имеют особенности при $w=0$. Полученная система уравнений

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i,$$

$$\tilde{H}^{ik} = \sqrt{-g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

имеет "тензорный" вид. Она инвариантна относительно произвольных линейных невырожденных преобразований

$$x^{k'} = a_k^{k'} x^k + b^k,$$

поэтому и группа Лоренца и группа Галилея являются точными симметриями уравнений Максвелла [17].

Метрика g'^m , формируя связи, задает относительное пространство событий SE в форме Минковского для электромагнитного поля (глава 4). Из тензорных уравнений видно, что такой вариант не противоречит использованию в качестве опорного многообразия ньютоновского пространства-времени $R^3 \times T^1$ в модели электромагнитных явлений. В форме GAG -модуля, описанного в главе 3, соединение абсолютных и относительных свойств пространства-времени выполнено явно.

Анализ, выполненный в главе 1, показал, что при изменении w происходит нелинейное по w изменение скорости поля \vec{v}_g и его частоты ω , если реализуется динамика несобственной инерции поля для тех ситуаций, когда хотя бы одна скорость \vec{u}_f , или \vec{u}_m не равна тождественно нулю:

$$a) \quad \vec{u}_f \neq 0, \quad \vec{u}_m = 0;$$

$$b) \quad \vec{u}_f = 0, \quad \vec{u}_m \neq 0;$$

$$c) \quad \vec{u}_f \neq 0, \quad \vec{u}_m \neq 0.$$

Эти возможности физически различны. Метрика g'^m может рассматриваться как вариант преобразованной конформной метрики

$$g'' = w^{1/4} \cdot \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

допустимой уравнениями Максвелла, имеющей конформную симметрию. Она локальна и физична. Величина w задает влияние (через величину w_1) физической среды или внешних полей на электромагнитное поле. Существует также влияние (через величину w_2) электромагнитного поля на физическую среду.

Примем точку зрения, что величина w есть характеристика инерции поля:

$$w = \det g''.$$

Поскольку так определяется характеристический класс в теории когомологий, можно считать, что

$$w \in H^0(G, R),$$

где H^0 - нульмерная группа когомологий для группы $G=V(4)$ и группы R действительных чисел. Мы полагаем, что w есть динамическая величина. Отметим, что величина w мультипликативно входит в пространственно-временные преобразования координат и времени. В главе 2 показано, что для $w=const$ уравнения Максвелла инвариантны при связях для дифференциалов координат:

$$dx' = \frac{dx - v dt}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - v \frac{w}{c^2}}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

В частном случае отсюда при $w=0$ имеем группу Галилея, когда $w=1$, получим группу Лорентца. Они содержатся в параметрической по w зависимости и дополнительны друг другу.

Назовем отношение w_1 среды к электромагнитному полю когомологическим действием, а отношение электромагнитного поля к среде w_2 когомологическим противодействием. Примем правило

$$w_1 = w_2 = w.$$

Сформулируем его: *когомологическое действие равно когомологическому противодействию*. Следовательно, при анализе электромагнитных явлений следует учитывать когомологические характеристики физической среды, равно как и когомологические характеристики поля. Вакуум, когда $w=0$, когомологически отличается от "плотной" среды, когда $w=1$. *Принимая обобщенные связи между полями и индукциями, мы закладываем в них динамику когомологий*. Поскольку они управляют динамикой инерции поля, следует считать, что физическими факторами инерции являются когомологии групп, рассматриваемые как динамические величины. Если $\vec{u}_f \equiv 0$, $\vec{u}_m \equiv 0$, $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, то обобщенные связи для полей и индукций имеют вид

$$\vec{D} = \vec{E}, \quad \vec{B} = \vec{H}.$$

Однако в отсутствие относительных скоростей теряет смысл анализ инвариантности уравнений Максвелла относительно пространственно-временных преобразований по самому определению этих симметрий. Принято считать, что этот случай соответствует группе Лорентца, потому что при подстановке вакуумных связей между полями и индукциями в уравнения Максвелла получается система, сохраняющая свой вид при действии группы Лорентца. Этот вывод некорректен: если нет относительных скоростей, то нет смысла в использовании преобразований, которые содержат скорость. Он некорректен также с когомологической точки зрения: в вакууме $n=1$ и потому ему соответствует $w=0$. В вакууме $w \neq 1$ и потому в нем нет места группе Лорентца. Вакуум является "ареной" действия группы Галилея. Такова новая физическая точка зрения на проблему симметрии электромагнитного поля в вакууме. Но по первому признаку, согласно которому $\vec{u} = 0$, преобразования Галилея применять в этом случае в вакууме некорректно. Этого и не нужно делать, если $\vec{u}_f = 0$, $\vec{u}_m = 0$. Проблема возникает тогда, когда в расчет принимается несобственная инерция электромагнитного поля, соответствующая

$$\vec{u}_f \neq 0, \quad \vec{u}_m \neq 0.$$

В отсутствие симметрийного анализа решение задач такого типа основано на замкнутой модели явлений. В электродинамике для этого достаточно изучить указанную в главе 1 систему уравнений, дополнив ее корректно заданными начальными и граничными условиями. Симметрия есть и всегда была дополнительным средством исследования физической модели, но, по-видимому, всегда можно обойтись без этого анализа.

Симметрия уравнений тем хороша, что она переводит решение в решение, задает класс эквивалентных решений, что способно упростить анализ. Но она в принципе не способна заменить собой физическую модель, у которой есть много тонкостей и деталей. Симметрия с учетом группы когомологий w способна более тонко "охватить" явление и потому, очевидно, у нее большое будущее.

Анализ показал, что группа Лорентца сохраняет как динамические уравнения

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i,$$

так и вакуумные связи для полей и индукций, в которых нет скоростей. Группа Галилея также сохраняет динамические уравнения, но она меняет вакуумные связи. Принято считать, что в этом состоит недостаток группы Галилея. Нетрудно видеть, что это их достоинство. Действительно, физические связи между полями и индукциями при $\vec{u}_f \neq 0, \vec{u}_m \neq 0$ таковы, что они зависят еще и от w . Для группы Лорентца в вакууме мы принимаем

$$\varepsilon \mu = 1, \quad w = 1$$

Поэтому

$$\chi = \varepsilon \mu - w \equiv 0$$

и группа Лорентца, если ее применять в вакууме (хотя это физически некорректно), "скрывает" скорости \vec{u}_f, \vec{u}_m . Группа Галилея корректно используется в вакууме, соответствую $w=0$, она "показывает" \vec{u}_f, \vec{u}_m .

Очевидно, что **формальная инвариантность вакуумных уравнений Максвелла недостаточна для получения корректных физических следствий**. Почему же преобразования Лорентца вытеснили из физики группу Галилея? В главах 1, 2 показано, что произошло это в угоду кинематическому методу описания эксперимента. Действительно, физики имеют дело с результатами опыта, с измеренными значениями. Они не могут быть получены без взаимодействия электромагнитного поля с детектором. Обычно его роль выполняет "плотная" среда, в которой $w=1$. В ней $\varepsilon \mu \neq 1$. Для ситуации с $w=1$ преобразования Лорентца пригодны. Но при $w=1$ нет вакуумных связей между полями и индукциями. Мы выяснили, что в стандартной теории были две ошибки:

- использование вакуумных связей при сравнении измеренных значений;
- применение преобразований Лорентца в вакуумной электродинамике.

Они оказались достаточно скомпенсированными, что описать опытные данные при условиях

$$\vec{u}_f \neq \vec{u}_m \neq 0, \quad \varepsilon \mu \neq 1.$$

Математически это допустимо, хотя такой подход не нужно идеализировать. Физически он непоследователен. Физически корректно решать задачу без использования ее симметрийных аспектов, без использования теории относительности. Тогда обобщенная модель электромагнитных явлений задает поведение скорости \vec{v}_g и частоты ω , зависимое от w . Так, для групповой скорости поля имеем

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1-w)\vec{u}_{\text{f}}, + w\vec{u}_m].$$

В вакууме $n=1$, $w=0$ и потому скорость поля зависит от скорости движения первичного источника излучения согласно закону:

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \vec{u}_{\text{f}},$$

В "плотной" среде $\epsilon \mu > 1$, $w=1$ и потому

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \vec{u}_m.$$

Ситуация выглядит так: при распространении электромагнитного поля в среде (в том числе в пределах измерительного устройства) меняется w . Отношение w является управляющим фактором как для скорости, так и для частоты ω , величины \vec{v}_g и ω согласованы друг с другом. Измерение способно существенно изменить параметры поля. И это всегда нужно тщательно учитывать.

Квантовая электродинамика основана на вакуумных уравнениях Максвелла и потому к ней приложимы все сделанные замечания.

Заметим, что в теорию введено отношение w для описания влияния среды на несобственную инерцию электромагнитного поля. При $\rho = 0$ имеем $w = 0$. Однако следует учесть, что гравитационное поле также является внешним фактором, который можно было бы попытаться учитывать аналогично среде, как это предлагалось в [17]. Тогда имеем

$$w_m = w + w_g,$$

где w_g - отношение электромагнитного поля к гравитационному. Поэтому, скорее всего, при $\rho = 0$ имеем $w_m = w_g \neq 0$ и это значение нужно использовать в вакууме. Аналогично при $w = 1$, обусловленном влиянием среды, общее значение w_m может быть теоретически как больше, так и меньше единицы.

Допуская возможность отрицательных значений w_g , мы обнаруживаем принципиально новый эффект: *гравитационное поле тогда способствует электромагнитному полю сохранить свою инерцию при внешнем воздействии, играя роль своеобразной "смазки" для среды.*

Фактически задача состоит в том, чтобы научиться учитывать топологическое влияние физических полей и объектов друг на друга. Возможно, для этого будет недостаточно использовать только согласованную динамику когомологий.

1.7. К ОБОБЩЕНИЮ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + \nabla_m (b_k^p \sigma^k A_p + V) + R'_m A_i = -S_m$$

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n - b_k^p \sigma^k A_p - V = const$$

Используя уравнения Максвелла со сверхсветовыми скоростями и скрытые поля, выведены уравнения для четырехпотенциалов и обобщенное калибровочное условие. Сделано предположение, что их можно использовать для описания квантовых состояний частиц света, называемых нотонами

Известно, что квантовая электродинамика основана на вакуумных уравнениях Максвелла. Их обобщение, выполненное в главе 1, приводит к обобщенной квантовой электродинамике. Получим такие уравнения. Введем ковариантную производную по тензору $\Omega_{\alpha\beta}$, связывающему поля F_{mn} и индукции $\tilde{H}^{\alpha k}$, полагая, что $\partial_k \Rightarrow \nabla_k$. Пусть "метрика" ковариантно постоянна: $\nabla_k \Omega_{\alpha\beta} = 0$, что задает одну из возможностей введения связности явления.

В общем случае связность может быть введена независимо в любое многообразие и ее "поведение" выбирается в соответствии со спецификой конкретной задачи. Обобщим модель электромагнитных явлений через указанную связность, используя многообразие Ньютона $R^3 \times T^1$. Поскольку связность задается с точностью до тензора третьего ранга B'_{ijk} , ограничимся выбором $B'_{ijk} \equiv 0$. В рассматриваемом случае

$$F_{mn} = \nabla_m A_n - \nabla_n A_m = \partial_m A_n - \partial_n A_m,$$

потому, что тензор F_{mn} "нечувствителен" к связности без кручения. Тогда уравнения

$$\nabla_{[k} F_{mn]} = \partial_{[k} F_{mn]} \equiv 0$$

выполняются тождественно. Пусть

$$\tilde{H}^{\alpha k} = \tilde{\Lambda} \Omega^{\alpha m} \Omega^{kn} F_{mn},$$

$$\tilde{\Lambda} = \det^{1/2} |\Omega_{\alpha\beta}|.$$

Известно, что для метрической связности

$$\nabla_k \tilde{\Lambda} = \partial_k \tilde{\Lambda} - \Gamma_k \tilde{\Lambda} \equiv 0.$$

Из второй пары уравнений Максвелла имеем

$$\nabla_k \tilde{H}^{\alpha k} = \tilde{\Lambda} \Omega^{\alpha m} \Omega^{kn} \nabla_k F_{mn} = -\tilde{\Lambda} S'.$$

Выполним необходимые преобразования и группировку. Получим уравнения типа Лапласа-Бельтрами, учитывающие динамику управляемого поля (инерции):

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + R_m^p A_p = -S_m,$$

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n = 0.$$

Они переходят в обычные уравнения квантовой электродинамики, когда

$$\Omega^{kn} = \gamma^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

В этом случае

$$\gamma^{kn} \partial_k \partial_n A_m = -S_m,$$

$$\gamma^{kn} \partial_k A_m = 0.$$

Понятно, что из обобщенных значений Ω^{kn}, ∇_k следуют новые возможности. В каких-то случаях будет достаточно стандартного подхода, в общем случае безусловно нужны обобщенные уравнения квантовой электродинамики. Их форма совпадает с уравнениями Лапласа-Бельтрами в римановом пространстве с метрикой Ω_{ij} и потому к ним приложимы соответствующие алгоритмы. Анализ усложнится, но это неизбежно, потому что сложны реальные ситуации. В частности, в такой модели отсутствует ограничение на скорость и потому нет необходимости "укладывать" явление в рамки группы Лоренца. Более того, появляются основания существенно ослабить симметрийный аспект явлений, отдавая предпочтение физическим деталям и тонкостям. Особенно важной становится задача анализа поведения атомов света, названных в главе 5 нотонами. Они имеют размеры, конфигурацию и внутреннее движение в абсолютном пространстве и времени, модель которого достаточна для описания данных опыта без использования теории относительности.

Укажем новую роль калибровочного условия для четырехпотенциалов, используя понятие "скрытых" полей. Учтем возможность введения в калибровочное условие конструкции $b_k^p \sigma^k A_p + V$, где b_k^p, σ^k - новые поля, V - скрытый потенциал. Пусть, согласно приведенному выше выводу формул, имеем

$$\begin{aligned} \Omega^{kn} \nabla_k \nabla_m A_n &= \nabla_m (\Omega^{kn} \nabla_k A_n) - R_m^i A_i = \\ &= \nabla_m (\Omega^{kn} \nabla_k A_n + b_k^p \sigma^k A_p + V - b_k^p \sigma^k A_p - V) - R_m^i A_i. \end{aligned}$$

Используем обобщенное калибровочное условие

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n - b_k^p \sigma^k A_p - V = \text{const}.$$

Получим уравнения для четырехпотенциалов

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + \nabla_m (b_k^p \sigma^k A_p + V) + R_m^i A_i = -S_m.$$

При условии

$$\nabla_m (b_k^p \sigma^k A_p + V) = 0$$

они переходят в стандартные уравнения. Выделим из них часть, соответствующую равному нулю тензору напряженности электромагнитного поля, когда

$$A_m = \partial_m \varphi.$$

Такой подход "подсказан" формой GAG -модуля для уравнений Шредингера (раздел 3.6). Пусть $b_k^p = \delta_k^p$. Тогда получаем дополнительное скалярное уравнение

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n \varphi - \sigma^k \nabla_k \varphi - V = const.$$

При выборе

$$\Omega^{kn} = n^{kn} = diag(1, 1, 1, 0),$$

$$\sigma^k = a(0, 0, 0, 1)$$

имеем стандартное уравнение Шредингера для волновой функции. Задавая потенциал V , а также начальное и граничное условия, получаем возможность исследовать вырожденное электромагнитное поле, полагая, что оно ответственно за поперечную (к направлению распространения) структуру и динамику атома света (глава 5). В случае, когда

$$b^k = 0, \quad V = a\varphi, \quad const = 0,$$

получаем уравнение

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n \varphi = a\varphi,$$

используемое в теории дифракции. В нем, в отличие от уравнений вакуумного типа, есть новые степени свободы:

- а) Ω^{kn} , что можно связать с несобственной инерцией поля и его динамикой;
- б) "свободный" член V , в частности $a\varphi$, от которого зависит поведение поля.

Следует считать, что поле φ для системы нотонов

$$\varphi = \sum_i a^i \varphi_i$$

представляет собой суперпозицию состояний каждого из них.

Возможно, что поперечная структура нотона симметрична относительно своего центра. При взаимодействии с экраном или измерительным устройством результат будет зависеть от того, как они "перекрывают" друг друга.

Согласуем выражение для скорости нотона со следствиями, полученными в электродинамике Максвелла со сверхсветовыми скоростями. Рассмотрим вариант, в котором

$$\Omega^{kn} = diag(1, 1, 1, n^2), \quad a = 4\pi^2 \frac{1}{\lambda^2} \Psi(\vec{u}),$$

где n - показатель преломления, λ - длина волны излучения. Будем интерпретировать ее как характерный размер нотона в абсолютном пространстве Ньютона. Зададим величины

$$\Psi = b(w, n)\vec{u}, \quad \vec{u} = (1-w)\vec{u}_f + w\vec{u}_m.$$

Тогда имеем обобщенное уравнение Томсона

$$-\frac{n^2}{c^2} \frac{\tilde{c}^2}{\epsilon t^2} \frac{\varphi}{\varphi} + \nabla^2 \varphi = 0.$$

Его решение

$$\varphi = A \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - z)$$

рассмотрим для фиксированных значений (A, λ, v). Получим связь

$$v^2 = \frac{c^2}{n^2} (1 + \Psi(\bar{u})).$$

Групповая скорость v_g равна фазовой v_f , если $n \neq n(\lambda)$:

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} = v_f.$$

Пусть $\Psi \ll 1$. Имеем

$$v_g = \frac{c}{n} + \frac{1}{2} \frac{c}{n} \Psi.$$

Сравнивая его с выражением для скорости, выведенным в разделе 3.1:

$$\tilde{v}_g = \frac{c \tilde{k}}{n k} + \frac{1}{2} \frac{c}{n} \left(1 - \frac{w}{n^2} \right) n \cdot 2 \left[(1-w) \frac{\tilde{u}_f}{c} + w \frac{\tilde{u}_m}{c} \right],$$

получим значение Ψ . Следовательно, обобщенное калибровочное условие способно дать картину поведения нотона, согласующуюся как со следствиями из уравнений Максвелла так и с физической интуицией. Используя потенциал V в виде суммы

$$V = V^* + a\varphi$$

и полагая, что $V^* \neq 0$, $a=0$, получаем уравнения, описывающие нотон, движущийся со скоростью $v_g = c/n$. Согласно модели он способен менять свою форму, если

$\Omega^{kn} \neq const$, $V \neq const$. Из явлений дифференции следует, что нотон может иметь в поперечном направлении периодическую структуру. Из явления интерференции следует, что в продольном направлении он может представлять собой систему "дисков". Если это так, обобщенное калибровочное условие может быть использовано для анализа поведения отдельного "диска", а нотон может рассматриваться как система согласованных между собой "дисков", описываемых схожими уравнениями.

1.8. К ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ СО СВЕРХСВЕТОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

На основе аналоговой связи между уравнениями Максвелла и уравнениями релятивистской теории гравитации Логунова получено обобщение, в котором отсутствует ограничение на скорость. Предложено сопоставить каждому калибровочному полю, в том числе и неабелевому, свое гравитационное поле. Аналоговая связь калибровочного и гравитационного полей рассматривается как функциональное условие их единства в теории и в эксперименте. В этом случае механизм динамики зарядов получает когомологическое обоснование.

Установим аналоговое соответствие между электромагнитным и гравитационным полем. Ранее нами показано, что в электродинамике без ограничения скорости выполнены уравнения

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + R_m^p A_p = -S_m,$$

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n = 0,$$

где Ω^{kn} - композит, связывающий поля и индукции:

$$\Omega^{kn} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} [g^{kn} + (1-w) u^k u^n],$$

$$g^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

В электродинамике вакуума имеем те же уравнения с заменой Ω^{kn} на тензор Минковского

$$\gamma^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

Тогда

$$\gamma^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m = -S_m,$$

$$\gamma^{kn} \nabla_k A_n = 0.$$

Здесь ∇_k - знак ковариантной производной. Пусть теперь

$$A_m = a K^p \Phi_{pm}, \quad S_m = b K^p T_{mp},$$

где a, b - скалярные функции, K^p - линейно независимые векторы. Тогда из вакуумных уравнений Максвелла формально следуют уравнения релятивистской теории гравитации Логунова [16]:

$$\gamma^{kn} \partial_k \partial_n \Phi_{pm} = -\frac{b}{a} T_{pm}, \quad \gamma^{kn} \partial_k \Phi_{pn} = 0.$$

Известно, что они справляются с решением проблем классической гравитации, устраняя несовершенства геометрической теории гравитации Эйнштейна. Заметим, что аналогично электродинамике Максвелла ограничена по скорости современная теория гравитации. Чтобы избавиться от этого, переходя от гравитационной теории вакуумного типа к реальной модели, используем электродинамику со сверхсветовыми скоростями. По аналогии с ней имеем уравнения гравитации без ограничения скорости вида

$$\Theta^{kn} \partial_k \partial_n \varphi_{pm} + B_m^r \varphi_{rp} = -\frac{b}{a} \Pi_{mp},$$

$$\Theta^{kn} \partial_k \varphi_{pm} = 0.$$

Дополняя модель связностью, получим обобщенные уравнения физической гравитации с пространством событий SE , которое задается Θ^{kn}, ∇_k :

$$\Theta^{kn} \nabla_k \nabla_n \varphi_p + B_m^r \varphi_{rp} = -\frac{b}{a} \Pi_{mp},$$

$$\Theta^{kn} \nabla_k \varphi_{pm} = 0.$$

Конечно, до тех пор, пока не найден конкретный вид выражений Π_{mp} , Θ^{kn} , B'_m , мы имеем дело с формальной схемой. Ее вакуумный предел, когда $\Theta^{kn} = \gamma^{kn}$, обоснован теоретически и экспериментально. Поэтому представляет интерес анализ других возможностей, например,

$$\Theta^{kl} = \gamma^{kn} + \sigma^{kn}, \quad \gamma^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

Из подхода ясно, что *распространение гравитационного поля в вакууме и в среде оптимизируется разными уравнениями*. Возможно, аналогично электромагнитному полю, гравитационное поле частично увлекается физической средой. Поскольку теперь электродинамика не имеет ограничений на скорость и фотон можно рассматривать как частицу в абсолютном пространстве - нотон, возникает предположение, что гравитон также есть частица, имеющая свои пространственные размеры в абсолютном пространстве и динамику в нем. Мы использовали уравнение для нотона

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n - b'_k \sigma^k A_p - V = \text{const}.$$

По аналогии для гравитона имеем

$$\Omega^{kn} \nabla_k \varphi_{np} - b'_k \sigma^k A_{np} - V = \text{const}.$$

По-видимому, каждое калибровочное поле имеет свое гравитационное, через которое его потенциалы задаются в форме свертки с симметричным тензором. Для неабелева калибровочного поля выполняются уравнения

$$\partial_{[k} F_{mn]}^\mu = 0, \quad \partial_k H_{\sigma}^{ik} = \xi'_{\sigma}.$$

$$H_{\sigma}^{ik} = \Lambda \Omega_{\sigma}^{im} \Omega_{\rho}^{kn} F_{mn}^{\rho},$$

где $F_{mn}^\mu = \partial_m A_n^\mu - \partial_n A_m^\mu - c_{\nu\rho}^\mu A_m^\nu A_n^\rho$.

В этом варианте связь

$$A_m^\nu = \alpha K^n \Phi_{nm}^i$$

недостаточна, чтобы получить уравнения неабелевой гравитации. Однако, если возможна реализация неабелева калибровочного поля вида

$$\Omega_\mu^{im} \partial_k \partial_n A_b^\mu + R_{m\mu}^k A_i^\mu = -S_m,$$

ей соответствует неабелево гравитационное поле

$$\Omega_\mu^{im} \partial_k \partial_n \Phi_{pb}^\mu + R_{m\mu}^i \Phi_{ip}^\mu = -\sigma_\mu \Phi_{mp}^\mu.$$

Поскольку в электродинамике скорости (v_g, v_ϕ) и частоты (ω_J, ω_B) меняются динамически из-за группы когомологий, а им соответствует, по аналогии с механикой, изменение массы, возникает предположение, что динамика электрического заряда основана на когомологических величинах, которые входят в уравнения для неабелева гравитационного поля.

Поскольку скорость электромагнитного поля входит в уравнение для четырехпотенциалов через тензор калибровочного поля

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m,$$

соединяя между собой пространственные и временные производные, скорость гравитации будет зависеть от значений, принимаемых множителями в связях

$$A_n = a K^{\mu} \Phi_{\nu\mu}.$$

Определив скорость гравитонов практически, можно будет научиться пользоваться ими. Так как нотоны и гравитоны аналогичны по уравнениям, возможно, что они аналогичны по своей структуре и по поведению. Скорость гравитонов c , следуя [17], будем считать существенно большей скорости света в вакууме:

$$c_g = 10^7 \div 10^{30} c_0.$$

Заметим, что четырехпотенциал A_μ имеет теперь в физической теории два приложения: во-первых, через него задается антисимметричный тензор напряженности электромагнитного поля $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, во-вторых, он состоит из симметричного "гравитационного" тензора, если $A_\mu = k^\nu \Phi_{\nu\mu}$. Возможно, именно A_μ хранит в себе тайну взаимного превращения электрического заряда и массы. Калибровочная свобода в определении A_μ посредством слагаемых $\partial_\mu \varphi$ задает нулевой тензор, дополняющий F_{mn} . Но, как показано в разделе 3.6, уравнение Шредингера имеет дело как раз с такими вырожденными полями. По этой причине мы вправе считать, что калибровочная свобода показывает внутренние свойства и новые степени свободы поля, существенные и для анализа и для эксперимента.

1.9. ВАРИАНТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ИНЕРЦИИ

Показано, что учесть динамику инерции электромагнитного поля можно различными способами

1.9.1. Физический алгоритм

Сущность его состоит в том, что выполнено разделение инерции электромагнитного поля на собственную и несобственную части. Несобственная инерция нелинейно зависит от введенной новой физической величины, названной отношением w . Она управляет трансформацией скорости поля, так как

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{\alpha^2}\right) [(1-w)\vec{u}_{f\perp} + w\vec{u}_m]$$

зависит от

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)].$$

Ввести w и $\vec{u} = \vec{u}(w, \vec{u}_m, \vec{u}_{f\perp})$ в уравнения Максвелла можно через векторные связи между полями и индукциями, не используя ни метрики Минковского, ни группы Лоренца. Фактически так выполнено расширение физической модели без изменения динамических уравнений. Основное внимание уделено физическим факторам в предположе-

ния, что ранее в модели не все было учтено и что необходимо нелинейное по w изменение теории с явным учетом в ней скорости движения источника излучения. При этом сохранено представление об абсолютной длине и времени, соответствующее модели Ньютона.

Заметим, что для собственной инерции поля показатель преломления n управляет скоростью, задавая величину c/n и потому n аналогичен w . Тензор $\varepsilon^u = \mu^{-\frac{1}{2}} \text{diag}(1, 1, 1, \mu\varepsilon)$ аналогичен $g^u = \text{diag}(1, 1, 1, w)$. Следовательно, собственная инерция уже давно подсказывала структуру несобственной инерции.

1.9.2. Обобщенный тензорный алгоритм

Он имеет в качестве исходной позиции предположение, что поля F_{mn} и индукции H^{ik} связаны тензором Ω^{im} :

$$H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

где $\Omega^{im} = a \tilde{g}^{im} + b \tilde{u}^i \tilde{u}^m$, $u^i = \frac{dx^i}{dg}$, $dg^2 = g_{im} dx^i dx^m$. Тогда, используя асимптотику, соответствующую скорости $\tilde{u} = 0$, получено выражение для "метрического тензора" проявлений инерции:

$$g^u = \text{diag}(1, 1, 1, w),$$

где w - свободный параметр теории, а выражение для четырехскорости не определено. Полагая, что

$$\dot{u}^i = (1 - \dot{w}) u_{,i} + w u_{,i},$$

а также выбирая

$$a = \frac{1}{\sqrt{\mu}}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right),$$

мы получаем тензор Ω^{im} , дающий соответствие с физическим алгоритмом анализа инерции. При таком подходе нет необходимости рассматривать $g_{,i}$ как метрику пространства-времени. Она является тензором, необходимым для вывода связей между полями и индукциями, что позволяет рассматривать физические явления в $R^3 \times T^1$ и анализировать их в рамках абсолютного времени и абсолютной длины. "Метрику" можно получить иначе: ввести конформный множитель φ в каноническую метрику Минковского

$$\hat{g}^u = \varphi \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

а затем выполнить эквивалентные преобразования, которые сохраняют "объем событий". Тогда получим

$$\tilde{g}^u = \text{diag}(1, 1, 1, \varphi^4 \cdot 1).$$

Полагая

$$\varphi^4 = w,$$

имеем вариант, проанализированный в разделе 1.1, свидетельствующий о том, что конформная метрика может рассматриваться как "источник" отношения – фактора, динамически меняющего несобственную инерцию электромагнитного поля.

1.9.3. Алгоритм представлений групп

Полагая, что физическая модель может быть с достаточной полнотой охвачена теорией представления групп, примем точку зрения, что динамике инерции поля соответствуют нелинейные представления группы $GL(4, R)$. Для кинематического описания соотношения параметров, без учета их динамики, считаем достаточными линейные представления $GL(4, R)$, допуская, что для всех возможных пар состояний поля найдется элемент группы, связывающий их.

Построим нелинейное представление $G=GL(4, R)$ стандартным образом, используя функции на фактор-группе G/H , где H – нормальная подгруппа группы G . Для линейной группы, как хорошо известно, $H=SL(4, R)$. Тогда

$$\lambda_g = \det g \in G / H$$

есть гомоморфизм группы $GL(n, R)$ в группу R_0^+ действительных чисел, не равных нулю. Установим соответствие $w = \lambda_g$, полагая, что мы получаем новый физический фактор модели, учитывающей динамику несобственной инерции электромагнитного поля. Задавая зависимость $\vec{u} = \vec{u}(\lambda_g, \vec{u}_1, \dots, \vec{u}_m)$, а также дополнительно используя λ_g как весовую функцию, мы имеем обобщенные связи между полями и индукциями, которые могут быть соотнесены как к физическому, так и к тензорному алгоритму. Следовательно, истоки теории, задающей динамику несобственной инерции поля, можно искать в нелинейных представлениях групп.

1.9.4. Алгебраический алгоритм

Согласно ему, мы изначально записываем уравнения физической модели в главном дважды расслоенном (по G_a и G_b) многообразии, используя полученные в главе 3 выражения для векторных полей

$$Q_* = \varepsilon_{kl}^{\eta} g^{kl} \varphi' X_i \partial_i (\delta_{mn} Y^m \Psi^n \Pi^*)$$

и дифференциальных 1-форм со значениями в алгебре Ли группы $V(4)$

$$Q^* = \varepsilon_{kl}^{\eta} p^{kl} \Phi' \sigma_m \sigma_m X^m dx^n (\delta_{\sigma\eta} Y^\sigma \Psi^\eta \Pi^*),$$

где (∂_i, dx^n) – базовые векторы и ковекторы многообразия M ; (X_i, Y^m) – реперы (образующие) структурных групп или моноидов; Ψ^n – компоненты волновых функций.

Чтобы получить согласование с опытом, следующее из физического алгоритма анализа динамики инерции, в этом варианте необходимо поступить так:

- считать, что величины p^{kl} могут меняться и ввести в них зависимость от w ;
- изменения выполнить только в связях и они должны быть частичными;
- от дифференциалов dx^n перейти к четырехскоростям $dx^k \Rightarrow u^k = dx^k / dp$;
- ввести в уравнения зависимость типа $u^i = u^i(w, u'_1, \dots, u'_m)$.

Следовательно, при учете алгебраической структуры физической модели можно прийти к реальному соотношению с практикой только после выполнения дополнительных условий, которые не всегда ясны и не всегда просты. Однако этот путь представляется

общим. Принципиально ново в нем то, что одни элементы модели могут меняться, а другие оставаться неизменными, что зависит от их роли и места в теории.

1.9.5. Когомологический алгоритм

Следуя де Раму, введем нульмерную группу когомологий дифференциальных форм $H^0(u)$, которая задается 0-формами - скалярными функциями w , полагая, что так всегда нужно делать, если необходимо описать динамику несобственной инерции электромагнитного поля. 0-формы заданы на многообразии M , в котором рассматривается явление. Каждая его точка $x_0 \in u$ может рассматриваться как нульмерный цикл. Если две точки x_0 и x_1 принадлежат одной и той же односвязной области пространства M , то соответствующие нульмерные циклы гомологичны друг другу. Это справедливо потому, что путь x_t , $0 \leq t \leq 1$, соединяющий x_0 и x_1 , можно рассматривать как одномерную поверхность, граница которой есть $x_1 - x_0$. Тогда функции $w = (0 \div 1)$ образуют группу, изоморфную R^1_0 в интервале $(0 \div 1)$. Она может использоваться для превращения S -симметрии в SH -симметрии (симметрии активного типа), если их задать зависящими от физических параметров, как это делается в физическом алгоритме анализа (глава 2).

Аналогично группа $H^0(G, A)$ может быть определена для группы G и модуля A , задавая группу когомологий Хохшильда. При таком подходе мы фактически признаем, что динамикой несобственной инерции электромагнитного поля "управляет" нульмерная группа когомологий Рама или нульмерная группа когомологий Хохшильда. Понятно, что они должны быть определены таким образом, чтобы их можно было использовать в конкретной физической модели. Новизна здесь состоит в том, что предполагается подчинение групп когомологий динамическим уравнениям с явной зависимостью от физических параметров конкретной задачи. Нахождение уравнений динамики когомологий и присоединение их к модели, описывающей поведение поля, является самостоятельной и сложной проблемой. Согласно разделу 1.1 скорость \vec{u}_μ динамически способна перейти в частоту ω , что означает изменение топологии движений электромагнитного поля.

1.9.6. Дифференциально-геометрический алгоритм

Примем точку зрения, что частицы с нулевым зарядом, следуя концепции Эйнштейна, подчиняются несобственной силе (раздел 1.2.1), имеющей дифференциально-геометрическую природу, которая проявляется в физической модели через метрику $g_{\mu\nu}$ и связность Γ'_{jk} . Эти величины задают поведение управляющего воздействия - инерции поля, формируя, согласно главе 3, пространство событий SE . Построим его по аналогии с ньютоновским пространством R^3 и абсолютным временем T^1 , полагая, что их можно соединить в единый четырехмерный комплекс, как это предложил Минковский, однако при произвольной связи R^3 и T^1 . Тогда имеем, например, метрику событий SE в виде $\tilde{g}^{\mu\nu} = diag(1, 1, 1, w)$. Понятно, что этого мало. Дополнительно нужно найти место $\tilde{g}^{\mu\nu}$ в физической модели, как это сделано в разделе 1.1. Корректность выбора $(\tilde{g}^{\mu\nu}, \tilde{\Gamma}'_{jk})$ следует проверять из согласования решений обобщенной модели с опытом.

Следовательно, существует много вариантов и возможностей учета динамики несобственной инерции поля в физической модели. Их выбор обычно диктуется дополнитель-

ными условиями, которые нужно принять во внимание, чтобы достичь полноты расчетов и ясности в понимании их результатов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложено обобщение электродинамики Максвелла в движущихся средах, которое, во-первых, не использует специальной теории относительности Эйнштейна, во-вторых, в расчете и эксперименте базируется на пространстве Ньютона, в-третьих, в нем естественны сверхсветовые скорости, указаны условия, где и как их обнаружить, в-четвертых, оно единственным образом описывает классические эксперименты Бредли, Майкельсона, Физо, Допплера. Обнаружен неизвестный ранее динамический механизм преобразования скорости, задающей несобственную инерцию поля, в собственную частоту электромагнитного поля. Показано, что ненулевая масса покоя может быть конечной при скорости тела, равной скорости света в вакууме.
2. Выделены факторы собственной и несобственной инерции электромагнитного поля. Они представлены внешними, внутренними и связанными составляющими. Калибровочная группа $\alpha(x)$ электромагнитного поля дополнена группой управления $w(x)$ и группой смешения $\chi(x)$ параметров инерции. Показано, что в расчете и в эксперименте проявляется их смесь, что усложняет анализ динамики инерции.
3. Выделены стадии динамического процесса изменения несобственной инерции электромагнитного поля. Предложен вариант моделирования ее динамики на основе изучения геодезических расслоенного многообразия, в котором четырехскорости выполняют роль координат базы, четырехвращения - роль координат слоя. Представлена схема элементов, относящихся к анализу динамики несобственной инерции электромагнитного поля.
4. Методологически проанализирована вся совокупность граней и факторов инерции электромагнитного поля, которые следуют из структуры электродинамики Максвелла, свободной от ограничений на скорость. Указаны новые возможности обобщения физических моделей.
5. Показано, что электродинамика Максвелла без ограничения скорости использует сложные связи между полями и индукциями, которые трудно получить из вариационного формализма. Указано, что требуемый из физических соображений композит - нетензорный объект, приспособлен к построению нелинейного представления теории Максвелла в группе общих линейных преобразований $GL(4, R)$. По аналогии с теорией Эйнштейна предложено описывать динамику инерции электромагнитного поля через динамику композитного поля гравитационного типа.
6. Показано, что допустима электродинамика Максвелла в вакууме, существенно более сложная стандартной схемы, согласно которой $\bar{D} = \bar{E}, \bar{B} = \bar{H}$. В новом подходе ни группа Галилея, ни группа Лоренца не нужны, если нет относительных скоростей. При ненулевых относительных скоростях в вакууме нужно использовать группу Галилея и некорректно использование, без дополнительных условий, группы Лоренца.

7. Используя уравнения Максвелла со сверхсветовыми скоростями и скрытые поля, выведены уравнения для четырехпотенциалов и обобщенное калибровочное условие. Сделано предположение, что их можно использовать для описания квантовых состояний частиц света, названных нотонами.
8. На основе аналоговой связи между уравнениями Максвелла и уравнениями релятивистской теории гравитации Логунова получено их обобщение, соответствующее неограниченным скоростям. Предложено сопоставлять каждому калибровочному полю, в том числе и неабелевому, свое гравитационное поле. Аналоговая связь калибровочного и гравитационного полей рассматривается как функциональное условие их единства в теории и в эксперименте.

ГЛАВА 2

КОГОМОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

"Куда бы ты ни взглянул с настоящим живым любопытством тебе откроются недра полные тайн, и ты почувствуешь что их богатства неисчерпаем "

Гротендиц А

Введение	59
2.1. Пространственно-когомологические, SH -симметрии в электродинамике	60
2.2. Новые возможности SH -симметрий.....	68
2.3. Скрытые возможности SH -симметрий	74
2.4. Топологическая активность инерции в электродинамике Максвелла	81
2.5. Когомологическая активность в электродинамике Максвелла.....	86
2.5.1. Двойное сплетение алгебры заполнения физической модели	86
2.5.2. Когомологическая неполнота квантовой электродинамики	87
2.5.3. Обновление квантовой теории с учетом когомологической активности ..	89
2.6. Сущность активной когомологической деформации физических моделей и их симметрий	90
2.7. Новое использование симметрий.....	93
2.8. Сравнение механизмов спонтанного и когомологически активного нарушения симметрий	96
Заключение.....	98

ВВЕДЕНИЕ

Важная роль пространственно-временных (S -симметрий) в физике обусловлена многими обстоятельствами. Во-первых, симметрия оставляет инвариантной систему уравнений, описывающую явление. Она позволяет "переводить" одни решения в другие и по этой причине является основой кинематического описания физических явлений. В частности, она позволяет связать между собой асимптотические состояния до взаимодействия и после него, задавая алгоритм описания явления без учета деталей его динамики. Именно так используется, как показано в [17], группа Лорентца в электродинамике движущихся сред. Во-вторых, в рамках лагранжева формализма, следуя теореме Нетер, симметрия задает законы сохранения, присущие физическому явлению, что позволяет упростить анализ явления. В третьих, S -симметрия связана со свойствами пространства-времени, она содержит когомологии в пассивной форме, характеризуя его топологические свойства.

В данной главе мы частично изучим топологические свойства электромагнитных явлений. Используем для этого пространственно-когомологические или SH -симметрии: те преобразования координат и времени, которые зависят от комологий алгебры заполнения физической модели (согласно их определению в разделе 3.1).

Обычно физическое явление допускает широкий класс симметрий, и далеко не каждая из них имеет экспериментальное подтверждение. Кроме этого, симметрия лишь косвенно устанавливает законы взаимодействия, присущие явлению.

Идеальной, с позиции физического использования, следует считать ту симметрию, которая способна "охватить" динамику явления. При локальном описании это означает задание таких параметров симметрии, которые меняются согласованно с взаимодействием: тогда SH -симметрия "несет на себе" взаимодействие. Назовем такие симметрии активными. По-видимому, чем "тоньше" структура симметрии, тем большими возможностями она может обладать. Их нужно найти и научиться пользоваться ими. В данной главе в электродинамике Максвелла указан класс SH -симметрий. Для этой цели обобщена группа Лорентца, используя инвариантные величины, взятые из гомологической алгебры.

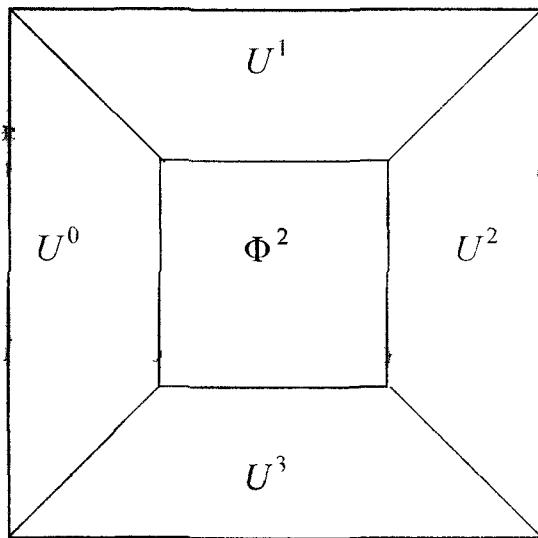
Показано также, что к модели электромагнитных явлений со сверхсветовыми скоростями можно прийти из стандартной теории на основе когомологически активных SH -симметрий.

Проанализированы возможности и в том числе скрытые свойства активных SH -симметрий. Исследована топологическая активность инерции в электродинамике Максвелла.

Сформулирована проблема активной когомологической деформации физической модели и ее симметрий. *Показано, что пассивные SH -симметрии содержат в себе специальную теорию относительности, сохраняя и развивая ее*

Указан алгоритм учета влияния измерительных устройств на инерционные параметры электромагнитного поля, основанный на использовании нульмерных когомологий, соответствующих симметрии физической модели.

2.1. ПРОСТРАНСТВЕННО-КОГОМОЛОГИЧЕСКИЕ, SH-СИММЕТРИИ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ



На основе предположения, что центр группы $V(4)$ посредством которой электродинамика Максвелла задана в форме GAG-модуля, комологически "активен" и является оператором сплетения для S-симметрии Лорентца, получен класс SH-симметрии Лорентца в которых группа управления динамикой несобственной инерции в электромагнитного поля "встроена" в S-группу. В рамках SH-симметрий рассмотрены разные стадии динамики инерции поля. Показано, что из локальной инвариантности уравнений Максвелла относительно SH-симметрий следуют обобщенные уравнения связей для полей и индукций, частично задающие динамический механизм изменения инерции электромагнитного поля.

В главе 3 показано, что уравнения электродинамики Максвелла выражаются в форме GAG-модуля через подгруппы a^i, b^i , группы $V(4)$. Ее центр есть единичная матрица. Она определена с точностью до умножения на скалярные функции $(\pm \varphi)$. В координатах $x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z, x^0 = ct$ отождествим ее с контравариантной метрикой пространства событий SE (глава 4) в канонической форме

$$E_* = g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

Примем точку зрения, что единица группы $V(4)$ является частным случаем общей конструкции $E \cdot (\pm \varphi)$, преобразованной к виду

$$\tilde{E} = \tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, \Phi).$$

Поскольку детерминант матрицы есть скалярная плотность веса +2, выполним его обезразмеривание, разделив на нормированную скалярную плотность, соответствующую $\Phi_* = 1$. Получим скалярный функционал $\Phi = \det \tilde{E} / \det E_*$.

Согласно определению, группа когомологий $H^0(G, A)$ для группы G со значениями в A изоморфна группе инвариантных элементов

$$A^\circ = \{a \in A \mid g a = a, \quad \forall g \in G\}.$$

В рассматриваемом случае инвариантными элементами являются введенные скаляры $\Phi = a = w$, потому что они преобразуются по тривиальному представлению группы G .

Назовем SH -симметрии с использованием $H^0(G, A)$ нульмерными пространственно-когомологическими преобразованиями и будем обозначать их SH^0 . Поскольку в главе 2 рассматривается только такой вариант, допустим отождествление обозначений SH и SH^0 . Будем считать, как это принято в электродинамике со сверхсветовыми скоростями согласно главе 1, что величина Φ подчинена уравнению

$$\frac{d\Phi}{d\xi} = -P_0(\Phi - 1), \quad \xi = \frac{\rho}{\rho_0},$$

введя таким способом динамику в активный центр алгебры SH^0 -симметрии, очевидно, являются вариантом углубления S -симметрий до уровня учета $H^0(G, A)$ когомологий. Их динамика является принципиально новой чертой пространственно-временных преобразований. Она не учитывалась ранее в электродинамике.

Известно, что бесконечно малые S -симметрии могут быть записаны в форме

$$dx^\mu' = (I + \Gamma_\zeta \Theta^\zeta)^\mu_v dx^v,$$

где dx^μ' , dx^μ - дифференциалы координат, взятые относительно некоторой точки $M(x, t)$ пространственно-временного многообразия, Γ_ζ - генераторы вращений (система матриц), Θ^ζ - параметры группы вращений. Деформация генераторов симметрии в виде

$$\tilde{\Gamma}_\zeta = Q^{-1} \Gamma_\zeta Q,$$

где Q - оператор сплетения, задает класс эквивалентных представлений конгруэнцию для данной S -симметрии. Покажем, что использование в роли оператора сплетения активной единицы группы $V(4)$ приводит к SH -симметриям. Действительно, пусть $Q = \tilde{E}$. Для нахождения SH -симметрий используем определение бесконечно малой симметрии, принадлежащей к указанному классу эквивалентности:

$$dx^\mu' = (I + \tilde{\Gamma}_\zeta \Theta^\zeta)^\mu_v dx^v.$$

Рассмотрим преобразования Лоренца, оставив отличным от нуля только один параметр $\Theta = \Theta^4 \neq 0$. Для $\tilde{\Gamma}_4$ имеем

$$\tilde{\Gamma}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\Phi^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Phi & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Заметим, что значение Φ может быть положительным, действительным или мнимым. Тогда

$$dx^1' = dx^1 - \Phi^{-1}\Theta dx^0, \quad dx^0' = dx^0 + \Phi\Theta dx^1, \quad dx^2' = dx^2,$$

Конечные преобразования таковы:

$$dx^1' = dx^1 \cos \Theta - i c dt \Phi^{-1} \sin \Theta, \quad dx^2' = dx^2,$$

$$dt' = dt \cos \theta - \frac{i}{c} \Phi \sin \Theta dx^1,$$

Используем условие, что начало штрихованной системы координат K' имеет скорость v по оси K . Отсюда

$$\tan \Theta = -i \Phi \frac{v}{c},$$

$$\cos \Theta = \left(1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad \sin \Theta = \pm i \frac{v}{c} \Phi \left(1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Имеем преобразования координат

$$dx' = \frac{dx - v dt}{\left(1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - \Phi^2 \frac{v}{c^2} dx}{\left(1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Для когомологически пассивной симметрии, когда $\Phi = const$, получаем

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \Phi^2 \frac{v}{c^2} x}{\left(1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Заметим, что группа симметрий при $\Phi = i \tilde{\Phi}$, где $\tilde{\Phi}$ - действительное число, задает преобразования

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 + \tilde{\Phi}^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t + \tilde{\Phi}^2 \frac{v}{c^2} x}{\left(1 + \tilde{\Phi}^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Нами получен класс SH -симметрий для досветовых и сверхсветовых скоростей, которым соответствуют инвариантные метрические тензоры:

$$g_{ij} = diag(1, 1, 1, -1) \quad \text{и} \quad r_{ij} = diag(1, 1, 1, 1).$$

Следовательно, учет когомологической активности позволяет естественным путем ввести в теорию физических явлений фундаментальную пару метрик.

Заметим, что для получения активных симметрий можно использовать также подгруппу $\{c'\}$ группы $V(4)$, так как деформации

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi \end{pmatrix}, \quad \tilde{c}^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Phi \end{pmatrix},$$

$$\tilde{c}^1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi \end{pmatrix}, \quad \tilde{c}^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi \end{pmatrix}$$

задают одно и тоже преобразование координат вида

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\left(1 + \Phi^2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt + \Phi^2 \frac{v}{c^2} dx}{\left(1 + \Phi^2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Покажем, что уравнения Максвелла инвариантны относительно SH-симметрий для любого значения $\Phi^2 = const$. Это позволяет получить систему уравнений, описывающую сверхсветовые движения, заменив в физической модели Φ^2 на $-\Phi^2$.

Получим связи между полями и индукциями, соответствующие указанным преобразованиям. Тогда, полагая $-\Phi^2 = w$, имеем

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma \frac{\partial}{\partial x'} - \gamma \frac{vw}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -v\gamma \frac{\partial}{\partial x'} + \gamma \frac{\partial}{\partial t'},$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x \frac{vw}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{u_y}{\gamma \left(1 - u_x \frac{vw}{c^2}\right)}, \quad u'_z = \frac{u_z}{\gamma \left(1 - u_x \frac{vw}{c^2}\right)},$$

где $\gamma = (1 - wu^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

Дадим прямое доказательство инвариантности уравнений электродинамики. Запишем уравнения Максвелла в декартовых координатах. Пусть

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t},$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t},$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0.$$

Используя преобразования производных, имеем

$$\gamma \frac{\partial B_x}{\partial x'} = v \gamma \frac{w}{c^2} \frac{\partial B_x}{\partial t'} - \frac{\partial B_y}{\partial y'} - \frac{\partial B_z}{\partial z'}.$$

Аналогично

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial B_\xi}{\partial t} = -\gamma \frac{1}{c} \frac{\partial B_\xi}{\partial t'} + \gamma \frac{v}{c} \frac{\partial B_\xi}{\partial x'},$$

где ξ принимает значение x, y, z . Получим

$$\frac{\partial}{\partial y'} \left[\gamma \left(E_z + \frac{v}{c} B_y \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z'} \left[\gamma \left(E_y - \frac{v}{c} B_z \right) \right] = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'} \left[\gamma \left(E_z + \frac{v}{c} B_y \right) \right] = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t'} \left[\gamma \left(B_y + \frac{v}{c} w E_z \right) \right],$$

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\gamma \left(E_y - \frac{v}{c} B_z \right) \right] - \frac{\partial E_y}{\partial y'} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t'} \left[\gamma \left(B_z - \frac{v}{c} w E_y \right) \right].$$

Выведенные уравнения совпадут по виду с исходными, если

$$E'_x = E_x, \quad E'_y = \gamma \left(E_y - \frac{v}{c} B_z \right), \quad E'_z = \gamma \left(E_z + \frac{v}{c} B_y \right),$$

$$B'_x = B_x, \quad B'_y = \gamma \left(B_y + \frac{v}{c} w E_z \right), \quad B'_z = \gamma \left(B_z - \frac{v}{c} w E_y \right)$$

Выражения нештрихованных компонент через штрихованные таковы:

$$E_x = E_x, \quad E'_y = \gamma \left(E_y + \frac{v}{c} B_z \right), \quad E'_z = \gamma \left(E_z - \frac{v}{c} B_y \right),$$

$$B_x = B_x, \quad B'_y = \gamma \left(B_y - \frac{v}{c} w E_z \right), \quad B'_z = \gamma \left(B_z + \frac{v}{c} w E_y \right).$$

Используя их, получим

$$\gamma \left(\frac{\partial B'_x}{\partial x'} + \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'} \right) - \gamma \frac{v}{c} w \left(\frac{1}{c} \frac{\partial B'_x}{\partial t'} + \frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'} \right) = 0.$$

Поскольку

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B'_x}{\partial t'} + \frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'} = 0$$

и $\gamma \neq 0$, имеем

$$\frac{\partial B'}{\partial x'} + \frac{\partial B'}{\partial y'} + \frac{\partial B'}{\partial z'} = 0.$$

Инвариантность первой группы уравнений Максвелла доказана.

Рассмотрим вторую пару уравнений. В декартовых координатах

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \rho u_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t},$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} - \frac{\partial H_x}{\partial x} = \frac{1}{c} \rho u_y + \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t},$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H_y}{\partial y} = \frac{1}{c} \rho u_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t},$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho.$$

Из преобразования частных производных получим

$$\gamma \frac{\partial D_z}{\partial x'} = v \gamma \frac{w}{c^2} \frac{\partial D_z}{\partial t'} - \frac{\partial D_y}{\partial y'} - \frac{\partial D_z}{\partial x'} + \rho.$$

Для других компонент производные по времени равны

$$\frac{1}{c} \frac{\partial D_\xi}{\partial t} = \frac{\gamma}{c} \frac{\partial D_\xi}{\partial t'} - v \frac{\gamma}{c} \frac{\partial D_\xi}{\partial x'},$$

где ξ принимает значения x, y, z . Из указанных соотношений следует, что

$$\frac{\partial}{\partial y'} \left[\gamma \left(H_z - \frac{v}{c} D_y \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z'} \left[\gamma \left(H_y + \frac{v}{c} D_z \right) \right] = \frac{1}{c} \rho (u_z - v) \gamma + \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'} \left[\gamma \left(H_z - \frac{v}{c} D_y \right) \right] = \frac{1}{c} \rho u_y + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t'} \left[\gamma \left(D_z - \frac{v}{c} w H_z \right) \right],$$

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\gamma \left(H_y + \frac{v}{c} D_z \right) \right] - \frac{\partial H_x}{\partial y'} = \frac{1}{c} \rho u_z + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t'} \left[\gamma \left(D_z + \frac{v}{c} w H_y \right) \right].$$

Выберем соотношения

$$D'_x = D_x, \quad D'_y = \gamma \left(D_y - \frac{v}{c} w H_z \right), \quad D'_z = \gamma \left(D_z + \frac{v}{c} w H_y \right),$$

$$H'_x = H_x, \quad H'_y = \gamma \left(H_y + \frac{v}{c} D_z \right), \quad H'_z = \gamma \left(H_z - \frac{v}{c} D_y \right),$$

$$D_x = D'_x, \quad D_y = D'_y + \frac{v}{c} w H'_z, \quad D_z = \gamma \left(D'_z - \frac{v}{c} w H' \right),$$

$$H_x = H'_x, \quad H_y = \gamma \left(H'_y - \frac{v}{c} D'_z \right), \quad H_z = \gamma \left(H'_z + \frac{v}{c} D'_x \right).$$

Найдем условия, при которых инвариантно выражение $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$. Имеем

$$\lambda \left(\frac{\partial D'_x}{\partial x'} + \frac{\partial D'_y}{\partial y'} + \frac{\partial D'_z}{\partial z'} \right) + \gamma \frac{v}{c} w \left(\frac{\partial H'_z}{\partial y'} - \frac{\partial H'_y}{\partial z'} - \frac{1}{c} \frac{\partial D'_x}{\partial t'} \right) = \rho.$$

Поскольку

$$\frac{\partial H'_z}{\partial y'} - \frac{\partial H'_y}{\partial z'} - \frac{1}{c} \frac{\partial D'_x}{\partial t'} = \frac{1}{c} \gamma \rho (u_y - v),$$

то

$$\frac{\partial D'_x}{\partial x'} + \frac{\partial D'_y}{\partial y'} + \frac{\partial D'_z}{\partial z'} = \gamma \rho \left(1 - \frac{u_y v}{c^2} w \right) = \rho'.$$

Тогда, используя связь компонент скоростей, получим

$$\frac{1}{c} \rho \gamma (u_y - v) = \frac{1}{c} \rho' u'_y,$$

$$\frac{1}{c} \rho u_y = \frac{1}{c} \rho' u'_y, \quad \frac{1}{c} \rho u_z = \frac{1}{c} \rho' u'_z.$$

Вторая пара уравнений Максвелла запишется в виде:

$$\frac{\partial H'_z}{\partial y'} - \frac{\partial H'_y}{\partial z'} = \frac{1}{c} \rho' u'_x + \frac{1}{c} \frac{\partial D'_x}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial H'_x}{\partial z'} - \frac{\partial H'_z}{\partial x'} = \frac{1}{c} \rho' u'_y + \frac{1}{c} \frac{\partial D'_y}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial H'_y}{\partial x'} - \frac{\partial H'_x}{\partial y'} = \frac{1}{c} \rho' u'_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D'_z}{\partial t'}.$$

Доказательство инвариантности второй группы уравнений Максвелла завершено. Рассмотрим теперь вопрос об инвариантности материальных уравнений. Нетрудно видеть, что они удовлетворяют условиям симметрии, так как

$$\vec{D} \rightarrow \vec{B}, \quad \vec{E} \rightarrow \vec{H}, \quad \vec{H} \rightarrow \vec{E}, \quad \vec{B} \rightarrow \vec{D}, \quad \varepsilon \rightarrow \mu, \quad \mu \rightarrow \varepsilon.$$

Аналогичным условиям удовлетворяют преобразования для полей. Это позволяет ограничить анализ инвариантности рассмотрением одного векторного уравнения. Пусть в системе K'

$$\mu \left(\vec{H}' + \left[\vec{D}', \frac{\vec{u}'}{c} \right] \right) = \vec{B}' + w \left[\vec{E}', \frac{\vec{u}'}{c} \right]$$

Следствием его является

$$\mu(\vec{H}', \vec{u}') = (\vec{B}', \vec{u}'),$$

где \vec{u}' - скорость движения в K' . Проведем необходимые преобразования, используя соотношения между компонентами полей. Имеем

$$\begin{aligned} \mu \left[H_x + \left(D_x \frac{u_z}{c} - D_z \frac{u_x}{c} \right) - \frac{vw}{c^2} (H_y u_x + H_z u_y + H_x u_z) \right] &= \\ &= B_x + w \left(E_x \frac{u_z}{c} - E_z \frac{u_x}{c} \right) - \frac{vw}{c^2} (B_y u_x + B_z u_y + B_x u_z), \\ \mu \left[(H_y u_x + H_z u_y + H_x u_z) - v \left(H_y + D_y \frac{u_z}{c} - D_z \frac{u_y}{c} \right) \right] &= \\ &= (B_y u_x + B_z u_y + B_x u_z) - v \left[B_y + w \left(E_y \frac{u_z}{c} - E_z \frac{u_y}{c} \right) \right]. \end{aligned}$$

Из совместного решения этих уравнений следует, что

$$\begin{aligned} \mu \left(H_y + D_y \frac{u_z}{c} - D_z \frac{u_y}{c} \right) &= B_y + w \left(E_y \frac{u_z}{c} - E_z \frac{u_y}{c} \right), \\ \mu(H_y u_x + H_z u_y + H_x u_z) &= B_y u_x + B_z u_y + B_x u_z. \end{aligned}$$

Имеем y -компоненту

$$\mu \left[H_z + \left(D_z \frac{u_x}{c} - D_x \frac{u_z}{c} \right) \right] = B_z + w \left(E_z \frac{u_x}{c} - E_x \frac{u_z}{c} \right)$$

После преобразований легко убедиться в их инвариантности. Для остальных компонент выкладки аналогичны. Поскольку ситуация с $w=0$ соответствует группа Галилея, а значению $w=1$ - группа Лоренца, примем предположение, что обе группы **физически дополнительны**, охватывая разные ситуации. Мы имеем одну из нетривиальных иллюстраций возможностей когомологически пассивных SH -симметрий.

Понятно, что используя динамически зависимые или активные когомологии либо в физической модели, либо в SH -преобразованиях, мы достигаем нового качества теории. Цепочка их использования в физике будет показана далее, следуя разделам 2.2÷2.4. Введение активных когомологий в физическую модель, как и получение SH -преобразований, представляет собой самостоятельную проблему. Их алгоритмов может быть много. Один из них показан в разделе 2.1.

Он имеет отличительные черты:

- использование системы многообразий - топосы. В данном случае их минимальный набор образует пространство-время $M(x^k, t)$ и группа заполнения G_a ;
- использование величин, посредством которых задаются когомологии, например,

$$\tilde{g}^u = \text{diag}(1, 1, 1, \Phi^2).$$

в) введение когомологий в физическую модель. Согласно главе 1, это достигается на основе прямого использования \tilde{g}^u в связях для полей и индукций в электродинамике и дополнении \tilde{g}^u четырехскоростями $u^i = dx^i/d\tilde{g}$ вида $u^i = (1 - \Phi^2)u_{,k} + \Phi^2 u_{,m}$, задавая таким образом тензор Ω^{im} .

2.2. НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ SH-СИММЕТРИЙ

Указан общий метод получения когомологически активных SH-симметрий из обычных пространственно-временных S-симметрий на основе их деформации посредством параметрически зависимых операторов сплетения. Из S-преобразований Лоренца получена SH-симметрия Лоренца, содержащая группу управления в несобственной инерцией электромагнитного поля Найдена функция Грина для обобщенной системы уравнений электродинамики Максвелла. Рассмотрены случаи досветовых, световых и сверхсветовых движений. Указаны некоторые черты распространения излучения в среде при медленном изменении w.

SH-симметрии являются физическим расширением S-симметрий в том смысле, что они содержат в себе дополнительные возможности для анализа и интерпретации физических явлений. Рассмотрим, что это дает. Пусть модель физического явления задана уравнениями

$$\hat{L}\Psi = 0,$$

где \hat{L} - система дифференциальных операторов, Ψ - волновая функция. Пространственно-временная или S-симметрия модели содержит те дифференциальные операторы \hat{Q} , относительно которых инвариантны уравнения физической модели и которые переводят друг в друга их решения. Тогда

$$\hat{L}\hat{Q}\Psi - \hat{Q}L\Psi = 0.$$

S-симметрии соответствуют инфинитезимальные генераторы Γ_i и параметры группы Θ^a . Она имеет вид

$$dx^{\mu} = (I + \Gamma_i \Theta^i)^{\mu}_i dx^i.$$

Если модель физического явления может быть представлена в группе G в форме GAG-модуля, как указано в главе 3, назовем ее группой заполнения физической модели. Будем считать, что генераторы ее алгебры F являются частным случаем параметрически зависимых матриц $F \in \tilde{F}$, инвариантные полиномы $Sp \tilde{F}$ и $Det \tilde{F}$ для которых переменны и удовлетворяют уравнениям динамики. Пусть инвариант $Sp \tilde{F} = \tilde{\sigma}$

характеризует пространство событий SE для физической модели. Пусть инвариант

$$\text{Det } \tilde{F} = \tilde{w}$$

рассматривается как фактор динамики инерции явления.

Используем обобщенные генераторы алгебры заполнения как операторы сплетения для S -симметрий в форме

$$\tilde{\Gamma}_\zeta = \tilde{F}^{-1} \Gamma_\zeta \tilde{F}.$$

Рассмотрим инфинитезимальные преобразования

$$dx^\mu' = \left(I + \tilde{\Gamma}_\zeta \tilde{\Theta}^\zeta \right)_v^\mu dx^v,$$

им соответствующие, полагая, что параметры симметрии $\tilde{\Theta}^\zeta$ тоже могут зависеть от значений \tilde{w} , $\tilde{\sigma}$ инвариантных полиномов. Полученные таким образом симметрии "сплетают", в частности, S -симметрию с группой управления инерцией w , которая соответствует инвариантному скаляру

$$w = \frac{\text{Det } \tilde{F}}{\text{Det } F}.$$

Формы и виды "сплетения" симметрий могут быть разными. Предложенный вариант задает одну конкретную возможность. В рамках принятых допущений (поскольку $\tilde{\Gamma}_s$ и Θ^ζ зависят от w) имеем нелинейную зависимость SH -симметрий от w , так как

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - xv \frac{v}{c^2}}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad v = (1 - w)u_{\text{f}} + wu_m.$$

Тонкость состоит в том, что не только генераторы SH -симметрий, но и ее параметры Θ^ζ зависят от w . Представляет интерес случай, когда между собой сплетены несколько симметрий.

Рассмотрим вариант пассивной SH -симметрии, когда $w = \text{const}$. Отношению

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)]$$

соответствуют разные физические условия:

- а) $w = 0$ - вакуум;
- б) $0 < w < 1$ - разряженная газовая среда;
- в) $w = 1$ - "плотная" среда.

Поскольку предполагается, что $v = \text{const}$, из SH -симметрий имеем преобразования Лорентца, обобщенные с учетом w . Они переходят в стандартные при замене

$$\tilde{c} = c/\sqrt{w}.$$

По этой причине легко вывести уравнения Максвелла, обобщенные с учетом w . В связи для полей и индукций войдет скорость \tilde{v} , которая имеет ФОРМАЛЬНЫЙ смысл, потому что ни преобразования координат, ни указанная замена не имеют средств рас-

крыть ее. Дополнительный анализ инерции электромагнитного поля, выполненный в главе 1, показал, что

$$\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_\infty + w\vec{u}_m,$$

где \vec{u}_∞ - скорость первичного источника излучения, \vec{u}_m - скорость физической среды.

Следовательно, в общем случае недостаточно знать и использовать только SH-симметрию. Для согласующейся с опытом модели нужны дополнительные физические предположения. Рассмотрим поведение электромагнитного поля в ситуациях, соответствующих значениям $w = const$. Запишем полную систему уравнений электродинамики в $R^3 \times T^1$. Имеем

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\frac{\pi}{c} \vec{j},$$

$$\vec{D} + w[\vec{\beta} \times \vec{H}] = \varepsilon(\vec{E} + [\vec{\beta} \times \vec{B}]),$$

$$\vec{B} + w[\vec{E} \times \vec{\beta}] = \mu(\vec{H} + [\vec{D} \times \vec{\beta}]),$$

$$\vec{u}_m = (1 - w)\vec{u}_\infty + w\vec{u}_m, \quad \vec{\beta} = u_m/c,$$

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)], \quad P_0 \approx 7 \cdot 10^4.$$

Здесь $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{D})$ - поля и индукции, (\vec{j}, ρ) - плотности токов и зарядов, $\vec{\beta} = \vec{u}_m/c$. Найдем ее решения для фиксированных значений $w = [0 \div 1]$. Им соответствует распространение излучения в вакууме, разреженном газе постоянной плотности или однородной "плотной" среде. Введем векторный \vec{A} и скалярный φ потенциалы, полагая

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}.$$

Уравнения

$$\hat{L}\vec{A} = \frac{4\pi\mu}{c} \left\{ \vec{j} + \frac{k\Gamma^2}{\chi + w} \frac{u_m}{c} (\vec{w} \cdot \vec{j} - c^2 \rho) \right\},$$

$$\hat{L}\varphi = -4\pi\mu \frac{\Gamma^2}{w + \chi} \left\{ \rho \left(1 - \varepsilon\mu \frac{u_m^2}{c^2} \right) + \chi \frac{\vec{u}_m \cdot \vec{j}}{c^2} \right\}$$

содержат

$$\hat{L} = \left(\Delta - \frac{w}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \chi \frac{\Gamma^2}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_m \cdot \nabla \right)^2,$$

$$\chi = \varepsilon\mu - w, \quad \Gamma^2 = (1 - w\beta^2)^{-1}.$$

Условие калибровки вида

$$\left(\nabla \cdot \vec{A} + \frac{w}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) - \frac{\chi \Gamma^2}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_m \nabla \right) (\vec{u} \cdot \vec{A} - c \varphi) = 0$$

упростило их. Проанализируем распространения излучения от δ -образного мгновенного источника. Найдем функцию Грина для уравнений, полагая, что среда не имеет дисперсии, а ось Z цилиндрической системы координат направлена по скорости \vec{u}_m . Имеем

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu (r^2 + \xi^2)^{-1/2} \delta \left(t - \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1-w\beta^2)\sqrt{\varepsilon\mu}} (r^2 + \xi^2)^{1/2} \right),$$

$$\text{где } \xi = z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} u_m t, \quad r = \rho^2 \frac{\varepsilon\mu(1-w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

При $\beta = 0$ получим

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu \frac{1}{R} \delta \left(t - \frac{R\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \right),$$

где $R = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$ - расстояние от источника до точки наблюдения. В общем случае функция Грина отлична от нуля на эллипсоиде вращения, ось симметрии которого совпадает со скоростью \vec{u}_m . Анализ показал, что его центр перемещается со скоростью

$$u_0 = \frac{u_m (\varepsilon\mu - w)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}$$

Для групповой скорости поля в нерелятивистском приближении модель дает следующую зависимость от w , \vec{u}_n , \vec{u}_m :

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2} \right) [\vec{u}_n (1-w) + w \vec{u}_m]$$

Найдем решения обобщенной системы уравнений Максвелла при условии незначительного изменения параметров среды на расстояниях порядка длины волны. Тогда частота ω и волновой вектор \vec{k} будут связаны дисперсионным уравнением вида

$$c^2 k^2 = w\omega^2 + \Gamma^2 (\varepsilon\mu - w)(\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_m)^2.$$

Из него следует выражение для групповой скорости поля. Имеем

$$\vec{v}_g = c \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} = c \frac{\vec{k} + k\Gamma^2 c^{-2} \vec{u}_m (\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_m)}{\frac{\omega w}{c} + k\Gamma^2 c^{-1} (\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_m)}$$

Рассмотрим распространения света в вакууме. Тогда

$$\vec{v}_\phi = \{c + (1-w)u \cos \Theta\} \frac{\vec{k}}{k}, \quad \vec{v}_g = \vec{c} + (1-w)\vec{u}.$$

При $w=1$ скорость света не зависит от величины \vec{v} , при $w=0$ имеет место сложение скоростей по векторному закону. Величина $\xi = 1-w$ дает меру влияния скорости \vec{v} на скорость поля. В вакууме, из физических соображений, скорости \vec{v} соответствует скорость движения источника поля. Если $w=1$, эта скорость не проявляется в экспериментах, если $w=0$, то ее можно обнаружить.

Рассмотрим теперь распространение электромагнитного поля в случае, когда происходит медленное изменение w . Будем считать, что справедливы материальные уравнения, полученные ранее. Пусть выполняется приближение геометрической оптики, в котором w, \vec{k} локально постоянны. Выразим индукции через поля:

$$\vec{B} = \frac{1}{1 - \epsilon\mu\beta^2} \left\{ \mu(1 - w\beta^2) \vec{H} + (\epsilon\mu - w)[[\vec{E} \cdot \vec{\beta}] - \mu\vec{\beta}(\vec{\beta} \cdot \vec{H})] \right\},$$

$$\vec{D} = \frac{1}{1 - \epsilon\mu\beta^2} \left\{ \epsilon(1 - w\beta^2) \vec{E} + (\epsilon\mu - w)[[\vec{\beta} \cdot \vec{H}] - \epsilon\vec{\beta}(\beta \cdot \vec{E})] \right\}.$$

Ограничимся случаем малых скоростей, когда $\beta^2 \ll 1$. Тогда

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + [\vec{G} \times \vec{E}], \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} - [\vec{G} \times \vec{H}],$$

где $\vec{G} = -(\mu\epsilon - w)\vec{\beta}$. Имеем для луча локальное дисперсионное уравнение

$$(\vec{k} - \vec{G})^2 = n^2,$$

где $\vec{k} = \nabla\psi$, ψ - эйконал, n - показатель преломления. Ему соответствует гамильтониан

$$H = 0.5 \left[(\vec{k} - \vec{G})^2 - n^2 \right].$$

Из уравнений Гамильтона-Якоби для H следует, что в области с изменением w касательный к лучу вектор $d\vec{r}/ds$ не параллелен градиенту эйконала, а изменение импульса определяется поведением \vec{G} . Чтобы было более удобно анализировать частные случаи, преобразуем функцию Грина. Используем соотношение из теории δ -функций, полагая

$$\delta(f(t)) = \sum_s \frac{\delta(t_1 - t_s)}{|f'(t_s)|},$$

где $f(t) = t - \frac{1}{c} \frac{\epsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1 - w\beta^2)\sqrt{\epsilon\mu}} \left\{ \rho^2 \frac{\mu(1 - \mu\beta^2)}{\epsilon\mu - \beta^2 w^2} + \left(z - \frac{\epsilon\mu - w}{\epsilon\mu - \beta^2 w^2} ut \right)^2 \right\}^{1/2}$, $f'(t) = \frac{df}{dt}$, t_s - корень уравнения. Для корней имеем

$$t_{1,2} = \frac{1 - (\epsilon\mu - w)\beta z \pm \sqrt{\epsilon\mu(1 - w\beta^2)[z^2 + \rho^2(1 - \epsilon\mu\beta^2)/(1 - w\beta^2)]}}{1 - \epsilon\mu\beta^2}.$$

Значения $|f'(t_s)|$ оказываются одинаковыми. Имеем

$$|f'(t_1)| = |f'(t_2)| = a(z^2 + b(1 - a^2 z^2))^{1/2}, \quad \bar{v}$$

где $a = \frac{(\varepsilon\mu - \beta^2 w^2)c^{-1}}{(1 - w\beta^2)\sqrt{\varepsilon\mu}}$, $b = \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}$. Окончательный вид функции Грина запишем, используя функцию

$$\operatorname{sgn} a = \frac{a}{|a|} = \begin{cases} 1, & a > 0, \\ -1, & a < 0. \end{cases}$$

Имеем

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu \frac{0.5(1 + \operatorname{sgn} t_1)\delta(t - t_1) + 0.5(1 + \operatorname{sgn} t_2)(\delta(t - t_2))}{[z^2 + [(1 - \varepsilon\mu\beta^2)/(1 - w\beta^2)]\rho^2]^{1/2}}.$$

Множители перед δ -функциями обеспечивают выключение тех значений, для которых t_1 или t_2 становятся отрицательным. Рассмотрим частные случаи, соответствующие различным значениям скорости \bar{u} и фазовой скорости $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$.

Вариант 1 Досветовые скорости при $u < c/\sqrt{\varepsilon\mu}$. После преобразований получим

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu \delta(t - t_1) \left(z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2 w\beta} \rho^2 \right)^{-1/2}.$$

Вариант 2. Световое движение при $u = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$. Тогда

$$t_1 = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{2c} \left[(1 + \frac{w}{\varepsilon\mu})z + \frac{\rho^2}{2} \right], \quad t^2 = \infty.$$

Функция Грина

$$G_0(\vec{r}, t_1) = \frac{16\pi^4 \mu}{z} \delta(t - t_1)$$

принимает простой вид. Поверхность, на которой она отлична от нуля, есть эллипсоид, так как

$$\frac{\rho^2}{\alpha^2} + \frac{(z - z_0)^2}{b^2} = 1.$$

В любой момент времени точкой касания является начало координат, в котором был расположен точечный источник.

Вариант 3. Сверхсветовые движения при $u > c/\sqrt{\varepsilon\mu}$. В этом случае

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu [\delta(t - t_1) + \delta(t - t_2)] \left(z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2 w\beta} \rho^2 \right)^{-1/2}.$$

Оба корня t_1 и t_2 положительны. Поверхность волнового фронта образует конус. Его угол раствора нелинейно зависит от w :

$$\operatorname{tg} \Theta_g = \left(\frac{1 - w\beta^2}{\varepsilon\mu\beta^2 - 1} \right)^{1/2}$$

2.3. СКРЫТЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ SH-СИММЕТРИЙ

Проанализированы дополнительные возможности анализа физических явлений, которые появляются при использовании SH-симметрии. Установлена естественная неассоциативность этих симметрий, получена неассоциативный закон сложения скоростей, найдена новая квазигруппа. Показано, что возможна интерпретация обобщенных выражений для четырехскоростей как потенциальных функций в теории деформаций, соответствующих многообразиям катастроф. На основе использования двухпараметрических SH-симметрий проведено сравнение "смещений точечного события", измеренных различными инерциальными наблюдателями, при условии, что измерение влияет на параметры явления. Показано, что стандартная симметрия Лорентца соответствует идеализации реального процесса измерения и позволяет сравнивать между собой только те параметры явления, которые относятся к конечным стадиям взаимодействия явления с измерительным устройством. SH-симметрии позволяют связать между собой разные стадии двух динамических процессов измерения. В частности, начальные стадии таких процессов могут быть связаны между собой преобразованиями группы Галилея. Установлено, что полученная SH-симметрия является моноассоциативной группой.

SH-симметрии, полученные на основе физического расширения S-симметрий, являются удобным средством для углубления физической модели. Происходит это потому, что они содержат дополнительную информацию. Рассмотрим новые элементы опыта, следующие из использования SH-симметрий.

Направление 1. Естественная неассоциативность симметрий.

Рассмотрим SH-симметрию Лорентца. Она определена, когда задана гиперповерхность для ее параметров v/c и w . В частности, ограничим диапазон их изменения значениями

$\frac{v}{c} = [-1, 1]$, $w = [0 \div 1]$ (рис. 2.1). Выделим на ней две "полочки", соответствующие значениям w_1 и w_2 . Прямым расчетом легко убедиться, что при фиксированном значении w SH-симметрия образует группу Лорентца, в которой c заменено на c/\sqrt{w} .

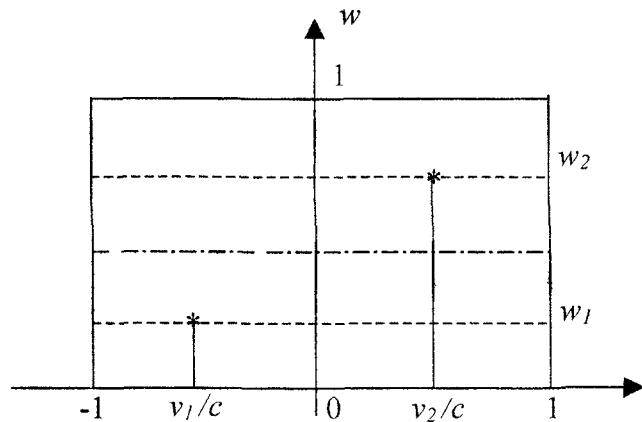


Рис. 2.1. Поверхность для SH-симметрий

Если рассматриваются *SH*-симметрии с различными значениями w , то их произведение сложнее и является стандартным для теории квазигрупп. Чтобы можно было использовать *SH*-симметрию обычным образом, введем обобщенное произведение

$$g^* g_i = \pi(y) g_i \pi(y) g_i,$$

согласно которому симметрии приводятся сначала к единому $w(y)$ по правилу

$$w(y) = 0.5(w_i + w_j),$$

а затем выполняется обычное произведение преобразований. Из произведения симметрий получим правило сложения скоростей

$$V_{ij} = \frac{V_i + V_j}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} w(y)}$$

Оно неассоциативно, так как

$$\begin{aligned} V_{ijk} &= \frac{V_i + V_j + V_k + \frac{V_i V_j V_k}{c^2} w(ij)}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} w(y) + \frac{w(ij, k)}{c^2} V_i (V_k + V_j)}, \\ V_{ijl} &= \frac{V_i + V_j + V_l + \frac{V_i V_j V_l}{c^2} w(jk)}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} w(jk) + \frac{w(ij, lk)}{c^2} V_i (V_l + V_k)} \end{aligned}$$

Следовательно, *SH*-симметрии индуцируют неассоциативный закон сложения скоростей. Это усложняет теорию представлений для *SH*-симметрий. Если провести аналогию между элементом симметрии с параметрами w и v и физическим объектом с парой параметров, то принятное правило произведения можно интерпретировать как "взаимодействие", при котором сначала происходит "выравнивание" w , а только затем начинается "выравнивание" скоростей. Это физически возможно, если релаксация процесса по w более быстрая, чем по v . Многократное обобщенное произведение выражений

$$g = \gamma \begin{pmatrix} 1 & v \\ vw & 1 \end{pmatrix}$$

при

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} w\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

задает рекуррентные соотношения для скоростей. Они имеют вид

$$A_n = A_{n-1} + V_n B_{n-1}, \quad B_n = B_{n-1} + \frac{v^2}{c^2} w A_{n-1}$$

При этом

$$n=1; \quad B_1 = 1, \quad A_1 = V_1,$$

$$n=2; \quad B_2 = 1 + \frac{V_2 V_1}{c^2} \tilde{w}_2, \quad A_2 = V_1 + V_2,$$

$$n=3; \quad A_3 = (V_1 + V_2) + v_3 \left(1 + \frac{V_2 V_1}{c^2} w_2 \right),$$

$$B_3 = \left(1 + \frac{V_2 V_1}{c^2} w_2 \right) + \frac{V_3}{c^2} w_3 (V_1 + V_2) \dots$$

Обобщенные отношения

$$w_{ij} = 0.5(w_i + w_j),$$

$$w_{(i,j)k} = 0.5 w_k + \frac{1}{4} (w_i + w_j) \dots$$

следуют из принятого выше алгоритма.

Укажем свойства введенного умножения для SH-симметрии Лорентца. Анализ показал, что

$$(g^{-1})^{-1} = g,$$

$$(g^{-1})(g \cdot h) = (hg)g^{-1} \neq h,$$

$$(gh)g = g(gh),$$

$$(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1} = g^{-1}h^{-1},$$

$$(gg)g^{-1} = g^{-1}(gg) = g,$$

$$(g \cdot hg)k = k(g \cdot gh),$$

$$(gh \cdot g)k = k(hg \cdot g),$$

$$(hg \cdot g)k = k(g \cdot gh).$$

Дистрибутивность нарушена, так как

$$(hk)g \neq (hg)(kg), \quad g(hk) \neq (gh)(gk).$$

Не выполняются соотношения

$$(gh)(gk) \neq ((gh)k)g + ((hk)g)g + ((kg)g)h,$$

$$g, h, k \in A,$$

справедливые для алгебры Мальцева. В данном случае мы имеем квазигруппу, для которой

$$(hg \cdot g)k = k(g \cdot gh).$$

Направление 2: Связь с теорией особенностей.

Рассмотрим полученное в модели выражение

$$u' \cong \sqrt{w} \left(1 + w \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[(1 - w) u'_{\text{f}} + w u'_{\text{m}} \right]$$

для четырехскорости. Пусть $\bar{U}_{\text{f}}, \bar{U}_{\text{m}} = \text{const}$. Примем предположение, что $v/c \ll 1$. Введем обозначение $\sqrt{w} = z$. Тогда

$$u' \approx z(1 + z^2 \alpha)(\beta + z^2 \gamma).$$

Будем рассматривать ее как аналог потенциальной функции в теории катастроф. Имеем универсальную деформацию вида

$$V'(z_1 a_1 b) = \frac{1}{5} z^5 + \frac{1}{3} a z^3 + b z,$$

где $i=1, 2, 3$. Многообразие катастрофы имеет в данном случае тип "ласточкиного хвоста":

$$M = z^4 + a z^2 + b.$$

Кроме критических точек, описываемых этой функцией, имеем также точки с разной степенью вырождения:

- а) дважды вырожденные $\{(a_1 b) | 4z^3 + 2az = 0\}$;
- б) трижды вырожденные $\{(a_1 b) | 6z^2 + a = 0\}$;
- в) четырежды вырожденные $\{(a_1 b) | 12z = 0\}$.

Есть еще универсальная деформация вида "складки" для нулевой компоненты скорости

$$V^0(z_1 a) = \frac{1}{3} z^3 + z. \text{ Многообразие катастрофы в этом случае есть}$$

$$M = z^2 + 1.$$

Имеются дважды и трижды вырожденные точки. Сложно как раз то, что казалось совсем простым: способы и варианты перехода физической системы в состояние, когда внешнее воздействие отсутствует, при $z = 0$.

Направление 3: Система отсчетных симметрий.

Нами использовано расширение S-симметрии Лоренца до уровня SH-симметрии. В обобщенных преобразованиях используется параметр w , физический смысл которого выяснен при анализе обобщенных уравнений электродинамики Максвелла. SH-симметрии имеют новый кинематический смысл. Покажем это. Свяжем группу SH-преобразований с метрическим тензором, который остается неизменным при их применении. Легко видеть, что им является величина

$$g'^{\mu\nu} = \text{diag}(1, 1, 1, \sigma), \quad \sigma = w^2.$$

Действительно, для компонент тензора

$$(\vec{l}^1 \vec{l}^1) = (\vec{l}^2 \vec{l}^2) = (\vec{l}^3 \vec{l}^3) = 1, \quad (\vec{l}^0 \vec{l}^0) = w^2 = \sigma$$

потребуем инвариантности относительно линейных преобразований вида

$$\vec{l}^0 = A_{l^0}^0 \vec{l}^{l^0} + A_{l^1}^0 \vec{l}^{l^1}, \quad \vec{l}^1 = A_{l^1}^1 \vec{l}^{l^1} + A_{l^0}^1 \vec{l}^{l^0}.$$

Тогда выполняются условия

$$A_{l^0}^0 A_{l^1}^1 + w^2 A_{l^1}^0 A_{l^0}^1 = 0,$$

$$(A_{l^0}^0)^2 + (A_{l^1}^0)^2 w^2 = w^2,$$

$$(A_{l^1}^1)^2 + w^2 (A_{l^0}^1)^2 = 1$$

на коэффициенты преобразований. Обозначим $A_{l^0}^1 = a$. Для $A_{l^0}^0 = -\frac{1}{a} w^2 A_{l^1}^0 A_{l^0}^1$, получим

$$\left(\frac{(A_{l^0}^1)^2}{a^2} w^2 + 1 \right) (A_{l^0}^0)^2 = 1, \quad (A_{l^0}^1)^2 w^2 = 1 - a^2.$$

Отсюда $A_{l^0}^0 = \pm a$, $A_{l^1}^0 = \pm w (1 - a^2)^{1/2}$, $A_{l^0}^1 = \pm (1 - a^2)^{1/2} \frac{1}{w}$.

Для взаимосвязи дифференциалов координат имеем соотношения

$$dx^0 = w (1 - a^2)^{1/2} dx' \pm adx^0', \quad dx = adx' \pm \frac{1}{w} (1 - a^2)^{1/2} dx^0'.$$

Если принять условие, что эта связь задает соотношения дифференциалов координат для инерциальных систем координат с относительной скоростью v , получим

$$\left. \left(\frac{dx'}{dt'} \right) \right|_{dx=0} = v, \quad \frac{dx'}{dx^0} = \pm (1 - a^2) / aw = v/c.$$

Следовательно,

$$a = \pm (1 - w^2 v^2 / c^2)^{-1/2}, \quad (1 - a^2) = iw^2 \frac{v^2}{c^2} \left(1 - w^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1}.$$

Поэтому

$$dx^0 = \left(\pm iw^2 \frac{v}{c} dx' \pm dx^0' \right) (1 - w^2 v^2 / c^2)^{-1/2},$$

$$dx = \left(dx' \pm i \frac{v}{c} dx^0' \right) (1 - w^2 v^2 / c^2)^{-1/2}.$$

Заметим теперь, что *фактически*, согласно физическим условиям, в которых распространяется излучение, между собой могут и должны сравниваться значения дифференциалов координат (как и других физических величин) при задании w_1 для одного наблюдателя и w_2 для другого наблюдателя. Формализм *SH*-симметрий способен учесть это обстоятельство. Рассмотрев произведение матриц, сопоставленных указанным значениям w_1, w_2 , получим

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w_1 \cdot w_2) = g^{ii}(w_1) \otimes g^{jj}(w_2).$$

Указанная тонкость открывает новые возможности для сравнения измеренных значений. Покажем, как нужно сравнивать между собой параметры физического явления, измеренные различными инерциальными наблюдателями, основываясь на преобразованиях *SH*-симметрии. Поскольку измерительное устройство есть физическая среда, необходимо и достаточно использовать подход, учитывающий динамику инерции электромагнитного поля. Правильно считать, что измерение оказывает детерминистическое влияние на явление в некотором временном интервале при фиксированном, либо при переменном значении w_1 , задающем группу управления несобственной инерцией. Аналогично происходит измерение, выполненное другим наблюдателем, в другой области пространства, в другой интервал времени, при другом значении w_2 . Именно таков реальный алгоритм измерения. Если принята точка зрения, что измерение влияет на параметры явления, то невозможно двум наблюдателям измерить параметры явления в одной точке пространства в один момент времени.

Преобразования систем координат существенно отличны от реального соотношения величин, которое дает измерение параметров явления, выполненное различными инерциальными наблюдателями, влияющими на явление.

В каждой системе отсчета может быть задана система координат и измерительные эталоны. Физическое взаимодействие точечного события с системой отсчета имеет ряд этапов:

- имеется начальное состояние (до взаимодействия с системой отсчета), которому, в рамках предлагаемого обобщения электродинамики Максвелла, соответствует $w_i = 0$;
- взаимодействие события с системой отсчета начинается в точке x_0 , в момент времени t_0 , и оканчивается в точке x_1 , в момент времени t_1 , (при этом w_i меняется от 0 до некоторого w_i^*);
- новое состояние обычно устойчиво и из физических соображений ему соответствует $w_i = 1$, так как среда измерения является "плотной".

Присоединяя к системам отсчета "одинаковые системы координат", мы получаем схему прохождения точечного события через две системы отсчета, иллюстрирующую два реальных процесса измерения (рис. 2.2).

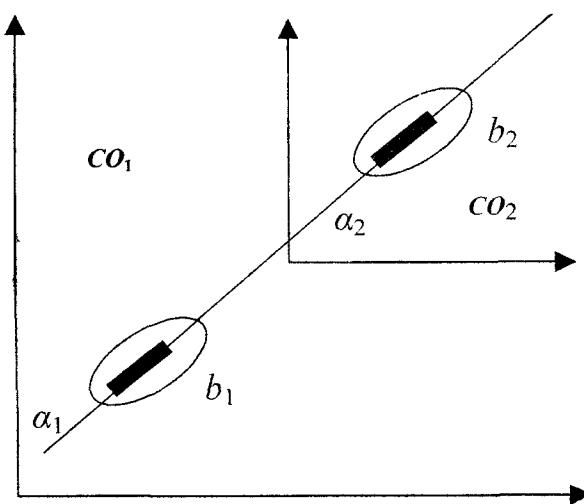


Рис. 2.2. Прохождение точечного события через две системы отсчета

Задача состоит в том, чтобы сравнить между собой стадии изучаемых процессов, используя для этой цели величины, соответствующие различным значениям w_i и w_j . В реальной практике измерения этому процессу соответствует набор экспериментальных значений согласно взаимосвязи

$$\{d x^{\beta}\}_{t_2, A_2, w_2} = A_{\beta}^{\beta} \{d x^{\beta}\}_{t_1, A_1, w_1},$$

в которой индекс 1 указывает, что значения взяты в первой системе отсчета, а индекс 2 указывает, что значения взяты во второй системе отсчета. Для корректного сравнения нужно правильно задать матрицу A_{β}^{β} , которая является *двуточечным оператором*.

SH-симметрия Лоренца способна дать для матрицы A_{β}^{β} двуточечное выражение, используя w_i и w_j , которые отнесены к разным точкам пространства и времени. Действительно, пусть дифференциалы координат связаны между собой двухпараметрическими обобщенными преобразованиями Лоренца, соответствующими выбору локальных метрик

$$g^{(1)}(1) = \text{diag}(1, 1, 1, w_1),$$

$$g^{(2)}(2) = \text{diag}(1, 1, 1, w_2).$$

Имеем связи для дифференциалов координат, "приведенные" к одной точке, "освобожденные" от индексов, указывающих стадию динамического процесса. Согласно физической роли w , стадия динамического процесса, фиксирующая условие изменение параметров несобственной инерции поля, задается посредством w . Матрица A_{β}^{β} неявно является двуточечной. Тогда имеем алгоритм сравнения *смещений точечного события* вида

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} w_1 w_2\right)^{1/2}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - dx \frac{v}{c^2} w_1 w_2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} w_1 w_2\right)^{1/2}}.$$

Преобразования координат содержат не только скорость относительного движения различных систем отсчета, но и величины w_i , w_j . Пусть $w_1 = w_2 = 1$. Тогда мы анализируем ситуацию, когда между собой сравниваются отсчетные значения дифференциалов смещений точечного события, относящиеся к конечным, по величине w , стадиям динамического процесса взаимодействия излучения с системами отсчета. Такой ситуации соответствуют стандартные преобразования Лоренца. Их применение согласуется с выводами, следующими из динамического расчета параметров электромагнитного поля согласно обобщенной системе уравнений электродинамики. Специальная теория относительности абстрагируется от указанных условий, так как в ней не учитывается влияние измерительного устройства на поле. Этот подход допустим и достаточен для кинематического описания взаимосвязи параметров физического явления, однако он не соответствует еециальному содержанию и сложности процессов, происходящих при измерении.

Пусть $w_1 = 1$, $w_2 = 0$. Этот набор параметров соответствует ситуации, когда между собой сравниваются дифференциалы смещений события, измеренные первым на-

блудателем на конечной стадии динамического процесса измерения и аналогичные величины, "измеренные" вторым наблюдателем на начальной стадии измерения (фактически без взаимодействия, косвенно). Им соответствуют преобразования Галилея. Другие ситуации анализируются аналогично.

Направление 4 SH-симметрии как три-ткань. Пусть

$$g = \gamma \begin{pmatrix} 1 & v \\ \frac{vw}{c^2} & 1 \end{pmatrix}.$$

Проверим условие моноассоциативности $g(gg) = (gg)g$. Имеем

$$(gg) = g^2 = \gamma^2 \begin{pmatrix} 1 + \frac{v^2 w}{c^2} & 2v \\ 2\frac{vw}{c^2} & 1 + \frac{v^2 w}{c^2} \end{pmatrix}.$$

Отсюда

$$g(gg) = \gamma^3 \begin{pmatrix} 1 + 3\frac{v^2}{c^2}w & 3v + \frac{v^3 w}{c^2} \\ \frac{vw}{c^2} \left(1 + \frac{v^2 w}{c^2}\right) + 2\frac{vw}{c^2} & 3\frac{v^2}{c^2} + 1 \end{pmatrix} = (gg)g.$$

Следовательно, однопараметрические преобразования координат образуют моноассоциативную лупу. Она задает три-ткань на групповом многообразии, тензор кривизны который подчинен условию

$$\beta'_{jkl} + \beta'_{kli} + \beta'_{lik} \equiv \beta'_{(jkl)} = 0.$$

2.4. ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ ИНЕРЦИИ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ МАКСВЕЛЛА

$$\tilde{\xi}^k = \sigma_l^{kp} \left[\frac{\partial \varphi^c}{\partial x^p} + B_{sp}^l \varphi^s + C_{\alpha}^l \Psi^s (\Phi_p^{\alpha} + F_p^{\alpha}) \right]$$

На примере предложенного ранее обобщения электродинамики Максвелла проанализирован с топологической точки зрения вопрос об описании динамики несобственной инерции электромагнитного поля. В принятой модели центр алгебры заполнения явления индуцирует динамически зависимый инвариантный полином. Из рассмотрения эквивалентных представлений сделан вывод о наличии в теории инерции электромагнитного поля системы из трех матричных I-коциклов. Они задают систему когомологических фаз, согласованную с введенной ранее фазой инерции поля. Показано, что когомологическая активность в обобщенной модели Максвелла проявляется нелинейно и нетривиально. Предложены варианты возможного развития теории когомологической активности для физических моделей.

В главе 1 предложено обобщение электродинамики Максвелла, в котором связи между полями F_{mn} и индукциями H^{ik} зависят от новой физической величины

$$w(\rho) = 1 - \exp[-P_0(n-1)].$$

В обобщенной модели меняются скорости, динамически характеризуя *несобственную* инерцию электромагнитного поля. Введен также метрический тензор, характеризующий пространство событий SE . Эта модель согласуется со всеми известными экспериментальными данными и прогнозирует новые физические эффекты: зависимость скорости электромагнитного поля в вакууме от скорости первичного источника излучения, а также возможность движения массы со скоростью, равной скорости света в вакууме. В разделе 2.1 показано, что использование матрицы

$$Q = \text{diag}(1, 1, 1, w^{-1})$$

в качестве сплетающего оператора для генераторов $\xi^k \in A_k, B_k$ алгебры заполнения $V(4)$ в теории Максвелла на основе соотношений

$$\check{\xi}^k = Q^{-1} \xi^k Q$$

приводит уравнения к виду, аналогичному ее стандартной форме, когда модель рассматривается с точностью до эквивалентных представлений и инвариантна относительно группы Лоренца.

Рассмотрим топологические аспекты предложенной модели электромагнитных явлений, в которой динамически учитывается несобственная инерция электромагнитного поля. Обоснуем понятие топологической активности модели.

Используем на алгебре $M_n(X)$ функцию

$$P : M_n(X) \rightarrow P(X)$$

в форме комплексного полинома от элементов матрицы X с условием

$$P(Q^{-1} X Q) = P(X).$$

Такие полиномы известны:

$$A = \text{Sp}X, \quad B = \text{Det}X.$$

Они являются элементами нульмерной группы когомологий. Дифференциально-геометрически они могут быть учтены через обобщенную метрику пространства событий SE в форме

$$X = \tilde{g}^{ab} = \text{diag}(1, 1, 1, w) = Q^{-1}.$$

Алгебраически мы можем иметь дело с матрицей $X \in V(4)$ на основе выражения

$$\det(I + tX) = 1 + t\sigma_1(X) + \dots + t^n\sigma_n(X) = P(X),$$

которое есть полином от $\sigma_1, \dots, \sigma_n$. Известно, что любой ассоциированный с инвариантным полиномом характеристический класс можно выразить через классы Чжена, которые определяют топологию многообразия. Тогда динамика топологии явления связана с динамикой его когомологий.

Выполним деформацию генераторов алгебры заполнения $V(4)$, полагая

$$\tilde{\xi}^k = Q^{-1} \xi^k Q = \Omega \xi^k$$

и используя

$$Q^{-1} = \text{diag}(1, 1, 1, w), \quad Q = \text{diag}(1, 1, 1, w^{-1}).$$

Элементы $\tilde{a}_i, \tilde{b}_i, \tilde{e}_i, \tilde{f}_i$ связаны с a_b, b_b, e_i, f_i деформаторами $\Omega(i)$, если $\tilde{\xi}_i = Q(i)\xi_i$, где

$$\Omega(i) = \left\{ \begin{pmatrix} w^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix} \right\},$$

соответствуя индексам $i=1, 2, 3$. Выразим $\Omega(i)$ в виде

$$\begin{pmatrix} w^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w^{-1}-1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w-1 \end{pmatrix} = I_p^k + \tilde{\Omega}^1 \dots,$$

используя единичную матрицу. Получим

$$\tilde{\xi}^k = (I_p^k + \delta_{pq}^k \tilde{\Omega}^q) \xi^p \equiv \xi^k + \sigma^k.$$

Поскольку преобразования эквивалентности сохраняют неизменными структурные постоянные алгебры, то для деформированных генераторов имеем

$$(t_a + \sigma_a)(t_b + \sigma_b) - (t_b + \sigma_b)(t_a + \sigma_a) = t_a t_b - t_b t_a + [(t_a \sigma_b - t_b \sigma_a) + (\sigma_a t_b - \sigma_b t_a) + (\sigma_a \sigma_b - \sigma_b \sigma_a)] = f_{ab}^c t_c + f_{ab}^c \sigma_c.$$

Отсюда следует стандартное условие на начальные генераторы алгебры вида

$$t_a t_b - t_b t_a = f_{ab}^c t_c,$$

а также условия

$$(t_a \sigma_b - t_b \sigma_a) + (\sigma_a t_b - \sigma_b t_a) + (\sigma_a \sigma_b - \sigma_b \sigma_a) = f_{ab}^c \sigma_c$$

задающие нетривиальную деформацию генераторов алгебры.

Сравним этот вариант с определением тривиального I-коцикла алгебры. Пусть фундаментальное представление группы задают генераторы γ_a алгебры, для которых

$$\gamma_a \gamma_b - \gamma_b \gamma_a = f_{ab}^c \gamma_c$$

Умножим их на скалярную функцию $\alpha_0(m)$, где m обозначает координаты пространства, в котором действует алгебра. Тогда

$$\gamma_a \sigma_b(m) - \gamma_b \sigma_a(m) = f_{ab}^c \sigma_c(m),$$

где величина

$$\sigma_c(m) = \gamma_c \sigma_0(m)$$

есть тривиальный коцикл. В теории представлений ему соответствует использование волновых функций с фазовыми множителями

$$\tilde{\Psi}(m) = e^{i\alpha_0(x)} \Psi(m).$$

Обычно динамика фазы не учитывается и потому ей не придается физический смысл. В новом варианте мы имеем *систему "фазовых множителей" с единой динамикой в соответствии с изменением $w(x)$* . Заметим, что I-коцикл группы используется при построении представлений вида

$$U(g)\Psi(m) = e^{i\alpha_1(m, g)} \Psi(mg).$$

В этом случае из условия

$$U(h)U(g) = U(hg)$$

имеем

$$U(h)(U(g)\Psi(m)) = U(h)(e^{i\alpha_1(m, g)} \Psi(mg)) = e^{i\alpha_1(m, h)} e^{i\alpha_1(m, g)} \Psi(mgh),$$

$$U(hg)\Psi(m) = e^{i\alpha_1(m, hg)} \Psi(mhg).$$

Полагая

$$mhg = mgh, \quad e^{i\alpha_1(m, hg)} = e^{i\alpha_1(m, gh)}$$

получим условие

$$\alpha_1(m, g) + \alpha_1(mg, h) = \alpha_1(m, gh)$$

для I-коцикла. В случае, когда

$$\alpha_1(m, g) = \alpha_0(mg) - \alpha_0(m),$$

оно выполняется тождественно. Следовательно,

$$U(g)\Psi(m) = e^{i(\alpha_0(mg) - \alpha_0(m))} \Psi(mg),$$

что дает простой сдвиг волновой функции с фазой $\alpha_0(x)$, соответствующей тривиальному I-коцикlu. В нашем подходе динамика инерции электромагнитного поля очевидно связана с динамикой элементов алгебры. Рассмотрим, как это проявляется в предложенном варианте. Из выражений для $\tilde{\Omega}(i)$ введем соответственно "пространственную" и "временную" компоненты матричных коциклов вида

$$\frac{1-w}{w} = \exp ia(x), \quad w-1 = \exp ib(x).$$

Тогда

$$ia(x) = \ln \frac{1-w}{w}, \quad ib(x) = \ln(w-1).$$

Поскольку

$$\frac{dw}{d\xi} = -P_0(w-1),$$

получим

$$i \frac{da}{d\xi} = -\frac{P_0}{w}, \quad i \frac{db}{d\xi} = -P_0.$$

Отсюда имеем условие $\frac{db}{da} = w$, задающее согласование компонент (a, b) . Оно означает, что фаза несобственной инерции электромагнитного поля есть производная от "пространственной" компоненты матричного I-коцикла по "временной" компоненте матричного I-коцикла.

Очевидно, что инерция электромагнитного поля как динамическое явление сложна с топологической точки зрения. Она многопланова, нелинейна, имеет специфические черты. Фактически когомологическая активность инерции проявляется через тройку когомологических компонент коциклов, оказывая частичное или полное влияние на параметры группы симметрии, что можно учесть аналитическим усложнением исследуемой модели. Так, независимость собственной инерции электромагнитного поля от фазы несобственной инерции будет выражаться в том, что фактор когомологической активности для генераторов собственной инерции будет тождественно равен единичной матрице. Проиллюстрируем сделанные замечания (рис. 2.3).

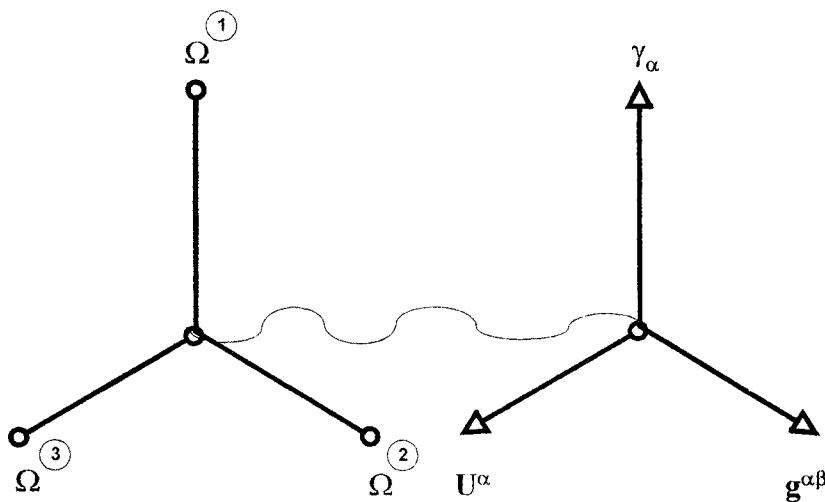


Рис. 2.3. Элементы инерции электромагнитного поля

Мы имеем, во-первых, элементы когомологической активности $\Omega^1, \Omega^2, \Omega^3$; во-вторых, элементы физической модели, измененные с учетом когомологической активности: U^α - четырехскорости, γ_α - генераторы алгебры заполнения, $g^{\alpha\beta}$ - метрики событий как для досветовых, так и для сверхсветовых движений.

Возможны разные варианты введения в физическую модель когомологической активности. Назовем когомологической активностью по Ньютону ситуацию, когда для генераторов алгебры заданы уравнения вида

$$\tilde{\gamma}^k = \sigma_p^{ks} \frac{\partial \phi^p}{\partial x^s}, \quad \varepsilon_p^{ks} \frac{\partial \phi^p}{\partial x^s} = F^k,$$

где $\sigma_p^{ks}, \varepsilon_p^{ks}$ - самостоятельные величины, ϕ^p - поля, индуцированные "силами".

Назовем когомологической активностью по Картану ситуацию, когда каждый генератор γ^n рассматривается как репер векторного пространства, а динамике соответствуют его перемещения и вращения согласно уравнениям $d\vec{M} = \omega_n \gamma^n$, $d\gamma^n = \omega_k^n \gamma^k$, что позволяет системно изучать когомологическую динамику.

2.5. КОГОМОЛОГИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ МАКСВЕЛЛА

$$(\nabla' \nabla_{\{ \cdot \}_{\alpha}} + k) A_m = 0,$$

$$\nabla' A_i = 0.$$

Показано, что электродинамике Максвелла свойственна когомологическая активность. В частности, двойному сплетению ее алгебры заполнения соответствует матричное произведение метрик событий, что позволяет обобщить алгоритм анализа явлений. Установлено, что из уравнений для потенциалов классического электромагнитного поля уравнения квантовой электродинамики получаются только в случае групп Галилея. Учитены нульмерные когомологии в системе уравнений квантовой электродинамики.

В главе 1, разделах 2.1, 2.4 нами выполнен анализ динамики инерционных факторов электромагнитного поля. Он привел к созданию алгоритма частичной динамической деформации физической модели и базируется на использовании когомологически активного инвариантного полинома для генераторов (ξ) алгебры на основе $\det(\xi)=w$. В физическую модель введена когомологически значимая, динамически зависимая фаза несобственной инерции поля. В полной модели имеются внешняя и внутренняя фазы, равно как и уравнения для внешних и внутренних электромагнитных полей и индукций. Это усложняет как расчет, так и эксперимент. Рассмотрим новые грани модели.

2.5.1. Двойное сплетение алгебры заполнения физической модели

Рассмотрим однократное сплетение генераторов алгебры по стандартной схеме

$$\tilde{\xi}^k = Q^{-1} \xi^k Q,$$

где $\xi^k = \Gamma_4$, $Q^{-1} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$. Тогда (аналогично разделу 2.1) имеем

$$\tilde{\Gamma}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w_1^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выполним второе сплетение, полагая, что

$$\tilde{\tilde{\Gamma}}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w_1^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_2^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w_1^{-1}w_2^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_1w_2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствуют, следуя стандартной методике, изложенной в главе 2, двухпараметрические преобразования координат вида

$$dx' = \frac{dx - v dt}{\left(1 - w_1^2 w_2^2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - w_1 w_2^2 \frac{v}{c^2} dx}{\left(1 - w_1^2 w_2^2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Они оставляют инвариантной дважды сплетенную метрику событий

$$\tilde{g}'' = \text{diag}(1, 1, 1, w_1^2 w_2^2),$$

которую можно рассматривать как матричное произведение базовых метрик в форме

$$\tilde{g}'' = g(w_1) \cdot g(w_2).$$

Следовательно, *двойному сплетению метрик соответствует матричное произведение метрик событий*. Такой подход полезен, так как он согласуется с реальной практикой измерений: обычно измерения проводятся при различных фазах несобственной инерции w_1 и w_2 , причем разные измерительные устройства не могут быть совмещены друг с другом и они по отдельности влияют на параметры явления. Поэтому сравнение между собой измеренных на опыте значений посредством преобразований координат без учета w_1 и w_2 является *идеализацией*, далекой от реальной практики. И хотя *не следует придавать столь большой смысл и столь большое значение преобразованиям координат*, но и не следует отказываться от их использования из-за удобства для анализа исследуемых физических ситуаций. Предложенное многократное сплетение алгебры является новым средством, дающим свои преимущества (согласно разделу 2.3).

2.5.2. Когомологическая неполнота квантовой электродинамики

Принято считать, что уравнения

$$\left(\Delta^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_\mu = 0, \quad \partial A_\mu / \partial x^\mu = 0$$

для потенциалов электромагнитного поля соответствуют группе Лоренца, потому что они сохраняются при ее действии. Когомологически активная электродинамика дает другой результат. Согласно обобщенным уравнениям классической электродинамики, учитывающей несобственную инерцию электромагнитного поля, для потенциалов имеем

$$L = \hat{L} + \frac{1-w}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - (\epsilon \mu - w) \frac{\Gamma^2}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \right)^2.$$

В соответствии с проведенным анализом фаза инерции w , являющаяся фактором когомологической активности модели, зависит от плотности среды, так как $w=0$, если $\rho=0$, тогда $\epsilon \mu=1$; $w=1$, если $\rho=\rho_*$, тогда $\epsilon \mu=1+G$. Рассмотрим ситуацию, когда несобственная инерция поля не учитывается, что соответствует выбору $\vec{U}=0$. Тогда оператор

$$L = \hat{L} + \frac{1-\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

зависит от $(1 - \varepsilon\mu)$. Только в случае, когда $\varepsilon\mu = 1$, имеем уравнения, используемые в квантовой электродинамике. Это возможно лишь при $w=0$. Следовательно, *уравнения квантовой электродинамики соответствуют группе Галилея*. Для группы Лорентца имеем

$$\text{аналогично } L = \hat{L} + \frac{G}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \equiv \Delta^2 - \frac{1}{\tilde{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}.$$

Ни с формальной, ни с физической точки зрения отождествление $\tilde{c} = c$ не является корректным. Поскольку оператор L не содержит скорость \vec{U} , это означает, что *уравнения квантовой электродинамики учитывают только собственную инерцию поля*. Эффекты, обусловленные несобственной инерцией, которые, согласно главе 1, проявляются на классическом уровне, могут и должны иметь место в квантовой теории. Поскольку фаза w меняется непрерывно, это может привести к новым динамическим моделям изменения квантового поля. Группа Лорентца, сохраняя волновое уравнение, задает схему анализа, в которой не учитывается динамика несобственной инерции поля.

В паре (симметрия плюс уравнения) имеем три типа теорий:

- а) кинематический тип, когда группа симметрии "охраняет" дифференциальный оператор от влияния скоростей (так ведет себя по отношению к оператору Даламбера группа Лорентца);
- б) динамический тип, когда группа симметрии "проявляет" скорости в дифференциальном операторе (так ведет себя по отношению к оператору Даламбера группа Галилея);
- в) смешанный тип, когда при одних условиях группа симметрии "сохраняет", а при других условиях "меняет" дифференциальный оператор (так ведет себя по отношению к оператору Даламбера гомологически активная симметрия).

Переход от уравнений, в которых не учитывается несобственная инерция электромагнитного поля, к уравнениям, в которых она учитывается, *нетривиален*. Это обусловлено, с одной стороны, сложностью несобственной инерции поля самой по себе (глава 1), с другой стороны тем, что она способна войти в физическую модель частично (раздел 2.1). Кроме того, когомологическая ее природа вызывает *потребность* в использовании соответствующих ей динамических уравнений. Общая картина *расщепления* оператора Даламбера при учете несобственной инерции показана на рис. 2.4.

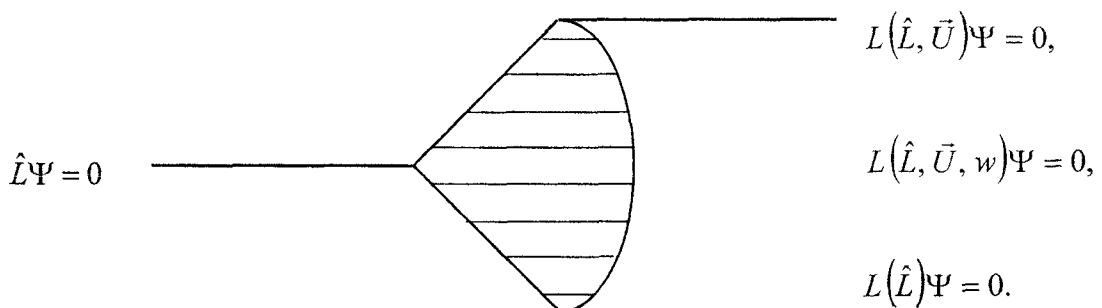


Рис. 2.4. Расщепление оператора Даламбера

В квантовой теории, если мы желаем провести полное исследование, следует учесть как динамику гомологической алгебры, так и тех конструкций, которые с ней связаны. Кинематический анализ электромагнитных явлений математически более простой, но в нем упущены физические аспекты явлений. Динамический анализ физически более полон и последователен, но он математически сложнее. Поэтому, в зависимости от конкретной ситуации, иногда может быть удобнее кинематический расчет, а иногда нужен только динамический вариант.

2.5.3. Обновление квантовой теории с учетом когомологической активности

Классическая электродинамика Максвелла в ньютоновском пространстве-времени $R^3 \times T^1$ при учете когомологической активности несобственной инерции поля (согласно главе 1) позволила динамически описать всю совокупность известных экспериментальных данных и предсказать новые эффекты. Когомологическая активность задает изменения в квантовой электродинамике, позволяя использовать в ней модель абсолютного пространства-времени, а также группу Галилея. Новые оттенки приобретает расчет в квантовой теории, поскольку интервалы времени и длина могут рассматриваться в "абсолютном" смысле. Соответственно иначе определены состояния

$$|\Psi_p\rangle = \int d^4x f_\alpha(x) \Psi_\alpha^*(x) |0\rangle$$

и функционал

$$g_\alpha(x) = \langle 0 | \Psi_\alpha(x) | 0 \rangle,$$

а также двухточечная функция

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x) \Psi^*(y) | 0 \rangle = \int d^4p e^{ip(x-y)} \frac{c_{\alpha\beta}(p)}{p^2 - \chi^2}.$$

Изменение исходного дифференциального оператора $\hat{L} \Rightarrow L$ приводит к расширению системы базисных функций и к возможности учета в квантовой теории эффектов, обусловленных *несобственной* инерцией поля. Используем при выводе обобщенных уравнений для потенциалов поля A_m систему уравнений Максвелла, заданную на основе гомологически активного "метрического" тензора событий SE вида $g_{\mu\nu}$ в многообразии $R^3 \times T^1$. Чтобы учесть динамику $g_{\mu\nu}$, введем связность, устанавливающую согласование уравнений в различных локальных пространствах. Риманова связность без кручения, согласованная с $g_{\mu\nu}$ согласно условию

$$\nabla_k \Omega_{\mu\nu} = 0,$$

задает один из возможных вариантов, не исключая другие. Из взаимосвязи полей и индукций

$$\tilde{H}^{ik} = \tilde{\Lambda} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

при условии, что

$$\tilde{\Lambda} = \det^{\frac{1}{2}} |\Omega_{\mu\nu}|,$$

имеем

$$-\tilde{S}' = \nabla_k \tilde{H}^{ik} = (\nabla_k \tilde{\Lambda}) \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn} + \tilde{\Lambda} \Omega^{im} \Omega^{kn} \nabla_k F_{mn}.$$

Поскольку

$$\nabla_k \tilde{\Lambda} = \partial_k \tilde{\Lambda} - \Gamma_k \tilde{\Lambda} = 0, \quad \Omega^{kn} \nabla_k \nabla_m A_n = \nabla_m (\Omega^{kn} \nabla_k A_n) - R'_m A_r,$$

принимая калибровку

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n = 0,$$

получим уравнения электродинамики

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + R'_m A_r = -S_n,$$

учитывающие динамику несобственной инерции. В данном случае связи между полями и индукциями аналогичны тензору Риманова пространства постоянной кривизны, для которого

$$R'_n = k \delta'_m,$$

где k - константа, δ'_m - символ Кронекера. Используем обозначение $\nabla^k = \Omega^{kn} \Delta_n$. Тогда уравнения для свободного электромагнитного поля $(\nabla' \nabla_r + k)A_m = 0$, $\nabla' A_r = 0$ образуют основу последовательной теории, учитывающей динамику инерции. Они хорошо исследованы. Их решениями являются сферические функции

Обратимся теперь к дифференциальной геометрии. Зададим в произвольном дифференцируемом многообразии дифференциальную 1-форму $\alpha = A_k dx^k$, в которой A_k - потенциалы, dx^k - дифференциалы координат. На многообразии определены дифференциальные операторы (d, δ) , которые соответственно повышают и понижают размерность дифференциальной формы. Определен также оператор Лапласа на многообразии $\Delta = d\delta + \delta d$, для 1-формы задающей

$$(\Delta \alpha)_k = -\nabla' \nabla_r A_k - R'_k A_h.$$

Поэтому уравнения квантовой электродинамики с учетом когомологической активности задаются оператором Лапласа-Бельтрами на многообразии, в котором введен "тензор" Ω_y .

2.6. СУЩНОСТЬ АКТИВНОЙ КОГОМОЛОГИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ИХ СИММЕТРИЙ

Обсуждены структурные связевые и динамические свойства деформации физических моделей и их симметрий. Принята точка зрения, что динамическая деформация способна углубить теорию вплоть до ее нового качества

Исследование, выполненное в главе 1 и разделах 2.1–2.5, позволило ввести в электродинамику Максвелла, а потому и в ее симметрии скалярную функцию $w(x, t)$. Она является источником и носителем деформационных свойств поля в модели электромагнитных явлений для физических ситуаций, когда имеет место динамическое изменение несобственной инерции поля.

Из общих соображений примем точку зрения, что деформационные свойства любой физической модели представляют собой самостоятельную сущность, соответствующую топологической сути явления. Пусть они, следуя главе 3, образуют систему *SLD (oli)*-типа: имеют структуру (*S*)-, связи (*L*)-, динамику (*D*)- в их внешних (*out*-), связевых (*l*-) и внутренних (*in*-) проявлениях. Покажем это на примере скаляра w .

Заметим, что *S-свойства деформации по величине w* имеют в электродинамике Максвелла три корня: а) алгебраический, б) дифференциально-геометрический, г) топологический, образуя деформационную величину (ξ) (рис. 2.5).

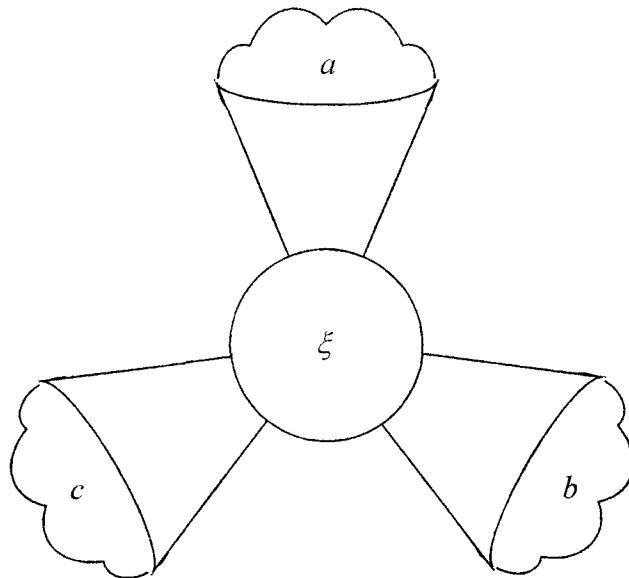


Рис. 2.5. Три корня деформационных величин (ξ)

Топологический или *c*-корень задает, например, деформационные величины для физической модели элементами когомологий Хохшильда $H^n(G, A)$. В электродинамике Максвелла их индуцируют комплексно-значные скалярные функции

$$y_1 = \det(\lambda_1 A + I) + a, \quad y_2 = \det(\lambda_2^{-1} I) + b.$$

Группа $H^0(G, A)$ ассоциирована с ними (раздел 3.1).

Дифференциально-геометрический или *b*-корень задает величину w на основе конформного расширения посредством функции φ канонической метрики g^η для пространства событий SE с последующей деформацией эквивалентного типа (как указано в разделе 2.2):

$$g^\eta = \varphi g^\eta \Rightarrow \tilde{g}^\eta = \text{diag}(1, 1, 1, \varphi^4 \cdot 1), \quad \varphi^4 = w.$$

Алгебраический или *a*-корень задает величину w (согласно разделу 2.1) при отождествлении центра симметрии E с $\tilde{g}^\eta|_{\mathcal{V}}$ и учетом того факта, что центр E определен с точностью до функции $\hat{\varphi}$ и преобразований

$$E \equiv g^\eta|_{\mathcal{V}} \Rightarrow \hat{\varphi} g^\eta \Rightarrow \text{diag}(1, 1, 1, \hat{\varphi}^4 - 1)$$

Аналогично, следуя главе 3, вводится деформационно-зависимая сверхсветовая метрика

$$\tilde{r}'' = \text{diag}(1, 1, 1, -\Psi),$$

которой соответствует выбор $\hat{\phi} = \pm\sqrt{i}\Psi^{\frac{1}{4}}$.

L-свойства деформации учитываются двояко: во-первых, w входит в физическую модель, обобщая связи между полями и индукциями и скорости (глава 1), а также индуцирует замену частных производных на ковариантные по типу

$$\partial_i \Rightarrow \nabla_i = \partial_i + B_i;$$

во-вторых, w входит непосредственно в симметрию Лорентца. Поскольку *L-свойства деформации* учитываются и физически, и симметрийно, возможна их классификация. Симметрия может быть пассивной ($w = \text{const}$) и активной ($w \neq \text{const}$), она может сохранять качество физической модели, соответствующая, например, выбору новой системы координат и она может изменить качество модели (глава 1), что показано в табл. 2.1.

Таблица 2.1.

Типы использования деформации

пассивная	α	β
активная	δ	γ
вид симметрии	сохраняет качество	меняет качество

В реальной практике имеем четыре типа. Проиллюстрируем их примерами, используя *SH-симметрию*

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}w\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}w}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}w\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Определим типы деформаций, соответствующие использованным в них величинам. Имеем

- α : $w = \text{const}, \quad \vec{v} = \text{const} \neq \vec{v}(w);$
- β : $w = \text{const}, \quad \vec{v} = \vec{v}(w) = (1-w)\vec{u}_h + w\vec{u}_m;$
- γ : $w \neq \text{const}, \quad \vec{v} = \vec{v}(w);$
- δ : $w \neq \text{const}, \quad \vec{v} \neq \vec{v}(w).$

Каждый из них встречается на практике.

D-свойства деформации состоят в том, что деформационные величины подчинены динамическим уравнениям. В случае, когда

$$\frac{d w}{d \xi} = -P_0(w - 1),$$

мы имеем описание (раздел 1.1) зависимого от w релаксационного изменения скоростей и частот, характеризующих несобственную инерцию электромагнитного поля (раздел 1.2). Мы имеем дело с активной деформацией. Ее можно рассматривать как активное нарушение симметрии, потому что постоянства когомологий уже нет, они динамичны.

Понятно, что при учете других групп когомологий $H^n(G, A)$ и других форм динамики или связей, мы имеем новые уровни учета деформационных свойств физических моделей, которые мы относим к их топологии. В общем случае задача состоит в том, чтобы учесть все возможности и все варианты деформирования. Указанные элементы деформации, а также сам подход, как показано в главе 1 и разделах 2.1–2.5, позволяют, сохранив основу теории относительности, достичнуть нового ее качества: в рамках когомологически активных симметрий и соответствующего обобщения физической модели "снять" ограничение на скорость света и выйти за пределы классического принципа относительности.

Складывается впечатление, что деформация физической модели – это не просто "игра". Таким образом учитываются черты и грани реальной жизни объектов и явлений на уровне их топологии. Тогда топологические параметры модели следует рассматривать в качестве ее ростковых точек. В частности, ими могут быть *активные когомологии*, которые *управляют явлениями*. Учет деформационных возможностей модели актуален, когда стоит задача управления поведением явления. Наиболее интересно, конечно, изменение качества модели.

Идея, что *параметрическая деформация на уровне топологии является способом жизни объектов и явлений* может найти успешные приложения при расширении и углублении физических моделей.

2.7. НОВОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИММЕТРИЙ

Указаны алгебраическая, дифференциально-геометрическая, топологическая и физическая грани симметрий. Они образуют согласованный комплекс по структуре, связям и динамике в их внешнем, внутреннем и связевом проявлении. По этой причине возможно многоуровневое и многофункциональное использование симметрий при моделировании физических объектов и явлений

Физический анализ несобственной инерции в электродинамике Максвелла, выполненный в главе 1, позволил построить модель электромагнитных явлений без ограничения скорости. В теории появилась новая скалярная величина w , которая названа отношением. Она меняется динамически и управляет изменением инерции электромагнитного поля.

Согласно главе 2 использование w в физической модели Максвелла означает углубление пространственно-временных симметрий. Они зависят теперь от генераторов симметрии γ^k , параметров v^k/c , отношения w , а также от других физических величин, например, от плотности среды ρ . Зависимость

$$dx^k = A_{\gamma}^{(k)} \left(\gamma^k, \frac{v^k}{c}, w, \rho \right) dx^k$$

показывает нам все обозначенные элементы, задавая конгруэнцию симметрий. Им очевидно соответствуют четыре грани симметрий, которые она имеет как сама по себе, так и в приложениях к физике. Следуя разделу 2.6, выделим алгебраическую, дифференциальную-геометрическую, топологическую и физическую грани симметрий.

Примем вариант описания каждой из этих граней набором однотипных элементов, к ней относящихся, или операций, используемых для элементов. Обозначим такие наборы и операции точками, расположенными на осях функциональной системы координат. Тогда алгебраическая ось имеет в качестве точек генераторы алгебры γ^k , операции коммутирования $[\bullet, \bullet]$ и антисимметрии $\{ \bullet, \bullet \}$, деформированные генераторы $\tilde{\gamma}^k$. Дифференциально-геометрическая ось, индуцированная параметрами v^k/c , имеет в качестве точек метрики (g^y, r') , связности Γ'_{jk} , физические поля B'_{jk} , дополнительные связности, а также точки, соответствующие их деформированным состояниям, обозначаемых нами $\tilde{g}^y, \tilde{r}'', \tilde{\Gamma}'_{jk}, \tilde{B}'_{jk}$. Топологическая ось, задающая отношение, имеет своими функциональными точками когомологии $H^*(G, A)$. В частности, она содержит $w \in H^0(G, A)$ и динамические уравнения для них $\hat{L}(w) = 0$. Физическая ось, очевидно, имеет функциональные точки, относящиеся к физическим величинам φ , которые учитываются в модели, к их динамике $\hat{L}(\varphi) = 0$, а также связям.

Следуя подходу, изложенному в разделах 3.7-3.9, все указанные элементы имеют внешние, внутренние и связевые проявления. Они согласованы друг с другом и потому изменение одного звена влияет на другие.

На рис. 2.6 рассмотрим симметрию и ее грани. Соединяя функциональные точки,ываемые в анализе симметрий, получаем ее функциональный портрет.

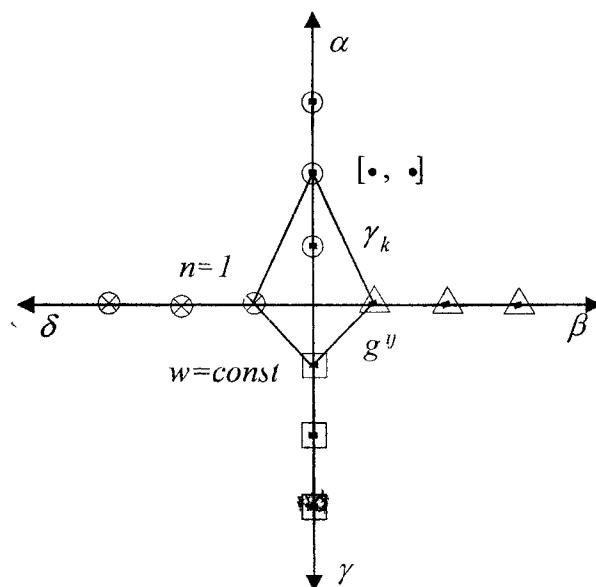


Рис. 2.6. Грани симметрии специальной теории относительности

O - алгебраическая; Δ - дифференциально-геометрическая;

□ - топологическая; ⊗ - физическая

Расположим наборы элементов в табл. 2.2, задающей уровень анализа.

Таблица 2.2.

Наборы элементов по уровням анализа

уровень элемент \	1	2	3	4	5
уровень элемент	γ^k	$[\bullet, \bullet]$	$\{\bullet, \bullet\}$	$\tilde{\gamma}^k$	
Δ	g^u	r^u	Γ_{jk}	B'_{jk}	$\tilde{\Gamma}'_{jk}$
\square	$w = const$	$w \neq const$	$\hat{L}(w) = 0$		
\otimes	ρ/ρ_0	n	$\hat{L}(\rho/\rho_0) = 0$		

На рис. 2.6. дан функциональный портрет симметрии согласно специальной теории относительности. Он соответствует набору величин, ограниченному первым и частично вторым уровнем анализа. Элементы γ^k , $[\bullet, \bullet]$, g^u , $w=const$, $n=1$ показывают его.

Элементы γ^k , $[\bullet, \bullet]$, $\{\bullet, \bullet\}$, $\tilde{\gamma}^k$, g^u , r^u , Γ_{jk} , B'_{jk} , $w=const$, $w \neq const$, $\hat{L}(w)=0$; n , ρ/ρ_0 , $\hat{L}(\rho/\rho_0)=0$ задают функциональный портрет симметрии, используемой в электродинамике со сверхсветовыми скоростями. Он задан на рис. 2.7

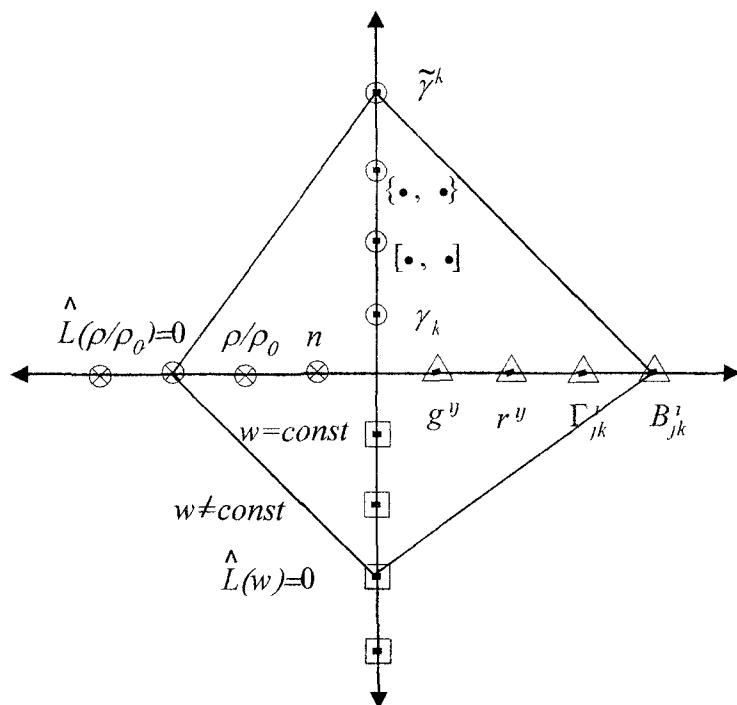


Рис. 2.7 Функциональный портрет симметрий в электродинамике со сверхсветовыми скоростями

2.8. СРАВНЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ СПОНТАННОГО И КОГОМОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНОГО НАРУШЕНИЯ СИММЕТРИЙ

Показано, что механизм когомологически активного нарушения симметрий имеет дифференциально-геометрическую природу и он дополнителен механизму спонтанного нарушения симметрий, природа которого алгебраическая.

Механизм спонтанного нарушения симметрии изобретен для исследования превращения безмассового поля в поле, обладающее ненулевой массой. В рамках лагранжева формализма, следя Голдстоуну и Хиггсу, нарушается глобальная и калибровочная симметрия. Идея состоит в том, чтобы исследовать различия симметрий лагранжиана и состояний поля, им описываемого. При этом меняется потенциал

$$V(\varphi) = \frac{m^2}{2} \varphi^2 + \frac{\lambda}{4} \varphi^4 + P,$$

для которого допустима мнимая масса, когда $m^2 < 0$. Симметрия может меняться частично, что в модели явления задается посредством *нарушенных генераторов симметрии* Γ_ς , позволяя рассматривать отклонения состояний физической системы от классического вакуума. В механизме Хиггса внимание уделяется ситуациям с топологически нетривиальным основным состоянием. Спектр линейных волн над ним задает новые поля, интерпретируемые как частицы с ненулевыми массами. В стандартной теории единого электромагнитного и слабого взаимодействия, созданной Глэшоу, Вайнбергом, Саламом, калибровочной группой является $U(1) \times SU(2)$. Для нее вводятся поля A_a^μ ($a = 1, 2, 3$), B_μ , имеющие свои константы связи g и \tilde{g} . Согласие с экспериментом

достигнутое полное. W -бозон, Z -бозон, χ -бозон Хиггса имеют массы $m_W = \frac{gv}{2}$,

$$m_Z = \frac{\sqrt{g^2 + \tilde{g}^2} v}{2}, \quad m_\chi = \sqrt{2\lambda} v, \quad \text{где } V = \lambda v^2 \chi^2 \text{ есть постоянная часть потенциала } V(\varphi).$$

Имеем $m_W = 80 \text{ Гэв}$, $m_Z = 91 \text{ Гэв}$. Они связаны соотношением

$$m_W = m_Z \cdot \cos \Theta_W.$$

Угол Θ_W независимо измерен путем изучения взаимодействия фотонов:

$$\sin^2 \Theta_W = 0.23.$$

В предлагаемом мною формализме, учитывающем когомологическую активность, симметрию задает группа заполнения физической модели $V(4)$. Она представляет собой тензорное произведение группы $U(1) \times SU(2)$ и потому естественно согласована с симметрией электрослабого взаимодействия, не разрушая и не исключая механизм спонтанного нарушения этой симметрии, а, наоборот, предполагая его применение к $V(\varphi)$. Потенциал $V(\varphi)$, как легко видеть, когомологически согласован с $V(4)$. За его основу можно принять характеристический полином

$$Y(\lambda) = \det(\lambda I + A), \quad A \in V(4).$$

Тогда, например, имеем

$$Y(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1.$$

Его можно считать канонической формой $V(\varphi)$, если положить $\lambda = \varphi$. Коэффициенты

$$\left(\frac{m^2}{2}, \frac{\lambda}{4}, P \right)$$

соответствуют параметрически зависимой системе кривых $Y(\lambda)$, задавая их конгруэнцию. Так учитывается допустимая деформация генераторов алгебры для группы $V(4)$. Она может быть частичной. Ситуация выглядит так, что для спонтанно нарушенной группы G потенциал $V(\varphi)$ берется из группы $G \otimes G$, соответствующа когомологической деформации ее характеристического полинома.

В электродинамике Максвелла со сверхсветовыми скоростями анализ базируется на группе $V(4)$. Она индуцирует спинорную форму уравнений с метриками (n^y, g^y, r^y) канонического вида (раздел 3.4). Посредством их задается структура пространства событий SE . Мы соединяем R^3 и T^1 посредством значений λ_{mn} , соответствующих экстремумам функции $Y(\lambda)$. Величины λ_{mn} задают параметры основного когомологического состояния. Отклонения от него, проявляющиеся в зависимости вида

$$\tilde{g}^y = \text{diag}(1, 1, 1, w \cdot 1),$$

сходны с полями, которые в лагранжевом формализме вводятся дополнительно, следя за механизму спонтанного нарушения симметрии. Величина \tilde{g}^y , как и w , используется для нахождения обобщенных связей между полями F_{mn} и индукциями H^{ik} вида

$$H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

потому что принимается зависимость

$$\Omega^{im} = \Omega^{im}(\tilde{g}^{yy}, w, u^i(w)).$$

Соответственно меняется лагранжиан

$$L = a H^{ik} F_k,$$

который становится зависимым от w .

Как и в формализме спонтанного нарушения симметрии, дополнительное поле w подчинено динамическому уравнению. Новое звено состоит в том, что w соответствует нульмерной группе когомологий Хохшильда $H^0(G, A)$. Структура величины Ω^{im} , несущей большую физическую информацию, не проста и не очевидна. В расчет приняты дифференциально-геометрические и топологические аспекты нарушения симметрии. Механизм спонтанного нарушения симметрии имеет алгебраическую природу. В нем меняются генераторы алгебры, потенциал $V(\varphi)$ задается алгебраическим полиномом. Поэтому оба механизма следует считать дополнительными друг другу.

В главе 1 показано, что механизм нарушения симметрии посредством активных нульмерных когомологий $H^0(G, A)$ позволяет описать все известные факты без использования ограничения на скорость, динамически преобразуя параметры несобст-

венной инерции поля (\vec{u}_f, \vec{u}_n) в частоту ω . Скалярная величина w , управляющая этим процессом, не является самостоятельным физическим полем. Она зависит от плотности среды. В механизме спонтанного нарушения симметрии таких граней нет.

Новый механизм нарушения симметрии возвращает в физику модель абсолютно-ного пространства-времени Ньютона и позволяет моделировать атомы света (глава 5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе предположения, что центр группы $V(4)$, посредством которой электродинамика Максвелла задана в форме GAG -модуля, комологически "активен" и является оператором сплетения для S -симметрии Лорентца, получен класс SH -симметрий Лорентца, в которых группа управления динамикой несобственной инерции w электромагнитного поля "встроена" в S -группу. В рамках SH -симметрий рассмотрены разные стадии динамики инерции поля. Показано, что из локальной инвариантности уравнений Максвелла относительно SH -симметрий следуют обобщенные уравнения связей для полей и индукций, частично задающие динамический механизм изменения инерции электромагнитного поля.
2. Указан общий метод получения когомологически активных SH -симметрий из обычных пространственно-временных S -симметрий на основе их деформации посредством параметрически зависимых операторов сплетения. Из S -преобразований Лорентца получена SH -симметрия Лорентца, содержащая группу управления w несобственной инерцией электромагнитного поля. Найдена функция Грина для обобщенной системы уравнений электродинамики Максвелла. Рассмотрены случаи досветовых, световых и сверхсветовых движений. Указаны некоторые черты распространения излучения в среде при медленном изменении w .
3. Проанализированы дополнительные возможности анализа физических явлений, которые появляются при использовании SH -симметрий. Установлена естественная неассоциативность этих симметрий, получен неассоциативный закон сложения скоростей, найдена новая квазигруппа. Показано, что возможна интерпретация обобщенных выражений для четырехскоростей как потенциальных функций в теории деформаций, соответствующих многообразиям катастроф. На основе использования двухпараметрических SH -симметрий проведено сравнение "смещений точечного события", измеренных различными инерциальными наблюдателями, при условии, что измерение влияет на параметры явления. Показано, что стандартная симметрия Лорентца соответствует идеализации реального процесса измерения и позволяет сравнивать между собой только те параметры явления, которые относятся к конечным стадиям взаимодействия явления с измерительным устройством. SH -симметрии позволяют связать между собой разные стадии двух динамических процессов измерения. В частности, начальные стадии таких процессов могут быть связаны между собой преобразованиями группы Галилея. Установлено, что полученная SH -симметрия является моноассоциативной лупой.
4. На примере предложенного ранее обобщения электродинамики Максвелла проанализирован с топологической точки зрения вопрос об описании динамики несобственной инерции электромагнитного поля. В полной модели центр алгебры заполнения явления индуцирует динамически зависимый инвариантный полином. Из рассмотрения эквива-

лентных представлений сделан вывод о наличии в теории инерции электромагнитного поля системы из трех матричных I-коциклов. Они задают систему когомологических фаз, согласованную с введенной ранее фазой инерции поля. Показано, что когомологическая активность в обобщенной модели Максвелла проявляется нелинейно и нетривиально. Предложены варианты возможного развития теории когомологической активности для физических моделей.

5. Показано, что электродинамике Максвелла свойственна когомологическая активность. В частности, двойному сплетению ее алгебры заполнения соответствует матричное произведение метрик событий, что позволяет обобщить алгоритм анализа явлений. Установлено, что из уравнений для потенциалов классического электромагнитного поля уравнения квантовой электродинамики получаются только в случае группы Галилея. Учтены нульмерные когомологии в системе уравнений квантовой электродинамики.
6. Обсуждены структурные, связевые и динамические свойства деформации физических моделей и их симметрий. Принята точка зрения, что динамическая деформация способна углубить теорию вплоть до ее нового качества.
7. Указаны алгебраическая, дифференциально-геометрическая, топологическая и физическая грани симметрий. Они образуют согласованный комплекс по структуре, связям и динамике в их внешнем, внутреннем и связевом проявлении. По этой причине возможно многоуровневое и многофункциональное использование симметрий при моделировании физических объектов и явлений.
8. Показано, что механизм когомологически активного нарушения симметрий имеет дифференциально-геометрическую природу и он дополнителен механизму спонтанного нарушения симметрий, природа которого алгебраическая.

ГЛАВА 3

КОГОМОЛОГИЧЕСКАЯ СУЩНОСТЬ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

"Чтобы преодолеть неведение, нужно достичь состояния предшествующего неведению "

Судзуки Д

Введение	103
3.1. Группа заполнения физических моделей	104
3.1.1. Пересечение подгрупп $V(4)$	117
3.1.2. Подгруппы $V(4)$	119
3.1.3. Смежные классы, орбиты	123
3.1.4. Исходные элементы группы $V(4)$	126
3.2. Генерация новых групп операциями $\curvearrowright, \triangleleft$	126
3.3. Уравнения Ньютона-Эйлера в форме GAG -модуля	135
3.4. GAG -форма уравнений Максвелла	141
3.4.1. Уравнения Максвелла без ограничения скорости в форме GAG -модуля	148
3.4.2. Уравнения Максвелла в "фермионном" секторе	150
3.4.3. "Бозонная" и "фермионная" формы уравнений	152
3.4.4. Новые метрики в электродинамике	153
3.5. GAG -форма уравнений Дирака	155
3.6. Уравнение Шредингера в форме GAG -модуля	159
3.7. GAG -моделирование	161
3.8. Концептуальное единство и различие физических моделей	165
3.9. Композитность - общее свойство физического мира	175
3.9.1. Композитные связи	176
3.9.2. Композитные условия в теории Максвелла	177
3.9.3. Композитное вложение группы $SU(2)$ в $R^3 \times T^1$	177
3.9.4. Композитная физическая модель одного уровня	178
3.10. Вариационная сущность GAG -модулей	180
Заключение	182

ВВЕДЕНИЕ

Физика имеет дело с величинами. Обычно их можно измерить и рассчитать и они таковы:

- показывают свойства и функции объектов и явлений частично доступного мира;
- удовлетворяют уровням законам динамики и связей;
- соответствуют принятым алгоритмам расчетов и логическим схемам;
- концентрируют в себе предыдущий опыт и являются движущей силой последующего.

Физические модели представляют собой системы величин, соединенных и согласованных между собой. Их накопилось достаточно много за несколько столетий. Они имеют широкую эмпирическую основу и глубокую предсказательную силу. Такова динамика Ньютона, теория электромагнитных явлений Максвелла, модель атомных процессов, базирующаяся на уравнении Шредингера, теория электрона Дирака. Классические и квантовые, корпускулярные и волновые представления по-разному представлены и используются в них.

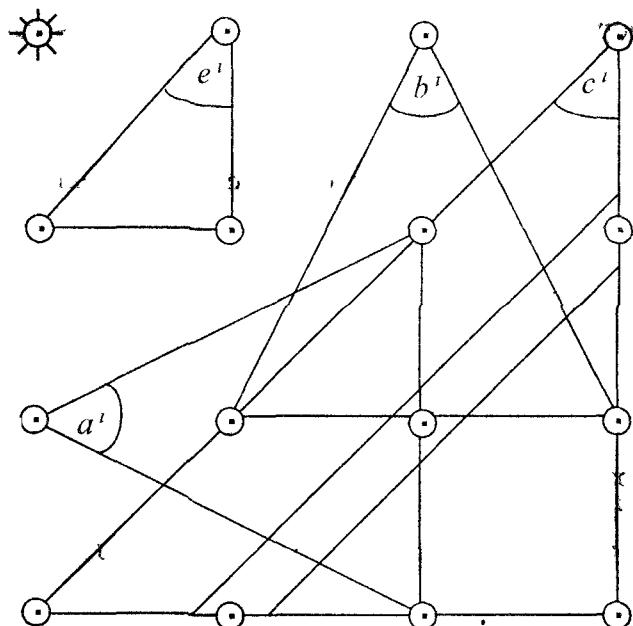
Чтобы двигаться дальше как в расчетах, так и в практической деятельности, было бы желательно разобраться, что в физических моделях любого вида присутствует обязательно, а чего может не быть, что в них допустимо менять, как и в какую сторону, а что не подлежит изменениям, как согласовывать величины между собой, какие общие стороны и функции они имеют. Указанный перечень проблем отнесем к исследованию сущности физических моделей, что является предметом и целью данной главы.

Анализ показал, что сущностный подход к физическим моделям допустим и конструктивен, если взять за его основу матричную группу $V(4)$, которая есть тензорное произведение группы $\hat{G}_r = U(1) \times SU(2)$ на себя. Используя $V(4) = \hat{G}_r \otimes \hat{G}_r$, получена единая алгебраическая форма всех указанных физических моделей, хотя они так различны по своим следствиям, приложениям и самим основам соответствующего опыта. Установлено, что допустимо выделить следующие самостоятельные элементы: структуру (S -), динамику (D -), связи (L -). Они имеют внешние (out -), внутренние (in -) и связевые (l -) проявления. Показана их реализация в конкретных моделях.

Обнаружены три типа метрик в физических теориях: Минковского - g^u , сверхсветовая - r^u , Ньютона - n' . Найдены новые метрики, учитывающие неевклидовость локального трехмерного пространства.

Указаны ростковые точки, пути и некоторые средства развития физических моделей, в частности, применительно к психологическим явлениям. Важную прикладную роль могут в этом сыграть введенные новые операции  и . Показано, что группа $Z_4 = \{i, -1, -i, 1\}$, рассматриваемая как целочисленная группа когомологий $H^0(G, A)$, образует совместно с операцией  основу для физических моделей. Когомологически зависимые метрики \tilde{g}^u , \tilde{r}^u , \tilde{n}^u , используемые в электродинамике Максвелла, позволяют описать динамику несобственной инерции поля. По этим и другим причинам становится ясно, что когомологии управляют физическими явлениями. Следовательно, физические модели имеют когомологическую сущность.

3.1. ГРУППА ЗАПОЛНЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ



Найдена группа $\hat{V}(4)$ достаточная для записи в единой форме фундаментальных уравнений физической теории Ньютона Максвелла Дирака, Шредингера. Выполнен графический анализ этой группы.

Рассмотрим несколько групп, используя графический подход

1 Циклическая группа Z_4 , абелева группа Гаусса, имеет элементы $(i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1)$. Их произведения образуют табл. 3.1.

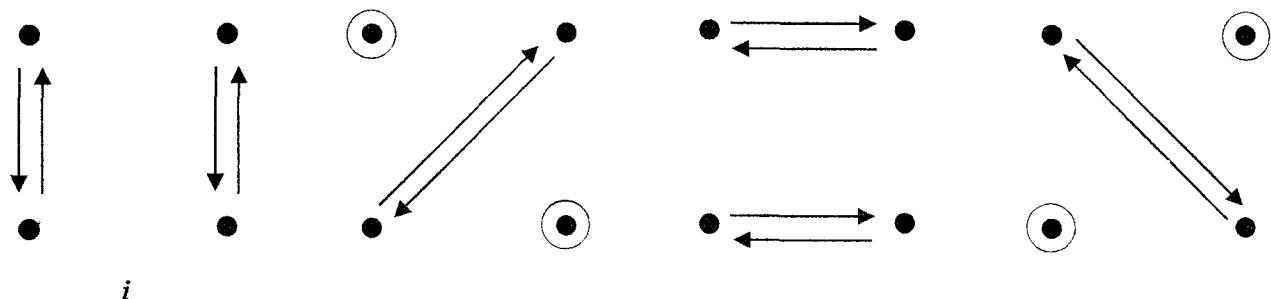
i^k	i	-1	$-i$	1	Таблица 3.1. Схема Кэли
i	-1	$-i$	1	i	
-1	$-i$	1	i	-1	
$-i$	1	i	-1	$-i$	
1	i	-1	$-i$	1	

Расположим элементы группы, изобразив их точками (\bullet), на местах элементов матрицы размерности 2×2 :

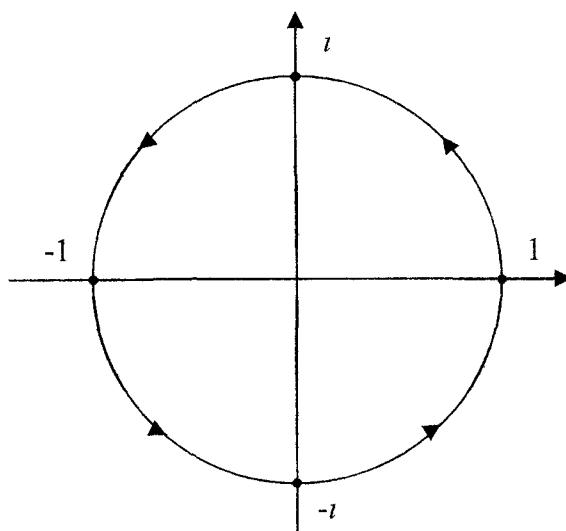
$$\begin{matrix} i & \bullet & \bullet & -1 \\ 1 & \bullet & \bullet & -i \end{matrix}$$

Назовем такую схему портретом группы. Представим разложение элементов группы в произведение пары элементов, изображая на ее портрете стрелки от первого сомножи-

теля к другому. Если его квадрат равен самому элементу, изобразим это кружком. На рис. 3.1. изображен графический код группы.

Рис 3.1 Код группы Z_4

Обычно элементы группы Z_4 изображают на комплексной плоскости (рис 3.2). Имеем $Z_4 \in \exp(i k \pi / 2)$, $k=0, 1, 2, 3$

Рис 3.2 Группа Z_4 на комплексной плоскости

2. Мультипликативную группу C^* поля комплексных чисел C образуем числами $\alpha = x + iy$ и единичными матрицами размерности $n \times n$

$$e = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \alpha \text{diag}(1, 1, 1, 1)$$

3. Рассмотрим матричную алгебру M_2 . Ее базису

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

соответствует табл. 3.2.

$i \backslash j$	a	b	c	d
a	a	b	0	0
b	0	0	b	a
c	0	0	c	d
d	d	c	0	0

Таблица 3.2.
Произведение элементов M_2

Рассмотрим ее графическое представление, расположив элементы

$$a \bullet \quad \bullet b \\ d \bullet \quad \bullet c$$

Аналогично группам введем для обозначения разложения элементов в двойное произведение стрелки и кружки. Имеем диаграммы (рис.3.3).

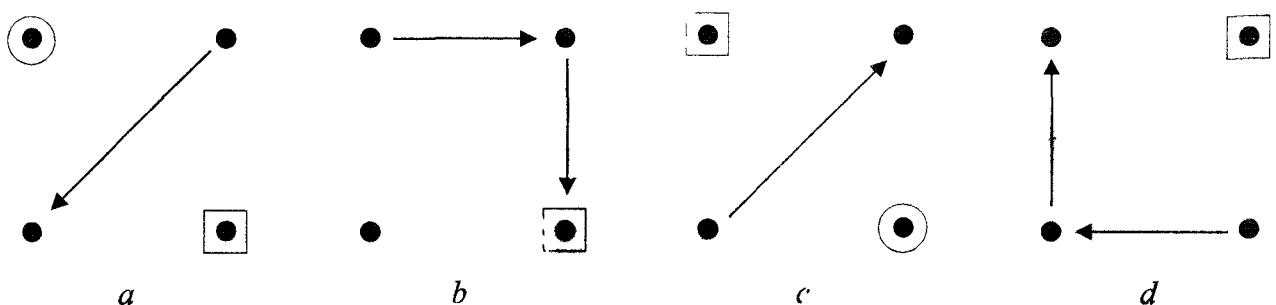


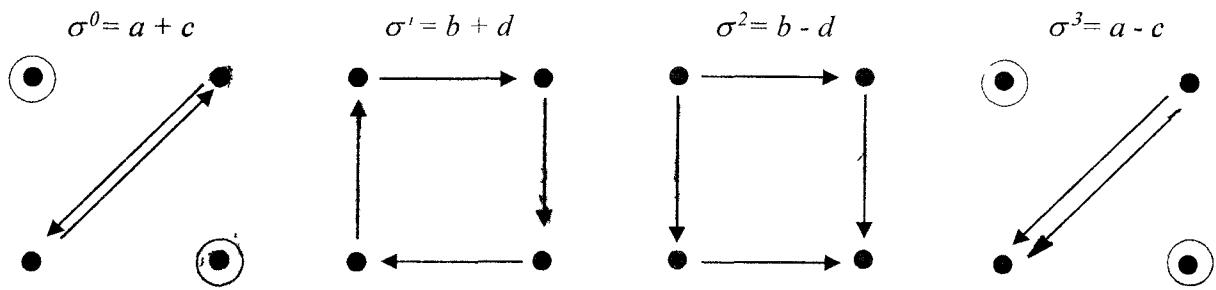
Рис. 3.3. Код алгебры M_2

Символом $\boxed{\bullet}$ обозначен элемент, произведения с которым дают ноль или сам элемент. Рассмотрим другой базис из суммы и разности исходных матриц и построим его графическое изображение, меняя стрелки в исходных диаграммах, если берется разность матриц. Имеем, с точностью до символа $\boxed{\bullet}$, (рис. 3.4). Мы получили известные матрицы Паули:

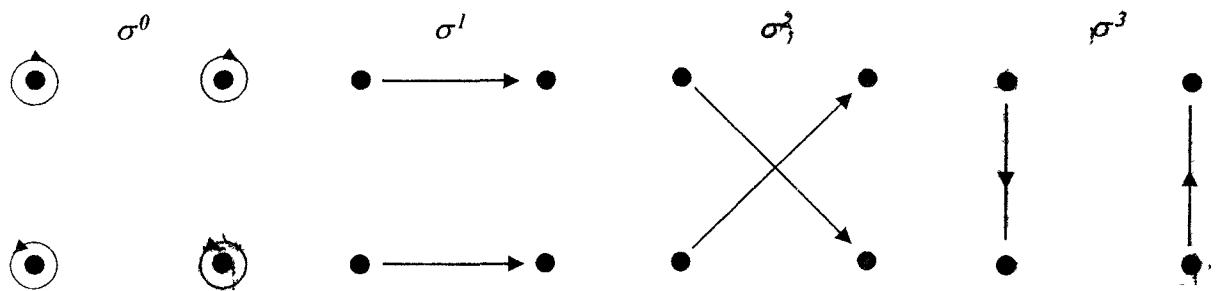
$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Они образуют группу. Обозначим ее $V(2)$. Применим к ней наш графический подход. Примем следующее расположение элементов:

$$\sigma^0 \bullet \quad \bullet \sigma^1 \\ \sigma^0 \bullet \quad \bullet \sigma^2$$

Рис. 3.4. Иной вид кода группы M_2

Получим разложение элементов в двойные произведения (рис. 3.5).

Рис. 3.5. Графический код второго порядка группы $V(2)$

Группа $V(2)$ неабелева. Поскольку

$$(\sigma^2)^2 = -\sigma^0, \quad (\sigma^2)^3 = -\sigma^2, \quad (\sigma^2)^4 = \sigma^0,$$

имеем подгруппу (с точностью до умножения на ± 1)

$$H = \{\sigma^0, \sigma^2, (\sigma^2)^2, (\sigma^2)^3\} \in Z_4,$$

которая является нормальной подгруппой группы $V(2)$, так как

$$\sigma^1 \sigma^2 (\sigma^1)^{-1} = -\sigma^2, \quad \sigma^3 \sigma^2 (\sigma^3)^{-1} = -\sigma^2$$

Поскольку $(\sigma^1)^2 = \sigma^0$, $(\sigma^2)^2 = \sigma^0$, группа $V(2)$ есть расширение Z_2 посредством H . Выполним теперь тензорное умножение Кронекера, заменив единицы матриц Паули этими же матрицами, а нули - нулевыми матрицами. Введем обозначение $\sigma'_j = \sigma^j \otimes \sigma^j$. Получим группу $V(4) = V(2) \otimes V(2)$. Она задается матрицами (с точностью до умножения на ± 1):

$$\sigma_0^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_0^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_0^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_0^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_1^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_2^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_3^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

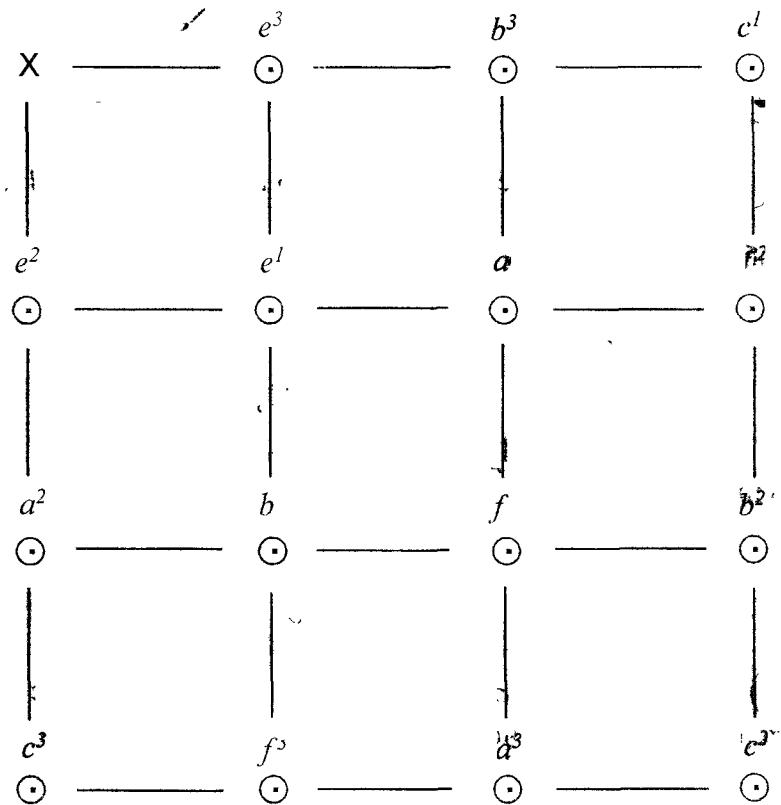


Рис. 3.6. Расположение образующих группы $V(4)$

Пусть

$$a^1 = \sigma_1^2, \quad a^2 = \sigma_2^0, \quad a^3 = \sigma_3^2, \quad b^1 = \sigma_2^1, \quad b^2 = \sigma_2^3, \quad b^3 = \sigma_0^2,$$

$$c^1 = \sigma_0^3, \quad c^2 = \sigma_3^3, \quad c^3 = \sigma_3^0, \quad e^1 = \sigma_1^1, \quad e^2 = \sigma_1^0, \quad e^3 = \sigma_0^1,$$

$$f^1 = \sigma_2^2, \quad f^2 = \sigma_1^3, \quad f^3 = \sigma_3^1, \quad X = \sigma_0^0.$$

Ее элементы задаются на рис. 3.6. Их произведения представим табл. 3.3.

Таблица 3.3.

Двойные произведения элементов группы $V(4)$

	a^1	a^2	a^3	b^1	b^2	b^3	c^1	c^2	c^3	e^1	e^2	e^3	f^1	f^2	f^3
a^1	$-X$	$-a^3$	a^2	$-c^2$	f^3	e^2	$-e^1$	b^1	f^1	c^1	$-b^3$	$-f^2$	$-c^3$	e^3	$-b^2$
a^2	a^3	$-X$	$-a^1$	e^3	c^1	f^1	$-b^2$	$-f^2$	$-e^2$	$-f^3$	c	$-b^1$	$-b^3$	c^2	e^1
a^3	$-a^2$	a^1	$-X$	f^2	e^1	c^3	f^3	e^3	$-b^3$	$-b^2$	$-f^1$	$-c^2$	e^2	$-b^1$	$-c^1$
b^1	$-c^2$	e^3	f^2	$-X$	$-b^3$	b^2	$-f^1$	a^1	$-e^1$	$-c^3$	f^3	$-a^2$	$-c^1$	$-a^3$	$-e^2$
b^2	f^3	c^1	e^1	b^3	$-X$	$-b^1$	$-a^2$	$-e^2$	$-f^3$	$-a^3$	c^2	f^1	$-e^3$	c^3	$-a^1$
b^3	e^2	f^1	c^3	$-b^2$	b^1	$-X$	e^3	f^3	$-a^3$	$-f^2$	$-a^1$	$-c^1$	$-a^2$	$-e^1$	$-c^2$
c^1	e^1	$-b^2$	$-f^3$	f^1	$-a^2$	$-e^3$	X	$-c^3$	$-c^2$	a^1	$-f^2$	$-b^3$	b^1	$-e^2$	$-a^3$
c^2	b^1	f^2	$-e^3$	a^1	e^2	$-f^3$	$-c^3$	X	$-c^1$	f^1	b^2	$-a^3$	e^1	a^2	b^3
c^3	$-f^1$	e^2	$-b^3$	e^1	f^2	$-a^3$	$-c^2$	$-c^1$	X	$-b^1$	a^2	$-f^3$	$-a^1$	b^2	$-e^3$
e^1	$-c^1$	f^3	$-b^2$	c^3	$-a^3$	f^2	$-a^1$	f^1	b^1	X	e^3	e^2	c^2	$-b^3$	a^2
e^2	$-b^3$	$-c^3$	f^1	$-f^3$	$-c^2$	$-a^1$	$-f^2$	$-b^2$	$-a^2$	e^3	X	e^1	a^3	$-c^1$	$-b^1$
e^3	f^2	$-b^1$	c^2	$-a^2$	$-f^1$	c^1	b^3	a^3	$-f^3$	e^2	e^1	X	b^2	a^1	$-c^3$
f^1	c^3	$-b^3$	$-e^2$	c^1	e^3	$-a^2$	$-b^1$	e^1	a^1	c^2	$-a^3$	$-b^2$	X	f^3	f^2
f^2	$-e^3$	$-c^2$	$-b^1$	$-a^3$	$-c^3$	e^1	$-e^2$	$-a^2$	$-b^2$	b^3	$-c^1$	$-a^1$	f^3	X	f^1
f^3	$-b^2$	$-e^1$	c^1	e^2	$-a^1$	c^2	a^3	$-b^3$	$-e^3$	$-a^2$	b^1	$-c^3$	f^2	f^1	X

Введем градуировку χ в произведение элементов согласно формуле $a \cdot b = (-1)^\chi ba$. Анализ показывает, что выполняются свойства: либо $a \cdot b - b \cdot a = 0$ - матрицы коммутативны, тогда $\chi=0$, либо $a \cdot b + b \cdot a = 0$ - матрицы антисимметричны, тогда $\chi=1$. Мы имеем градуированную абелеву группу. С учетом единичной матрицы E количество коммутирующих \bar{n} и антисимметричных \hat{n} двойных произведений матриц одинаково: $\bar{n} = \hat{n}$. Выполняется также условие

$$\sigma^{(j)} \sigma^{(i)} = \pm X,$$

где (j) - фиксированный индекс, X - единичная матрица. Для любой пары элементов из-за ассоциативности матриц имеем равенство $(x y)x = x(yx)$. Введем операции

$$[x, y] = xy - yx, \quad \{x, y\} = xy + yx.$$

Тогда алгебраическое условие для пары элементов группы выглядит так

$$\{[x, y]x\} = [x\{yx\}].$$

Элементы группы $V(4)$ разбиваются на подгруппы a^i , b^i , c^i , e^i , f^i . Используя представление элемента группы точкой и соединяя вместе элементы подгрупп, получим портрет группы $V(4)$ (рис. 3.7).

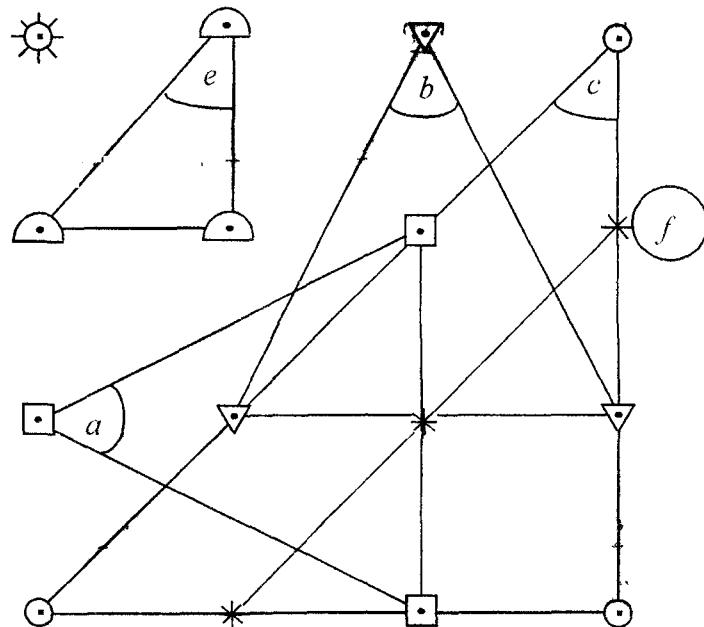


Рис. 3.7. Портрет группы $V(4)$

Представим его в другом виде, учитывая, что a^i и b^i антисимметричны, e^i и f^i коммутируют, а подгруппа c^i "переводит" a^i, b^i, f^i в e^i, f^i и обратно (рис. 3.8).

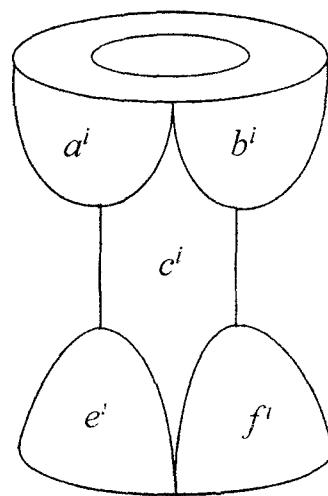
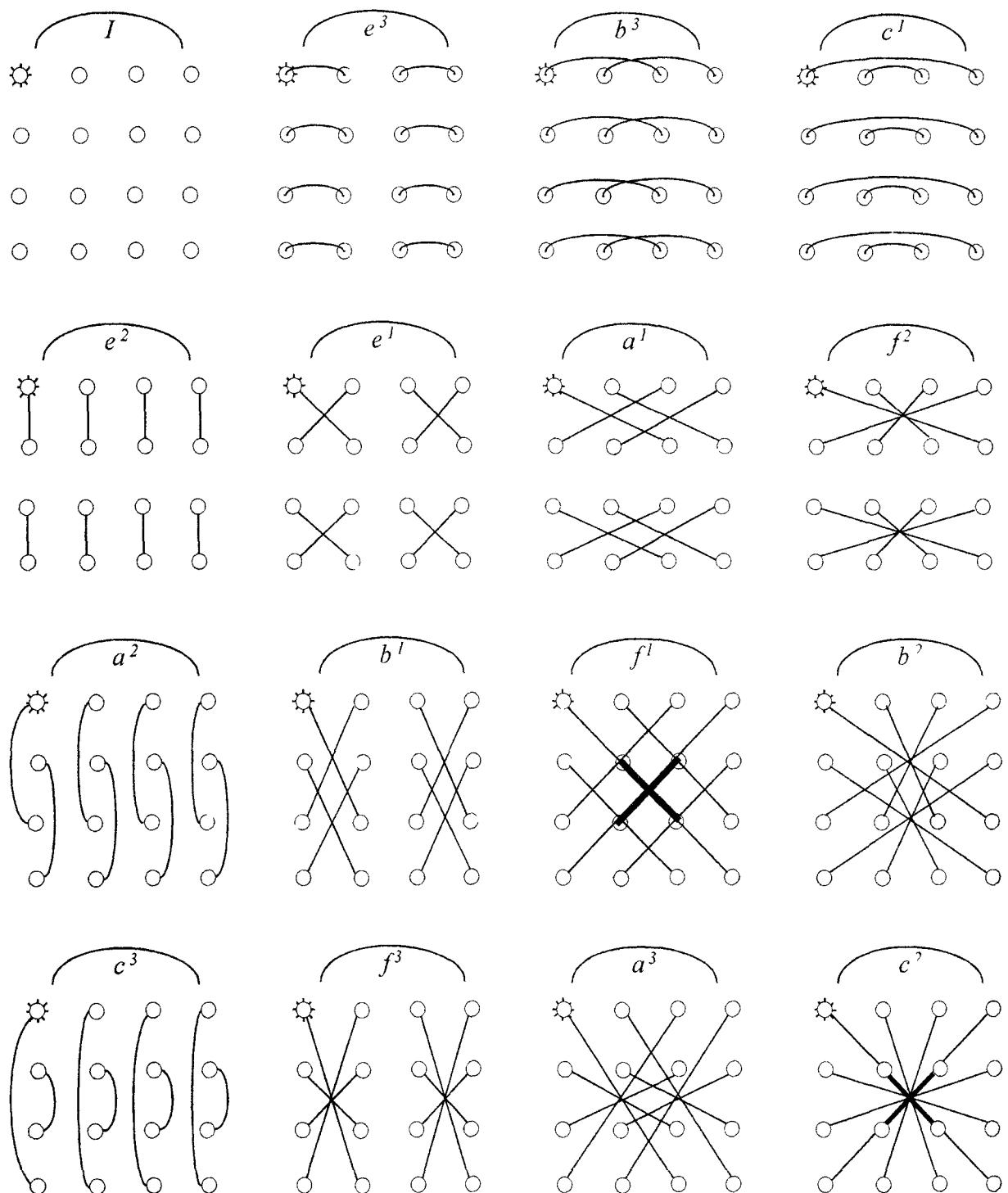


Рис. 3.8. Условный портрет группы $V(4)$

Двойные произведения матриц удобно задать схемой, указывающей, как данный элемент разлагается в произведение двух элементов. Располагая элементы согласно портрету группы, имеем ее код второго уровня (рис. 3.9).

Рис 3.9 Коды второго уровня группы $V(4)$

Знаки произведений можно учесть, удвоив число элементов, посредством задания ориентации линий. Символ ☀ обозначает единичную матрицу. Введем вращения

$$M_0 = 0,5(a - b'), \quad M_{ik} = 0,5(a' + b')$$

и псевдовращения

$$P_{0i} = 0,5(e' - f'), \quad P_{jk} = 0,5(e' + f').$$

Здесь символ jk означает согласованную с i перестановку в цикле $i, j, k \Rightarrow (123)$. Введем $g_{jk} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$. Для матриц M_y, P_y .

$$[M_y, M_{kl}] = g_{jk} M_{il} + g_{ik} M_{jl} - g_{ik} M_{jl} - g_{jl} M_{ik},$$

$$\{M_y, M_{kl}\} = g_{jk} P_{il} + g_{ik} P_{jl} - g_{ik} P_{jl} - g_{jl} P_{ik},$$

$$\{P_y, P_{kl}\} = g_{jk} P_{il} + g_{ik} P_{jk} + g_{ik} P_{jl} + g_{jl} P_{ik},$$

$$[P_y, P_{kl}] = g_{jk} M_{il} + g_{ik} M_{jk} + g_{ik} M_{jl} + g_{jl} M_{ik}.$$

Поставим им в соответствие дифференциальные операторы, располагая координаты и частные производные по строкам и столбцам соответствующих матриц согласно табл. 3.4.

$\alpha \backslash \beta$	x^1	x^2	x^3	x^0
$\partial/\partial x^1$	0	0	0	-1
$\partial/\partial x^2$	0	0	0	0
$\partial/\partial x^3$	0	0	0	0
$\partial/\partial x^0$	1	0	0	0

Таблица 3.4
Алгоритм получения
дифференциальных
операторов

Отсюда имеем

$$\tilde{M}_{10} = x^1 \partial/\partial x^0 - x^0 \partial/\partial x^1.$$

Найдем характеристический полином для элементов A различных подгрупп $V(4)$ согласно определению:

$$\det |\lambda I - A| = 0.$$

Для действительных собственных чисел он имеет вид

$$\lambda^4 - 2\lambda^2 + 1 = 0.$$

Его корни таковы

$$\lambda_1 = \lambda_4 = 1, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = -1.$$

Рассмотрим пару кривых, отличающихся знаком:

$$y_1 = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1, \quad y^2 = -\lambda^4 + 2\lambda^2 - 1,$$

что соответствует выбору функций вида $y_i = \det A_i, \det |\lambda I - A_i|$. Тогда имеем симметрично расположенные графики (рис. 3.10). Для двух кривых имеем минимальные значения, соответствующие

$$\lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = 1.$$

Ассоциируем с ними "метрики", умножая компоненту g^{00} на λ_i .

$$r^y = \text{diag}(1, 1, 1, -1), \quad n^y = \text{diag}(1, 1, 1, 0), \quad g^y = \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

полагая, что группа "несет" их на себе. Будем рассматривать корни характеристического уравнения как точки пересечения двух кривых

$$y_1 = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1, \quad y_2 = 0$$

при условии, что

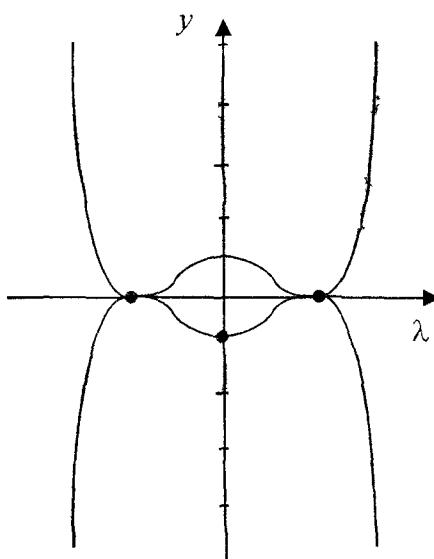


Рис. 3.10. Графики характеристических полиномов подгруппы $(e', f', c') \in V(4)$

Тогда возможно выбрать $y_2 \neq 0$ и рассматривать элементы матриц, соответствующие "корням" λ_i , как динамические элементы, если динамично поведение y_2 . Пусть, например, $y_2 = a\lambda + b$, причем (a, b) переменны. Имеем связь

$$\lambda^4 - 2\lambda^2 + 1 = a\lambda + b,$$

которая может стать основой для анализа динамики "метрик" группы $V(4)$, которая образована из $U(1)$ и $SU(4)$ в виде

$$V(4) = U(1) \times SU(4)/Z_4.$$

Обозначим j -й элемент Z_4 через $j = Z_4(j)$, а генератор алгебры для группы $SU(4)$ через $A(SU(4))$. Пусть величина a задается как свободный функционал. Используем $j_1 = 1$, $j_2 = -1$. Введем функцию

$$Y_j = \det [Z_4(j)U(1) \cdot (\lambda I - A(SU(4)))] + ja.$$

Тогда при $a = 1$ получим две кривые, представленные на рис. 3.11.

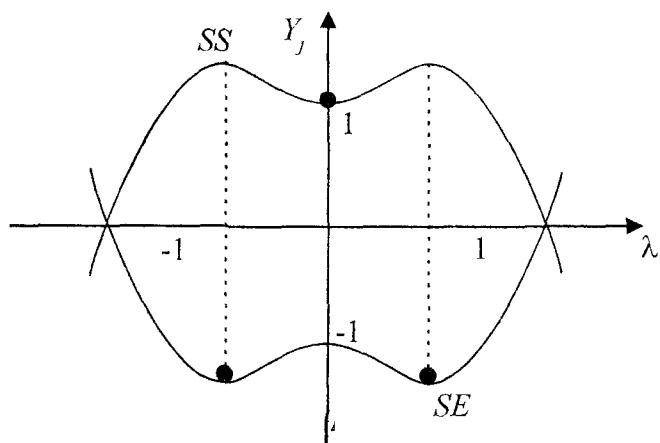


Рис. 3.11. Графики обобщенных характеристических полиномов

Будем рассматривать их как элементы, характеризующие когомологическую устойчивость событий SE и состояний SS для физических явлений и объектов. Отнесем им значения λ , для которых

$$b_j = \frac{dY_j}{d\lambda} = 0.$$

Тогда имеем возможность следующего сопоставления:

- a) SS -состояния когомологически устойчивы при $\lambda = 0$ и они имеют свои границы от $\lambda = -1$ до $\lambda = 1$, в которых объектные состояния когомологически неустойчивы;
- б) SE -события когомологически устойчивы при $\lambda = -1$ и $\lambda = 1$, они могут перейти друг в друга через $\lambda = 0$, а все "события" с $\lambda \neq \pm 1$ когомологически неустойчивы.

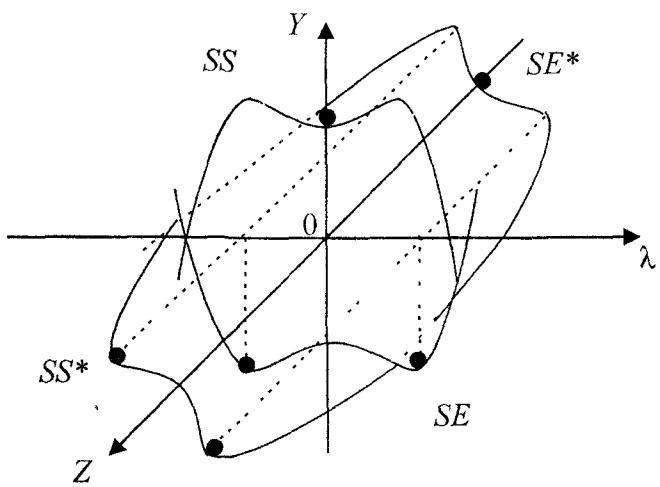


Рис. 3.12. Поверхность когомологической устойчивости

Заметим, что поскольку группа $Z_4(j)$ имеет элементы $(-i, -1, 1, i)$, возможно построение поверхности когомологической устойчивости состояний и событий (рис. 3.12).

Нульмерная группа когомологий Хохшильда $H^0(G, A)$ проявляется себя в группе $G_a = V(4)$ посредством выделенных точек (\bullet), дающих значения λ , соответствующие экстремумам характеристических полиномов.

Обозначая единичную матрицу σ^0 и используя матрицы Паули σ^i :

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

имеем группу $\hat{V}(2) = U(1) \times SU(2)$. Рассмотрим ее тензорное произведение. Группа $\hat{V}(4) = \hat{V}(2) \otimes \hat{V}(2)$, заданная с точностью до умножения на ± 1 , имеет систему образующих (табл. 3.5).

Таблица 3.5.

Образующие группы $\hat{V}(4)$

E	e^3	\hat{b}^3	c^I
$\sigma_0^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\sigma_0^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_0^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_0^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
e^2	e^I	\hat{a}^I	f^2
$\sigma_1^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_1^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_1^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_1^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
\hat{a}^2	\hat{b}^1	f^I	\hat{b}^2
$\sigma_2^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_2^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_2^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix}$
c^3	f^3	\hat{a}^3	c^2
$\sigma_3^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\sigma_3^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \end{pmatrix}$	$\sigma_3^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

В таком варианте обратные элементы группы совпадают с исходными: $\xi^{(i)} \cdot (\xi^{(i)})^{-1} = I$, $(\xi^{(i)})^{-1} \equiv \xi^{(i)}$. Матрицы эрмитово сопряжены, также $\xi \xi^* \equiv I$. Для них

$$Sp \xi = 0, \quad Det \xi = 1.$$

Согласно общепринятой терминологии, указанные матрицы образуют фундаментальное представление группы $V(4)$. Они являются генераторами X_k алгебры Ли этой группы, удовлетворяя соотношениям

$$[X_k, X_m] = C'_{km} X_l,$$

где C'_{km} - структурные постоянные алгебры. В окрестности единицы группы ее элемент может быть задан выражением

$$U(\xi^1 \dots \xi^m) \cong I + i \xi^m Y_m,$$

где ξ^m - параметры группы, Y_m - матрицы, задающие представление группы. В рассматриваемом случае

$$\det U(\xi^1 \dots \xi^m) = 1,$$

следовательно, согласно ее инфинитезимальному разложению, имеем

$$Sp Y_m = 0.$$

Кроме этого, имеем условие унитарности

$$U(\xi^1 \dots \xi^m)^+ U(\xi_\pm^1 \dots \xi^m) = 1,$$

из которого следует, что матрицы Y_m эрмитовы

$$Y_m^+ = Y_m$$

Это условие эквивалентно n^2 уравнениям. Условие $Sp Y_n = 0$ есть дополнительное уравнение. Вследствие этого размерность m группы равна

$$m = n^2 - 1.$$

Для $n=4$ имеем $m=15$, именно то число матриц, которое содержит группа $V(4)$, если единичную матрицу рассматривать как самостоятельную подгруппу. Полагая

$$Y_m = X_m^+,$$

получаем представление, контрградиентное к фундаментальному. Оно совпадает в нашем случае с сопряженным и отличается от фундаментального заменой мнимой единицы на сопряженную. Матрицы $(I, -I)X$ образуют подгруппу.

Мы рассмотрим далее приложения группы $\hat{V}(4)$ к анализу физических явлений. Во-первых, найдем единую GAG-форму физических законов Ньютона-Эйлера, Мак-свелла, Дирака, Шредингера; во-вторых, докажем, что в таких теориях из-за структуры группы $\hat{V}(4)$ отсутствует ограничение на скорость и потому возможно использование модели пространства $R^3 \times T^1$ дополнительно пространству Минковского, равно как и использование сверхсветовых скоростей.

3.1.1 Пересечение подгрупп $V(4)$

Используя произведения элементов группы $V(4)$, рассмотрим отображение, сопоставляющее каждой паре элементов (a, b) решение (σ, k) системы двух уравнений

$$a \cdot b \pm (-1)^{\sigma+1} b \cdot a = K \sigma c,$$

где $c \in V(4)$. Для пары чисел на плоскости $(\alpha, \beta \in R^2)$ построим прямую

$$K = \alpha \sigma + \beta.$$

Полученные прямые линии могут ограничивать область с определенной площадью S , которую будем рассматривать как характеристику, задающую пересечение подгрупп.

Анализ группы $V(4)$ показал, что коэффициенты таковы:

а) для антисимметрических элементов имеем

$$K = -(2\sigma - 4); \quad \sigma = 1, \quad K = 2; \quad \sigma = 2, \quad K = 0;$$

$$K = (2\sigma - 4); \quad \sigma = 1, \quad K = -2; \quad \sigma = 2, \quad K = 0;$$

со знаком перед скобкой, не совпадающим со знаком произведения двух элементов.

б) для симметрических элементов имеем

$$K = -(\sigma - 4); \quad \sigma = 1, \quad K = 0; \quad \sigma = 2, \quad K = -1;$$

$$K = \sigma - 1; \quad \sigma = 1, \quad K = 0; \quad \sigma = 2, \quad K = 1;$$

со знаком, совпадающим с тем, который имеет произведение элементов.

Пример: $a \cdot b + (-1)^{\sigma+1} b \cdot a = K \sigma c$ для f', e' .

$$\begin{aligned} f^1 e^1 + e^1 f^1 &= 2c^2 & : \quad \sigma = 1, \quad K = 2 \\ f^1 e^1 - e^1 f^1 &= 0 & : \quad \sigma = 2, \quad K = 0 \end{aligned} \quad K = -(2\sigma - 4),$$

$$\begin{aligned} f^1 e^2 + e^2 f^1 &= 0 & : \quad \sigma = 1, \quad K = 0 \\ f^1 e^2 - e^2 f^1 &= -2a^3 & : \quad \sigma = 2, \quad K = -1 \end{aligned} \quad K = -(\sigma - 1),$$

$$\begin{aligned} f^2 e^1 - e^1 f^2 &= 2b^3 & : \quad \sigma = 2, \quad K = 1 \\ f^2 e^1 + e^1 f^2 &= 0 & : \quad \sigma = 1, \quad K = 0 \end{aligned} \quad K = \sigma - 1,$$

$$\begin{aligned} f^2 e^2 + e^2 f^2 &= -2c^2 & : \quad \sigma = 1, \quad K = -2 \\ f^2 e^2 - e^2 f^2 &= 0 & : \quad \sigma = 2, \quad K = 0 \end{aligned} \quad K = 2\sigma - 4.$$

Выводы:

1. Отображение подгрупп в поле чисел

$$a \cdot b + (-1)^{\sigma+1} b \cdot a = K \sigma c,$$

$$a, b, c \in G$$

позволяет определить "пересечение" подгрупп по площади поверхности, которую охватывают прямые линии

$$K = \alpha \sigma + \beta.$$

2. Коммутирующим величинам соответствуют прямые

$$K(1) = K_1 = -\sigma + 1 = -(\sigma - 1), \quad K(2) = K_2 = \sigma - 1.$$

3. Антакоммутирующим величинам соответствуют прямые

$$K(3) = K_3 = -(2\sigma - 4), \quad K(4) = K_4 = 2\sigma - 4.$$

4. Подгруппы (e', f') не имеют пересечений, имеется только одна прямая $K = -2\sigma + 4$.

5. Подгруппы (a', b') пересекаются в одной точке $K = 0, \sigma = 2$.

6. Подгруппы (a', b') задают треугольник в пересечении.

7. Остальные пересечения задают симметричный четырехугольник.

Диаграммы пересечений изображены на рис. 3.13÷3.16.

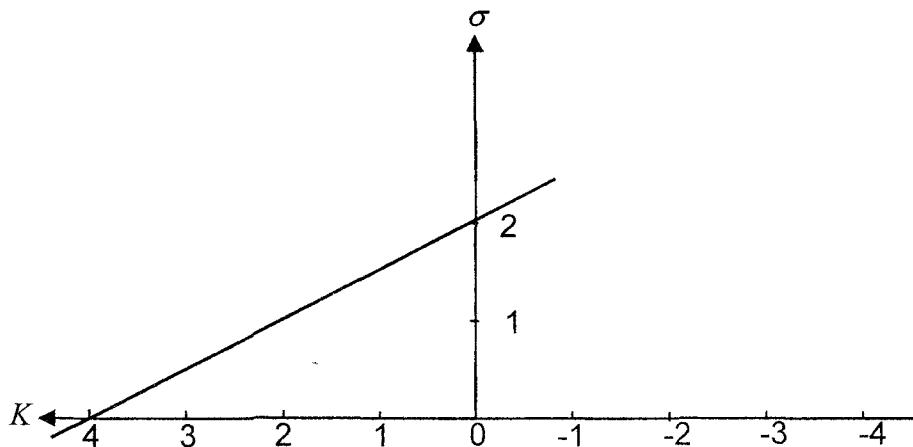


Рис. 3.13. Пересечение подгрупп : $e' \cap e:$, $f' \cap f:$

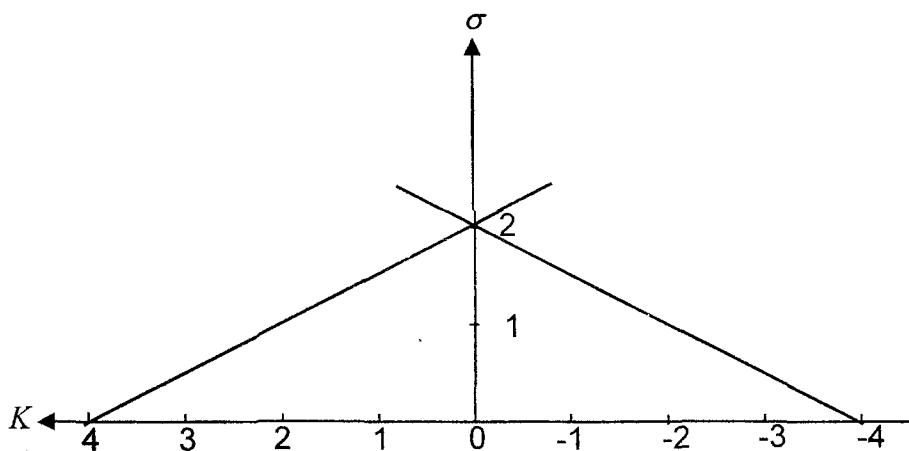
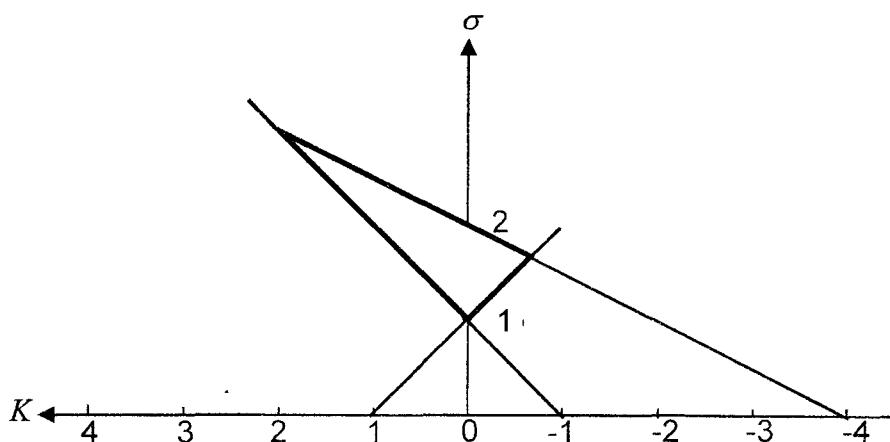
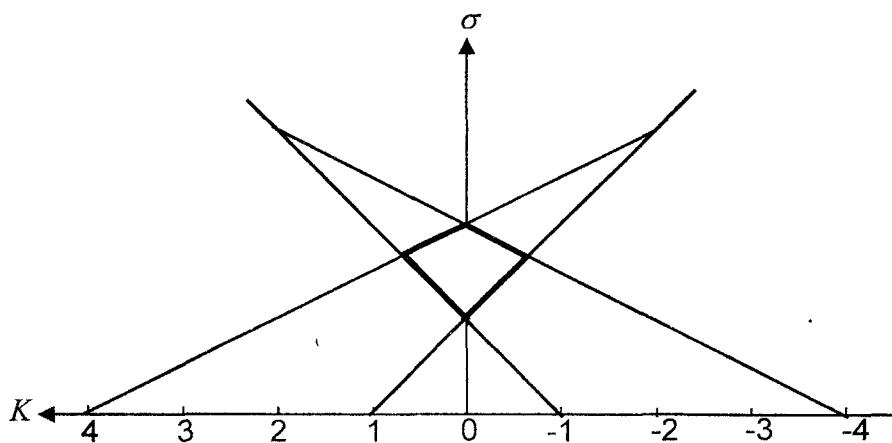


Рис. 3.14. Пересечение подгрупп : $a' \cap b:$, $b' \cap a:$


 Рис. 3.15. Пересечение подгрупп $a \circ b$, $b \circ b$:

 Рис. 3.16. Пересечение подгрупп $\xi \circ \eta$:

3.1.2. Подгруппы $V(4)$

Дополнив положительные элементы отрицательными, имеем таблицы 3.6÷3.11 двойных произведений.

Произведения в подгруппе $a' \in V(4)$ Таблица 3.6.

A	I	a^1	a^2	a^3	$-a^3$	$-a^2$	$-a^1$	$-I$
I	I	a^1	a^2	a^3	$-a^3$	$-a^2$	$-a^1$	$-I$
a^1	a^1	$-I$	$-a^3$	a^2	$-a^2$	a^3	I	$-a^1$
a^2	a^2	a^3	$-I$	$-a^1$	a^1	I	$-a^3$	$-a^2$
a^3	a^3	$-a^2$	a^1	$-I$	I	$-a^1$	a^2	$-a^3$
$-a^3$	$-a^3$	a^2	$-a^1$	I	$-I$	a^1	$-a^2$	a^3
$-a^2$	$-a^1$	$-a^3$	I	a^1	$-a^1$	$-I$	a^3	a^2
$-a^1$	$-a^1$	I	a^3	$-a^2$	a^2	$-a^3$	$-I$	a^1
$-I$	$-I$	$-a^1$	$-a^2$	$-a^3$	a^3	a^1	a^1	I

Для элементов B таблица аналогична.

Произведения в подгруппе $b^i \in V(4)$ Таблица 3.7.

B	I	b^1	b^2	b^3	$-b^3$	$-b^2$	$-b^1$	$-I$
I	I	b^1	b^2	b^3	$-b^3$	$-b^2$	$-b^1$	$-I$
b^1	b^1	$-I$	$-b^3$	b^2	$-b^2$	b^3	I	$-b^1$
b^2	b^2	b^3	$-I$	$-b^1$	b^1	I	$-b^3$	$-b^2$
b^3	b^3	$-b^2$	b^1	$-I$	I	$-b^1$	b^2	$-b^3$
$-b^3$	$-b^3$	b^2	$-b^1$	I	$-I$	b^1	$-b^2$	b^3
$-b^2$	$-b^2$	$-b^3$	I	b^1	$-b^1$	$-I$	b^3	b^2
$-b^1$	$-b^1$	I	b^3	$-b^2$	b^2	$-b^3$	$-I$	b^1
$-I$	$-I$	$-b^1$	$-b^2$	$-b^3$	b^3	b^2	b^1	I

Сумма всех двойных произведений равна нулю. Матрицы C аналогичны A и B .

Произведения в подгруппе $c^i \in V(4)$ Таблица 3.8.

C	I	c^1	c^2	c^3	$-c^3$	$-c^2$	$-c^1$	$-I$
I	I	c^1	c^2	c^3	$-c^3$	$-c^2$	$-c^1$	$-I$
c^1	c^1	I	$-c^3$	$-c^2$	c^2	c^3	$-I$	$-c^1$
c^2	c^2	$-c^3$	I	$-c^1$	c^1	$-I$	c^3	$-c^2$
c^3	c^3	$-c^2$	$-c^1$	I	$-I$	c^1	c^2	$-c^3$
$-c^3$	$-c^3$	c^2	c^1	$-I$	I	$-c^1$	$-c^2$	c^3
$-c^2$	$-c^2$	c^3	$-I$	c^1	$-c^1$	I	$-c^3$	c^2
$-c^1$	$-c^1$	$-I$	c^3	c^2	$-c^2$	$-c^3$	I	c^1
$-I$	$-I$	$-c^1$	$-c^2$	$-c^3$	c^3	c^2	c^1	I

Матрицы G образуют подгруппу и без отрицательных элементов

Произведения в подгруппе $G \in V(4)$ Таблица 3.9.

G	I	e^1	f^1	c^2	$-c^2$	$-f^1$	$-e^1$	$-I$
I	I	e^1	f^1	c^2	$-c^2$	$-f^1$	$-e^1$	$-I$
e^1	e^1	I	c^2	f^1	$-f^1$	$-c^2$	$-I$	$-e^1$
f^1	f^1	c^2	I	e^1	$-e^1$	$-I$	$-c^2$	$-f^1$
c^2	c^2	f^1	e^1	I	$-I$	$-e^1$	$-f^1$	$-c^2$
$-c^2$	$-c^2$	$-f^1$	$-e^1$	$-I$	I	e^1	f^1	c^2
$-f^1$	$-f^1$	$-c^2$	$-I$	$-e^1$	e^1	I	c^2	f^1
$-e^1$	$-e^1$	$-I$	$-c^2$	$-f^1$	f^1	c^2	I	e^1
$-I$	$-I$	$-e^1$	$-f^1$	$-c^2$	c^2	f^1	e^1	I

Сумма всех двойных произведений равна нулю.

Матрицы E, F аналогичны G . Поскольку взаимные произведения содержат как положительные, так и отрицательные элементы, их нужно использовать все.

Произведения в подгруппе $e^i \in V(4)$ Таблица 3.10.

E	I	e^1	e^2	e^3	$-e^3$	$-e^2$	$-e^1$	$-I$
I	I	e^1	e^2	e^3	$-e^1$	$-e^2$	$-e^1$	$-I$
e^1	e^1	I	e^3	e^2	$-e^2$	$-e^3$	$-I$	$-e^1$
e^2	e^2	e^3	I	e^1	$-e^1$	$-I$	$-e^3$	$-e^2$
e^3	e^3	e^2	e^1	I	$-I$	$-e^1$	$-e^2$	$-e^3$
$-e^3$	$-e$	$-e^2$	$-e^1$	$-I$	I	e^1	e^2	e^3
$-e^2$	$-e^-$	$-e^3$	$-I$	$-e^1$	e^1	I	e^3	e^2
$-e^1$	$-e^1$	$-I$	$-e^3$	$-e^2$	e^2	e^3	I	e^1
$-I$	$-I$	$-e^1$	$-e^2$	$-e^3$	e^3	e^2	e^1	I

Положительные матрицы образуют подгруппу.

Произведения в подгруппе $f^i \in V(4)$ Таблица 3.11.

F	I	f^1	f^2	f^3	$-f^3$	$-f^2$	$-f^1$	$-I$
I	I	f^1	f^2	f^3	$-f^3$	$-f^2$	$-f^1$	$-I$
f^1	f^1	I	f^3	f^2	$-f^2$	$-f^3$	$-I$	$-f^1$
f^2	f^2	f^3	I	f^1	$-f^1$	$-I$	$-f^3$	$-f^2$
f^3	f^3	f^2	f^1	I	$-I$	$-f^1$	$-f^2$	$-f^3$
$-f^3$	$-f$	$-f^2$	$-f^1$	$-I$	I	f^1	f^2	f^3
$-f^2$	$-f^2$	$-f^3$	$-I$	$-f^1$	f^1	I	f^3	f^2
$-f^1$	$-f^1$	$-I$	$-f^3$	$-f^2$	f^2	f^3	I	f^1
$-I$	$-I$	$-f^1$	$-f^2$	$-f^3$	f^3	f^2	f^1	I

Сумма всех двойных произведений равна нулю.

Подгруппу образуют ($I, -I$). Их двойные произведения таковы:

*	I	$-I$
I	I	$-I$
$-I$	$-I$	I

Каждая подгруппа содержит (*). Совокупность элементов образует "цветок" (рис.3.17). Сумма элементов равна нулю, количество положительных и отрицательных элементов одинаково.

Представим группу $V(4)$ графически (рис. 3.18). В ней $(\xi')^{-1} = -\xi'$, если $\xi = a, b$. а также $(\xi')^{-1} = \xi'$, если $\xi = c, e, f, g$. В физических моделях, следя Дираку и Вейлю,

принято использовать элементы положительного сектора группы. Однако можно использовать и все элементы. Образуем множество матриц, умножив элементы $(a', b', e', c', f', +I, -I)$ на числа $(+1, +i, -1, -i)$.

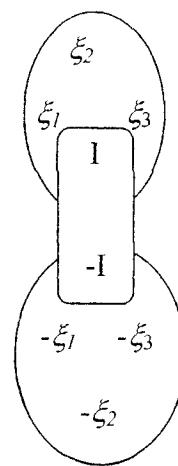


Рис. 3.17. Совокупность элементов подгрупп - "цветок"

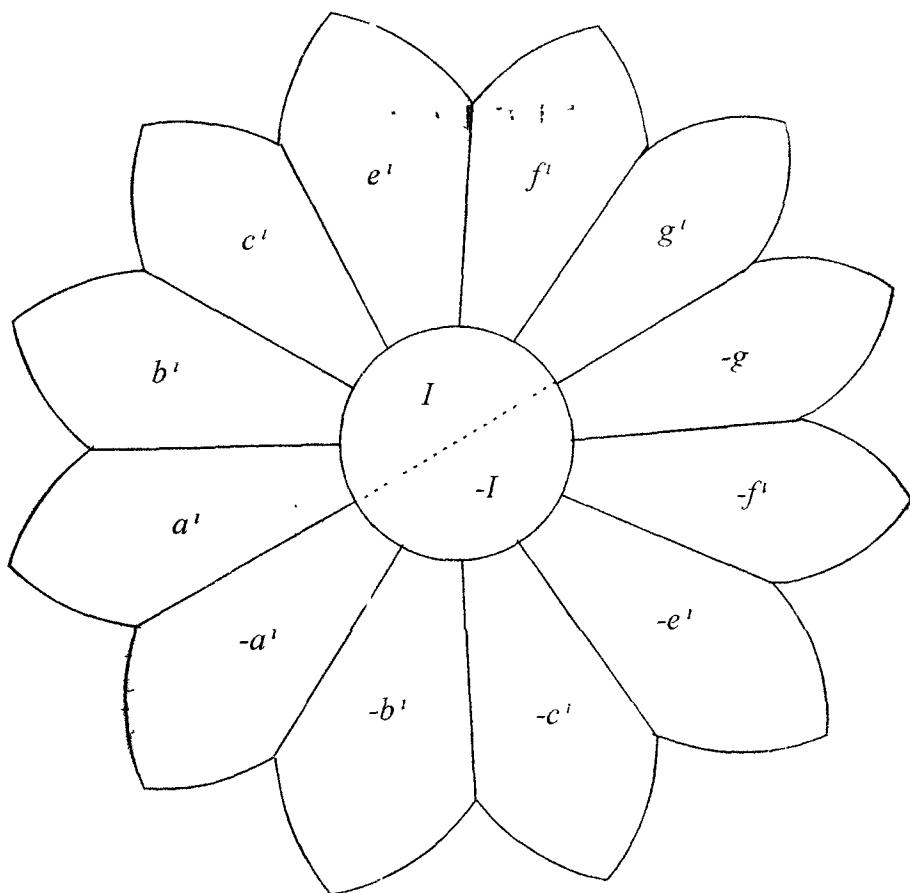


Рис. 3.18. Группа $V(4)$ в форме "ромашки"

Получим "полную" группу $V(4)$ (рис. 3.19).

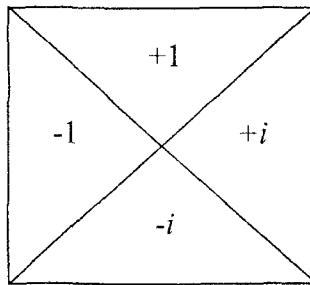


Рис. 3.19. Сектора "полной" группы $V(4)$

Анализ показал, что она используется, явно или скрытно, в любой физической модели.

3.1.3. Смежные классы, орбиты

Используя положительный сектор группы $V(4)$, оставляя без внимания знаки перед произведениями, проанализируем связи между ее элементами.

1. Инвариантные подгруппы

Из таблицы двойных произведений следует, что каждая подгруппа является инвариантной, так как условие

$$gH = Hg,$$

где $H = \{A, B, C, E, F, G, *\}$ выполняется для всех элементов группы.

2. Смежные классы

По определению, ими являются непересекающиеся множества, полученные из произведения gH , где $g \in G$, H – инвариантная подгруппа. Положительный их сектор, исключая единичную матрицу, легко найти из таблицы двойных произведений, так как смежные классы состоят из четверки элементов, полученных "на пересечении" двух подгрупп. Для подгруппы C имеем:

$$a^1 b^1 f^1 e^1, \quad a^2 b^2 f^2 e^2, \quad a^3 b^3 f^3 e^3.$$

Все их двойные произведения задают элементы подгруппы C . Они могут быть представлены графически (рис. 3.20).

Тогда, например:

	a^3	f^3	e^3
a^3	$-X$	$-c^1$	$-c^2$
f^3	c^1	X	$-c^3$
e^3	c^2	$-c^3$	X

Легко видеть, что смежные классы не исчерпывают всех подпространств инвариантной подгруппы. Так, прямой расчет показывает, что существуют графические диаграммы на портрете группы, аналогичные базовой (полученной при соединении элементов подгруппы). В случае подгруппы A таким образом получим

$$c^2 f^2 b^1, \quad e^1 f^3 b^2, \quad e^2 c^3 f^1, \quad b^3 f^1 e^2, \quad e^1 c^1 b^2, \quad e^3 b^1 f^2 \dots$$

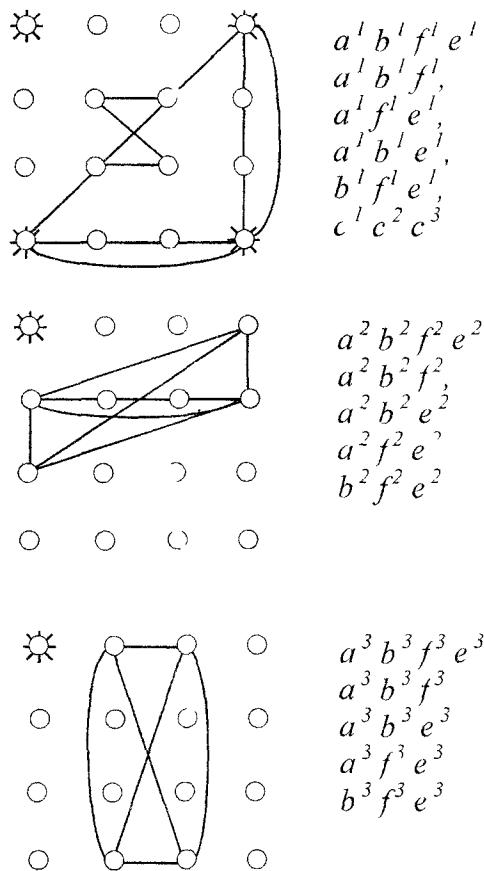


Рис. 3.20. Смежные классы подгруппы $c' \in V(4)$

Им соответствуют графические изображения (рис. 3.21)

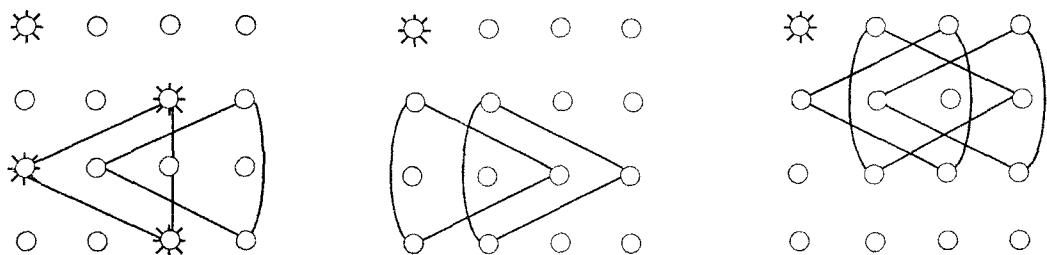


Рис. 3.21 Подпространства инвариантной подгруппы

Смежные классы по подгруппе A таковы:

$$\alpha A \Rightarrow b^1 c^2 e^3 f^2,$$

$$\beta A \Rightarrow b^2 c^1 e^1 f^3,$$

$$\gamma A \Rightarrow b^3 c^3 f^1 e^2.$$

Они дополняют подпространства группы, полученные графически. Обозначим ξH смежные классы по инвариантной подгруппе H . В группе $V(4)$ имеем систему H :

$$A = (a^1, a^2, a^3), \quad B = (b^1, b^2, b^3), \quad C = (c^1, c^2, c^3), \\ E = (e^1, e^2, e^3), \quad F = (f^1, f^2, f^3), \quad G = (g^1, g^2, g^3).$$

Смежные классы для них таковы:

$$\begin{array}{ccccccccc} & b^1 & c^2 & e^3 & f^2, & & a^1 & c^2 & e^2 & f^3, \\ \underline{\xi A}: & b^2 & c^1 & e^1 & f^3, & \underline{\xi B}: & a^2 & c^1 & e & f^1, \\ & b^3 & c^3 & e^2 & f^1 & & a^3 & c^3 & e^1 & f^2. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & a^1 & b^1 & e^1 & f^1, & & a^1 & b^3 & c^1 & f^2, \\ \underline{\xi C}: & a^2 & b^2 & e^2 & f^2, & \underline{\xi E}: & a^2 & b^1 & c^3 & f^3, \\ & a^3 & b^3 & e^3 & f^3. & & a^3 & b^2 & c^2 & f^1. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & a^1 & b^2 & e^3 & c^3, & & a^1 & c^1 & c^3 & b^1, \\ \underline{\xi F}: & a^2 & b^3 & c^2 & e^1, & \underline{\xi G}: & a^3 & b^3 & f^2 & f^3, \\ & a^3 & b^1 & c^1 & e^2. & & a^3 & b^2 & e^2 & e^1. \end{array}$$

Легко видеть, что код двойных произведений указывает тройки элементов, в смежном классе взаимные произведения которых образуют подгруппу. Для этого зададим графически замкнутый путь для элементов группы, согласованный с кодом. Для подгруппы E коды представлены на рис. 3.22.

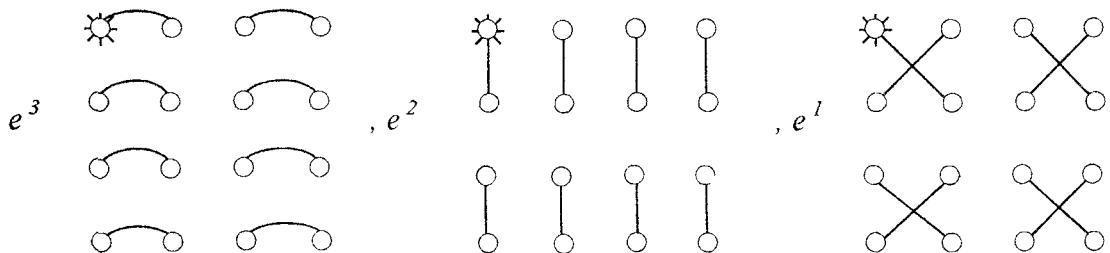
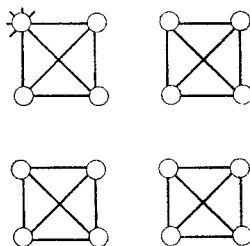


Рис. 3.22. Графические коды элементов $e^i \in V(4)$

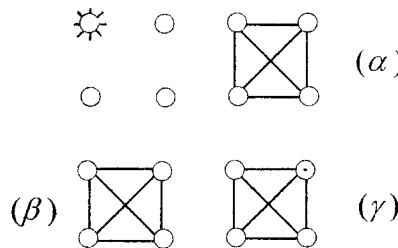
Поэтому все подгруппы E , получаемые из элементов группы $V(4)$, исчерпываются диаграммами.



Им соответствуют смежные классы, не использующие элементов e^i :

$$(\alpha) a^1 b^3 f^2 c^1, \quad (\beta) a^2 b^1 c^3 f^3, \quad (\gamma) a^3 b^2 c^2 f^1.$$

Для них имеем диаграмму:



Так получается гомологическая модель произведения в группе, когда *матрицы умножаются графически*.

3.1.4. Исходные элементы группы $V(4)$

Рассмотрим группу $Z_2 = \{-1, 1\}$. Применим к ней операцию \triangleleft , следя за разделу 3.2. Получим базис

$$t_i = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\} \in Z_2 \triangleleft Z_2, i=1, 2.$$

Обозначим $I = t_1 \cdot t_1$. Элементы

$$I \otimes t_i = (-c^1, b^3), \quad t_i \otimes I = (-c^3, a^2)$$

принадлежат $V(4)$. Используя взаимные произведения, мы получим всю группу $V(4)$. Через ее элементы, как показано ниже, записываются фундаментальные физические законы. Следовательно, пара элементов t_i , используемых совместно с операциями матричного и тензорного умножения, являются основой моделирования физических явлений.

3.2. ГЕНЕРАЦИЯ НОВЫХ ГРУПП ОПЕРАЦИЯМИ \curvearrowright , \triangleleft

Указан алгоритм, позволяющий по разложению элементов группы $V(4)$ в произведение своих элементов найти группу меньшей размерности $V(3)$. Он основан на анализе расположения антисимметрических элементов в таблице Кэли. Дан графический анализ алгоритма. Введены операции \curvearrowright , \triangleleft , позволяющие из известных групп создавать новые.

В группе $V(4)$ мы имеем нормальных пять подгрупп по три элемента a', b', c', e', f' .

Рассмотрим таблицу Кэли двойных произведений. Введем в ней операцию замещения \curvearrowright , заменяя элементы ξ' , которые антисимметрически, единицей, сохраняя знак их произведения, а коммутирующие элементы η' заменяя нулями: $\pm \xi' \rightarrow \pm 1$, $\pm \eta' \rightarrow 0$. Получим схему (табл. 3.12), которая следует из двойных произведений матриц $\gamma^k \in V(4)$.

Действие операции замещения в группе $V(4)$

Таблица 3.12.

		A	B	C	E	F
		$a^1 a^2 a^3$	$b^1 b^2 b^3$	$c^1 c^2 c^3$	$e^1 e^2 e^3$	$f^1 f^2 f^3$
A	a^1	-1 0 0	-1 1 1	0 1 0	0 -1 0	0 0 -1
	a^2	0 -1 0	1 1 1	-1 0 0	0 0 -1	-1 0 0
	a^3	0 0 -1	1 1 1	0 0 -1	-1 0 0	0 -1 0
B	b^1	-1 1 1	-1 0 0	0 1 0	0 0 -1	0 1 0
	b^2	1 1 1	0 -1 0	-1 0 0	-1 0 0	0 0 -1
	b^3	1 1 1	0 0 -1	0 0 -1	0 -1 0	-1 0 0
C	c^1	0 -1 0	0 -1 0	1 -1 -1	0 -1 0	0 -1 0
	c^2	1 0 0	1 0 0	-1 1 -1	1 0 0	1 0 0
	c^3	0 0 -1	0 0 -1	-1 -1 1	0 0 -1	0 0 -1
E	e^1	0 0 -1	0 -1 0	0 1 0	1 1 1	1 0 0
	e^2	-1 0 0	0 0 -1	-1 0 0	1 1 1	0 -1 0
	e^3	0 -1 0	-1 0 0	0 0 -1	1 1 1	0 0 -1
F	f^1	0 -1 0	0 0 -1	0 1 0	1 0 0	1 1 1
	f^2	0 0 -1	1 0 0	-1 0 0	0 -1 0	1 1 1
	f^3	-1 0 0	0 -1 0	0 0 -1	0 0 -1	1 1 1

С целью их классификации выберем матрицы, которым сопоставим "запахи". Пусть они будут двух типов. Имеем открытый запах (если он следует из произведений матриц) и скрытый, которого нет в произведениях:

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Введем $H = Lh \cdot hL + Lh + hL$. Места антикоммутаторов расположатся в табл. 3.13.

Дадим аналитическое выражение для мест антикоммутаторов. С целью упрощения анализа удалим из таблицы нормальную подгруппу c , произведения других элементов ξ для которой дает $\xi c = c \xi = h$.

Расположение антикоммутаторов в группе $V(4)$

по операции замещения ↘

Таблица 3.13.

	A	B	C	E	F
A	$Lh \cdot hL$	H	h	hL	Lh
B	H	$Lh \cdot hL$	h	Lh	hL
C	h	h	H	h	h
E	Lh	hL	h	H	$Lh \cdot hL$
F	hL	Lh	h	$Lh \cdot hL$	H

Введем

$$e^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad e^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad e^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad e^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

"волновую функцию"

$$\Psi = \begin{pmatrix} Lh \cdot hL & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & hL & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Lh \end{pmatrix},$$

а также матрицы, не имеющие обратных и задающие полугруппу:

$$Q^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Они удовлетворяют соотношениям $Q^j - Q^j Q^i Q^j = 0$. Места расположения антисимметрических произведений получают аналитическое матричное выражение

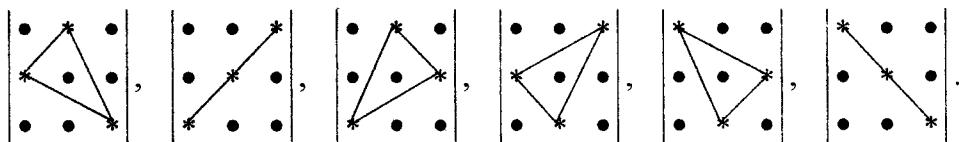
$$\hat{B} = \begin{pmatrix} Lh \cdot hL & H & hL & Lh \\ H & Lh \cdot hL & Lh & hL \\ Lh & hL & H & Lh \cdot hL \\ hL & Lh & Lh \cdot hL & H \end{pmatrix} = (\sigma, \bar{\Psi}) Q^j,$$

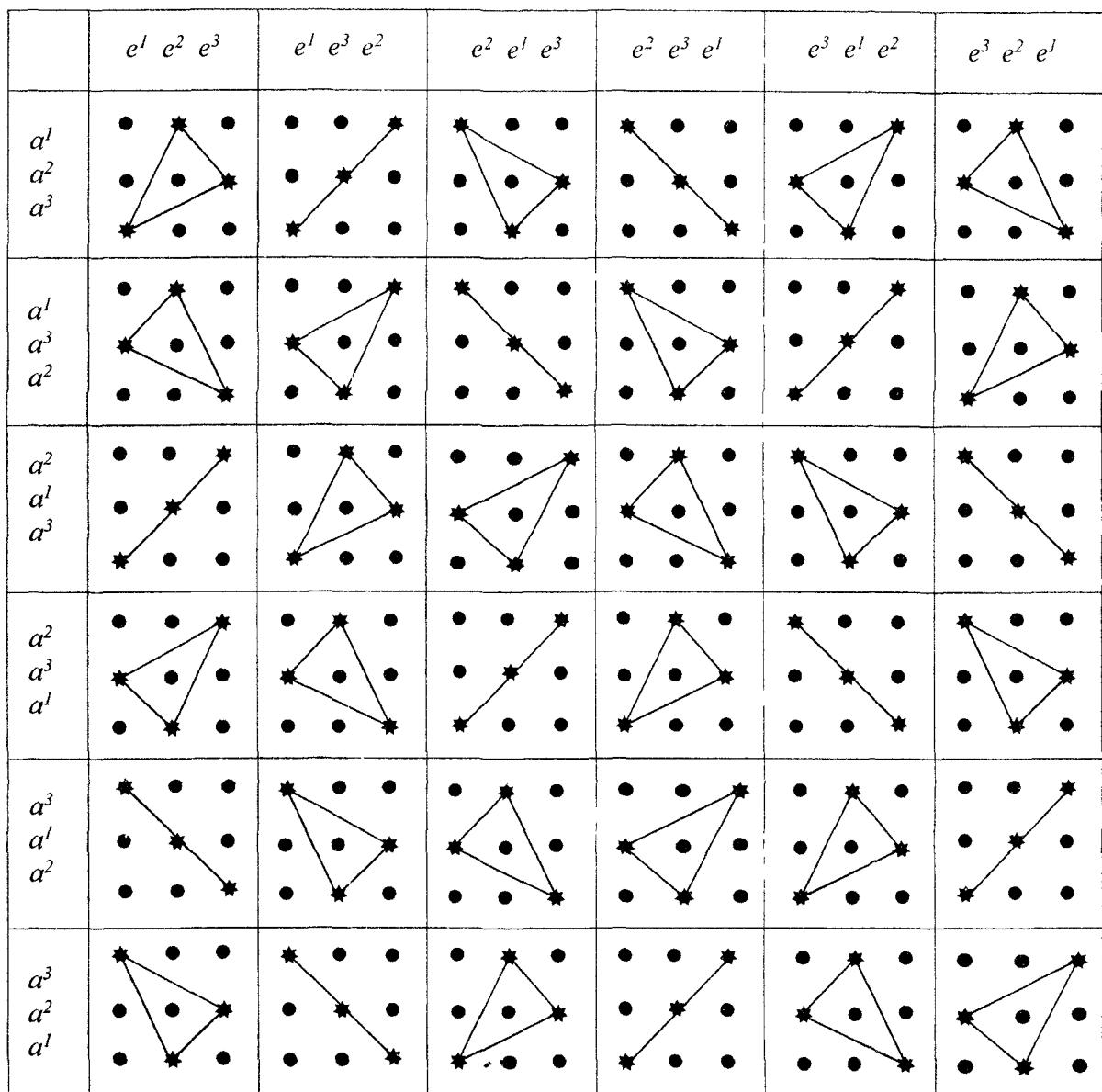
отнесенное к сектору $\{e^i\}$. Рассмотрим произведения h, L . Имеем

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad hL = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Lh = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(hL)h = (Lh) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = N, \quad h \cdot h = L \cdot L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Они образуют группу $V(3)$. Дадим новое графическое представление элементам группы $V(3)$, обозначив единицы матриц звездочками и соединив их между собой. Тогда




 Рис. 3.23. Диаграммы перемены мест замещенных элементов в подгруппах a^i, e^i

При перемене элементов подгрупп местами диаграммы сохраняются, меняется только их порядок. Эта картина едина по всей группе (рис. 3.23). Пример произведения матриц $\{c^i\}$ с другими матрицами представлен в табл. 3.14.

Изменение знаков при перестановке элементов произведений

Таблица 3.14.

	$c^1 c^2 c^3$	$c^2 c^3 c^1$	$c^3 c^1 c^2$	$c^1 c^3 c^2$	$c^2 c^1 c^3$	$c^3 c^2 c^1$
ξ^3	+	+	-	+	+	+
ξ^2	-	-	-	-	-	-
ξ^1	-	+	+	+	-	+

Применим определенное расположение элементов, чтобы графически задать знаки (рис. 3.24).

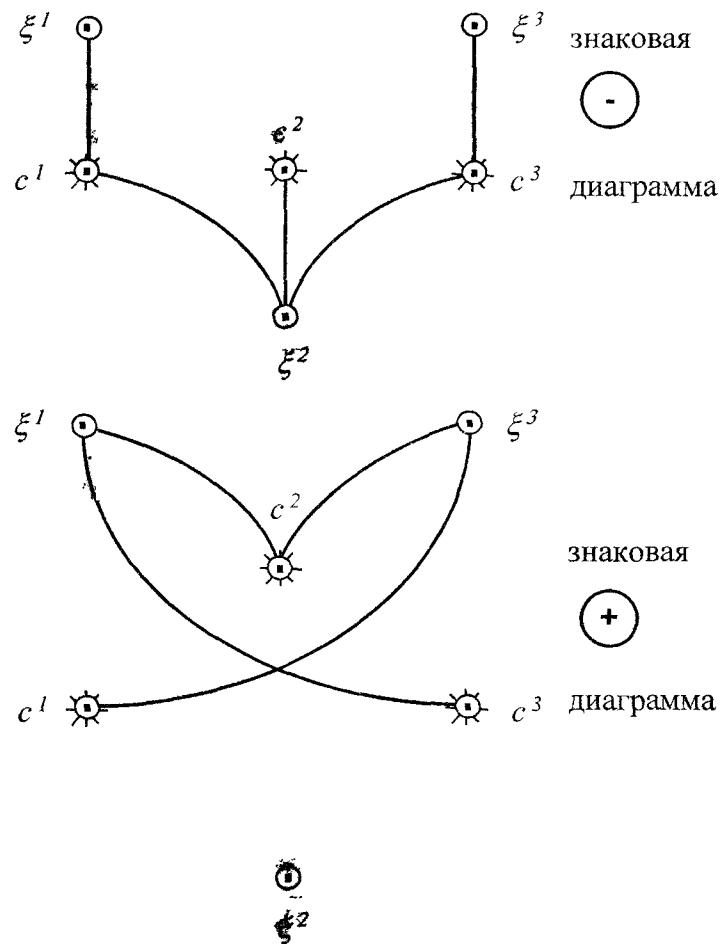


Рис. 3.24. Схема учета знаков произведения элементов

Соединения элементов подгрупп согласно диаграмме задает знак произведения.

Введем группу $V(4)$ на матричной алгебре M_2 , используя новую операцию, которую назовем размещением и обозначим $\overline{\wedge}$. Пусть операция $a \overline{\wedge} b$ состоит из трех последовательных шагов:

а) для элемента $a' \in a$ (обозначим его символом *) создается система матриц, содержащих нули, один из которых выделен (обозначим его крестом внутри нуля) получая

$$A \cong \begin{pmatrix} * & 0 \\ 0 & \oplus \end{pmatrix}, \quad B \cong \begin{pmatrix} 0 & * \\ \oplus & 0 \end{pmatrix}, \quad C \cong \begin{pmatrix} \oplus & 0 \\ 0 & * \end{pmatrix}, \quad D \cong \begin{pmatrix} 0 & \oplus \\ * & 0 \end{pmatrix};$$

б) заполним выделенный ноль \oplus матрицами или числами $b' \in b$, образовав новые матрицы;

в) приведем все матрицы или их часть к виду, достаточному для последующих операций.

В качестве примера посредством такой операции зададим матричную алгебру M_2 . Ее базис получается из размещения числа 1 и числа 0. Действительно, имеем

$$M_2 = 1 \oplus 0 : \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Рассмотрим размещение \oplus для 1 и матриц Паули σ^i : $V(3) = 1 \oplus \sigma$. Получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_k \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим их A, B, C, D . Выполним взаимные умножения. Тогда

$$A_\sigma A_{\sigma_k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in A_\xi,$$

$$C_{\sigma_i} C_{\sigma_k} = \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_i \sigma_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in C_\xi,$$

$$A_{\sigma_i} B_{\sigma_k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_k \sigma_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in B_\xi,$$

$$D_{\sigma_i} A_{\sigma_j} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \sigma_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in D_\xi,$$

$$B_\sigma C_{\sigma_i} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_i & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_k \sigma_i & 0 & 0 \end{pmatrix} \in B_\xi,$$

$$B_{\sigma_i} D_{\sigma_j} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_i & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sigma_i \sigma_j & 0 & 0 \end{pmatrix} \in A_\xi,$$

$$C_\sigma D_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in D_\xi,$$

$$D_{\sigma_i} B_{\sigma_j} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ & 0 \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_i \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in C_\varepsilon.$$

$$B_\sigma A_\sigma \in B_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, D_{\sigma_m},$$

$$A_\sigma D_{\sigma_i} \in D_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, B_{\sigma_m},$$

$$A_{\sigma_i} C_{\sigma_j} \in A_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, D_{\sigma_m},$$

$$C_{\sigma_i} A_\sigma \in A_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, B_{\sigma_m},$$

$$B_\sigma B_{\sigma_i} \in A_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, D_{\sigma_m},$$

$$D_\sigma D_{\sigma_i} \in A_{\sigma_k}, B_{\sigma_l}, C_{\sigma_m}.$$

Мы имеем некоммутативную группу $V(3)$. Она представлена на рис. 3.25.

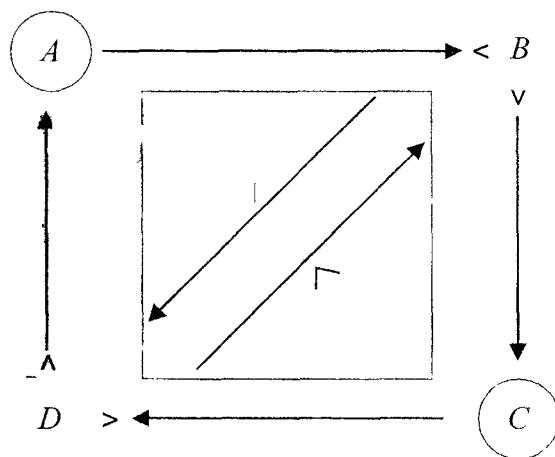


Рис. 3.25. Поведение элементов группы $V(3)$ при умножении

В группе $V(3)$ выделены две тенденции разложения элементов в произведение:

- а) при "самовоздействии" матрицы A, C сохраняют себя, что обозначено кружком \bigcirc на схеме, матрицы B, D - разрушаются, что обозначается символом $<>$;
- б) при "взаимном воздействии" матрицы A, C "склонны" отдавать себя, матрицы - B, D - "сохранять" себя. Еще сложнее картина умножения элементов для группы $\hat{V}(5)=1 \oplus \hat{V}(4)$. Полученные новые группы $1 \oplus \hat{V}(2), 1 \oplus \hat{V}(4)$ нечетной размерности, следуя принципу аналогии, можно попытаться использовать в математической психологии, так как группы имеют черты, сходные с психологическим поведением.

Группа $V(3)$ содержит группу $SU(3)$ в качестве подгруппы. Ее генераторы

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

с коммутационными соотношениями

$$[\lambda_i, \lambda_j] = 2i f_{ijk} \lambda_k$$

содержатся в $V(3)$. Имеем, например,

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Поскольку группа $SU(3)$ используется как группа голономий в теориях суперструн [18], возникает предположение, что $V(3)$ является основой для анализа других групп голономий, что позволяет учесть новые возможности динамики в суперсимметричных теориях.

Укажем некоторые черты операции размещения \oplus , используя группу $Z_4 = \{i, -1, -i, 1\}$, а также полугруппы нулевых элементов $O = \{0\}$. Тогда имеем алгебру $\alpha = Z_4 \oplus O \cong O \oplus Z_4$ с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

определенными с точностью до умножения на (± 1) . Введем группу $\beta = Z_4 \nabla Z_4$ с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

определенными с точностью до умножения на элементы группы Z_4 . Объединим группы α и β в одно множество, рассматривая $\gamma = \alpha \oplus \beta$. Применим операцию ∇ к γ , вводя $G_f = \gamma \nabla \gamma$. Получим "дженрельментский набор" элементов, которые находят применение в физике. В частности, $G = Z_2 \nabla Z_2$ при $Z_2 = \{-1, 1\}$ дает $SL(2, R)$.

Легко видеть, что операция ∇ "сильнее" операции тензорного произведения \otimes . Действительно

$$\nabla \supset \otimes,$$

так как она применима для чисел и, кроме этого, способна дать то же, что и \otimes . Так, G_f содержит в себе $V(4) \in \beta \otimes \beta$, которая находит, согласно главе 3, широкое применение в физике. Заметим, что G_f содержит, в частности, набор диагональных матриц вида

$$\begin{aligned} k^y &= (+\iota, -\iota, -\iota, \pm 1), & \hat{k}^y &= (+\iota, -\iota, -\iota, 0), \\ e^y &= (-\iota, +\iota, -\iota, \pm 1), & \hat{e}^y &= (-\iota, +\iota, -\iota, 0), \\ m^y &= (-\iota, -\iota, +\iota, \pm 1), & \hat{m}^y &= (-\iota, -\iota, +-\iota, 0), \\ n^y &= (+\iota, +\iota, +\iota, \pm 1), & \hat{n}^y &= (+\iota, +\iota, +\iota, 0), \end{aligned}$$

которые используются при алгебраической записи уравнений Максвелла на основе четырехпотенциалов A_ξ (согласно разделу 3.4). Мы имеем здесь пример неевклидового комплексного трехмерия. Элементы G_f вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \iota & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\iota \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

пока не имеют физического применения и интерпретации

Проиллюстрируем коассоциативность операции \dagger , считая ее операцией в биалгебре $|$. Обозначим $Z_4 \dagger Z_4$ буквой b , а Z_4 - буквой a . Тогда

$$Z_4 \dagger (Z_4 \dagger Z_4) \cdot \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & b \\ a & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$(Z_4 \dagger Z_4) \dagger Z_4 \cdot \left\{ \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & b \\ a & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

что свидетельствует о коассоциативности \dagger для Z_4 . Аналогично доказывается коммутативность, так как

$$Z_4^{(i)} \dagger Z_4^{(k)} = Z_4^{(k)} \dagger Z_4^{(i)}$$

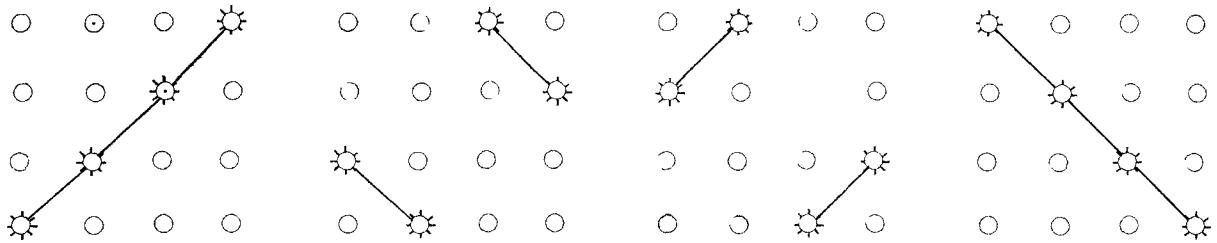
Операция \dagger сочетается с \otimes , позволяя получать группы с новыми и неожиданными свойствами. Определим понятие пары групп, двойственных по операциям. Пусть их вид

$$G_a = (G_f \dagger G_f) \otimes (G_f \dagger G_f)$$

$$G^a = (G_f \otimes G_f) \dagger (G_f \otimes G_f),$$

является таким определением. Их очевидная дополнительность может найти применения в физике.

3.3. УРАВНЕНИЯ НЬЮТОНА-ЭЙЛЕРА В ФОРМЕ GAG-МОДУЛЯ



$$0.5 \left\{ \varepsilon_{klm}^{\mu} g^{kl} v^l e_i \partial_j (e_i v^p g^q \Pi_{ij}) P + \varepsilon_{klm}^{\mu} r^{kl} v^l f_i \partial_j (f_i v^p g^q \Pi_{ij}) P \right\} = F.$$

Уравнения Ньютона-Эйлера динамики идеальной жидкости представлены в форме GAG-модуля отя группы $V(4)$. Они содержат досветовую и сверхсветовую четрики

Запишем уравнения динамики Ньютона для идеальной жидкости, используя группу $V(4)$ и дифференциальные операторы $\partial/\partial x^i$. В форме Эйлера имеем

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = \frac{1}{\rho} \vec{F}.$$

Уравнения допускают компактную запись в четырехмерном виде $\rho v^\alpha \partial_\alpha v^\beta = f^\beta$, где (v^α, f^β) - четырехкомпоненты скорости и силы соответственно, ρ - плотность массы, ∂_α - частные производные. Запишем их иначе

$$\begin{pmatrix} v^1 \partial_1 v^1 & v^2 \partial_1 v^1 & v^3 \partial_1 v^1 & v^0 \partial_0 v^1 \\ v^1 \partial_1 v^2 & v^2 \partial_1 v^2 & v^3 \partial_1 v^2 & v^0 \partial_0 v^2 \\ v^1 \partial_1 v^3 & v^2 \partial_1 v^3 & v^3 \partial_1 v^3 & v^0 \partial_0 v^3 \\ v^1 \partial_1 v^0 & v^2 \partial_1 v^0 & v^3 \partial_1 v^0 & v^0 \partial_0 v^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix}.$$

Выразим уравнения в матричной форме, используя подгруппу $(e^i) \in V(4)$:

$$\begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v^1 \partial_1 \\ 0 & 0 & v^1 \partial_1 & 0 \\ 0 & v^1 \partial_1 & 0 & 0 \\ v^1 \partial_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^0 & 0 & 0 & 0 \\ v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & v^2 \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^2 \partial_2 \\ v^2 \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 & 0 & 0 \\ 0 & v^1 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \right. \\ \left. + \begin{pmatrix} 0 & v^3 \partial_3 & 0 & 0 \\ v^3 \partial_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v^3 \partial_3 & 0 \\ 0 & 0 & v^3 \partial_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 & 0 \\ 0 & 0 & v^3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v^0 \partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 \partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 \partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \partial_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v^1 \\ 0 & 0 & 0 & v^2 \\ 0 & 0 & 0 & v^3 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Им соответствует "волновая функция"

$$\Psi = e_p v^p = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & v^2 & v^1 \\ v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & v^1 & v^0 & v^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 & v^0 \end{pmatrix}$$

и аналитический вид

$$\left\{ \varepsilon_{kl}^g g^{kl} v' \varepsilon_i \partial_i (e_p v^p \Pi^i) P \right\} = F.$$

В уравнении используются символ Кронекера ε_{kl}^g , и четырехметрика $g^{kl} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, а также матрицы

$$\Pi^i = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

и величина $P = \text{столбец}(1, 1, 1, 1)$.

Аналогично получим

$$\begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \partial_1 \\ 0 & 0 & v^1 \partial_1 & 0 \\ 0 & v^1 \partial_1 & 0 & 0 \\ -v^1 \partial_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^0 & 0 & 0 & 0 \\ v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ -v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & v^2 \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \partial_2 \\ v^2 \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^2 \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \right. \\ \left. \times \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 & 0 & 0 \\ 0 & v^1 & 0 & 0 \\ 0 & -v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & v^3 \partial_3 & 0 & 0 \\ v^3 \partial_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \partial_3 \\ 0 & 0 & -v^3 \partial_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 & 0 \\ 0 & 0 & -v^3 & 0 \end{pmatrix} + \right. \\ \left. \begin{pmatrix} -v^0 \partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^0 \partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -v^0 \partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^0 \partial_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

на основе подгруппы $(f') \in V(4)$. Модели соответствует "волновая функция"

$$\Psi = f_p v^p = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & v^2 & -v^1 \\ v^3 & v^0 & v^1 & -v^2 \\ v^2 & v^1 & v^0 & -v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix}$$

В аналитическом виде

$$\left\{ \varepsilon_{kl}^y r^{kl} v^r f_i \partial_j \left(f_p v^p \Pi^i \right) P \right\} = F$$

они зависят от метрики $r^{kl} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$. Рассматривая (v^1, v^2, v^3, v^0) как компоненты волновой функции, имеем уравнения

$$0.5 \left\{ \varepsilon_{kl}^y g^{kl} v^r e_i \partial_j \left(e_p v^p g^{il} \Pi^l \right) P + \varepsilon_{kl}^y r^{kl} v^r f_i \partial_j \left(f_p v^p g^{il} \Pi^l \right) P \right\} = F,$$

схожие по структуре с уравнениями Максвелла (раздел 3.4). В таком виде метрики (g^{kl}, r^{kl}) используются равноправно. Заметим, что сила Лоренца в электродинамике может быть представлена в матричном виде

$$F = \sigma_{p\alpha} \left(a^p U^\alpha \Psi + b^p U^\alpha \bar{\Psi} \right) \equiv ie \left(g_{p\alpha} a^p u^\alpha \Psi - r_{p\alpha} b^p u^\alpha \bar{\Psi} \right)$$

через подгруппы $(a', b') \in V(4)$. Следовательно, как ускорение, так и сила имеют форму, единую в группе $V(4)$.

Структура модели есть GAG-модуль или симметрийное выражение. Действительно, волновая функция есть G-модуль. Он подчинен действию алгебры дифференциальных операторов $\partial/\partial x^i$. Затем из полученной структуры повторно образован G-модуль.

В общем случае следует считать, что поле скоростей комплексное, что позволяет использовать обобщенные уравнения Ньютона-Эйлера, когда

$$v^k = v^k + i\omega^k, \quad \hat{v}^k = v^k - i\omega^k.$$

Рассмотрим новые формы GAG-модуля. Пусть

$$\Psi = g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & -v^2 & v^1 \\ -v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & -v^1 & v^0 & v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix},$$

а динамические уравнения заданы в подгруппе (a') , так что

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \partial_1 \\ 0 & 0 & v^1 \partial_1 & 0 \\ 0 & -v^1 \partial_1 & 0 & 0 \\ v^1 \partial_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^0 & 0 & 0 & 0 \\ -v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ -v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \partial_2 \\ v^2 \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^1 & 0 & 0 \\ 0 & -v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & v^3 \partial_3 & 0 & 0 \\ -v^3 \partial_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \partial_3 \\ 0 & 0 & v^3 \partial_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 & 0 \\ 0 & 0 & -v^3 & 0 \end{pmatrix} + \end{aligned}$$

$$+ \begin{pmatrix} v^0 \partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 \partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 \partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \partial_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v^1 \\ 0 & 0 & 0 & v^2 \\ 0 & 0 & 0 & v^3 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнения Ньютона-Эйлера записутся в виде

$$\varepsilon_{klr}^y g^{kl} a_r v^r \partial_r (g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta \Pi^\gamma) P = F$$

В них метрика $g_{\alpha\beta}$ используется дважды, а "поля" Ψ и уравнения построены на разных подгруппах группы $V(4)$. Волновая функция Ψ выражена в виде суммы антисимметричной и диагональной функций. Пусть теперь

$$\Psi = r_{\alpha\beta} a^\alpha v^\beta = \begin{pmatrix} -v^0 & v^3 & -v^2 & -v^1 \\ -v^3 & -v^0 & v^1 & -v^2 \\ v^2 & -v^1 & -v^0 & -v^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 & -v^0 \end{pmatrix},$$

а динамические уравнения заданы в подгруппе b^1 . Имеем

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v^1 \partial_1 \\ 0 & 0 & v^1 \partial_1 & 0 \\ 0 & -v^1 \partial_1 & 0 & 0 \\ -v^1 \partial_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -v^0 & 0 & 0 & 0 \\ -v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^2 \partial_2 \\ v^2 \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^2 \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & -v^0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^1 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & v^3 \partial_3 & 0 & 0 \\ -v^3 \partial_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^1 \partial_3 \\ 0 & 0 & -v^3 \partial_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & -v^0 & 0 \\ 0 & 0 & v^3 & 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} -v^0 \partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^0 \partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -v^0 \partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^0 \partial_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \\ 0 & 0 & 0 & -v^0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Тогда уравнения Ньютона-Эйлера записутся в форме

$$\varepsilon_{klr}^y r^{kl} b_r v^r \partial_r (r_{\alpha\gamma} a^\sigma v^\gamma \Pi^\alpha) P = F.$$

В них метрика $r_{\alpha\gamma}$ используется дважды, а "поля" и уравнения построены по двум дополнительным подгруппам. Волновая функция выражена в виде диагональной и антисимметричной функций. Имеем такие формы уравнений Ньютона-Эйлера в группе $V(4)$:

1. $\varepsilon_{klrs}^y g^{kl} v^r e_i \partial_j (e_p v^p \Pi^i) P = F;$
2. $\varepsilon_{klrs}^y r^{kl} v^r f_i \partial_j (f_p v^p \Pi^i) P = F;$
3. $\varepsilon_{klrs}^y g^{kl} v^r a_i \partial_j (g_{\alpha\beta} v^\beta \Pi^i) P = F;$
4. $\varepsilon_{klrs}^y r^{kl} v^r b_i \partial_j (r_{\alpha\beta} a^\alpha v^\beta \Pi^i) P = F.$

Им соответствуют "волновые функции". Имеем

$$\begin{aligned}
 1. \quad e_p v^p &= \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & v^2 & v^1 \\ v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & v^1 & v^0 & v^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 & v^0 \end{pmatrix}; & 2. \quad f_p v^p &= \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & v^2 & -v^1 \\ v^3 & v^0 & v^1 & -v^2 \\ v^2 & v^1 & v^0 & -v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix}; \\
 3. \quad g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta &= \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & -v^2 & v^1 \\ -v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & -v^1 & v^0 & v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix}; & 4. \quad r_{\alpha\beta} a^\alpha v^\beta &= \begin{pmatrix} -v^0 & v^3 & -v^2 & -v^1 \\ -v^3 & -v^0 & v^1 & -v^2 \\ v^2 & -v^1 & -v^0 & -v^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 & -v^0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Формы, основанные на двух подгруппах (a_i, b_i), достаточны для того, чтобы "восстановить" всю группу $V(4)$. Формы 1 и 2 способны на это лишь при совместном их использовании. В антисимметрирующем секторе "поля" и динамические уравнения выражаются через одну подгруппу, а сами поля "симметричны". В коммутирующем секторе "поля" и динамические уравнения выражаются через подгруппы a_i, b_i , а сами поля образуют "смесь" антисимметричных и симметричных величин. Возможно их разное соединение. Так, например, имеем уравнения

$$0.5 \varepsilon_{klrs}^y \left\{ r^{kl} v^r b_i \partial_j (r_{\alpha\beta} a^\alpha v^\beta \Pi^i) P + g^{kl} v^r a_i \partial_j (g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta \Pi^i) P \right\} = F.$$

Кроме этого, допустимо соединение в одном уравнении всех указанных типов, что соответствует использованию четырех подгрупп. Следовательно, GAG-модуль имеет многообразие форм, которые одинаково хорошо описывают одни и те же эксперименты. По этой причине эксперимент сам по себе недостаточен для "проявления" групповой симметрии явления. *Симметрия имеет формы и черты, скрытые от прямого опыта.* В рассмотренном случае, очевидно, автоморфизмы группы указывают различные формы уравнений для подгрупп.

Мы имеем сейчас уравнения типа Ньютона-Эйлера для любых групп. Они обобщаются, если мы выходим за рамки канонических функций: $\varepsilon_{klrs}^y \rightarrow R_{klrs}^y$, $r^{kl} \rightarrow R^{kl}$, $g_{\alpha\beta} \rightarrow G_{\alpha\beta}$... Так из "семечка" можно вырастить "дерево". Графическая диаграмма уравнения Ньютона-Эйлера (рис. 3.26) пригодна и для других групп. За ней скрыта новая информация о динамике материальных объектов. В частности, динамика связующих функций $\varepsilon_{klrs}^y(x, t)$, $r^{kl}(x, t)$, $g_{\alpha\beta}(x, t)$ способна задать эволюцию явления, описываемого физической моделью.

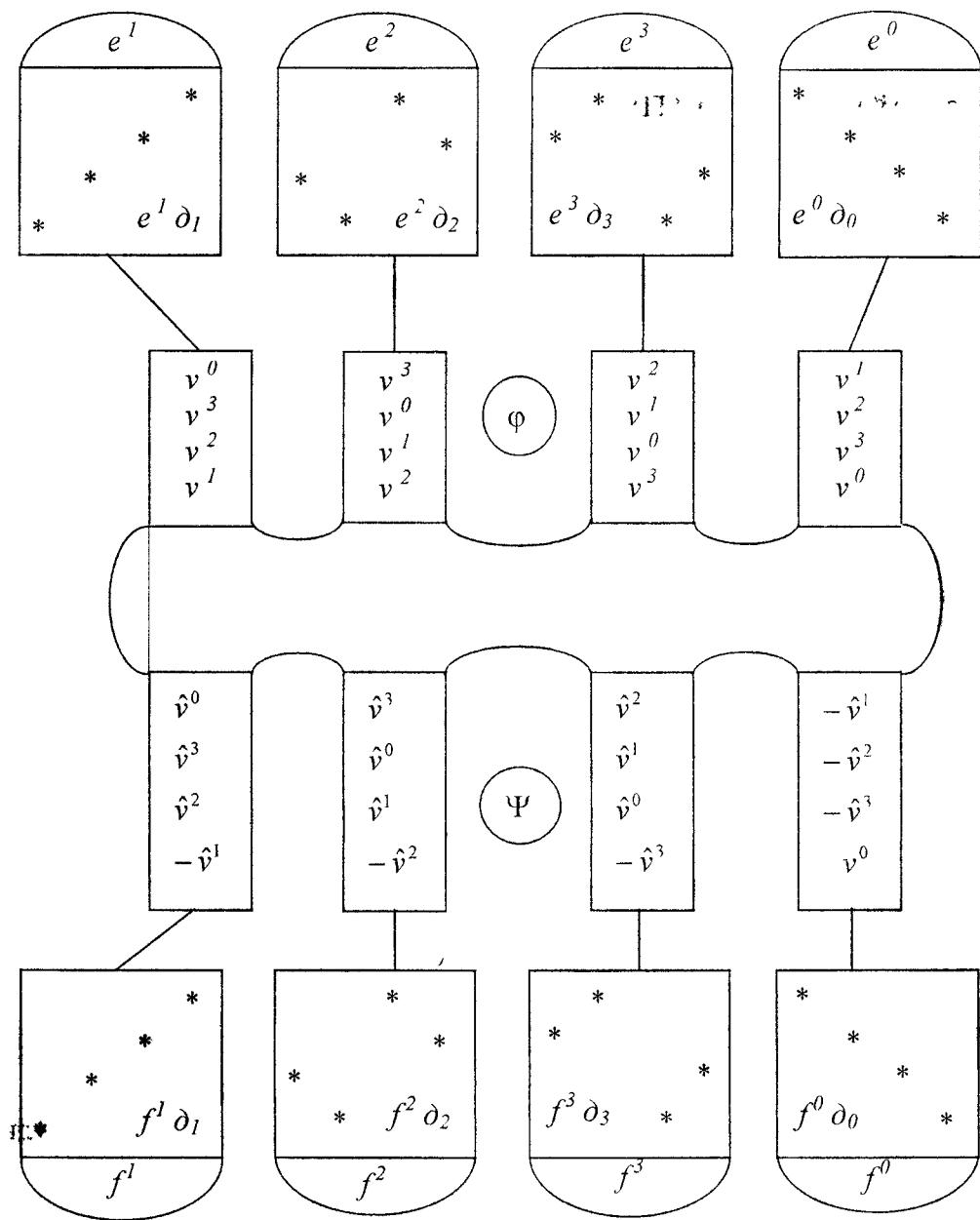
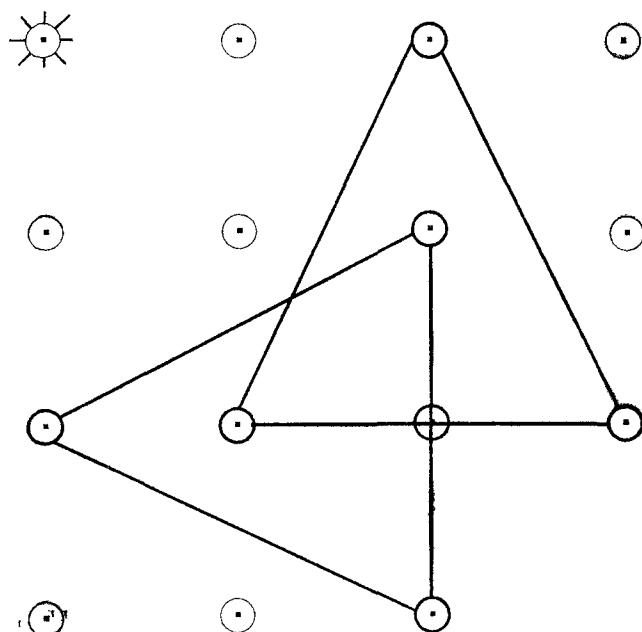


Рис. 3.26. Графическая диаграмма уравнений Ньютона-Эйлера

3.4. GAG-ФОРМА УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

"Трудно избавиться от ощущения, что эти математические формулы существуют независимо от нас и обладают своим собственным разумом что они умнее нас умнее тех, кто открыл их, и что мы извлекаем из них больше, чем было в них первоначально заложено"

Герц Г



$$\varepsilon_{klr}^y \left\{ g^{kl} \phi^r a_r \partial_r (\Omega_p \bar{\Psi}^p E^r) + r^{kl} \phi^r b_r \partial_r (\Omega_p \Psi^p E^r) \right\} P = 0.$$

Уравнения Максвелла в движущихся средах записаны в форме GAG-модуля для группы $V(4)$, коммутативной алгебры частных производных, алгебры антисимметрических дифференциалов dx^i . Показано, что уравнения содержат три типа метрик Минковского $g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, сверхсветовую $r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$ и Ньютона $n^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$. Указаны разные матричные формы уравнений электродинамики. Проанализированы связи между полями и индукции в теории Максвелла, свободной от ограничений на скорость. Дана "фермионная" форма уравнений электродинамики. Показано, как уравнения для четырехпотенциалов индуцируют неевклидовость трехмерного пространства и подтверждают дополнительность групп Галилея и Поренца в электродинамике.

Используем векторную форму теории Динамика для полей (\vec{E}, \vec{B}) и индукций (\vec{H}, \vec{D}) задается уравнениями Максвелла. Имеем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} + \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0.$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_z}{\partial y} + \frac{\partial B_x}{\partial z} = 0,$$

$$-\frac{1}{c} \rho U_x - \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0,$$

$$-\frac{1}{c} \rho U_y - \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0,$$

$$-\frac{1}{c} \rho U_z - \frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t} + \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_z}{\partial y} + \frac{\partial D_x}{\partial z} = \rho$$

Связи между полями и индукциями

$$\varepsilon E_x + \varepsilon \left(\frac{U_y}{c} B_z - \frac{U_z}{c} B_y \right) = D_z + \left(\frac{U_z}{c} H_x - \frac{U_x}{c} H_z \right),$$

$$\varepsilon E_y + \varepsilon \left(\frac{U_z}{c} B_x - \frac{U_x}{c} B_z \right) = D_x + \left(\frac{U_x}{c} H_y - \frac{U_y}{c} H_x \right),$$

$$\varepsilon E_z + \varepsilon \left(\frac{U_x}{c} B_y - \frac{U_y}{c} B_x \right) = D_y + \left(\frac{U_y}{c} H_x - \frac{U_x}{c} H_y \right),$$

$$\varepsilon (E_x U_x + E_y U_y + E_z U_z) = D_z U_x + D_x U_y + D_y U_z,$$

$$\mu H_x + \mu \left(D_y \frac{U_z}{c} - D_z \frac{U_y}{c} \right) = B_z + \left(E_z \frac{U}{c} - E_y \frac{U}{c} \right),$$

$$\mu H_y + \mu \left(D_z \frac{U_x}{c} - D_x \frac{U_z}{c} \right) = B_x + \left(E_x \frac{U}{c} - E_z \frac{U}{c} \right),$$

$$\mu H_z + \mu \left(D_x \frac{U_y}{c} - D_y \frac{U_x}{c} \right) = B_y + \left(E_y \frac{U}{c} - E_x \frac{U}{c} \right),$$

$$\mu(H_x U_x + H_y U_y + H_z U_z) = B_x U_x + B_y U_y + B_z U_z$$

имеют форму алгебраических уравнений. Здесь ϵ, μ - диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно, U_x, U_y, U_z - компоненты скорости среды, c - скорость света в вакууме.

Поля и индукции представим через тензоры F_{mn} и H_{mn} . Тогда

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}, \quad H_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & D_z & -D_y & iH_x \\ -D_z & 0 & D_y & iH_y \\ D_y & -D_z & 0 & iH_z \\ -iH_x & -iH_y & -iH_z & 0 \end{pmatrix}.$$

В координатах $x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z, x^0 = ict$ введем

$$\partial_k = \left\{ \partial_x, \partial_y, \partial_z, (-i) \frac{1}{c} \partial_t \right\},$$

$$\partial_k^* = \left\{ \partial_x, \partial_y, \partial_z, i \frac{1}{c} \partial_t \right\},$$

$$U^k = \left\{ \frac{U_x}{c}, \frac{U_y}{c}, \frac{U_z}{c}, i \right\},$$

$$U^k = \left\{ \frac{U_x}{c}, \frac{U_y}{c}, \frac{U_z}{c}, -i \right\},$$

$$g^{kn} = g_{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

Пусть

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi = \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi^* = \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi^* = \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Используем элемент группы $V(4)$ в виде

$$a^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad a^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$b^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем через них F_{mn} , H_{mn} . Так как

$$F_{mn} = \frac{i}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (E_x - iB_x) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} (E_y - iB_y) + \right. \\ \left. + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} (E_z - iB_z) - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (E_x + iB_x) - \right. \\ \left. - \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} (E_y + iB_y) - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} (E_z + iB_z) \right\},$$

имеем

$$F_{mn} = \frac{i}{2} (a^k \Pi_k \Psi^* l - b^k \Pi_k \Psi), \quad H_{mn} = \frac{-i}{2} (a^k \Pi_k \phi - b^k \Pi_k \phi^*).$$

Запишем уравнения динамики. Пусть

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \times \\ \times \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \right. \\ \left. + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Тогда

$$a^k \partial_k \Psi^* + b^k \partial_k^* \Psi = 0,$$

$$a^k \partial_k^* \varphi^* + b^k \partial_k \varphi = \Phi.$$

Здесь

$$\Phi = \text{столбец} (2\rho U_x, 2\rho U_y, 2\rho U_z, -2\imath\rho).$$

Уравнения не изменятся, если выполнить замену $A' \leftrightarrow B'$. Аналогично динамические уравнения могут быть записаны через полусумму $\sigma' = 0.5(a' + b')$ и полуразность $\tau' = 0.5(a' - b')$. Имеем

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_x + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_y + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_z + \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \frac{(-i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \\ & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_x + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_y + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_z + \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \frac{(i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \end{aligned}$$

$$g^{\alpha\beta} \sigma_\alpha \partial_\beta \Psi^* + r^{\alpha\beta} \sigma_\alpha \partial_\beta \Psi = 0.$$

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_x + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_y + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \partial_z + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \frac{(-i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \\ & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_x + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_y + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \partial_z + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \frac{(i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \end{aligned}$$

$$g^{\alpha\beta} \tau_\alpha \partial_\beta \Psi^* + r^{\alpha\beta} \tau_\alpha \partial_\beta \Psi = 0.$$

Легко видеть, что матрицы (σ', τ') являются генераторами трехмерных и четырехмерных вращений соответственно, образуя совокупно алгебру группы Лорентца. Их взаимные произведения отличаются от (σ', τ') , что означает, что они не образуют группу.

Иначе обстоит дело при использовании в физической модели матриц (a', b') . Они образуют группу, как показано в разделе 3.1, а также суперсимметричную алгебру. Происходит это потому, что взаимные произведения $a' \cdot b'$ задают девять элементов e', c', f' , образующих три подгруппы антисимметричного типа, для которых отличен от нуля каждый элемент $\xi' \cdot \xi' + \xi' \cdot \xi' = \{\xi', \xi'\} \neq 0$.

Поэтому запись уравнений Максвелла в разных подгруппах группы $V(4)$ автоматически влечет за собой расширение симметрий, им соответствующих. При таком подходе следует считать, что *группа Лоренца алгебраически неполна*. Следовательно, допустимое расширение симметрии до группы $V(4)$ означает, что электродинамика Максвелла описывает многообразие физических ситуаций, часть которых "охватывает-ся" группой Лоренца, но *все многообразие явлений "шире" по своим физическим и симметрийным свойствам*. Возникает предположение, что группа Лоренца "хороша" там, где происходят события, при которых несобственная инерция имеет досветовые скорости, когда $|\vec{u}| \leq c_0$, если же $|\vec{u}| > c_0$, то, возможно, нужны другие симметрии. Однако *детальное рассмотрение всей совокупности возникающих здесь вопросов еще только начинается*.

Запишем уравнения связи. Пусть

$$\begin{aligned}
 & i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \right\} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix} - i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \right. \\
 & \left. + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$i\mu \left(b_k U^k \varphi^* - a_k U^k \varphi \right) = a_k U^k \Psi^* + b_k U^k \Psi, \quad i\varepsilon \left(b_k U^k \Psi^* - a_k U^k \Psi \right) = a_k U^k \varphi^* + b_k U^k \varphi.$$

Запишем всю систему в удобной аналитической форме. Для этого введем новые обозначения и величины. Пусть

$$\Psi^* = \bar{\Psi}, \quad \varphi^* = \bar{\varphi},$$

$$E_y = \text{diag}(1, 1, 1, 1) = E,$$

$$r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1) = r_{\alpha\beta},$$

$$g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1) = g_{\alpha\beta},$$

$$n^\nu = \text{diag}(1, 1, 1, 0).$$

Уравнения электродинамики Максвелла для движущихся сред получают вид:

$$(D) \begin{cases} g^{\alpha\beta} a_\alpha \partial_\beta (E_\eta n^\eta \bar{\Psi}) + r^{\alpha\beta} b_\alpha \partial_\beta (E_\eta n^\eta \bar{\Psi}) = 0, \\ r^{\alpha\beta} a_\alpha \partial_\beta (E_\eta n^\eta \bar{\varphi}) + g^{\alpha\beta} b_\alpha \partial_\beta (E_\eta n^\eta \varphi) = 0. \end{cases}$$

$$(L) \begin{cases} i\mu(r_{\alpha\beta} b^\alpha U^\beta E_\eta n^\eta \bar{\varphi} - g_{\alpha\beta} a^\alpha U^\beta E_\eta n^\eta \varphi) = \\ g_{\alpha\beta} a^\alpha U^\beta E_\eta n^\eta \bar{\Psi} - r_{\alpha\beta} b^\alpha U^\beta E_\eta n^\eta \Psi, \\ i\varepsilon(g_{\alpha\beta} b^\alpha U^\beta E_\eta n^\eta \bar{\Psi} - r_{\alpha\beta} a^\alpha U^\beta E_\eta n^\eta \Psi) = \\ = r_{\alpha\beta} a^\alpha U^\beta E_\eta n^\eta \bar{\varphi} - g_{\alpha\beta} b^\alpha U^\beta E_\eta n^\eta \varphi. \end{cases}$$

$$(S) \begin{cases} F_{\alpha\beta} = \frac{i}{2} g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta} (a^\gamma \Pi^\delta \bar{\Psi} - b^\gamma \Pi^\delta \Psi), \\ H_{\alpha\beta} = \frac{-i}{2} g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta} (a^\gamma \Pi^\delta \varphi - b^\gamma \Pi^\delta \bar{\varphi}). \end{cases}$$

С алгебраической точки зрения они просты, потому что базируются только на двух подгруппах с элементами (a, b) . Модель имеет отличительные черты:

- использование суммы "волновых функций", отнесенных к одному тензору;
- наличие пары метрик $(g^{\alpha\beta}, r^{\alpha\beta})$;
- возможность прямого использования метрики Ньютона в модели, что позволяет "скрыть" компоненты Ψ, φ , волновых функций;
- единство конструкций, посредством которых задается структура S , динамика D и связи L .

Для динамических уравнений получаем

$$\varepsilon_{kl\gamma}^{\eta} g^{kl} \varphi^i \gamma_i \partial_\gamma (\Omega_p \Psi^p E^k) P.$$

Здесь $\varepsilon_{kl\gamma}^{\eta}$ - 6-индексный символ Кронекера; g^{kl} - четырехметрика; $\varphi^k = (1, 1, 1, 1)$; γ_i - элементы (a_i, b_i) ; ∂_γ - частные производные по координатам; Ω_p - матрицы

$$\Omega_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

ψ^P - величины типа $(E_x + iB_y, E_y + iB_z, E_z + iB_x, 0)$; E^I - четыре единичные матрицы

$$E^1 = E^2 = E^3 = E^4 = \text{diag}(1, 1, 1, 1);$$

величина P есть столбец из единиц.

Поля и индукции задаются аналогично, если вместо ∂ , использовать Ω . Связи также соответствуют указанной конструкции при замене $\partial_i \Rightarrow \sigma_n U^n$, где U^n - четырехскорости.

Очевидно, что динамические уравнения Максвелла, как и связи, заданы в форме GAG-модуля. В частности, динамические уравнения есть структуры

$$\varepsilon_{kl}^{\mu} \left\{ g^{kl} \hat{\phi}^r a_i \partial_i (\Omega_p \bar{\Psi}^p E^r) + r^{kl} \varphi^r b_i \partial_i (\Omega_p \Psi^p E^r) \right\} P = 0.$$

Уравнения Максвелла едины по форме с уравнениями Ньютона-Эйлера, они имеют одинаковые ростковые точки, задаваемые переменными $\varepsilon_{kl}^{\mu}, g^{kl}, r^{kl}$.

3.4.1. Уравнения Максвелла без ограничения скорости в форме GAG-модуля

В этом случае, как показано в [17], необходимо использовать обобщенные связи между полями и индукциями в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon E_x + \varepsilon \left(\frac{U_y}{c} B_z - \frac{U_z}{c} B_y \right) &= D_x + w \left(\frac{U_z}{c} H_y - \frac{U_y}{c} H_z \right), \\ \varepsilon E_y + \varepsilon \left(\frac{U_z}{c} B_x - \frac{U_x}{c} B_z \right) &= D_y + w \left(\frac{U_x}{c} H_z - \frac{U_z}{c} H_x \right), \\ \varepsilon E_z + \varepsilon \left(\frac{U_x}{c} B_y - \frac{U_y}{c} B_x \right) &= D_z + w \left(\frac{U_y}{c} H_x - \frac{U_x}{c} H_y \right), \\ \varepsilon (E_x U_x + E_y U_y + E_z U_z) &= D_x U_x + D_y U_y + D_z U_z, \\ \mu H_x + \mu \left(D_y \frac{U_z}{c} - D_z \frac{U_y}{c} \right) &= B_x + w \left(E_y \frac{U_z}{c} - E_z \frac{U_y}{c} \right), \\ \mu H_y + \mu \left(D_z \frac{U_x}{c} - D_x \frac{U_z}{c} \right) &= B_y + w \left(E_z \frac{U_x}{c} - E_x \frac{U_z}{c} \right), \\ \mu H_z + \mu \left(D_x \frac{U_y}{c} - D_y \frac{U_x}{c} \right) &= B_z + w \left(E_x \frac{U_y}{c} - E_y \frac{U_x}{c} \right), \\ \mu (H_x U_x + H_y U_y + H_z U_z) &= B_x U_x + B_y U_y + B_z U_z. \end{aligned}$$

В них входят величины

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)], \quad \vec{U} = (1-w)\vec{U}_p + w\vec{U}_m.$$

Здесь \vec{U}_μ - скорость первичного источника излучения, \vec{U}_m - скорость среды, n - показатель преломления, $P_0 \approx 7 \cdot 10^4$ - константа. Имеем в матричном виде

$$\begin{aligned}
 & i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \right\} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} H_x & -iD_x \\ H_y & -iD_y \\ H_z & -iD_z \\ 0 \end{pmatrix} - i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} U_w \right. \\
 & \left. + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \right\} \begin{pmatrix} H_x & +iD_x \\ H_y & +iD_y \\ H_z & +iD_z \\ 0 \end{pmatrix} = w \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} E_x & -iB_x \\ E_y & -iB_y \\ E_z & -iB_z \\ 0 \end{pmatrix} \right. \\
 & \left. + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & w^{-1} & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \frac{1}{w} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \right\} \begin{pmatrix} E_x & -iB_x \\ E_y & -iB_y \\ E_z & -iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + w \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} E_x & +iB_x \\ E_y & +iB_y \\ E_z & +iB_z \\ 0 \end{pmatrix} \right. \\
 & \left. + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & -w^{-1} & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \frac{1}{w} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \right\} \begin{pmatrix} E_x & +iB_x \\ E_y & +iB_y \\ E_z & +iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.
 \end{aligned}$$

Введем

$$G_{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, w^{-1}), \quad R_{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, -w^{-1}), \quad \tilde{a}^k = Q^{-1} a^k Q,$$

$$\tilde{b}^k = Q^{-1} b^k Q, \quad Q = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

Тогда

$$i\mu(b^k U_k^* \varphi^* - a^k U_k \varphi) = w G_{kn} \left(\tilde{a}_k U^n \Psi^* + \tilde{b}^k U_n^* \Psi \right).$$

Аналогично

$$i\varepsilon(b^k U_k \varphi^* - a^k U_k^* \Psi) = w G_{kn} \left(\tilde{a}_k U_n^* \varphi^* + \tilde{b}^k U_n \varphi \right).$$

Заметим, что идея обобщения связей между полями F_{mn} и индукциями \tilde{H}^{ik} очевидно индуцируется тензорной ее формой

$$\tilde{H}^{ik} = a \sqrt{g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

потому что H^{ik} есть тензорная плотность веса (+1) Это требует изначального введения в физическую модель электромагнитных явлений элемента гомологической алгебры

$$g = \det |g_i|$$

Ситуации с $g = const$, согласно терминологии главы 2, соответствует вариант когомологически пассивной физической модели

3.4.2 Уравнения Максвелла в "фермионном" секторе

Уравнения Максвелла можно записать на подгруппах $\{e, f\} \in V(4)$, если использовать волновые функции

$$\sim \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ -\Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & -\Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где $\Psi_x = E_x + iB_x$, $\Psi_y = E_y + iB_y$, $\Psi_z = E_z + iB_z$, $\Psi_i = 0$. Они получаются посредством двойного проектирования с использованием подгруппы (e) , задавая

$$\Psi = \delta_{jk} k^j c^k \Psi_i$$

через сумму выражений типа

$$k^j c^k \Psi_i \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_x & -\Psi_x & \Psi_x & -\Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

в указанном случае соответствующих $i = j = k = 1$

Моноид из элементов k^j имеет свойства

$$k^j k^l = k^{j+l} = k^l k^j,$$

$$k^j k^l = k^l = k^l k^j$$

Изменим Ψ посредством Ω^i . Тогда

$$\Phi_i = \Psi \Omega_i \sim \begin{pmatrix} \Psi_x & -\Psi_x & \Psi_x & -\Psi_x \\ \Psi_y & \Psi_y & -\Psi_y & -\Psi_y \\ -\Psi_z & \Psi_z & \Psi & -\Psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ -\Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Покажем, что уравнения Максвелла могут быть заданы в "фермионном" секторе группы $V(4)$, соответствующем (E, F) . Имеем, например,

$$e' \partial_{\nu} \delta^{\mu k} \Phi_k + f' \partial_{\nu} \delta^{\mu k} \bar{\Phi}_k = 0.$$

В матричном виде

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_x \left(\begin{array}{cccc} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ -\Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_t \left(\begin{array}{cccc} 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + \\
 & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \partial_z \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & -\Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \frac{(-i)}{c} \partial_t \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + \\
 & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_x \left(\begin{array}{cccc} \bar{\Psi}_x & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\Psi}_y & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{\Psi}_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_y \left(\begin{array}{cccc} 0 & -\bar{\Psi}_x & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_y & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + \\
 & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right) \partial_z \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & \bar{\Psi}_x & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\Psi}_y & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Psi}_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \frac{i}{c} \partial_t \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_x \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_y \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) = 0.
 \end{aligned}$$

Тогда, в частности,

$$\partial_y (\Psi_z + \bar{\Psi}_z) - \partial_z (\Psi_y + \bar{\Psi}_y) + \frac{i}{c} \partial_t (\Psi_x - \bar{\Psi}_x) = 0,$$

чemu соответствует

$$\partial_y E_z - \partial_z E_y + \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \dots$$

Тензор F_{mn} выражается через (e', f') . Имеем

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc} \bar{\Psi}_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\Psi}_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Psi}_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_x \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc} \bar{\Psi}_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\Psi}_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_x \end{array} \right) + \\
 & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc} -\bar{\Psi}_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Psi}_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_z \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \end{array} \right) +
 \end{aligned}$$

$$+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \end{pmatrix} \Rightarrow F_{mn}.$$

Аналогично дифференциальным уравнениям, с заменой частных производных от координат на их дифференциалы, запишутся связи между полями и индукциями.

Как можно видеть, для записи уравнений в любой одной подгруппе нужно усложнить волновые функции. Следовательно, физические явления в форме *GAG*-модулей имеют множество форм и "любят" моноидную симметрию, с удовольствием используют полугруппы, хотя допускают и другие величины.

3.4.3. "Бозонная" и "фермионная" формы уравнений

Назовем "бозонной" формой уравнений вариант, когда физическая модель выражена через элементы подгрупп $(A, B) \in V(4)$. Тогда имеем условия

$$\begin{pmatrix} v & u \\ b & 0 \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} v \\ b \end{pmatrix} = a_\mu a_v + a_v a_\mu = 2\delta_{\mu v} I, \quad b_u b_v + b_v b_u = 2\delta_{uv} I,$$

аналогичные используемым для матриц γ_μ Дирака, так как

$$\gamma_\mu \gamma_v + \gamma_v \gamma_\mu = 2\delta_{\mu v} I.$$

"Бозонной" форме уравнений Максвелла соответствует волновая функция

$$\Psi = \text{столбец} (E_1 + iB_1, E_2 + iB_2, E_3 + iB_3, 0).$$

Все остальные элементы группы $V(4)$, с точностью до факторизации по группе Z_4 , могут быть получены двумя способами. В первом способе произведениям матриц Дирака соответствует графическое изображение (рис. 3.27).

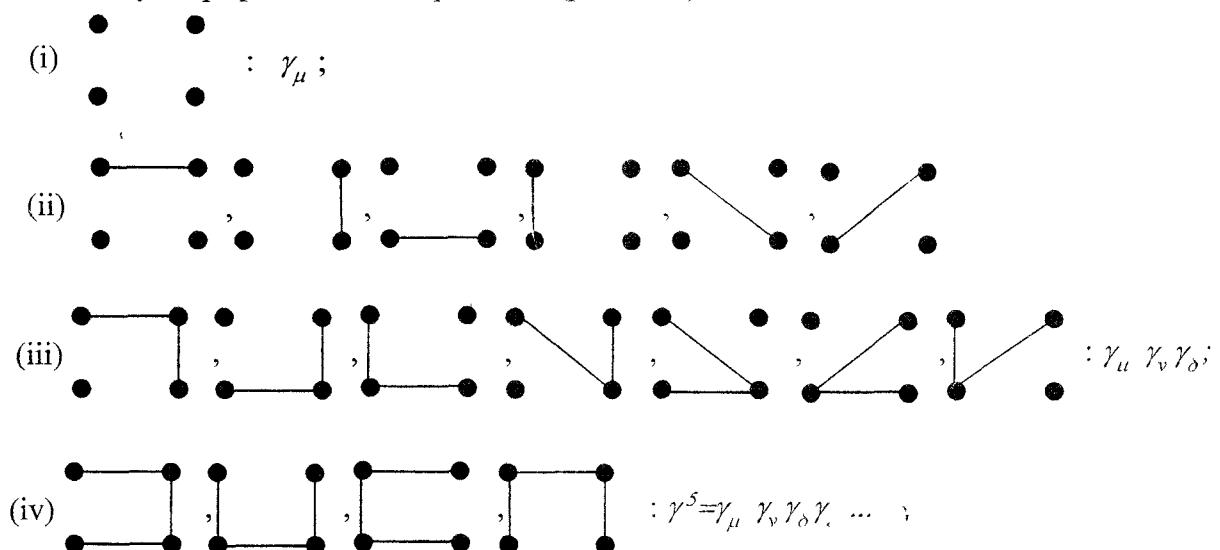
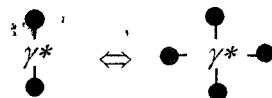


Рис. 3.27. Графическое произведение матриц Дирака

Всего получим 15 различных элементов. При дальнейшем продолжении цепочки произведений получим указанные элементы с двойными, тройными ... линиями. Когомологически они различны, если задать соответствие, при котором произведению элементов соответствует "ребро" четырехугольника и элементу соответствует его значение и сумма ребер. Тогда, например,

$$\gamma^* = \gamma_5 \gamma_\mu \Leftrightarrow \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\delta,$$

что позволяет рассматривать γ^* с двумя и четырьмя нитями



Во втором способе все элементы группы $V(4)$ могут быть получены из двух подгрупп с элементами (a', b') , используя только их взаимные произведения (рис. 3.28).

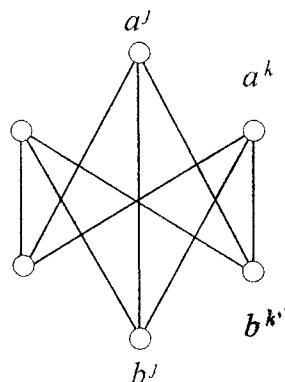


Рис. 3.28. Схема получения элементов группы $V(4)$ из произведений a' и b'

Из записи уравнений Максвелла в "фермионном" секторе, используя подгруппы (E, F) , следует, что для него допустим только второй способ графической интерпретации, так как условия $e'e^j - e^j e' = 0$, $f'f^j - f^j f' = 0$ индуцируют базис Γ' типа Дирака, из четырех элементов, для которого $\Gamma'\Gamma' - \Gamma\Gamma' = 0$, например $\Gamma' = \{e^1, f^1, c^2, I\}$, где I образовано из квадратов других элементов $I = \xi_j^2$. Как уже предполагалось ранее, это может быть связано с тем, что каждая из форм является предпочтительной в "своей" ситуации. Возможно, "фермионный" сектор лучше описывает электромагнитные явления, происходящие при сверхсветовых скоростях.

3.4.4. Новые метрики в электродинамике

Выражения

$$\Psi_1 = E_x + iB_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} + i \frac{\partial A_z}{\partial y} - i \frac{\partial A_y}{\partial z},$$

$$\Psi_2 = E_y + iB_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} + i \frac{\partial A_x}{\partial z} - i \frac{\partial A_z}{\partial x},$$

$$\Psi_3 = E_z + iB_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} + i \frac{\partial A_y}{\partial x} - i \frac{\partial A_x}{\partial y},$$

$$\overline{\Psi}_1 = E_x - iB_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} - i \frac{\partial A_z}{\partial y} + i \frac{\partial A_y}{\partial z},$$

$$\overline{\Psi}_2 = E_y - iB_y = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} - i \frac{\partial A_x}{\partial z} + i \frac{\partial A_z}{\partial x},$$

$$\overline{\Psi}_3 = E_z - iB_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} - i \frac{\partial A_x}{\partial x} + i \frac{\partial A_y}{\partial y},$$

использованные для записи уравнений Максвелла в форме *GAG*-модуля, допускают также алгебраическое представление. Действительно, имеем

$$\begin{pmatrix} -\partial_{\tau} & -i\partial_z & i\partial_x & -i\partial_y \\ i\partial_z & -\partial_{\tau} & -i\partial_y & -i\partial_x \\ -i\partial_y & i\partial_x & -\partial_{\tau} & -i\partial_z \\ i\partial_x & i\partial_y & i\partial_z & i\partial_{\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ -i\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -\partial_{\tau} & i\partial_z & -i\partial_y & -i\partial_x \\ -i\partial_z & -\partial_{\tau} & i\partial_x & -i\partial_y \\ i\partial_y & -i\partial_x & -\partial_{\tau} & -i\partial_z \\ i\partial_x & i\partial_y & i\partial_z & i\partial_{\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ -i\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\Psi}_1 \\ \overline{\Psi}_2 \\ \overline{\Psi}_3 \\ \overline{\Psi}_4 \end{pmatrix}.$$

На основе $(a^i, b^i) \in V(4)$ получаем две возможности анализа уравнений электродинамики через четырехпотенциалы A_{ξ} . Можно, во-первых, взять

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \equiv \Psi_4,$$

как стандартное калибровочное условие. Можно, во-вторых, считать, что $\Psi_4 \neq 0$, но использовать "ньютоновскую" метрику. Она ограждает Ψ_4 от экспериментального анализа. В обоих вариантах есть свои преимущества. Для уравнений вида

$$[(-ib^1\partial_1 + ib^2\partial_2, -ib^3\partial_3) - E\partial_{\tau}][A] = [\Psi],$$

$$[(-ia^1\partial_1 - ia^2\partial_2 - ia^3\partial_3) + E\partial_{\tau}][A] = [\overline{\Psi}]$$

имеем метрики

$$l^y = (-i, +i, -i, -1), \quad m^y = (-i, -i, +i, -1),$$

введенные в разделе 3.2 для группы G , операцией ∇ . Четырех势енциал A_{ξ} свидетельствует, что для него трехмерное пространство комплексно и неевклидово.

В этом есть свой резон. По-видимому, каждому уровню объектов и явлений (а потому и физической модели) соответствует "свое" пространство-время.

Соотношения

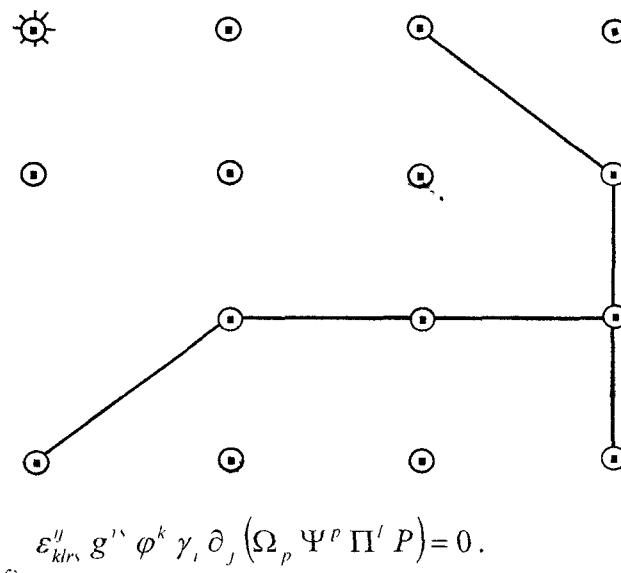
$$\varepsilon_{klmn}^y g^{kl} l^{mn} b_i \partial_i [A], \quad \varepsilon_{klmn}^y g^{kl} m^{mn} a_i \partial_i [A]$$

задают стандартное калибровочное условие при использовании метрики Минковского g^{kl} . Соотношения

$$\varepsilon_{klmn}^y \hat{n}^{kl} l^{mn} b_i \partial_i [A], \quad \varepsilon_{klmn}^y \hat{n}^{kl} m^{mn} a_i \partial_i [A]$$

задают те же уравнения, но при условии $\Psi_4 \neq 0$. Для четырехпотенциалов A_ξ и группа Лорентца и группа Галилея пригодны в электродинамике и дополняют друг друга.

3.5. GAG-ФОРМА УРАВНЕНИЙ ДИРАКА



Уравнения Дирака представлены в форме GAG-модуля группы $V(4)$. Показано, что эта группа допускает множество теорий в рамках единой формальной конструкции. Указан новый алгоритм нахождения базисов для теорий типа Дирака. Найдены "поперечные" и "продольные" динамики таких моделей.

Квантово-механическое описание электрона базируется на волновой функции

$$\Psi = \text{столбец} (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4)$$

и уравнениях динамики Дирака, так как

$$(\gamma^k \partial_k + B) \Psi = 0, \quad \left(\gamma^k \partial_k - B \right) \overline{\Psi} = 0.$$

Они имеют очевидную форму GAG-модуля

$$\varepsilon_{klm}^y g^{kl} \varphi^r \gamma_i \partial_i (\Omega_p \Psi^p \Pi^l P) + B \Psi = 0.$$

Здесь φ^r, Π^l - единичные матрицы; ε_{kl}^{μ} - 6-индексный символ Кронекера; Ω_p - проекционные матрицы с одним элементом. Матрицы Дирака

$$\gamma^1 = (-i)b^1 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = f^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma^3 = i b^2 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^4 = -c^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

образуют алгебру. В $V(4)$ можно выбрать другие четыре матрицы, из которых взаимными произведениями получатся все остальные, задавая минимальный базис $(\gamma^\alpha, \gamma^\beta, \gamma^\gamma, \gamma^\rho)$. В частности, им является (c^2, b^2, f^2, b^3) .

Представим базисы группы $V(4)$, задающие уравнения типа Дирака, графически, соединяя между собой точки, соответствующие их местам на портрете группы для $\alpha : b^1 f^1 b^2 c^3$ и для $\beta : c^3 b^2 f^2 b^3$ (рис. 3.29).

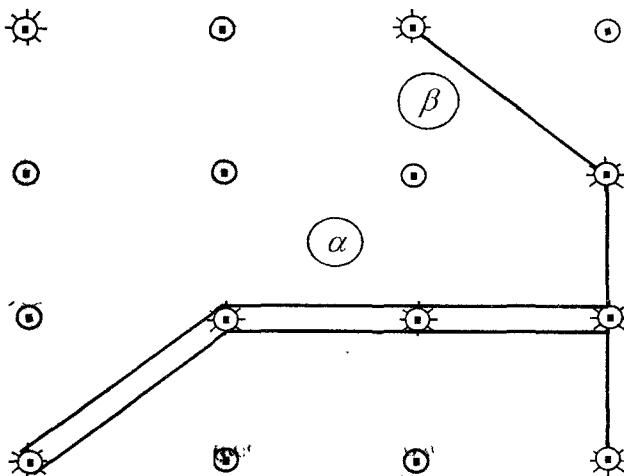


Рис. 3.29. Пара базисов типа Дирака

Рассмотрим варианты выбора других минимальных базисов:

- пусть задана пара $\gamma^\alpha, \gamma^\beta \neq E$;
- выбирается $\gamma^\delta \neq \gamma^\alpha \gamma^\beta$;
- образуем их произведения и используем $\gamma^\epsilon \neq (\gamma^\alpha \gamma^\beta, \gamma^\alpha \gamma^\delta, \gamma^\beta \gamma^\delta)$.

Тогда четыре элемента задают базис. Дополнительно определим $\gamma^* = \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\delta \gamma^\epsilon$ и тогда по двойным произведениям находится вся группа $V(4)$. Обозначая базис кружком \circ , их двойные произведения линиями, графически найдем минимальный базис (рис. 3.30). Варианты диагональных динамик исчерпываются диаграммами (рис. 3.31).

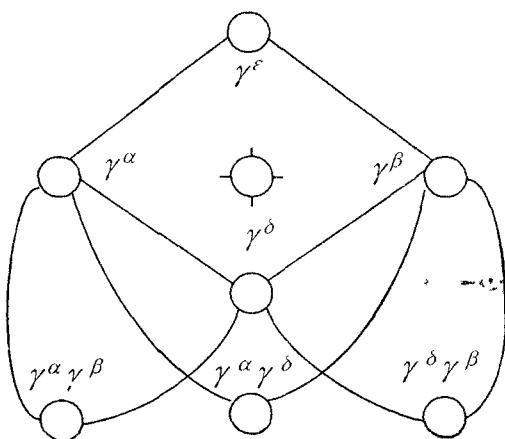


Рис. 3.30. Схема нахождения минимального базиса

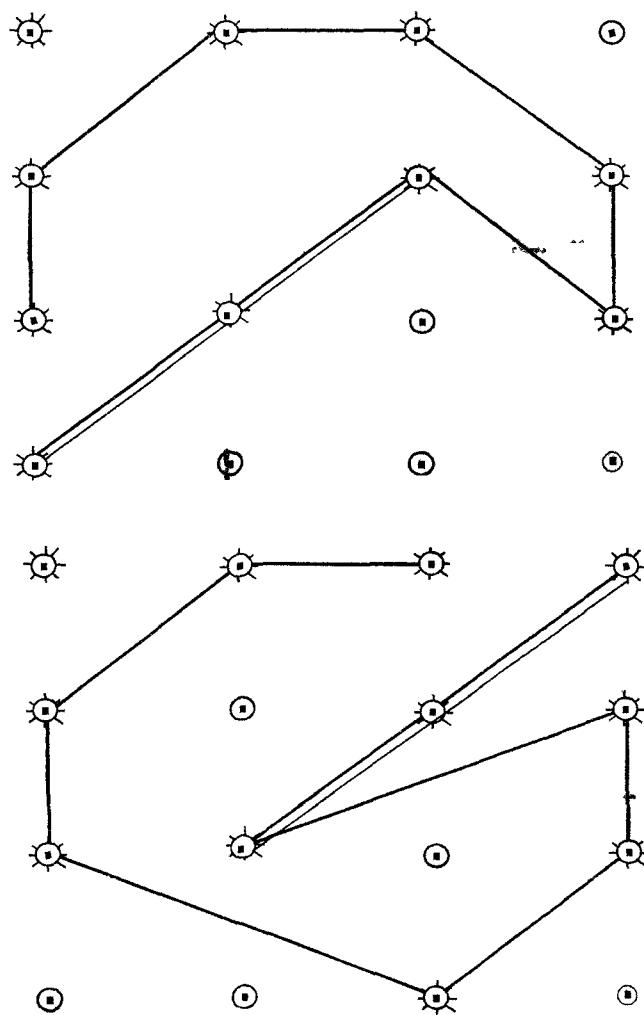


Рис. 3.31. Варианты диагональных динамик

Минимальный базис задается матрицами, которые соединены двойными линиями, четвертый элемент, дополняющий их, берется из тех, которые соединены единичной линией (рис 3.32).

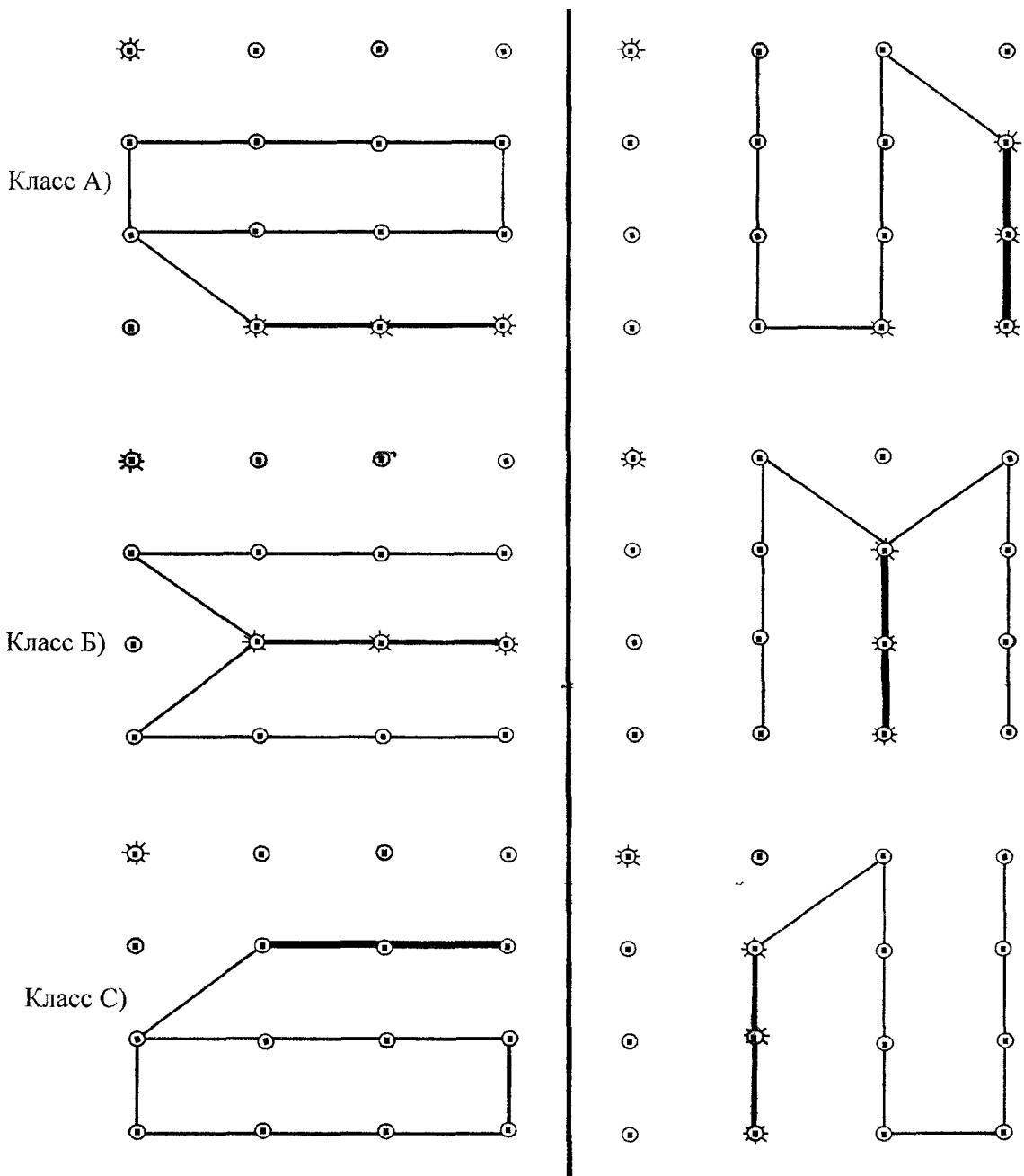
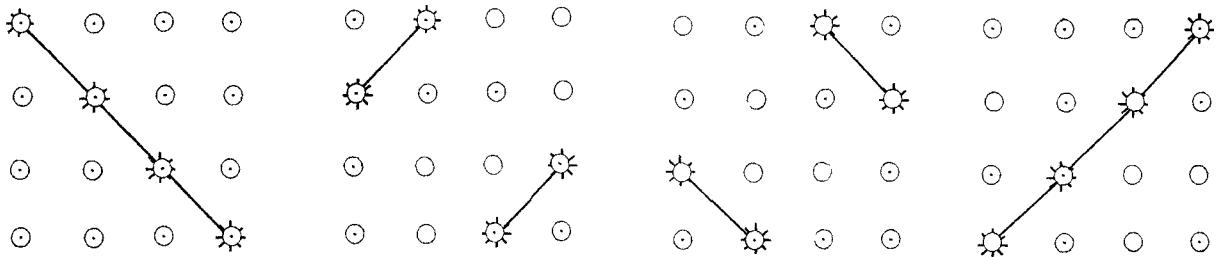


Рис. 3.32. Типы минимальных базисов

Мы обнаруживаем *алгебраическую относительность физических явлений*. У нее есть две стороны. Во-первых, одно и то же явление может быть описано в разных минимальных базисах алгебры заполнения. Во-вторых, базисы могут быть использованы для описания разных явлений, для чего следует использовать разные модульные формы (разделы 3.3÷3.5), а также разные представления симметрий.

3.6. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА В ФОРМЕ GAG-МОДУЛЯ



$$\Psi_x = \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \Psi_y = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \Psi_z = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad \Psi_t = \frac{1}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad B_{\xi\eta} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta \partial \xi} \equiv 0.$$

Показано, что уравнение Шредингера может быть записано в форме GAG-модуля. Его волновая функция соответствует тензору напряженности $\Phi_k \equiv 0$, задает вырожденное поле, а уравнение аналогично уравнениям Ньютона-Эйлера. Указаны новые возможности обобщения теории Шредингера.

Уравнение Шредингера для скалярной волновой функции Ψ в координатах

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ict$$

вида

$$\frac{\partial^2 \Psi}{(\partial x^1)^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{(\partial x^2)^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{(\partial x^3)^2} = V(\vec{r}, t) - c \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial x^0}$$

позволяет ввести величины

$$\Psi_1 = \frac{\partial \Psi}{\partial x^1}, \quad \Psi_2 = \frac{\partial \Psi}{\partial x^2}, \quad \Psi_3 = \frac{\partial \Psi}{\partial x^3}, \quad \Psi_0 = \frac{\partial \Psi}{\partial t^0}.$$

При выборе $n^k = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$, $a^k = \{0, 0, 0, -c \hbar\}$ имеем тогда

$$n^k \partial_k \Psi_k = a^k \Psi_k + V.$$

Определим величину

$$S = e^k \Psi_k = \begin{pmatrix} \Psi_0 & \Psi_1 & \Psi_2 & \Psi_3 \\ \Psi_1 & \Psi_0 & \Psi_3 & \Psi_2 \\ \Psi_2 & \Psi_3 & \Psi_0 & \Psi_1 \\ \Psi_3 & \Psi_1 & \Psi_2 & \Psi_0 \end{pmatrix}.$$

Получим форму уравнения Шредингера в $V(4)$. Пусть $B^l = n^{lp} \Pi_p$, ε_{lp}^y - четырехиндексный символ Кронекера. Введем $E^{lp} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, $\bar{\Psi}_l$ - вектор $(1, 1, 1, 1)$. Обозначим $\Psi^l = E^{lp} \Psi_p$. Тогда

$$\varepsilon_{lp}^y \bar{\Psi}^p e_i \partial_j (B^l e_k \Psi^k) = F,$$

$$F = a^k \Psi_k + V_0.$$

Заметим, что

$$\Psi_{ik} = \partial_i \Psi_k - \partial_k \Psi_i \equiv 0.$$

Именно так ведет себя дополнение тензора электромагнитного поля при калибровочном преобразовании

$$\tilde{A}_k = A_k \pm \partial_k \Psi = A_k \pm \Psi_k.$$

Поэтому уравнение Шредингера можно рассматривать как аналог уравнения Ньютона для градиента калибровочной функции потенциала электромагнитного поля. Такой подход позволяет найти новые ростковые точки в других калибровочных теориях. Представляет несомненный интерес построение "флуктуирующей" квантовой механики. Суть ее состоит в том, что аналогично тому, как в теории движения жидкости дополнительно к средним значениям вводятся флуктуирующие, так в квантовой физике могут быть введены дополнения к волновым функциям вида

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}^p &= \bar{\Psi}^p + \tilde{\bar{\Psi}}^p, \\ \Psi^k &= \Psi^k + \tilde{\Psi}^k \end{aligned}$$

Тогда осреднение будет задавать нелинейные уравнения вида

$$\begin{aligned} \varepsilon_{lp}^y \tilde{\bar{\Psi}}^p e_i \partial_j (B^l e_k \tilde{\Psi}^k)^T P &= \tilde{F}, \\ \tilde{F} &= \tilde{a}^k \tilde{\Psi}_k + \tilde{V}_0. \end{aligned}$$

Они могут оказаться полезными в задачах моделирования динамики физических зарядов, так как \tilde{V}_0 связывается с $\tilde{\Psi}$. Аналогично динамике Ньютона возникает возможность введения нетривиальных дополнений в квантовую теорию. Пусть

$$\Psi = \Psi + \sqrt{i} \hat{\Psi}.$$

Примем

$$\begin{aligned} i \varepsilon_{lp}^y \tilde{\bar{\Psi}}^p f \partial_i (B^l f_k \hat{\Psi})^T P &= \hat{F}, \\ \hat{F} &= \hat{a}^k \hat{\Psi}_k + \hat{V}_0. \end{aligned}$$

Новые поля $\hat{\Psi}$ будут иначе проявляться в теории и в эксперименте. Используя $\delta_j = (1, 1, 1, 1)$, а также $g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, $r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, получим уравнение Шредингера в форме

$$\begin{aligned} \Delta \Psi + a \frac{\partial \Psi}{\partial t} &= \varepsilon_{klr}^y g^{kl} \hat{\Psi}^r \gamma_i (\partial_j + (-1)^{\det \gamma} \delta_j) (\delta_p^k \gamma_r \Psi^p) + \\ &+ \varepsilon_{klr}^y r^{kl} \hat{\Psi}^r \Omega_i (\partial_j + (-1)^{\det r} \delta_j) (\delta_p^k \gamma_r \Psi^p). \end{aligned}$$

Уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0$$

также имеет аналитическую форму GAG-модуля

$$\varepsilon_{klr}^{\eta} \left\{ g^{kl} \hat{\Psi}^r \gamma_i \partial_i (\delta_p^k \gamma_s \Psi^p) + r^{kl} \hat{\Psi}^r \Omega_i \partial_i (\delta_p^k \Omega_s \Psi^p) \right\} = \Delta \Psi.$$

Это очевидно, так как

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \partial_x \left(\begin{array}{cccc} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \partial_y \left(\begin{array}{cccc} 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_z \\ 0 & 0 & \Psi_t & 0 \end{array} \right) + \\
 & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_z \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & \Psi_t \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) + (-1) \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \partial_t \left(\begin{array}{cccc} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{array} \right) + \\
 & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right) \partial_x \left(\begin{array}{cccc} 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & -\Psi_t & 0 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_y \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_y \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \end{array} \right) + \\
 & + \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \partial_z \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & \Psi_y & 0 \\ 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ -\Psi_t & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) = \Delta \Psi.
 \end{aligned}$$

Здесь $\hat{\phi}' = (1, 1, 1, 1)$. Возникает предположение, что возможно обобщение теории Шредингера, если, во-первых, использовать поля, которые являются градиентными для неабелевых калибровочных полей, во-вторых, задать для таких полей уравнения типа Ньютона для материальных тел.

3.7. GAG-МОДЕЛИРОВАНИЕ

Показано как можно использовать концепцию GAG-модуля для моделирования разнообразных объектов и явлений. Указаны новые черты и специфика такого подхода

A) GAG-моделирование просто

- Нужно взять пары: группоидов $G_p G$, волновых функций φ, Ψ , операторов ∂_i, dx^i , дополнительных величин $\varepsilon'_{kl}, \delta_{ij}, \dots$

2. "Смешать" их между собой, используя единую основную конструкцию

$$\varepsilon_{k l r s}^{i j}, g^{k l} \varphi^r \gamma_r \partial_r (\Omega_p \Psi^p \Pi^s) = Q_* \dots$$

3. "Поварить": получить решения, проанализировать их, сравнить с экспериментом...

4. "Добавить специи": изменить элементы, чтобы они лучше соответствовали практике, например, используя "композиты".

Таковы физические модели.

Б) GAG-моделирование удобно

1. Можно из разных соображений выбрать группу заполнения физических моделей. Алгоритм, который привел к группе $C = V(4)$, выглядит как система шагов. На первом шаге использована циклическая группа

$$Z_4 = \{i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1\}.$$

На втором шаге использована операция размещения \oplus , задающая новую группу

$$Q = Z_4 \oplus Z_4.$$

Она содержит подгруппу $R \in Q$ в форме

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

На третьем шаге к R применена операция тензорного умножения. Получена группа

$$V(4) = R \otimes R.$$

Она явно представлена в разделе 3.1. Ее достаточно, согласно разделам 3.3÷3.6, чтобы в единой форме записать основные физические законы. Возможно, аналогичный алгоритм допустимо использовать для анализа других явлений, в частности, проблем экономики, психологии.

2. Группа $G = V(4)$ использована с полугруппами $\Omega'_p = \Omega_p$, а также с дополнительными элементами, например, тензорами $g^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, волновой функцией Ψ_p , символами Кронекера δ_{kn} , $\varepsilon_{k l r s}^{i j} \dots$

3. Используя указанные элементы, сконструирована модель, состоящая из

$$Q_* = \varepsilon_{k l r s}^{i j} g^{k l} \varphi^r \gamma_r \partial_r (\Omega_p \Psi^p \Pi^s),$$

$$Q^* = \varepsilon_{k l r s}^{i j} \eta^{k l} \varphi^r \gamma_r \sigma_{r p} dx^p (\Omega_p \Psi^p \Pi^s).$$

Таковы GAG-модули первого уровня. В них используются только частные производные первого порядка и дифференциальные формы первого порядка. Варианты изменений и дополнений здесь многообразны и очевидны, однако для их применения нужна практика.

Специфика подхода (главы 1, 2; разделы 3.3÷3.6) состоит в следующем:

а) модель выходит за рамки стандартной теории представлений групп и алгебр, потому что в ней используются и группы и полугруппы;

- б) модель выходит за рамки вариационного анализа, потому что полученные уравнения не следуют из лагранжева формализма;
 в) модель выходит за рамки принципа относительности, так как она учитывает топологические аспекты симметрий.

4. GAG-модуль легко обобщается на случай, когда в электродинамике отсутствуют ограничения на скорость. Для этого достаточно обобщить связи между полями и индукциями, как это указано в главе 1.

5. Предлагаемая модель использует композиты - нетензорные объекты, что расширяет возможности анализа явлений. Детали подхода изложены в разделе 3.9. Нетрудно видеть, что композиты в группах естественны при использовании операции \pitchfork . Так, в частности, группа $Q = Z_4 \pitchfork Z_4$ имеет элементы

$$\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

композитного вида. Они задают "корень квадратный" из матриц Паули.

6. GAG-модули позволили обнаружить, что физические явления имеют *SLD (OLD)-тип*, когда структура (*S*-), связи (*L*-), динамика (*D*-) имеют внешние (*out*-), внутренние (*in*-) и связевые (*l*-) слагаемые. Так как все слагаемые и элементы унифицированы, упрощено как понимание, так и анализ явлений. По-видимому, аналогично могут описываться и сами физические объекты. Соответственно появляется новый "концентратор" - алгоритм, позволяющий оценивать и развивать модели, соответствующие разделам 3.7, 3.8.

7. Теория выходит за рамки классической теории измерений, так как позволяет учитывать влияние измерительных устройств на явление, что изложено в главе 2.

8. Теория GAG-модулей использует физический подход к динамике инерции, разделяя ее на собственную и несобственную части и вводя новую физическую характеристику - отношение, от которой зависят связи между полями и индукциями. Подробности подхода могут быть важны в других ситуациях, в частности, для неабелевых калибровочных полей. Детали описания изложены в разделах 3.2 ÷ 3.4.

9. Для GAG-модулей естественна дополнительность абсолютных и относительных свойств пространства-времени, а также их разделение на пространство состояний *SS* и пространство событий *SE*. К связности состояний $\Gamma'_{j,k}(SS)$ добавляется тогда связность событий $\Gamma'_{j,k}(SE)$. Также могут быть введены и учтены их тензорные дополнения $B'_{j,k}(SS)$, $B'_{j,k}(SE)$, что изложено в главе 4. Следовательно, модель выходит за пределы подхода, принятого в теории относительности.

10. При GAG-моделировании естественно используются когомологии групп. При алгебраическом подходе отношение *w* рассматривается как элемент нульмерной группы когомологий Хохшильда $H^0(G, A)$. Указаны и другие возможности когомологического обобщения физических моделей. Следовательно, модель выходит за рамки стандартной теории относительности, не использующей когомологических уровней симметрий. Поэтому GAG-моделирование стимулирует учет топологии элементов, составляющих модель, а также ее динамики.

11. GAG-моделирование позволяет достаточно просто пройти путь от истоков теории к ее современному уровню, достигая моделей суперструн.

12. GAG-модули подтверждают известный факт, что к одному и тому результату можно придти, двигаясь в диаметрально противоположных направлениях и достигая схожего

результата, но разного "видения" задач, перспектив, проблем. *Композиты и когомологии дополняют то, что дает теория относительности.*

13. GAG-модули указывают архитектуру модели явлений и объектов, которую можно по-разному "развивать" как в "продольном", так и в "поперечном" направлениях. Формальная конструкция (рис. 3.33), в том числе с учетом пространственно-временного моделирования, имеет вид (раздел 3.8):

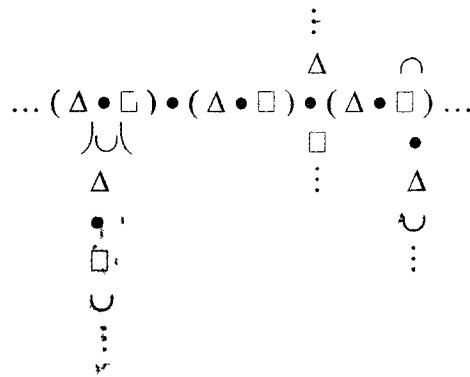


Рис. 3.33. Формальная схема развития физической модели

Каждый ее элемент и соединительные звенья могут быть изменены, если этого потребует опыт.

Такой вариант является новым. Из него следует предположение, что "физические объекты и явления модельно едины". Более того, не исключено, что и по форме и по существу микро- и макропроцессы и объекты способны иметь высокий уровень организации и сложности. Возможно, что "*атом света столь же прекрасен, как и человек*".

В) GAG-моделирование конструктивно

Действительно, благодаря такому подходу мы имеем новые результаты. Укажем их.

1. Явное и неявное использование нульмерных когомологий Хохшильда $H^0(G, A)$ в качестве динамического управляющего фактора для несобственной инерции электромагнитного поля.

2. Разделение инерции электромагнитного поля на собственную и несобственную части, введение в физическую модель скорости движения первичного источника излучения \vec{u}_f , и отождествление скорости детектора излучения \vec{u}_α со скоростью среды \vec{u}_m в форме $\vec{u}_\alpha = \vec{u}_m$.

3. Введение новой физической величины - *отношения w* как характеристики, управляющей динамикой инерции на основе нульмерной группы когомологий $w \in H^0(G, A)$ и ее связи с показателем среды n физической среды $w = 1 - \exp[-P_0(n - 1)]$.

4. Рассмотрение фундаментальной пары калибровочных полей F_{mn} , H^{ik} как дополнительных друг другу по структуре и динамике электромагнитных явлений, а связей между ними как самостоятельной сложной сущности вида, $H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$, задаваемой симметричным полем Ω^{im} .

5. Дополнение локального метрического тензора событий SE конформным множителем φ с последующим преобразованием его на основе эквивалентных преобразований к композитному виду

$$\tilde{g}'' = \text{diag}(1, 1, 1, 1 \cdot w).$$

6. Введение "весовой" зависимости скоростей, входящих во взаимосвязь полей и индукций

$$\vec{u} = (1 - w) \vec{u}_f + w \vec{u}_m,$$

где \vec{u}_f - скорость первичного источника излучения, \vec{u}_m - скорость среды, w - отношение.

7. Введение "весовой" зависимости Ω^{im} от \tilde{g}'' и $\tilde{u}' = dx'/dg$ в форме

$$\Omega^{im} = a \tilde{g}^{im} + b \tilde{u}' \tilde{u} m,$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{\mu}}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right), \quad \tilde{u}' \sim \sqrt{w}.$$

8. Новое выражение для групповой скорости электромагнитного поля как функции от \vec{u}_f , w , \vec{u}_m , ε , μ , c :

$$\vec{v}_g = \frac{c k}{n k} + \left(1 - \frac{w}{n^2} \right) [(1 - w) \vec{u}_f + w \vec{u}_m].$$

9. Новое условие на фазу волны для электромагнитного поля:

$$\frac{\omega - \vec{k} \vec{u}_\xi}{\left(1 - w \frac{\vec{u}_\xi^2}{c^2} \right)^{1/2}} = const,$$

при значении $\vec{u}_\xi = \vec{u}_f + w_\xi \vec{u}_m$.

10. Новая зависимость частоты поля ω от скорости при больших скоростях движения:

$$\omega = \omega_0 \sigma \left[\left(1 - \frac{u_f^2}{c^2} \right)^{1/2} - \frac{u_f^2}{c^2} \Psi^{1/2} (1 + \Psi)^{1/2} \right], \quad \sigma = [1 - u_f^2 (1 + \Psi)/c^2]^{-1}, \quad \Psi \approx 6 \cdot 10^{-3}.$$

3.8. КОНЦЕПТУАЛЬНОЕ ЕДИНСТВО И РАЗЛИЧИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Показано, что соединение элементов структуры S , связей L и динамики D физического явления в модель базирующейся на структуре GAG-модуля с расслоением, задающим внешние Out-, связевые l - и внутренние In-элементы модели, приводит к полной уровневой теории, состоящей из девяти звеньев. Они могут и должны меняться согласованно. На этой основе сформулирована проблема восстановления полной модели по ее части. Указана потребность многоуровневого анализа модели.

Согласно анализу, проведенному в разделах 3.3÷3.6, теория Ньютона для классических макроскопических тел, Максвелла для классического поля, Дирака для квантово-

механической частицы - электрона, Шредингера для квантовой волновой теории в своей основе имеют единую динамическую конструкцию на группе $V(4) = V(2) \otimes V(2)$ вида

$$\sigma \varepsilon_{ijkl}^y P^{r\gamma} \hat{\Psi}^k \gamma_i \partial_r (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) P,$$

которая задает динамику. Назовем ее (D -) конструкцией модели физических явлений. Электродинамика Максвелла имеет аналогичную конструкцию для связей между полями и индукциями, если выполнить замену ∂_j на $\sigma_{jn} U^n$, где σ_{jn} - 2-индексный символ Кронекера, U^n - четырехскорости (раздел 3.4):

$$\sigma \varepsilon_{ijkl}^y P^{r\gamma} \hat{\Psi}^k \gamma_i \sigma_{jn} U^n (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) P.$$

Назовем ее (L -) конструкцией модели физических явлений. Аналогично в электродинамике Максвелла можно описать сами поля и индукции, выполнив замену ∂_j на $\sigma_{jn} \Pi^n$, где Π^n - проекционные матрицы:

$$\sigma \varepsilon_{ijkl}^y P^{r\gamma} \hat{\Psi}^k \gamma_i \sigma_{jn} \Pi^n (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) P.$$

Назовем ее (S -) конструкцией модели физических явлений. Поскольку (S -, L -, D -) конструкции описывают единое явление, то сведения о нем можно получить, если опыт "раскрыл" хотя бы одну из них. Например, S -конструкция несет в себе информацию о связях и о динамике, L -конструкция - информацию о структуре и о динамике, D -конструкция - о структуре и о связях. В общем случае меняется каждый из элементов (S -, L -, D -) конструкций согласованно с изменениями других элементов: таково *общее правило модификации физической модели*.

Заметим, что при моделировании физических явлений неявно используются два расслоения группы $V(4)$. *Во-первых*, в теории Дирака используется базис

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Во-вторых, в теории Максвелла использована волновая функция

$$\Psi = \text{столбец} \begin{pmatrix} E_x + i B_y, E_x + i B_z, E_z + i B_z, 0 \end{pmatrix}.$$

Она представлена "видимой" - внешней (*out*-) частью посредством E_k и "невидимой" - внутренней (*in*-) частью посредством iB_k , при этом они имеют связь (I -) часть, представленную суммированием с одинаковыми весовыми множителями, равными единице, допуская

$$a E_k \oplus b(i B_k) = E_k + i B_k.$$

Будем считать, что *SLD*-тип задает физическую модель явления. Укажем ее степени свободы для электродинамики Максвелла. Имеем

$$\sigma|_s = (+i, -i), \quad \sigma|_I = (\pm i\varepsilon, \pm i\mu), \quad \sigma|_D = +1.$$

Матрицы γ_i есть (a^i, b^i) . Их достаточно, чтобы на основе взаимных двойных произведений "восстановить" всю группу $V(4)$. По-видимому, этот признак может быть свидетельством алгебраической полноты модели. Если подходить так, то динамические

уравнения Ньютона алгоритмически неполны, так как они охватывают только один сектор группы $V(4)$, хотя второй сектор может охватываться через алгебраическую структуру *силы*, входящей в уравнения динамики. Метрика p^{rs} имеет свои степени свободы:

$$p^{rs}|_S = g^{rs}, \quad p^{rs}|_I = (g^{rs}, r^{rs}), \quad p^{rs}|_D = (g^{rs}, r^{rs}).$$

Здесь $g^{rs} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, $r^{rs} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$. В модели используются досветовые и сверхсветовые метрики. Возможно, алгебраичность левой части уравнений Максвелла является указанием, что плотность электрического заряда ρ и четырехтока ρU^k имеет алгебраическую природу. Назовем указанное различие расслоением (O -, L -, I -) типа, обозначая таким образом внешние - O (*out*-), связевые L (*l*-) и внутренние I (*in*-) элементы модели.

Рассмотрим вариант неравноправного соединения факторов, полагая, что

$$\overset{*}{A}_{mn} = A_{mn} + \sqrt{i} a_{mn}, \quad \overset{*}{B}{}^{ik} = B^{ik} + i b^{ik}, \quad \overset{*}{\Omega}{}^{im} = \Omega^{im} + i^{\frac{1}{4}} \omega^{im},$$

$$(\Omega^{im} + i^{\frac{1}{4}} \omega^{im})(\Omega^{kn} + i^{\frac{1}{4}} \omega^{kn}) = \Omega^{im} \Omega^{kn} + \sqrt{i} \omega^{im} \omega^{kn} + i^{\frac{1}{4}} (\Omega^{im} \omega^{kn} + \omega^{im} \Omega^{kn}).$$

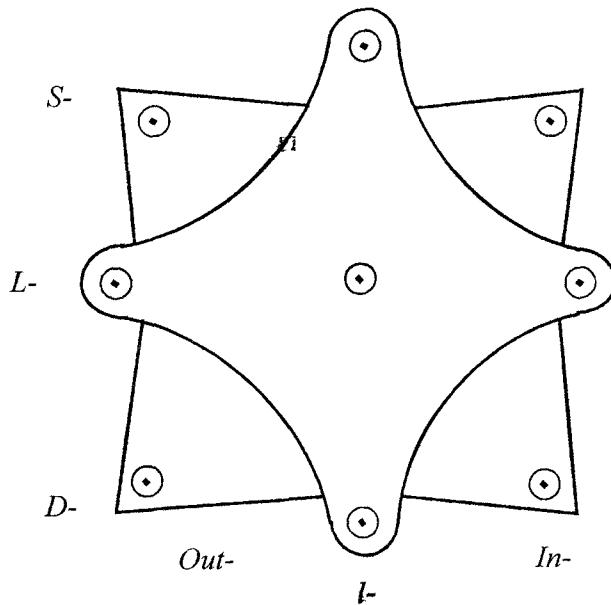


Рис. 3.34. Элементы физической модели

Из условия $B^{ik} + i b^{ik} = (\Omega^{im} + i^{\frac{1}{4}} \omega^{im})(\Omega^{kn} + i^{\frac{1}{4}} \omega^{kn})(A_{mn} + \sqrt{i} a_{mn})$ имеем соотношения $B^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} A_{mn}$, $b^{ik} = \omega^{im} \omega^{kn} a_{mn}$, позволяющие рассматривать внешние и внутренние связи независимо. Разделению динамических уравнений на внешнюю и внутреннюю части такой вариант не препятствует, так как

$$\partial_k \overset{*}{B}{}^{ik} = \partial_k B^{ik} + i \partial_k b^{ik}, \quad \partial_{[k} \overset{*}{A}_{mn]} = \partial_{[k} A_{mn]} + \sqrt{i} \partial_{[k} a_{mn]}.$$

Однако он упрощает связи $\overset{*}{B}{}^{ik} = \overset{*}{\Omega}{}^{im} \overset{*}{\Omega}{}^{kn} \overset{*}{A}_{mn}$, которые в общем случае, могут быть существенно запутаны.

Введем схему для физической модели из девяти элементов, образующихся при пересечении (*S L D*) и (*O I I*) слагаемых (рис. 3.34).

В реальной практике редко бывают изучены все ее звенья. Возникает проблема: как восстановить полную модель физического явления по известной части ее схемы. Например, используя только связи явления на внешнем уровне или динамику в ее внутреннем проявлении. С указанной потребностью мы сталкиваемся, очевидно, в задачах социологии и в психологии. В общем случае обычно задана совокупность схем, как показано на рис. 3.35.

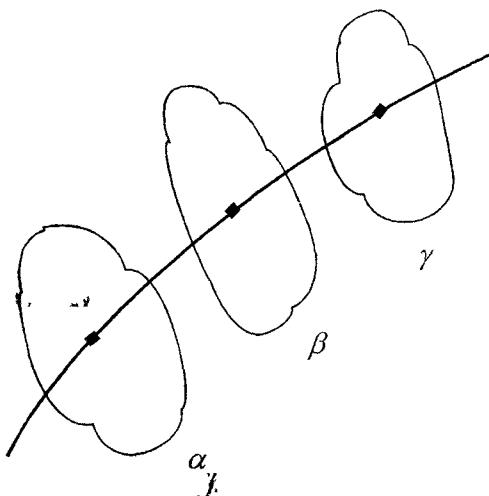


Рис. 3.35. Система уровней физической модели

Электродинамика Максвелла, структура которой выражена в группе $V(4)$ наиболее ярко представляется схемой (рис. 3.36).

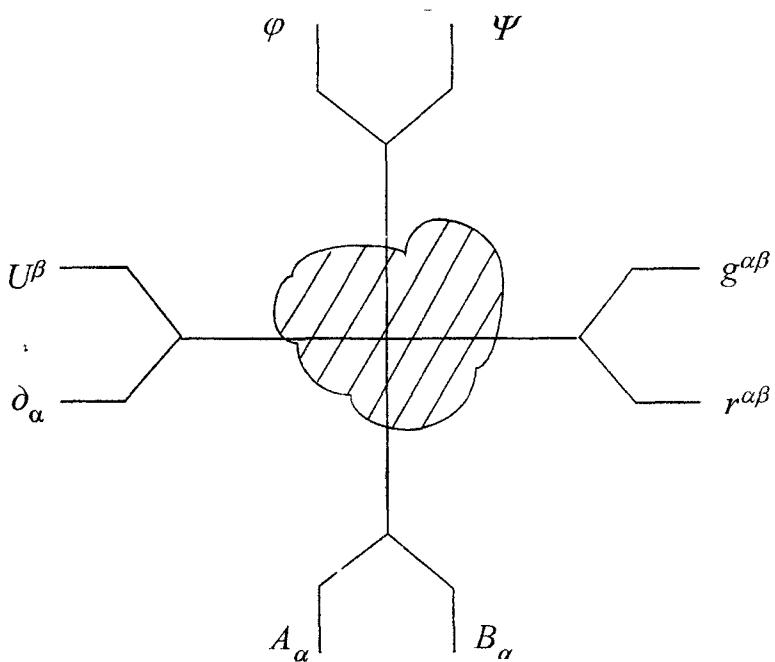


Рис. 3.36. Схема элементов в электродинамике Максвелла

В ней пары величин дополняют друг друга:

- а) волновые функции φ, Ψ ;
- б) метрические тензоры $g^{\alpha\beta}, r^{\alpha\beta}$ досветовых и сверхсветовых движений;
- в) подгруппы A_α, B_α группы заполнения $V(4)$;
- г) вектор U^α и ковектор ∂_β

Эта схема элементов может быть применена для анализа физического явления на любом ее уровне, что позволяет легче сориентироваться в сложной ситуации. Каждый элемент указанной конструкции может быть изменен или деформирован. Делать это нужно таким образом, чтобы были выполнены определенные законы согласования. Обычно физикам удобно пользоваться законами сохранения, следовательно, опору можно делать на симметрийные аспекты задачи. При этом не исключен вариант алгебраического расширения или деформации физической модели, используя возможности гомологической алгебры. Достаточно глубоким дополнением может стать дифференциально-геометрический анализ модели. Поскольку у электромагнитного поля обнаружены корпускулярные свойства, а у электрона - волновые, возникает предположение, что полная модель соединяет в себе и то и другое. Используя подгруппы (a^l, b^l) для "верх" группы $V(4)$, а подгруппы (e^l, f^l) для "низа" группы, будем считать, что полная модель подчинена постулату: "То, что "вверху", опирается на то, что "внизу", то, что "внизу", тянется к тому, что "вверху". Согласно разделам 3.3÷3.6 поля и частицы образуют единое целое. Возможен и такой вариант, задающий алгебраическую схему состояний (рис. 3.37).

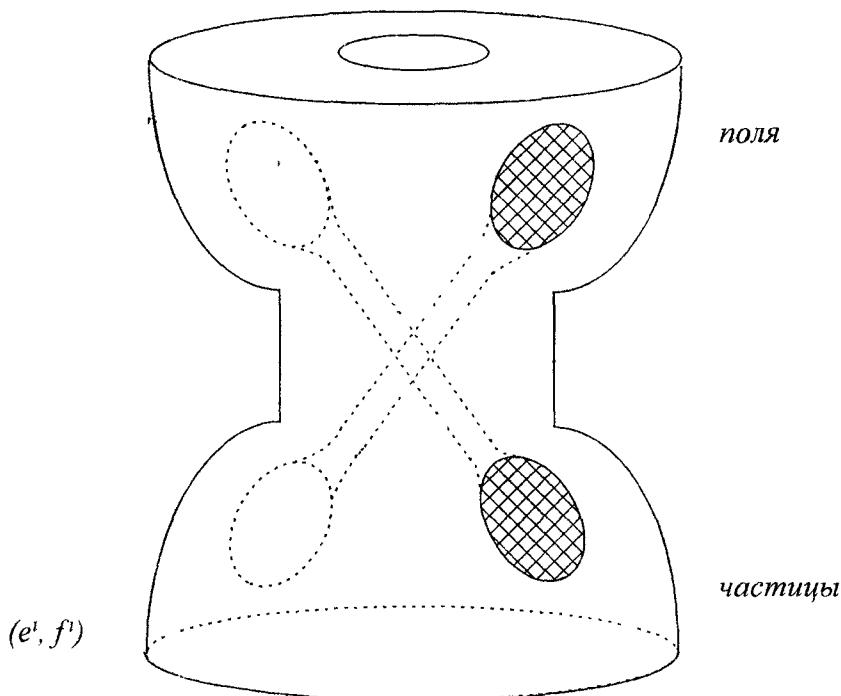


Рис. 3.37. Иллюстрация единства и различия частиц и полей в группе $V(4)$

Понятно, что схема состояний может быть многоуровневой. При нашем подходе физическая теория электромагнитных процессов представлена системой элементов:

- а) структуры - $S \rightarrow F_{mn} = \gamma^k \Pi_k \Psi$;
- б) связей - $L \rightarrow \gamma^k U_k \Psi = g_{\alpha\beta} \gamma^\alpha U^\beta \Psi$;

в) динамики - $D \rightarrow \gamma^k \partial_k \Psi$.

Фактически волновая функция Ψ испытывает влияние трех различных операторов. Вместе они задают полную модель на основе соединения между собой однотипных элементов. Поскольку дополнительно заданы калибровочная и инерционная группы, имеем соединение элементов, представляющих полную модель (рис. 3.38).

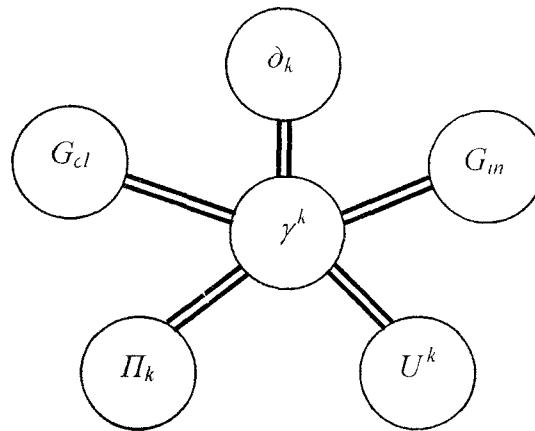


Рис. 3.38. Элементы физической модели

Вопрос состоит в том, что означает такая конструкция на языке математики? Насколько она существенна? Какие дальнейшие обобщения возможны?

Из сравнения результатов, полученных в электродинамике Максвелла и в теории Ньютона, следует, что электрон с зарядом e и массой m_0 в электромагнитном поле описывается *алгебраическим* уравнением вида

$$\varepsilon_{rkl}^y g^{rs} \hat{\Psi}^k \gamma_r \partial_s (\Omega_p \Psi^p \Pi^l P) = \sigma_p (a^p U^s \Psi + b^p U^s \Psi^*).$$

Согласно ему природа взаимодействия состоит в том, что алгебра связывает между собой вращательный и поступательный аспекты инерции. Это выражается через частные производные ∂_k - ковекторы и дифференциалы координат dx^k - векторы. Записывая уравнения динамики в формальном виде, имеем

$$e\Phi(U') = m\Phi(\partial_k),$$

где символ $\Phi(\zeta)$ означает, что построена конструкция на алгебре, а символ в скобках указывает поступательную и вращательную стороны инерции. Поскольку допустимо рассматривать внешний, внутренний и связевой аспекты инерции, введем, следуя электродинамике, обозначения и зависимости

$$U^k (U_\beta^k, U_m^k, W^k \dots), \quad \partial_k (\partial_k^h, \partial_k^m, \alpha^k \dots), \quad U^h (U_\beta^h, U_m^h, W^h \dots),$$

$$\partial_b (\partial_b^h, \partial_b^m, \alpha^b \dots), \quad U^\alpha (U_\beta^\alpha, U_m^\alpha, W^\alpha \dots), \quad \partial_\alpha (\partial_\alpha^h, \partial_\alpha^m, \alpha^\alpha \dots).$$

Тогда общая теория, способная описывать все многообразие факторов инерции, наглядно представится соединением в единый комплекс (рис. 3.39). Проведенное рассмотрение позволяет упростить общий подход: в расчетных моделях и на практике исследователь имеет дело с процессами, при которых происходит общее изменение инер-

ционального состояния. Обычно оно сводится к тому, что исследуется некоторое равновесие между вращательными и поступательными сторонами инерции, задаваемыми соответственно величинами

$$(\omega_x, \omega_y, \omega_z, \omega_0) \equiv \omega, \quad (U_x, U_y, U_z, U_0) \equiv U.$$

Модель физического явления состоит в том, что исследуется взаимосвязь

$$U \leftrightarrow \omega.$$

Она показывает как происходит взаимное превращение поступательной U и вращательной ω инерции, которое составляет сущность физического явления.

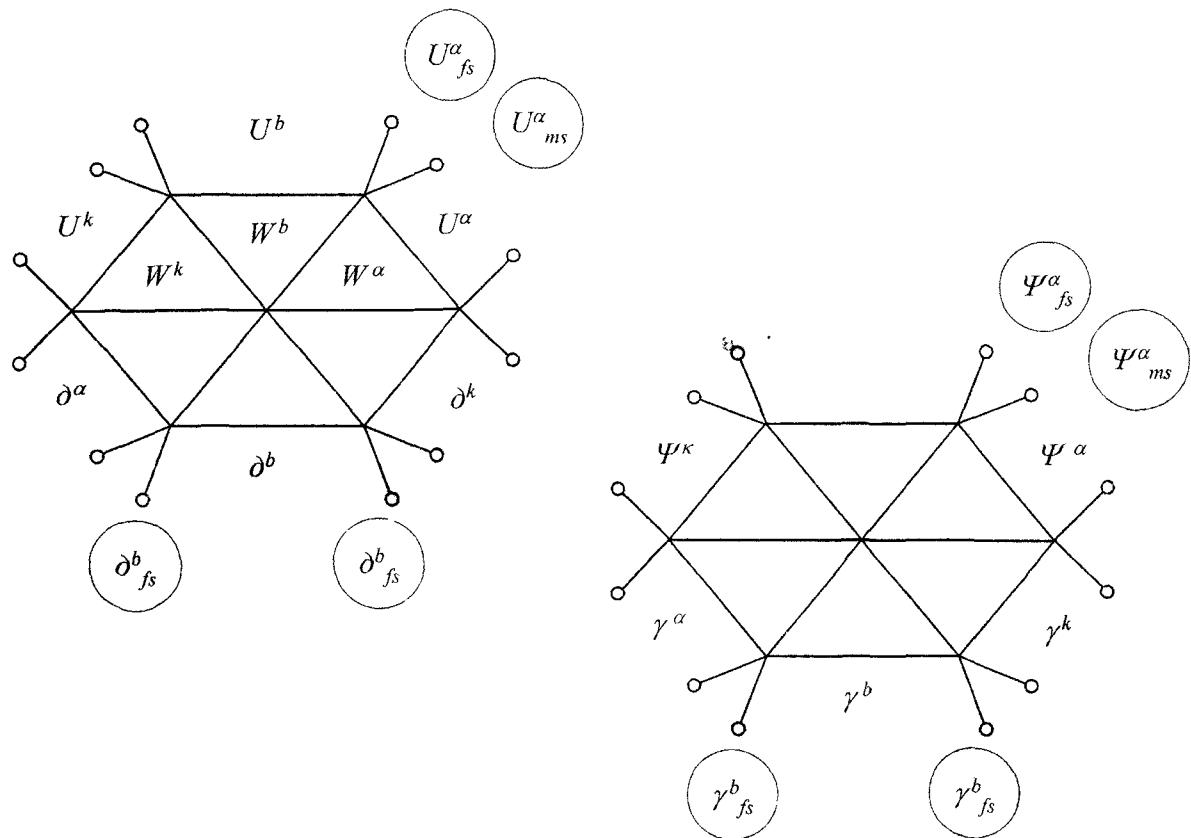


Рис. 3.39. Полная система граней инерции

Опираясь на идею о трансформации инерции, предположим, что

$$t \leftrightarrow w,$$

означающее, что время аналогично отношению. Есть отношение – есть время, нет отношения – нет времени. Верно и обратное. Допустима физическая гипотеза: время есть отношение. Используемое в физике время представляет собой опосредованное отношение, используемое в качестве меры движения, согласованной с часами. Общее время может быть существенно иным. В частности, поскольку есть мнимое отношение, может быть и мнимое время.

Под углублением *GAG*-модуля будем понимать перевод на новый уровень (ξ^k, ξ_k) одного или нескольких элементов модели. Это могут быть пары (Ψ, φ) , $(g^{\alpha\beta}, r_{\alpha\beta})$, (ξ^k, ξ_k) , (∂_k, U^k) , а также любые их звенья и соединения *SLD (OLI)*-типа. Это может быть общая конструкция, например, в случае, когда деформируется центр алгебры, но может быть и частная. Естественно выделяются при виде факторов Имеем пространства - *SS* (состояний) и *SE* (событий), симметрии алгебраическая a_k (генераторы алгебры) и групповая Θ_k (параметры групп), проявления Ψ (величины) и операторы, например (∂^k, U^k) .

Условно расположим факторы на одной линии, например, так:

$$\sim (\textcircled{O} \Delta \textcircled{O}) \square (\textcircled{O} \Delta \textcircled{O}) \square (\textcircled{O} \Delta \textcircled{O}) \sim$$

SS a^k Ψ

Назовем такую диаграмму кодом физической модели. Их отличия между собой будут заданы элементами кода. Деформация фактически означает исследование всех кодов модели. Модели назовем свободными, если их коды не имеют совпадающих элементов. В общем случае они могут переплетаться в разных вариантах. Заметим, что каждый элемент кода может быть выражен в некотором едином виде, например, в своем пространстве. Тогда возможно сведение анализа модели к ансамблю системы пространств. В частности, код может быть выражен заданием системы пространств *SS* и *SE*.

$$\sim (\textcircled{O} \Delta \textcircled{O}) \square (\textcircled{O} \Delta \textcircled{O}) \square (\textcircled{O} \Delta \textcircled{O}) \sim$$

SS' *SE^j* *SE^k*
SSⁱ *SS^j* *SS^k*

К *GAG*-модулям естественно применима комологическая теория Алгебра $F(\mathcal{A})$ указывает естественный путь для этого. Известно, что деформация алгебры основана на построении функционалов от элементов алгебры в форме ряда Тейлора. Например, имеем

$$F^*(f, e) = [f, e] + \sigma F_1(f, e) + \sigma^2 F_2(f, e) + \dots$$

В физической теории эти обобщенные выражения могут занять место элементов группы $V(4)$, если их представляет $[f, e]$ в отсутствие деформаций. Однако не все элементы группы $V(4)$ могут быть так охвачены. Дополнительно нужны расширения антикоммутативного типа:

$$H^*(f, e) = \{f, e\} + r H_1(f, e) + r^2 H_2(f, e) + \dots$$

Так получается ансамбль моделей, которые нужно согласовать с опытом. Методологически схема анализа кажется простой. Конструкция

$$\varepsilon''_{kh}, g^{kl} \Psi' \gamma_i \partial_j (\Omega_p v^p \Pi') P$$

является типовой для физических теорий. Она задана

$$G \approx \Omega_p \in \Omega, \quad \gamma \in \gamma \approx G,$$

а также дифференциальными операторами ∂_j со своей алгеброй A . По этой причине мы имеем дело с GAG -модулем. Обозначение G справа фиксирует тот факт, что волновая функция есть G -модуль $\Omega_p v^p \Pi^l \equiv \Psi$. Обозначение A в центре указывает, что это A -модуль: $\partial_j \Psi = \Phi$. Обозначение G слева показывает, что на $\partial_j \Psi$ слева действует вторая группа G и это задает G -модуль $\gamma \Phi$. Суммирования посредством $\hat{\Psi}^r$, g^{kl} , ε_{khs}^y уточняют ситуацию. Базовые фундаментальные физические модели *SLD (OII)* типа задаются уравнениями:

- Ньютона-Эйлера $\varepsilon_{khs}^y \{ g^{kl} v^r e_i \partial_j (e_p v^p \Pi^l) + r^{kl} v^r f_i \partial_j (f_p v^p \Pi^l) \} P = F$;
- Максвелла $\varepsilon_{khs}^y \{ g^{kl} \hat{\phi}^r A_i \partial_j (\Omega_p \bar{\Psi}^p E^l) + r^{kl} \hat{\phi}^r B_i \partial_j (\Omega_p \Psi^p E^l) \} P = 0$;
- Шредингера (теплопроводности, диффузии)

$$\varepsilon_{khs}^y \left\{ g^{kl} \hat{\Psi}^r \gamma_i \partial_j (\delta_p^l \gamma_s \Psi^p) + r^{kl} \hat{\Psi}^r \Omega_i \partial_j (\delta_p^l \Omega_s \Psi^p) \right\} P = \hat{V};$$

где $\partial_j^g = \partial_j + a(-1)^{\det(g)} \delta_j$...

- Дирака $\varepsilon_{khs}^y \left\{ g^{kl} \hat{\phi}^r \gamma_i \partial_j (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) + r^{kl} \hat{\phi}^r \gamma_i \partial_j^T (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) \right\} P = 0$;
- Лапласа $\varepsilon_{khs}^y \left\{ g^{kl} \hat{\Psi}^r \gamma_i \partial_j (\delta_p^l \gamma_s \Psi^p) + r^{kl} \hat{\Psi}^r \Omega_i \partial_j (\delta_p^l \Omega_s \Psi^p) \right\} P = 0$.

Все эти GAG -модули естественны в группе $V(4)$. Аналогичные конструкции могут быть использованы и для других групп заполнения физической модели.

Физическая модель, как показал анализ, содержит в себе систему пар: величины F_{mn} , H^{ik} , симметрии заполнения G_a и проявления G_b (алгебраический план), пространства состояний SS и событий SE согласно главе 4 (геометрический план), когомологии, например, $Sp A$ и $\det A$ (топологический план). Все они многоуровневы, многофункциональны и согласованы друг с другом (рис. 3.40).

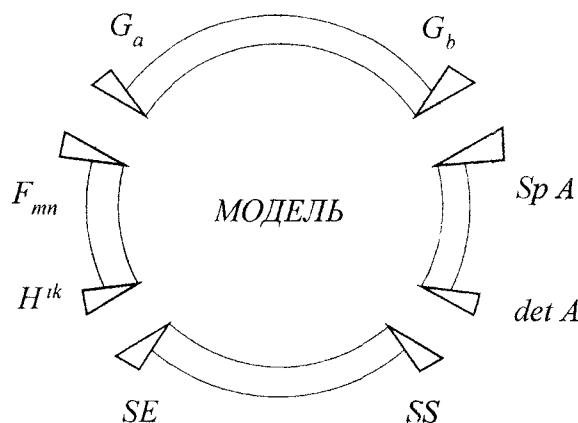


Рис. 3.40. Единство планов физической модели

Имеем графическое проявление единства физических моделей в группе $V(4)$ (рис.3.41).

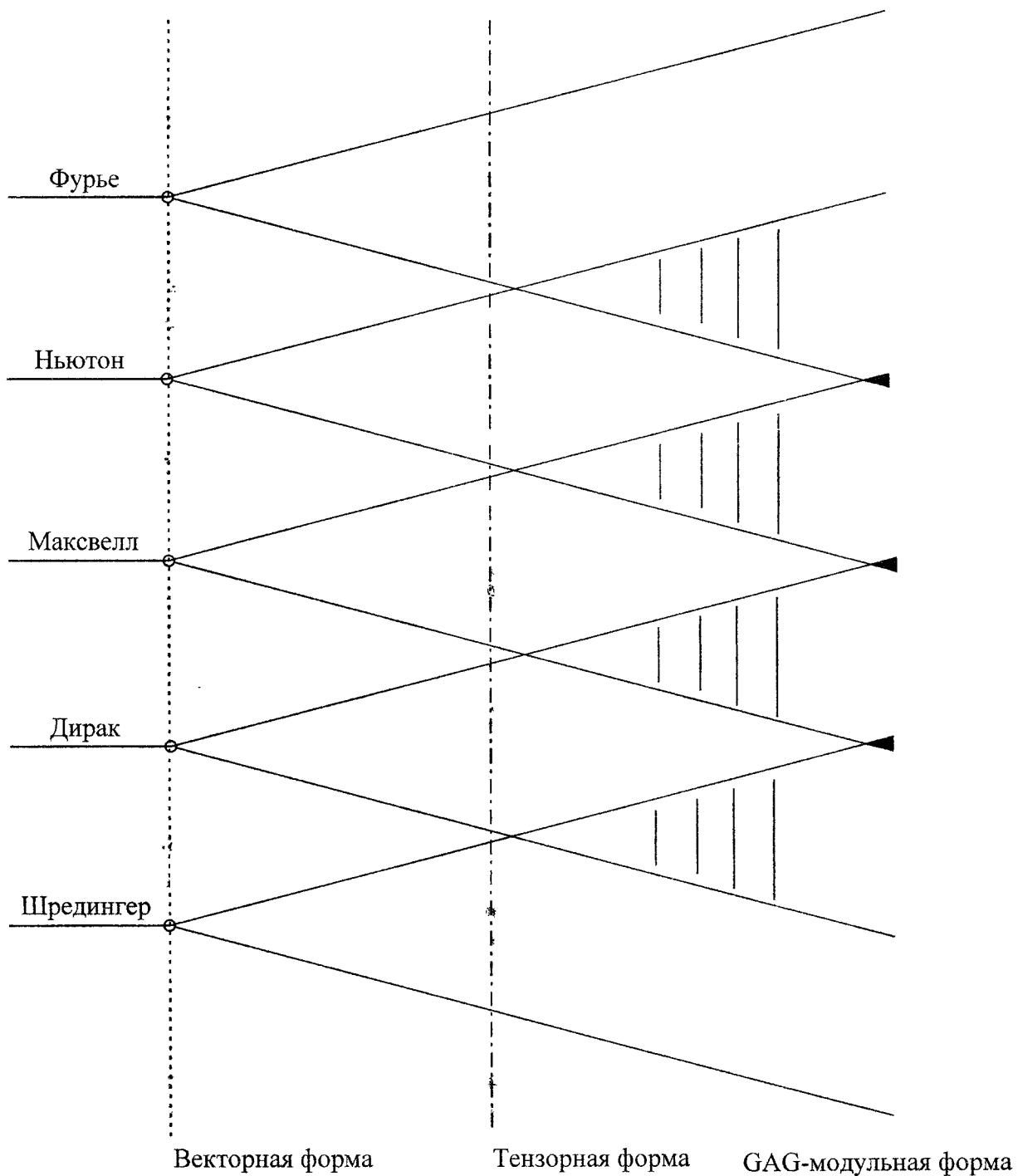


Рис. 3.41. Иллюстрация различия форм физических модели

В векторной форме модели "далеки" друг от друга, в тензорной - "ближе", в *GAG*-форме они едины.

3.9. КОМПОЗИТНОСТЬ - ОБЩЕЕ СВОЙСТВО ФИЗИЧЕСКОГО МИРА

Принята точка зрения, что физическая модель имеет систему независимых основных свойств: заполнения, проявления, расположения, состояния, измерения, анализа. Их соединение реализуется в композитах: величинах, которые выходят за рамки тензоров и спиноров, что задает новую нелинейную реализацию физических объектов и явлений. Общей величине тогда соответствует пересечение основных свойств модели, а сама модель становится многовариантной и многофункциональной. Приведены примеры композитов и указаны различные их черты и грани.

Мы записали физические модели в единой форме GAG -модуля, используя группу заполнения $G_a = V(4)$ и группу проявления G_b . Они существуют сами по себе, а физическое явление "опирается" на них. Четырехметрики g^{ij}, r^{ij}, n^{ij} присоединены к модели и не связаны с какой-либо симметрией, но они согласованы с выбором той или иной подгруппы $V(4)$, используемой для записи физической модели. Назовем четырехметрики величинами расположения (в пространстве событий SE). Будем считать, что физическая модель всегда имеет указанные основные свойства: заполнение, проявление, расположение, которые независимы друг от друга и согласованы между собой. Поскольку с четырехметриками можно связать пространственно-временные симметрии, будем считать, что физическое явление реализовано, когда оно имеет опоры на три многообразия: заполнения, проявления, расположения, не исчерпываясь ими. В частности, в физической модели могут быть элементы, обусловленные пространством состояний SS , той спецификой, которую задает алгоритм измерения физических параметров $Alg(1)$, а также спецификой алгоритма анализа явлений $Alg(2)$. Будем считать, что физическое явление реализовано, когда имеет опоры еще на три многообразия: состояния, измерения, анализа. Представим физическую модель (рис. 3.42).

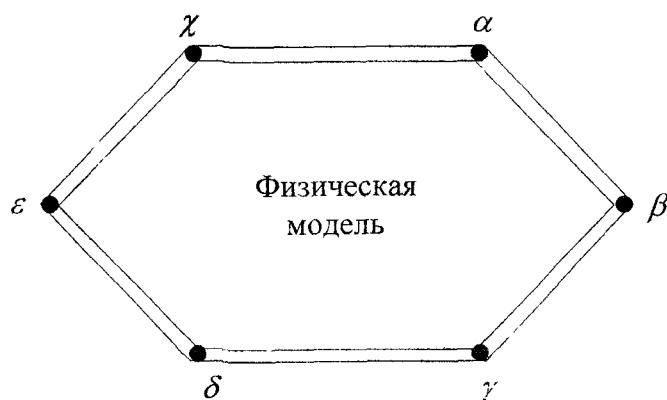


Рис. 3.42. Схема опор физической модели

Точками • обозначены элементы: α - заполнение; β - проявление; γ - расположение; χ - состояние; δ - измерение; ε - анализ, двойными линиями (=) связи между ними.

Введем определение: композит есть структура, образованная из разных элементов, соединенных произвольным образом. Будем считать, что физическая модель есть композит.

3.9.1. Композитные связи

Физический мир имеет многообразие связей, которые часто являются самым сложным элементом модели. Чтобы точнее описывать их, примем новое правило для физических величин, полагая, что они способны образовывать *композиты*, соединяясь произвольным образом. Такой вариант соответствует идее нетривиальных связей. Примеры этих величин дает электродинамика Максвелла без ограничения скорости. Композитна четырехметрика g^{ij} , связывающая между собой поля и индукции электромагнитного поля в форме

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w),$$

если скаляр w присоединить к одной компоненте тензора Минковского. Композитна связь скоростей

$$\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m,$$

так как в ней присутствуют разные весовые множители $(1-w)$ и w , кроме этого используются величины, относящиеся к разным физическим факторам, задавая скорость источника \vec{u}_{fs} и скорость среды \vec{u}_m . Принимая композитность как общее свойство физического мира, мы обнаруживаем еще одну его грань, важную при исследовании нелинейных свойств объектов и явлений. Композиты выходят за рамки тензоров и спиноров, задающих "черно-белую" модель мира. Композит $g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ может быть образован, в частности, из монида проявлений. Пусть

$$g^{ij} = \alpha_k \Omega^k,$$

где Ω^k - проекционные матрицы, α_k - система скаляров. При $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$, $\alpha_4 = w$, тогда имеем указанную величину g^{ij} . Композит $g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ может быть образован из метрики Минковского

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

рассматриваемой как элемент группы заполнения $V(4)$ при отождествлении $E_{V(4)} \equiv g^{ij}$, а также из группы $G\{w\}$, или из группы когомологий $w \in H^0(SU(4), R)$.

Как указано в главе 2, композит $g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ задает инвариантную метрику для пространственно-временных преобразований, полученных при эквивалентной деформации генераторов группы Лоренца

$$\tilde{\Gamma}_s = Q^{-1} \Gamma_s Q,$$

где $Q^{-1} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$. Он используется в форме сплетающего оператора для генераторов групп. В частности, композитность подхода к описанию явлений состоит в том, что результаты и выводы, следующие из анализа пространственно-временных симметрий модели, могут быть получены и другими средствами.

Поэтому те результаты и выводы, которые дает анализ пространственно-временных симметрий модели, могут быть найдены и без обращения к пространственно-временным симметриям. Так, в главе 1 построена электродинамика Максвелла без использования специальной теории относительности, без ограничений на величину скорости.

3.9.2. Композитные условия в теории Максвелла

Известно, что электродинамика Максвелла в формализме дифференциальных форм выражается через две замкнутые формы F, H , для которых $dF \equiv dH = 0$. Форма F точна, что записано знаком тождества для дифференциала, потому, что имеет место связь $F = d\sigma$, где $\sigma = A_i dx^i$. Тогда

$$F = d\sigma = \frac{1}{2} (\partial_{[i} A_{j]} - \partial_{[j} A_{i]}) dx^i \wedge dx^j = \frac{1}{2} F_{ij} dx^i \wedge dx^j,$$

$$dF = d^2F = \frac{1}{3} (\partial_k F_{ij} + \partial_{[i} F_{k]j} + \partial_{[j} F_{ik]}) dx^i \wedge dx^j \wedge dx^k = 0$$

Отсюда

$$\partial_{[k} F_{i]j} = 0$$

Форма H неточна. Имеем

$$H = (h_{ij} + \kappa_{ij}) dx^i \wedge dx^j$$

Отсюда

$$\partial_{[k} h_{i]j} = S_{kij}$$

Анализ уравнений Максвелла в форме GAG -модуля показал, что связи между полями F_{ij} и индукциями H^{kl} задаются посредством дифференциальной 1-формы со значениями в алгебре Ли группы $V(4)$, имеют матричный вид. Следовательно, в одной модели соединены точная и неточная, матричная и нематричные дифференциальные формы. Вся система композитна, разные условия объединены вместе. По-видимому, такой прием типичен для большинства физических моделей. Он ярко проявляется в GAG -модулях через допустимую в них пару различных пространственно-временных многообразий: состояний SS и событий SE , допуская как их дополнительность, так и существенное различие. Поиск композитных условий и алгоритмов их использования представляет собой самостоятельную задачу.

3.9.3 Композитное вложение группы $SU(2)$ в $R^3 \times T^1$

Рассмотрим элемент группы $SU(2)$ в форме

$$\alpha = \begin{pmatrix} \xi & \eta \\ -\bar{\eta} & \bar{\xi} \end{pmatrix},$$

где ξ, η - комплексные числа, $\bar{\xi}, \bar{\eta}$ - им сопряженные. Зададим композитное (разное по элементам) отображение ξ, η на $R^3 \times T^1$ в матричном виде, учитывая физическое различие пространства R^3 и времени T^1 . Пусть

$$\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} iy, \quad \bar{\xi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (-i)y,$$

$$\eta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} iq t, \quad \bar{\eta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} (-i)q t,$$

где x, y, z – координаты R^3 , t – время T^1 , q – фиксированная скорость. Найдем

$$\det \alpha = \xi \bar{\xi} + \eta \bar{\eta} = 1.$$

Тогда

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (x^2 + y^2 + z^2 - q^2 t^2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} 1.$$

Следовательно, группа $SU(2)$ ассоциирована со сферой переменного радиуса или с гиперболоидом. Аналогичные соотношения справедливы и для дифференциалов координат, если

$$d\alpha = \begin{pmatrix} d\xi & d\eta \\ -d\bar{\eta} & d\bar{\xi} \end{pmatrix}.$$

Следовательно, композитное отображение $SU(2)$ на $R^3 \times T^1$ индуцирует метрику Минковского, которая рассматривается нами как величина, характеризующая пространство событий SE , отличное от пространства состояний SS . Поскольку величина q произвольна, допустимо считать, что группа $SU(2)$ совместима с возможностью сверхсветовых скоростей. Рассматривая $R^3 \times T^1$ и $U(1) \times SU(2)$ как самостоятельные и дополнительные элементы, мы имеем в них начала одноуровневой композитной физической модели

3.9.4. Композитная физическая модель одного уровня

Согласно методике, предложенной в данной главе, мы имеем GAG -форму физической модели, соединяя в единую конструкцию следующие элементы:

- многообразие, задающее пространство-время состояний SS , например, $M = R^3 \times T^1$;
- группу G_a заполнения физической модели в ее фундаментальном представлении, пусть $G_a \equiv V(4) = V(2) \otimes V(2)$;
- группу L , индуцирующую метрику событий SE вида

$$g_{S1}^{ij} = \varphi \operatorname{diag}(1, 1, 1, -1)$$

или эквивалентную ей по "объему событий" величину

$$\tilde{g}_{S1}^{ij} = \operatorname{diag}(1, 1, 1, 1 \cdot \varphi^4);$$

- моноид Π , образованный проекционными матрицами Π' ;
- волновые функции $\Psi, \bar{\Psi}$, образующие пространство Φ ;
- система D касательных ∂ , и кокасательных dx' операторов, рассматриваемых как коммутирующие и антакоммутирующие величины;
- дополнительные величины, например, тензор Кронекера ε_{klmn}^{ij} , проектор P , диэлектрическую ϵ и магнитную μ проницаемости.

$(M, G, L, \Pi, D, \Psi, \kappa)$ есть слагаемые физической модели, которую назовем композитной физической моделью одного уровня – КФМ(1). Сопоставим каждому элементу свою категорию, объектом которой он является. Тогда физическая модель может быть представлена симплексом с элементами $(M, G, L, \Pi, D, \Psi, \kappa)$, а связи между ними соответствуют морфизмам категорий.

3.9.5. Концепция многоуровневых композитных физических моделей

Пусть физическое явление описывается парой композитных физических моделей, связанных между собой. Мы имеем для них объекты

$$(M_k, G_k, L_k, \Pi_k, D_k, \Psi_k, \kappa_k).$$

В частности, таковы физические теории геометрического типа. Для них характерны следующие черты:

- задано пространство-время M , физические поля Ψ_i , операторы D_i , дополнительные величины κ_i , симметрии G_i , образуя для физического явления базу *В расслоенного композитного многообразия*;
- аналогично посредством $B_{i+1}, \Psi_{i+1}, D_{i+1}, \kappa_{i+1}, G_{i+1}$ образован слой *F расслоенного композитного многообразия*;
- принимаются отображения между B и F , например, $G_i \approx G_{i+1}$;
- выполнено удлинение производных

$$\partial_k \Rightarrow \partial_k + A_k,$$

где A_k - компоненты связности расслоенного многообразия.

Формализм *GAG*-модулей соответствует *расширению* физических моделей. Формализм калибровочных теорий дополнителен ему и может рассматриваться как *углубление* физических моделей. Расширение и углубление – многомерные образующие, задают фундаментальную гиперповерхность развития модели. Обычно они известны только частично. Например, анализ проводится без использования когомологической алгебры или для случаев, когда ее элементы статичны. Развитие модели состоит в том, что любой параметр явления может быть изменен в рамках композитных многоуровневых физических схем и алгоритмов.

3.9.6. Композитная дифференциально-геометрическая сущность физических моделей

Введем в рассмотрение главное расслоенное многообразие Φ , база M которого параметризована координатами x' , а слой F есть группа G с образующими X^α , задающими ее фундаментальное представление. Обозначим реперы касательного TM и кокасательного T^*M пространств через $\partial_i = \partial/\partial x^i$ и dx^i соответственно. Зададим на M связующие функции

$$a'_\alpha(x), b_{\beta}(x).$$

Тогда возможны векторное и ковекторное поля вида

$$X(x) = a'_{\alpha} X^\alpha \partial_i,$$

$$\omega(x) = b_\alpha X^\alpha dx^i.$$

Аналогично введем второй слой R над M , задавая волновую функцию матричного типа из компонент Ψ^p , образующих Y^i группы G_p или монида K_p , а также из функций

$$\Psi = \delta'_{jk} Y^j \Psi^k \Pi_i,$$

которые их связывают, где $Y^j \in G_p$, $\Psi^k \in \Psi$, (Π_i, P) - проекционные операторы. Имеем дважды расслоенное многообразие. Соединим указанные элементы в единую конструкцию, определив

$$Q_* = \varepsilon_{klrs}^y g^{kl} \varphi^r X_i \partial_j (\delta_{mm} Y^m \Psi^n \Pi^r), Q^* = \varepsilon_{klrs}^y p^{kl} \Phi^r \sigma_{im} \sigma_{jn} X^m dx^n (\delta_{\sigma q} Y^{\sigma} \Psi^q \Pi^r).$$

Из аналогичных элементов нами заданы все *GAG*-модули. Таковы теории Ньютона-Эйлера, Максвелла, Дирака, Шредингера. Следовательно, физические модели в форме *GAG*-модуля есть дифференциально-геометрические структуры, заданные в двойном расслоенном многообразии.

GAG-модуль для уравнений Ньютона-Эйлера показывает явно, что и ускорение, и сила имеют алгебраическую природу. Формальное уравнение (раздел 3.8)

$$m(\Delta \bullet \square) = e(\tilde{\Delta} \bullet \square)$$

сопоставляет диаграммы суммам, составленным из Q_* и Q^* . Возникает предположение, что заряды, такие как масса m , электрический заряд e могут быть *GAG*-модулями, "спроектированными" на рассматриваемую модель. Для них целесообразно вводить свои *GAG*-модули, которые могут быть как согласованы с исходными, так и независимы от них. Схема формального углубления физической модели представлена на рис. 3.43.

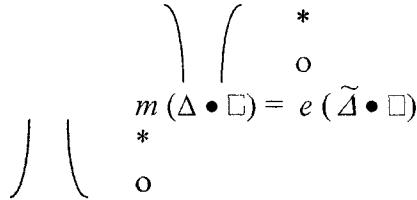


Рис. 3.43. Схема формального углубления физической модели

Поскольку аналогичная схема может иметь место как для явлений, так и для объектов, мы вправе разделить заряд на "объектную" и "явленческую" сущности, рассматривая в общем случае две взаимосвязанные диаграммы. Композитность структур и элементов при таком подходе естественна и очевидна.

3.10. ВАРИАЦИОННАЯ СУЩНОСТЬ GAG-МОДУЛЕЙ

Показано, что модель динамики несобственной инерции электромагнитного поля предполагает использование пятого уровня вариационного анализа проблемы построения теории с использованием лагранжева формализма и в общем случае выходит за его пределы.

В вариационном подходе на его начальном уровне задается лагранжиан $L(Q^A, Q_\mu^A)$, зависящий от полей Q^A и их производных $\partial Q^A / \partial x^\mu$, на основе которого образован интеграл

$$I = \int_{\Omega} L d^4x,$$

используемый для нахождения вариаций.

Функции варьируются согласно правилам

$$Q^A \rightarrow Q^A + \delta Q^A, \quad \delta Q^A = T_{(a)B}^A \varepsilon^a Q^B,$$

где ε^a - инфинитезимальные параметры, $T_{(a)B}^A$ - постоянные коэффициенты. Условия

$$\left[T_{(a)} T_{(b)} \right]_B^A = f_{ab}^c T_{(c)B}^A,$$

$$f_{cb}^m f_{mc}^l + f_{bc}^m f_{ml}^a + f_{ca}^m f_{mb}^l = 0,$$

$$f_{ab}^c = - f_{ba}^c$$

выполняются для алгебры Ли.

Второму уровню вариационного анализа соответствует вывод уравнений динамики и законов сохранения. Из вариаций лангранжана

$$\delta L = \frac{\partial L}{\partial Q^A} \delta Q^A + \frac{\partial L}{\partial Q_{,\mu}^A} \delta Q_{,\mu}^A = 0$$

тогда имеем

$$\left\{ \frac{\partial L}{\partial Q^A} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial L}{\partial Q_{,\mu}^A} \right) \right\} \delta Q^A + \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial L}{\partial Q_{,\mu}^A} \delta Q^A \right) = 0.$$

Полагая, что ε^a постоянны, имеем сохраняющиеся "токи"

$$\frac{\partial J_a^\mu}{\partial x^\mu} = 0, \quad J_a^\mu = \frac{\partial L}{\partial Q_{,\mu}^A} T_{(a)B}^A Q^B.$$

На третьем уровне вариационного анализа принимается точка зрения, что величины ε^a переменны. Тогда

$$\delta L = \{\Phi\}_a \varepsilon^a(x) + \frac{\partial L}{\partial Q_{,\mu}^A} T_{(a)B}^A Q^B \frac{\partial \varepsilon^a}{\partial x^\mu}.$$

Чтобы компенсировать производные от произвольных инфинитезимальных функций, вводятся дополнительные поля $A^{i_1}(x)$, $i_1 = 1, 2, \dots, M$ с вариациями

$$\delta A^{i_1} = U_{(a)K}^{i_1} A^{i_K} \varepsilon^a(x) + C_{a\mu}^{i_1} \frac{\partial \varepsilon^a}{\partial x^\mu}.$$

На основе удлинения производных

$$\nabla_\mu Q^A \equiv \frac{\partial Q^A}{\partial x^\mu} - T_{(a)B}^A Q^B C^{-1}_{\mu\nu}^{a\mu} A^{i_1}$$

строится лагранжиан

$$(Q^A, \nabla_\mu Q^A) \equiv L(Q^A, Q'_{,\mu}, A_\mu^a).$$

Из лагранжиана для свободных полей $L_0(A_\mu^a, A_{\mu_1}^a)$ следуют поля Янга-Миллса

$$F_{\mu\nu}^a = \frac{\partial A_\nu^a}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu^a}{\partial x^\nu} - \frac{1}{2} f_{\nu b}^a (A_\mu^b A_\nu^c - A_\nu^b A_\mu^c).$$

На четвертом уровне находятся теории, в которых принимается допущение, что могут меняться структурные постоянные

$$f_{\nu b}^a = f_{\nu b}^a + \sigma_{\nu b}^a(x),$$

из-за чего следует считать, что

$$T_{(\nu)B}^A = T_{(\nu)B}^A(x).$$

Величины ε^a тоже считаются переменными, но их поведение с изменением

$$f_{\nu b}^a, T_{(a)B}^A$$

пока не согласовано.

Пятый уровень вариационного анализа, фактически использованный при построении модели электромагнитных явлений со сверхсветовыми скоростями, базируется на двух принципиально новых положениях. Во-первых, считается, что в физической модели величины $T_{(a)B}^A, \varepsilon^a$ подчинены динамическим уравнениям и меняются согласованно. Во-вторых, изменения вводятся не во всю модель, а только в ее часть.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Найдена группа $\hat{V}(4)$, достаточная для записи в единой форме фундаментальных уравнений физической теории: Ньютона, Максвелла, Дирака, Шредингера. Выполнен графический анализ этой группы.
- Указан алгоритм, позволяющий по разложению элементов группы $V(4)$ в произведение своих элементов найти группу меньшей размерности $V(3)$. Он основан на анализе расположения антисимметрических элементов в таблице Кэли. Дан графический анализ алгоритма. Введены операции  ,  ,  , позволяющие из известных групп создавать новые.
- Уравнения Ньютона-Эйлера динамики идеальной жидкости представлены в форме GAG-модуля для группы $V(4)$. Они содержат досветовую и сверхсветовую метрики.
- Уравнения Максвелла в движущихся средах записаны в форме GAG-модуля для группы $V(4)$, коммутативной алгебры частных производных ∂_i , алгебры антисимметрических дифференциалов dx^i . Показано, что уравнения содержат три типа метрик: Минковского $g^{\alpha\beta} = diag(1, 1, 1, 1)$, сверхсветовую $r^{\alpha\beta} = diag(1, 1, 1, -1)$ и Ньютона $n^{\alpha\beta} = diag(1, 1, 1, 0)$. Указана разные матричные формы уравнений электродинамики. Проанализированы связи между полями и индукции в теории Максвелла, свободной от ограничений на скорость. Дано "фермионная" форма уравнений электродинамики. Показано как уравнения для четырехпотенциалов индуцируют неевклидовость трехмерного пространства и подтверждают дополнительность групп Галилея и Лоренца в электродинамике.

5. Уравнения Дирака представлены в форме *GAG*-модуля группы $V(4)$. Показано, что эта группа допускает множество теории в рамках единой формальной конструкции. Указан новый алгоритм нахождения базисов для теорий типа Дирака. Найдены "поперечные" и "продольные" динамики таких моделей.
6. Показано, что уравнение Шредингера может быть записано в форме *GAG*-модуля. Его волновая функция соответствует тензору напряженности $\Phi_{ik} \equiv 0$, задает вырожденное поле, а уравнение аналогично уравнениям Ньютона-Эйлера. Указаны новые возможности обобщения теории Шредингера.
7. Показано, как можно использовать концепцию *GAG*-модуля для моделирования разнообразных объектов и явлений. Указаны новые черты и специфика такого подхода.
8. Показано, что соединение элементов структуры S , связей L и динамики D физического явления в модель, базирующуюся на структуре *GAG*-модуля с расслоением, задающим внешние *Out*-, связевые *I*- и внутренние *In*-элементы модели, приводит к полной уровневой теории, состоящей из девяти звеньев. Они могут и должны меняться согласованно. На этой основе сформулирована проблема восстановления полной модели по ее части. Указана потребность многоуровневого анализа модели.
9. Принята точка зрения, что физическая модель имеет систему независимых основных свойств: заполнения, проявления, расположения, состояния, измерения, анализа. Их соединение реализуется в композитах: величинах, которые выходят за рамки тензоров и спиноров, что задает новую нелинейную реализацию физических объектов и явлений. Общей величине тогда соответствует пересечение основных свойств модели, а сама модель становится многовариантной и многофункциональной. Приведены примеры композитов и указаны различные их черты и грани.
10. Показано, что модель динамики несобственной инерции электромагнитного поля предполагает использование пятого уровня вариационного анализа проблемы построения теории с использованием лагранжева формализма и в общем случае выходит за его пределы.

ГЛАВА 4

КОГОМОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

"У времени и пространства скрытого и неизвестного больше, чем явного и известного. Новые тайны впереди..."

(Версия)

Введение	187
4.1. Динамичные локальные метрики событий SE в электродинамике	
Максвелла.....	188
4.1.1. Алгебра локальных метрик.....	197
4.2. Расщепленность пространства-времени.....	199
4.3. Когомологические свойства локальных метрик.....	207
4.4. Когомологическое различие R^i и T^i в уравнениях Максвелла.....	213
4.4.1. Нетензорность метрики Минковского.....	214
4.4.2. Электродинамика Максвелла для движущихся тел без пространства	
Минковского	215
4.4.3. Специфика модели инерции Эйнштейна в электродинамике	
Максвелла.....	216
4.5. Электродинамика за пределами принципа относительности.....	218
4.5.1. Алгебра показывает взаимодействие.....	222
4.6. Новые грани пространства-времени	223
4.6.1. Единство и различие поступательной и вращательной инерции.....	226
4.6.2. Источником абсолютной длины могут быть сверхсветовые скорости.....	228
4.6.3. Идея инерционной группы	229
4.6.4. Новая схема мышления о пространстве-времени	230
4.6.5. Немеханическое пространство и время.....	232
4.7. Новое соотношение абсолютных и относительных свойств пространства-	
времени в электродинамике	234
Заключение	237

ВВЕДЕНИЕ

Все физические явления принято описывать в пространстве-времени. Его модель взята из опыта, основу которого образуют визуальные ощущения макроскопического мира. Расстояние и время, привычные для повседневного личностного поведения, вошли в практику из анализа механических движений. По этой причине мы имеем дело с "механическим" пространством и временем. В его общности мало кто сомневается. Считается, что опыт, достаточный для повседневной практики, образует основу модели пространства-времени для микро- и макрообъектов.

Электродинамика со сверхсветовыми скоростями дает новый импульс к развитию моделей пространства и времени. Это обусловлено во многом той алгебраической общностью, которую получила электродинамика, как и все базовые физические законы, выраженные в форме GAG-модуля группы $V(4)$. При такой общности подхода к физическим явлениям естественно возникает идея исследовать алгебраические "корни" и свойства пространства-времени. Прежде всего анализу подлежит система локальных метрик, которые выявлены при записи уравнений Максвелла в форме GAG-модуля. В этом случае имеем три метрики: Ньютона, Минковского и сверхсветовую. Все они когомологически индуцируются характеристическими полиномами для генераторов алгебры группы $V(4)$.

С другой стороны, из опытных данных следует, что пространство и время локально расщеплены, образуя фундаментальную пару, состоящую из пространства состояний SS и пространства событий SE . Их метрики самостоятельны и динамичны, что обусловлено, в частности, возможностью введения в теорию активных когомологий. Так, нульмерные когомологии, соответствующие для матриц (ξ) их детерминантам $Det(\xi)$ и следам $Sp(\xi)$, как показал анализ, имеют геометрический смысл и способны управлять динамикой несобственной инерции электромагнитного поля.

По этим причинам естественно исследовать спектр вопросов, связанных с когомологическим моделированием пространства и времени. Такая потребность вытекает из очевидной связи размерности пространства и порядка нормальных подгрупп группы заполнения физической модели $V(4)$. Используя циклическую группу $Z_4 = \{i, -1, -i, 1\}$, в главе 3 нами получена группа $V(4)$. Ее инвариантные подгруппы вида $\gamma' = (a', b', c', e', f')$, $i=1, 2, 3$ содержат по три элемента. Поэтому они естественно соединяются в физической модели с частными производными ∂_i , $i=1, 2, 3$. Поэтому

$$\dim M = \text{rank } \gamma' = 3.$$

Можно считать, что это совпадение случайно и что группа $G = V(4)$ "приспособилась" к R^3 . Но возможна и другая точка зрения, что R^3 "проявляет порядок" инвариантных подгрупп $V(4)$. Второй подход, по-видимому, более физичен. Но тогда когомологии Хохшильда $H^n(G, A)$ обязаны проявить себя в свойствах пространства-времени. Кроме этого, принятие многообразия Минковского в пространстве событий SE не противоречит использованию многообразия Ньютона в пространстве состояний SS .

В данной главе содержатся ответы на ряд вопросов, инициируемых моделированием пространства-времени на основе использования когомологий групп симметрий физической модели.

4.1. ДИНАМИЧНЫЕ ЛОКАЛЬНЫЕ МЕТРИКИ СОБЫТИЙ SE В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ МАКСВЕЛЛА

$$SS: \quad \tilde{g}_{ij}^{ij} \neq \tilde{g}_{ij}, \quad \tilde{r}_{ij}^{ij} \neq \tilde{r}_{ij}, \quad \tilde{n}_{ij}^{ij} \neq \tilde{n}_{ij}$$

$$SE: \quad \tilde{g}_{ij}^{ij} = \tilde{g}_{ij}, \quad \tilde{r}_{ij}^{ij} = \tilde{r}_{ij}, \quad \tilde{n}_{ij}^{ij} = \tilde{n}_{ij}.$$

На примере электродинамики Максвелла показано, что с алгебрами, используемыми для заполнения и проявления физических моделей, ассоциированы локальные метрики. По этой причине пространственно-временные свойства "несут на себе" алгебраическую сущность физических объектов и явлений. Сделано предположение, что именно диагональные метрики ответственны за взаимное превращение бозонов и фермионов.

Обратимся к группе $V(4) = (U(1) \times SL(2, R)) \otimes (U(1) \times SL(2, R))$. Она превращается в алгебру $F(4)$ при введении операций коммутирования

$$[\xi, \eta] = \xi\eta - \eta\xi$$

и антакоммутирования

$$\{\xi, \eta\} = \xi\eta + \eta\xi.$$

Поэтому для каждой пары элементов выполняется условие $[\xi, \eta] = 0$ или $\{\xi, \eta\} = 0$. Для всей группы $G = V(4)$, как легко видеть, имеем

$$[G, G] = G = \{G, G\}.$$

Уравнения Максвелла, как показано в главах 1 и 3, могут быть представлены в форме GAG -модулей, дополненных метриками пространства событий SE вида

$$g_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} = diag(1, 1, 1, 1),$$

$$r_{\alpha\beta} = r^{\alpha\beta} = diag(1, 1, 1, -1),$$

$$n_{\alpha\beta} = n^{\alpha\beta} = diag(1, 1, 1, 0)$$

канонического вида. Покажем, что эти метрики естественны для группы $V(4)$ и полугрупп $\Omega(4)$, достаточных для записи в единой форме уравнений Ньютона, Максвелла, Дирака, Шредингера. Введем обозначения для элементов матриц: $O : A_\alpha$; $\bullet : B_\alpha$; $\square : E_\mu$. Зададим одной чертой производные ∂_β , а двумя чертами компоненты четырехскоростей u^β . Пусть метрика будет обозначена стрелками, положительная ориентация которых задает знак (+). Графические диаграммы для уравнений Максвелла представлены на рис. 4.1÷4.3. Связи между полями и индукциями аналогичны структуре дифференциальных уравнений, но сложнее их.

$$\text{Тип А): } g^{\alpha\beta} A_\alpha \partial_\beta (E_{\nu\nu} n^\nu \Psi) + r^{\alpha\beta} B_\alpha \partial_\beta (E_{\nu\nu} n^\nu \Psi) = 0.$$

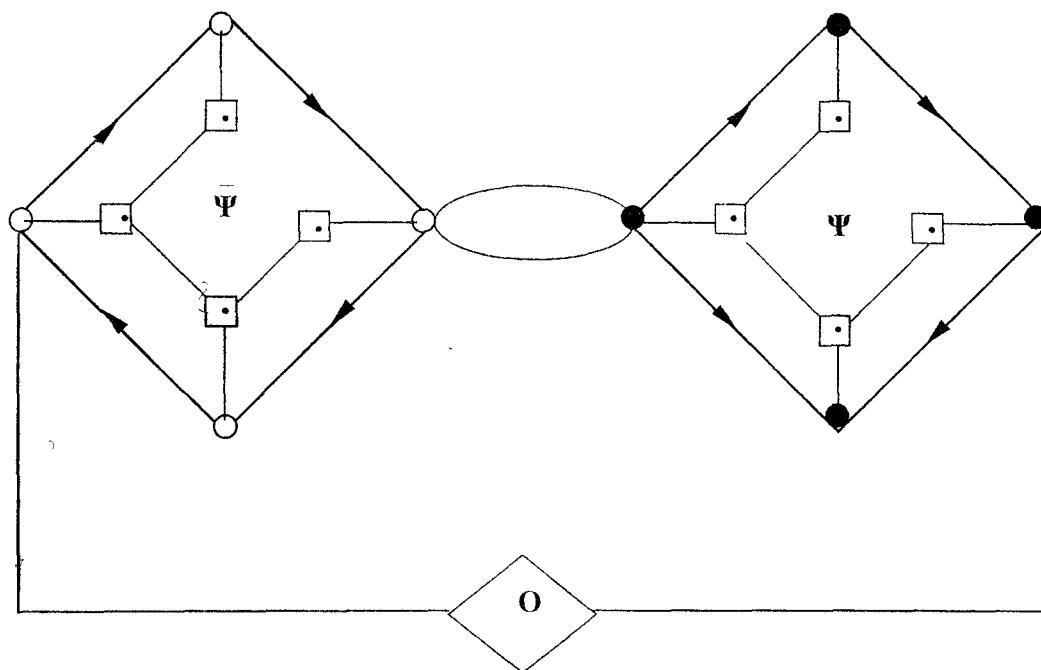


Рис. 4.1. Графическая диаграмма динамики полей F_{mn}

$$\text{Тип В): } \rho u^k = r^{\alpha\beta} A_\alpha \partial_\beta (E_{\nu\nu} n^\nu \varphi) + g^{\alpha\beta} B_\alpha \partial_\beta (E_{\nu\nu} n^\nu \varphi)$$

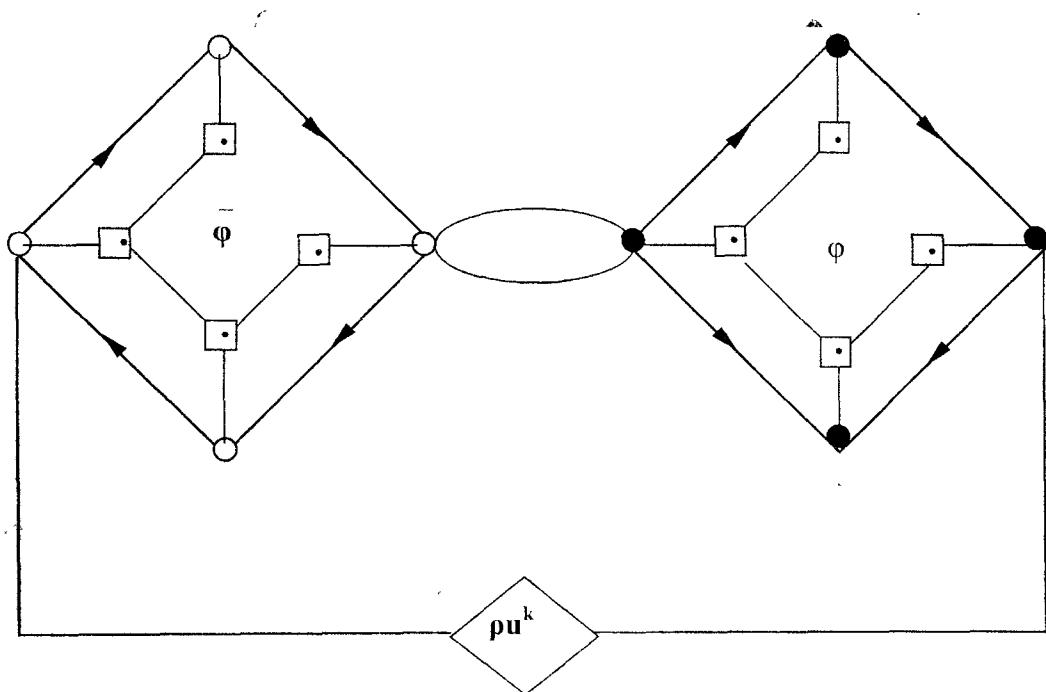
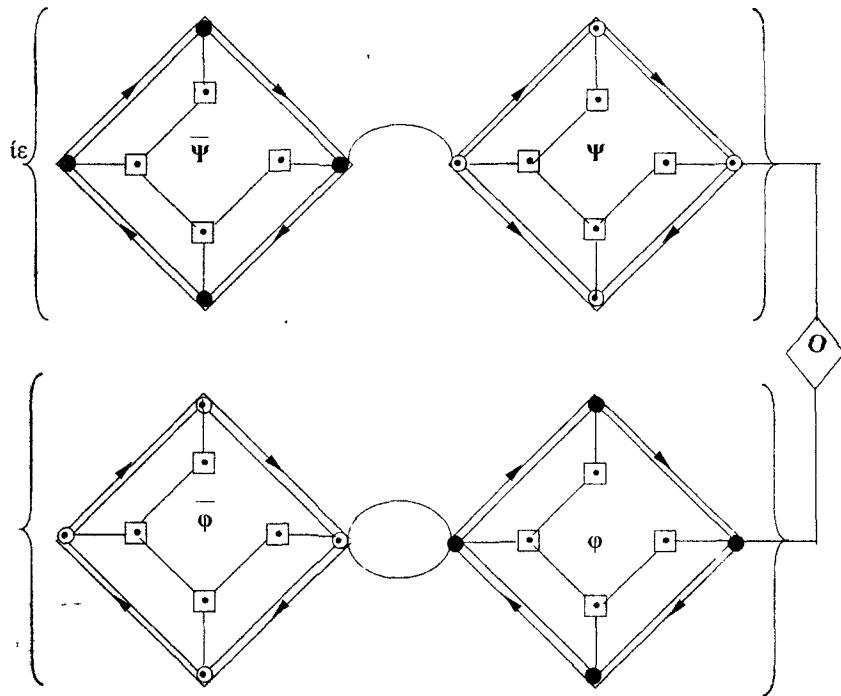


Рис. 4.2. Графическая диаграмма динамики индукций H^k

$$A^*) i\varepsilon(g_{\alpha\beta}B^\alpha u^\beta E_{i,j}n'^j\Psi - r_{\alpha\beta}A^\alpha u^\beta E_{i,j}n'^j\Psi) = r_{\alpha\beta}A^\alpha u^\beta E_{i,j}n'^j\varphi + g_{\alpha\beta}B^\alpha u^\beta E_{i,j}n'^j\varphi :$$



$$B^*) i\mu(r_{\alpha\beta}B^\alpha u^\beta E_{i,j}n'^j\varphi - g_{\alpha\beta}A^\alpha u^\beta E_{i,j}n'^j\varphi) = g_{\alpha\beta}A^\alpha u^\beta E_{i,j}n'^j\Psi + r_{\alpha\beta}B^\alpha u^\beta E_{i,j}n'^j\Psi :$$

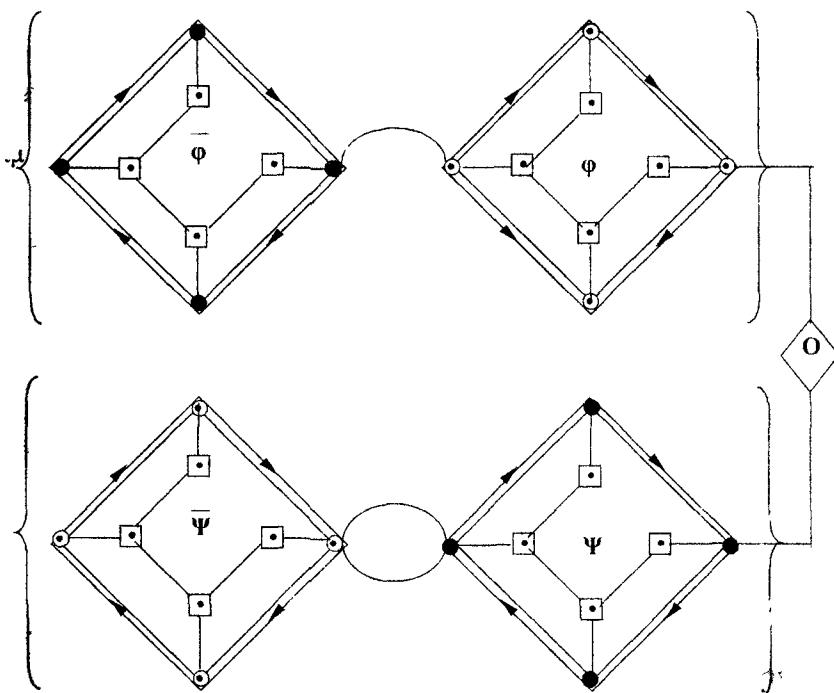


Рис. 4.3. Графические диаграммы для связей в электродинамике Максвелла

Сопоставим числам их графическое изображение в виде

$$0 \rightarrow *, \quad 1 \rightarrow \cup, \quad -1 \rightarrow \cap.$$

Тогда имеют место произведения

$$\begin{aligned} * &= * * = * \cup = * \cup, \\ \cup \cup &= \cup = \cap \cap, \cup \cap = \cap = \cap \cup. \end{aligned}$$

Генераторы алгебры группы $V(4)$ получают новый вид. Например, имеем

$$c^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \cup & * & * & * \\ * & \cap & * & * \\ * & * & \cup & * \\ * & * & * & \cap \end{pmatrix}.$$

Задавая графический вид уравнений физической теории, мы получаем возможность для изучения явления на основе закона взаимодействия объектов $(\cup, *, \cap)$, входящих в него.

Как показал предыдущий анализ, пара $V(4), \Omega(4)$ достаточна, чтобы записать в форме GAG-модуля основные физические уравнения. В группе $V(4)$ имеется пять подгрупп, состоящих из трех элементов (не считая единицы). Удобно использовать их представление графической диаграммой (рис. 4.4).

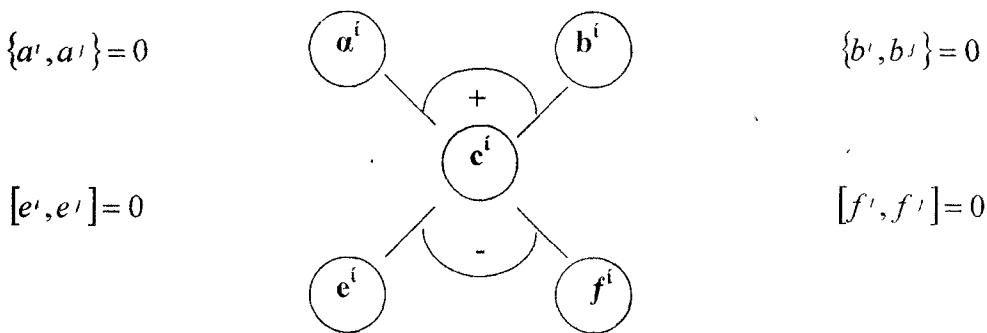


Рис. 4.4 Графическое представление группы $V(4)$

Автоморфизм $\xi^{-1}\hat{g}\xi = \hat{g}'$, где $\xi \in c'$, "переводит" коммутирующие подалгебры (a^i, b^i) в антакоммутирующие (e^i, f^i) и обратно.

Матрицы (c') не используются непосредственно в уравнениях физической модели. Однако в GAG-модулях есть метрики g^{ij}, r^{ij}, n^{ij} . Это наводит на мысль, что подгруппа (c') выполняет метрическую роль. Так получится, если использовать соответствия:

1. $E \rightarrow g_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1);$
2. $0.5(E - c^1 + c^2 + c^3) \rightarrow r_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1);$

$$3. \quad 0.5(g_{\alpha\beta} + r_{\alpha\beta}) \rightarrow n_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 0).$$

На основе указанных метрик $\xi_{\alpha\beta}$ введем интервал событий SE , необходимый в электродинамике Максвелла для связи полей и индукций:

$$dS_{Sl}^2 = \xi_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta.$$

При выборе координат

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ict$$

величина $g_{\alpha\beta}$ задает метрику Минковского, $r_{\alpha\beta}$ - сверхсветовую метрику, $n_{\alpha\beta}$ - метрику Ньютона. Если $x^0 = ct$, метрики $(g_{\alpha\beta}, r_{\alpha\beta})$ меняются своими ролями. Мы, очевидно, имеем дело с каноническими метриками. Они соответствуют выбору элементов, совпадающих со значениями корней характеристического полинома матриц, представляющих группу: $\xi_{00} = \lambda_i = \pm 1$. Используя метрики $(g_{\alpha\beta}, r_{\alpha\beta}, c_{\alpha\beta})$ в форме деформатора матриц $\hat{g} \in V(4)$ согласно условию

$$\xi^{-1} \hat{g} \xi = \hat{g}',$$

мы обнаруживаем, что $\xi = g \Rightarrow g_{\alpha\beta}$ оставляет элементы $\hat{g} \in V(4)$ на месте, $\xi = r \Rightarrow r_{\alpha\beta}$ меняет подгруппы

$$a' \leftarrow$$

а $\xi = c \Rightarrow c_{\alpha\beta}$ задает изменение вида

$$a' \leftrightarrow f', \quad b' \leftrightarrow e'.$$

На рис. 4.5 изображено влияние внутренних автоморфизмов, индуцированных c' .

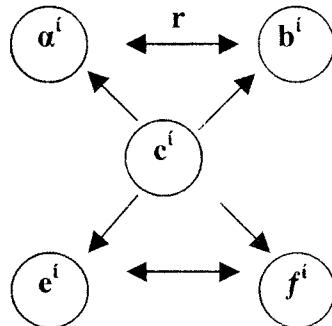


Рис. 4.5. Графическая диаграмма трансформации матриц в группе $V(4)$

Будем считать, что группа (c') "ответственна" за метрику событий. Известно, что коммутирующей алгебре соответствует состояние частиц целого спина, а антакоммутирующей алгебре - нецелого спина. В нашем случае $(a', b') \Rightarrow Z$, $(e', f') \Rightarrow Z/2$. Следовательно, c' перемешивает спиновые состояния. Возникает предположение, что именно диагональные матрицы "ответственны" за взаимное преобразование бозонов и фермionов.

Поскольку с группой $V(4)$ ассоциируется динамика физических явлений, она "заполняет" явление, будем называть $V(4)$ группой заполнения физической модели. Од-

нако физическая модель имеет содержание только после того, как определены физические величины. Они задаются, "проявляются" проекционной квазигруппой $\Omega(4)$, которую будем называть *квазигруппой проявления физической модели*. Введем $\Omega(4)$ явно:

$$\Omega_\rho = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Имеем

$$\Omega_\rho^2 = \Omega_\rho, \quad \Omega_\rho \Omega_\varsigma = \delta_{\rho\varsigma}.$$

Выберем новую форму метрик для физической модели, задавая пространство событий SE по квазигруппе проявлений. Пусть

$$\Psi : \xi_{ij} = \varphi^\rho \Omega_\rho,$$

где Ψ^ρ - функции. Тогда

$$\xi_{ij| \varphi_1=\varphi_2=\varphi_3} = g_{ij} = diag(1, 1, 1, 1), \quad \varphi_4 = 1,$$

$$\xi_{ij| \varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=-1} = r_{ij} = diag(1, 1, 1, -1), \quad \varphi_4 = -1,$$

$$\xi_{ij| \varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=1} = n_{ij} = diag(1, 1, 1, 0), \quad \varphi_4 = 0.$$

Группа заполнения и квазигруппа проявления задают *фундаментальный дубль локальных метрик событий* для физических моделей. Используя подгруппы (e', f') , имеем полусумму R^ρ и полуразность Q^ρ их элементов:

$$R^\rho = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$Q^\rho = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Обозначим

$$\Lambda^\rho = \{\Omega^\rho, R^\rho, Q^\rho\}.$$

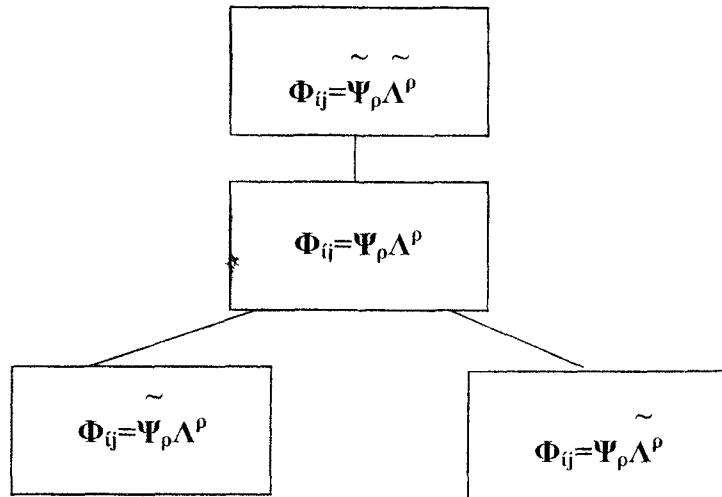
Введем симметричное тензорное поле

$$\Phi_{ij} = \Psi_\rho \Lambda^\rho.$$

Его можно получить иначе:

$$g^{\mu\nu} \xi_\nu \Psi_\rho + r^{\mu\nu} \eta_\nu \Psi_\rho = \Phi_{\mu\nu}.$$

Рассмотрим варианты изменения $\Phi_{\mu\nu}$, согласно схеме:



Тогда при формальной записи

$$\tilde{\Phi}_{\mu\nu} = \overset{1}{\Phi}_{\mu\nu} + \overset{2}{\Phi}_{\mu\nu} + \overset{3}{\Phi}_{\mu\nu}$$

им соответствуют следующие ситуации:

- $\overset{1}{\Phi}_{\mu\nu}$ - "поля" меняются, Λ^ρ - постоянны;
- $\overset{2}{\Phi}_{\mu\nu}$ - "поля" постоянны, Λ^ρ - меняются (деформируется базис алгебры);
- $\overset{3}{\Phi}_{\mu\nu}$ - и "поля" и Λ^ρ - переменны.

Третий вариант самый сложный, особенно когда $\tilde{\Psi}_\rho$ и $\tilde{\Lambda}_\rho$ согласованы друг с другом.

Именно так реализуется, согласно главе 1, динамика инерции электромагнитного поля. Каждому изменению указанного типа можно поставить в соответствие весовые функции $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $\gamma(x)$, которые будут связывать указанные деформации, задавая

$$\left(\tilde{\Phi}_{\mu\nu} = \alpha(x) \overset{1}{\Phi}_{\mu\nu} + \beta(x) \overset{2}{\Phi}_{\mu\nu} + \gamma(x) \overset{3}{\Phi}_{\mu\nu} \right).$$

Поэтому из общих соображений следует, что динамика локальной метрики выходит за пределы правила дифференцирования произведения элементов. Значит, тензоры кручения и кривизны, используемые в физической модели и ассоциированные со связностью, могут представлять собой сложные нелинейные объекты, задавая нелинейную связность. Они получаются суперпозицией указанных элементов и их производных разных порядков по типу композитов (раздел 3.9). Поэтому динамика локальной метрики сложна. Изменение полей $\Psi_\rho \rightarrow \tilde{\Psi}_\rho$ при фиксированном базисе алгебры $\Lambda_\rho = const$ является способом учета только одного типа динамической деформации локального базиса. Он применяется, в частности, в теории гравитации Эйнштейна А. В этом подходе тензор гравитации $\eta_{\mu\nu}$ дополняет метрику Минковского

$$\Psi_\rho \rightarrow g_{\mu\nu} = x_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu} + \dots$$

Анализ динамики несобственной инерции электромагнитного поля, выполненный в главе 1 и согласующийся с экспериментом, показывает, что метрика Минковского является переменной величиной $\gamma_{\mu\nu} \rightarrow \tilde{\gamma}_{\mu\nu}$. Ее изменения выражаются через величину

$$w = \det \tilde{\gamma}^{\mu\nu} \in H_0(V(4), R),$$

где $H_0(V(4), R)$ - нулевая группа когомологий для группы $V(4)$. Тогда

$$w = Sp(\tilde{\gamma}^{\mu\nu} - n^{\mu\nu}) \in H_0(V(4), R)$$

показывает "когомологическое" отклонение метрики $\gamma^{\mu\nu}$ от абсолютной метрики Ньютона $n^{\mu\nu}$. Величина

$$1 - w = Sp(\gamma^{\mu\nu} - \tilde{\gamma}^{\mu\nu})$$

задает когомологическое "отклонение" состояния, в котором находится физическое явление, от канонического. Локальные условия реализуются в физическом эксперименте, что дополнительно увеличивает интерес к изучению динамики локальной метрики. В предлагаемом варианте используется шесть локальных метрик, формируя пространство явлений - SE и пространство объектов - SS .

Из анализа локальных экспериментов имеем две основные схемы, принятые в настоящее время. Во-первых, возможна прямая связь решений системы уравнений, моделирующих явление, с данными эксперимента. Таков подход физиков со времен Ньютона (путь $\alpha\beta$). Во-вторых, возможна непрямая (использующая дополнительные элементы) связь решений, полученных из физической модели и симметрии G , с данными эксперимента. Таков подход физиков со времен Эйнштейна (путь $\alpha\gamma\beta$). Представим их на рис. 4.6.

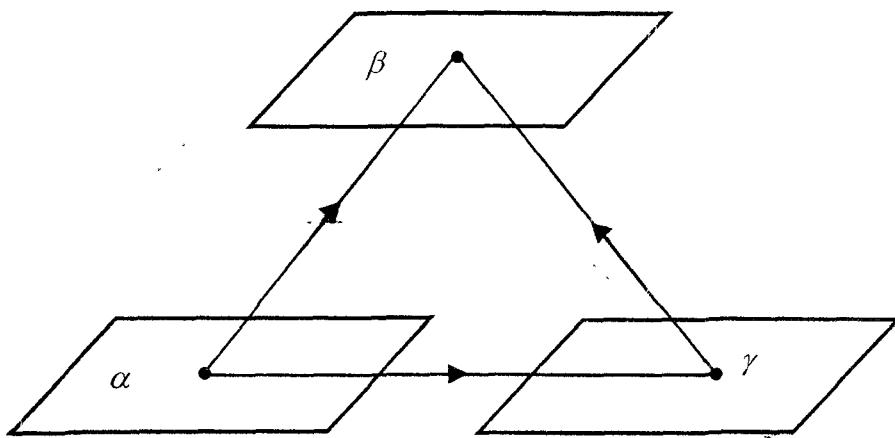


Рис. 4.6. Две схемы анализа экспериментов

В обоих подходах достигается совпадение результатов расчета с экспериментом. Совпадение расчета и эксперимента подтверждает корректность элементов, используемых в расчетной модели. Однако при измерениях, как и при сравнении расчета с экспери-

ментом, не могут быть непосредственно проверены ни абсолютности, ни относительность длины и времени. По этой причине допустимы разные варианты расчетных схем и разные интерпретации результатов расчета и эксперимента. Так, ничему не противоречит, из самых общих соображений, использование абсолютного эталона длины и времени для отдельного наблюдателя, если физическая модель, построенная на этой основе, дает расчетные данные, согласующиеся с экспериментом. Такой вариант предложен в главе 1, где электродинамика Максвелла рассматривается без использования симметрий, а потому без специальной теории относительности. Физическая модель с учетом динамики инерции и единичный наблюдатель с абсолютным эталоном длины и времени оказались достаточны, чтобы описать известные факты и подсказать новые. Этот вариант соответствует подходу Ньютона.

Подход Эйнштейна, имеющий черты социологического опыта, основан на использовании экспериментальных результатов группы исследователей с последующим сравнением данных, полученных при разных условиях, например, при разных скоростях движения относительно друг друга. Он предполагает дополнительное звено: использование группы симметрии G , которая позволяет сопоставить как эталоны для разных наблюдателей, так и результаты их измерений. При этом многие выводы косвенны потому, что группа G одновременно является группой инвариантности уравнений физической модели.

В этом варианте теория явления существует только с дополнением ее симметрией G и потому сравнение расчета с экспериментом основано как на решениях уравнений физической модели, так и на симметрии. Появляются две "точки опоры", а вместе с ними и новые возможности интерпретации. Но совпадение расчета с опытом доказывает не относительность длины или времени, а только полезность дополнения модели симметрией и ее следствиями. Оба указанных подхода существенно по-разному описывают и интерпретируют результаты.

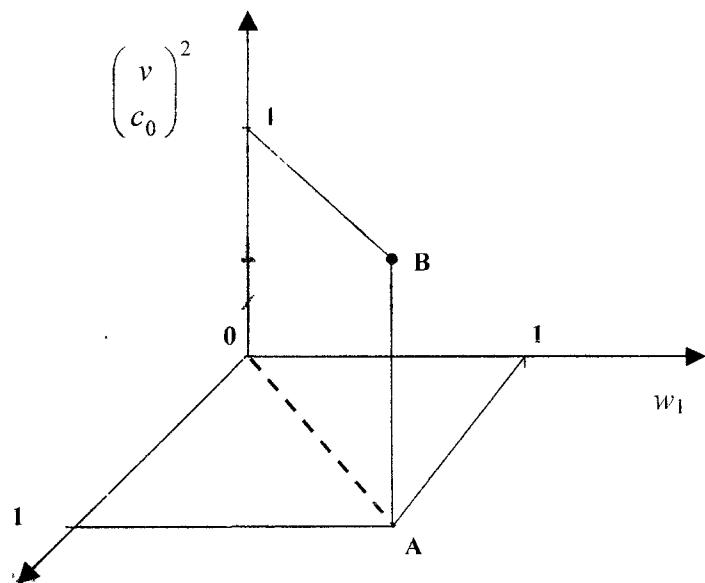


Рис. 4.7. Инерционное состояние электромагнитного поля

Нами установлено, что динамика инерции электромагнитного поля задается группой когомологий $H_0(V^4, R)$. Величина $w \in H_0(V^4, R)$, согласно Эйнштейну, для

4.1. Динамичные локальные метрики пространства событий SE в электродинамике

обоих инерциальных наблюдателей одна и та же $w_1 = w_2 = 1$, а скорость не может превысить значение скорости света в вакууме $v \leq c_0$. Тогда различие результатов измерений имеет кинематическую природу, что соответствует инвариантности локальной метрики Минковского $g_{ij} = diag(1, 1, 1, 1)$. Построим допустимую диаграмму состояний на трехмерной системе с координатами (рис. 4.7)

$$\begin{pmatrix} v^2 \\ c_0^2, w_1, w_2 \end{pmatrix}.$$

Согласно Эйнштейну, все допустимые значения скоростей расположены на отрезке [AB], причем для материальных тел $v < c_0$. Согласно новой модели, ограничений на величину скорости нет, как и на величины w_1 и w_2 . Поэтому все пространство состояний $(v/c, w_1, w_2)$ доступно расчету и эксперименту. Среди возможных ситуаций возможны разнообразные варианты (рис. 4.8)

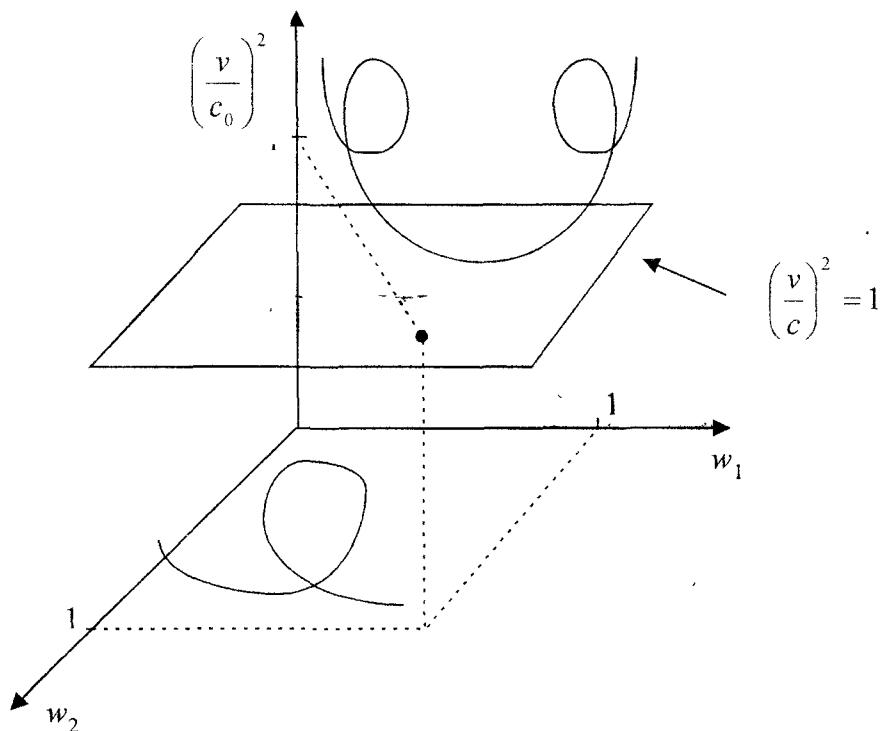


Рис. 4.8. Иллюстрация допустимых вариантов изменения состояний поля

Новая модель обходится без ограничений специальной теории относительности. Если ее выводы подтвердятся опытом, она в состоянии будет "охватить" модель Эйнштейна как частный случай общей теории.

4.1.1. Алгебра локальных метрик

Выберем образующие $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ со свойствами

Для них имеем

$$X \otimes X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X \otimes Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$Y \otimes X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y \otimes Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Расположим их (рис. 4.9).

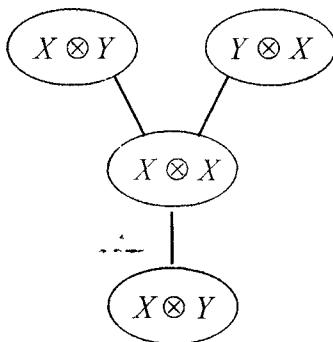


Рис.4.9. Суперпозиции для локальных метрик

Рассмотрим всевозможные суммы и разности. Они способны сформировать базис алгебры, которую назовем *метрической*. В частности, имеем

$$E = g^{\alpha\beta} = X \otimes X + X \otimes Y + Y \otimes X + Y \otimes Y \quad (\alpha)$$

$$\left. \begin{array}{l} c^3 = X \otimes X + X \otimes Y - Y \otimes X - Y \otimes Y \\ c^1 = X \otimes X + Y \otimes X - X \otimes Y - Y \otimes Y \\ c^2 = X \otimes X + Y \otimes Y - X \otimes Y - Y \otimes X \end{array} \right\} \quad (\beta)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma^1 = r^{\alpha\beta} = X \otimes X + X \otimes Y + Y \otimes X - Y \otimes Y \\ \sigma^2 = X \otimes X - X \otimes Y + Y \otimes X + Y \otimes Y \\ \sigma^3 = X \otimes X + X \otimes Y - Y \otimes X + Y \otimes Y \end{array} \right\} \quad (\text{оконч.})$$

$$\kappa^1 = X \otimes X - X \otimes Y - Y \otimes X - Y \otimes Y \quad (\text{оконч.})$$

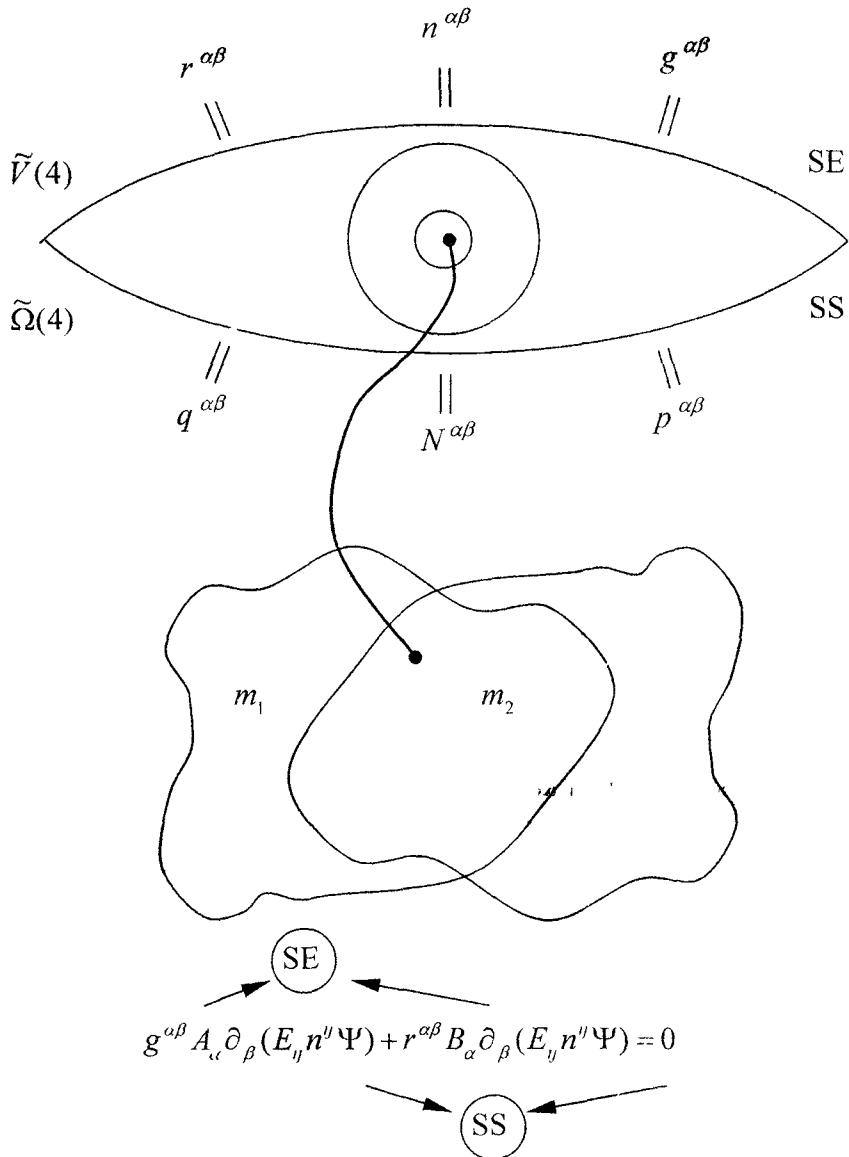
Ранее выяснено, что элементы (E, c^1, c^2, c^3) образуют алгебру, для которой $\{c^i, c^j\} = g_k^y c^k$.

Эта алгебра по своей сути "отвечает" за метрические свойства пространства событий SE и допускает метрику состояний SS вида

$$n^{\alpha\beta} = 0.5(g^{\alpha\beta} + r^{\alpha\beta}) = X \otimes X + X \otimes Y + Y \otimes X.$$

Но такими свойствами могут обладать и другие алгебры.

4.2. РАСЩЕПЛЕННОСТЬ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ



На основе анализа уравнений Максвелла выдвинута идея, что глобальное пространство-время имеет фундаментальную локальную расщепленность, состоящую в том, что его расслоение есть прямая сумма пространства событий SE и пространства состояний SS со своими метриками, связностями, динамиками. Эта расщепленность индуцирует многообразие ситуаций, реализуемых в физических моделях.

Теория Максвелла в форме *GAG*-модуля допускает естественный синтез абсолютных и относительных свойств пространства-времени. Действительно, мы имеем уравнения

$$\begin{array}{c}
 \text{SE} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 g^{\alpha\beta} A_\alpha \partial_\beta (E_\nu n^\nu \Psi) + r^{\alpha\beta} B_\alpha \partial_\beta (E_\nu n^\nu \Psi) = 0 \\
 \searrow \quad \swarrow \\
 \text{SS}
 \end{array}$$

В них метрики $(g^{\alpha\beta}, r^{\alpha\beta})$ задают относительные свойства пространства-времени, формируя пространство явлений (событий) *SE*. Метрика n^ν задает абсолютные свойства пространства-времени, которые сопоставим пространству объектов (состояний) *SS*. Следуя главе 3, будем считать, что в физической модели пары группоидов, например, $V(4) = G_a$, $\Omega(4) = G_b$, образуя единое целое, "заполняют" и "проявляют" физическое явление, используя для этого индуцируемые ими метрики. С целью обобщения, по аналогии с приведенным рассуждением, примем постулат: "все и всегда имеет свою фундаментальную пару, образуя единое целое".

Примером *f*-пары в электродинамике являются поля F_{mn} и индукции H^m . Скорость среды \vec{u}_m и скорость первичного источника излучения \vec{u}_n следует, по-видимому, рассматривать как *f*-пару. С теоретической и практической точек зрения важно найти и использовать все *f*-пары. С принятием постулата пары фундаментальная расщепленность пространства-времени становится естественной. Она и раньше была известна и использовалась в физике. С одной стороны, имеются физические объекты со своими размерами, формой, объемом, со своими пространственно-временными свойствами, формируя пространство объектов (состояний) *SS*. С другой стороны, есть явление и его величины, которые имеют свои параметры, которые можно рассматривать в пространстве явлений (событий) *SE*. Они связаны друг с другом. В частности, движение частей объектов или движение по отношению к другим объектам задаются в пространстве *SE*, объект проявляет себя механическим движением. В физике издавна была принята точка зрения, что *SS* и *SE* тождественны как по форме, так и по содержанию. Согласно Ньютону, так использовалось многообразие $R^3 \times T^1$ с метрикой

$$SS^1 = SE^1 \Leftrightarrow n^\nu = \text{diag}(1, 1, 1, 0).$$

Согласно Эйнштейну, так использовалось многообразие с метрикой Минковского

$$SS^2 = SE^2 \Leftrightarrow g^{\nu\nu} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

Понять, что в реальной практике следует использовать разные пространства *SS* и *SE* непросто. Это трудно усваиваемая идея. Хотя математически она очень проста: локальное пространство-время, согласно постулату пары, состоит из двух локальных пространств, одно из которых абсолютно и способно описывать объекты, а другое относительно и описывает их относительные движения. В частности, прямая сумма "абсолютных" и "относительных пространств" $NE = SS^1 \oplus SE^2$, когда SS^1 соответствует Ньютона, а SE^2 - модели Минковского. В общем случае глобальное пространство-время, рассматриваемое как дифференцируемое многообразие, согласно постулату *f*-пары, обязано иметь в каждой своей точке пару пространств SS^1, SE^2 .

Их структура обусловлена математическими и физическими возможностями и потребностями моделирования явлений. Они могут быть похожи или существенно отличаться. Из общих соображений выделяются по меньшей мере три области соответствия, в каждой из которых будет своя математическая и физическая пара пространств SS и SE (рис. 4.10).

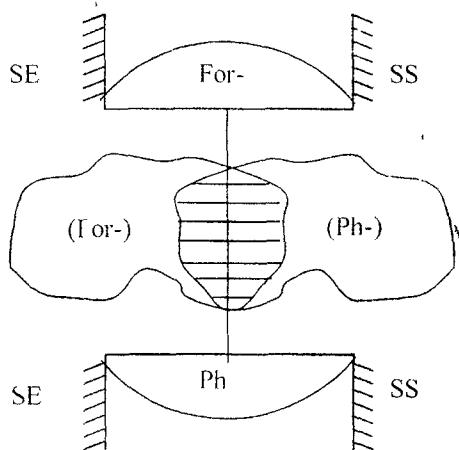


Рис. 4.10. Вариант соединения пространств

Всего таких ситуаций будет столько, сколько соединений допускает структура математических (For -) и физических (Ph) многообразий, а также их система, достаточная для конкретного явления. Заметим, что физические симметрии могут не следовать из формального анализа, а дополнять его, задавая, например, гомологическую активность симметрий. Примем естественную для физиков точку зрения, что пространство SS может иметь те же свойства и параметры, что и пространство SE и что верно обратное. Поэтому между ними возможна аналогия $\varphi : SS \leftrightarrow SE$. Она может иметь место по метрикам, связностям и динамике. Общая картина возможных вариантов, следующая из анализа метрик, используемых в уравнениях Максвелла, задается рис. 4.11.

В пространстве SE есть переменные метрики

$$\tilde{r}^{\alpha\beta}, \tilde{n}^{\alpha\beta}, \tilde{g}^{\alpha\beta},$$

в пространстве SS есть переменные метрики

$$\tilde{q}^{\alpha\beta}, N^{\alpha\beta}, \tilde{p}^{\alpha\beta}.$$

Соединение в единое целое абсолютных (в форме $R^3 \times T^1$) и относительных (в форме M_4) свойств пространства и времени, досветовых ($g^{ij} = diag(1, 1, 1, 1)$) и сверхсветовых ($r^{ij} = diag(1, 1, 1, -1)$, $n^{ij} = diag(1, 1, 1, 0)$) метрик выглядит естественно. Оно математически очевидно и физически допустимо. Использовать $R^3 \times T^1$, в согласии с экспериментом, допустимо в общековариантном подходе. Если в теории Максвелла метрика n^{ij} "скрыта", то в теории Шредингера, например, она используется явно. Представим активные локальные метрики графической диаграммой (рис. 4.12).

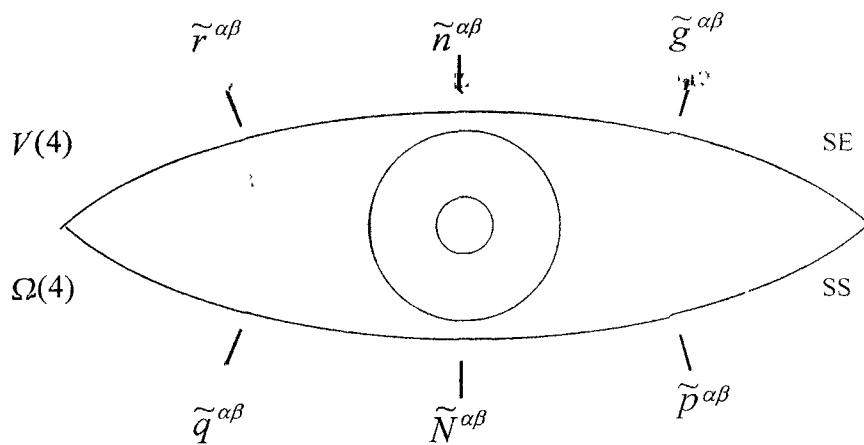


Рис. 4.11. Система локальных метрик

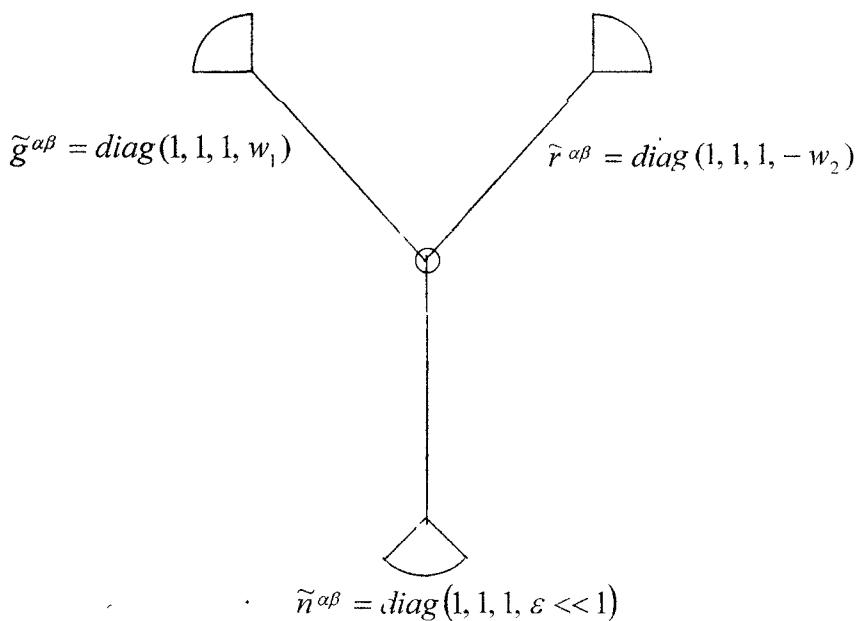


Рис. 4.12. Активные локальные метрики

Уточним ситуацию. Во-первых, метрики $(\tilde{r}^{\alpha\beta}, \tilde{n}^{\alpha\beta}, \tilde{g}^{\alpha\beta})$ могут рассматриваться как самостоятельные локальные структуры, индуцированные когомологической активностью симметрий $V(4), \Omega(4)$. Мы имеем управляющие группы

$$w_1(x, t), \quad w_2(x, t), \quad \varepsilon(x, t).$$

Если рассматривать их независимо друг от друга, они образуют трехмерное пространство (w_1, w_2, ε) со своей структурой и топологией. Допустимы также $(\tilde{r}^{\alpha\beta}, \tilde{n}^{\alpha\beta}, \tilde{g}^{\alpha\beta})$ как частные значения единой метрики

$$\xi^{11}(w) \Rightarrow (\tilde{g}^{\alpha\beta}, \tilde{r}^{\alpha\beta}, \tilde{n}^{\alpha\beta}),$$

соответствующие определенным значениям w . Например, пусть

$$\xi^{(1)} = \text{diag}(1, 1, 1, (x+iy)(x+iy)).$$

Тогда при $y=0$ имеем $w_1 = x^2$, что соответствует метрике Минковского, при $x=0$ имеем $w_2 = -y^2$, что соответствует сверхсветовой метрике, при $x=0, y=0$ имеем $w_3 = 0$, что соответствует метрике Ньютона. С формальной точки зрения возможны другие варианты согласования локальных метрик. Поскольку в физической модели присутствуют три блока: описание структуры (S -), связей (L -), динамики (D -), мы вынуждены задать для каждого из них указанные метрики. Мы получаем своеобразную локальную "вертушку" физических явлений, состоящую из девяти элементов (рис. 4.13).

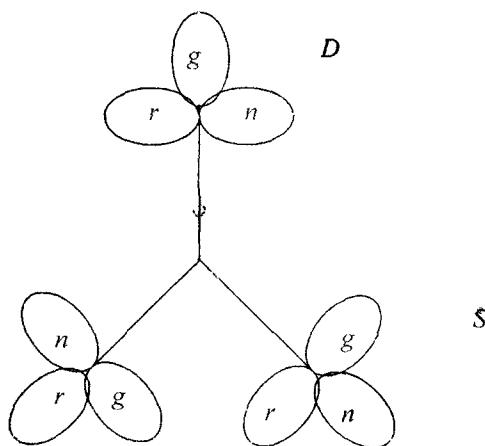


Рис. 4.13. "Цветок" локальных метрик

В реальной практике они могут быть частично использованы в физической модели и частично согласованы друг с другом, задавая доступное опыту многообразие ситуаций и возможностей. При использовании дополнительных метрик количество лепестков "цветка" может быть другим, могут меняться и сами лепестки. При этом один из типов метрик может быть выражен более ярко и более отчетливо. Обычно локальные метрики, задавая некоторые внутренние (*in-*) условия явления, дополняются внешними (*out-*) условиями, которые в частности, могут совпадать с внешними. Изобразим эту тонкость (рис. 4.14), полагая, что внешние изменения выходят за рамки внутреннего.

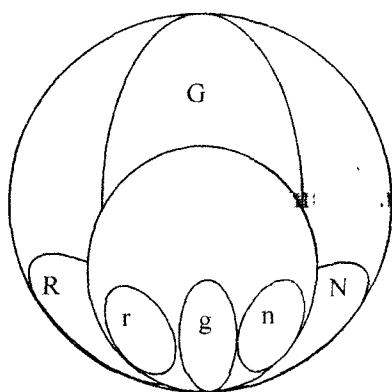


Рис. 4.14. "Лепесток" локальных метрик

Пара окружностей, вмещающих "лепестки локальных метрик", встроена друг в друга, образуя "лепестки глобальных метрик", и не заполнена полностью, оставляя ме-

сто для других возможностей и вариантов. По сути дела, мы имеем некоторый многоугольник (рис. 4.15.)

Так как каждая из метрик может быть самостоятельна и иметь свою динамику, физическое явление будет реализовывать возможности, обусловленные системой всех допустимых элементов. В частности, локальные и глобальные метрики могут быть самостоятельны, кроме этого, по-разному представлены и использованы в физической модели. Существенно, как они соединены и как согласованы друг с другом. Каждая из метрик, в общем случае со своим весовым множителем, дает "свой" вклад в связность, задавая тензоры кручения и кривизны, присоединенные к физической модели.

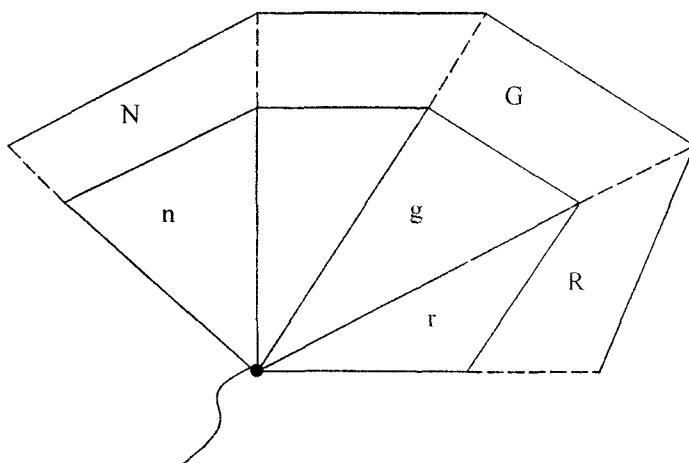


Рис. 4.15. Локально-глобальные возможности пространства-времени

Физическая модель электромагнитных явлений (рис. 4.16) имеет набор элементов:

1. Систему пространственно-временных многообразий M (с абсолютными и относительными, пассивными и активными элементами).
2. Систему симметрий $G: V(4), \Omega(4)$. Они формируют метрику и связность явления.
3. Систему динамических величин (частота Эйнштейна ω_E и частота Бройля ω_B).
4. Систему кинематических величин (скорость среды \bar{u}_m и скорость первичного источника излучения \bar{u}_f). Они нелинейно зависят от отношения $w \in H_0(G, R)$.
5. Величины (поля F^{mn} , индукции H^{ik}), которые связаны с экспериментом.
6. Алгоритм расчета параметров явления и его сравнения (прямого или косвенного) с экспериментом.
7. Приборы, посредством которых получаются экспериментально измеренные числа.

Такова последовательность элементов модели явления с математической точки зрения. С физической точки зрения на первом месте стоит эксперимент, а остальные элементы расположены в обратном порядке. В реальной практике последовательность может быть произвольной в зависимости от возможностей и потребностей.

В общем случае допустимо, что изменение метрик и связностей для SS и SE реализуется как независимо друг от друга, так и согласовано между собой. Например, имеем

$$\xi = \det(\xi_{\alpha\beta}^{\alpha\beta}) = \xi(w_1),$$

$$\eta = \det(\eta_{SS}^{\alpha\beta}) = \eta(w_2),$$

$$\hat{L}(w_1, w_2, \dots) = 0.$$

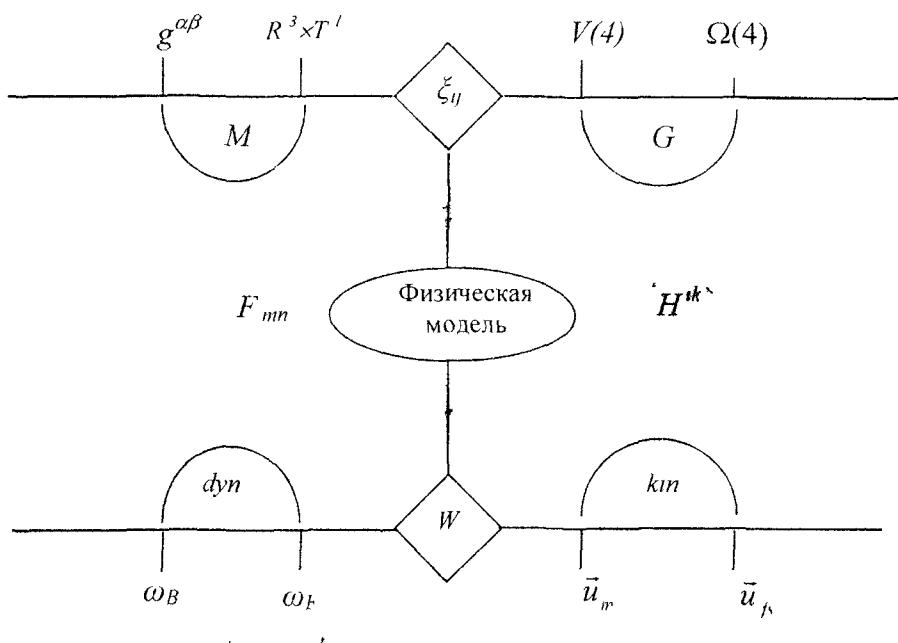


Рис. 4.16. Элементы электродинамики Максвелла

Понятно, что локальное измерительное устройство, как и физическое явление, могут зависеть от внешних и внутренних факторов и причин. Корабль способен плыть по бурному морю почти без деформации. Часто и физическое явление и измерительное устройство могут быть такими "кораблями". Что и как тогда измеряется и как это сравнивать? Ответы следует получать только конкретно, используя достаточные и необходимые для этого алгоритмы и средства. Во многом ситуацию удаётся прояснить, когда в расчет принимается отношение, задающее динамику инерции. Заметим, что фундаментальная физическая расщепленность пространства-времени имеет черты тензорного произведения. Действительно группа $V(4)$ и квазигруппа $\Omega(4)$ получены из группы $V(2)$ и квазигруппы $\Omega(2)$ тензорным произведением. Касательное расслоение, предъявляющее пару пространств SS и SE , есть по существу их тензорное произведение

$$M \otimes (T(SS) \oplus T(SE)).$$

Тензорное произведение естественно для физической модели. Она представляет собой тензорное произведение многообразий и симметрий. И поэтому для физической модели естественна симметрия, когда группа G_1 тензорным образом "скрывает" группу G_2 . Так устроена, в частности, когомологически активная симметрия Лоренца:

$$dx' = \frac{dx - Vdt}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - dx \frac{v}{c^2} w}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}},$$

которая содержит "в себе" группу отношений $w = [0 \div 1]$. "Встроенные" друг в друга симметрии естественны для физических моделей.

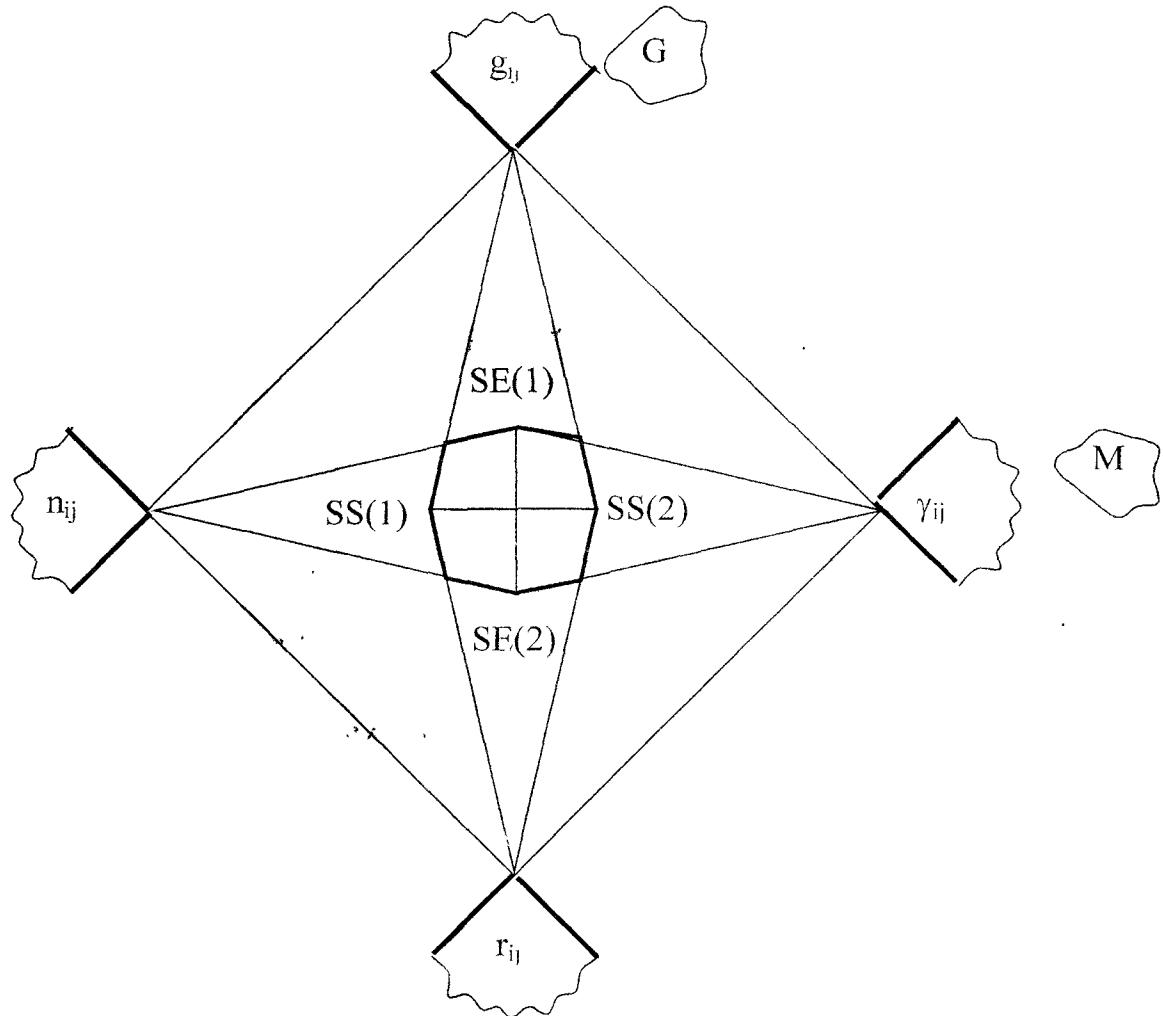


Рис. 4.17. Пространства событий SE и состояний SS

Отнесем пространству событий SE метрики $g^{\prime\prime}, r^{\prime\prime}$, а пространству состояний SS -метрики эксперимента $n^{\prime\prime}$ и внешнего фона $\gamma^{\prime\prime}$. Поскольку мы предполагаем, что каждый из указанных элементов может образовывать самостоятельную пару, получаем множество допустимых ситуаций. Рассчитаем их, сопоставляя метрикам числа:

$$n^{\prime\prime} \rightarrow 1, \gamma^{\prime\prime} \rightarrow 2, g^{\prime\prime} \rightarrow 3, r^{\prime\prime} \rightarrow 0.$$

Тогда варианты пар (как для SE , так и для SS) будут заданы матрицей

$$\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 & 10 \\ 21 & 22 & 23 & 20 \\ 31 & 32 & 33 & 30 \\ 01 & 02 & 03 & 00 \end{pmatrix}.$$

Количество N вариантов соединения элементов в паре пространств SE и SS , задавая их произведение, поэтому есть $N=16 \cdot 16=256$. Следовательно, с учетом того факта, что мет-

рики могут быть пассивны или активны, общее количество вариантов и возможностей есть $N_g=4N=1024$. Аналогично можно посчитать совокупность возможных ситуаций при увеличении количества локальных метрик и при дополнении физических величин математическими. Фактически мы предполагаем, что метрики обладают свойствами:

- (i) каждая может быть каждой;
- (ii) каждая согласована с каждой;
- (iii) каждая переменна в своей ситуации.

Формы и способы учета и анализа этих пространственно-временных граней физического мира следует выбирать в зависимости от своих возможностей и ситуации. Аналогичное замечание справедливо при анализе связностей. Кроме этого, существенную роль играет изменение метрик и связностей, когда они дополнительны друг другу и могут быть описаны весовыми множителями. Для анализа удобно использовать графическую диаграмму (рис. 4.17).

Согласно ей, пространственно-временное многообразие M имеет пару касательных многообразий с метриками (n^u, γ^u) соответственно, группа G имеет свои метрики g^u, r^u соответственно. Они меняются и могут быть разными в соответствии со "спектром" метрик, используемых физической моделью.

У физического явления есть дифференциально-геометрические свойства, формирующие пространство событий SE. Они заданы в пространстве состояний SS, которое можно выбрать независимым от физического явления, абсолютным.

4.3. КОГОМОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЛОКАЛЬНОЙ МЕТРИКИ

$$\det g_u = \varphi^4 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4$$

На основе анализа диагональной локальной метрики с конформным множителем показано, что ее когомологические свойства зависят от пяти параметров. Найдена алгебра эквивалентных и тривиальных преобразований для локальной метрики. Выделены два типа пространственно-временных преобразований, следующие из структуры гомологической активности моделей, использующих локальную метрику. Введена концепция комплексного времени и указаны ее возможные приложения к анализу явлений физического мира. Введено понятие комплексной скорости и указаны факторы, влияющие на нее.

Анализ динамики инерции электромагнитного поля основан на использовании обобщенного выражения для локальной метрики, задающей четырехскорости. Ее вид в диагональной форме, с учетом конформного множителя, таков

$$g_u = \varphi \operatorname{diag}(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0).$$

Преобразования эквивалентности, сохраняющие значение четырехмерного объема, вида

$$\vec{e}_1' = \frac{1}{\varphi \lambda_1} \vec{e}_1, \quad \vec{e}_0' = \varphi \lambda_1 \vec{e}_0,$$

приводят метрику к виду

$$g_u = \operatorname{diag}(1, 1, 1, \varphi^4 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0).$$

Определим φ^4 и $\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_0$ как внутреннее и внешнее свойство локальной метрики. Когомологические параметры зададим стандартным образом через детерминант и шпур матрицы

$$\det g_{\eta} = \varphi^4 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0, \quad Sp g_{\eta} = 3 + \varphi^4 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0.$$

Отсюда следует, что когомологические параметры локальной метрики определены с точностью до *пяти* параметров $(\varphi, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_0)$. В общем случае, очевидно, возможна динамическая зависимость каждого из них от других физических величин. По этой причине следует считать, что локальная метрика является достаточно сложным образованием.

Найдем структуру алгебры для преобразований эквивалентности. Для этого рассмотрим преобразования

$$(x_\xi, t) \rightarrow (x_\xi / \lambda, t \lambda).$$

Им соответствует инвариантная функция

$$F_\xi = x_\xi^{-1} + t,$$

так как из условия $F_\xi = 0$, следует, что $F_\xi(x') = \lambda F(x) = 0$. Введем векторные поля

$$D_\xi = t \frac{\partial}{\partial t} - x_\xi \frac{\partial}{\partial x_\xi} \quad (\xi = 1, 2, 3).$$

Они удовлетворяют требованию инвариантности F_ξ так как

$$\xi' \frac{\partial F}{\partial x'} = \left(-x_\xi \right) \frac{(-1)}{x_\xi^2} + t = F_\xi = 0.$$

Следовательно, D_ξ задают преобразования симметрии эквивалентности. Алгебра эта абелева с показателем нильпотентности, равным единице, так как

$$Ad D_\xi (D_\eta) = [D_\xi, D_\eta] = 0.$$

Для операторов

$$P_\xi = \frac{\partial}{\partial x^\xi}, \quad L_{\xi\eta} = x^\xi \frac{\partial}{\partial x^\eta} - x^\eta \frac{\partial}{\partial x^\xi}, \quad L_{\xi 0} = x^\xi \frac{\partial}{\partial t} \pm t \frac{\partial}{\partial x^\xi}$$

имеем соотношения

$$[D_\xi, P_\eta] = 0, \quad [D_\xi, P_\xi] = P_\xi, \quad [L_{\xi\eta}, D_\xi] = L_{\xi\eta}, \quad [L_{\xi 0}, (D_\xi - D_\eta - D_\zeta)] = 0.$$

Укажем также алгебру тождественных преобразований $(x_\xi, x_\eta) \mapsto (x_\zeta, x_\eta)$. Им соответствует инвариант

$$\Phi_\zeta = x_\xi + x_\eta.$$

Действительно, из $\Phi_\zeta = 0$ следует $\Phi_\xi(x') = 0$. Введем векторные поля

$$I_\xi = x_\eta \frac{\partial}{\partial x^\eta} + x_\zeta \frac{\partial}{\partial x^\zeta}.$$

Они удовлетворяют условию инвариантности, так как

$$\xi' \frac{\partial \Phi_\xi}{\partial x'} = x_\xi + x_\eta = \Phi_\zeta = 0.$$

Алгебра тривиальной эквивалентности такова:

$$[I_\xi, I_\eta] = 0, \quad [I_\xi, P_\xi] = 0, \quad [I_\zeta, P_\zeta] = P_\xi, \quad [I_\zeta, L_{\xi\eta}] = L_{\xi\eta}$$

$$[L_{\xi 0}, I_\xi] = 0, \quad [L_{\xi 0}, (I_\xi - I_\zeta)] = 0.$$

Рассмотрим коммутационные соотношения для D_ξ , и I_ξ . Получим

$$[I_\xi, D_\xi] = 0, \quad [I_\xi, D_\eta] = 0.$$

Это означает, что два вида эквивалентности не смешиваются.

В предлагаемом обобщении электродинамики Максвелла указанная локальная метрика может быть использована в качестве деформатора для генераторов алгебры симметрии в форме $\hat{\Gamma}^\alpha = Q^{-1} \Gamma^\alpha Q$. Тогда из анализа структуры инфинитезимальных преобразований дифференциалов координат следуют конечные преобразования для координат и времени вида:

$$dx' = \frac{dx - v dt}{\left(1 - \frac{1}{\varphi^8} \frac{1}{\Lambda^2} \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - dx \frac{v}{c^2} \frac{1}{\varphi^8 \Lambda^2}}{\left(1 - \frac{1}{\varphi^8} \frac{1}{\Lambda^2} \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Поскольку поведение локальной метрики зависит от φ^8 , Λ^2 , представим общую ситуацию графически, полагая, что введены два типа переменных величин

$$\alpha^* = \varphi^4, \quad \beta^* = \Lambda^2.$$

Тогда имеем систему координат, в которой выделены четыре сектора (рис. 4.18).

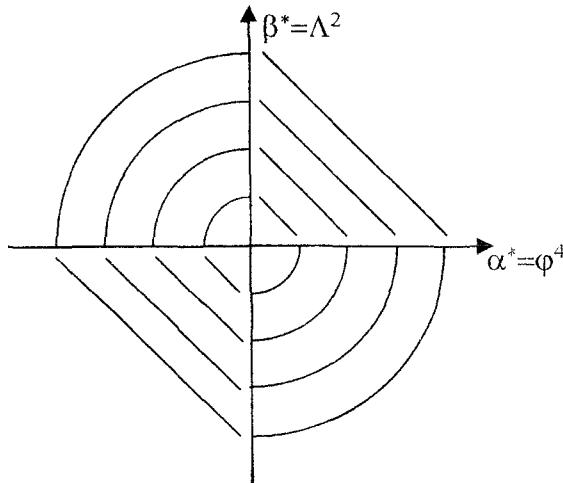


Рис. 4.18. Пара деформационных факторов

По этой причине допустимы разные варианты соединения факторов, влияющих на физическое явление. Они зависят от того, как сочетаются между собой переменные α и β . Когда знаки величин α и β совпадают, имеют место *досветовые* преобразования Лоренца, когда знаки величин α и β различны, то имеют место *сверхсветовые* преобразования. Название соответствует значениям скоростей, допустимых согласно преобразованиям координат. Обозначим

$$(\varphi^8 \Lambda^2)^{-1} = w^2.$$

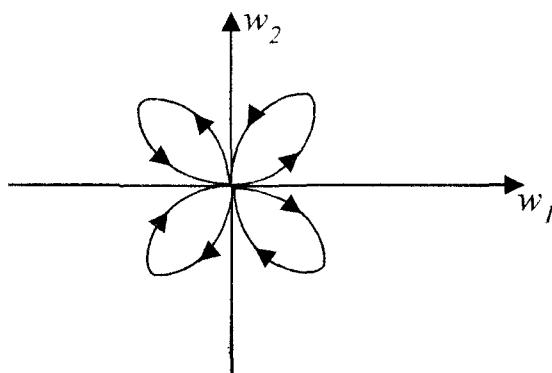


Рис. 4.19. "Роза" отношений

Эта величина задает когомологическую активность физической модели. Полагая, что она может принимать положительные значения, соответствующие явлому изменению инерционных свойств электромагнитного поля, а также отрицательные значения, соответствующие скрытому изменению инерционных свойств электромагнитного поля, имеем выражение $w = w_1 + i w_2$. Следовательно, когомологической активности можно поставить в соответствие траекторию на гиперповерхности (рис. 4.19). Возможен вариант, соответствующий рис. 4.20.

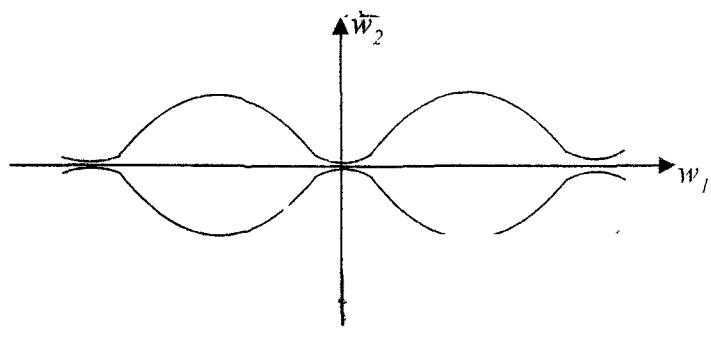


Рис. 4.20. Согласованное изменение когомологий

Комплексное отношение позволяет принять идею о возможности комплексного времени. Зададим его в виде $t^* = t + \sqrt{i} \tau$. Рассмотрим компоненты скорости

$$\frac{dx}{dt^*} = \frac{dx}{dt + \sqrt{i} d\tau} = \frac{dx}{dt} \frac{1 - \sqrt{i} \frac{d\tau}{dt} + i \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 - \sqrt{i} i \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^3}{1 + \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^4}.$$

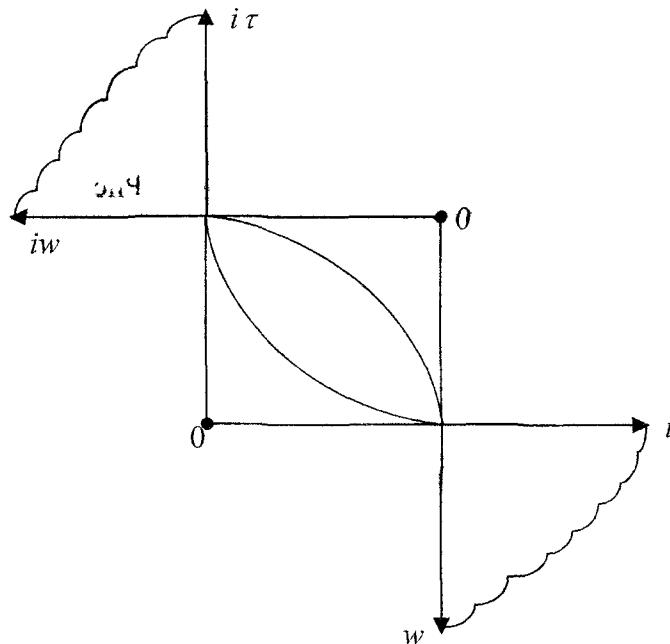


Рис. 4.21. Соединение комплексного отношения и комплексного времени

Из полученного выражения следует, что компоненты скорости могут быть дважды "скрыты": во-первых, потому, что истинное время не совпадает с действительным; во-вторых, потому, что может быть малым соотношение "хода" действительного и мнимого времени. Возможно, ситуация всегда была такой. Однако используемые приборы и алгоритмы анализа оставляли эту тонкость без внимания. Такая ситуация может иметь место при анализе физических явлений в расслоенном пространстве-времени. Например, действительное время может соответствовать базовому, а комплексное - слоевому. Ситуация еще более усложняется, когда к мнимому времени присоединяется мнимое отношение. Разнообразие вариантов включает также случаи, когда два фактора являются комплексными (возможно, это происходит внутри элементарной частицы) (рис. 4.21).

Возникает идея, что физический заряд может иметь разный знак потому, что его проекции, представленные отрезком прямой на оси времен, могут быть разные, как показано на рис. 4.22. Полагая, что и отношение w и время t могут проявляться в физической модели с разными коэффициентами, предложим вариант задания функций, им соответствующих, основываясь на матрицах Паули. Пусть для w имеет место соединение:

$$a_1 \begin{pmatrix} w_1 & w_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad a_2 \begin{pmatrix} w_1 & w_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad a_3 \begin{pmatrix} w_1 & w_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad a_4 \begin{pmatrix} w_1 & w_2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ b_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b_4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

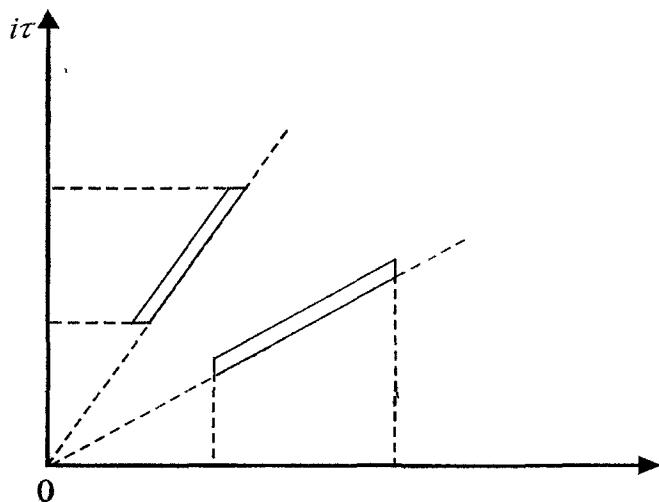


Рис. 4.22. Иллюстрация изменения проекций заряда на плоскости комплексного времени

Пусть оно аналогично для времени:

$$\begin{array}{ll} \alpha_1 \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \alpha_2 \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \beta_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \beta_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \alpha_3 \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \alpha_4 \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \beta_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \beta_4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{array}$$

Сопоставим им функции:

$$\begin{aligned} a_1 w_1 + b_1 w_2, \quad a_2 w_2 + b_2 w_1, \quad a_3 w_1 + (-1)b_3 w_2, \quad a_4 (-w_2) + b_4 w_1, \\ \alpha_1 t_1 + \beta_1 t_2, \quad \alpha_2 t_2 + \beta_2 t_1, \quad \alpha_3 t_1 + \beta_3 t_2, \quad a_4 (-t_2) + \beta_4 t_1. \end{aligned}$$

Из них могут быть образованы многопараметрические зависимости, задавая новые алгебраические факторы физической модели.

Возникает новая идея, которая может быть полезной для изучения элементарных объектов, что частица может иметь "снаружи" и "внутри" себя разные значения когомологической и временной активности. Тогда нужно рассматривать уравнения, которые допускают такую возможность. В частности, если "внутри" элементарной частицы реализуется мнимая гомологическая активность, то "внутри" частицы допустимыми становятся сверхсветовые скорости. Проиллюстрируем это (рис. 4.23).

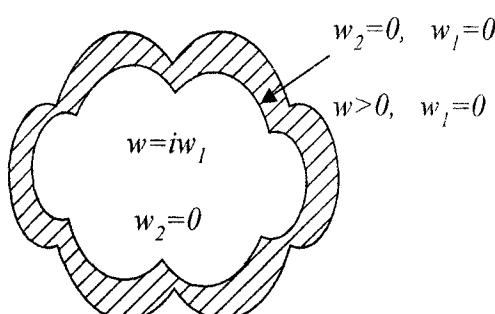


Рис. 4.23. Различие когомологической активности вне и внутри частицы

4.4. КОГОМОЛОГИЧЕСКОЕ РАЗЛИЧИЕ R^3 И T^1 В УРАВНЕНИЯХ МАКСВЕЛЛА

$$Q_H = Sp(\xi) \cdot \text{Det}(\xi).$$

$$Q^H = Sp(\xi) - \text{Det}(\xi),$$

$$q_H = \text{Det}(\xi) \cdot \text{Det}(\eta).$$

Показано, что физическое различие R^3 и T^1 имеет когомологическую природу. Метрика Минковского нетензорна при введении композитов в физическую модель инерции и она недостаточна для описания динамики инерции поля, более того, без нее можно обойтись. Указана специфика подхода Эйнштейна к описанию динамики инерции поля.

Уравнения Максвелла, записанные в форме GAG-модуля, содержат подгруппы ξ группы $V(4)$:

$$a' = (a^\alpha, a^0), \quad b' = (b^\alpha, b^0), \quad \alpha=1, 2, 3.$$

Они имеют разные когомологические свойства:

a) $\det a^\alpha = \det a^0 = 1, \quad Sp a^\alpha = 0, \quad Sp a^0 = 4;$

б) $\det b^\alpha = \det b^0 = 1, \quad Sp b^\alpha = 0, \quad Sp b^0 = 4.$

Введем определение когомологического заряда

$$Q_H = Sp(\xi) \cdot \text{Det}(\xi) = Q_H(\xi).$$

Тогда получаем два типа матриц в группе. Назовем пространственными те из них, для которых $Q_H=0$, а временными - те у которых $Q_H=\dim SE$, где SE обозначает пространство событий. Если исходить из величин Q_H , то физическая модель различает пространство R^3 и время T^1 когомологически, используя для этого разные заряды Q_H : R^3 соответствует $Q_H = 0$, а T соответствует $Q_H = 4$.

В электродинамике в форме GAG-модуля A' и B' соединены посредством метрик

$$g'' = \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad r'' = \text{diag}(1, 1, 1, -1).$$

Они являются частными случаями композитной метрики

$$\xi'' = \text{diag}(1, 1, 1, w^2).$$

Ранее мы связывали значения $w=\pm 1$ с точками характеристического полинома группы $V(4)$

$$\pm y = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1,$$

соответствующими его экстремумам. Будем считать такие состояния когомологически устойчивыми. Тогда, во-первых, обычно физики имеют дело с когомологически устойчивыми состояниями, во-вторых, ситуации с $w\neq 0, \pm 1$ можно рассматривать как состояния со спонтанно нарушенной когомологической устойчивостью. В частном случае, когда $w = \pm 1$, они задают величины

$$g = g^w = \text{diag}(1, 1, 1, 1) = g_w = g^{-1},$$

$$r = r^w = \text{diag}(1, 1, 1, -1) = r_w = r^{-1}.$$

Будем считать, что задано когомологически устойчивое состояние, если:

- a) $g = g^{-1}$, $r = r^{-1}$;
- б) $g \cdot g^{-1} = g = g^{-1}$ (скрытое);
 $r \cdot r^{-1} = I$ (открытое).

Введем $\xi^w|_{w=0}$, $\xi_w|_{w=0}$. Тогда

- a) $n = n^w = \text{diag}(1, 1, 1, 0) = n_w = n^{-1}$;
- б) $n \cdot n^{-1} = n = n^{-1}$.

Следовательно метрике Ньютона соответствует когомологически устойчивое скрытое состояние.

4.4.1. Нетензорность метрики Минковского

Пространство длин R^3 и время T^1 физически различны. Их соединение, по этой причине, должно быть тщательно проанализировано.

Метрика Минковского $g_w = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ является частным случаем предложенной композитной метрики

$$g^w = \text{diag}(1, 1, 1, 1 \cdot w)$$

и потому имеет ее свойства. Она неизмерима посредством какого-либо единого устройства, его нет, его не может быть. Она сложнее тех приборов, которые нам доступны. По этой причине во многом ее можно рассматривать как новую физическую сущность, использование и анализ которой обязан проводиться со всей серьезностью, полагаясь на самые современные средства исследования. Речь может идти о качественно новом соединении и использовании абсолютных и относительных свойств и сторон пространства-времени по Ньютону и по Эйнштейну.

Заметим, что метрика Минковского нетензорна. Она только частично достаточно для вывода связей между полями F_{mn} и индукциями H^m , потому что инерция поля сложнее. Главное звено для описания динамики несобственной инерции поля есть связь полей и индукций. Во-первых, в ней R^3 и T^1 соединены композитно посредством w :

$$\begin{array}{c} T^1 \\ | \\ H^0 \ni w \xrightarrow{\quad} g^w = \text{diag}(1, 1, 1, 1 \cdot w). \\ | \quad / \\ U'_m \end{array}$$

Во-вторых, для конкретизации связей используется композитные выражения для четырехскоростей, состоящее из скоростей (U'_m, U'^{-1}_m) и весовых функций, зависящих от w в форме:

$$\begin{array}{c}
 T^1 \\
 | \quad \diagdown \\
 H^0 \ni w \longrightarrow U^i = (1-w)U_{\text{f}}^i + wU_m^i. \\
 | \quad \diagup \\
 U_{\text{f}}^i
 \end{array}$$

В-третьих, величина Ω^{im} для связи F_{mn} и H^{ik} задана из g^{ij} , U^i , а также из дополнительных функций $a=a(w)$, $b=b(w)$:

$$\begin{array}{c}
 g^{ij} \\
 | \quad \diagdown \\
 a, b \longrightarrow \Omega^{ij} = a g^{ij} + b U^i U^j. \\
 | \quad \diagup \\
 U^i
 \end{array}$$

В четвертых, связи $H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$ используются непосредственно в уравнениях Максвелла.

В-пятых, только решения уравнений, согласующиеся с опытом, обосновывают и утверждают полезность расчета. Например, им является решение, задающее групповую скорость

$$\vec{v}_g = \frac{c \vec{K}}{n K} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1-w)\vec{U}_{\text{f}} + w\vec{U}_m].$$

Следовательно, необоснованно и непоследовательно делать выводы о пространстве-времени и его свойствах в отрыве от полной схемы анализа физических явлений, основываясь только на метрике пространства-времени событий SE типа

$$\tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w_1^2 w_2^2).$$

4.4.2. Электродинамика Максвелла для движущихся тел без пространства Минковского

Используем векторные уравнения Максвелла, заданные в пространстве Ньютона $R^3 \times T^1$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi \rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\pi \frac{\vec{J}}{c}.$$

Обобщим связи для покоящихся сред

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H},$$

полагая, что для этого достаточно их дополнить слагаемыми

$$\left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{E} \right], \quad \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{B} \right], \quad \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{D} \right], \quad \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right],$$

что они объединены в "пары":

$$\begin{aligned} \vec{D} + \alpha \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right], \quad \vec{E} + \beta \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{B} \right], \\ \vec{B} + \gamma \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{E} \right], \quad \vec{H} + \delta \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{D} \right]. \end{aligned}$$

С опытом согласуются, как показал анализ, модель, использующая

$$\begin{aligned} \vec{D} + \chi \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right] &= \varepsilon \left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{U}}{c} \times \vec{B} \right] \right), \\ \vec{B} + \chi \left[\vec{E} \times \frac{\vec{U}}{c} \right] &= \mu \left(\vec{H} + \left[\vec{D} \times \frac{\vec{U}}{c} \right] \right), \\ \chi = w, \quad \vec{U} &= (1-w)\vec{U}_n + w\vec{U}_m. \end{aligned}$$

При их выводе нигде не используется ни четырехмерная форма уравнений, ни метрика Минковского. Следовательно, для описания опытных данных пространство Минковского не является необходимым.

4.4.3. Специфика модели инерции Эйнштейна в электродинамике Максвелла

В своей работе "К электродинамике движущихся тел" Эйнштейн использовал вакуумные уравнения электродинамики Максвелла. Она в то время не была экспериментально проверена. Был принят постулат, согласно которому ни скорость тел (физической среды, наблюдателя), ни скорость источника излучения не учитывались в уравнениях физической модели. *Ситуация парадоксальна:* суждение об электромагнитных явлениях в телах было сделано при их отсутствии, для электродинамики вакуума, а учет движения тел предложено изучать на основе уравнений, в которых отсутствуют скорости. Такой подход позволил получить в "чистом виде" группу Лорентца и дать ей уникальную физическую интерпретацию, базирующуюся на концепции относительности одновременности. Но уже в этой работе группе Лорентца значение придается большее, чем системе уравнений Максвелла, которая их "породила". Такой подход был сохранен на длительное время. В обобщенной, согласно главе 1, с учетом отношения w модели электромагнитных явлений на первый план поставлена физика инерции, анализ ее динамики. Группа Лорентца и пространство Минковского в ней имеют частное значение. Они дополнительны группе Галилея и пространству Ньютона. Эйнштейн не отказался от R^3 и T^1 . Он соединил их физически в рамках концепции относительности одновременности. Аналогично Минковский соединил их математически, введя тензор $g^{ij} = diag(1, 1, 1, 1)$. Фактически речь шла о построении из R^3 и T^1 некоторого нового

многообразия. Нужно отметить, что оно нужно лишь для того, чтобы связать между собой тензоры H^{ik} и F_{mn} . Тем самым в рассмотрение было введено пространство-время событий SE . Оно удобно для применения, потому что позволяло согласовывать расчет с экспериментом без учета скорости первичного источника излучения \vec{u}_n и без влияния скорости детектора \vec{u}_m на излучение. Кроме этого, в модели отсутствует эфир.

Реальная ситуация, как показано в главе 1, сложнее. Пространство событий SE дополнительно к $R^3 \times T^1$. Его можно рассматривать как единый комплекс, индуцированный R^3 и T^1 , если ввести метрику событий

$$\tilde{g}^u = \text{diag}(1, 1, 1, w \cdot 1),$$

которая зависит от нульмерной группы когомологий

$$w \in H^0(G, A),$$

которая динамически зависима. Это обусловлено потребностью рассмотрения в электродинамике Максвелла нелинейных представлений линейной группы $SL(4, R)$, что требует введения величин \tilde{g}^u , которые выходят за рамки тензоров, преобразующихся по линейным представлениям симметрии.

Рассмотрим когомологические свойства деформированной метрики \tilde{g}^u . Введем когомологический заряд Q^H . Пусть

$$Q^H = Q^H(\xi) = S p(\xi) - \text{Det}(\xi).$$

Используя $\xi = \tilde{g}^u$, получим $Q^H(\tilde{g}^u) = 3$. Если электромагнитное поле "умеет" так менять параметры своей инерции, что их динамике соответствует фиксированное значение Q^H , мы имеем здесь признаки нового топологического закона сохранения.

Рассмотрим сейчас пару метрик, полагая, что им соответствуют внешние и внутренние пространства. Их со всей очевидностью иллюстрирует многообразный опыт, в том числе и электродинамика Максвелла. Пусть

$$q_H = \text{Det}(\xi) \cdot \text{Det}(\eta).$$

Особенно интересен случай, когда $\xi = \eta = \tilde{g}^u$, задающий внутреннее и внешнее пространства деформационно одинаковыми. Тогда зависимость вида $y = q_H = w^2$. Эта парабола имеет минимум при $w = 0$. Но именно это значение использовано Ньютона в его теории пространства и времени. Используя q_H , мы вправе интерпретировать пространство Ньютона как соответствие, показывающее когомологическую устойчивость пары пространств. Значение $w = 0$ относится к стадии когомологического покоя. Оно выделено. Возможны и другие значения w , что использовано явно в электродинамике Максвелла с неограниченными скоростями. Допустимы, согласно определению q_H , и отрицательные значения w .

4.5. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ЗА ПРЕДЕЛАМИ ПРИНЦИПА ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Проанализирована общая структура модели электромагнитных явлений со сверхсветовыми скоростями. Показано, что она индуцирует модель расслоенного пространства-времени, базой которого, в частности, может быть $R^3 \times T^1$, а слоем - псевдоевклидово пространство Минковского. Показано, что принцип относительности в форме требования симметрии уравнений относительно пространственно-временных преобразований является недостаточным для моделирования явлений. Сформулировано понятие внешней и внутренней архитектуры физической модели. Указано различие принципов относительности Галилея и Эйнштейна.

Принцип относительности Эйнштейна обосновывает относительность трехмерной длины и времени в рамках симметрии, задаваемой группой Лоренца. Фактически его применение сводится к проверке условия, что уравнения, посредством которых описывается физическое явление, будут иметь "одну и ту же" форму, если их преобразовать в соответствии с группой симметрии. Принцип относительности выполняет роль "лакмусовой бумажки" для проверки "корректности" использования кинематической симметрии. Он согласован в электродинамике с принципом постоянства скорости света в вакууме, введенным Эйнштейном. Итогом применения обоих принципов в электродинамике явилось дополнение уравнений Максвелла обобщенными связями между полями и индукциями в форме Минковского:

$$\vec{D} + \left[\frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{H} \right] = \epsilon \left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{B} \right] \right),$$

$$\vec{B} + \left[\vec{E} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] = \mu \left(\vec{H} + \left[\vec{D} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] \right),$$

где \vec{U}_m есть скорость движения физической среды. Скорость первичного источника излучения \vec{U}_f использовалась только в преобразованиях Лоренца, ее не было в уравнениях электродинамики. По этой причине не рассматривалась динамика физических процессов изменения скорости источника излучения от первичной, равной скорости излучающего устройства в вакууме, до вторичной, равной скорости среды.

Указанный подход удобен для анализа физических явлений. Он позволяет использовать симметрию уравнений для получения эквивалентных решений. Симметрия Лоренца используется для обоснования структуры пространства-времени Минковского. Его метрика

$$g'' = diag(1, 1, 1, 1)$$

предполагается неизменной. Однако уже Лагранжу было известно, что локальная метрика четырехмерного псевдоевклидова пространства может быть задана лишь с точностью до значения ее детерминанта и потому имеет вид

$$q'' = diag(1, 1, 1, \chi(x)).$$

Выбор из всей совокупности значений $\chi(x)$ одного, равного единице, $\chi = 1$, является существенным ограничением допустимых возможностей локальной псевдоевклидовой метрики. Как указано в главах 1 и 2, нужна модель, в которой $\chi \neq const$. Она задает фазу несобственной инерции электромагнитного поля, подчинена динамическому уравнению и образует инерционную группу скаляров, полученных делением скалярной плотности $\det g^{\mu\nu}$ на каноническую скалярную плотность $\det g^{\mu\nu}$. Величина $\chi=1$ является частным значением, допустимым при анализе взаимодействия излучения со средой. Поскольку размерности калибровочной группы $\alpha(x)$ и инерционной группы $\chi(x)$ для электромагнитного поля совпадают

$$\dim \alpha(x) = \dim \chi(x),$$

можно принять гипотезу, что это условие имеет место для любого калибровочного поля. Тогда модель инерции поля будет тем сложнее, чем сложнее калибровочная группа, которой это поле соответствует. Введем матрицу-деформатор

$$Q = diag(1, 1, 1, \chi).$$

Эквивалентное, с точки зрения теории представлений, изменение генераторов симметрии вида

$$\tilde{\Gamma}^\nu = Q\Gamma^\nu Q^{-1}$$

задает инфинитезимальное преобразование координат:

$$dx'^k = \left(I + \tilde{\Gamma}^\nu \tilde{\Theta}_\nu\right)_m^k dx^m,$$

из которого следует *общее* выражение для псевдоевклидовой метрики. Параметры группы Лоренца подчинены динамическому уравнению

$$\frac{d\tilde{\Theta}}{d\xi} = -P_0(\tilde{\Theta}, -\tilde{\Theta}^*),$$

$$\tilde{\Theta}_\nu|_{\xi=0} = \tilde{\Theta}_\nu.$$

Анализ, выполненный в главе 1, показал, что можно непротиворечиво и единым образом описать опытные данные в электродинамике в модели абсолютного пространства-времени Ньютона $R^3 \times T^1$, названного пространством состояний SS , тогда как метрика Минковского, как и сверхсветовая метрика $r^{\alpha\beta}$ выполняют роль "носителей" дополнительного ему пространства - пространства событий SE . Ситуация выглядит так: в пространстве SS рассматривается динамика электромагнитных процессов, которая управляема структурой пространства событий SE .

Следовательно, группа симметрии *не имеет прямого отношения* к структуре и динамике опорного многообразия, в котором рассматривается явление. С ним может быть согласовано поведение эталонов длины и времени для различных наблюдателей. Если это $R^3 \times T^1$, то эталоны длины и времени абсолютны. Группа симметрии указывает алгебраическую структуру явления. В общем случае переменными могут быть как пространство состояний SS , так и пространство событий SE . Это позволяет использовать в физике модель локально расщепленного пространства-времени, имеющего каса-

тельное пространство состояний SS , и касательное пространство событий SE . Соответственно имеет место *пара симметрий*, следующая из анализа структуры расщепления. Модель электродинамики Максвелла-Минковского соединяет пространства состояний SS и событий SE . В ней используются уравнения динамики для полей и индукций, заданные через трехмерные дивергенции и роторы в $R^3 \times T^1$. Связи между полями и индукциями задаются на основе метрики пространства событий $g^{\alpha\beta}$. Каждому пространству отведено свое место, а потому и свое назначение в модели. В электродинамике Максвелла, как указано в главе 3, группа заполнения $V(4)$ задает структуру S , связи L , динамику D через образующие a' , b' и систему операторов Π_k , d_k , U^k . Метрика $g^{\alpha\beta} = E$ используется в физической модели дополнительно со сверхсветовой метрикой $r^{\alpha\beta}$. Пространство состояний SE используется в модели электромагнитных явлений для задания волновой функции. *Наличие двух пространств с разной симметрией свидетельствует о недостаточности стандартного принципа относительности для описания физических явлений.*

Ситуация выглядит так: в электродинамике Максвелла соединены в единый комплекс физические величины, зависящие от фундаментальной пары пространств, задающих допустимые состояния и события для электромагнитных явлений. Они зависят также от системы операторов, соответствующих явлению.

Динамические уравнения Максвелла в $R^3 \times T^1$ дополнены связями между полями и индукциями в псевдоевклидовом пространстве-времени. Имеем

$$SS: d_{[k} F_{mn]} = 0, \quad d_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i, \quad SE: \tilde{H}^{ik} = \tilde{\Lambda} \chi^{kmn} F_{mn}.$$

Для электромагнитных явлений получим схему (рис. 4.24).

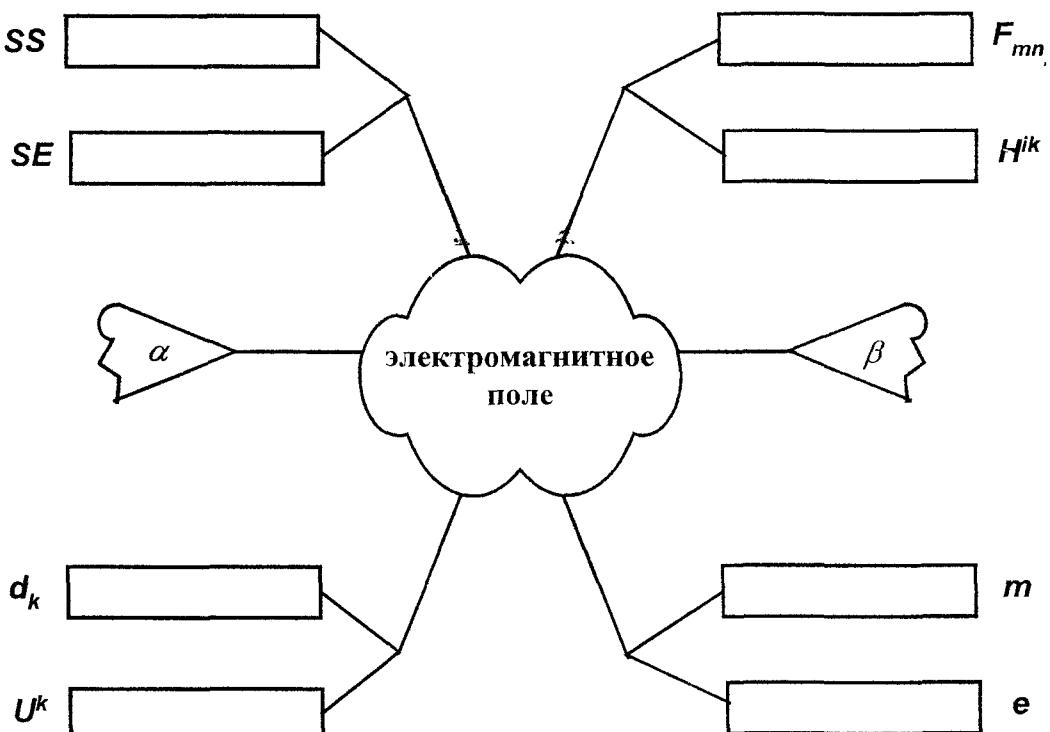


Рис. 4.24. Схема элементов электродинамики Максвелла

Здесь SS, SE - пространства состояний и событий, F_{mn}, H^{ik} - тензоры полей и индукций, d_k, U^k - операторы модели, m, e физические заряды. Общая теория обязана единым и согласованным (с опытом) образом задавать все указанные элементы модели. Понятно, что этот подход выходит за рамки принципа относительности.

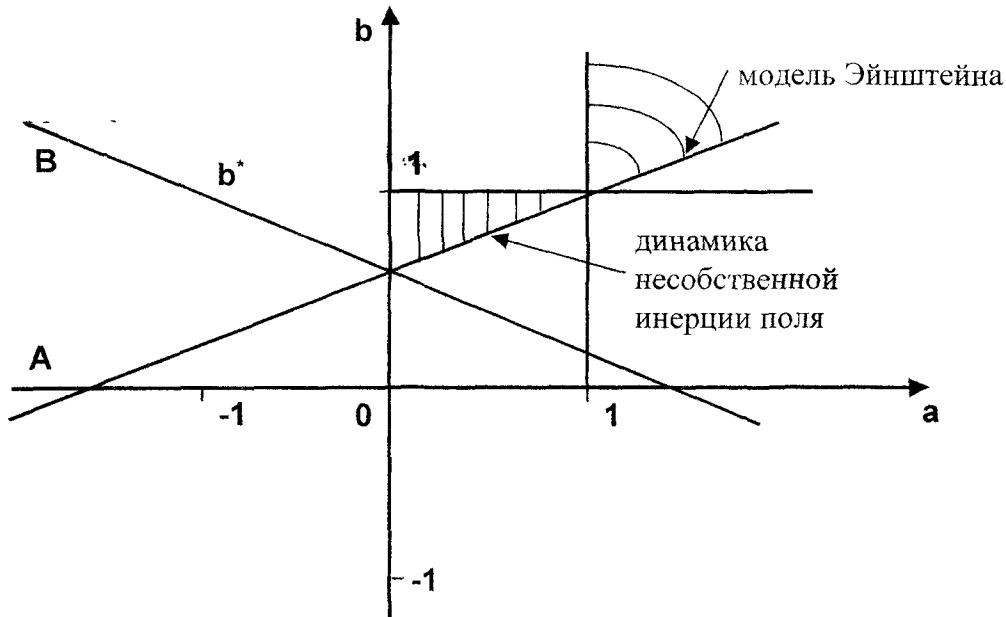


Рис. 4.25. Физические состояния в когомологических переменных

Введем когомологические характеристики четырехметрик

$$\text{Det } g^{\alpha\beta} = \chi, \quad \hat{S} p g^{\alpha\beta} = S p g^{\alpha\beta} / \wp,$$

где \wp - размерность пространства-времени. Тогда возможна классификация физических моделей по допустимым значениям $\text{Det}(\xi)$ и $\hat{S} p(\xi)$. В теории гравитации Эйнштейна локальная метрика имеет значения $S p(\xi) \geq 1$, $\text{Det}(\xi) \geq 1$. В предложенной модели электромагнитных явлений, учитывающей динамику несобственной инерции, величина $\chi(x)$ может быть различной. Допускаются ее нулевые и отрицательные значения. Диаграмма состояний физического явлений в когомологических переменных $a = \det(\xi)$, $b = \hat{S} p(\xi)$ выглядит согласно рис. 4.25. Поскольку $a = \chi$, $b = \frac{3+x}{4}$, для локальных ситуаций имеем уравнение A :

$$b = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}a.$$

Рассмотренная ситуация является частной. Формально допустима динамика, задаваемая B :

$$\dot{b} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}a,$$

соответствующая выбору отрицательных значений χ .

Отметим также принципиальное различие принципа относительности Галилея и принципа относительности Эйнштейна. В подходе Галилея между собой сравниваются две различные ситуации, относящиеся к одному наблюдателю, который либо покоятся вместе с экспериментальной установкой, либо инерциально движется вместе с ней. В подходе Эйнштейна между собой сравниваются результаты одного явления, измеренные двумя различными наблюдателями [17].

4.5.1. Алгебра показывает взаимодействие

Анализ, выполненный в главах 1÷3, показал, что уравнения электродинамики Максвелла могут быть заданы через подгруппы $(a_i, b_i) \in V(4)$, когда волновая функция есть

$$\Psi = \text{столбец} (E_i + iB_i, 0),$$

$$\varphi = \text{столбец} (H_i + iD_i, 0),$$

а индексы j меняются $j = 1, 2, 3$. При этом компоненты полей (E_j, H_j) и индукций (B_j, D_j) соответствуют условиям физического измерения.

Известно, что в электродинамике Максвелла одноименные электрические заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. Поля и индукции, заданные через тензоры, антисимметричны по индексам

$$H^{ik} = -H^{ki}, \quad F_{mn} = -F_{nm},$$

соответствуя условию

$$F_{mn} + F_{nm} = 0, \quad H^{ik} + H^{ki} = 0.$$

Поскольку для подгрупп (a_i, b_i) их элементы задают коммутатор

$$\gamma_i \gamma_j - \gamma_j \gamma_i = c_{ij}^k \gamma_k,$$

возникает предположение, что коммутатор через знак минус "указывает" на то, что заряды одноименного типа отталкиваются.

Но тогда антикоммутаторам физической теории соответствовало бы притяжение

$$\Omega_i \Omega_j + \Omega_j \Omega_i = c_{ij}^k \Omega_k,$$

что имеет место в группе $V(4)$ для подгрупп E_i, F_i, C_i .

Однако в форме GAG-модуля теория Максвелла может быть задана как в коммутирующем, так и в антикоммутирующем секторе группы $V(4)$, хотя для этого требуются разные волновые функции. Возникает предположение, что физические величины, даже при одинаковой форме законов, способны иметь разное содержание и соответствовать разным законам взаимодействия зарядов.

Поскольку ранее сделано предположение, что скорость гравитации значительно больше скорости света в вакууме, а описывается гравитация симметричными физическими полями

$$\varphi_\mu = \varphi_\nu,$$

соответствующими антисимметрическим сектором группы $V(4)$, то появляется возможность сделать новые предположения о природе электромагнитного и гравитационного взаимодействий.

Примем точку зрения, следуя главе 5, что канонические скорости периферических прозарядов нотона равны скорости света в вакууме c_0 . Пусть величины параметров несобственной инерции задают разделение явлений по закону взаимодействия зарядов:

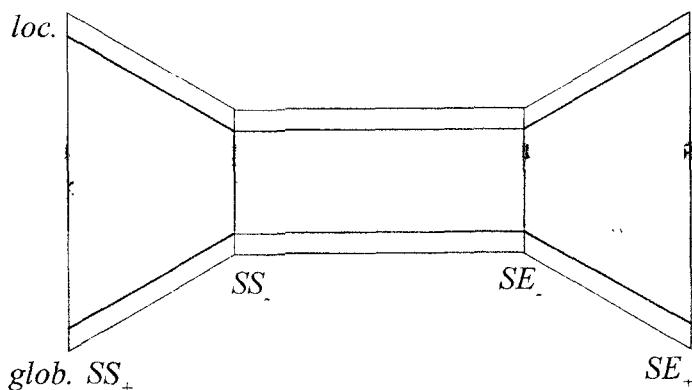
- а) при $v/c \leq 1$ имеет место взаимодействие электрических зарядов со знаком, соответствующим коммутаторам подгруппы $V(4)$, тогда одноименные заряды отталкиваются;
- б) при $v/c > 1$ начинают играть роль антисимметрические коммутаторы и одноименные заряды притягиваются. Для гравитационных зарядов, наоборот, при $v/c \leq 1$ имеет место притяжение одноименных зарядов и симметричное поле, соответствующее антисимметрическим коммутаторам. Тогда при $v/c > 1$ начинают играть роль коммутаторы и гравитационные заряды отталкиваются друг от друга (табл. 4.1).

Предполагаемые соответствия скоростей зарядов Таблица 4.1.

v/c	q	e	m
$v/c \leq 1$		$[\cdot, \cdot]$	$\{ \cdot, \cdot \}$
$v/c > 1$		$\{ \cdot, \cdot \}$	$[\cdot, \cdot]$

Поэтому массу можно считать сверхсветовой частью электрического заряда, а электрический заряд - досветовой частью массового заряда.

4.6. НОВЫЕ ГРАНИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ



$$SE_+: g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

$$SE_-: r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1),$$

$$SS : N^{\nu} = \text{diag}(1,1,1,-0),$$

$$SS_{+} : n^{\nu} = \text{diag}(1,1,1,+0).$$

Показано, что в электродинамике Максвелла используются четыре метрики. Две из них соответствуют пространству состояний SS , задавая размеры и время жизни физических объектов, вторая пара соответствует пространству событий SE , характеризуя относительное движение объектов и их частей. Установлено, что все метрики могут быть получены из алгебры $V(4)$. Их динамика обусловлена гомологической алгеброй. Найден алгебраический механизм преобразования скорости \bar{U} в частоту ω и частоты в скорость. Сделано предположение, что им соответствуют физические механизмы таких преобразований. Приведен аргумент, согласно которому причиной абсолютной длины и времени могут быть сверхсветовые скорости.

Полученная ранее алгебраическая форма связей между полями и индукциями в электродинамике Максвелла (аналогично можно использовать уравнения динамики или структуры) $g_{\alpha\beta} \gamma^\alpha U^\beta E_\nu n^\nu \bar{\varphi} + r_{\alpha\beta} \Omega^\alpha U^\beta E_\nu N^\nu \varphi$ содержит "метрики" пространства событий SE_+ , SE_- .

$$SE_+ \Rightarrow g_{\alpha\beta} = \text{diag}(1,1,1,1), \quad SE_- \Rightarrow r_{\alpha\beta} = \text{diag}(1,1,1,-1).$$

Кроме того, по аналогии с $g_{\alpha\beta}$, $r_{\alpha\beta}$, формально введем "метрики" пространства состояний SS_+ , SS_- :

$$SS_+ \Rightarrow n^\nu = \text{diag}(1,1,1,+0), \quad SS_- \Rightarrow N^\nu = \text{diag}(1,1,1,-0),$$

не вступающие в противоречие с уравнениями поля. Действительно, для используемых в электродинамике волновых функций имеем выражения

$$\varphi = n^\nu \Psi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ 0 \end{pmatrix},$$

которые обосновывают корректность введения n^ν , N^ν . Требование, чтобы метрики n^ν , N^ν были "в паре", является выражением общего правила, соответствующего опыту. Указанные связи содержат все необходимые звенья, достаточные для описания явлений на локальном уровне, во внешнем их проявлении.

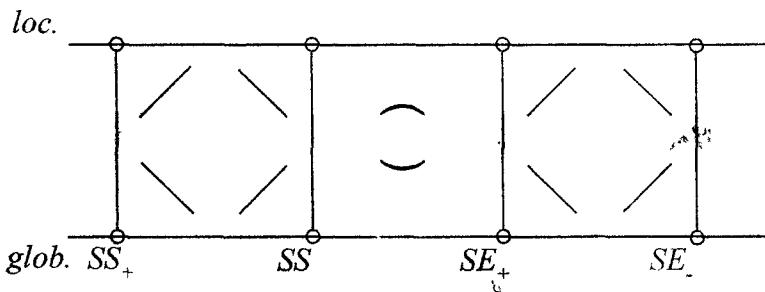


Рис. 4.26. Локально-глобальное пространство-время

Будем говорить, что так задается локальная *архитектура* связей физической модели. С введением глобальной метрики уравнения $G_{\alpha\beta} \gamma^\alpha U^\beta E_\eta \tilde{n}^\eta \bar{\varphi} + R_{\alpha\beta} \Omega^\alpha U^\beta E_\eta \tilde{N}^\eta \varphi$ содержат величины $G_{\alpha\beta}$, \tilde{n}^η , $R_{\alpha\beta}$, \tilde{N}^η , которые переменны и подчинены динамическим уравнениям. Общая картина задается рис. 4.26. Она содержит необходимые и достаточные элементы, посредством которых описывается электродинамика Максвелла. В силу общности физического мира аналогичные черты способно иметь любое явление. Будем ситуацию понимать так: каждый физический объект имеет свои размеры и время жизни как во внешнем, так и во внутреннем проявлении: в пространстве состояний SS со своими параметрами, которые индуцированы метриками n^η , N^η и, дополнительно, каждый физический объект имеет свое относительное движение, в частности, с досветовой скоростью, соответствующей метрике $g_{\alpha\beta}$, и со сверхсветовой скоростью, соответствующей метрике $r_{\alpha\beta}$, что задает пространство событий SE . В общем случае элементы модели и их движения задаются схемой (рис. 4.27).

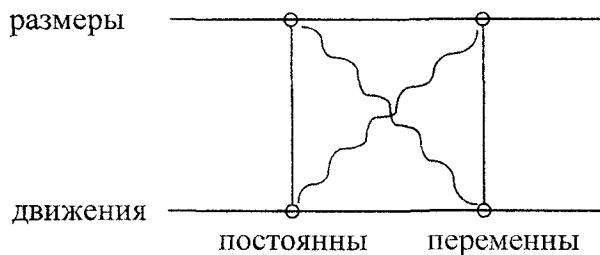


Рис. 4.27. Элементы модели и их движения

Используем алгебру $F(4)$ для конструирования локальных метрик $g_{\alpha\beta}$, $r_{\alpha\beta}$, n^η , N^η . Запишем матрицы, достаточные для этого:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Нами взяты, следуя разделу 4.1, диагональные матрицы "перемешивания спинов" $\{c^i\}$ группы $V(4)$, которые позволяют "перевести" коммутирующий сектор алгебры (a^i, b^i) , в

антикоммутирующий (e^i, f) и выполнить обратное преобразование, а также единичная матрица E и вторая диагональ X . Найдем

$$0.5(E + C^1 + C^2 + C^3) = P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При отождествлении элементов группы с метрикой имеем структуры:

- a) $E = g_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ - независимый элемент симметрии;
- б) $X^{-1}P X = r_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$ - зависимый элемент симметрии;
- в) $n^y = N^y = 0.5(g_{\alpha\beta} + r_{\alpha\beta})$.

Тогда алгебраическая сущность пространства характеризуется посредством "следа" матриц:

$$SE_+ \Rightarrow Sp g = 4, \quad g'' = \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

$$SE_- \Rightarrow Sp r = 2, \quad r'' = \text{diag}(1, 1, 1, -1),$$

$$SE_+ \Rightarrow Sp n = 3, \quad n'' = \text{diag}(1, 1, 1, +0),$$

$$SE_- \Rightarrow Sp N = 3, \quad N'' = \text{diag}(1, 1, 1, -0).$$

Изменения величин, относящиеся к несобственной инерции поля, могут быть учтены посредством определителя матриц:

$$SE_+ \Rightarrow \text{Det } g = w, \quad \tilde{g}'' = \text{diag}(1, 1, 1, w),$$

$$SE_- \Rightarrow \text{Det } r = -w, \quad \tilde{r}'' = \text{diag}(1, 1, 1, -w),$$

$$SS_+ \Rightarrow \text{Det } n = 0, \quad \tilde{n}'' = n'',$$

$$SS_- \Rightarrow \text{Det } N = 0, \quad \tilde{N}'' = N''.$$

4.6.1. Единство и различие поступательной и вращательной инерции

Из анализа движений материальных тел физики пришли к выводу, что при нулевой работе сил, обусловленных внешними воздействиями, имеет место сохранение параметров поступательного движения - скорости \vec{U} и вращательного движения: частоты ω . Поэтому *поступательная и вращательная инерция образуют фундаментальную пару движений, которые необходимы и достаточны для анализа динамики явлений*. Это положение используем как исходное. Рассмотрим алгебраический механизм превращения скорости \vec{U} в частоту ω , используя обобщенный коммутатор

$$\overline{Q}[\alpha \beta] \overline{Q} (= (\alpha \overline{Q} \beta) \overline{Q} - \overline{Q}(\beta \overline{Q} \alpha)).$$

Он задает понижение размерности вращения. Проиллюстрируем вариант $\vec{U} \rightarrow \omega$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha \bar{Q} \beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \beta \bar{Q} \alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В этом случае имеем

$$(\bar{Q}[\alpha \beta] \bar{Q}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ при } \bar{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

Рассмотрим алгебраический механизм превращения частоты в скорость $\omega \rightarrow \vec{U}$. Используем для этого обобщенный коммутатор с оператором $\dot{\bar{Q}}$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Имеем

$$(\dot{\bar{Q}}[a b] \dot{\bar{Q}}) = (a \dot{\bar{Q}} b) \dot{\bar{Q}} - \dot{\bar{Q}}(b \dot{\bar{Q}} a) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ при } \dot{\bar{Q}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так, возможно описывать на алгебраическом языке наблюдающийся механизм превращения $\vec{U} \rightarrow \omega$ (понижения размерности вращения) и механизм превращения $\omega \rightarrow \vec{U}$ (повышения размерности вращения).

Возможно также обобщение операции в виде

$$)Q_1[a\ b]Q_2(= (a\ Q_1\ b)Q_2 - Q_2(b\ Q_1\ a),$$

с использованием двух "посредников": Q_1 , Q_2 ,

4.6.2. Источником абсолютной олины могут быть сверхсветовые скорости

В модели нами используется метрика

$$n_y = \text{diag}(1, 1, 1, 0).$$

Ей соответствует интервал

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

Контравариантная метрика может быть связана с ковариантной посредством вспомогательных тензоров, например, $n^\mu = p^{ik} p^{\mu m} n_{km}$, если принимается версия, что метрики n_y , n^μ , образуют самостоятельные взаимосвязанные поля, подчиняющиеся динамическим уравнениям. Укажем новую динамическую причину для метрики n_η , рассматривая интервал со скоростью $c_g >> c_0$, полагая, что

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c_g^2 dt^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - \frac{1}{\left(\frac{c_0}{c_g}\right)^2} c_0^2 dt^2,$$

где c_0 - скорость света в вакууме. Мы получим четырехмерный интервал с метрикой

$$g_\eta = \text{diag}(1, 1, 1, 1/\hat{w}),$$

для которой

$$\hat{w} = \frac{c_0}{c_g}.$$

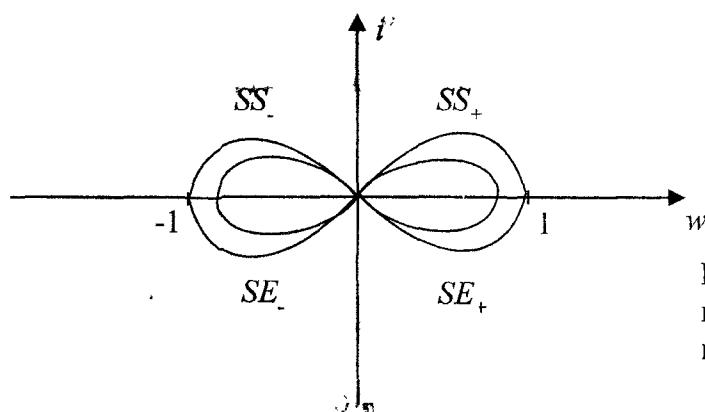


Рис. 4.28. Согласованное изменение скоростей и когомологий

Известно, что из требования его инвариантности "следует" группа Галилея и модель абсолютной длины. Полагая, что скорость гравитации существенно больше скорости света, можно предположить, что абсолютная длина обусловлена ПРИРОДОЙ гравитации. Отметим специфику значения $w=0$. Из физических соображений следует возможность изменения как метрики пространства событий SE , так и метрики пространст-

ва состояний SS . Это значит, что и объекты и их движения, могут соответствовать разным значениям w , в том числе равным нулю.

Кроме этого, теоретически возможен вариант, когда ситуации с досветовыми скоростями могут меняться на ситуации со сверхсветовыми скоростями (от $w=1$ до $w=-1$ и обратно) через значение $w=0$ (рис. 4.28).

4.6.3. Идея инерционной группы

Известно, что калибровочное поле A_k и соответствующий ему тензор F_{mn} появляется из вариационного формализма Лагранжа-Эйлера вследствие того, что зарядовое поле допускает вариацию поле имеет фазовую свободу:

$$\delta Q^A = i \alpha Q^A,$$

Тогда вариации A_k есть

$$\delta A_k = \partial \alpha / \partial x^k.$$

Поскольку калибровочное поле F_{mn} имеет свою тень - калибровочное поле H_{mn} , то предположим, что зарядовое поле имеет дополнительную фазовую свободу

$$\delta Q^B = i \beta Q^B.$$

Ей соответствует вариация второго калибровочного поля B_k

$$\delta B_k = \partial \beta / \partial x^k.$$

Поскольку поля A_k и B_k различны, поля α , β и соответствующие им калибровочные группы $U_{\alpha}^{(1)}$, $U_{\beta}^{(1)}$ скалярных функций образуют гиперповерхность (рис. 4.29).

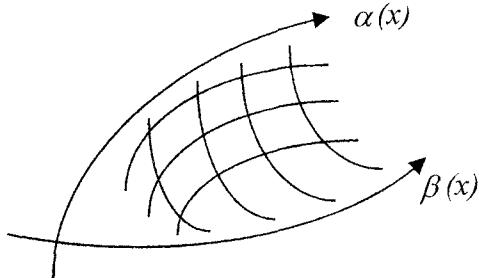


Рис. 4.29. Гиперповерхность калибровочных групп

Метрические тензоры $g_{ij} = diag(1,1,1,1)$, $r_{ij} = diag(1,1,1,-1)$ канонического вида, как установлено выше, являются элементами алгебры $F(4)$. Им соответствуют фиксированные значения для инвариантных полиномов: $Sp(\xi) = const$, $Det(\xi) = const$. В общем случае используем

$$Sp r = 3 - \hat{w}, \quad \det r = -\hat{w},$$

$$Sp g = 3 + \hat{w}, \quad \det g = \hat{w}.$$

Отождествляя элементы алгебры с четырехметрикой, приведем ее локальными преобразованиями координат к виду

$$g'' = \text{diag}(1, 1, 1, \hat{w}_1), \quad r'' = \text{diag}(1, 1, 1, -\hat{w}_2).$$

Введем скаляры

$$w_1 = \hat{w}_1 / \hat{w}_1^*, \quad w_2 = \hat{w}_2 / \hat{w}_2^*,$$

где \hat{w}_1^* , \hat{w}_2^* - некоторые асимптотические значения \hat{w}_1 , \hat{w}_2 . Если они известны, мы имеем группу инерции, им соответствующую.

4.6.4. Новая схема мышления о пространстве-времени

Известно, что противоположное истинному в одних условиях может быть истинным в других условиях. Такова обычная практика, согласно которой конструктивно использовать в общей схеме анализа объектов и явлений истинное и его отрицание. Так, согласно Ньютону, пространство и время абсолютны и относительны, что в другой форме и при других условиях было использовано Эйнштейном. В данной главе мы выделили пространство состояний SS и пространство событий SE , которые можно рассматривать как противоположности, дополнительные друг другу. Но тогда отрицание, состоящее в том, что ни пространства, ни времени нет, истинно как отрицание известного подхода, что пространство и время есть. Действительно, мы принимаем за время показания некоторых механических или оптических устройств, но они характеризуют движения и не приближают нас к объективному времени, которое можно отрицать. Аналогично обстоит ситуация с длиной, площадью, объемом. Есть объекты и их движения, но можно считать, что нет пространства и нет времени. Рассматривая утверждения и отрицания как точки на обобщенной координатной линии, получаем многообразие вложения опыта в виде системы координат трехмерного пространства (рис. 4.30).

Здесь введены обозначения, указывающие свойства:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| α - абсолютные; | α^* - относительные; |
| β - пространство SS ; | β^* - пространство SE ; |
| γ - наличие; | γ^* - отсутствие. |

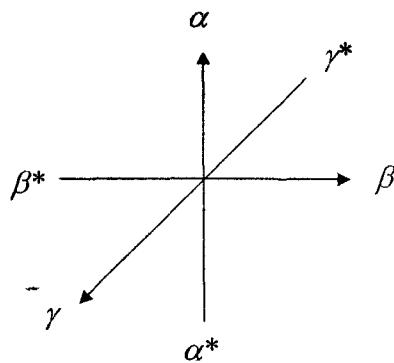


Рис. 4.30. Многообразие вложения общего опыта

Физическая модель, как и ее приложения, будут разными в зависимости от того, к какой точке данного многообразия они будут присоединены. Поскольку пространственно-временные характеристики принято вводить в модель через матрицу g_{ij} и связность Γ'_{jk} , то для нее имеем гиперповерхность проявлений (рис. 4.31). Здесь (g_{ij}, Γ'_{jk}) - канонические величины без дополнений и без деформаций. Расположим на "отрицательных" полуосах $(\tilde{g}_{ij}, \tilde{\Gamma}'_{jk})$, отличающиеся от канонических. Например:

a) $\tilde{g}_{\eta} = \varphi g_{\eta}$, где φ - новое поле;

$\tilde{g}_{\eta} = \varphi g_{\eta} + \chi \varphi_{\eta}$ - метрика с аддитивной добавкой;

$\tilde{g}_{\eta} = \text{diag}(1, 1, 1, \varphi^4 \cdot 1)$ - деформированная метрика.

б) Аналогично имеем $\tilde{\Gamma}'_{jk} = \Psi \Gamma'_{jk}$; $\tilde{\Gamma}'_{jk} = \Psi \Gamma'_{jk} + \alpha B'_{jk} \dots$, где Ψ , α , B'_{jk} - новые поля тензорного типа.

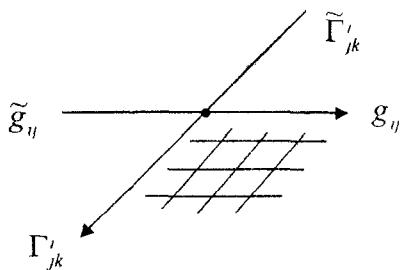


Рис. 4.31. Гиперповерхность проявлений
пространственно-временных характеристик

Соответственно получаем четыре сектора гиперповерхности проявления пространственно-временных свойств в физической модели:

$$(g_{\eta}, \Gamma'_{jk}), \quad (g_{\eta}, \tilde{\Gamma}'_{jk}), \quad (\tilde{g}_{\eta}, \Gamma'_{jk}), \quad (\tilde{g}_{\eta}, \tilde{\Gamma}'_{jk}).$$

Используя деформированную метрику конформного типа, в главе 1 удалось построить динамический механизм изменения инерционных параметров электромагнитного поля. Понятно, что используя проективную связность с дополнением ее физическими полями B'_{jk} , как при учете ее деформации, так и без нее, мы имеем новые классы решений, соответствующие новым условиям, которые учитываются в модели физического явления. Так, например, можно найти связность ${}^* \Gamma'_{jk}$, используя которую имеем выражение для групповой скорости электромагнитного поля

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1-w)\vec{u}_j + w\vec{u}_m],$$

в котором переменны величины n , w , \vec{u}_j , \vec{u}_m . Иными словами, связность способна расширить локальное решение с фиксированными параметрами на случай, когда они переменны. Заметим, и метрика и связность в физической модели имеют много "источников". В главе 3 показано, что общая конструкция содержит SS и SE , поля F_{mn} и индукции H^{ik} , группу заполнения G_a и группу проявления G_b , дифференциалы dx^i и частные производные ∂_i . При этом каждый из указанных элементов может рассматриваться как принадлежащий некоторому одному уровню многоуровневой системы. Представим ее схемой (рис. 4.32). Каждая из указанных пар при использовании дополнительных условий способна стать источником и средством анализа метрики g_{η} и связностей Γ'_{jk} . Так, например, связь

$$\tilde{H}^{ik} = a \sqrt{g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

содержит скаляр a , $\sqrt{g} = \det^{1/2} |g_{ij}|$, тензор Ω^{mn} , которые "подсказаны" парой (F_{mn}, \tilde{H}^{ik}) , но не могут быть получены только из нее. Пары (SS, SE) , (G_a, G_b) , в частности, свидетельствуют, что их отождествление соответствует частному условию для физической модели. Но тогда не исключено, что общая метрика g_{ij} и связность Γ'_{jk} могут быть составлены из отдельных слагаемых, соответствующих каждой из указанных пар, причем со своим весовым множителем. Пусть

$$g_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \alpha^{(k)} g_{ij}^{(k)}, \quad \Gamma'_{jk} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \beta^{(p)} \Gamma'_{jk}^{(p)}.$$

Использование нелинейных представлений групп и нелинейных связностей способно существенно приблизить анализ к реальным задачам.

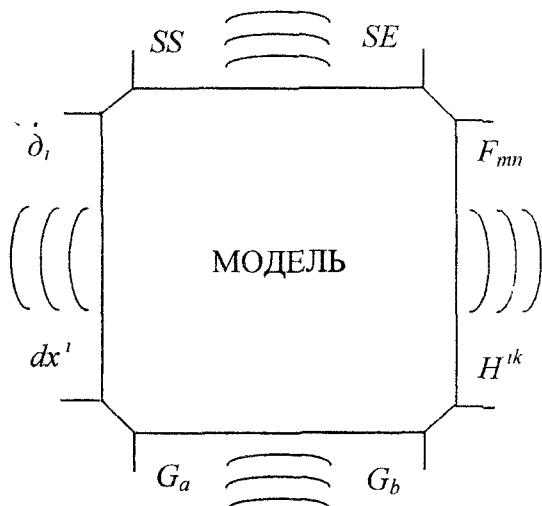


Рис. 4.32. Иллюстрация многоуровневости физической модели

4.6.5. Немеханическое пространство и время

Практика показывает, что механическое движение является частным случаем общего движения. В частности, человек имеет разное ментальное и психологическое состояние и движения в нем. Проблема состоит в том, как их описать математически.

Подход, принятый в физике, основан на концепции зарядов, которые имеют свои поля, заданные в пространстве механического перемещения зарядов, которое реализуется в реальной практике. Динамика механического перемещения зарядов и полей, с ними связанных, составляет обычно суть решаемых проблем. Покажем, что электродинамика Максвелла позволяет существенно конкретизировать общий подход, создавая предпосылки для моделирования немеханического пространства и времени.

Так, в электродинамике используется трехмерное пространство R^3 и время T^1 , что позволяет ввести соответственно трехмерные и четырехмерные вращения. Они задаются, согласно разделу 3.4, матрицами

$$\sigma' = 0.5(a' + b'),$$

$$r' = 0.5(a' - b'),$$

где $(a', b') \in V(4)$, формируя группу заполнения физической модели. Волновая функция $\Psi_\xi = \text{столбец} (E_\xi + iB_\xi; 0)$, где ξ указывает компоненту, i – мнимая единица объединяет в единое целое поля \vec{E} и \vec{B} разных типов.

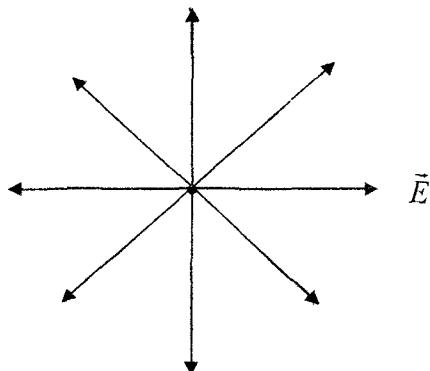


Рис. 4.33. Физическое поле \vec{E} иллюстрирует первый тип инерциального движения

Действительно, для покоящегося заряда имеем картину расположения векторов \vec{E} по прямым линиям согласно рис. 4.33, задающего один тип "совершенного" инерциального движения, соответствующего прямым линиям.

Для движущегося заряда (пусть это будет направление к нам) имеем второй тип "совершенного" инерциального движения, когда вектор \vec{B} распределен по окружностям согласно рис. 4.34, описывая движение по окружностям.

Согласно электродинамике Максвелла оба эти движения соединены в волновой функции посредством мнимой единицы i , а уравнения для них основаны на матрицах

$$\gamma', \Omega' \in a', b'.$$

Соответствуют опыту уравнения

$$\gamma' \partial_{\gamma'} \bar{\Psi} + \Omega' \partial_{\Omega'} \Psi = 0,$$

где $\bar{\Psi} = \text{столбец} (E_\xi - iB_\xi; 0)$, $\partial_{\gamma'}$ – частная производная по координатам. Аналогично описывается второе поле

$$\varphi = \text{столбец} (H_\xi + iD_\xi; 0),$$

а затем φ и Ψ , $\bar{\varphi}$ и $\bar{\Psi}$ связываются между собой. Таков подход в электродинамике.

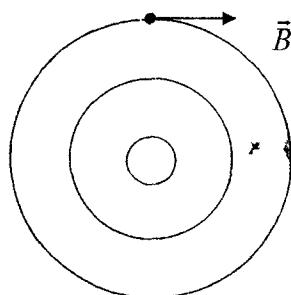


Рис. 4.34. Физическое поле \vec{B} иллюстрирует второй тип инерциального движения

Примем предположение, что и другие движения, в том числе ментальные, психологические, чувственные могут быть аналогичны движениям, изученным физиками.

Укажем, что нужно, чтобы развить эту аналогию:

- (i) Пространство, которое можно рассматривать как аналог механического, в котором будет задан соответствующий заряд и его поле;
- (ii) Новые координаты и новое время, которые можно найти практически посредством опыта, вероятно, существенно отличного от физической практики;
- (iii) Поля, характеризующие "совершенные" движения (прямолинейное и круговое) в пространствах состояний SS и событий SE ;
- (iv) Группу заполнения G_a и группу проявления G_b данного движения;
- (v) Дифференциальные операторы, соответствующие модели (они могут существенно отличаться от используемых в физике);
- (vi) Алгоритм получения решений;
- (vii) Уточнения модели в соответствии с решениями и реальной практикой.

И координаты, и время ментальных, чувственных, психологических состояний и движений, по самой своей сути, могут быть существенно отличны от привычных в физике и в обыденной практике. Ментальные, чувственные, психологические времена описывают движения в соответствующих им пространствах и не сводятся к "механическому" времени. Оцениваться и измеряться они должны иначе. Более того, возможно, что обычные числа будут неудобны в математическом описании духовной практики. Однако уравнения и величины, используемые в электродинамике Максвелла для света, могут быть пригодны для описания динамики чувств, ума, психики человека. Ведь недаром принято считать, что "Человек есть Свет этого мира".

Становится необходимым объединенное пространство-время. Его следует строить по образцу расслоенного многообразия, в котором роль базы выполняет механическое пространство-время, а роль слоя - пространство ментальных, психологических или чувственных движений. По-видимому, этот путь уже открыт. Чтобы идти по нему, нужно преодолеть инерцию старого мышления и опираться на полезный опыт, приобретенный в физике.

4.7. НОВОЕ СООТНОШЕНИЕ АБСОЛЮТНЫХ И ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СВОЙСТВ ПРОСТРАНСТВА- ВРЕМЕНИ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Показано, что группа Лоренца когомологически индуцирует абсолютное пространство-время Ньютона, а также сверхсветовые скорости. Выдвинуто предположение, что метрика Минковского когомологически устойчива при отношении $w=1$ из-за внутреннего поведения электромагнитного поля и обусловлена динамикой его частоты.

В разделе 3.4 показано, что тензорному варианта описания электромагнитного поля соответствует использование подгрупп $(a', b') \in V(4)$, характеристический полином для которых есть

$$y(a, b) = \det(\lambda I - \xi) = \lambda^4 + 2\lambda^2 + 1 = (\lambda^2 + 1)^2.$$

Его график задает, согласно идее, изложенной в разделе 3.1, когомологическую устойчивость объектов и явлений при $\lambda=0$. Используем значение λ как скалярное отношение

w , полагая, что $w=\lambda$. Соединим с его помощью R^3 и T^1 в единый комплекс, образуя метрику пространства событий SE для электромагнитного поля. При значении

$$w=0=\lambda$$

мы приходим тогда к модели пространства Ньютона, соответствующей метрике

$$n^{11} = \text{diag}(1, 1, 1, 0).$$

С другой стороны, как легко видеть, каноническая метрика g^{11} , соответствующая выбору $\lambda=1$, есть метрика Минковского, которая индуцирует группу Лорентца. Эта группа имеет генераторы, следуя разделу 3.4, полученные сложением и вычитаем элементов $(a^i, b^i) \in V(4)$.

Поэтому деформированная группа Лорентца, следуя разделу 2.1, индуцирует при $w=0$ когомологически устойчивое пространство-время Ньютона и его группу Галилея.

В разделе 1.1 показано, что единное описание всей совокупности экспериментальных фактов в электродинамике Максвелла при учете динамики несобственной инерции электромагнитного поля основано на дополнении дисперсионного уравнения (характеризующего внешнее поведение явлений) фазовым уравнением (характеризующим внутреннее поведение явлений). Соответственно ранее была введена система "внутренних" уравнений электродинамики. Согласно исследованию раздела 3.4, отнесем их к секторам $(e^i, f^i, c^i) \in V(4)$. Тогда для них мы имеем характеристический полином

$$y(e, f, c) = \lambda_{\xi}^4 - 2\lambda_{\xi}^2 + 1 = (\lambda_{\xi}^2 - 1)^2.$$

Он индуцирует когомологическую устойчивость объектов и явлений при $\lambda_{\xi} = \pm 1$. Отнесем значению λ_{ξ} внутреннее отношение, полагая, что

$$w_{\xi} = \lambda_{\xi}.$$

Соединяя R^3 и T^1 отношением w_{ξ} , мы получаем метрику событий SE вида $\tilde{g}^{11}(w_{\xi})$. Она имеет два когомологически устойчивых состояния, соответствующие

$$w_{\xi} = \pm 1.$$

Рассмотрим сейчас, следуя разделу 1.1, вариант изменения параметров электромагнитного поля, согласно которому

$$w = w_{\xi}.$$

Состояние с $w_{\xi}=1$, используемое группой Лорентца канонического вида, допустимо характеристическим полиномом подгрупп $(a^i, b^i) \in V(4)$. Однако оно когомологически неустойчиво. Только подгруппы (e^i, f^i, c^i) обеспечивают когомологическую устойчивость $w_{\xi}=1$. Следовательно, согласно принятому подходу, оно индуцируется внутренним поведением поля.

Поэтому "стабильность" $w_{\xi}=1$ обусловлена не свойствами пространства-времени Минковского, а законами динамики частоты w электромагнитного поля.

Общая картина когомологически устойчивых состояний следует из графиков для многочленов $y(a, b) = y_1$, $y(e, f, c) = y_2$ (рис. 4.35).

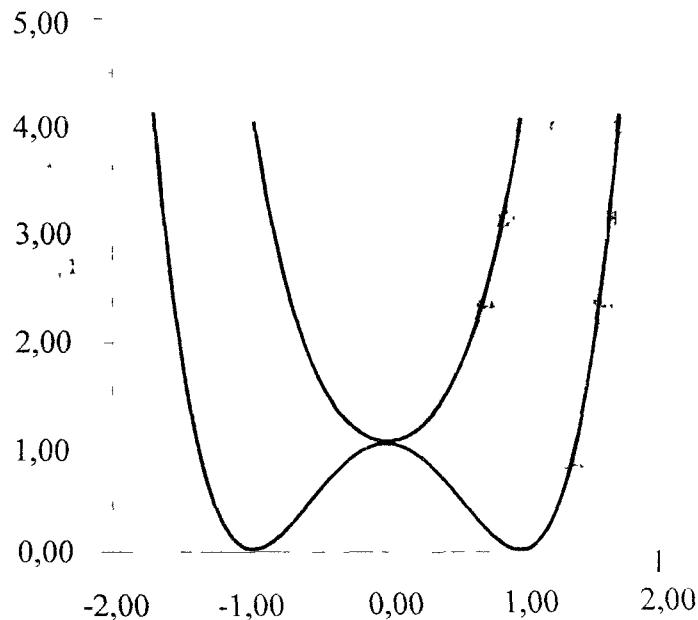


Рис. 4.35. Графики характеристических полиномов группы $V(4)$

Внутреннее состояние когомологически устойчиво при $w_\zeta = \pm 1$, внешнее - при $w=0$. Они индуцируют абсолютное (Ньютона), относительное (Минковского) и сверхсветовое пространство-время.

Рассмотрим также графики характеристических полиномов для метрики Ньютона $n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$, сверхсветовой метрики $r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$ (рис. 4.36, 4.37).

$$Y(n_{1,2}^{ij}) = (\lambda \pm 1)^2 \cdot \lambda$$

$$Y(r_{1,2}^{ij}) = (\lambda \pm 1)^3 \cdot (\lambda - 1)$$

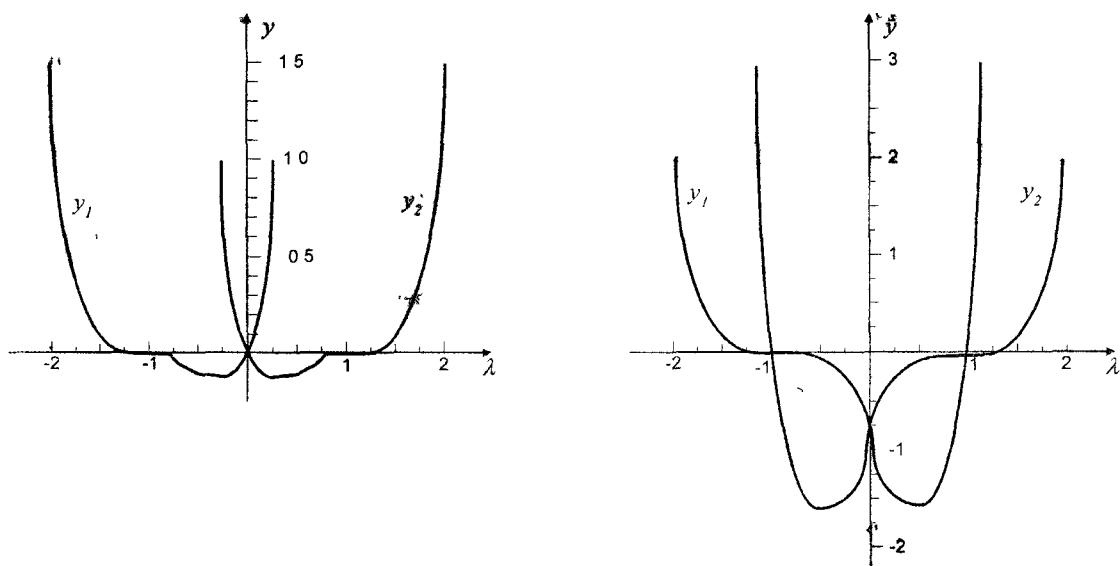


Рис. 4.36 График полинома $Y(n_{1,2}^y)$

Рис. 4.36 График полинома $Y(r_{1,2}^y)$

Сейчас нами выделен спектр значений λ , который соответствует характеристическим полиномам $V(4)$ и их метрикам канонического вида (n^{ij}, r^{ij}) . Действительно, имеем значения λ_{mm} согласно табл. 4.2.

Значения λ_{mm} и их когомологические источники

$Y(\xi)$	$Y(g^{ij}); Y(e^i, f^j)$	$Y(n^{ij})$	$Y(r^{ij})$	$Y(a^i, b^j)$
λ_{mm}	0	± 0.25	± 0.50	± 1.0

Таблица 4.2.

Формально рассмотрим $\alpha'' = \text{diag}(1, 1, 1, -p)$. Тогда

$$\lambda_{mm} = \frac{\pi}{4}(3p - 1).$$

Пусть $3p \in Z$. Получим табл. 4.3.

Значения λ_{mm} для $\alpha''(p)$

$3p$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$4\lambda_{mm}$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

Таблица 4.3.

Допуская самостоятельное существование α'' , мы имеем соответствие двух рядов целых чисел, отличающихся на единицу. Обнаружение значений λ_{mm} , которым сопоставлено скалярное отношение w , позволяет найти p .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- На примере электродинамики Максвелла показано, что с алгебрами, используемыми для заполнения и проявления физических моделей, ассоциированы локальные метрики. По этой причине пространственно-временные свойства "несут на себе" алгебраическую сущность физических объектов и явлений. Сделано предположение, что именно диагональные метрики ответственны за взаимное превращение бозонов и фермионов.
- На основе анализа уравнений Максвелла выдвинута идея, что глобальное пространство-время имеет фундаментальную локальную расщепленность, состоящую в том, что его расслоение есть прямая сумма пространства событий SE и пространства состояний SS со своими метриками, связностями, динамиками. Эта расщепленность индуцирует многообразие ситуаций, реализуемых в физических моделях.
- На основе анализа диагональной локальной метрики с конформным множителем показано, что ее когомологические свойства зависят от пяти параметров. Найдена алгебра эквивалентных и тривиальных преобразований для локальной метрики. Выделены два типа пространственно-временных преобразований, следующие из структуры гомологической активности моделей, использующих локальную метрику. Введена концепция комплексного времени и указаны ее возможные приложения к анализу явлений физического мира. Введено понятие комплексной скорости и указаны факторы, влияющие на нее.

4. Показано, что физическое различие R^3 и T^1 имеет когомологическую природу. Метрика Минковского нетензорна при введении композитов в физическую модель инерции и она недостаточна для описания динамики инерции поля, более того, без нее можно обойтись. Указана специфика подхода Эйнштейна к описанию динамики инерции поля.

5. Проанализирована общая структура модели электромагнитных явлений со сверхсветовыми скоростями. Показано, что она индуцирует модель расслоенного пространства-времени, базой которого, в частности, может быть $R^3 \times T^1$, а слоем - псевдоевклидово пространство Минковского. Показано, что принцип относительности в форме требования симметрии уравнений относительно пространственно-временных преобразований является недостаточным для моделирования явлений. Сформулировано понятие внешней и внутренней архитектуры физической модели. Указано различие принципов относительности Галилея и Эйнштейна.

6. Показано, что в электродинамике Максвелла используются четыре метрики. Две из них соответствуют пространству состояний SS , задавая размеры и время жизни физических объектов, вторая пара соответствует пространству событий SE , характеризуя относительное движение объектов и их частей. Установлено, что все метрики могут быть получены из алгебры $I(4)$. Их динамика обусловлена гомологической алгеброй. Найден алгебраический механизм преобразования скорости \tilde{U} в частоту ω и частоты в скорость. Сделано предположение, что им соответствуют физические механизмы таких преобразований. Приведен аргумент, согласно которому причиной абсолютной длины и времени могут быть сверхсветовые скорости.

7. Показано, что группа Лорентца когомологически индуцирует абсолютное пространство-время Ньютона, а также сверхсветовые скорости. Выдвинуто предположение, что метрика Минковского когомологически устойчива при отношении $w=1$ из-за внутреннего поведения электромагнитного поля и обусловлена динамикой его частоты.

ГЛАВА 5

КОГОМОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

АТОМОВ СВЕТА

*"Желаете достичь нового?
Ищите его за границами логики".*

(Из опыта)

Введение	241
5.1. Механическая модель атома света-нотона.....	241
5.2. Физические аспекты нотона	251
5.2.1. О возможности нулевой скорости нотона.....	252
5.2.2. Продольные и поперечные размеры атома света	253
5.2.3. Физические причины поляризации.....	254
5.2.4. Механизм образования электронов и позитронов из нотонов	255
5.2.5. Концепция самодостаточности нотона	257
5.3. Числовые параметры атома света	258
5.4. Рецепторы и <i>n</i> -схемы нотона.....	260
5.5. Сопоставление макро- и микроуровней электромагнитного поля	263
Заключение.....	267

ВВЕДЕНИЕ

Чтобы только начать исследование атомов света как самодостаточных частиц, необходимо предварительно справиться с препятствиями, стоящими на этом пути. Во-первых, необходимо без использования концепции эфира единым образом описать всю совокупность фактов классической физики, которые известны из исследования электромагнитных явлений. Тогда появятся основания для некоторого отказа от волновой модели света, для которой чужда его концепция как системы частиц. Во-вторых, необходимо "вернуть" в электродинамику модель абсолютного пространства-времени или некий ее аналог, потому что частицы мы понимаем как объекты, имеющие объем в трехмерном пространстве, известном из макроскопического опыта, полученного при исследовании механических движений. Частицы имеют также время жизни, единое для всех объектов. В-третьих, необходимо хотя бы приблизительно установить, из чего состоят атомы света, каковы параметры его составных частей, как они взаимодействуют и движутся относительно друг друга. В-четвертых, необходимо найти аргументы, свидетельствующие о пользе концепции атомов света и допускающие экспериментальную проверку.

Хочется думать, что указанная система препятствий образует нечто единое целое и потому решение хотя бы одной из отмеченных проблем приближает или стимулирует решение других. Очевидна пугающая сложность задачи рассмотрения света как системы частиц.

Электродинамика Максвелла со сверхсветовыми скоростями, рассматриваемая как модель в абсолютном пространстве Ньютона, изложенная в главе 1, дает новый теоретический ответ на две поставленные проблемы. Исходный пункт дальнейшего анализа получен в главе 3, согласно которой не только электродинамика, но и вся фундаментальная физика базируется на группе $V(4)$. Это единство впечатляет в силу достигнутой общности, а также потому, что найдены исходные "алгебраические кирпичики" физических моделей. Ими является группа $U(1) \times SU(2)$. Но тогда ее и следует положить в основу моделирования атома света, что сделано, с опорой на феноменологию, в данной главе. Этот подход позволил считать, что атомы света состоят из системы дисков, каждый из которых содержит 2 центральных и 2 периферических частицы. Эти частицы по своим размерам могут быть разные, потому что имеют макроскопические рецепторы – аналоги струн, посредством которых взаимодействуют между собой.

Предложенная модель движения частиц в атоме света позволяет дать новую информацию о его поведении, что представлено в данной главе.

5.1. МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА СВЕТА-НОТОНА

На основе следствий из электродинамики Максвелла со сверхсветовыми скоростями, допускающей абсолютное пространство и время, поддержаны гипотеза Ньютона, что свет есть поток частиц. Предложено рассматривать каждую частицу света как квантово-механическую систему, состоящую из дисков, расположенных друг за другом. Приведены аргументы, согласно которым каждый диск аналогичен атому материи и имеет пару центральных и пару периферических ядер. Из этих же ядер образуются лептоны и нуклоны. Даны чистовые параметры атома света и картина механического движения его составных частей.

В современной физике свет есть система квантово-механических объектов - фотонов - с противоречивыми свойствами. Они имеют корпускулярные параметры, но не имеют

В современной физике свет есть система квантово-механических объектов - фотонов - с противоречивыми свойствами. Они имеют корпускулярные параметры, но не имеют собственных размеров, они имеют волновые параметры, но это не может быть волна в эфире. Возможность использования абсолютного пространства-времени для описания эффектов классической электродинамики является новым обстоятельством. Примем его во внимание. Будем считать, следуя гипотезе Ньютона, что свет является потоком частиц. Пусть они имеют составные части, внутреннее движение, связи, структуру, динамику. Естественно считать, что такая частица имеет квантово-механическую природу, является атомом света. Назовем его нотоном.

Примем точку зрения, что частицы материи и частицы поля состоят из одних и тех же элементов. Для нее есть основания. Известно, что при столкновении двух γ -квантов, не имеющих массы покоя и электрически нейтральных, рождаются электрон e^- и позитрон e^+ , имеющие ненулевую массу покоя и равные по величине, но противоположные по знаку электрические заряды. Имеет место обратное превращение: из электрона и позитрона получаются два γ -кванта. Следовательно, материя и поле едины, как предполагал еще Ньютон, они могут превращаться друг в друга. По этой причине можно считать, что нотон "хранит тайну" электрического заряда и массы. Поскольку установлено, что волновые уравнения электродинамики Максвелла и волновые уравнения электрона Дирака имеют единую алгебраическую природу, будем это считать математическим аргументом в пользу физического единства нотона и электрона. Примем идею, что лептоны, нуклоны и нотоны имеют центральную часть - ядро и периферическую оболочку.

Выполним моделирование нотона, учитывая многочисленные данные опыта. Следуя группе Z_4 , введем формально четыре типовых ядра, имеющих функции порождения зарядов. Обозначим их

$$(\bullet, \circ, \star, \diamond).$$

Будем считать, что они способны иметь $n \geq 2$ рецепторов - нитей с активным концом. С парой рецепторов они изображены на рис. 5.1.

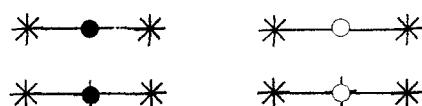


Рис. 5.1. Элементы физических частиц

Примем точку зрения, что элементарные частицы комбинаторно создаются из данных элементов, образуя открытые, закрытые и полузакрытые системы (рис. 5.2).

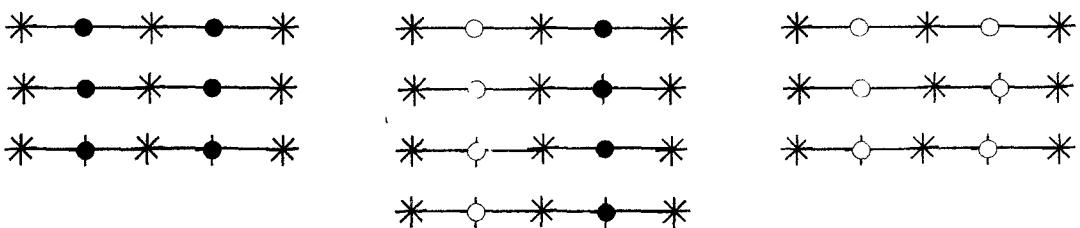


Рис. 5.2а. Открытые системы элементов

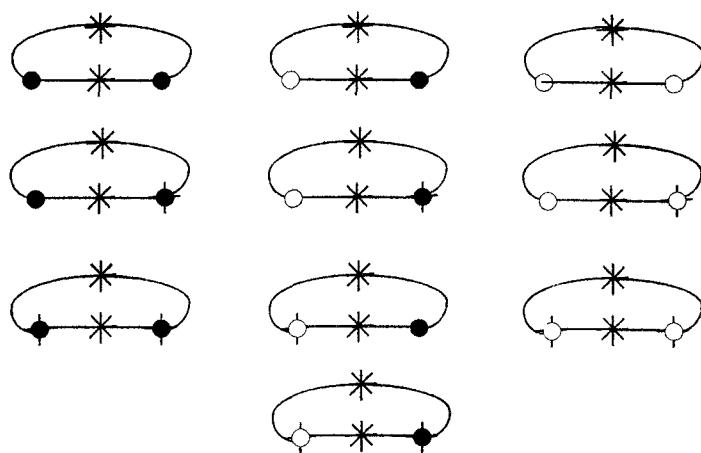


Рис. 5.2б. Закрытые системы элементов

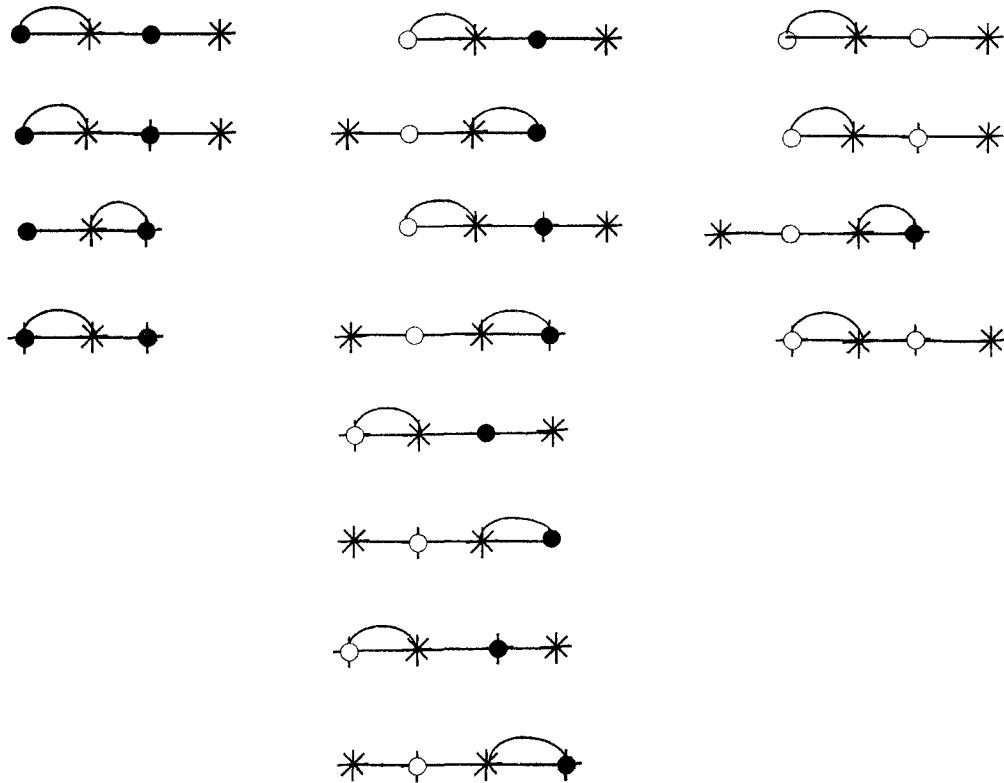


Рис. 5.2в. Полузакрытые системы элементов

Ситуация существенно усложняется, когда рецепторов у каждого ядра больше двух и если они способны меняться. Самостоятельный интерес представляет задача эволюции рецепторов, согласованной с динамикой ядер. Назовем частицы, составленные из темных ядер, кварками, из светлых ядер - нейтрино, из смеси ядер - нотонами. Будем считать, что они могут иметь как связи указанного вида, так и "орбитальное" движение частей друг относительно друга.

Допустим возможность соединения типовых элементов в частицы материи, когда заряды α , α^* образуют ядро, а заряды β , β^* - периферию. Тогда имеем частицы, которые, по-видимому, являются прототипами электрона и позитрона. Они содержат ядра (● или \circlearrowleft) в центральной части и ядра (○ или \circlearrowright) на периферии, а рецепторы их свободны (рис. 5.3)

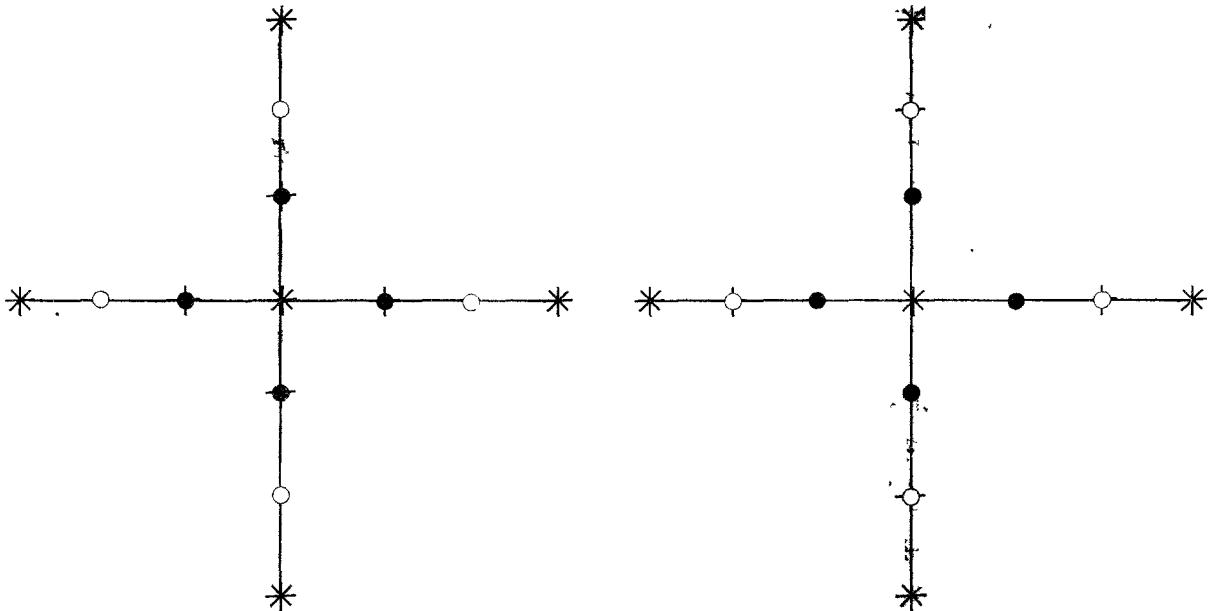


Рис. 5.3. Прототипы электрона и позитрона

Допустим возможность соединения элементов в атом поля, при котором они образуют отдельный диск нотона. Пусть возможны замкнутые струны для центральных зарядов β , β^* и для периферических зарядов α , α^* (рис. 5.4).

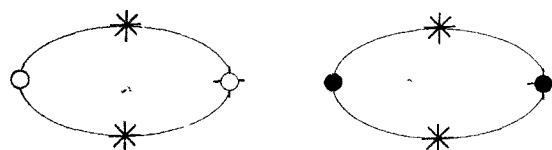


Рис. 5.4. Замкнутые струны

Будем считать, что имеет место орбитальное движение (α , α^*) и (β , β^*) вокруг их общего центра масс. Примем за аналог движение тел в Солнечной системе. Согласуем принятые допущения с данными опыта.

Следуя квантовой теории, для электрического $\vec{E}_{p\mu}$ и магнитного $\vec{H}_{p\mu}$ полей имеем

$$\vec{E}_{p\mu} = i \sqrt{\frac{\omega}{2V}} \vec{e}^{(\mu)} \exp\{i(\vec{p}\vec{r} - \omega t)\},$$

$$\vec{H}_{\mu} = i \sqrt{\frac{\omega}{2V}} \left[\frac{\vec{p}}{p} \vec{e}^{\mu} \right] \exp\{i(\vec{p}\vec{r} - \omega t)\}.$$

С другой стороны, из классической теории электромагнетизма известно, что поля E и H связаны линейной зависимостью

$$\sqrt{\mu} H = \sqrt{\epsilon} E$$

и потому одновременно проходят максимумы и минимумы. Векторы \vec{H} и \vec{E} перпендикулярны друг другу и они вместе перпендикулярны скорости \vec{v} движения нотона, образуя с ней правовинтовую систему. Представим цикл периодического изменения \vec{E} и \vec{H} (рис. 5.5).

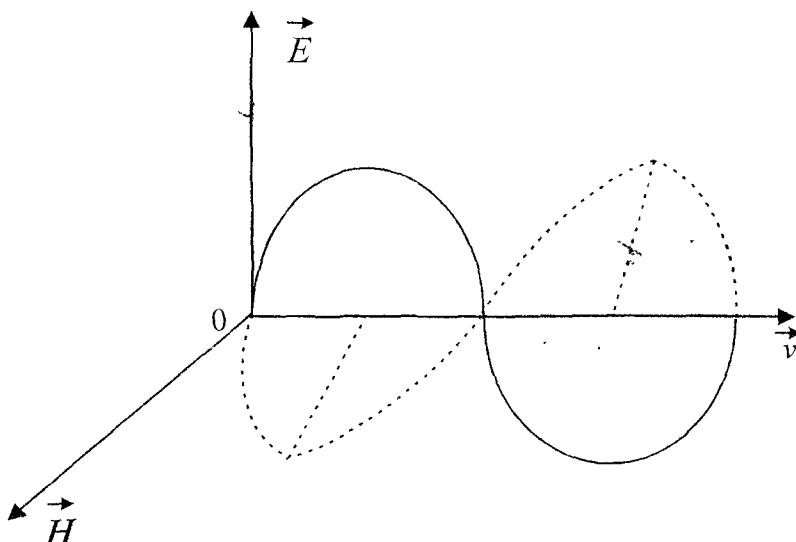


Рис. 5.5. Согласованное изменение векторов \vec{E} и \vec{H}

Механическая интерпретация такого поведения поля возможна. Введем вектор \vec{R} , указывающий положения частицы (O) в нотоне, вектор \vec{Q} , задающий направление от (⊕) к (●) и вектор \vec{P} , перпендикулярный \vec{Q} и образующий с ним правовинтовую систему, согласованную с движением (O) вокруг центра. Тогда

$$\vec{E} = a \vec{P} (\vec{R} \vec{P}), \quad \vec{H} = b \vec{Q} (\vec{R} \vec{P}).$$

Поля \vec{E} , \vec{H} меняются циклически и согласованно из-за движения ядер (○ и ⊕) вокруг ядер (● и ⊖). Пусть картина движений соответствует рис. 5.6. Согласно ей состояние периферических ядер меняется механически, оно сопровождается динамикой рецепторов, согласованной с положением относительно центральных ядер.

Найдем закон, управляющий движением периферических элементов вокруг центральных. Примем для оценок формулу

$$ma = m\omega^2 R = \frac{mM}{R} \sigma = F,$$

где a - ускорение, F - сила, m - масса периферического заряда, M - масса центрального заряда. Отсюда

$$\omega = \frac{(\sigma M)^{1/2}}{R}.$$

Если радиус вращения

$$R = \chi^{1/2} \lambda,$$

пропорционален длине волны λ , то имеем для нотона

$$\frac{\sigma M}{\chi} = c_0^2$$

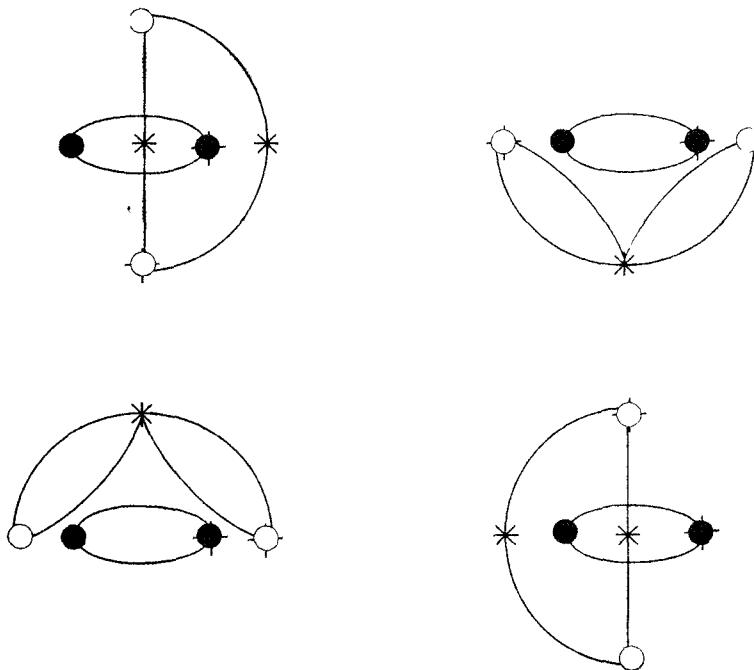


Рис. 5.6. Механическое движение элементов нотона

В этом варианте скорость периферического заряда вокруг центра нотона согласована с внешней скоростью нотона c_0 .

Потенциал V , соответствующий силе $F \sim \frac{1}{r}$, есть $V \sim \ln r$, что означает наличие внутри нотона сил экспоненциального типа. Полагая, что момент количества движения может быть постоянным, имеем

$$mvR = \text{const}.$$

Ему соответствует выражение для импульса

$$mv = \frac{\text{const}}{R}.$$

Если $v = c$, $R = \chi^{1/2} \lambda$, $\text{const} = \chi^{1/2} \hbar$, где \hbar - постоянная Планка, получим

$$mv = \frac{\hbar}{\lambda}, \quad p = mc = \frac{\hbar}{\lambda} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{E}{c}.$$

Если предположить, что при остановке нотона он теряет энергию, которую имеют периферические частицы, получим

$$E = \Delta E = \frac{m_1 + m_2}{2} c^2 = mc^2.$$

Из сопоставления формул имеем

$$\hbar\omega = mc^2.$$

Поэтому механическая модель нотона удовлетворяет принципу соответствия с предшествующими ей моделями и экспериментом.

Нотон имеет поперечные размеры и структуру, которая периодически меняется. Такова предполагаемая модель. Однако нотон является квантовым объектом и потому для него возможна теория типа Шредингера. В разделе 1.7 указано уравнение

$$\Omega^{ik} \partial_i A_k - b_k^p \sigma^k A_p - V = const,$$

претендующее на эту роль. В разделе 3.6 показано, что уравнение Шредингера можно рассматривать для вырожденного поля, тензор напряженности которого, построенный по аналогии с электромагнитным полем, тождественно равен нулю. Выберем $A_k = \partial_k \varphi$. Тогда

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m \equiv 0.$$

Пусть, кроме этого, имеем

$$\alpha^{ik} = \Omega^{ik} = diag(1, 1, 1, 0), \quad b^k = 0, \quad V = a\varphi, \quad const = 0.$$

Тогда получим стандартное уравнение

$$\alpha^{ik} \partial_i \partial_k \varphi = a\varphi,$$

используемое в скалярной теории дифракции. Следовательно, предлагаемое уравнение для нотона в состоянии описывать дифракцию, присущую электромагнитному полю. Оно имеет свои "степени свободы", обусловленные выбором $(\Omega^{ik}, b_k^p, \sigma^k, V)$. При указанном подходе в структуре и динамике нотона большую роль может играть вырожденное электромагнитное поле.

Из физических соображений следует, что в отсутствие внешних воздействий энергия нотона должна быть постоянной. Согласно опыту, она пропорциональна E^2 и H^2 . Если мы ограничимся моделью атома света как отдельного "диска", то достичь постоянства энергии простыми средствами трудно. Объяснить, почему энергия нотона постоянна, становится возможным, если рассмотреть несколько согласованных между собой *дисков*. Поскольку для каждого из них предполагается выполнение условий, требуемых уравнениями Максвелла, мы приходим к модели атома света как системы, состоящей из *дисков*, расположенных друг за другом. Тогда возможно, чтобы при минимуме энергии на одном диске достигался максимум энергии на втором диске, что обеспечит постоянство энергии для всей системы.

Следовательно, нужно предположить, что, кроме поперечной структуры и динамики, нотон имеет продольную структуру и динамику. По сути дела, именно об этом

свидетельствуют интерференционные свойства света. Использование *пары* элементов, из которых состоит атом света, задает дополнительные аргументы в пользу принятого в электродинамике Максвелла подхода, согласно которому необходимо *всегда* рассматривать двухтензорное поле. Оно задается тензорами F_{mn} и H_{mn} . По своей сути, это два калибровочных поля со своими самостоятельными потенциалами. Они могут быть одинаковы, когда электромагнитное поле свободно. Тогда

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_{[k} H_{mn]} = 0,$$

где

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m, \quad H_{mn} = \partial_m B_n - \partial_n B_m.$$

Согласно экспериментальным данным, поля F_{mn} и индукции H_{mn} связаны между собой, что соответствует физическому предположению о взаимной связи движений в атоме света. Поставив в соответствие каждому тензору свой "диск", имеем *минимальный* атом света, состоящий из двух дисков. Как реальная физическая частица он имеет поперечную структуру и динамику, задаваемую двумя *дисками*, а также продольную структуру и динамику, задаваемую взаимосвязью дисков между собой. Они основаны на взаимодействии центральных и периферических зарядов (рис. 5.7).

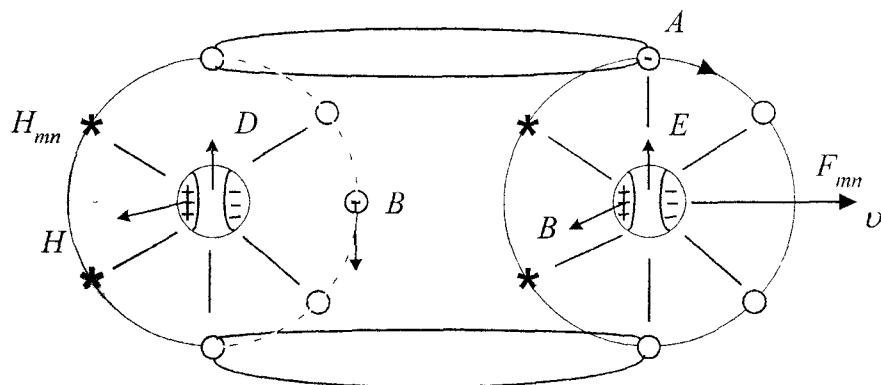


Рис. 5.7. Минимальный атом света

Такая картина удовлетворяет потребности интуитивного анализа оптических явлений.

Модель нотона позволяет рассматривать его как систему "живых" частиц, у которых меняются и ядра, и рецепторы, и их количество. У них согласовано изменение центральной части и периферии. При расположении радиус-вектора \vec{R} по \vec{P} нотон имеет максимальную "активность", при \vec{R} перпендикулярно \vec{P} нотон "отдыхает". У него согласовано внутреннее движение с внешним, а изменение частоты сопровождается изменением размеров частицы. Понятно, что при взаимодействии со средой будет происходить как набор, так и потеря энергии нотоном. Более того, согласно принятой картине движения зарядов, периферическая струна может "разрываться" и "склеиваться" в течение одного цикла, что, из физических соображений, будет сопровождаться потерей энергии, давать неизбежное "старение" нотона, уменьшение частоты ω . Кроме этого, согласно основной модели, рецепторы, соединяющие периферические заряды, могут иметь макроскопическую длину и потому существует неизвестный механизм их разрушения и сохранения, что, вероятно, так или иначе происходит при любом акте взаимодействия. Возможно, что в формализме диаграмм Фейнмана это косвенно учи-

тывается. Нужно было бы соединить его с предлагаемыми физическими возможностями, по-новому решая в этой связи проблему перенормировок. Кроме этого, большое значение может иметь тонкая структура нотона, которую следует изучить. В частности, предполагая, что рецепторы состоят из отдельных звеньев, мы можем связать квантовые эффекты с дискретностью их структуры, а допуская самовосстановление рецептора при его разрушении обеспечить его макроскопическую длину.

Предложенная модель соответствует гомологической природе поля. Действительно, соединим в целое две группы, необходимые и достаточные в электродинамике: во-первых, калибровочную группу $\alpha(x)$ скалярных функций, во-вторых, инерционную группу $w(x)$, заданную в интервале $[0, 1]$. Их прямое произведение образует цилиндр, моделируя механическую модель нотона. Возможно, такая аналогия применима и для калибровочных полей более сложной структуры, представляющей соединение указанных звеньев физической модели.

Теория инерции "подсказывает", как устроен элементарный диск нотона. Действительно, нами получена ранее целочисленная группа когомологий инерции электромагнитного поля в виде $\sigma = H_c^0(Z, A) = [-1, -i, i, 1]$, задающая метрики событий SE вида $\sigma^{\mu} = \text{diag}(1, 1, 1, \sigma^2)$. Располагая ее элементы по осям координат комплексной плоскости, получим "парус инерции" (рис. 5.8).

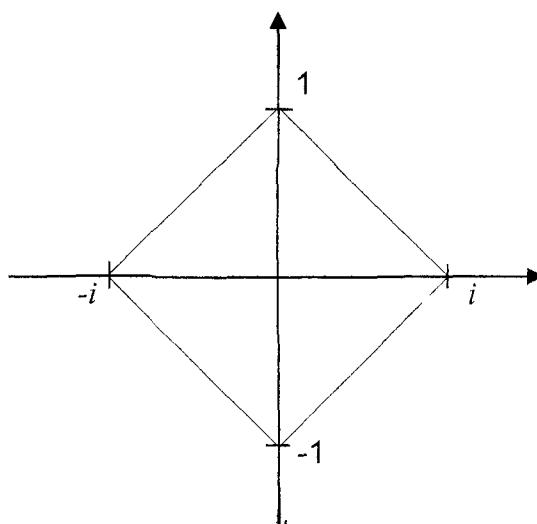


Рис. 5.8 "Парус инерции"

Он аналогичен использованному нами диску нотона, содержащему две пары ядер. Идея наличия у ядер сложной системы активных рецепторов позволяет ввести наглядные механические представления в модели элементарных частиц. Комбинаторика соединения элементов задает новую классификацию микрообъектов. Они становятся "похожими" на объекты макромира и к ним приложимы, в частности, приемы и методы классической физики. Так формируется новый путь изучения микрообъектов. Аналогия с макромиром становится средством проникновения в их суть.

Заметим, что в принятом подходе, в отличие от модели атомов материи, используются не две основные частицы (электрон и нуклон), чему соответствует группа $Z_2 = \{(-1, 1)\}$, а четыре основные частицы ($\bullet, \circ, \blacktriangleleft, \triangleright$), что соответствует группе $Z_4 = \{(+i, -1, -i, 1)\}$. Значит, принято предположение, что микрочастицы устроены

сложнее, чем атомы и молекулы материи. Следуя принципу соответствия, для микрочастиц необходимо использовать уравнение типа Шредингера. Пусть

$$\sqrt{i\alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \nabla^2 \Phi + iV = \hat{H}\Phi.$$

Мы учли квадратный корень от начального элемента группы Z_4 , допуская тем самым новые возможности моделирования. Выбор гамильтониана \hat{H} может быть обоснован только из сравнения расчета с экспериментальными данными.

Сопоставим N_1 -парам темных ядер кварки, частицы, из которых состоят нуклоны. Получим элементы трех типов, по-разному соединяя $(* - \bullet - *)$ и $(* - \bullet - *)$. Имеем

$$(* - \bullet - * - \bullet - *), (* - \bullet - * - \bullet - *), (* - \bullet - * - \bullet - *).$$

Пусть это будут $(u-, d-, s-)$ кварки. Их спины $[S]$, нуклонные $[p]$ и электрические $[e]$ заряды, согласно модели Гелл-Манна, задаются табл. 5.1. Их массы равны $\frac{1}{3}$ массы нуклона.

Параметры кварков

Таблица 5.1.

Параметры	$[S]$	$[p]$	$[e]$
Тип			
$u-$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$d-$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$s-$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Отсюда следует, что элементы $(* - \bullet - *)$, $(* - \bullet - *)$ имеют параметры, близкие к параметрам кварков, деленным на число N_1 . Рецепторы дают дополнительные степени свободы, которым можно поставить в соответствие "странные" и "очарование" кварков.

Сопоставим N_2 -парам светлых ядер нейтрино, частицы, получающиеся при взаимном превращении лептонов (электронов, мезонов, каонов). Из комбинаторики соединения $(* - \circ - *)$ и $(* - \circ - *)$ имеем элементы трех типов

$$(* - \circ - * - \circ - *), (* - \circ - * - \circ - *), (* - \circ - * - \circ - *).$$

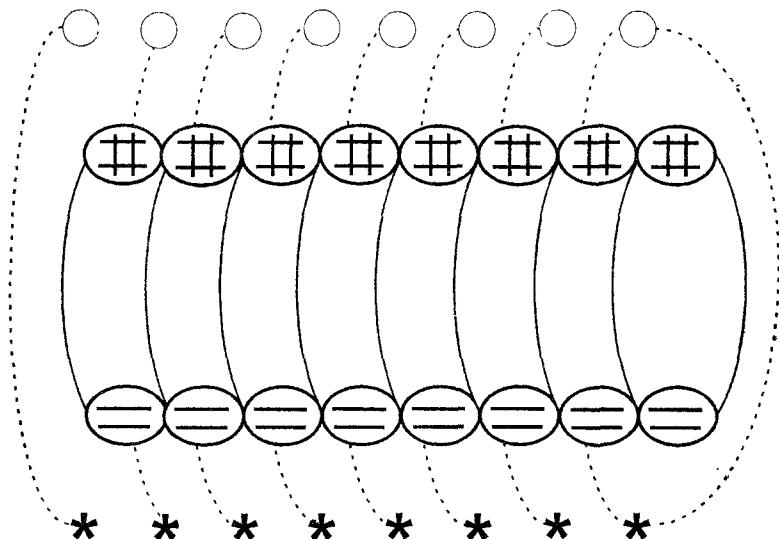
Пусть это будут прототипы электронного ν_e , мюонного ν_μ и каонного ν_τ нейтрино. Они обнаружены экспериментально. Их параметры изучены. Для масс границы таковы:

$$14 \text{ Эв} \leq m(\nu_e) \leq 46 \text{ Эв}, \quad m(\nu_\mu) < 0.52 \text{ Мэв}, \quad m(\nu_\tau) < 250 \text{ Мэв}.$$

Элементы $(* - \circ - *)$, $(* - \circ - *)$, следовательно, имеют параметры нейтрино, деленные на число N_2 . Рецепторы дают дополнительные степени свободы, что позволяет ввести "странные" и "очарование" для нейтрино.

Поскольку ядра (\bullet , \circ , \blacktriangle , \diamond) рассматриваются как единая система, возможно их превращение друг в друга. *Получение кварка из нейтрино и нейтрино из кварка* представляется естественным в предлагаемой модели.

5.2. ФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ АТОМА СВЕТА



$$\omega = \sigma \left(1 + \frac{\varphi}{c^2} \right) \frac{\omega - \bar{K} \bar{U}_{0\xi}}{\left(1 - w_{\xi} U_{0\xi}^2 / c^2 \right)^{1/2}}$$

На основе предложенной модели атома света как системы дисков, состоящих из пары центральных и пары периферических прозарядов, проанализированы новые физические эффекты и указаны новые физические механизмы явлений. Показано, что протяжденный нотон может иметь при отражении от границы близкую к нулю скорость и некоторое время "скользить" по границе. Принято предположение, что попечные и продольные размеры нотона способны меняться динамически, что проявляется во всех явлениях в форме дополнительности его кинетической и потенциальной энергии. Данна интерпретация поляризации как следствия факта, что центральные заряды нотона имеют то или другое макроскопическое состояние движения. Указан механизм подготовки нотона к образованию из него электрона и позитрона через сближение одинаковых центральных зарядов и удаление от центра периферических зарядов. Предсказана возможность спонтанного рождения электрона и позитрона из высокозергетического нотона. Выдвинута концепция тонкой структуры нотона и его самодостаточности.

Интуитивное представление нотона - атома света, как объекта, имеющего размеры в абсолютном пространстве и времени Ньютона, как системы, состоящей из элементарных дисков, каждый из которых имеет единую структуру, связи, динамику, должно быть согласовано с экспериментальными данными. Важно найти классические макроскопические проявления нотона, а также исследовать аналогию между атомами света и материи.

5.2.1. О возможности нулевой скорости нотона

Рассмотрим атом света как систему элементарных дисков, полагая, что поведение каждого из них в их внешнем проявлении можно рассматривать в соответствии с уравнениями Максвелла. Тогда, по аналогии с геометрической оптикой, нотон "выглядит" как единый объект, состоящий из конечного числа "точек", соединенных между собой "слабой связью". Рассмотрим, как будет происходить отражение света от зеркала в такой модели. Понятно, что с формальной точки зрения можно рассматривать "лучи света" и применять к анализу проблемы отражения и преломления стандартные методики, предложенные Френелем, достигая эффективного расчета, согласованного с уравнениями Максвелла. Понятно, что с физической точки зрения ситуация существенно сложнее. Требуется учитывать протяженность атомов света в поперечном направлении, состояние каждого из дисков в момент взаимодействия с препятствием, связи дисков между собой. Это возможно лишь после получения реальной модели нотона, учитывющей указанные тонкости. Однако некоторые новые аспекты явлений отражения и преломления света на макроскопической границе можно выяснить, пользуясь упрощенной моделью.

Примем во внимание, что каждый диск нотона имеет свою частоту и скорость движения: ω^i , \vec{v}^i , где i - индекс диска. Тогда осредненная частота $\bar{\omega}$ может быть задана выражением

$$\star \quad \star \quad \omega = \bar{\omega} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega^i, \quad \star \quad \star$$

где N - количество элементарных дисков. Аналогично зададим осредненную скорость \bar{v}

$$\bar{v} = \vec{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}^i.$$

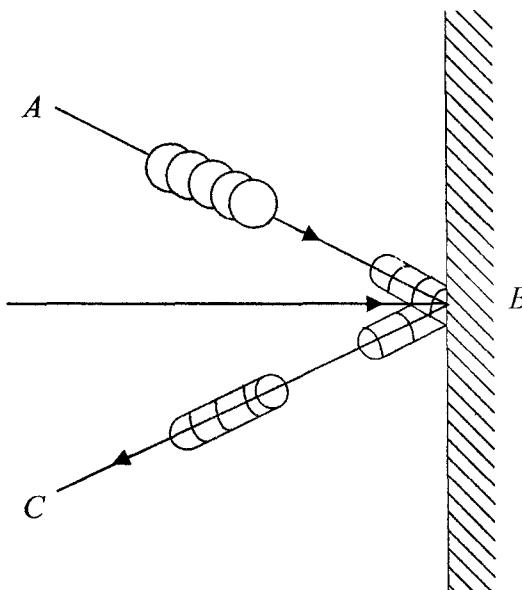


Рис. 5.9. Отражение нотона от границы

Полагая, что каждый элементарный диск взаимодействует независимо и что они образуют целое, мы получаем новую картину взаимодействия света с границей. Она выглядит так (рис. 5.9):

- а) имеется состояние до взаимодействия;
 б) происходит взаимодействие, при котором нотон своими частями "скользит" по поверхности и имеет нулевую скорость по нормали к поверхности, останавливается, когда одна его половина приближается к границе, а вторая половина удаляется от границы;
 в) реализуется единое движение уже отраженного или "преломленного" нотона.
- Фактически так учитывается эффект *нелокальности* нотона. Однако возможность его остановки не может быть учтена посредством нелокальных граничных условий. Нужны новые модели.

5.2.2. Продольные и поперечные размеры атома света

Из проведенного ранее анализа следует, что опыт дает два типа частот, используемых в электродинамике Максвелла: частоту Эйнштейна ω_E , задающую энергию нотона, обусловленную его собственным движением; частоту Бройля ω_B , обусловленную несобственным, инерциальным движением нотона. Согласно главе 1, мы полагаем, что

$$\omega_B = \omega_L \frac{U}{c}.$$

Из общих соображений введем продольный и поперечный размеры нотона. Будем считать, что они пропорциональны длине волны Эйнштейна. Из физических соображений, согласно разделу 5.1, он обусловлен радиусом орбиты, по которой периферический прозаряд движется вокруг центрального прозаряда. Пусть

$$L_* = a\lambda, \quad L_{\parallel} = b\lambda,$$

где $*$, \parallel - знаки поперечного и продольного размеров соответственно. Возможна зависимость коэффициентов от длины волны. Она будет учитывать тонкую структуру, связи и динамику нотона. В частности, коэффициенты могут зависеть от количества элементарных дисков соединенных между собой, так что

$$a = a(\lambda, N), \quad b = b(\lambda, N).$$

Модель не исключает реализаций, при которых продольный размер может быть существенно больше поперечного $L_{\parallel} >> L_*$ или, наоборот, поперечный размер становится больше продольного $L_* >> L_{\parallel}$. Наглядно это показано на рис. 5.10.

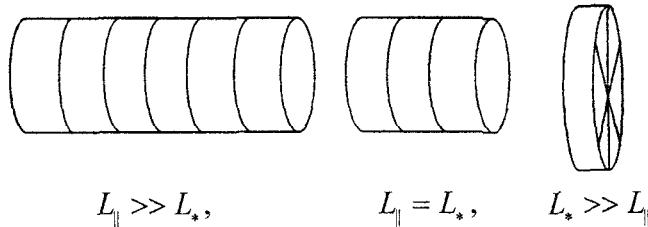


Рис. 5.10. Соотношение размеров нотона

В современной физике на определение размера атома света был наложен запрет. Квантовая электродинамика построена без модели атома света как реальной физической

частицы. Свет оставался "вещью в себе" и его анализ проводился с "закрытыми глазами".

Доказать, что атом света есть реальная физическая частица со своими составляющими, структурой, связями, динамикой, сложно. Однако, следуя разделу 5.1, здесь допустима аналогия с макроскопическим опытом. Нетрудно рассчитать размеры и другие параметры системы, состоящей из подсистем. Важно, чтобы следствия углубляли и уточняли опыт. Более трудно все измерить, потому что велики скорости света и непонятно, как изучать его структурные составляющие. Укажем дополнительные возможности изучения динамики размеров нотона, следующие из соображений размерности. Действительно, определим для атома света длину Эйнштейна L_E , и длину Бройля L_B , полагая

$$L_E \sim \lambda_r = \frac{c}{\omega_r}, \quad L_B \sim \lambda_L^2 / \lambda_B = \lambda_r \frac{u}{c}.$$

Тогда с увеличением ω_E размер L_E нотона уменьшается (например, атом света сжимается в размере, когда увеличивается количество элементарных дисков, из которых он состоит). С увеличением же ω_B из-за скорости U , размер L_B не уменьшается, а увеличивается. Например, можно представить, что нотон "одевает шубу", что меняется состояние его рецепторов, а потому и взаимодействие нотона. Мы приходим к необходимости построения алгоритмов пространственного анализа элементарных частиц, который он включает в себя много тонкостей.

5.2.3. Физическая причина поляризации

Наличие пространственно-временной модели атома света позволяет делать новые физические предположения о природе и сущности поляризации. Действительно, согласно модели раздела 5.1, периферические ядра образуют пару и взаимодействуют между собой через отверстие, образованное для этого центральными ядрами. Таким способом, очевидно, выделено направление поляризации, соответствующее атому света. Центральная часть атома света является "носителем" его поляризации (рис. 5.11).

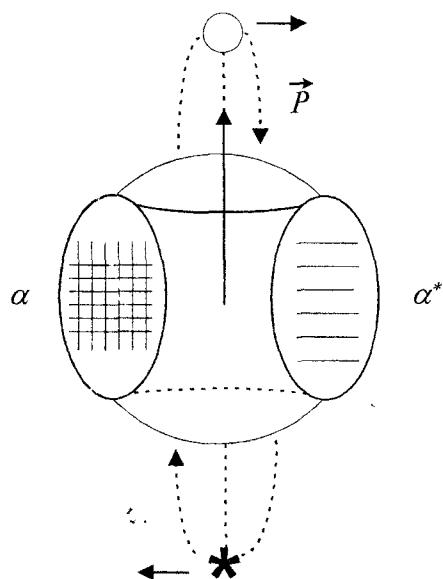


Рис. 5.11. Иллюстрация сущности поляризации света

Если центральная часть не имеет макроскопического движения, которое меняет положение "отверстия", направление поляризации сохраняется. Если имеется беспорядочное движение центра (что возможно лишь для ансамбля нотонов, или в случае, когда центры нотонов находятся в состоянии интенсивного взаимодействия), тогда свет рассматривается как состояние без поляризации (осредненная поляризация равна нулю). Введем вектор поляризации для ансамбля нотонов, полагая

$$\vec{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{P}_i.$$

Здесь \vec{P}_i - вектор поляризации отдельного нотона, N - их количество в выделенном для осреднения объеме. Предложенная модель стимулирует поиск вариантов описания структуры, связей и динамики для центральных ядер.

5.2.4. Механизм образования электронов и позитронов из нотонов

Анализ поляризации света, дифракции и интерференции приводит к задаче моделирования центральных частей атома света. Согласно основному предположению, атом света состоит из системы дисков, соединенных между собой. Следуя принятой модели, мы имеем систему, состоящую из множества центральных прозарядов и множества периферических прозарядов. Примем точку зрения, что возможно изменение взаимодействия как одного, так и другого типа зарядов, когда меняется их количество. Так, если нотон имеет много дисков, он уменьшает свои размеры: диски приближаются друг к другу. Примем точку зрения, что при этом элементарные заряды отодвигаются друг от друга и "отверстия" между ними увеличиваются. В итоге образуется конфигурация, в которой заряды одного типа близки друг к другу, а заряды разных типов удалены один от другого (рис. 5.12).

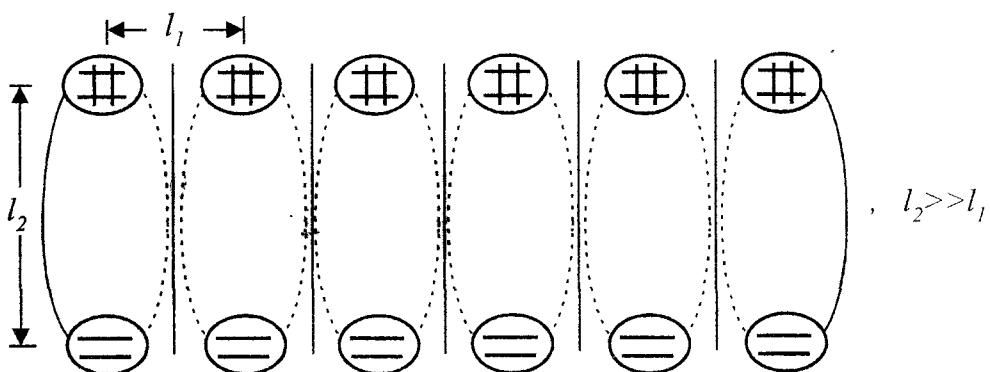


Рис. 5.12. Картина изменения нотона

Согласно базовой модели раздела 5.1, центральное ядро окружено периферическими зарядами, которые могут сближаться, если имеют одинаковый заряд и удаляться, если имеют разные заряды. Соответственно происходит формирование новых самостоятельных структур, когда происходит "деление" нотона. Понятно, что рассуждения такого типа являются лишь подготовительными для конструирования реальных моделей, как классического, так и квантово-механического типа. Подготовка к "делению", с формальной точки зрения, означает, что создаются условия для образования новой устой-

чевой системы. Следовательно, по-видимому, при большом количестве дисков возможно *самопроизвольное деление атомов света на две самостоятельные частицы*. Предсказываемый новый эффект пока не наблюдался экспериментально.

Устойчивость электронов и постоянство электрического заряда свидетельствуют о новом качестве, которое имеют электроны в отличие от нотонов. Возможно, центральные прозаряды имеют способность чувствовать свой размер, задаваемый длиной соответствующих рецепторов. Тогда, они располагаются в его пределах, формируя не только связи между собой, но и обеспечивая связи с окружающим миром. Поэтому различными являются системы, состоящие из одного, двух, трех ... центральных субзарядов. "Рецепторы" зарядов - макроскопические струны - выходят за пределы "своего" пространства (рис. 5.13).

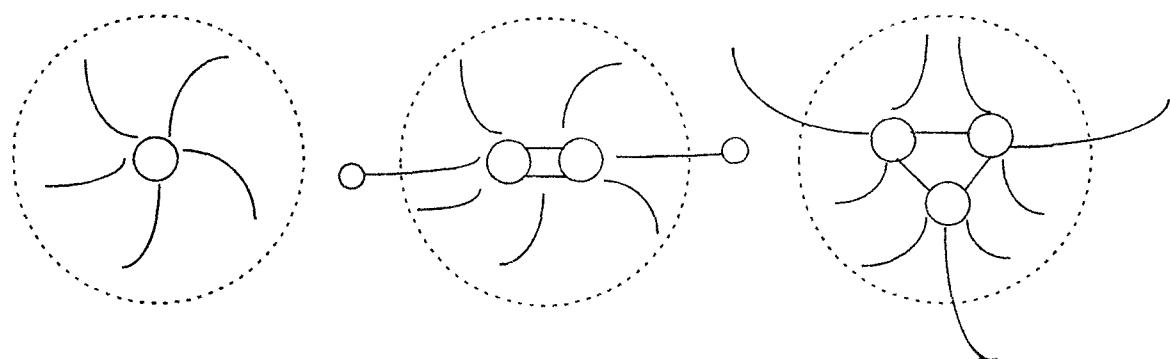


Рис. 5.13. Иллюстрация механизма устойчивости электрона

При количестве прозарядов центрального типа, достаточном для заполнения своего объема, система становится устойчивой, что и обеспечивает стабильность электрона. Поскольку к центральным прозарядам присоединены периферийские прозаряды, получаем системы (рис. 5.14), задающие прототипы электрона и позитрона.

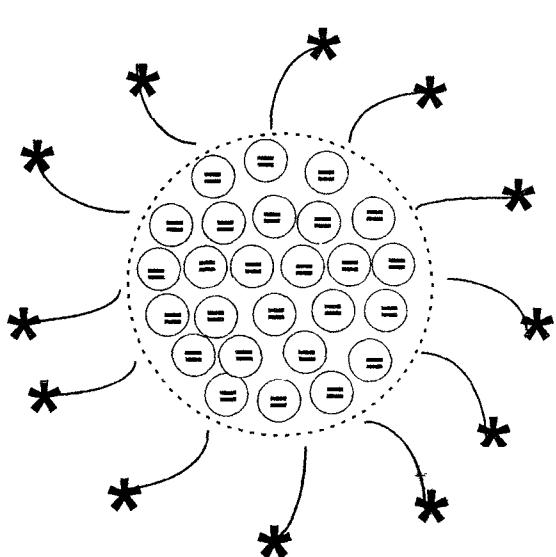


Рис. 5.14а. Прототип электрона

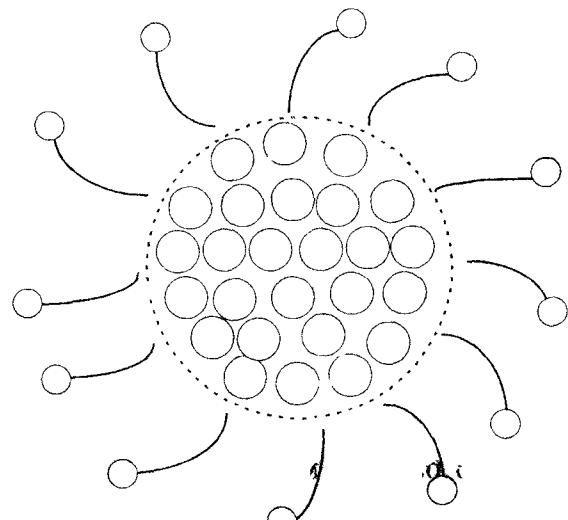


Рис. 5.14б. Прототип позитрона

Соответственно, они способны снова образовать γ -кванты, если произойдет их столкновение. Тонкости и детали механизмов, которые здесь работают, еще предстоит найти. По-видимому, существует ряд интересных аспектов взаимодействия центральных зарядов, когда они проникают в сферу действия друг на друга. Понятно, что дополнительно им может соответствовать скрытая сущность, находящаяся за пределами макроскопического пространства и времени. Кроме этого, следует принять во внимание, что каждому заряду соответствует свое пространство инерции. При излучении нотонов могут иметь место новые физические эффекты. Так, ускорение электрона, реализуемое в электрическом или магнитном поле, приводит к излучению нотонов. Этот процесс считается "вытекающим" из свойств электрона. В развивающем подходе возможна иная точка зрения. Состоит она в том, что можно представлять себе электростатическое поле как систему связанных между собой *пассивных* нотонов. Пассивный нотон отличается от активного тем, что его периферическая часть покоятся относительно центра. Имеем два их типа (рис. 5.15).

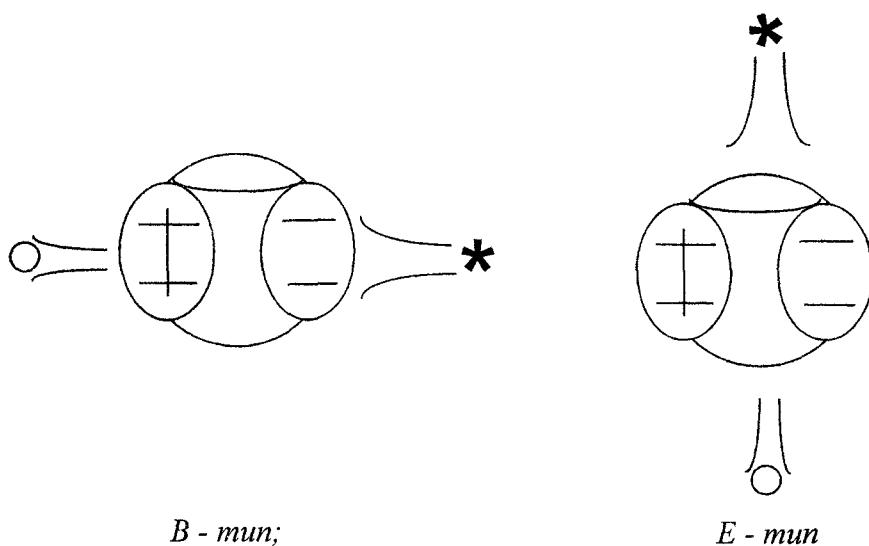


Рис. 5.15. Типы пассивных нотонов

Когда электрон попадает в ускоряющее поле, он приводит в движение пассивные нотоны. Они переходят в активное состояние, начинают двигаться, периферические заряды вращаются вокруг центра. Становится возможным переход *E*-типа в *B*-тип, а *B*-типа в *E*-тип.

5.2.5. Концепция самодостаточности нотона

Движение атомов света в межзвездном и межгалактическом пространстве возможно лишь в том случае, если нотон образует самодостаточную систему. Рассмотрим его с этой точки зрения. Но тогда должны быть учтены все аспекты взаимодействия нотона с окружающей его средой или полем, изучены его связи, а также внутренняя динамика. Из физических соображений, приведенных в главе 1, следует, что при взаимодействии с окружающей средой (или гравитационным полем) он изменяет свою скорость, частоту. Дополнительно, согласно модели раздела 5.1, он является сложной системой, способен изменить свои размеры и свою конфигурацию, а также свои элементы. Нотон

меняет потенциальную и кинетическую энергию. Они состоят, согласно главе 3, из трех частей, имеют внешнее, связевое и внутреннее проявление. Сложным является взаимодействие нотона с макроскопическим экраном. По-видимому, на основе подробного анализа явлений дифракции можно составить достаточно детальное представление о внутренней структуре нотона. Для этого понадобятся уравнения, которые согласуются с уравнениями Максвелла и имеют дополнительные элементы.

Отдельной проблемой становится взаимодействие атомов света друг с другом. В зависимости от того, какова исходная модель и каков заложен механизм внешнего взаимодействия, будет различной, в частности, интерференция света. Поэтому детальный анализ интерференции является, по-видимому, важной эмпирической основой для развития модели атома света. Важно найти также *скрытые* возможности для анализа и использования нотона. Заметим, что модель электромагнитных явлений допускает новое соединение эффектов, относящихся к изменению собственной и несобственной инерции электромагнитного поля. Так, если выполнить обобщение связей между полями и индукциями для *внутреннего* электромагнитного поля, задающего *фазовое* условие согласно разделу 1.1, то мультиплексивно могут быть учтены и потенциал гравитационного поля φ и скорость несобственной инерции $U_{0\xi}$ со своей фазой w_ξ . Например, пусть

$$\omega = \sigma \left(1 + \frac{\varphi}{c^2} \right) \frac{\omega_0 - \vec{K} \vec{U}_{0\xi}}{\left(1 - w_\xi U_{0\xi}^2 / c^2 \right)^{1/2}}.$$

В этом варианте нотон способен одновременно "чувствовать" и гравитационное поле и физическую среду. Соответственно меняется его частота. Коэффициент σ , допустимый из общих соображений, способен учесть эффект *старения* нотона, что может проявляться физически в изменении его прозарядов, связей между ними или тех "*рецепторов*", посредством которых он реагирует на свое окружение. По мере развития экспериментальных средств и уточнения алгоритмов расчета появится возможность построения детальной, подробной модели атома света. Она нужна, по-видимому, как для выяснения механизма появления и изменения массы m , так и электрического заряда e . По-видимому, атом света имеет "ключи" к управлению динамикой зарядов, что может иметь существенные практические приложения.

5.3. ЧИСЛОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ АТОМА СВЕТА

Показано, что размеры частиц, из которых состоит нотон, существенно меньше размера электрона. Сделано предположение, что электрический заряд, масса, постоянная Планка имеют топологическую природу.

Принимая предложенную модель атома света в виде системы элементарных дисков имеем следующие числа:

- | | |
|---|------|
| количество частиц в центре диска | - 2; |
| количество частиц на периферии диска | - 2; |
| количество дисков в минимальном атоме света | - 2. |

Полагая, что электрон образован из центральных прозарядов атома света и на половину упакован ими по объему, имеем соотношение

$$r_e^* = 2N r^*,$$

где r_e - радиус электрона, r - радиус центрального прозаряда. Отсюда

$$r^* = \left(\frac{1}{2N} \right)^{\frac{1}{3}} r_e \approx 10^{-23} \div 10^{-25} M.$$

Из макроскопического опыта следует, что периферические заряды на 2÷3 порядка меньше центральных. Принимая эту аналогию, оценим их размеры

$$r_f^* \approx (10^{-1} \div 10^{-3}) r^* \approx 10^{-26} \div 10^{-28} M.$$

При этом рецепторы могут иметь макроскопическую длину.

Рассчитаем с точностью до множителя постоянную Планка $h = 6.626176 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{с}$, полагая, что ее значение обусловлено топологической структурой модели электрона. Введем формулу для h :

$$h = \frac{S_f + S_e}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\dim V_{i+1}}{\dim V_i},$$

где S_f, S_e - значение спинов фотона и электрона соответственно, V_{i+1} - группы универсальной симметрии $i+1$ уровней, полагая, что размерности принимают значения

$$\dim V_i = n^2 - 1.$$

Пусть, соответственно, $n = 2, 4, 8, 16, 32 \dots$. Тогда

$$h_1 = 7.5; \quad h_2 = 6.9;$$

$$h_3 = \frac{1.5}{3} \left(\frac{15}{3} + \frac{63}{15} + \frac{255}{63} \right) = 6.6238095;$$

$$h_4 = 6.4722685;$$

$$h_5 = 6.3786919 \dots$$

Выберем

$$h \approx h_3 = 6.238095.$$

Определим, с точностью до множителя, значение электрического заряда

$$e = 1.6021892 \cdot 10^{-19} \text{ кл}$$

формулой

$$e = \frac{1}{2} \frac{h_4 + h_5}{4} = 1.60637$$

Аналогично имеем по формуле

$$q = \frac{e}{m} = \frac{1}{4} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i$$

отношение электрического заряда к массе электрона

$$\frac{e}{m} = 1.7588 \cdot 10^{11} \text{ кл} \cdot \text{кг}^{-1}.$$

Тогда

$$q_1^* = 1.8, \quad q_2^* = 1.75198, \quad q_3^* = 1.718505.$$

Их среднее значение задает

$$q = 1.7568.$$

Понятно, что принимать всерьез эти расчеты неправильно, но идея, что указанные величины могут иметь топологическую природу, выражена здесь ярко.

5.4. РЕЦЕПТОРЫ И n -СХЕМЫ НОТОНА

$$\hat{B}(\gamma', \partial_i, x') \xi(x') = 0, \quad \varepsilon_{kl}'' g^{kl} x^l x^k a_i a_j = \text{const}.$$

На основе предположения, что каждый прозаряд потона имеет нити-рецепторы, которые располагаются по орбите группы заполнения $V(2)$, дана картина механического движения составных частей в атоме света, которая образует его 0-схему. Показано, что углубление модели потона до уровня 1, 2, ... схем может быть выполнено по-разному, достигая единого описания его алгебраических, дифференциально-геометрических и топологических аспектов.

Нами принята физическая модель атома света в виде системы дисков, связанных между собой и расположенных друг за другом. Дадим ее геометрическое обоснование. Для этого, исходя из физических соображений, каждый прозаряд, представленный точками

$$(\bullet, \circ, \star, \diamond)$$

дополним парой "нитей", которые назовем рецепторами. Пусть они оканчиваются "звездочками", посредством которых могут быть соединены друг с другом. Имеем тогда четыре опорных заряда:

$$(*-\bullet-*), \quad *-\bullet-* , \quad *-\circ-* , \quad *-\diamond-*)$$

Их соединение в систему назовем 0-схемой потона. Следуя подходу, согласно которому точки и линии могут быть заменены неточечными объектами, как бы "увеличенены", каждое такое увеличение назовем 1-, 2-, ... схемами потона.

Покажем, что расположение рецепторов, согласно предлагаемой модели, имеет аналогию с геометрией орбит группы $V(2)$. Действительно, используем предложенный в разделе 3.1 способ конструирования векторного поля по матрице γ' . Введем оператор

$$\hat{B}(\gamma', \partial_i, x') = \begin{array}{c|cc} & \frac{\partial}{\partial x^1} & \frac{\partial}{\partial x^2} \\ \hline x^1 & \alpha & \beta \\ x^2 & \delta & \gamma \end{array} = \alpha x^1 \frac{\partial}{\partial x^1} + \beta x^1 \frac{\partial}{\partial x^2} + \gamma x^2 \frac{\partial}{\partial x^2} + \delta x^2 \frac{\partial}{\partial x^1}.$$

Тогда функция $\xi(x')$, удовлетворяющая условию $\hat{B}\xi(x)=0$, задает орбиты группы. В группе $V(2)$ имеет такие варианты:

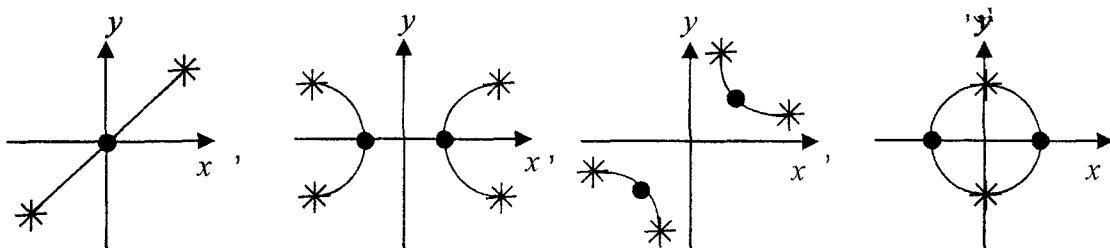
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{B}_1 = x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \Rightarrow \xi_1 = \frac{x}{y} + c_1.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{B}_2 = x \frac{\partial}{\partial y} + y \frac{\partial}{\partial x} \Rightarrow \xi_2 = x^2 - y^2 + c_2,$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{B}_3 = x \frac{\partial}{\partial x} - y \frac{\partial}{\partial y} \Rightarrow \xi_3 = xy + c_3,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{B}_4 = -y \frac{\partial}{\partial x} + x \frac{\partial}{\partial y} \Rightarrow \xi_4 = x^2 + y^2 + c_4.$$

Им соответствуют кривые



которые мы сопоставили с опорными зарядами. При таком подходе микрообъекты "индуцируются" группой $V(2)$, а соответствующие им макрообъекты имеют симметрию $V(4) = V(2) \otimes V(2)$.

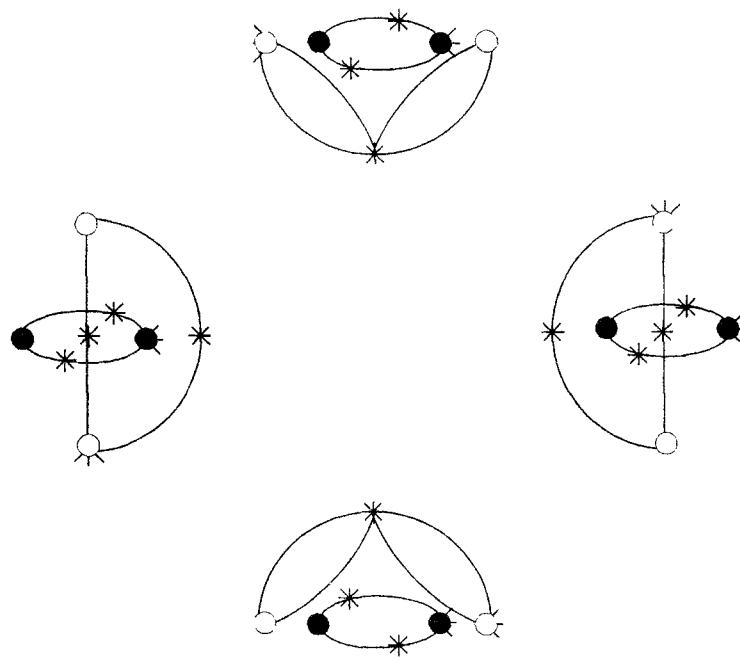


Рис. 5.16. Динамическое расположение прозарядов и рецепторов

Рассмотрим отдельный "диск" атома света, полагая, что периферические опорные заряды двинутся вокруг центральных. Будем различать стадии такого движения согласно рис. 5.16.

Покажем, что рецепторная 0-схема нотона позволяет дать механическую модель E^* -типа и B^* -типа, в котором могут находиться нотоны согласно разделу 5.2.4 (рис. 5.17).

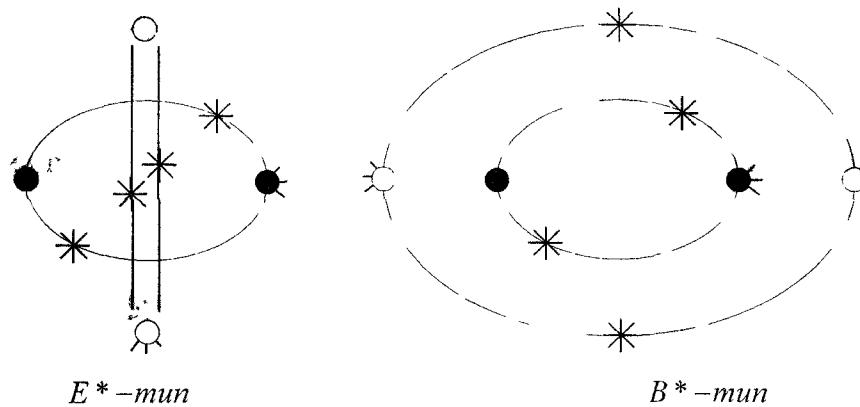


Рис. 5.17. Пассивные состояния нотона

Если эту аналогию принять всерьез, то появляется возможность в рамках 0-схемы нотона "показать" преобразование E^* -типа в B^* -тип и обратно (рис. 5.18).

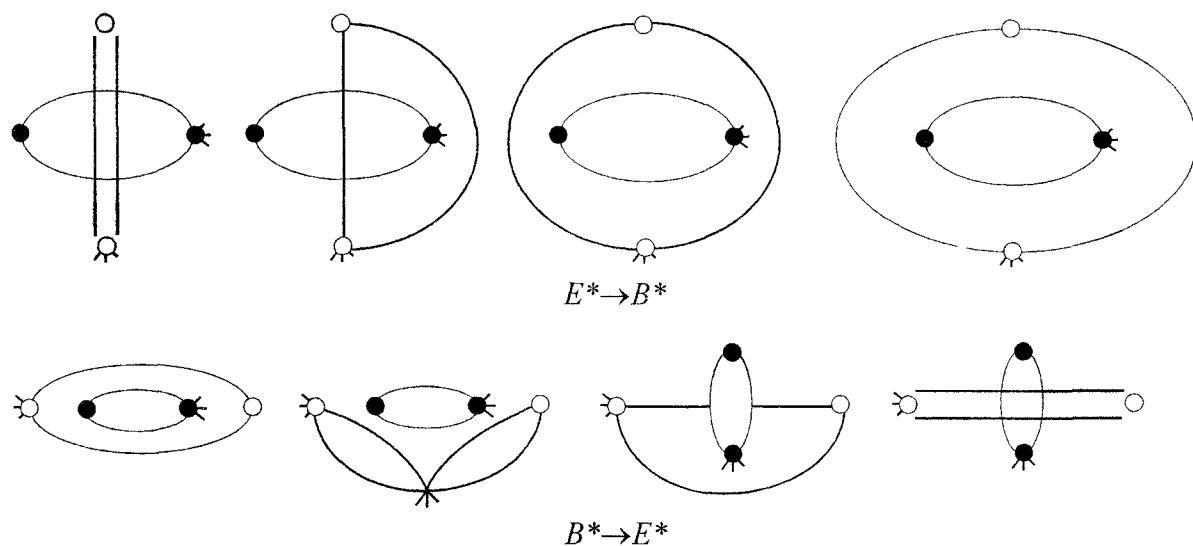


Рис. 5.18. Превращения пассивных нотонов

Поскольку это только аналогия, использовать ее в практике необходимо со всеми предосторожностями.

Заметим, что изменению орбит соответствует динамика рецепторов. Очевидно, что она обусловлена поведением когомологии. Проиллюстрируем этот тезис, используя обобщенное уравнение орбит вида

$$\frac{x}{a^2} + w \frac{y^2}{b^2} = p^2.$$

Его можно рассматривать как GAG -модуль

$$\varepsilon_{klr}^{\mu\nu} g^{kl} x^r x^\lambda a_\mu a_\nu = \text{const.}$$

Мы ввели в него композитную метрику $g^{kl} = \text{diag}(1, w)$, а также компоненты ковектора (a_μ, a_ν) . Они могут быть связаны с когомологиями де Рама, если ввести их как дифференциальные формы

$$H^0(G, A) \leadsto w, \quad H^1(G, A) \leadsto a_\mu dx^\mu \dots$$

Изменение (w, a_μ) задает динамику орбит, а потому описывает динамическое поведение нотона.

Перейти к 1-схеме нотона можно разными способами, рассматривая прозаряды и рецепторы как сложные объекты. Например, 0-схема B^* -типа может иметь "тонкую" структуру, задаваемую нормалами к рецепторам и эволютой - огибающей касательных к нормалам. Тогда теория нотона получает дифференциальную-геометрическую и топологическую связь с теорией особенностей для кривых и поверхностей.

Выбор указанного количества прозарядов и "звездочек" для рецепторов в предлагаемом подходе обоснован тем, что группа $V(2)$ является подгруппой, полученной из аддитивного умножения

$$V(2) \in Q = Z_4 \oplus Z_4,$$

где Z_4 - циклическая группа четвертого порядка с начальным элементом i . Выбирая в качестве исходной Z_8 с элементом \sqrt{i} , получаем 8 опорных заряда со своими рецепторами, "звездочки" которых можно рассматривать как скрытые заряды. Данное замечание сделано для того, чтобы указать, что картина 0-схемы нотона аналогична, но не более того, привычной механической макроскопической модели. Нотон "большой своей частью" расположен в комплексном пространстве и аналогия его с привычным опытом условна. По этой причине будет достаточно трудно провести ее экспериментальное подтверждение.

5.5. СОПОСТАВЛЕНИЕ МАКРО- И МИКРОУРОВНЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Принята точка зрения, что полное исследование физического явления или объекта включает их геометрические, алгебраические и топологические аспекты, дополняющие друг друга. Показано, как это выглядит на макроуровне и установлена аналогия для атома света.

Примем основное предположение, что *каждой k-цепи соответствует k-форма и верно обратное*. Символически представим его взаимно обратной связью вида

$$k\text{-форма} \Leftrightarrow k\text{-цепь.}$$

Пусть нас интересуют точечные события. Это означает, что мы ограничиваемся рассмотрением 0-цепей или точек. Им ставятся в соответствие 0-формы или скаляры. Рассчитаем минимально необходимое число 0-цепей (0-форм) в полной модели электромагнитных явлений, используя развитую концепцию инерции поля. Согласно ей, мы

имеем, во-первых, собственную – $ia(1)$ и несобственную $ia(2)$ инерцию, во-вторых, каждой из них соответствуют внешние (*out-*) и внутренние (*in-*) точечные параметры. Их пересечение задает систему из четырех точек. Согласно модели электромагнитных явлений с неограниченными скоростями, для описания несобственной инерции введены внешняя 0-форма w и внутренняя 0-форма w_ξ , названные отношениями. Для собственной инерции аналогично введем внешний – n и внутренний n_ξ показатели преломления. Будем считать, что все они связаны между собой. Имеем

$$(w, w_\xi, n, n_\xi)$$

в качестве системы 0-форм для электромагнитного поля на макроуровне. Их связи вида

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)], \quad w_\xi = w$$

соответствуют частной ситуации. В общем случае соотношения могут быть сложнее, в частности, возможно, что $n = n(w), n_\xi \neq n$.

Траектория точечного события есть линия или 1-цепь. Поставим ей в соответствие 1-формы, полагая, что

$$\overset{(1)}{\omega}(x) = g_{\mu\nu} u^\nu dx^\mu, \quad \overset{(1)}{\omega}_\xi(x) = p_{\mu\nu} k^\nu dx^\mu.$$

Здесь $(g_{\mu\nu}, p_{\mu\nu})$ – четырехметрики, (u^ν, k^ν) – компоненты четырехскорости и четырехвектора. Введем

$$u^\nu = \alpha dx^\nu, \quad k^\nu = q^{\nu\sigma} k_\sigma.$$

Мы получаем, что

$$\overset{(1)}{\omega}(x) = \alpha g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = ds^2|_{SE},$$

$$\overset{(1)}{\omega}_\xi(x) = \alpha^{-1} p_{\mu\nu} q^{\nu\sigma} k_\sigma u^\mu.$$

Именно такие величины, задающие интервал событий SE и фазовое условие, используются в электродинамике с неограниченными скоростями, когда изучается несобственная инерция. Собственная инерция, согласно принципу аналогии, также имеет 1-формы

$$\overset{(1)}{\Omega}(x), \quad \overset{(1)}{\Omega}_\xi(x),$$

задавая второй интервал событий SE и второе фазовое условие. В настоящее время принято отождествлять их с величинами $\overset{(1)}{\omega}(x), \overset{(1)}{\omega}_\xi(x)$, хотя в принципе они могут быть другими. Заметим, что система 1-форм, следя схеме, найденной для 0-форм, может иметь сложную зависимость друг от друга. Ее суть и физические приложения следует изучить отдельно. В частности, также может проявляться пространство состояний SS и дополнительные условия для объектов типа атома света.

2-циклем (замкнутым кривым на плоскости) поставим в соответствие 2-формы, соответствующие полям и индукциям в их внешнем и внутреннем проявлении. Они охватывают, как принято в электродинамике со сверхсветовыми скоростями, пары $(F_{\mu\nu}, H_{\mu\nu}), (f_{\mu\nu}, h_{\mu\nu})$. Имеем, соответственно

$$\overset{(2)}{\omega}(x) = F_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu, \quad \overset{(2)}{\omega}_\xi = f_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu,$$

$$\overset{(2)}{\Omega}(x) = H_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu, \quad \overset{(2)}{\Omega}_\xi = h_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu.$$

К идею столь сложного дополнения можно было бы прийти раньше, если бы опыт подсказал указанное согласование 0-форм и если бы была принята концепция единства для согласования различных k -форм. Понятно, что совершенно новыми являются связи между $F_{\mu\nu}$ и $f_{\mu\nu}$, $H_{\mu\nu}$ и $h_{\mu\nu}$.

На данном этапе мы обнаруживаем аналогию макроописания электромагнитного поля с предполагаемой моделью атома света – нотона. У него имеется четыре базовых прозаряда (точек), он имеет систему рецепторов (1-цепей), точки и рецепторы при своих движениях способны располагаться на плоскости (2-цепи).

Принятый подход подсказывает, в какую сторону и каким образом развивать модель электромагнитных явлений далее. Действительно, на этапе использования k -элементов мы имеем трехмерный объем (3-цепи). 3-формы

$$\overset{(3)}{\omega}(x) = q_{\iota\iota} B'_{kl} dx^l \wedge dx^k \wedge dx^l,$$

$$\overset{(3)}{\omega}_\xi(x) = \underset{(\xi)}{q_{\iota\iota}} \underset{(\xi)}{B'_{kl}} dx^l \wedge dx^k \wedge dx^l,$$

$$\overset{(3)}{\Omega}(x) = \mu_{\iota\iota} C'_{kl} dx^l \wedge dx^k \wedge dx^l,$$

$$\overset{(3)}{\Omega}_\xi(x) = \underset{(\xi)}{\mu_{\iota\iota}} \underset{(\xi)}{C'_{kl}} dx^l \wedge dx^k \wedge dx^l$$

соответствуют рассмотрению атома света как объекта, занимающего объем в трехмерном пространстве. Фактически, так мы приходим к учету нелокальных свойств электромагнитного поля. Тензоры типа $B'_{\iota k}$, B'_{jk} , C'_{kl} , C'_{kl} позволяют учесть нелокальность,

если заменить частные производные, входящие в уравнения Максвелла, на ковариантные, когда

$$\partial_\iota \Rightarrow \nabla_\iota = \partial_\iota + B_\iota,$$

$$\text{где } B_\iota = B_\iota \left(B'_{jk}, B'_{jk}, \dots \right).$$

Нечувствительность связности без кручения к локальным преобразованиям координат свидетельствует, очевидно, что связность выходит за рамки этих преобразований, не охватывается ею. *Физика подсказывает своими опытами, что для атома света важна нелокальность.* Известно, что при переходе света из вакуума в плотную среду частота меняется лишь тогда, когда относительная скорость $\Delta \vec{v}$ источника излучения и среды $\Delta \vec{u}$ равны нулю. Если $\Delta \vec{u} \neq 0$, то частота меняется. В рамках локального подхода физически понять эту ситуацию невозможно. При рассмотрении нелокального объекта, каким мы представляем себе атом света, динамика его параметров может зависеть от того, в каком соотношении находится внешняя скорость нотона как единого объекта с внутренней скоростью его составных частей. Если внутренняя скорость \vec{v}_m скорелли-

рована с внешней v_{out} , то взаимодействие способно это учесть, в частности, на основе механизма изменения частоты.

Для величин, входящих в 3-формы, нужны самостоятельные уравнения. Чтобы почувствовать, откуда их можно взять, представим через $B_{\nu\kappa}^\sigma$ тензор $\Phi_{\nu\mu}$, посредством которого выражается потенциал электромагнитного поля. Пусть

$$A_\mu = k^\nu \Phi_{\nu\mu} = k^\nu B_{\nu\kappa}^\sigma B_{\sigma\mu}^\kappa.$$

Составим из величин, посредством которых мы желаем описать нелокальность электромагнитного поля, лагранжиан

$$L_\mu = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-\mu} \mu^{\alpha\beta} \left(B_{\delta\alpha}^\gamma B_{\beta\gamma}^\delta - B_{\alpha\beta}^\delta B_{\sigma\gamma}^\sigma \right)$$

при условии

$$B_{\gamma\delta}^\alpha = \frac{1}{2} \mu^{\alpha\delta} \left(D_\gamma \mu_{\delta\beta} + D_\beta \mu_{\delta\gamma} - D_\delta \mu_{\beta\gamma} \right).$$

Тогда мы получим уравнения, которые используются в теории гравитации. В уравнения

$$\hat{\nabla}_{[k} F_{mn]} = \partial_{[k} F_{mn]} = 0$$

они не войдут, но обеспечат необходимые добавки в

$$\hat{\nabla}_k \tilde{H}'^n = S',$$

потому что в таком случае

$$\hat{\nabla}_k \Omega'^m \neq 0.$$

Реальная ситуация для электромагнитного поля будет существенно иной, чем это следует из стандартных уравнений.

В четырехмерном многообразии, с которым имеют дело физики, задается еще 4-цепь. По-видимому, она ответственна за эволюцию (развитие) объектов. Тогда величины

$$(\overset{(4)}{\omega}(x), \overset{(4)}{\omega}_\xi(x), \overset{(4)}{\Omega}(x), \overset{(4)}{\Omega}_\xi(x))$$

задают новые грани не только классической, но и квантовой теории электромагнетизма. Возможна некоторая свертка величин, задающая тензор четвертого ранга. Например, пусть

$$\overset{(4)}{\omega}(x) = \xi_{ijkl} dx^i \wedge dx^j \wedge dx^k \wedge dx^l,$$

где $\xi_{ijkl} = \sigma_{ij} \sigma_{kl} = R_{ijkl} = a_{ijmn} A_{kl}^{mn} = \dots$.

Только соответствие с опытом может уточнить эти структуры и суть этих выражений. Возможно, они проявляются именно эволюционно, "медленно" меняя атом света изнутри. Но тогда в этом звене может присутствовать динамика фундаментальных констант. Эволюционный аспект может проявиться и в деформационных степенях свободы поля, частично меняя то или другое звено модели или их согласованную систему.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе следствий из электродинамики Максвелла со сверхсветовыми скоростями, допускающей абсолютное пространство и время, поддержана гипотеза Ньютона, что свет есть поток частиц. Предложено рассматривать каждую частицу света как квантово-механическую систему, состоящую из дисков, расположенных друг за другом. Приведены аргументы, согласно которым каждый диск аналогичен атому материи и имеет пару центральных и пару периферических ядер. Из этих же ядер образуются лептоны и нуклоны. Даны числовые параметры атома света и картина механического движения его составных частей.
2. На основе предложенной модели атома света как системы дисков, состоящих из пары центральных и пары периферических прозарядов, проанализированы новые физические эффекты и указаны новые физические механизмы явлений. Показано, что протяженный нотон может иметь при отражении от границы близкую к нулю скорость и некоторое время "скользить" по границе. Принято предположение, что поперечные и продольные размеры нотона способны меняться динамически, что проявляется во всех явлениях в форме дополнительности его кинетической и потенциальной энергии. Дано интерпретация поляризации как следствия факта, что центральные заряды нотона имеют то или другое макроскопическое состояние движения. Указан механизм подготовки нотона к образованию из него электрона и позитрона через сближение одинаковых центральных зарядов и удаление от центра периферических зарядов. Предсказана возможность спонтанного рождения электрона и позитрона из высокоэнергетического нотона. Выдвинута концепция тонкой структуры нотона и его самодостаточности.
3. Показано, что размеры частиц, из которых состоит нотон, существенно меньше размера электрона. Сделано предположение, что электрический заряд, масса, постоянная Планка имеют топологическую природу.
4. На основе предположения, что каждый прозаряд нотона имеет нити-рецепторы, которые располагаются по орбите группы заполнения $I(2)$, дана картина механического движения составных частей в атоме света, которая образует его 0-схему. Показано, что углубление модели нотона до уровня 1,2, ... схем может быть выполнено по-разному, достигая единого описания его алгебраических, дифференциально-геометрических и топологических аспектов.
5. Принята точка зрения, что полное исследование физического явления или объекта включает их геометрические, алгебраические и топологические аспекты, дополняющие друг друга. Показано, как это выглядит на макроуровне и установлена аналогия для атома света.

РЕЗУЛЬТАТЫ

1. На примере электродинамики Максвелла выяснено, что калибровочное поле имеет собственную и несобственную инерцию. Они дополнительны друг другу. По этой причине сложно описать и экспериментально исследовать изменение инерции (разделы 3.1÷3.2).
2. Найден механизм динамического преобразования скоростей (\vec{u}_f, \vec{u}_m) - внешних характеристик несобственной инерции электромагнитного поля в частоту ω_L - внутреннюю ее характеристику (раздел 3.1).
3. Обнаружено пять стадий динамики несобственной инерции электромагнитного поля, каждая из которых имеет свою специфику. Существенную роль играет стадия перехода поля от движения в излучающем устройстве к свободному движению и от него к движению в измерительном устройстве (разделы 3.2÷3.3).
4. В общем виде проанализированы стороны и грани инерции электромагнитного поля. Сделан вывод о сложности процессов, связанных с динамикой инерции (раздел 3.4).
5. Предложена модель учета динамики инерции электромагнитного поля, согласующаяся с известными экспериментами, свободная от ограничений на скорость и предсказывающая новые эффекты: возможность сверхсветовых скоростей в движущемся разреженном газе, а также возможность движения тел с ненулевой массой покоя со скоростью света в вакууме (раздел 3.1).
6. Предложена когомологическая теория относительности, в которой учитывается, что измерение влияет на параметры электромагнитного поля. Алгоритм кинематического сравнения измеренных значений по методу Эйнштейна обобщен посредством скалярной величины w - отношения - показывающей меру динамического изменения несобственной инерции поля (раздел 2.1).
7. Выполнен анализ SH -преобразований, принятых в когомологической теории относительности. Показано, что они позволяют сравнивать между собой стадии динамических процессов для явления, относящихся к разным инерциальным наблюдателям. Специальная теория содержится в когомологической, связывая между собой конечные стадии процессов. Сделан вывод, что кинематический подход, даже с учетом обобщений, дополнителен динамическому, но не способен заменить его (разделы 2.2÷2.3).
8. Введено обобщенное произведение SH -симметрий, показана их неассоциативность, дано рекуррентное соотношение для закона сложения скоростей (раздел 2.2).
9. Показано, что физическая модель электромагнитных явлений способна описывать их без теории относительности, основываясь только на уравнениях с начальными и граничными условиями и их решениями.

10. Проведено различие принципа относительности Галилея, согласно которому разные явления исследуются одним наблюдателем и принципе относительности Эйнштейна, согласно которому одно явление исследуется разными наблюдателями.
11. Введено расщепление локального пространства-времени на абсолютное пространство состояний SS , описывающее объекты в ньютоновском пространстве $R^3 \times T^1$ и на относительное пространство событий SE , описывающее поведение, движение объектов в пространстве типа Минковского с четырехметрикой (раздел 4.2).
12. Предложена операция размещения ∇ , посредством которой возможно генерировать группы с новыми свойствами. На основе циклической группы $Z_4 = \{i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1\}$ получена группа Паули $V(2) \in Z_4 \nabla Z_4$ (раздел 3.2).
13. Предложена графическая интерпретация группы $V(4) = V(2) \otimes V(2)$, где \otimes - тензорное произведение Кронекера. Найдены смежные классы и факторгруппы. Установлено, что $V(4) = U(1) \times SU(4)/Z_4$. Показано, что образующие группы $V(4)$ подчинены соотношениям
- $$\{xy|x\} = [x\{yx\}],$$
- где $[., .]$, $\{., .\}$ - знаки коммутации и антисимметрии (раздел 3.1).
14. Показано, что группа заполнения $G_a = V(4)$, дополненная полугруппой проявления G_b , позволяют в едином алгебраическом виде записать известные физические законы Ньютона-Эйлера, Максвелла, Дирака, Шредингера (разделы 3.3÷3.6).
15. На примере электродинамики Максвелла установлено, что структура S , связи L и динамика D задаются едиными алгебраическими уравнениями. Принята точка зрения, что эта ситуация является общей. Она дополнена идеей, что внешние (*out-*) проявления физической модели всегда следует дополнять связевыми (*l-*) и внутренними (*in-*) (раздел 3.8).
16. Обнаружена композитность величин, условий, законов, используемых в физике, которая состоит в том, что в единый комплекс связываются между собой принципиально разные элементы. В частности, показано, что композитны нетензорные величины, естественно возникающие при использовании нелинейных представлений групп. Они отличаются от привычных величин более сложными законами преобразований (раздел 3.9).
17. Показано, что в физике используются явные и скрытые поля, величины, функции, операции. Они обычно образуют пары, позволяя на этой основе проводить расширение или углубление моделей.
18. Установлено, что физические теории, допускающие группу Лорентца, имеют другие симметрии. Все они могут быть получены произведениями элементов пары нормальных подгрупп группы $V(4)$ - реальной симметрийной основы физических моделей. В частности, физическая модель может быть в равной степени представлена как в бозонном, так и в фермионном секторах группы $V(4)$. Отсюда следует возможность естественно

венного расширения моделей, описывающих явления, с учетом деформации алгебры симметрии (разделы 3.3÷3.6).

19. Предложены новые алгоритмы построения метрик событий SE , используемых для связи полей и индукций в электродинамике: досветовой $g^u = diag(1, 1, 1, 1)$, сверхсветовой $r^u = diag(1, 1, 1, -1)$, абсолютной $n^u = diag(1, 1, 1, 0)$, каждая из которых является частным случаем когомологической, нетензорной метрики вида

$$\xi^u = diag(1, 1, 1, 1 \cdot w).$$

Рассмотрены разные подходы к метрикам (разделы 4.1, 4.3).

20. Показано, что пространства состояний SS и событий SE , а также группоиды заполнения G_a и проявления G_b являются неполной системой элементов, используемых в физической модели. Кроме этого нужны ковекторы ∂_i и векторы dx^i , компоненты волновой функции Ψ^p , вспомогательные элементы ε_{klr}^u , g^u , r^u , n^u ... Соответственно увеличиваются возможности моделирования физических явлений (разделы 3.7, 3.10).

21. Проанализирована система локальных метрик, следующая из записи уравнений Ньютона-Эйлера, Максвелла, Дирака, Шредингера в форме GAG -модуля для группы заполнения $V(4)$, предложенной в разделе 3.1. Установлено различие R^3 и T^1 на основе введенного когомологического заряда (разделы 4.1÷4.4).

22. Выполнено формальное обобщение уравнений квантовой электродинамики, позволяющее учитывать сверхсветовые скорости (раздел 1.7).

23. Принято предположение, что скорость гравитации существенно превосходит скорость света в вакууме и она различна в разных средах. Получены уравнения для описания гравитации в $R^3 \times T^1$ посредством симметричного физического поля в модели без ограничения на скорость (раздел 1.8).

24. Предложено во всех вариантах и ситуациях совместно рассматривать алгебраические, геометрические и топологические аспекты проблем, согласовывая их друг с другом и таким образом достигая полноты анализа (раздел 5.4).

25. В физику "возвращено" абсолютное пространство-время в модели $R^3 \times T^1$. Принято допущение, что его следует использовать при конструировании элементарных частиц (разделы 4.4, 4.6, 5.1÷5.4).

26. Предложена модель атома света как квантово-механической частицы, в состав которой входит система дисков, распределенных в направлении движения. Каждый диск имеет четыре прозаряда, два из которых расположены в центре, а два движутся по периферии. Атом света назван нотоном (разделы 5.1÷5.4).

27. Приведены иллюстрации, показывающие, что учет механического движения составных частей нотона дает формулы, которые согласуются с экспериментом при силе

взаимодействия между центральными и периферическими зарядами, обратно пропорциональной расстоянию между ними: $F \sim r^{-1}$ (раздел 5.1).

28. Приведены феноменологические соображения о механизме взаимного превращения нотонов в электроны и позитроны, из которых следует, что структурные составляющие, образующие нотон, имеют размеры, существенно меньшие размера электрона (раздел 5.2, 5.3).

29. Выдвинута идея, что прозаряды нотона имеют присоединенные к ним нити-рецепторы - посредством которых они взаимодействуют между собой. Предложен алгоритм описания механического поведения рецепторов по орбитам группы $V(2)$ (раздел 5.4).

30. Предложено решать новые проблемы, используя объемное мышление: изучать объекты и явления, тщательно, со всех сторон, не ограничивая мышление и фантазию известными фактами.

31. Показано, что учет динамики инерции электромагнитного поля соответствует пятому уровню вариационного лагранжева анализа, когда согласованно и динамично меняются как параметры, так и генераторы симметрии (раздел 3.10).

ПОСЛЕСЛОВИЕ

Мною обнаружены новые обстоятельства, которые нужно учитывать в физических моделях.

Во-первых, разделена инерция электромагнитного поля на собственную и несобственную части. Их динамика управляет разными физическими факторами, а их связь нелинейна.

Во-вторых, показано, что инерция имеет много сторон и граней, которые не учились ранее, среди них есть качественно новые величины: скалярный функционал w - отношение поля к своему окружению как элемент группы когомологий $H^0(G, R) \ni w$, зависящий от показателя преломления среды n .

В-третьих, в модель электромагнитного поля Максвелла введена не только скорость среды, но и скорость движения источника излучения, что делает анализ физически полным.

Выполненный анализ открыл новые возможности для описания явлений, потому, что удалось установить их отличительные признаки, способные выполнять роль ростковых точек физических моделей:

- неограниченные скорости;
- естественная дополнительность абсолютного пространства Ньютона и относительного пространства Минковского;
- явный учет глубоких уровней симметрии явлений, в частности, через динамику групп когомологий;
- новая, композитная сущность физических величин и моделей;
- новый алгоритм конструирования физических явлений, позволяющий дать единое описание всего достигнутого ранее опыта при расширении возможностей его вариационного анализа;
- новые физические эффекты, экспериментальное обнаружение которых способно существенно изменить картину физических явлений, например, "позволить" ненулевой массе покоя двигаться со скоростью света в вакуме, экспериментально исследовать механизм и динамику преобразования скорости источника излучения электромагнитного поля в его частоту;
- новые возможности моделирования физических явлений на основе концепции *GAG*-модулей, единым образом задающих структуру, связи и динамику явлений в их внешнем, внутреннем и связевом проявлении.

Подход, принятый в книге, позволивший достичь результатов, состоит в следующем: во-первых, использована максимальная общность в мере, доступной автору; во-вторых, принято подчинение опыта и неподчинение субъективным ограничениям, кем бы они ни ставились; в-третьих, проявлено упорство в постижении "малого", чего в моделях не было, в частности, в анализе структуры и динамики локальной метрики событий.

Исходной целью автора, которая наложила отпечаток на исследование, было построение пространственно-временной модели атома света. Квантовая теория, следуя моделям классической физики, основанной на специальной теории относительности, отрицала такую возможность. Это создавало не только физические и математические, но и психологические затруднения для анализа. То, что препятствия на этом пути практически полностью преодолены, свидетельствует о начале нового этапа моделирования физических явлений, когда классические и квантовые подходы, относительность и аб-

солнечность, дискретность и непрерывность становятся проявлениями единой многогранной сущности.

Мы имеем сейчас начальную модель атома света, основанную на соединении классической феноменологии и квантовых представлений. Понятно, в каких направлениях и каким образом ее можно развивать. Размеры частиц, из которых состоит атом света, существенно меньше размера электрона. Они способны взаимодействовать между собой посредством "струн" макроскопического размера - рецепторов.

Пришла новая физика. Таковы объективные факты. Попытаемся, в который раз, использовать их на благо жизни, исключая насилие и зло, противное божественной сущности человека.

Моя книга представляется мне садом. Он посажен их новых деревьев на плодотворном месте и в лучшее время. За ним нужно ухаживать, защищать его от вредителей. В нем можно проводить селекционную и генетическую работу, выращивая новые сорта и наслаждаясь их плодами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Einstein A. Zur Electrodynamik der bewegier Kürper. // Ann. Physik. - 1905. - b.17. - s. 891-921.
2. Compton A.H. A quantum theory of the c-scattering of X-rays by light elements // Phys. Review. - 1923. - v.21. - №5. - P.483-502.
3. Демельт Х. Эксперименты с покоящейся изолированной субатомной частицей / УФН. - 1990. - т. 160, в.12. - с.129-139.
4. Bradley J. A new apparent motion discovered in the fixed stars: its cause assigned; the velocity and aquable motion of light deduced // Phil. Trans. - 1728. - v.35, - P.637-653.
5. Fizean H. Sur les hypothéses relatives a l'éther lumineux et sur un experiment qui parait démontrer que mouvement des corps change la vitessc; avec laquelle la lumière se propage dans leur interieur. // Comp. rend. - 1851. - vol. 33, - P. 349-355.
6. Michelson A. The relative motion of the Earth and luminiterous aether // Amer. J. Phys. - 1881. - v. 22. - P. 120-129.
7. Doppler Ch. Über das farbige Light der Doppelsterne und einiger andern Gestirne des Himmels. // ABH. Böhm. Ges. - 1842. - b. 2. - s. 465.
8. Франкфурт У.И. Оптика движущихся сред и СТО. // Эйншт. сб. 1977. - М.: Наука. - 1980. - с. 257-325.
9. Минковский Г. Вывод основных уравнений для электромагнитных процессов в движущихся телах с точки зрения теории электронов. // Эйншт. сб. 1978-79. - М.: Наука, 1983. - с. 64-91.
10. Барыкин В.Н. К математическому моделированию электромагнитных явлений в движущемся разреженном газе. // Изв. вузов. Физика. - 1990. - № 10. - с. 54-58.
11. Барыкин В.Н. Новые пространственно-временные симметрии в электродинамике сред. // Изв. вузов. Физика. - 1986. - № 10. - с. 26-30.
12. Барыкин В.Н. О физической дополнительности групп Галилея и Лорентца в электродинамике изотропных инерциально движущихся сред. // Изв. вузов. Физика. - 1989. - № 9. - с. 57-66
13. Ritz W. Recherches critiques sur l' electrodynamique générale. // Ann. Chim. - 1908. - vol. 13(8) - P. 145-275.
14. Барыкин В.Н. Пространственно-временные симметрии в электродинамике изотропных инерциально движущихся сред. / Теоретико-групповые методы в физике. М.: Наука, 1986. - т.1. - с. 461-466.
15. Столяров С.Н. Граничные задачи электродинамики движущихся сред. // Эйншт. сб. 1975-1976. - М.: Наука. - с. 152-215.
16. Логунов А.А. Лекции по теории относительности и гравитации. - М.: Наука, 1987, 271 с.
17. Барыкин В.Н. Лекции по электродинамике и теории относительности без ограничения скорости. - Мн.: АП "Белпроект", 1993, 223 с.
18. Грин М., Шварц Д., Виттен Э. Теория суперструн, т. I-II. - М.: Мир, 1990, 518 с., 656 с.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

- активные локальные метрики 202
- алгебраическая относительность физических явлений 158
- алгебраическая природа силы 170
- алгоритмы моделирования динамики инерции
 - физический 51
 - тензорный 52
 - представлений групп 53
 - алгебраический 53
 - когомологический 54
 - дифференциально-геометрический 54
- алгоритм получения дифференциальных операторов 112

Г

группы

- когомологий $H^0(G, A)$ 61
- когомологически активные 69
- когомологически пассивные 70
- неассоциативность SH -симметрий 75
- внутренних параметров симметрии 31

графическая диаграмма

- динамики полей F_{mn} 189
- динамики индукций H^k 189
- связей в электродинамике Максвела 190
- матриц 191
- трансформации матриц в группе $V(4)$ 192

Д

двойное сплетение алгебр 86

З

знаковая диаграмма произведения элементов групп 130

К

- когомологическая активность
 - по Ньютону 85
 - по Картану 85
 - вне и внутри частицы 212
- когомологическое действие и противодействие 41
- когомологическое различие R^3 и \mathbb{P}^1 213

когомологически устойчивое состояние 214

- код
 - группы 105
 - алгебры M_2 106
 - физической модели 172
 - второго уровня $V(4)$ 111
- комплексное отношение и время 211
- композитность 175
- композитные
 - связи 176
 - условия 177
 - физические модели 178
- корни деформационных величин
 - дифференциально-геометрический 91
 - алгебраический 91
 - топологический 91
- коциклы
 - гравиальный 84
 - "пространственный" и временной" матричные 84

Л

"лепесток" и "цветок" локальных метрик 203

М

- матричное произведение метрик события 87
- минимальный атом света 248
- механический закон сохранения энергии для фотона 15
- механическое движение элементов нотона 246
- механизмы понижения и повышения размерности вращения 227
- многообразие вложения общего опыта 230

Н

- неевклидово трехметрие 134
- немеханическое пространство-время 232
- новое влияние гравитации на электромагнитное поле 43
- нотон 242

О

- обобщенное
 - дисперсионное уравнение 9
 - калибровочное условие 45
 - фазовое условие 10
- обобщенный коммутатор 226

операция замещения 126

операция размещения 130

П

пара групп, двойственных по операциям 134

параметры элементов нотона 250, 251

параметры

- собственной инерции поля 16, 21
- несобственной инерции поля 18, 21

переменные локальные метрики SS и SE 201, 202

портрет

- группы 104
- группы $V(4)$ 110

прототипы электрона и позитрона 244

Р

различие принципов относительности Галилея и Эйнштейна 222

"Роза" отношений 210

расщепленность пространства-времени на SS и SE 200, 206

С

сверхсветовые скорости

- в вакууме 12
- в разреженном газе 13
- материальных тел с ненулевой массой 14
- гравитации 49
- волнового фронта 73

симметрия эквивалентности 208

скорость первичного источника излучения 7

структура

- тензора инерции электромагнитного поля 20
- собственной силы 22
- несобственной силы 22

стадии динамического процесса изменения инерции 24

схемы

- анализа экспериментов 195
- инерционного состояния электромагнитного поля 196
- элементов электродинамики Мак-свелла 220

суперпозиция локальных метрик 198

У

уравнения

- для нотона 50
- для гравитона 50
- неабелевой гравитации 50

уровни вариационного анализа

- первый, второй, третий 181
- четвертый, пятый 182

Ф

фаза инерции электромагнитного поля 7

физические модели $SLD(oli)$ -типа 173

физические состояния в когомологических переменных 221

формы физических моделей 174

Э

элементы

- инерции поля 28
- физической модели 167, 170

Я

ядра и рецепторы нотона 242

Учебное издание

**БАРЫКИН ВИКТОР НИКОЛАЕВИЧ
АТОМ СВЕТА**

Учебно-методическое пособие для студентов высших учебных заведений

Ответственный за выпуск В. Н. Барыкин
Компьютерный набор Г. В. Викторович

Подписано в печать 07.01.2001. Формат 60x90/8 . Бумага офсетная № 1. Гарнитура Times.
Печать офсетная. Усл.-печ. л. 36,0. Уч. изд. л. 41,3. Тир. 100 экз. Зак. 73.

Налоговая льгота — Общегосударственный классификатор Республики Беларусь ОКРБ 007-98,
ч. I, 22.11.20.100.

Издатель В.М.Скакун. Лицензия № 293 от 06.05.98.
220040, г. Минск, ул. Л.Беды, 3.

Качество печати соответствует качеству оригинал-макета заказчика.

Отпечатано с оригинал-макета заказчика в РУП «Белполиграф» Управления делами
Президента Республики Беларусь. Лицензия ЛП № 135 от 15.08.2000 г.
220010, г. Минск, ул. Мясникова, 37.