Барыкин О.В., Барыкин В.Н.

Неассоциативная психология отношений

Минск
«Ковчег»
2017

УДК 51
ББК 22.1
Б26

Барыкин О.В., Барыкин В.Н.

Б26 **Неассоциативная психология отношений.** / Олег Барыкин, Виктор Барыкин – Минск : Ковчег, 2017. – 384 с Рис. 9, табл. 16.

ISBN 978-985-7185-58-0.

Предложены математические модели некоммутативных, неассоциативных множеств для описания структуры и активности любых объектов в рамках теории отношений, основанной на системе матриц, ассоциированных с системой операций. Рассмотрен ряд фундаментальных задач теоретической психологии. Найдены их решения в форме функциональных условий равновесия в конечных системах. Указаны перспективы развития расчетных моделей в психологии.

Монография предназначена для широкого круга читателей, интересующихся математической теорией отношений с психологической точки зрения.

УДК 51
ББК 22.1

ISBN 978-985-7185-58-0

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 6

Глава 1. Неассоциативная математика отношений

Конформация 9
Расширения, углубления, деформации элементов и операций 12
Математика отношений с физической точки зрения 18
Согласованное изменение конформаций и расчетных моделей 19
Скрытые отношения ассоциативности и неассоциативности 22
Операционное расширение матричных полей 26
Изоморфизмы и автоморфизмы для психологии отношений 31
Группы гомологий для психологических задач 33
Функциональная компенсация «зеркальных» циклов на конформациях 34
Конформационное расширение коммутативной группы 36
Операционные истоки происхождения, эволюции объектов и их свойств 48
Операции с деформацией элементов 50
Возможности функциональных операций для задач психологии 53
Концепция творческого произведения 60
Расчетные психологические модели на группе подстановок 4 элементов 63
Генерация системы групп для расчетных моделей 70
Спектр логических операций и их свойства 76
Связь законов взаимодействия и логических произведений 84
Аналог фактормножества для неассоциативных многообразий 86
Алгебра праматерии 87
Группа на структурной операции для психологов 90
Аспекты конструирования групп на структурной операции 98
Операционная анизотропия многообразия матриц 101
Алгоритмы генерации новых многообразий из базовой группы 103
Геометрия с возможностью управления расстояниями между объектами . . . 107
Система операций для расчетных моделей 115
Неассоциативный аналог группы перестановок 117
Представление информации симметриями 120
Деформация кодов 124
Система кодов на произведении матриц 126
Сравнение законов матричного и кодового произведений 128
Алгоритм логических операций 130
Алгоритмы расширения групп и следствия из них 131
Аналог ассоциативности для неассоциативной операции 133
Концепция активных групп в приложении к психологии 134
Специфика творческого внимания 136
Эффект самурая (самоуничтожения) в системе матриц 145

Система законов для матриц на системе операций 146
Фундаментальные свойства алгебр в расчетных моделях 147
Обобщенные условия равновесия и уравнения динамики объектов 152
Формы и алгоритмы конструирования неассоциативности 163
К единству законов для ассоциативных и неассоциативных алгебр 172
Классификация операций 193
Пара алгебр, порождающих одну группу 205
Группа с наследственной операцией 210
Группа с операцией по расположению 211

Глава 2. Законы неассоциативной психологии

Фундаментальная связь алгебры, физики и психологии 213
Логическая трансформация объектов 217
Зависимость информации от алгоритма её восприятия 220
Намерения и их следствия 225
Отношения в системе из 4 объектов с суммированием статусов мест 229
Расширение и динамика этических алгебр 235
Начала геометрии отношений 250
Законы для индуцированных множеств 255
Операторная генерация отношений 260
Операторный симплекс 262
Действия логических операций 263
Соотношение действий координатной и логической операций 265
Законы для системы матриц на координатной операции 269
Расширение модели отношений и соотношения неопределенности 272
Комбинаторика отношений и истоки генетики 273
Зависимость богатства от знания 274
Трансформация коммутативности и фазовые состояния в психологии 276
Коммутаторное управление 277
Логическая трансформация объектов 278
Неассоциативные множества для психологии 287
К законам психологии в модели обобщенной коммутативности 292
Функциональные свойства кватернионов для задач психологии 295
Деформация ощущений как деформация неассоциативности 296
Сплетение мнений в форме сплетения конформаций 298
Формулы Брахмагупта для задач психологии 299
Устойчивость поведения объекта при деформации программы поведения . . . 303
Изменение отношений при изменении управляющего центра 305
Законы психологии в моделях с частичной ассоциативностью 306
Скрытые свойства отношений как «двигатели эволюции» объектов 307
Договорная логическая операция в задачах психологии 312
Аспекты эволюции психологических состояний и объектов 315

Модель глобальных системных ощущений в психологии 321
Функциональная коммутативность и равновесия для задач психологии 329
Модель коррекции и перемены «логик» операций 336

Глава 3. Перспективы теоретической психологии

Фундаментальная неопределенность практики расчета 339
Механические модели Сознаний и Чувств 346
Алгебра перестановок пары объектов 360
Связь релаксационных процессов со статистикой
для теоретической психологии 365
Связи алгебраических уравнений и групп на сингулярной операции 367
Начала проективной геометрии отношений 371

Заключение 380

Литература 381

Введение

Жизнь устроена так, что далеко не всё и далеко не до конца понятно. Вследствие этого естественны ошибки, не оптимальные или ненужные действия и поступки. Стремление к успеху и развитию, что соответствует фундаментальной нацеленности Вселенной, при таких условия реализовывать сложно. Нужны конструктивные ориентиры и алгоритмы поведения и действий, которые не могут быть достигнуты только на личном опыте. Важны опыт и практика других людей, но еще более важно знать законы, которые найдены и подтверждены практикой, законы, гарантирующие развитие и успех. Понятно, что исполнение законов может быть сложным делом, но даже понять и принять законы бывает трудно. Иногда хочется жить по своим, не проверенным и придуманным законам. Исполнение законов почти всегда связано с преодолением собственной инерции и собственных привычек. Но еще больше на реализацию замыслов и планов обычно влияет ближнее и дальнее окружение, у которого своя инерция и свои привычки.

Надёжной и долговременной опорой человеку во всех действиях и делах всегда была, есть и будет математика. Может быть, хотя этот тезис кажется неправильным, что подчинение законам, которые генерирует математика, есть главное правило жизни. Чем это обусловлено? Математика, с одной стороны, даёт общие и частные законы жизни. С другой стороны, она содержит алгоритмы расчета структуры и поведения объектов. По этой причине в начале и по ходу любых действий желательно всё «посчитать», потом, при успехе расчета, подчиниться полученным законам, реализовать их на практике.

Практика, понятно, не исчерпывается математикой, однако именно математика может и должна быть истоком и критерием действий. Новая математика даст новую практику, поэтому нужно стремиться овладевать тем новым, что генерирует математика. Математические эксперименты тем хороши, что выполнить их могут только профессионалы и обычно они могут быть реализованы при минимуме материальных вложений.

Объем и качество знаний, которые уже достигнуты, не так значим и велик, как кажется, когда приступаешь к их овладению…Система обучения и воспитания способна исказить и запутать истины в некий клубок с системой узлов, представить их в форме бесконечного лабиринта с системой непреодолимых препятствий.

Реальность сейчас понятна для нас в её общем виде: это система многогранных структурных объектов с многоуровневыми активными отношениями. Принимая эту точку зрения, мы вправе принять главное правило жизни: каждый объект в рамках своих возможностей обязан гармонично и оптимально функционировать вне и внутри себя. При отказе или при нарушении оптимальности и гармоничности функционирования генерируются неоправданные сложности и проблемы. Поэтому цель и смысл жизни состоит в том, чтобы обеспечить условия и реализовать гармоничное и оптимальное применение и изменение системы структурных объектов в системе трансфинитных активностей. Средствами для достижения цели жизни являются условия воспитания и обучения. Понятно, что воспитывать и обучать нужно прежде всего себя. Таковы контуры ожидаемого успеха.

Из того факта, что Ваши условия жизни внешне не идеальны, вовсе не следует, что не идеальны Ваши внутренние условия. В ряде практических ситуаций следует больше учитывать и применять внутренние условия и возможности. Их границы и значимость устанавливаются только практикой.

В данной монографии рассмотрены «подсказки» к анализу структуры и активности разных объектов, ассоциированные с анализом алгебраических уравнений. Специфика их структуры и решений находит продолжение в свойствах и проявлениях физических объектов, заданных матрицами. Дополнение системы матриц, замкнутых по некоторой операции, новыми операциями генерирует систему новых законов. Они имеют связи с исходной системой законов, которые получены до расширения операций.

Сплетения и деформации конформаций, удобные для анализа структур и активностей, естественны с позиции физического моделирования, так как они генерируют новые элементы для искомых систем уравнений

Принята точка зрения, что фундаментальными объектами материи, которая нам доступна и реализуется в нашей практике, являются 2 пары объектов, названных предзарядами. Одна пара есть система из отрицательных и положительных «гравитационных» предзарядов. Вторая пара есть система из отрицательных и положительных «электрических» предзарядов. Тогда фундаментальная система матриц образована матрицами размерности 4.

Предзаряды образованы из объектов линейного типа, которые могут быть замкнуты «на себе» и на других аналогичных объектах. По этой причине тонкая материя способна создавать базовые объекты на разных уровнях материи не только для Тел, но также для Сознаний и Чувств, описываемых чаще всего некоммутативной, неассоциативной математикой.

Коммутативные, неассоциативные алгебры издавна применялись в квантовой механике $[1-4]$. Рассмотрены их деформации $[5]$. Есть приложения октонионов к классификации элементарных частиц $[6-10]$. Неассоциативность связывают с логикой $[11]$. Есть обзоры по проблемам неассоциативности $[12,13]$. Неассоциативность анализируется в классической теории поля $[14]$.

В недавней практике появились новые модели неассоциативности $[15-17]$. Они применены к созданию моделей отношений $[18,19]$. Однако в психологических теориях неассоциативность не нашла широкого применения. Данная монография направлена на устранение этого недостатка.

Глава 1.

Неассоциативная математика отношений

Конформация

При анализе структуры и изменения любых физических объектов, в том числе и человека, применяют модели в форме элементов групповой алгебры. Следовательно, исходной точкой моделирования является группа. Обычно она имеет матричное представление. В частности, это может быть конечная группа, которая получается их элементов группы перестановок, модифицированных группой знаков. Можно так подобрать элементы такой группы, что они образуют элементы матричной алгебры в форме матриц с единственным значимым элементом. По этой причине указанную группу можно назвать группой заполнения физических моделей.

Группа перестановок сужает спектр анализа физических объектов как по структуре, так и по изменениям, в частности, по взаимодействиям. Более корректно рассматривать все возможности распределения элементов в конечной системе, состоящей из базовых объектов, число которых равно размерности матриц, применяемых для математического моделирования.

Группа перестановок из трех элементов

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

заданная указанными матрицами, может быть дополнена другими матрицами. Они выражают отношения между элементами, которые выходят за рамки перестановки элементов местами.

В частности, это могут быть матрицы вида

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\1&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&1&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\ldots$$

Их свойства можно «подчинить» *системе операций*. Операции могут быть неассоциативными. Кроме этого, в совокупности могут отсутствовать обратные элементы. По этой причине мы имеем дело с системой элементов, которую можно назвать новым именем.

Слово «конформация» подходит для такого множества элементов со сложной структурой расположения значимых мест и системой операций, связанной с этой структурой или независимой от неё.

Конформация, расширенная знаковой группой, представляет еще более сложный объект.

Дополнительно можно ввести логические операции, которые позволяют не только задавать операции независимо от структуры объектов, но и «генерировать» из базовых объектов новые, другие объекты в соответствии с принятой моделью их соотношения между собой.

Конформация может применяться для образования физических величин, которые «позже» применяются в физической модели с элементами, принадлежащими конформации. Поскольку дополнительно применима модель с динамикой операций, получается аналог «живого» изделия со сложной системой рецепторов и реакций.

При всей сложности структуры рассматриваемых матриц и системы операций, которая действует на них, конформация подчинена единому закону. На любой операции произведения элементов *единый линейный алгебраический 3-закон для конформации* имеет вид

$$\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x.y],z\}-2(x,y,z)-2(z,y,x)=0.$$

Здесь применены стандартные обозначения для коммутаторов, антикоммутаторов, ассоциаторов:

$$[x,y]=xy-yx,\{x.y\}=xy+yx,$$
$$(x,y,z)=x(yz)-(xy)z,(z,y,x)=z(yx)-(zy)x\ .$$

Действительно, получим

$$\begin{aligned}
&x(yz-zy)+(yz-zy)x+x(yz+zy)-(yz+zy)x-(xy+yx)z+z(xy+yx)-\\
&-(xy-yx)z-z(xy-yx)-2x(yz)+2(xy)z-2z(yx)+2(zy)x=\\
&=x(yz)-x(zy)+(yz)x-(zy)x+x(yz)+x(zy)-(yz)x-(zy)x-(xy)z-(yx)z+\\
&+z(xy)+z(yx)-(xy)z+(yx)z-z(xy)+z(yx)-2x(yz)+2(xy)z-2z(yx)+2(zy)x=0.
\end{aligned}$$

Единый линейный алгебраический 3-закон конформации инвариантен относительно дополнительных свойств совокупности элементов: быть группой, полугруппой, моноидом или некоторым другим множеством.

Ранее была принята точка зрения, что физические тела преимущественно подчинены ассоциативным законам, а тела Сознаний и Чувств преимущественно подчинены неассоциативным законам. Согласно такой версии, мы вправе принять новое следствие: единый алгебраический закон конформации утверждает единую математическую структуру Тел, Сознаний, Чувств для любых объектов.

Очевидна точка зрения, что за этим законом «стоит» физическое единство Тел, Сознаний, Чувств. Её эмпирическое подтверждение трансфинитно: многогранно, многоуровнево, многофункционально… Суть в том, что такое единство позволяет по-новому относиться к физической Реальности: все объекты родственны и «аналогичны» Человеку, живым объектам.

Выполним замену $z \to x$ в едином алгебраическом 3-законе конформации. Получим единые *нелинейные* алгебраические 2-законы конформации:

$$\{x,[y,x]\}+[x,\{y,x\}]-2(x,y,x)=0,$$
$$[\{x,y\},x]+\{[x,y],x\}+2(x,y,x)=0,$$
$$\{x,[y,x]\}+[x,\{y,x\}]+[\{x,y\},x]+\{[x.y],x\}=0.$$

При замене $y \to x$ единый *нелинейный* алгебраический 2-закон конформации имеет вид

$$\{x,[x,z]\}+[x,\{x,z\}]-[\{x,x\},z]-2(x,x,z)-2(z,x,x)=0.$$

Поскольку первые два закона идентичны, имеем три единых алгебраических 2-закона конформации. Принимая их в качестве «сценариев перемен», мы замечаем триединую природу изменений на паре объектов. Связано ли это с триадой: тело, дух, душа?

Единый алгебраический 3-закон конформации генерирует совокупность законов для четырех и более элементов, если заменять базовые элементы их функциональными выражениями.

Например, пусть $z=[u,v]$. Тогда выполняется 4-закон вида

$$\{x,[y,[u,v]]\}+[x,\{y,[u,v]\}]-[\{x,y\},[u,v]]-\{[x.y],[u,v]\}-2(x,y,[u,v])-2([u,v],y,x)=0.$$

Указанные величины в форме коммутаторов, антикоммутаторов, ассоциаторов можно дополнить другими величинами, применение которых генерирует новые единые законы. Введем позитивные и негативные *«зеркала»* в форме выражений

$$|x,y,z|_+=x(yz)+(zy)x,|x,y,z|_-=x(yz)-(zy)x.$$

Получим, например, новый единый алгебраический 3-закон для конформации

$$[x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]]+\{x,\{y,z\}\}+\{y,\{z,x\}\}+\{z,\{x,y\}\}=|x,y,z|_++|y,z,x|_++|z,x.y|_+.$$

Его можно преобразовать к другому виду, учитывая, что

$$[x,[y,z]]=[[z,y],x],\{x,\{y,z\}\}=\{\{z,y\},x\}.$$

Система единых законов для конформаций всегда дополнена, следуя практике, системой частных законов, которые выполняются только для некоторых элементов. Частные законы зависят от структуры элементов конформации и от системы операций, которым она подчинена. Они могут быть особо «тонкими», содержать систему согласованных деталей. Понятно, что обычно известна только часть единых и частных законов, потому что практике недоступна вся система операций, связей между ними, а также неизвестна или недоступна вся структура объектов.

Следуя *принципу жизни*, введенному в практику анализа объектов и явлений, согласно которому Реальность реализует все Возможности, мы вправе рассматривать единые и частные законы как многообразие возможностей, дополнительных друг другу. С топологической точки зрения мы имеем глобальные и локальные сценарии реализаций. В таком подходе частные законы характеризуют индивидуальность, что может быть главным звеном практики на разных стадиях жизни объектов.

Наличие законов и возможностей не означает, что во всех случаях и во всех ситуациях реализуются, исполняются законы и возможности. У единых законов исполнение обязательно, у частных законов это требование индивидуально. Более того, практика показывает, что отсутствие реализаций, сознательное или неосознанное *неисполнение законов*, есть важный элемент жизни.

Мы не вступаем здесь в противоречие с принципом жизни. Ведь реализация всех возможностей не исключает их отсутствия и конкретного воплощения. То, что не учтено и не воплощено одним объектом или их системой, обычно проводится в жизнь другим объектом или их системой.

В силу указанных условий и обстоятельств практика может быть не только позитивной, но и негативной. Она может быть направлена не только на развитие, созидание, но и на разрушение, деградацию. Оба сценария реализуются всегда, и они неизбежны. Но для конкретных изделий и их практики реализуется только некоторая часть условий и возможностей.

Расширения, углубления, деформации элементов и операций

Реальность представляет в рамках нашей практики систему изделий, «владеющую» системой свойств. Обычно всю совокупность данных можно условно разделить на два класса: структуры и операции. Математические изделия трансфинитно ассоциированы с физическими изделиями, представляя для практики свою систему структур и операций. Искусство жизни отдельного человека и сообществ состоит в рациональном применении физических и математических изделий для обеспечения желаемой деятельности. Понятно, что желания и реализации могут быть далеко не оптимальны для данного этапа жизни и для развития.

Расширением элементов и операций принято считать их дополнение новыми элементами и операциями при сохранении некоторых дополнительных условий, характеризующих их качество. Например, исходным объектом анализа была группа. В итоге её расширения получена новая группа. Объектом исследования может быть моноид, полугруппа, алгебра, модуль, пространство, одуль и т.д. Это может быть физическая модель явления, некоторый проект, архитектурное сооружение, модель Сознаний и Чувств.

Определим расширение как дополнение с сохранением качества элементов, операций, связей.

Углубление реализуется на гиперповерхности. Одно её измерение представляет собой совокупность средств, приемов, реализаций для концентрации достигнутой информации, классификации имеющейся и ожидаемой практики, выделения главных и второстепенных элементов, операций, связей. Другое её измерение представляет совокупность качественно новых средств, приемов, реализаций в теории и на практике.

Определим углубление как концентрацию практически эффективного знания в сочетании с овладением качественно новыми средствами, приемами, реализациями.

Деформацией элементов, операций, изделий, практических приемов принято считать любое изменение элементов, операций, изделий, сопровождающееся сохранением или изменением их качества. Расширение и углубление можно рассматривать как слагаемые деформации.

Определим деформацию в форме изменения элементов, операций, изделий с сохранением или изменением их качества. Деформация способна изменить качество изделия простыми средствами. Рассмотрим систему алгебр с парой реперов

$$ae + b\eta = a\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0 & 1\\ \eta & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a & b\\ \eta b & a\end{pmatrix}, \eta = -1, 0, 1.$$

Им соответствуют алгебры комплексных, дуальных, двойных чисел:

$$\begin{gathered}\eta = -1 \rightarrow ee = e, e\eta = \eta, \eta\eta = -1,\\ \eta = 0 \rightarrow ee = e, e\eta = \eta, \eta\eta = 0,\\ \eta = 1 \rightarrow ee = e, e\eta = \eta, \eta\eta = 1.\end{gathered}$$

Деформация в форме замены одного элемента в матрице второго порядка способна изменить качество алгебры. Новое качество модели достигается также на основе согласованного изменения элементов и операций. Другие элементы и другие операции могут иметь свойства, аналогичные свойствам качественно другого изделия.

Простой пример такого изменения наблюдается при сопоставлении матриц третьего порядка с операцией матричного произведения и совокупности функций с операцией последовательного «замещения» значимых элементов, обозначенных буквой x. Это соответствие имеет вид:

$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$.
$x \in H$	$\frac{x-1}{x} \in H$	$\frac{1}{1-x} \in H$	$\frac{1}{x} \in P$	$\frac{x}{x-1} \in P$	$1-x \in P$

Например, получим

$$\frac{1}{x}*(1-x)=\frac{1}{1-x}\to\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\ldots$$

Возможны разнообразные расширения групп. Рассмотрим модель расширения группы перестановок S_3, применяя к матрицам операцию перестановки значимых элементов по строкам в соответствии с тем, какой статус имеют эти места. Определим статус значимого места суммой номера строки и номера столбца, взятой по модулю числа, равного размерности матрицы.

Получим статус элементов каждой строки в форме набора, состоящего из трёх чисел:

$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$
213	321	132	222	333	111

.

Введем новую операцию на множестве, сопоставляя каждой паре статусов их почленную сумму по принятому модулю числа. Получим таблицу сумм значимых мест:

$\oplus$	213	321	132	222	333	111
213	123	231	312	132	213	321
321		312	123	132	213	321
132			231	321	132	213
222				111	222	333
333					333	111
111						222

.

Элемент, имеющий статус места 333, выполняет роль единицы рассматриваемого множества. Операция суммирования статусов мест расширила исходное множество тремя новыми элементами.

Новые элементы есть *«немономиальные» матрицы* 123, 231, 312:

$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}$.
123	231	312

Исследуем их свойства на операции суммирования статусов мест. Получим таблицу:

		Q			H			P	
$\oplus$	123	231	312	213	321	132	111	222	333
123	213	321	132	333	111	222	231	312	123
231	321	132	213	111	222	333	312	123	231
312	132	213	321	222	333	111	123	231	312

.

Запишем полученные результаты функциональными выражениями:

$$Q \oplus Q = H, H \oplus P = H = P \oplus H,$$
$$P \oplus P = P, H \oplus Q = P = Q \oplus H,$$
$$H \oplus H = Q, P \oplus Q = Q = Q \oplus P.$$

Графы отношений для подсистем имеют вид:

		Q		
	□	$\Updownarrow$	□	
H		$\Updownarrow$		Q
$\uparrow$		P		$\downarrow$
H		$\downarrow$		H
	□	$\downarrow$	□	
		P		
		$\downarrow$		
		P		

,

		Q		
	□		□	
Q				H
$\uparrow$				$\downarrow$
P	$\leftrightarrow$	P	$\leftrightarrow$	P
$\uparrow$				$\downarrow$
Q				H
	□		□	
		H		

.

Матрицы Q обратны матрицам H, матрицы P взаимно обратны. Рассматриваемое множество ассоциативно, так как ассоциативна операция суммирования по модулю числа. Следовательно, симметрическая группа перестановок на матричной операции порядка 6 расширена до группы на суммировании статусов мест порядка 9. Указанный граф можно применять для целей гомологической классификации расширений групп.

Специфической чертой данного расширения является дополнение «мономиальных» элементов множества «немономиальными» элементами. Они образуют основу для моделирования мономиальных элементов нормальной подгруппы H симметрической группы. С другой стороны, мономиальные матрицы нормальной подгруппы H генерируют немономиальные матрицы сектора Q.

С физической точки зрения, следующей из теории, объединяющей электромагнетизм и гравитацию, эта группа описывает их взаимное превращение.

Граф отношений для подсистем у группы перестановок из 3 элементов выглядит проще. Он следует из функционального соответствия подсистем с ассоциированной 2-группой:

$$HH = H, HP = P = PH, PP = H \to H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим граф

		H		
	□		□	
P		↓		*P*
↑		*H*		↓
P				*P*
	□	↓	□	
		H		

.

Новые матрицы на основе новой операции «встроены» в исходный граф группы, существенно изменив его.

Анализируемые обстоятельства подсказывают практикам необычность математической реальности. Она ранее находила выражение в системе, например, комплексных, дуальных, двойных чисел. Сейчас новые свойства «показывают» матрицы. В физической практике видимость мира обеспечивается совокупностью устройств и инструментов, которые выходят за пределы стандартных возможностей человека. Но и для них возможен предел действий, как свидетельствует математика. Но ведь это только группы. Реальность не исчерпывается ими.

Соотношение графов таково:

		H		
	□		□	
P		↓		*P*
↑		*H*		↓
P				*P*
	□	↓	□	
		H		

$\Rightarrow$

		Q		
	□		□	
Q				*H*
↑				↓
P	↔	*P*	↔	*P*
↑				↓
Q				*H*
	□		□	
		H		

.

Следовательно, операция способна расширить множество, сохранив его тип. При этом изменяется граф множества, функциональные свойства множества, а потому и возможные практические применения. Новые операции способны открыть новые возможности расчета явлений и интерпретации фактов.

Трудно, почти невозможно было представить, что группа перестановок может быть применена как математическое средство для объединения электромагнетизма и гравитации. С формальной точки зрения к такому выводу можно было придти давно, ведь известно, что любая конечная группа изоморфна группе перестановок. Ведь электромагнетизм и гравитация задаются моделями, которые базируются на группе заполнения физических моделей конечного порядка с матрицами размерности 4.

Эта группа фундаментальна для физики, равно как и группа перестановок. Однако не хватало одного звена: операции суммирования статусов мест. С введением новой операции возможность искомой взаимной трансформации получила статус математического инструмента. Аналогичным законам подчинены отношения между объектами: они зависят от того, кто и с кем вступает в отношения и какую форму имеют эти отношения.

С функциональными свойствами расширенной группы перестановок с операцией суммирования статусов мест ассоциирована новая группа. Она основана на операции суммирования мест в строках по модулю числа, равного размерности применяемых матриц. В этом варианте при наличии трех чисел мы вправе базироваться на матрицах размерности три. Тогда соотношения

$$\begin{gathered} Q \oplus Q = H, H \oplus P = H = P \oplus H, \\ P \oplus P = P, H \oplus Q = P = Q \oplus H, \\ H \oplus H = Q, P \oplus Q = Q = Q \oplus P \end{gathered}$$

выполняются на матрицах при суммировании статуса мест по строкам:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to H * H = Q, Q * Q = H, P * P = P, P * Q = Q, \ldots$$

Другими словами, функциональные отношения в одних группах выполняются для разных групп. По этой причине возможна классификация групп по системе функциональных связей для некоторых «выделенных» блоков. Они не обязаны быть нормальными подгруппами или смежными классами, хотя такое соотношение не исключается.

Не исключен вариант, когда одним и тем же функциональным соотношениям подчинены не только группы, но и полугруппы, и моноиды. Важно другое, есть разные аспекты и возможности классификации множеств.

Рассмотрим функциональные соотношения с алгебраической точки зрения. Из модели ассоциированной группы для группы S_3 получим

$$x^2 = x, xy = y = yx, y^2 = x, \; [x, y] = xy - yx = 0, \left[x^2, y^2\right] = x^2y^2 - y^2x^2 = 0 \,.$$

Из модели для расширенной группы S_3 получим

$$x^2 = z, yz = z = zy, \frac{1}{2}\{y, z\} = \frac{1}{2}(yz + zy) = x^2,$$
$$y^2 = y, xz = y = zx, \frac{1}{2}\{x, z\} = \frac{1}{2}(xz + zx) = y^2,$$
$$z^2 = x, xy = x = yx, \frac{1}{2}\{x, y\} = \frac{1}{2}(xy + yx) = z^2,$$
$$2(x^2 + y^2 + z^2) = x(y+z) + y(z+x) + z(x+y).$$

Математика отношений с физической точки зрения

Следуя длительной и надежно проверенной практике, система матриц отображает систему отношений между объектами. Размерность квадратных матриц указывает на количество объектов, между которыми возможны отношения. Строка матрицы указывает, следуя расположению значимых элементов, какие влияния на этот объект оказывают другие объекты рассматриваемой совокупности.

Примем точку зрения, что фундаментальными объектами материи, которая нам доступна и реализуется в нашей практике, являются 2 пары объектов, названных предзарядами. Одна пара есть система из отрицательных и положительных «гравитационных» предзарядов. Вторая пара есть система из отрицательных и положительных «электрических» предзарядов. Тогда фундаментальная система матриц образована матрицами размерности 4. Поскольку отношения могут быть положительными или отрицательными, они будут заданы положительными или отрицательными величинами в строках матриц. Примем точку зрения, что элементы на главной диагонали матриц задают отношение, того или другого вида, к себе. Тогда другие элементы задают отношения других объектов к данному в столбце, соответствующем расположению данного элемента на диагонали.

Проанализируем, следуя принятой концепции, систему матриц, на основе которой частично описываются гравитационные явления. Она имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Представим морфологическое описание этих матриц. Согласно первой матрице, мы имеем две пары отношений. Первый объект отрицательно влияет на четвертый объект, четвертый объект отрицательно влияет на первый объект. Второй объект положительно влияет на третий объект, третий объект положительно влияет на второй объект.

Согласно второй матрице, отношения изменены. Первый объект положительно влияет на третий объект, третий объект положительно влияет на первый объект. У второго и четвертого объектов взаимные отношения отрицательные. Четвертая матрица описывает ситуацию, согласно которой каждый из рассматриваемых объектов влияет на себя положительно.

Заметим, что отношения между объектами согласно симметричным матрицам «гравитационного» типа принципиально отличаются от отношений, присущих матрицам антисимметричного типа, которые принято ассоциировать с электрическими свойствами материи. У антисимметричных матриц выполняется аналог закона Ньютона: сила действия равна силе противодействия.

В этом случае матрицы «электрического» типа таковы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Подчиняясь правилу положительного воздействия на себя, матрицы выражают «компенсационные» законы взаимного воздействия.

Поскольку у нас достаточно оснований для понимания факта, что гравитация и электромагнетизм едины, мы обязаны принять точку зрения, что данный «фундамент» свойств присущ каждому объекту. По этой причине Человек и всё Человечество проявляет в своей структуре и поведении аналоги гравитационных и электрических свойств материи. Поскольку есть отрицательные и положительные стороны и свойства отношений у материи, они есть и обязаны быть в нашей структуре и нашем поведении. Конечно, у нас есть основания принимать аналогию физического, материального и духовного, информационно-материальных миров. Однако из-за существенных различий в передаче энергии и импульса по сравнению с передачей информации эти аналогии имеют лишь косвенную связь. Нет оснований их абсолютизировать.

Согласованное изменение конформаций и расчетных моделей

Изменив структуру одного объекта конформации, мы обязаны, в силу согласованности системы объектов конформации, изменить другие объекты. Пусть, например, нам задана конформация

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пусть изменен один элемент конформации

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Конформативность генерирует новую структуру других объектов:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Согласно новой структуре элементов конформации индуцируется частично деформированная система структурных операций (задающая свойства взаимодействия), что меняет, как известно, функциональные условия равновесия в системе объектов. Поскольку объекты имеют внутренние степени свободы и внешние условия, рассматриваемые изменения прямо или косвенно связаны с этими факторами перемен. В расчетной модели к объектам конформации присоединены величины, а также дифференциальные и кодифференциальные операторы, образуя согласованный комплекс величин. В частности, согласование может быть выполнено компонентами четырехметрики.

Объединим элементы пары канонических (простейших) конформаций в новую систему:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$+$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Симметрия есть лишь часть свойств и условий взаимодействия в системе объектов. Она не обязана быть фундаментальной. Алфавит можно рассматривать как пример морфологической конформации. Атомы есть пример физической конформации из электронов и протонов. Возможна линейная суперпозиция конформаций. Модель на суперпозиции конформаций в данном случае кажется моделью вырожденного типа, так как включает в себя только первый и третий элементы новой конформации

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Однако она не так проста, как кажется на первый взгляд, если модель конструируется на основе комбинированного матричного произведения элементов конформации на волновую функцию. Содержательный вариант получится, если первый элемент конформации по каждой строке умножается на первую строку волновой функции, второй элемент умножается на вторую строку и т.д. В реальной практике ситуации могут самые разные. В частности, волновые функции могут быть дополнены внутренними и внешними переменными, реализующими изменение по самостоятельной динамике. Модель может содержать скрытые параметры, прямо или косвенно учтенные в расчете.

Получим, например, заготовку модели вида

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_\tau \right\} \begin{pmatrix} \varphi_x & \varphi_y & \varphi_z & \varphi_\tau \\ \varphi_y & \varphi_x & \varphi_\tau & \varphi_z \\ \varphi_z & \varphi_\tau & \varphi_x & \varphi_y \\ \varphi_\tau & \varphi_z & \varphi_y & \varphi_x \end{pmatrix} = 0.$$

Нелинейная суперпозиция конформаций основана на наложении нескольких конформаций, когда один из элементов меняется под действием разных других элементов. К элементам данной конформации можно добавить элементы новой конформации:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Это достижимо на основе сплетения и деформации конформаций, которые естественны с позиции физического моделирования, так как они генерируют новые элементы для искомых систем уравнений.

Проиллюстрируем сказанные слова примером:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

$$+$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$$

$$+$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Скрытые отношения ассоциативности и неассоциативности

Согласно принятой точке зрения, законы взаимодействия в системе объектов базируются на таблицах их сумм и произведений, которые могут быть прямо или косвенно связаны со структурой анализируемых объектов. При этом проявляются некоторые скрытые свойства ассоциативности и неассоциативности. Проиллюстрируем этот тезис примерами.

Проанализируем таблицу произведений

$\times$	a	b	c	d
a	d	a	b	c
b	c	d	a	b
c	b	c	d	a
d	a	b	c	d

.

Она неассоциативна. Например, получим

$$a(cd) = aa = d, (ac)d = bd = b,$$

$$c(db) = cb = c, (cd)b = ab = a, \ldots$$

Строки таблицы произведений представим рисунками:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & \to & a \\ \hline & & \downarrow \\ \hline c & \leftarrow & b \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline d & \to & a \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline c & & b \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline d & \to & a \\ \hline \uparrow & & \\ \hline c & \leftarrow & b \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline c & \leftarrow & b \\ \hline \end{array}.$$

Матрицы, генерирующие данную таблицу в форме структурного произведения при согласовании элементов a, b, c, d по расположению элементов в последней строке, таковы:

$$a \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, c \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, d \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Система матриц есть группа на матричной операции, ассоциативное множество. Следовательно, есть скрытое согласование ассоциативного и неассоциативного множеств. Матрицы, задающие группу, можно рассматривать как программу управления указанной системой объектов без связи со структурой данных объектов.

Мы имеем модель формального ассоциативного управления, генерирующего неассоциативные свойства.

Проанализируем другую таблицу произведений для 4 объектов вида

×	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

.

Она ассоциативна

$$a(cd) = ab = b, (ac)d = cd = b,$$
$$c(db) = ca = c, (cd)b = bb = c, \ldots$$

Рисунок, характеризующий расположение элементов в строках, имеет вид

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & \rightarrow & a \\ \hline & & \downarrow \\ \hline c & \leftarrow & b \\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline d & \rightarrow & a \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline c & & b \\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline d & \rightarrow & a \\ \hline \uparrow & & \\ \hline c & \leftarrow & b \\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline c & \leftarrow & b \\ \hline\end{array}.$$

Он аналогичен предыдущему рисунку для неассоциативного множества. Согласование элементов в рамках модели структурного произведения генерирует матрицы

$$a \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, d \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Они не образуют группу на матричной операции. Иная ситуация складывается на других операциях. Примем в качестве бинарной операции трансформацию пары объектов в новый объект из этой же совокупности, суммируя индексы их мест по модулю числа, равного размерности многообразия, добавляя к сумме единицу.

Получим формальную таблицу взаимных превращений, индуцированных данной операцией:

$$m(xy) = m(x) + m(y) + 1 \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \hat{+} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 4 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline\end{array}.$$

Легко убедиться, что мы имеем дело с группой, функцию единицы в которой выполняет элемент, обозначенный цифрой 3.

Следовательно, конформация, которая ничем не примечательна с точки зрения матричной операции, комбинаторной операции, операции суммирования мест значимых элементов и т.д. становится «уважаемым» членом семейства групп на новой «иерархической» операции (в которой числовая иерархия в форме совокупности чисел может быть сконструирована по-разному), деформированной внешним фактором.

Те, что были «ничем» в системе общепринятых операций (алгоритмов анализа, оценок, взаимодействий) стали «всем» на числовой «иерархической» операции с внешним фактором.

Ситуация меняется принципиально, если в числовой, иерархической системе объектов операция зависит от того, какой элемент выполняет функцию управляющего элемента в форме внешнего фактора.

В указанном выше случае роль внешнего фактора выполнял элемент с индексом 1. Рассмотрим модель отношений $m(xy) = m(x) + m(y) + m(x)$. Получим таблицу произведений:

$\hat{\times}$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	1	2	3	4
3	3	4	1	2
4	1	2	3	4

.

Она частично ассоциативна. Например, получим

$$2(3\cdot 4) = 2\cdot 2 = 2, (2\cdot 3)4 = 3\cdot 4 = 2,$$

$$3(4\cdot 1) = 3\cdot 1 = 3, (3\cdot 4)1 = 2\cdot 1 = 1, \ldots$$

Та система элементов в форме конформации, которая была «ничем» в рамках стандартных, общепринятых, привычных оценок и операций, на данной операции образовала «коллектив», в котором свойства тел (описываемых ассоциативно) дополнены свойствами Сознаний и Чувств (описываемых неассоциативно).

Следовательно, изменение операций можно рассматривать в качестве важного элемента, управляющего свойствами системы объектов вплоть до их нового качества.

С физической точки зрения введенные операции индуцированы внутренними свойствами системы объектов, реализующих не только иерархию отношений, но и подчинение функции управления (операции).

Одной таблице произведений модель ставит в соответствие 4 таблицы суммирований:

$m(xy) = m(x) + m(y) + 1 \Rightarrow$

$\hat{+}_1$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

, $m(xy) = m(x) + m(y) + 2 \Rightarrow$

$\hat{+}_2$	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	1	2	3	4
3	2	3	4	1
4	3	4	1	2

,

$m(xy) = m(x) + m(y) + 3 \Rightarrow$

$\hat{+}_3$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

, $m(xy) = m(x) + m(y) + 4 \Rightarrow$

$\hat{+}_4$	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

Имеет место дублирование свойств. Объединяются четные внешние факторы и нечетные внешние факторы. Например, получим

$$1 \to (23)4 = 3, 3 \to (23)4 = 3,$$

$$2 \to (23)4 = 1, 4 \to (23)4 = 1, \ldots$$

Согласование элементов в рамках концепции структурного произведения во всех этих случаях генерирует одну модель конформации:

$$a \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, d \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Наличие пар операций позволяет генерировать алгебры. Рассмотрим, например, пару операций

$\hat{\times}$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	1	2	3	4
3	3	4	1	2
4	1	2	3	4

,

$\hat{+}_1$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

.

Специфика этой пары в наличии условия $2 \times x = 3 + x$. Система подчинена зеркальному закону $f(x, y, z) = f(z, y, x)$, $f(x, y, z) = x(yz) + y(zx) + z(xy)$.

Операционное расширение матричных полей

Поле, согласно определению математиков, есть совокупность объектов, которые задают коммутативную группу по суммированию, содержащую «нулевой» элемент, а также, если не принимать во внимание «нуль», они задают коммутативную группу по умножению.

Если имеет место некоммутативность, поля называют телами. Если на множестве действует только группа по суммированию, мы имеем кольцо. В стандартной практике математиков данные объекты различаются принципиально, поэтому им даны разные названия. Если будет найден вариант их объединения в одно многообразие с разными гранями, можно упростить терминологию. Могут быть некоммутативные поля и полуполя.

Обычно анализируются и предлагаются вниманию поля на основе системы чисел, суммируемых и умножаемых с оценкой полученных выражений по модулю некоторого числа. Их расширение проводится на основе задания системы неприводимых многочленов, ассоциированных с исходным полем. Обычно такой алгоритм связывают с идеями Галуа, предназначенными для нахождения необходимых и достаточных условий для решения алгебраических уравнений высокого порядка. В рамках развиваемого подхода, когда математическим объектам ставятся в соответствие физические объекты, желательно задавать поле матрицами. Они прямо или косвенно характеризуют систему отношений между объектами, число которых равно размерности исследуемых матриц. В современной физике постепенно утверждается точка зрения, что фундаментальные физические явления основаны на отношениях 4 объектов: пары электрических предзарядов с разными знаками и пары гравитационных предзарядов с разными знаками. Физические теории конструируются в рамках данного допущения на системе кватернионов и антикватернионов. Их можно рассматривать как объекты, генерируемые на основе группы знаков из группы перестановок Клейна

$$1 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Дополним эту систему нулевой матрицей

$$0 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем возможность превращения данной совокупности матриц в поле с матричными элементами. Анализируемая система матриц есть коммутативная группа на стандартной матричной операции. Первое условие для моделирования поля выполнено. Для пяти объектов получим таблицу суммирования:

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Так реализовано второе условие: применена операция суммирования для всей совокупности матриц. Для этого паре матриц сопоставлена новая матрица согласно суммированию чисел, ассоциированных с матрицами, названных статусом матриц в рассматриваемом множестве. Принято правило, что первое число суммы статусов указывает на количество перестановок в «цикле» из 5 цифр, начатых со второго элемента суммы. Она коммутативна.

Теперь все условия, определяющие модель поля, выполнены. Мы имеем поле с матричными элементами с матричной операцией произведения и операцией суммирования статусов матриц. Заметим, что операция суммирования статусов матриц может быть применена для любой совокупности матриц.

Она неоднозначна, так как числа для статусов мест можно задавать произвольно, генерируя модель многообразия иерархического типа. Этот подход дополняет информацию об открытом ранее свойстве существования системы суммирований в каждом конечном множестве.

Неоднозначность обусловлена учетом дополнительных свойств, ассоциированных с системой объектов.

В силу указанных причин *проблема расширения матричных полей сведена к моделированию совокупности матриц на основе применения к исходной совокупности новых операций умножения.*

Применим к элементам группы Клейна комбинаторную операцию произведения строк на строки. Сущность её состоит в том, что под строкой первой матрицы располагается аналогичная строка второй матриц с последующей генерацией значимого элемента новой матрицы в форме произведения значимых элементов, располагая его на месте, равном количеству шагов до совпадения с добавлением единицы.

Например, получим

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\underset{ll}{\times}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \frac{0\ 1\ 0\ 0}{0\ 0\ 0\ 1}\ \frac{1\ 0\ 0\ 0}{0\ 0\ 1\ 0}\ \frac{0\ 0\ 0\ 1}{0\ 1\ 0\ 0}\ \frac{0\ 0\ 1\ 0}{1\ 0\ 0\ 0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\underset{ll}{\times}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \frac{0\ 1\ 0\ 0}{0\ 0\ 1\ 0}\ \frac{1\ 0\ 0\ 0}{0\ 0\ 1\ 0}\ \frac{0\ 0\ 0\ 1}{0\ 0\ 1\ 0}\ \frac{0\ 0\ 1\ 0}{0\ 0\ 1\ 0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ldots$$

Операция генерирует на основе группы Клейна новое конечное множество, структура и свойства которого становятся объектом анализа как системы объектов, так и системы отношений между ними:

$$\begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix}: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix}: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} + \\ + \\ + \\ + \end{pmatrix}: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Это множество замкнуто как на рассматриваемой операции, так и на стандартной матричной операции. Обе операции ассоциативны. По этой причине мы получили двойное операционное расширение исходного матричного поля. Группам по умножению присущи разные единичные элементы. Это обусловлено, конечно, различием применяемых операций.

На матричной операции и комбинаторной операции произведения строк на строки единичные элементы таковы:

$$E\begin{pmatrix} \overset{m}{\times} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, E\begin{pmatrix} \overset{k}{\underset{ll}{\times}} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что комбинаторная операция расширила исходное множество, что не могла реализовать матричная операция, относительно которой исходное множество замкнуто. В итоге получилось новое множество, замкнутое на матричной операции.

Заметим, что наличие системы суммирований, обусловленное возможностью конструирования разных иерархических структур в многообразии, изначально свидетельствует о системе матричных полей.

В рассматриваемом случае эта система не только расширяется по количеству элементов. Она расширяется также по системе возможных операций, относительно которых она замкнута.

Проанализируем некоторые возможности деформации операций. Пусть, например, деформация операций основана на свойстве «зеркальности» элементов анализируемого множества.

Например, «зеркальны» пары

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\ldots$$

По этой причине «зеркальность» сохраняет анализируемое множество. По этой причине возможно введение «зеркальной» операции, когда первый элемент произведения умножается не на второй элемент, а на его «зеркальный» двойник.

Фактически так вводится двойная операция произведения: сначала второй элемент превращается в свой аналог, а затем реализуется некоторое произведение.

Анализ свидетельствует, что комбинаторная операция в этом случае сохраняет ассоциативность, а матричная операция становится неассоциативной. Рассмотрим три матрицы

$$\alpha=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\gamma=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\alpha\overset{k}{\underset{*}{\times}}\left(\beta\overset{k}{\underset{*}{\times}}\gamma\right)=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\left(\alpha\overset{k}{\underset{*}{\times}}\beta\right)\overset{k}{\underset{*}{\times}}\gamma,$$

$$\alpha\overset{m}{\underset{*}{\times}}\left(\beta\overset{m}{\underset{*}{\times}}\gamma\right)=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\left(\alpha\overset{m}{\underset{*}{\times}}\beta\right)\overset{m}{\underset{*}{\times}}\gamma.$$

«Зеркальная» деформация матричной операции придает анализируемому множеству новое качество – неассоциативность. Комбинаторная операция в форме произведения строк на строки, равно как и её «зеркальная» деформация, имеют одинаковые правые единицы. Мы получили *расщепление пары групп* с умножением на основе деформации операций, реализовав 4 модели произведений.

Реальная ситуация шире по своим свойствам. Дело в том, что анализируемая система матриц, как показано ранее, замкнута относительно операции суммирования по модулю статуса значимых мест. Практика поведения живых объектов, естественно, более сложна, у нее есть «странные» свойства.

Рассмотрим в новом числовом представлении анализируемую тройку матриц:

$$\alpha=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to 1111,\beta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to 4242,\gamma=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to 2341,$$

$$\overset{*}{\beta}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to 1313,\overset{*}{\gamma}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to 3214.$$

Применив операцию «зеркального» суммирования, получим

$$\alpha*(\beta*\gamma)=3214=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=1234=(\alpha*\beta)*\gamma.$$

Сумма становится неассоциативной, она зависит от расстановки скобок. Следовательно, множество способно иметь качественно новые свойства, генерируемые сохраняющей его системой операций.

Изоморфизмы и автоморфизмы для психологии отношений

При анализе отношений в разных коллективах возможна аналогия в поведении, хотя объекты и отношения в системах разные. Математика имеет средства для описания некоторой системы аналогий. Они определены как автоморфизмы и изоморфизмы. Проиллюстрируем их на примерах.

Взаимно однозначное соответствие при отображении многообразий друг на друга со своими произведениями называется изоморфизмом. Он задается правилом

$$\varphi(x)\overset{1}{\times}\varphi(y)=\varphi\left(x\overset{2}{\times}y\right).$$

Пример:

$$G_1\Rightarrow\{1,i,-1,-i\},G_2\Rightarrow I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},A=\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix},C=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix},$$

$$\varphi\Rightarrow 1\leftrightarrow I,i\leftrightarrow A,-1\leftrightarrow B,-i\leftrightarrow C,$$

$$\varphi\left(i\overset{1}{\times}i\right)=\varphi(1)=I,\varphi(i)=A,\varphi(-i)=C,A\overset{2}{\times}C=I.$$

Первая группа основана на произведении чисел, вторая группа базируется на стандартном матричном произведении. Изоморфизм в указанной форме учитывает это обстоятельство. Принятое в указанном порядке соответствие можно отобразить матрицей размерности 4 в форме

$$\varphi\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Она указывает, что первый элемент одной группы сопоставлен с первым элементом второй группы и аналогичная связь задана для других элементов. Совокупность матриц в форме единичных матриц есть группа по матричному произведению. Аналогично изоморфизму можно определить автоморфизм, когда соответствие устанавливается между элементами одного множества с одной и той же операцией. Например, возможны автоморфизмы

$$\left\{\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline I&A&B&C\\\hline I&A&B&C\\\hline\end{array}\right\},\left\{\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline I&A&B&C\\\hline I&B&A&C\\\hline\end{array}\right\},\left\{\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline I&A&B&C\\\hline I&C&B&A\\\hline\end{array}\right\},\left\{\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline I&A&B&C\\\hline I&A&C&B\\\hline\end{array}\right\}.$$

Им сопоставлены матрицы:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Практика людей и отношений между ними не обязана укладываться в рамки разработанных математических моделей. Естественно ожидать появления более тонких и более глубоких инструментов для анализа темы аналогии различных физических и психологических систем. Эти исследования тем более актуальны, когда обнаружена возможность моделирования совокупности операций с объектами, которые могут быть столь же сложны, как и исследуемые объекты. Аналогии могут быть по структуре объектов, по системе операций, по связям между объектами и операциями. Может быть также аналогия по всей совокупности указанных элементов.

Однако не менее важно разработать средства для анализа различия объектов, операций, связей разного типа. Различий в принципе может быть больше, чем аналогий.

Группы гомологий для психологических задач

Рассмотрим три «живых объекта» A, B, C, соединенные между собой связями, которые можно представить одномерными объектами в форме линий с длинами l_{AB}, l_{BC}, L_{CD}, которые их характеризуют, различаясь их формами. Такова исходная постановка задачи. Найдем математические средства, позволяющие косвенно указать некий оптимум отношения между этими объектами.

Определим функцию суммирования структуры этого объекта:

$$\sigma_1 = l_{AB}(AB) + l_{BC}(BC) + l_{CA}(CA).$$

Зададим алгоритм изменения этой структуры в форме действия оператора δ на аргументы этой функции, принимающей разные знаки при действии на исследуемые объекты. Например, получим

$$\delta\sigma_1 = l_{AB}(A-B) + l_{BC}(B-C) + l_{CA}(C-A).$$

Примем точку зрения, что оператор δ при действии на «точки» «ликвидирует» их:

$$\delta(\xi) = 0, \xi \to A, B, C.$$

Поэтому $\delta^2\sigma_1 = 0.$

Первый дифференциал может обратиться в ноль, если равны длины сторон в рассматриваемом треугольнике:

$$l_{AB} = l_{BC} = l_{CA}.$$

Так получается, в полной аналогии с теорией гомологий, ответ на вопрос о некотором возможном условии равновесия в анализируемой системе.

Аналогично можно рассмотреть более сложные выражения. Например, рассмотрим объект в форме трех треугольников, согласованных между собой. Зададим функцию суммирования его структуры

$$\sigma_2 = s_{abc}(abc) - s_{cbd}(cbd) + s_{cea}(cea).$$

Рассмотрим дифференциал, учитывающий тот факт, что он «расщепляет» треугольники на стороны, зависит от пары «точек», что меняет его «поведение». Получим

$$\delta\sigma_2 = s_{abc}(ab+bc+ca) - s_{cbd}(cb+bd+dc) + s_{cea}(ce+ea+ac).$$

Тогда второй дифференциал, действующий антисимметрично, обращается в ноль. Получим

$$\delta^2\sigma_2 = s_{abc}(a-b+b-c+c-a) - s_{cbd}(c-b+b-d+d-c) + s_{cea}(c-e+e-a+a-c) \equiv 0.$$

Реальные и формальные признаки исследуемого объекта «перепутаны».

Рассмотрим вариант, когда $\delta\sigma_2 = 0$. В зависимости от того, как расставлены знаки, получатся три возможности

$$s_1 + s_2 - s_3 = 0, s_1 + s_2 - s_3 = 0, s_2 + s_3 - s_1 = 0.$$

Их можно представить несколькими способами в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} -s_3 & s_2 & s_1 \\ s_1 & -s_3 & s_2 \\ s_2 & s_1 & -s_3 \end{pmatrix} = -s_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + s_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + s_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} s_1 & s_2 & -s_3 \\ s_2 & -s_3 & s_1 \\ -s_3 & s_1 & s_2 \end{pmatrix} = s_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + s_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - s_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} s_1 & s_2 & -s_3 \\ s_1 & s_2 & -s_3 \\ s_1 & s_2 & -s_3 \end{pmatrix} = s_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + s_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} - s_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ldots$$

Следовательно, одинаковые, с психологической точки зрения, результаты могут быть представлены разными математическими структурами. В соответствии с этим можно получить разную информацию об одних и тех же объектах, учесть их «внутренние» возможности, скрытые при анализе ситуации на одной модели. Первый набор матриц соответствует группе. Второй набор матриц соответствует дополнению указанной группы до полной симметрической группы S_3.

Методы и модели гомологической алгебры могут и должны применяться в решении психологических задач. В этом нет ничего необычного. Вследствие абстрактной оценки самих объектов и отношений между ними можно рассчитывать на получение важной информации о них с точки зрения теории гомологий.

Функциональная компенсация «зеркальных» циклов на конформациях

Наличие матриц позволяет производить с ними некоторые действия, которые из одной матрицы генерируют систему матриц. Простой алгоритм генерации конформации из одной матрицы состоит в том, что значимые элементы переставляются на одно место влево или вправо от исходного значения.

В итоге будут получены системы, значимые элементы которых заполняют всё матричное пространство. Эти системы названы конформациями.

Представляет интерес задача конструирования «зеркальных» конформаций, значимые элементы которых расположены зеркально относительно мест исходной конформации.

Проиллюстрируем этот тезис примером на матрицах размерности 3.

α^3	β^3	γ^3
$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$
α	β	γ
$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$
$-\alpha^3$	$-\beta^3$	$-\gamma$

.

Сумма указанных детерминантов матриц равна нулю. С аналогичной ситуацией мы имеем дело для матриц размерности 4.

α^4	$-\beta^4$	γ^4	$-\delta^4$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
α	β	γ	δ
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$-\alpha^4$	β^4	$-\gamma^4$	δ^4

.

Отсюда следуют законы:

$$\sigma_1 = \alpha^4 - \beta^4 + \gamma^4 - \delta^4, \sigma_2 = -\alpha^4 + \beta^4 - \gamma^4 + \delta^4,$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 0.$$

Правило, полученное нами, справедливо для категории разрешимых групп, которые рассмотрены нами. Эти законы антисимметричны. С физической точки зрения они принадлежат «электрическому» типу.

Следует ожидать законов «гравитационного» типа. На самом деле, это возможно. Для этого достаточно рассмотреть матрицы более высоких размерностей.

Например, получим

α^5	β^5	γ^5	δ^5	ε^5
$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 1&0&0&0&0\\ \hline 0&1&0&0&0\\ \hline 0&0&1&0&0\\ \hline 0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&0&0&1\\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 0&1&0&0&0\\ \hline 0&0&1&0&0\\ \hline 0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&0&0&1\\ \hline 1&0&0&0&0\\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 0&0&1&0&0\\ \hline 0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&0&0&1\\ \hline 1&0&0&0&0\\ \hline 0&1&0&0&0\\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&0&0&1\\ \hline 1&0&0&0&0\\ \hline 0&1&0&0&0\\ \hline 0&0&1&0&0\\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 0&0&0&0&1\\ \hline 1&0&0&0&0\\ \hline 0&1&0&0&0\\ \hline 0&0&1&0&0\\ \hline 0&0&0&1&0\\ \hline\end{array}$
α	β	γ	δ	ε
$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 1&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&1\\ \hline 0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&1&0&0\\ \hline 0&1&0&0&0\\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 0&1&0&0&0\\ \hline 1&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&1\\ \hline 0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&1&0&0\\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 0&0&1&0&0\\ \hline 0&1&0&0&0\\ \hline 1&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&1\\ \hline 0&0&0&1&0\\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&1&0&0\\ \hline 0&1&0&0&0\\ \hline 1&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&1\\ \hline\end{array}$	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline 0&0&0&0&1\\ \hline 0&0&0&1&0\\ \hline 0&0&1&0&0\\ \hline 0&1&0&0&0\\ \hline 1&0&0&0&0\\ \hline\end{array}$
α^5	β^5	γ^5	δ^5	ε^5

.

$$\sigma_1 = \alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5 + \delta^5 + \varepsilon^5, \sigma_2 = \alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5 + \delta^5 + \varepsilon^5,$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 0.$$

Аналогичный закон «гравитационного» типа получится для матриц размерности 6.

Продолжение анализа для матриц более высокой размерности даёт такой результат: имеет место «цикл» законов. Зеркальные конформации размерности 7 подчинены закону размерности 3. Зеркальные конформации размерности 8 подчинены закону размерности 4. Зеркальные конформации размерности 9 подчинены закону размерности 5 и т.д.

Следовательно, есть пара моделей функциональной компенсации для зеркальных конформаций.

У пары конформаций есть период по размерности с числом 4.

Конформационное расширение коммутативной группы

Обычно операция в группе характеризуется тем, что на её основе группа замкнута. Ситуация меняется, если имеется система операций. Они способны дополнять друг друга, что позволяет из одной конформации генерировать систему конформаций, которая может быть замкнута на несколько операций. По этой причине исследование конформаций неотделимо от решения вопросов расширения конформаций на основе системы операций. В частности, это могут быть операции суммирования мест значимых элементов, а также матричные и комбинаторные операции.

Примем модель, в которой система из 5 объектов, положительно влияющих друг на друга, превращается в коммутативную группу на матричной операции на основе операции сдвига значимых элементов.

Получим исходную систему матриц:

$$C_5 \Rightarrow \underset{I,x_1}{\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}}, \underset{a,s,x_2}{\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{bmatrix}}, \underset{b,s^2,x_3}{\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{bmatrix}}, \underset{c,s^3,x_4}{\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}}, \underset{d,s^4,x_5}{\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{bmatrix}}.$$

Проверка стандартных условий наличия коммутативной группы на матричной операции тривиальна.

Выполним расширение данной конформации, рассмотрев систему взаимных произведений данных элементов на основе операции суммирования по модулю числа 5 значимых мест элементов.

Получим три конформации:

$$Y_5 \Rightarrow \underset{I+s^4,t,y_1}{\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{bmatrix}}, \underset{s+s^4,s^3t,y_2}{\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}}, \underset{I+s,st,y_3}{\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\end{bmatrix}}, \underset{I+s^2,s^4t,y_4}{\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{bmatrix}}, \underset{I+s^3,s^2t}{\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}}.$$

$$Z_5 \Rightarrow \underset{I+s+s^2,t^3,z_1}{\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}}, \underset{I+s+s^3,s^3t^3,z_2}{\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{bmatrix}}, \underset{I+s+s^4,s^4t^3,z_3}{\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}}, \underset{s+s^2+s^3,st^3,z_4}{\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\end{bmatrix}}, \underset{s+s^2+s^4,s^3t^3,z_5}{\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\end{bmatrix}},$$

$$C_5^* \Rightarrow \underset{\substack{I+s+s^2+s^4\\ st^2,x_1^*}}{\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{bmatrix}}, \underset{\substack{I+s+s^3+s^4\\ s^4t^2,x_2^*}}{\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}}, \underset{\substack{I+s^2+s^3+s^4\\ s^3t^2,x_3^*}}{\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{bmatrix}}, \underset{\substack{s+s^2+s^3+s^4\\ s^2t^2,x_4^*}}{\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}}, \underset{\substack{I+s+s^2+s^3\\ st^2,x_5^*}}{\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{bmatrix}}.$$

С физической точки зрения такой подход означает, что из одного «материала» можно, применяя разные «инструменты» изготавливать разные изделия. Конечно, эти вопросы интересны с формальной точки зрения. Но они также важны для приложений, так как разным операциям можно сопоставить разные модели взаимодействий. Получение максимально полной системы операций позволит по-новому подойти к проблеме генерации материи и разных видов энергий, а также к проблеме эволюции и динамики объектов Вселенной.

Суммирование мест значимых элементов каждой из указанных конформаций по модулю размерности матриц генерирует единую матрицу

$$\underset{\sigma_4}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline\end{array}}.$$

В итоге мы получаем коммутативную группу на операции суммирования мест значимых элементов. Роль единичной матрицы в этом случае выполняет матрица σ_4. Группа содержит 21 элемент, представляющий собой произведение простых чисел $21=3\cdot 7$. Группа из 5 элементов на матричной операции расширена до группы из 21 элемента на операции суммирования значимых мест. Применение к полученной новой системе матриц матричной операции генерирует дальнейшее расширение с появлением четырёх матриц:

$$\underset{\sigma_1}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&0&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline\end{array}},\ \underset{\sigma_2}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline\end{array}},\ \underset{\sigma_3}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline\end{array}},\ \underset{\sigma_4}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline\end{array}}.$$

Эти матрицы замкнуты также относительно операции суммирования значимых мест. Легко видеть, что есть также «замыкание» по комбинаторной операции произведения строк на строки. Обозначения, введенные выше, иллюстрируют пару операций: операцию суммирования по модулю размерности матриц мест значимых элементов, а также операцию матричного произведения базовых матриц s,t.

Другими словами, одинаковые множества могут быть получены как на операции суммирования, так и на операции произведения.

Проиллюстрируем полученные совокупности матриц с физической точки зрения.

Рассмотрим исходную конформацию

$$C_5 \Rightarrow \underset{I,x_1}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline\end{array}},\ \underset{a,s,x_2}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline\end{array}},\ \underset{b,s^2,x_3}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline\end{array}},\ \underset{c,s^3,x_4}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline\end{array}},\ \underset{d,s^4,x_5}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline\end{array}}.$$

Дополним её столбцы строками из 5 элементов $x_i, i = 1,2,3,4,5$:

$$C_5 \Rightarrow \begin{array}{c}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline\end{array}\\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline x_1&x_2&x_3&x_4&x_5\\\hline\end{array}\end{array},\ \begin{array}{c}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline\end{array}\\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline x_1&x_2&x_3&x_4&x_5\\\hline\end{array}\end{array},\ \begin{array}{c}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline\end{array}\\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline x_1&x_2&x_3&x_4&x_5\\\hline\end{array}\end{array},\ \begin{array}{c}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline\end{array}\\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline x_1&x_2&x_3&x_4&x_5\\\hline\end{array}\end{array},\ \begin{array}{c}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline\end{array}\\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline x_1&x_2&x_3&x_4&x_5\\\hline\end{array}\end{array}.$$

В соответствии с расположением значимых элементов в матрицах запишем функциональные «циклы» в форме пары произведений рядом расположенных элементов. Получим уравнения

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_5 + x_5x_1 = \theta,$$

$$x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_5 + x_5x_1 + x_1x_2 = \theta,$$

$$x_3x_4 + x_4x_5 + x_5x_1 + x_1x_2 + x_2x_3 = \theta,$$

$$x_4x_5 + x_5x_1 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 = \theta,$$

$$x_5x_1 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_5 = \theta.$$

Расположение элементов в этой системе уравнений соответствует структуре

$$C_5^* \Rightarrow \underset{x_1x_2}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline\end{array}},\ \underset{x_2x_3}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&1&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline\end{array}},\ \underset{x_3x_4}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline\end{array}},\ \underset{x_5x_4}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline\end{array}},\ \underset{x_5x_1}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline\end{array}}.$$

С конформацией

$$C_5^* \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&1&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&0&1\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline\end{array}$$

$$I+s+s^2+s^4 \qquad I+s+s^3+s^4 \qquad I+s^2+s^3+s^4 \qquad s+s^2+s^3+s^4 \qquad I+s+s^2+s^3$$

$$st^2, x_1^* \qquad s^4t^2, x_2^* \qquad s^3t^2, x_3^* \qquad s^2t^2, x_4^* \qquad st^2, x_5^*$$

по указанному алгоритму ассоциирована *единая система* уравнений

$$\begin{gathered} x_1x_5 + x_5x_4 + x_4x_3 + x_3x_2 + x_2x_1 = \theta, \\ x_2x_1 + x_1x_5 + x_5x_4 + x_4x_3 + x_3x_2 = \theta, \\ x_3x_2 + x_2x_1 + x_1x_5 + x_5x_4 + x_4x_3 = \theta, \\ x_4x_3 + x_3x_2 + x_2x_1 + x_1x_5 + x_5x_4 = \theta, \\ x_5x_4 + x_4x_3 + x_3x_2 + x_2x_1 + x_1x_5 = \theta. \end{gathered}$$

Расположение элементов в системе уравнений согласовано с конформацией

$$C_5 \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&1&0\\\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 0&0&0&0&1\\\hline 1&0&0&0&0\\\hline 0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&0\\\hline 0&0&0&1&0\\\hline\end{array}.$$

$$x_1x_5 \qquad x_5x_4 \qquad x_4x_3 \qquad x_3x_2 \qquad x_2x_1$$

Такая возможность ассоциирована со свойствами решения алгебраических уравнений в радикалах, рассматриваемых со стандартной точки зрения в рамках формализма Галуа. Алгебраические уравнения степени 5 классифицируются по своим решениям на основе данной пары конформаций и уравнений указанного вида.

В расширенном варианте анализ базируется на полученной системе из 4 конформаций. Следовательно, модель конформаций может применяться в качестве «инструмента» для решения вопроса о разрешимости алгебраических уравнений с одной переменной в радикалах. Операция суммирования по модулю значимых мест эффективна для получения системы конформаций из одной базовой конформации.

Аналогично анализируются функциональные связи вида

$$x_1x_3 + x_3x_5 + x_5x_2 + x_2x_4 + x_4x_1 = \pi.$$

При анализе алгебраических уравнений степени 5, как известно, прежде всего требуется найти дискриминант уравнения. Если он не является полным квадратом, то группа Галуа либо совпадает с симметрической группой S_5, либо сопряжена с указанной выше системой, состоящей из 4 конформаций, которые можно обозначить B_5'. Величина $g = h^2$ «принадлежит» этой группе, если

$$h = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_5 + x_5x_1 - \left(x_1x_3 + x_3x_5 + x_5x_2 + x_2x_4 + x_4x_1\right).$$

Если дискриминант является полным квадратом, то группа Галуа сопряжена с одной из трёх групп:

$$C_5, B_5 = C_5 + C_5^*, A_5.$$

Величина A_5 обозначает знакопеременную группу. Группа B_5 называется метациклической. Все указанные группы разрешимы, что, по критерию Галуа, свидетельствует, что они имеют решение в радикалах. Конечно, его ещё надо найти.

Конформационный подход к структурному анализу проблемы разрешимости алгебраических уравнений прост и нагляден. Первичным элементом алгоритма является единичная матрица.

С физической точки зрения она отображает систему объектов, формально объединенных между собой и подчиненных воздействию на себя. Так математически признается и описывается исходная *внутренняя функциональность* рассматриваемой системы объектов.

Генерация конформации основана на механизме ближнего «замыкания» взаимных влияний в форме «глобального» сдвига значимых элементов по своей строке: первый объект влияет на второй, второй объект влияет на первый и т.д. Операцией другого типа в форме суммирования мест значимых элементов по модулю числа объектов (размерности матриц) реализуется расширение исходной конформации до системы конформаций.

Так коммутативная (абелева) конформация превращается в систему неабелевых конформаций, если подчинить её стандартной матричной операции. Другими словами, введение в практику работы с системой объектов новых операций способно изменить качество данной системы.

Принятый подход к системе конформаций позволяет рассматривать её элементы в качестве физических объектов. В данном случае это будут матрицы. Обозначим их буквами, стоящими под матрицами.

Тогда на матричной операции генерируется система связей. Они характеризуют, прямо или косвенно, некоторые свойства взаимодействия в системе рассматриваемых объектов.

Заметим, что есть связь этих свойств с функциональными уравнениями, которые применяются при анализе вопросов разрешимости алгебраических уравнений в радикалах.

Получим условия

$$\begin{aligned}
0: x_1x_1^* + x_2x_2^* + x_3x_3^* + x_4x_4^* + x_5x_5^* = 5x_1^*,\\
1: x_1x_2^* + x_2x_3^* + x_3x_4^* + x_4x_5^* + x_5x_1^* = 5x_2^*,\\
2: x_1x_3^* + x_3x_5^* + x_5x_2^* + x_2x_4^* + x_4x_5^* = 5x_3^*,\\
3: x_1x_4^* + x_4x_2^* + x_2x_5^* + x_5x_3^* + x_3x_1^* = 5x_4^*,\\
4: x_1x_5^* + x_5x_4^* + x_4x_3^* + x_3x_2^* + x_2x_1^* = 5x_5^*.
\end{aligned}$$

Матричные уравнения указанного вида аналогичны тем уравнениям, которые применяются при анализе алгебраических уравнений, записанным для их корней. Цифра перед функциональным условием указывает на интервал между рассматриваемыми объектами по их «циклу». Имеют место новые функциональные связи:

$$x_1^*x_2 + x_2^*x_3 + x_3^*x_4 + x_4^*x_5 + x_5^*x_1 = x_1^* + x_2^* + x_3^* + x_4^* + x_5^*,$$

$$x_1x_2^*x_1 + x_2x_3^*x_2 + x_3x_4^*x_3 + x_4x_5^*x_4 + x_5x_1^*x_5 = x_1^* + x_2^* + x_3^* + x_4^* + x_5^*,$$

$$y_1x_2^* + y_2x_3^* + y_3x_4^* + y_4x_5^* + y_5x_1^* = 5z_2,$$

$$z_1x_2^* + z_2x_3^* + z_3x_4^* + z_4x_5^* + z_5x_1^* = 5y_2.$$

На данной стадии их трудно интерпретировать. Понятно только, что отношения между корнями алгебраического уравнения и некоторыми свойствами реальных объектов, представленных матрицами, могут быть разными. Связи не только инициируют взаимные отношения, но они их дополняют.

Системе конформаций присуща система нелинейных функциональных соотношений. Покажем некоторые из них:

$$\left(s^3t^3\right)\left(s^4t^2\right) = t, \left(s^3t^3\right)\left(s^3t^2\right) = s^3t,$$

$$\left(s^3t^2\right)\left(s^3t^3\right) = st, \left(s^3t^3\right)\left(st^2\right) = s^4t, \left(s^4t^2\right)\left(s^3t^3\right) = s^2t.$$

Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{aligned}
ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0,\\
ax^3 + bx^2 + cx + d + ex^4 = 0,\\
ax^2 + bx + c + dx^4 + ex^3 = 0,\\
ax + b + cx^4 + dx^3 + ex^2 = 0,\\
a + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex = 0.
\end{aligned}$$

Она содержит не только исходное базовое уравнение, но и другие уравнения, которые следуют из расширенных алгебраических уравнений на исходных конформациях.

Рассмотрим две модели:

$$\left\{a\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}+e\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}\right\}\begin{Bmatrix}x^4\\x^3\\x^2\\x\\1\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\end{Bmatrix},$$

$$\left\{a\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}+e\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}\right\}\begin{Bmatrix}x^4\\x^3\\x^2\\x\\1\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\end{Bmatrix}.$$

Они генерируют указанную систему уравнений. Просуммируем их. Получим

$$x^4+x^3+x^2+x+1=0.$$

Уравнение можно рассматривать как конформационное следствие, основанное на возможности анализа исходного алгебраического уравнения как элемента более общей системы, базирующейся на конформационной алгебре указанного вида. Тогда получает новый «оттенок» известное условие Гаусса

$$x^5-1=(x-1)\left(x^4+x^3+x^2+x+1\right)=0.$$

Круговой полином имеет систему корней. Корни, отличающиеся от единицы, задаются уравнением, следующим из конформационной алгебры.

Рассматриваемое уравнение можно преобразовать к виду

$$x^2+x+1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)+1=0.$$

При замене переменных $u=x+\dfrac{1}{x}$ получим $u^2+u-1=0\rightarrow u_{1,2}=-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}.$ Следовательно, корни рассматриваемого уравнения таковы:

$$\varepsilon_i, i=1,2,3,4\rightarrow x_{1,2}=\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}\pm i\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{5+\sqrt{5}}, x_{3,4}=-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}\pm i\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{5-\sqrt{5}}.$$

Применим к данной матричной группе комбинаторную операцию произведения строк на строки. Получим неассоциативную систему, состоящую из 9 матриц:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\ [1]=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},[2]=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},[3]=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$d=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},e=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\ f=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Она подчинена некоммутативной, неассоциативной таблице:

$\overset{k}{\times}$	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f
a	$[1]$	$[3]$	$[2]$	a	c	b	d	f	e
b	$[2]$	$[1]$	$[3]$	b	a	c	e	d	f
c	$[3]$	$[2]$	$[1]$	c	b	a	f	e	d
$[1]$	d	f	e	$[1]$	$[3]$	$[2]$	a	c	b
$[2]$	e	d	f	$[2]$	$[1]$	$[3]$	b	a	c
$[3]$	f	e	d	$[3]$	$[2]$	$[1]$	c	b	a
d	a	c	b	d	f	e	$[1]$	$[3]$	$[2]$
e	b	a	c	e	d	f	$[2]$	$[1]$	$[3]$
f	c	b	a	f	e	d	$[3]$	$[2]$	$[1]$

.

Выполним суммирование указанных элементов на основе операции суммирования мест значимых элементов в строках при анализе сумм по модулю числа, равного размерности матриц. Получим таблицу:

$\overset{m}{+}$	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f
a	e	f	d	b	c	a	$[2]$	$[3]$	$[1]$
b	f	d	e	c	a	b	$[3]$	$[1]$	$[2]$
c	d	e	f	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$
$[1]$	b	c	a	$[2]$	$[3]$	$[1]$	e	f	d
$[2]$	c	a	b	$[3]$	$[1]$	$[2]$	f	d	e
$[3]$	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f
d	$[2]$	$[3]$	$[1]$	e	f	d	b	c	a
e	$[3]$	$[1]$	$[2]$	f	d	e	c	a	b
f	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f	a	b	c

.

Анализируемая система конформаций замкнута относительно комбинаторной операции по строкам матриц и относительно операции суммирования значимых мест по модулю размерности матриц. Легко показать систему законов, которым она подчинена. Среди законов есть структурно зеркальный и операционно антизеркальный закон:

$$b \overset{m}{+} \left(a \overset{k}{\times} b \right) = \left(b \overset{m}{+} a \right) \overset{k}{\times} b.$$

Он выполняется в обычном числовом множестве со стандартными операциями произведения и суммирования только для чисел 0,1 и для числа, равного бесконечности.

В рассматриваемом случае он выполняется для более широкого набора и справедлив для любой конечной размерности.

Заметим, что найденное свойство вытекает из анализа конформаций, ассоциированных с перестановкой коэффициентов алгебраического уравнения второго порядка. Следовательно, данное уравнение имеет скрытые свойства. Более того, эти свойства таковы, что расширяется концепция поля, так как система матриц некоммутативна и неассоциативна.

Проанализируем закон вида

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = [3].$$

Поскольку

$$a^3 = b^3 = c^3 = [1], -[3] = [3],$$

$$[1]+[1]+[1]=[3],[2]+[2]+[2]=[3],[3]+[3]+[3]=[3],-[3]=[3],$$

требуется выполнение условий

$$abc = [\xi], \xi = 1,2,3.$$

Они очевидны, если элементы равны. Они справедливы, если для элементов одного класса выбирается

$$c = ba \rightarrow abc = (ab)(ba).$$

Поскольку анализируемое условие есть условие «равновесия» в системе объектов, мы замечаем пару законов на данной системе операций:

а) равновесна «тройка», состоящая из одинаковых объектов,

б) равновесна «тройка», в которой к паре ab, принадлежащей одному классу, присоединен объект $c = ba$.

Есть также закон равновесия вида

$$\xi \overset{k}{\times} \eta \overset{m}{+} \eta \overset{k}{\times} \xi = [\theta], \theta = 1,2,3.$$

Тот факт, что неассоциативность в этой модели имеет место для любой конечной размерности матриц, не позволяет установить влияние и роль неассоциативности в проблеме нахождения решений в радикалах. Ситуация имеет общие свойства. Они аналогичны общим свойствам основных симметрических функций. Поэтому следует ожидать, что есть некоторые функциональные свойства рассматриваемых систем, которые выполняются для уравнений, разрешимых в радикалах и не выполняются в других случаях. Может быть также обратная ситуация.

Проанализируем функциональные законы анализируемого множества. В качестве базовой функции применим выражение

$$f(x,y,z)=x(yz)+y(zx)+z(xy).$$

Выполняется «зеркальный» по аргументам закон

$$f(x,y,z)=f(z,y,x).$$

Например, получим

$$f(a,b,f)=a(bf)+b(fa)+f(ab)=af+bc+f[3]=e+[3]+d=c,$$

$$f(f,b,a)=f(ba)+b(af)+a(fb)=f[2]+be+ab=e+d+[3]=c...$$

Определим систему функции:

$$\begin{gathered}\varphi(x,y,z)=f(xy,yz,zx),\\ \psi(x,y,z)=f(xyz,yzx,zxy),\\ \pi(x,y,z)=f(x+y,y+z,z+x).\end{gathered}$$

Они подчинены законам:

$$\begin{gathered}\varphi(x,y,z)=\varphi(z,y,x),\\ \psi(x,y,z)=\psi(z,y,x),\\ \pi(x,y,z)=\pi(z,y,x).\end{gathered}$$

Следовательно, неассоциативное, некоммутативное множество имеет систему законов, которые не выполняются в ассоциативных множествах и которые достаточно необычны.

Например, получим закон

$$x\times y+y\times x=[2].$$

С физической точки зрения практическая реализация найденных законов «равновесия» предполагает наличие системы внутренних свойств анализируемых объектов, представленных нами матрицами и парой операций.

Заметим, что рассматриваемое конечное множество имеет частные законы, справедливые для трёх объектов.

Например, есть законы:

$$x(yz)(zy)x+y(zx)(xz)y+z(xy)(yx)z=xy+yz+zx,$$

$$(xyz)x+(yzx)y+(zxy)z=x+y+z,$$

$$x(y+z)+y(z+x)+z(x+y)=x+y+z+xy+yz+zx=$$

$$=(xyz)x+(yzx)y+(zxy)z+x(yz)(zy)x+y(zx)(xz)y+z(xy)(yx)z.$$

Анализ показал, что 4-циклы имеют систему свойств. В частности, имеем условие

$$xyzt+yztx+ztxy+txyz=tzyx+zyxt+yxtz+xtzy.$$

В этом случае меняется в обратном «прочтении» порядок элементов, генерируемых каждой четверкой элементов:

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta=\delta+\gamma+\beta+\alpha.$$

По аналогии с едиными уравнениями электромагнетизма и гравитации, а также с функциональными условиями когомологий Хохшильда получим условие

$$\tau(x,y,z,t)=xyf(z,t)+yzf(t,x)+ztf(x,y)+txf(y,z)=\hat{0}=[3],$$

$$f(\alpha,\beta)=\alpha\beta+\beta\alpha.$$

Это функциональное условие можно полиномиально усложнить:

$$3\tau(x,y,z,t)=\tau^3(x,y,z,t),$$

если функцию определить условием $f(\alpha,\beta)=\alpha\beta-\beta\alpha.$

С психологической точки зрения представляет интрес задача анализа различных отношений, которым подчинены исследуемые объекты и их составляющие.

С точки зрения психологов интересно рассмотреть изменения операций в форме систем отношений между объектами и проанализировать изменение законов в исследуемых конечных системах.

Операционные истоки происхождения, эволюции объектов и их свойств

Введём систему матриц с единичными и парными отношениями:

$$\underset{x_1}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_2}{\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_3}{\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{x_1x_2}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_1x_3}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_2x_3}{\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}}.$$

Получим таблицу произведений на трёх указанных операциях:

$\times$	ξ	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$
	$\overset{k}{\underset{l}{\times}}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\overset{m}{\times}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$
	$\overset{k}{\underset{c}{\times}}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$
	$\overset{k}{\underset{l}{\times}}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\overset{m}{\times}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$
	$\overset{k}{\underset{c}{\times}}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$
	$\overset{k}{\underset{l}{\times}}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\overset{m}{\times}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$
	$\overset{k}{\underset{c}{\times}}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$

.

Генерация становится возможной только после того, как заданы операции для матриц.

Следуя опыту жизни, мы вправе принять разные системы отношений. На математическом языке речь пойдет о системе операций.

Например, отнесём к системе операций стандартную матричную операцию. Она ассоциативна, что косвенно свидетельствует о наличии некоторого устойчивого алгоритма генерации новых матриц. Примем к рассмотрению также пару неассоциативных, комбинаторных операций. Они генерируют новые матрицы при комбинаторном произведении строк первой матрицы на строки или столбцы второй матрицы. Понятно, что в общем случае результаты генерации на ассоциативных и на неассоциативных операциях могут быть разными. Заметим, что ассоциативность мы соотносим к свойствам физических тел, а неассоциативности ставим в соответствие свойства Сознаний и Чувств. В предлагаемом расчете применяются три различных операции. Этот выбор выполнен сознательно с целью обоснования единого механизма генерации элементов матричной алгебры разными операциями. Доказательство такой возможности есть косвенное подтверждение единства происхождения и истоков Тел, Сознаний и Чувств. Проанализирована система, состоящая из трех объектов. Принят алгоритм сопоставления им матриц на основе допущения, что отношение «к себе» задаётся каноническими матрицами с элементами на диагонали. Отношения «к себе» дополнены взаимными отношениями в паре объектов, что задано матрицами с соответствующим расположением значимых элементов по строкам. Результат получился одинаковый на каждой из трёх операций. Следовательно, можно предположить на основе принятой модели и математических следствий, что Тела, Сознания, Чувства объектов исходно едины. Далее происходит взаимная связь и «обогащение» отношений.

Дополним анализируемую систему матриц еще одним элементом:

$$\underset{x_1}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_2}{\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_3}{\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}},\underset{x_1x_2}{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_1x_3}{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}},\underset{x_2x_3}{\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}},\underset{x_1x_2x_3}{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}}.$$

На матричной операции получим систему условий:

$$\begin{gathered}x_1+x_2+x_3=E,\\(x_1x_2)^2+(x_1x_3)^2+(x_2x_3)^2=2E,\\(x_1x_2x_3)^3=E.\end{gathered}$$

Следовательно, выполняются законы:

$$\begin{gathered}x_1+x_2+x_3+(x_1x_2x_3)^3=(x_1x_2)^2+(x_1x_3)^2+(x_2x_3)^2,\\x_1+x_2+x_3+(x_1x_2)^2+(x_1x_3)^2+(x_2x_3)^2=3(x_1x_2x_3)^3,\\(x_1x_2)^2+(x_1x_3)^2+(x_2x_3)^2+(x_1x_2x_3)^3=3(x_1+x_2+x_3).\end{gathered}$$

Они имеют более сложный вид, если система состоит из большего числа объектов. Однако уже на этой стадии ясно, что взаимные произведения генерируют новые объекты, реализуя таким способом систему условий «равновесия». Их можно интерпретировать как аналоги «атомов» и «молекул», образованных из первичных объектов.

Условия равновесия меняются, если меняется система операций. В частности, законы зависят от операции суммирования. С физической точки зрения эти рассуждения не фантазия, если принять гипотезу, что математические объекты, будучи числовым представлением реальных объектов с системой ощущений и принятия решений, через величины и операции отображают эти ощущения и решения.

Операции с деформацией элементов

Отношения между людьми реализуются в ситуациях, конда объекты меняются. Математически можно исследовать это обстоятельство средствами теории деформации. Покажем это на простом примере.

Проанализируем систему отношений между тремя элементами в их представлении матрицами размерности 3. Это легко сделать, если начать анализ с системы отношений между двумя элементами в их представлении матрицами размерности 2. Получим базовые матрицы

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}.$$

Подставим эти матрицы в матрицы размерности 3 в их основном виде или в виде элементов, разделенных по столбцам. Получим такие модели:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\ *&*&0\\ *&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\ *&0&*\\ *&0&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&*&*\\0&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\ *&*&0\\ *&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\ *&0&*\\ *&0&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\ *&*&0\\ *&*&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\ *&*&0\\ *&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\ *&0&*\\ *&0&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&*&*\\0&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\ *&*&1\\ *&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&0\\0&0&1\\ *&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&0\\ *&*&1\\0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}*&*&0\\ *&*&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&0\\0&0&0\\ *&*&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\ *&*&0\\ *&*&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&0\\ *&*&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&0&*\\ *&0&*\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&*&*\\0&*&*\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}*&*&0\\ *&*&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&0&*\\ *&0&*\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&*&*\\0&*&*\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&*&*\\1&0&0\\0&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&*&*\\1&*&*\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&*&*\\0&*&*\end{pmatrix}.$$

Среди этих матриц будут совпадающие. Их легко найти. Получим 84 матрицы, на основе которых задаются отношения между тремя элементами в их представлении матрицами размерности 3.

Матрицы, анализируемые нами, делятся на три вида. Первый вид образуют матрицы, в каждой строке которых содержится один значимый элемент. Второй тип содержит в каждом столбце один значимый элемент. Третий тип имеет пару элементов либо в одной строке, либо в одном столбце. Есть также элементы, которые содержат в одной строке или в одном столбце по три значимых элемента. Для упрощения анализа все значимые элементы одинаковы. Однако и такой набор матриц интересен с разных точек зрения.

Запишем их в явном виде:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\1&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\1&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\1&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&1\\0&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&1&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&1&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\1&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\1&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\1&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix}.$$

Прежде всего, понятно, мы рассматриваем элементы группы перестановок из трех элементов, а также систему правых и левых идеалов на матричной операции.

Применим к матрицам комбинаторные операции по строкам или по столбцам, а также суммирование мест значимых элементов по модулю числа, равного размерности матриц.

Анализ дает закон, действующий в этом случае на паре матриц:

$$\sigma = x \overset{m}{+} \left(y \overset{k}{\times} x \right) = \left(x \overset{m}{+} y \right) \overset{k}{\times} x.$$

Для $x=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}, y=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$ получим $\sigma=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

Этот закон утверждает некую «логику» объектов.

При рассмотрении пары чисел 0,1 и стандартных операций произведения и суммирования имеет место аналогичный закон. Но именно на нем основана «логика» расчета для двоичных чисел. Конечно, ни математика, ни практика не отрицает возможности и важности других числовых систем для анализа логики. Тем более, что логика часто подчинена не требованиям интеллекта, а привычкам, основанным на чувствах. Чувства же, следуя развиваемому подходу, следует описывать частично ассоциативными математическими системами. Они наиболее сложны для конструирования и для анализа. С практической точки зрения именно поэтому человек и Человечество делают очень много ошибок.

Ситуация становится сложнее, если матрицы содержат в одной строке или в одном столбце более одного элемента. В этом случает естественно ввести операцию деформации элементов, которая выполняется до применения указанных операций. Деформацию можно подчинить требованию, чтобы распределение значимых элементов по каждой строке или по каждому столбцу проводилось на основе однократного перемещения одного элемента.

В таком варианте комбинаторное произведение пары элементов по строкам превращается в произведение 9 элементов:

$$x=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\right\},$$

$$x=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\1&1&0\end{pmatrix}\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Произведение становится неоднозначным, неопределенным, если не известен механизм конкретной деформации. Заметим, что в данном случае неодинаковые элементы характеризуются совпадающими деформациями.

Следовательно, операции с деформациями элементов обладают новыми возможностями, которые присущи любой практике работы с информацией. Разная информация может быть представлена одинаково. Усвоение информации зависит от того, какой обработке это усвоение предшествовало. Результат информационного обмена может зависеть от того, насколько полно и качественно выполнена деформация исходных блоков информации. Понятно также, что сущность информации зависит от применяемых средств её получения и обработки. Оба указанных фактора естественно могут иметь разные технологические воплощения.

Возможности функциональных операций для задач психологии

Мы проанализировали ранее систему, состоящую из 9 матриц:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$[1]=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},[2]=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},[3]=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$d=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},e=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},f=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Речь идет о совокупности объектов или о совокупности отношений. Так или иначе их всегда можно вывести на основе психолдогической практики.

Естественно рассмотреть функциональные возможности такой системы. Она подчинена некоммутативной, неассоциативной таблице:

$\overset{k}{\times}$	a	b	c	[1]	[2]	[3]	d	e	f
a	[1]	[3]	[2]	a	c	b	d	f	e
b	[2]	[1]	[3]	b	a	c	e	d	f
c	[3]	[2]	[1]	c	b	a	f	e	d
[1]	d	f	e	[1]	[3]	[2]	a	c	b
[2]	e	d	f	[2]	[1]	[3]	b	a	c
[3]	f	e	d	[3]	[2]	[1]	c	b	a
d	a	c	b	d	f	e	[1]	[3]	[2]
e	b	a	c	e	d	f	[2]	[1]	[3]
f	c	b	a	f	e	d	[3]	[2]	[1]

.

Выполним суммирование указанных элементов на основе операции суммирования мест значимых элементов в строках при анализе сумм по модулю числа, равного размерности матриц.

Получим таблицу:

$\overset{m}{+}$	a	b	c	[1]	[2]	[3]	d	e	f
a	e	f	d	b	c	a	[2]	[3]	[1]
b	f	d	e	c	a	b	[3]	[1]	[2]
c	d	e	f	a	b	c	[1]	[2]	[3]
[1]	b	c	a	[2]	[3]	[1]	e	f	d
[2]	c	a	b	[3]	[1]	[2]	f	d	e
[3]	a	b	c	[1]	[2]	[3]	d	e	f
d	[2]	[3]	[1]	e	f	d	b	c	a
e	[3]	[1]	[2]	f	d	e	c	a	b
f	[1]	[2]	[3]	d	e	f	a	b	c

.

Анализируемая система конформаций замкнута относительно комбинаторной операции по строкам матриц и относительно операции суммирования значимых мест по модулю размерности матриц. Легко показать систему законов, которым она подчинена. Среди законов есть структурно зеркальный и операционно антизеркальный закон:

$$b\overset{m}{+}\left(a\overset{k}{\times}b\right)=\left(b\overset{m}{+}a\right)\overset{k}{\times}b.$$

Им можно поставить в соотвествие разные варианты взаимодействия людей, рассчитывая итог такого взаимодействия. То обстоятельство, что в данной системе это так, свидетельствует о возможности достижения одинакового результата двумя путями.

В расширение анализа введем другие функциональные операции вида

$$x*y=(x\overset{k}{\times}y)\overset{m}{+}x,\ x\hat{+}y=\left(x\overset{m}{+}y\right)\overset{k}{\times}x.$$

На основании предыдущего анализа получим новые таблицы для элементов:

$*$	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f
a	b	a	c	e	d	f	$[2]$	$[1]$	$[3]$
b	a	c	b	d	e	f	$[1]$	$[3]$	$[2]$
c	c	b	a	f	e	d	$[3]$	$[2]$	$[1]$
$[1]$	e	d	f	$[2]$	$[1]$	$[3]$	b	a	c
$[2]$	d	f	e	$[1]$	$[3]$	$[2]$	a	c	b
$[3]$	f	e	d	$[3]$	$[2]$	$[1]$	c	b	a
d	$[2]$	$[1]$	$[3]$	b	a	c	e	d	f
e	$[1]$	$[3]$	$[2]$	a	c	b	d	f	e
f	$[3]$	$[2]$	$[1]$	c	b	a	f	e	d

,

$\hat{+}$	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f
ξ_i	b	c	a	$[2]$	$[3]$	$[1]$	e	f	d

,

$$\xi_i \Rightarrow a,b,c,[1],[2],[3],d,e,f.$$

Таблица функционального суммирования с символом $\hat{+}$ уникальна в том смысле, что результат получается независимым от управляющего элемента: при любом первом элементе в этой сумме с другим элементом получается один и тот же результат.

Более того, в каждой конформации любой управляющий элемент «сдвигает» управляемый элемент по циклу, образованному конформацией.

С операцией суммирования по модулю мест значимых элементов имеем закон

$$x*(y*z)\overset{m}{+}y*(z*x)\overset{m}{+}z*(x*y)=y*z\overset{m}{+}z*x\overset{m}{+}x*y.$$

Вследствие коммутативности произведения с символом $*$ имеем зеркальный закон

$$f(x,y,z)=f(z,y,x),$$

$$f(x,y,z)=x*(y*z)+y*(z*x)+z*(x*y).$$

Новые произведения генерируют новые свойства исходной системы элементов. Таблица произведений с символом $*$ частично ассоциативна.

Например, получим

$$a*\left(d*[1]\right)=a*b=a,\left(a*d\right)*[1]=1,$$

$$e*\left(e*e\right)=f*e=e,\left(e*e\right)*e=e.$$

Таблица суммирования с индексом $\hat{+}$ неассоциативна и некоммутативна:

$$\left(a\hat{+}b\right)\hat{+}c=c\hat{+}c=a,a\hat{+}\left(b\hat{+}c\right)=a\hat{+}a=b,$$

$$a\hat{+}b=c,b\hat{+}a=b.$$

На данном этапе исследования складывается впечатление, что есть многогранное соответствие объектов и активностей: изменения объектов имеют ряд сторон и граней, изменения операций имеют также ряд сторон и граней. Указанные изменения могут реализовываться независимо. Однако возможен вариант, когда изменения согласованы друг с другом. Более того, изменения объектов и активностей, структур и отношений могут быть подчинены системе динамических уравнений. В частности, это могут быть функциональные «весовые» связи для системы объектов и системы активностей.

Динамике структур можно поставить в соответствие динамику активностей. Динамика активностей может быть согласована с динамикой структур. В самом общем случае трансфинитный объект «владеет» системой структур и активностей, динамически согласованных друг с другом.

Понятно, что экспериментальное исследование физической Реальности с таким набором сторон и свойств возможно лишь в том случае, когда каждой структуре и активности поставлены в соответствие адекватные Реальности измерительные устройства и методики. Их сложно не только изготовить и применить. Их сложно даже понять и принять. По этой причине, что не исключено, некоторые теоретические «предсказания» можно будет проверить только косвенно. В некоторых случаях экспериментальная верификация не может быть выполнена уровневым объектов. Так устроен макромир с большими размерами. Так устроен микромир с особо малыми размерами. Однако во всех случаях эти обстоятельства не запрещают развитие и применение разнообразных расчетных средств и методик.

Операция с символом $*$ генерирует ряд новых законов. Если взять три элемента любой из трех конформаций, получим соотношения

$$f\left(x,y,z\right)=\begin{cases} f\left(xx,xy,xz\right), \\ f\left(yx,yy,yz\right), \\ f\left(zx,zy,zz\right). \end{cases}$$

Элементы, полученные при произведении слева исходных элементов на любой из них, подчинены условию равенства соответствующих функций Якоби.

Равны также функции Якоби для элементов разных конформаций, одинаково расположенных в них:

$$f\left(a,[1],d\right)=f\left(b,[2],e\right)=f\left(c,[3],f\right)=[3].$$

Ситуация усложняется, когда элементы берутся из разных конформаций, и они расположены на разных местах. Так, получим, например, соотношения:

$$f\left([1],c,d\right)=f^{2}\left([1][1],[1]c,[1]d\right)=f\left([1][1],[1]c,[1]d\right)+f\left([1][1],[1]c,[1]d\right),$$

$$f^{2}\left([1],c,d\right)=2f\left(c[1],cc,cd\right),$$

$$f\left([1],c,d\right)=f^{2}\left(d[1],dc,dd\right)=f\left(d[1],dc,dd\right)+f\left(d[1],dc,dd\right),$$

$$f\left(a,[1],d\right)=f\left(aa,a[1],ad\right)\Rightarrow f\left(x,y,z\right)=f\left(\xi x,\xi y,\xi z\right),\xi=x,y,z,...$$

Указанные выражения для троек элементов дополняют законы, справедливые для всей системы элементов.

Типичная картина состоит в том, что система элементов, замкнутая на одной или нескольких операциях, имеет систему законов локального вида. При изменении операций эти законы естественно меняются, как и при изменении самих элементов.

Мы приходим к пониманию, что операций может быть очень много, как и структур анализируемых объектов. По этой причине есть три вида перемен в системе объектов.

Могут меняться объекты при неизменности и конечности системы операций. Могут меняться операции при неизменности и конечности самих объектов, их структур. Могут меняться и структура объектов, и система операций. Если изменения подчинены динамическим уравнениям, согласованным между собой, такой вид перемен наиболее сложен.

Следовательно, объекты и отношения взаимно связаны и обусловлены друг другом структурно и функционально. Конечно, эти объекты и отношения имеют много граней и много уровней. По этой причине предсказуемость результатов поведения и полезность выполненного анализа зависит от того, насколько корректно учтена многогранность и многоуровневость не только в их статике, в непосредственном проявлении, но и вдинамике, которая может быть самой важной.

Новые законы получаются при конструировании операций «произведения» на основе комбинаторной операции на элементах, полученных наложением таблиц друг на друга.

Для элементов, анализируемых нами, а также для указанных операций получим новые таблицы «произведений».

$(\alpha)\rightarrow\left(\overset{m}{+}*\right)$	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f
a	a	c	b	d	f	e	$[1]$	$[3]$	$[2]$
b	c	b	a	f	e	d	$[3]$	$[2]$	$[1]$
c	b	a	c	e	d	f	$[2]$	$[1]$	$[3]$
$[1]$	d	f	e	$[1]$	$[3]$	$[2]$	a	c	b
$[2]$	f	e	d	$[3]$	$[2]$	$[1]$	c	b	a
$[3]$	e	d	f	$[2]$	$[1]$	$[3]$	b	a	c
d	$[1]$	$[3]$	$[2]$	a	c	b	d	f	e
e	$[3]$	$[2]$	$[1]$	c	b	a	f	e	d
f	$[2]$	$[1]$	$[3]$	b	a	c	e	d	f

,

$(\beta)\rightarrow\left(*\overset{m}{+}\right)$	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f
a	d	e	f	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$
b	e	f	d	b	c	a	$[2]$	$[3]$	$[1]$
c	f	d	e	c	a	b	$[3]$	$[1]$	$[2]$
$[1]$	a	b	c	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f
$[2]$	b	c	a	$[2]$	$[3]$	$[1]$	e	f	d
$[3]$	c	a	b	$[3]$	$[1]$	$[2]$	f	d	e
d	$[1]$	$[2]$	$[3]$	d	e	f	a	b	c
e	$[2]$	$[3]$	$[1]$	e	f	d	b	c	a
f	$[3]$	$[1]$	$[2]$	f	d	e	c	a	b

.

На обоих таблицах имеем место зеркальный закон на функциях Якоби вида

$$f(x,y,z)=f(z,y,x).$$

Следовательно, на множестве объектов есть законы, инвариантные относительно операций.

Объединим полученные таблицы произведений на основе операции $\overset{m}{+}$. Получим закон

$$\underset{(\alpha)}{\xi}\overset{m}{+}\underset{(\beta)}{\eta}=[2].$$

Операция генерирует на паре разных элементов один и тот же элемент.

Анализ показывает, что есть другие законы, которые выполняются на рассматриваемой системе элементов независимо от операций, указанных выше. Так, в частности, получим условия

$$x^2 + y^2 = xy + yx,$$
$$x^3 + y^3 = (x + y)^3.$$

Следовательно, с одной стороны, одна операция может действовать на разных множествах, подчиняя их одному закону. Такова стандартная матричная операция на матрицах. Этот факт давно известен. С другой стороны, разные операции могут действовать на одном множестве, подчиняясь одной и той же системе законов. Этот вариант указан выше.

Ситуация усложняется, если принять во внимание факт трансфинитности физической Реальности. Согласно этой модели, объект имеет структуру на многих уровнях материи, сохраняет себя и содержится на системе некоторых базовых объектов.

Имеет место связь между уровневыми объектами, в частности, не исключено иерархическое управление. Объект трансфинитной Реальности подчинен всегда и везде системе активностей. Они проявляют себя динамикой, деформацией, равновесиями. По этой причине возможно смешение структур и активностей, образуя активный лабиринт возможностей и связей. Поскольку активности имеют своё время проявления и релаксации, в реальной практике может присутствовать только часть информации. Она может быть недостаточна для принятия правильных выводов и следствий. Это замечание справедливо и для законов, проверенных эмпирически: они всегда условны в силу условных возможностей измерения.

Привычной практике математиков и физиков соответствует раздельное рассмотрение структур и активностей. Только после этого этапа происходит некоторое их объединение в той или другой модели. Пожалуй, более правильно уже на начальной стадии анализа и практики рассматривать структуры и активности как нечто единое целое. Правильно, скорее всего, полагать, что структуре присуща некоторая система активностей, а активности могут реализовывать себя на разных структурах. Естественная ограниченность математических, эмпирических и логических средств, присущая Человеку как уровневому объекту, может и должна сдерживать наши попытки принять законы, справедливые для всей Реальности, основываясь на фактах, доступных нашей практике. Это замечание кажется справедливым не только для физических Тел, но также и для Сознаний и Чувств, присущих Телам. Более того, это важно помнить при анализе трансфинитной Реальности, для которой естественны трансфинитные Тела, Сознания, Чувства. Еще более опасно для стратегии развития принуждение объектов и явлений подчинению некоторому одному правилу или одному закону, насколько бы он ни был трансфинитен.

Концепция творческого произведения

Практика людей активна. Одним из её элементов является творчество в том или ином направлении деятельности. Творчество присуще и отношениям, генерируя их новые формы и возможности, ассоциированные с ними. Стремление описать эти проявления практики расчетными моделями инициирует задачу создания математических алгоритмов описания творчества. Естественным началом такой деятельности следует считать модификацию хорошо известных алгоритмов математического моделирования. Такие возможности нам уже известны.

Обратим внимание на внешнее произведение дифференциальных форм. Согласно моделям Грассмана и Картана, оно давно превратилось в надежный инструмент анализа ряда математических и физических задач. Основу формализма составляет формальное правило для дифференциалов координат вида

$$dx_i \Lambda(-) dx_i = dx_j \Lambda(-) dx_j = 0, dx_i \Lambda(-) dx_j = -dx_j \Lambda(-) dx_i.$$

Символ «минус» после знака внешнего произведения свидетельствует об антисимметричности этого произведения. Мы можем говорить об антисимметричном внешнем произведении. Антисимметричными тензорами задаются электромагнитные поля. Есть основания полагать, что указанные два объекта неявно согласованы между собой, хотя алгоритма такого согласования мы не имеем и не понимаем его.

Физическая модель гравитации базируется на симметричных тензорах. Роль гравитации всегда важна. Более того, она фундаментальна на уровне праматерии. По этой причине желательно сконструировать симметричное внешнее произведение. Оно может базироваться на правиле для дифференциалов координат вида

$$dx_i \Lambda(+) dx_i = dx_j \Lambda(+) dx_j = 0, dx_i \Lambda(+) dx_j = dx_j \Lambda(+) dx_i.$$

Такая возможность есть. Проиллюстрируем ее на примере активаторов, указанных ранее.

Рассмотрим вариант активизации дифференциальных форм. Пусть анализ проводится на плоскости. Присоединим к дифференциалам координат, заданным в касательном пространстве, пару матриц i, j, которые будем называть активаторами:

$$i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \to d\hat{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} dx_1, d\hat{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} dx_2.$$

Формально активизируем пару дифференциальных форм, заменяя исходные формы новыми

$$\hat{\theta}_1 = a_1 d\hat{x}_1 + a_2 d\hat{x}_2, \theta_2 = b_1 d\hat{x}_1 + b_2 d\hat{x}_2.$$

Определим их произведение двумя способами. Для этого рассмотрим матричное и комбинаторное произведение матриц с последующим сложением и дополнительной функциональной операцией.

Введем новую операцию. Назовем её *творческой операцией*. Она соединяет в себе возможности суммирования или вычитания, зависящие от того, рассматриваются ли разные или одинаковые элементы. Определим творческую операцию выражением

$$a_i \tilde{*} a_j = \frac{1}{2}\Big(a_i a_j \big((-)\delta_{ij}, (+)(1-\delta_{ij})\big) a_j a_i\Big).$$

Тогда

$$a_i \tilde{*} a_i = \frac{1}{2}\left(a_i a_i - a_i a_i\right),$$

$$a_i \tilde{*} a_j = \frac{1}{2}\left(a_i a_j + a_j a_i\right), i \neq j.$$

В этом случае, как и ранее, возможны разные алгоритмы согласования пассивных и активных элементов рассматриваемых выражений.

Применим матричное произведение. Получим

$$i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, ii = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, jj = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, ij = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, ji = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$i \tilde{*} i = \frac{1}{2}(ii - ii) = 0, j \tilde{*} j = \frac{1}{2}(jj - jj) = 0, i \tilde{*} j = \frac{1}{2}(ij + ji) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, j \tilde{*} i = \frac{1}{2}(ji + ij) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$i\Lambda(+)i = -\det(i \tilde{*} i) = 0, j\Lambda(+)j = -\det(j \tilde{*} j) = 0, i\Lambda(+)j = -\det(i \tilde{*} j) = 1, j\Lambda(+)i = -\det(j \tilde{*} i) = 1.$$

Следуя принятому произведению, из 1-формы

$$\omega^1 = b_1(x, y)d\hat{x} + b_2(x, y)d\hat{y}$$

получим

$$D(+)\omega^1 = \left(\frac{\partial b_2}{\partial x} + \frac{\partial b_1}{\partial y}\right) dx\Lambda(+)dy.$$

Применим к этим же активаторам комбинаторное произведение.

Получим

$$i=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}, j=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, i\overset{k}{\times}i=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, j\overset{k}{\times}j=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}, i\overset{k}{\times}j=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}, j\overset{k}{\times}i=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix},$$

$$i\tilde{*}i=\frac{1}{2}(i\overset{k}{\times}i-i\overset{k}{\times}i)=0,\; j\tilde{*}j=\frac{1}{2}(j\overset{k}{\times}j-j\overset{k}{\times}j)=0,$$

$$i\tilde{*}j=\frac{1}{2}(i\overset{k}{\times}j+j\overset{k}{\times}i)=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}, j\tilde{*}i=\frac{1}{2}(j\overset{k}{\times}i+i\overset{k}{\times}j)=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix},$$

$$i\Lambda(+)i=Sp(i*i)=0,\; j\Lambda(+)j=Sp(j*j)=0, i\Lambda(+)j=Sp(i*j)=1,\; j\Lambda(+)i=Sp(j*i)=-1.$$

Комбинаторное произведение и алгоритм согласования пассивных и активных величин на основе оператора $Sp(\xi)$ даёт тот же результат, что и матричное произведение с алгоритмом согласования пассивных и активных величин на основе оператора $\det(\xi)$. Мы имеем пару свойств касательного многообразия.

Они дают тот же результат, что и формальный метод, если касательное многообразие «пассивно».

Рассмотрим аддитивную творческую операцию, полагая

$$a_i\tilde{+}a_j=\frac{1}{2}\Big(a_i\big((-)\delta_{ij},(+)(1-\delta_{ij})\big)a_j\Big).$$

Тогда

$$a_i\tilde{+}a_i=\frac{1}{2}(a_i-a_i)=0, a_i\tilde{+}a_j=\frac{1}{2}(a_i+a_j).$$

В такой модели сложение не будет дистрибутивным.

Анализируемые возможности формальны. Они не наполены расчетной практикой. Важно другое: мы имеем представление о том, что творчеству во всех его формах можно, так или иначе, поставить в соответствие новую операцию или систему операций с теми объектами, которые подлежат анализу. Понятно, что чем сложнее творчество и творческий процесс, тем сложнее могут быть соответствующие операции, соединения между ними, а также динамика операций. Ничто не мешает аналогичным образом рассматривать творческие процессы ментального плана: изменения идей, парадигмы, конструирования намерений и планов. Творческие операции могут быть полезны для моделирования не только реального, но и виртуального пространства, в котором сняты ограничения, присущие конкретной, достигнутой практикой физической, ментальной или чувственной реальности.

Расчетные психологические модели на группе подстановок 4 элементов

Хорошо известны расчетные, физические модели, заданные на фундаментальной физической группе. Она образована расширением группы Клейна на основе знаковой группы. Группа Клейна, как известно, есть нормальная подгруппа группы подстановок. По этой причине естественно проанализировать физические модели на основе группы подстановок из 4 элементов, модифицированной знаковой группой.

Такая возможность конструктивна на основе известного факта, что матричные уравнения физики не меняют своего вида при умножении их слева на мономиальную матрицу.

Поэтому мы можем выполнить модификацию любой физической модели, переходя от её записи на основе модифицированной группы Клейна к записи на смежном классе группы подстановок. Проиллюстрируем эти данные.

Заметим, что при произведении слева элементы группы Клейна трансформируются в элементы смежного класса двумя способами: реализуется циклическая замена одних матриц другими либо влево от начальной матрицы, либо вправо от неё.

Так, получим, например

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Мы знаем, что структура этих матриц зависит от 8 матриц фундаментальной группы, матрицы секторов с поперечным управлением зависят от 12 матриц фундаментальной группы. По этой причине появляется новая возможность расширения не только физических моделей, но и любых расчетных моделей, заданных на основе матриц размерности 4. Мы вправе рассматривать каждый элемент матрицы как сумму базовых элементов фундаментальной группы. В свою очередь, рассматривая элементы фундаментальной группы как элементы алгебры с некоторым базисом, мы представим их в форме двойных, тройных, четверных произведений элементов базиса. Поэтому появляется возможность, выполнив такую повторную модификацию уравнений физической модели, применить к произведению другие операции. Новые операции модифицируют взаимные произведения матриц в новую форму, будет выполнено операционное расширение моделей. Одна модель превращается в систему моделей. До данного подхода эти системы уравнений были скрыты, равно как и их решения.

Обратим внимание на тонкости подхода по расширению физических моделей с фундаментальной группы на группу подстановок. Нужно проанализировать стандартные элементы математической теории с конструктивной точки зрения: сколько и каких элементов требуется для группы и как этим пользоваться при моделировании реальных физических объектов?

Примем графическое представление результатов произведения элементов множества. Пусть стрелка от элемента есть обозначение произведения этого элемента на последующий. Пусть следующая стрелка указывает полученный результат. Тогда группу образует тройка единичных матриц, соответствующая рис. 1.

		E		
	□		□	
E		$\leftarrow$		E

.

Рис.1. Графическое представление группы единичных матриц

В группе Клейна есть еще три подгруппы. Они образованы парой, состоящей из единичной матрицы и одной из матриц группы Клейна. Эти подгруппы имеют единое графическое представление, соответствующее рис.2.

E		$\rightarrow$		E
	□		□	
		E		
	□		□	
a		$\leftarrow$		a

.

Рис.2. Графическое представление подгрупп Клейна

Легко видеть, что группа Клейна совместно с указанными смежными классами генерирует ещё 4 группы:

$$(A,B),(A,C),(A,D),(A,E,F).$$

Понятно, что на этой основе можно выполнять 8-мерное и 12-мерное расширение расчетных физических моделей, дополняя координаты пространства и времени новыми «внутренними» координатами. Если их нет, мы имеем дело с частичной моделью физического явления. Аналогичная возможность есть у любой расчетной модели для психолоогических явлений, заданных в аналогичных пространствах.

У нормальной группы и трех смежных классов обратные элементы совпадают с элементами своего класса. Два смежных класса взаимно обратны.

Это замечание представим рис.3.

A		*B*		*C*		*D*		*E*		*F*
A		*B*		*C*		*D*		*F*		*E*

Рис.3. Соотношение прямых и обратных элементов

Проанализируем с «конструкторской» точки зрения структуру и возможности факторгруппы: с какими структурными изделиями и какими связями между ними мы имеем дело? Делается это для того, чтобы корректно применять смежные классы в расчетных физических моделях. Кроме этого, следуя принципу соответствия физики и математики, этот анализ может оказаться полезным при конструировании новых реальных устройств, изготовленных из системы базовых элементов. Следуя стандартному подходу, смежный класс получается при произведении некоторого элемента группы перестановок на элемент, не принадлежащий нормальной группе, роль которой играет группа Клейна. Так, например, получим преобразование, которое принято называть операторным гомоморфизмом вида

$$\theta(e_1) = e_1 \cdot A \to e_1, e_2, e_3, e_4.$$

Аналогичная система матриц, с точностью до перестановки элементов, получится при произведении справа. Разбиение группы перестановок на нормальную группу и совокупность смежных классов, как известно, выполняется однозначно. Операторный гомоморфизм можно рассматривать как операцию, которая одному элементу ставит в соответствие систему элементов, формирует класс элементов, называемый смежным классом.

Основное условие, накладываемое на операторный гомоморфизм, состоит в том, что произведению элементов группы ставится в соответствие произведение операторных гомоморфизмов. В математической форме это значит, что есть «операторное равенство»

$$\theta(a \cdot b) \doteq \theta(a) \cdot \theta(b).$$

Так принято отображать «равенство» с точностью до различия элементов в двух системах множеств. Таков типичный гомоморфизм. Если элементы совпадают, с точностью до перестановки, мы имеем дело с операторным изоморфизмом.

Конкретизируем данное условие на примере группы подстановок. Таким способом мы обнаружим, что операторный гомоморфизм имеет три грани при самодействии элементов смежных классов или нормальной подгруппы и имеет две грани при взаимном действии.

Действительно, рассмотрим произведения элементов нормальной подгруппы.

Тогда, например, получим

$$a_2 \cdot a_3 = a_4 \to \theta(a_2 \cdot a_3) = \theta(a_2) \cdot \theta(a_3) \to$$

$$\to (a_2, a_1, a_4, a_3) \cdot (a_3, a_4, a_1, a_2) = \begin{pmatrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\ a_3 & a_4 & a_1 & a_2 \\ a_2 & a_1 & a_4 & a_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} \doteq \theta(a_4) = (a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1).$$

Операторный гомоморфизм при самодействии «размножает» элементы нормальной подгруппы. Введем упорядоченный операторный гомоморфизм, приняв дополнительное условие, что их произведении выполняется на паре упорядоченных наборов элементов. Тогда проще находить итог произведения. Пусть

$$\tilde{\theta}(a \cdot b) \doteq \tilde{\theta}(a) \cdot \tilde{\theta}(b).$$

Рассмотрим упорядоченный операторный гомоморфизм для пары элементов, принадлежащих одному смежному классу. Получим

$$\tilde{\theta}(b_3) = (a_3 \quad a_4 \quad a_1 \quad a_2) \doteq \tilde{\theta}(b_1) \cdot \tilde{\theta}(b_2) = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_2 & a_3 & a_4 & a_1 \\ a_3 & a_4 & a_1 & a_2 \\ a_4 & a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix} =$$

$$= a_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + a_4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В этом варианте операторный гомоморфизм «размножает» элементы нормальной подгруппы на трех смежных классах.

Ситуацию третьего типа мы обнаруживаем при самодействии на паре других смежных классов. Получим, например, соотношения

$$\theta(e_1 \cdot e_2) \doteq \theta(f_2) \to (f_2 \quad f_1 \quad f_4 \quad f_3) = \theta(e_1) \cdot \theta(e_2) =$$

$$= \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \\ f_3 & f_4 & f_1 & f_2 \\ f_4 & f_3 & f_2 & f_1 \\ f_2 & f_1 & f_4 & f_3 \end{pmatrix} = f_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + f_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + f_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + f_4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, операторный гомоморфизм данного типа имеет три грани при произведении элементов, принадлежащих одному смежному классу. Операторное in-произведение (произведение элементов внутри смежного класса) имеет три аспекта (три грани). Другие свойства есть у операторного гомоморфизма при произведении элементов из разных смежных классов.

Рассмотрим произведение элемента нормальной группы и элемента из любого другого смежного класса. Оно обеспечивает «размножение» элементов смежного класса, на который влияет нормальная подгруппа. Получим

$$a_2 \cdot b_3 = b_2 \to \theta(a_2 \cdot b_3) = \theta(a_2)\cdot\theta(b_3) \doteq \theta(b_2) \to \theta(b_2) = (b_2 \quad b_1 \quad b_4 \quad b_3),$$
$$\theta(a_2)\cdot\theta(b_3) = (a_2 \quad a_1 \quad a_3 \quad a_4)(b_3 \quad b_4 \quad b_1 \quad b_2),$$
$$a_2 \cdot e_1 = e_3 \to \theta(a_2 \cdot e_1) \doteq \theta(a_2)\cdot\theta(e_1) \doteq \theta(e_3) \to \theta(e_3) = (e_3 \quad e_4 \quad e_1 \quad e_2),$$
$$\theta(a_2)\cdot\theta(e_1) = (a_2 \quad a_1 \quad a_3 \quad a_4)(e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad e_4).$$

Таков первый тип действия операторного гомоморфизма на элементах разных классов: нормальная подгруппа «размножает» смежный класс.

Второй тип действия операторного гомоморфизма получается при произведении элементов, принадлежащих разным смежным классам. «Размножается» тот класс, элементы которого получаются при произведении элементов исходных классов. Например,

$$b_1 \cdot c_1 = f_1 \to \{f_i\}^4, c_1 \cdot b_1 = e_1 \to \{e_i\}^4, e_1 \cdot b_1 = d_1 \to \{d_i\}^4 \ldots$$

Третий тип действия операторного гомоморфизма получается при произведении пары смежных классов с взаимно обратными элементами. Тогда, например, получим

$$e_1 \cdot f_2 = a_2 \to \{a_i\}^4,\ f_1 \cdot e_3 = a_3 \to \{a_i\}^4, \ldots$$

Мы имеем три типа out-произведений (взаимных произведений) для смежных классов. Следовательно, факторгруппа группы перестановок из 4 элементов имеет 3 типа (уровня) in-действий и 3 (уровня) типа out-действий операторного гомоморфизма. Аналогично можно проанализировать факторгруппы других подгрупп группы перестановок. Они имеют более низкие уровни действия операторного гомоморфизма. Получим таблицу уровней действия согласно рис.4.

θ	$(A,B),(A,C),(A,D)$	A,E,F	A,B,C,D,E,F
$in-$	1	2	3
$out-$	1	2	3

.

Рис.4. Таблица уровней действия операторного гомоморфизма

Возможно, это случайность. Но в данном случае выполняется *закон*: сумма уровней действия операторного гомоморфизма на подгруппах равна уровню его действия на всей группе. Таблица иллюстрирует возможность классификации других факторгрупп.

Рассмотрим факторгруппу над факторгруппой, объединяя в один класс «родственные» смежные классы базовой факторгруппы. Сохраняем нормальную группу в качестве элемента новой факторгруппы. Дополняем её парой новых смежных классов. Один смежный класс состоит из матриц, для которых обратные матрицы равны исходным матрицам. Другой смежный класс образуем из матриц, обратные матрицы для которых взаимны.

Действия операторного гомоморфизма реализуем по его определению. Получим систему смежных классов и действий операторного гомоморфизма:

$$A,\tilde{B}\left(B,C,D\right),\tilde{E}\left(E,F\right)$$

$$in:\begin{array}{|c|c|c|}\hline AA & \to & A \\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & A \\ \hline & \Box & \\ \hline \tilde{B}\tilde{B} & & \\ \hline & \Box & \\ \hline & & \tilde{E} \\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & A \\ \hline & \Box & \\ \hline \tilde{E}\tilde{E} & & \\ \hline & \Box & \\ \hline & & \tilde{B} \\ \hline\end{array},\ out:\begin{array}{|c|c|c|}\hline A\tilde{B} & \to & \tilde{B} \\ \hline A\tilde{E} & \to & \tilde{E} \\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \tilde{E} \\ \hline & \Box & \\ \hline \tilde{B}\tilde{E} & & \\ \hline & \Box & \\ \hline & & \tilde{B} \\ \hline\end{array}.$$

Внутренние и внешние действия операторного гомоморфизма на факторгруппе от факторгруппы различны. На основе предыдущего анализа легко показать, что они характеризуются показателем действия

$$\kappa=\frac{n(in)}{n(out)}=\frac{3}{2}.$$

Для стандартных факторгрупп, указанных выше, это отношение задается целым числом, равным единице.

Проанализируем связи подгрупп для группы подстановок из 4 элементов:

$$G_4\to E\ \boxed{ee=ee}\ ,\left\{G_3\right\}^3\to a_iE, i=1,2,3,\begin{array}{|c|}\hline a_1a_2=a_2a_1=a_3 \\ \hline a_1a_3=a_3a_1=a_2 \\ \hline a_2a_3=a_3a_2=a_1 \\ \hline a_iE=Ea_i \\ \hline\end{array},G_2\to A\left(a_1,a_2,a_3,E\right)\begin{array}{|c|}\hline AB=BA \\ \hline AC=CA \\ \hline AD=DA \\ \hline AE=EA \\ \hline AF=FA \\ \hline\end{array},$$

$$\left\{G_1\right\}^4\to\left(A,\left(A,B\right),\left(A,C\right),\left(A,D\right),\left(A,E,F\right)\right)\begin{array}{|c|}\hline A\left(A,B\right)=\left(A,B\right)A \\ \hline A\left(A,C\right)=\left(A,C\right)A \\ \hline A\left(A,D\right)=\left(A,D\right)A \\ \hline A\left(A,E,F\right)=\left(A,E,F\right)A \\ \hline AA=AA \\ \hline\end{array}\to G_0\left(A,B,C,D,E,F\right).$$

Подгруппы расположены в порядке, иллюстрирующем последовательное расширение подгрупп от исходной группы, состоящей из единичных матриц, до группы, содержащей все элементы. В данном случае есть четыре «ступени» согласования подгрупп. В форме таблиц представлены произведения элементов, принадлежащих разным подгруппам. Их принято называть факторами подгрупп. Если взаимные произведения совпадают (например, в операторном смысле), говорят, что факторы абелевы. В соответствии с данной последовательностью подгрупп конструируется последовательность факторгрупп. Она имеет вид

$$\left\{ G_{i-1} / G_i \right\} : G_0 / G_1 , G_1 / G_2 , G_2 / G_3 , G_3 / G_4 .$$

Анализ расчетных физических моделей показал, что они могут быть записаны на нормальных подгруппах и на смежных классах. По этой причине последовательность факторгрупп иллюстрирует фундаментальную систему связей для подгрупп и предлагает возможности фундаментального расширения физических моделей в соответствии со структурой групп.

Фундаментальное расширение физических моделей имеет при таком подходе несколько ростковых точек.

Во-первых, понятно, что *абелевы факторы* (и не только они) есть некоторые данные о свойствах анализируемых физических изделий. Так как их достаточно много, и они различны, следует принять факт, что есть «грубые» и «тонкие» свойства изделий. Они могут быть совсем не просты и не очевидны. Чтобы разобраться в проблеме, требуется учесть структуру факторов подгрупп и законы, которым они подчинены.

Во-вторых, понятно, что, применяя расчетную модель в рамках одной факторгруппы, мы не в состоянии учесть всю совокупность сторон и свойств анализируемого изделия. Требуется алгоритм расширения моделей на *всю систему факторгрупп.*

В-третьих, фундаментальные расчетные модели (механика, электродинамика, массодинамика…) допускают запись на нормальной подгруппе и на смежных классах. Различие их матричных форм предполагает наличие скрытых сторон и свойств анализируемых физических изделий и явлений, ассоциированных с ними.

Совершенно аналогичнот следует подходить к анализу психологических явлений и динамики отношений между объектами. Принимая аналогию с физическими моделями, требуется рассматривать алгоритмы расширения некоторых исходных систем до систем с новыми качествами. Требуется рассмотрение подгрупп и факторгрупп или некоторых их неассоциативных аналогов. Требуется учитывать не только явные стороны и свойства объектов и явлений, но и их скрытые стороны и свойства, принимая некий алгоритм их проявления в расчетных моделях и на практике. Естественен вопрос эмпирического подтверждения расчетных данных.

Генерация системы групп для расчетных моделей

Для конструирования любых расчетных моделей требуется, согласно всей предыдущей практике, иметь *набор базовых матриц*, образующих основание («позвоночник») модели. Кроме этого обычно применяется алгоритм модификации матриц. Обычно такой набор задается группой или смежными классами некоторой группы. По этой причине есть потребность в конструировании системы групп. Более того, было бы желательно, чтобы многообразие групп имело систему различных свойств, на основе которых можно исследовать или предсказывать структуры и активности различных изделий.

Проиллюстрируем один из таких алгоритмов на системе матриц:

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}3\\1\\2\\4\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}3\\2\\4\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\4\\3\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\2\\3\\3\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1\\4\\3\\2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\3\\4\\1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Здесь применено логическое произведение, ассоциированное с группой Клейна:

$*^2$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

.

Звездочка в квадрате указывает на то, что логическая операция трансформирует каждую пару элементов двух исходных матриц, представленных в виде столбцов цифр, задающих положение значимых элементов в соответствующих строках, в пару элементов, ассоциированных с таблицей логического произведения. В итоге получаются два новых столбца цифр, которые могут быть представлены парой одинаковых матриц. Потребность в таком произведении ощущалась давно. Более 30 лет назад в физике выдвинута гипотеза, что электромагнетизм и гравитация едины в структурном смысле слова. Электрические заряды в предлагаемом подходе конструируются из положительных и отрицательных электрических предзарядов. Гравитационные заряды, среди которых есть отрицательная масса, конструируются из положительных и отрицательных гравитационных предзарядов. Предварительный анализ показал возможность представления гравитационных предзарядов мономиальными матрицами, а электрических предзарядов – столбцами или строками матриц. Стремление описывать электромагнетизм и гравитацию единым образом может быть доведено до расчетной модели лишь тогда, когда будет сконструирована математическая модель, в которой «естественно» объединены мономиальные матрицы и матрицы в форме строк и столбцов, а также реализуется их взаимное превращение.

Данное логическое произведение, базирующееся на структуре группы Клейна, имеет искомые свойства.

Они интересны с разных точек зрения:

а) произведение способно разрушить отношения между элементами в паре исходных объектов, превращая их в пару «свободных» объектов,

б) пара объектов, которые формально ассоциировапны с гравитационными предзарядами, способна превратиться в пару объектов, которые ассоциированым с электрическими предзарядами,

в) электрический предзаряд «способен» при взаимодействии со свободным объектом превратиться в свободный объект,

г) электрический предзаряд совместно с гравитационным предзарядом «способен» генерировать пару гравитационных предзарядов.

Логическое произведение естественно обосновывать творческими возможностями действия объектов с сознанием, которым присуща система чувств. По этим свойствам она близка к психологическим моделям, хотя недостаточно обоснована практикой расчета. Она имеет уникальную систему общих свойств. Из таблицы следует вывод о коммутативности логического произведения

$$a *^2 b = b *^2 a.$$

Выполняется закон «зеркала»:

$$a *^2 \left(a *^2 b\right) = a *^2 \left(b *^2 a\right) = \left(b *^2 a\right) *^2 a.$$

Докажем ассоциативность логического произведения. Это удобно сделать, представив таблицу ассоциативности системой «кодонов»: совокупностью троек чисел в системе из четырех чисел.

Для удобства анализа сопоставим числам буквы:

$*^2$	a 1	b 2	c 3	d 4
a 1	1	2	3	4
b 2	2	1	4	3
c 3	3	4	1	2
d 4	4	3	2	1

.

Получим, что для всех троек чисел логическая операция ассоциативна:

$$\alpha(\beta\gamma) = (\alpha\beta)\gamma.$$

Этот вывод следует из прямого анализа всех комбинаций троек. Так, например,

$$a(aa) = (aa)a, a(ba) = (ab)a, b(da) = (bd)a ... a(ca) = (ac)a,$$

$$...,$$

$$d(ab) = (da)b, d(db) = (dd)b, d(cb) = (dc)b ... d(cd) = (dc)d.$$

Для доказательства выполнимости групповых условий требуется наличие единицы и обратных матриц.

Согласно таблице логических произведений функцию единицы (при произведении как слева, так и справа) в рассматриваемом множестве выполняет матрица

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждая рассматриваемая матрица обратна себе

$$g = g^{-1}.$$

Следовательно, логическая операция «наделяет» многообразие матриц, в каждой строке которых есть один ненулевой элемент, групповыми свойствами. Мы имеем, в частности, математический инструмент для единого рассмотрения системы гравитационных и электрических предзарядов. Это многообразие допускает их разнообразные взаимные превращения. Аналогично, скорее всего, можно будет описывать согласование ментального и чувственного поведения людей.

Многообразие генерирует изделия, «промежуточные» между электрическими и гравитационными предзарядами.

Так, например, получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1\\4\\3\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}4\\3\\2\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\3\\1\\4\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\4\\4\\1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Многообразие содержит типовые гравитационные предзаряды в форме «циклов»:

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&\rightarrow&1\\\hline \uparrow&&\downarrow\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &\square&\uparrow\\\hline &&2\\\hline\end{array},\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline \uparrow&\square&\\\hline 3&&\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline \uparrow&\square&\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array}.$$

Понятно, что речь идет только об ожидаемой аналогии, а не о доказанных свойствах объективной реальности. Поскольку есть основания говорить о единстве электромагнетизма и гравитации, должны быть электрические свойства материи в свойствах исследуемых матриц. Действительно, многообразие содержит типовые электрические предзаряды в форме идеалов:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&\rightarrow&1\\\hline &\square&\uparrow\\\hline 3&&2\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &\square&\downarrow\\\hline 3&\rightarrow&2\\\hline\end{array},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline \downarrow&\square&\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&\leftarrow&1\\\hline \uparrow&\square&\\\hline 3&&2\\\hline\end{array}.$$

Для удобства анализа произведения матриц запишем таблицу 2 значений пар чисел, которые генерируют одинаковые числа.

В психологических задачах аналогично могут и должны проявиться аналоги электромагнетизма и гравитации, так как сознание и чувства базируются на свойствах физических тел. Аналоги не означают единства. Речь идет об аналогии функционального типа, достаточном для «вложения» сложных объектов и явлении в протые расчетные аналоги.

Таблица 1. Алгоритм генерирования чисел

1	1,1	2,2	3,3	4,4
2	1,2	2,1	3,4	4,3
3	1.3	3,1	2,4	4,2
4	1,4	4,1	2,3	3,2

Легко показать, что матрицы смежных классов E,F в группе перестановок из 4 элементов имеют пару принципиально различных свойств. Их произведения внутри класса смежности («параллельные произведения») генерируют идеалы. Так, получим

$$\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\4\\3\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}3\\1\\2\\4\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}4\\2\\1\\3\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix}.$$

Взаимные произведения элементов этих смежных классов («перпендикулярные произведения») генерируют элементы нормальной подгруппы A. Получим

$$\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1\\4\\2\\3\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\3\\1\\4\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\1\\4\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}3\\2\\4\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}3\\4\\1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}4\\1\\3\\2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}4\\3\\2\\1\end{pmatrix}.$$

Аналогичный результат следует при «поперечном произведении» на основе матричной операции.

Другими словами, смежные классы E,F инвариантны относительно логической и матричной операций с точки зрения генерации элементов нормальной подгруппы. «Параллельные произведения» в нормальной подгруппе A по своим свойствам аналогичны смежным классам E,F. Ранее мы сравнивали их по другим критериям, но также обнаружили их сходство в многообразии как классов управления.

Проанализируем свойства групп, которые получаются при произведении любой пары из семейства матриц, соответствующих группе подстановок из 4 элементов. Рассмотрим, например, тройку элементов:

$$\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\4\\3\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\4\\3\\1\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\\3\\1\end{pmatrix}.$$

В группу на логической операции объединены матрицы

$$i(1)=E^{*}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},e_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},e_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},i(2)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

В этой модели объединена пара электрических предзарядов с парой гравитационных предзарядов, которые относятся к классу «циклов».

Группу можно представить как фактор группу с нормальной подгруппой $i(1),e_1$, группа не является простой группой.

Общее количество абелевых групп с логической операцией, ассоциированной с группой перестановок из 4 элементов, задается условием

$$C_{16}^{2}=\frac{24\cdot 23}{2}=276.$$

Легко проверить, что пары элементов из группы подстановок генерируют группы с разными наборами элементов: все третьи элементы различны. Следовательно, группа подстановок дополняется 276 элементами. Их общее количество равно 300.

Введем условие эквивалентности элементов, полагая, что к одному кассу относятся элементы, получаемые «зеркальным отражением» относительно вертикальной оси, проходящей через центр матрицы (четная перестановка). Например, эквивалентны пары

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Тогда количество классов элементов, генерируемых парами их элементов на основе логической операции, будет равно

$$\sigma=\frac{276}{2}=138.$$

Обратное ему число есть аналог постоянной тонкой структуры, полученной в экспериментах с электромагнетизмом

$$\alpha=\frac{1}{\sigma}=\frac{1}{138}.$$

Спектр логических операций и их свойства

На основе структуры факторгруппы по группе Клейна для группы перестановок из 4 элементов конструируются 6 типов логических операций. Запишем их единым образом:

A	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

,

E	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

,

F	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

,

B	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	3	4	1	2
4	2	1	4	3

,

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

,

D	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	4	3	2	1
4	3	4	1	2

.

Логические операции распределены так, что более простые частные законы соответствуют матрицам, расположенным выше.

Частные законы для логической операции типа A имеют вид

$$ab = ba, \left(ab\right)^2 = (ba)^2, ab \cdot ba = \left(ab\right)^2 \cdot (ba)^2.$$

Частный закон для элементов типов B, C, D таков

$$\left(\left(ab\right) \cdot (ba)^2\right)^2 = \left((ba) \cdot \left(ab\right)^2\right)^2.$$

Для элементов классов E, F справедлив закон

$$\boxed{ab \cdot ba = \left(ab\right)^3 \cdot \left(ba\right)^3}.$$

Анализ показал, что **этот закон** выполняется на всей совокупности логических операций: *единый закон* генерирует *скрытая группа управления* в группе перестановок из 4 элементов.

Заметим, что полиномиальные законы на матричной операции аналогичны законам на системе логических операций. Логические операции генерируют более простые законы. Возможно, так происходит потому, что они «проще» матричной операции.

Применение системы операций в системе матриц есть алгоритм реализации на системе структурных отношений системы взаимных отношений. Они могут иметь разную природу и разные источники. По этой причине, принимая трансфинитность реальности, следует рассмотреть и применить все возможные операции и все возможныен следствия. Понятно, что они могут реальзовываться в разных условиях и с разной степенью вероятности. Не исключается алгоритм динамического изменения в системе операций.

Применение алгебр в физике обычно основано на некоторой замкнутой системе свойств. Одним из таких свойств является ассоциативность элементов в форме условия

$$\alpha = a(bc) = (ab)c = \beta.$$

В неассоциативных алгебрах этот закон не выполняется. Естественно найти аналоги ассоциативности для таких алгебр. Алгебра логических операций, как будет показано, может быть неассоциативной. Проанализируем свойства одной из таких алгебр.

Рассмотрим таблицу произведений в форме логической алгебры, ассоциированной со смежным классом C группы перестановок из четырех элементов. Она имеет вид

$$1\cdot c_1 + 2\cdot c_2 + 3\cdot c_3 + 4\cdot c_4 = \left(\begin{array}{c|cccc} C & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right).$$

Ей соответствуют два блока матриц

$$A: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C_A: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вместе они задают фактор группу группы перестановок из 4 элементов. Подгруппа A нормальна. Её спецификой является независимость от 4 типов матричных операций, генерируемых комбинаторикой произведения строк и столбцов.

Рассмотрим транспонированную матрицу в качестве таблицы логических операций:

$$\left(\begin{array}{c|cccc} C & a\to 1 & b\to 2 & c\to 3 & d\to 4 \\ \hline a\to 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ b\to 2 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ c\to 3 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ d\to 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right).$$

Логическая операция неассоциативна:

$$b(db)\neq(bd)b\Rightarrow 2(42)\neq(24)2\Rightarrow 4\neq 1,\ \ c(cb)\neq(cc)b\Rightarrow 3(32)\neq(33)2\Rightarrow 3\neq 2,...$$

Анализ показал, что в данном случае есть *неассоциативность второго уровня* (квадратичная неассоциативность), реализованная на произведении элементов ассоциативного множества.

Закон неассоциативности имеет вид

$$\alpha\cdot\beta=\beta\cdot\alpha,$$

$$\big(a(bc)\big)\cdot\big((ab)c\big)=\big((ab)c\big)\cdot(a(bc)).$$

Он обобщает обычно применяемый закон ассоциативности. Следовательно, можно предположить, что логические операции генерируют полиномиальные законы неассоциативности. Понятно, что в этих случаях исследование структуры изделий и их свойств затруднено.

Заметим, что неассциативность мы ассоциируем с проявлением Сознаний и Чувств. По этой причине появляются дополнительные аргументы в пользу гипотезы, что структуры и свойства Сознаний и Чувств могут быть существенно более сложными, чем свойства физических тел.

Заметим, что в системе с логическими операциями ассоциативных элементов значительно больше, чем неассоциативных. Это обстоятельство косвенно свидетельствует о существенном единстве законов для физических тел и тел Сознаний и Чувств.

Рассмотрим абелевы (коммутативные) произведения элементов в смежных классах группы подстановок из 4 элементов, а также те, которые генерируют единицы. Нормальная группа A имеет систему таких свойств. Запишем их в числовом виде на основе таблицы логических произведений, а также представим их графически.

Получим соответствия

$$\left\{\begin{array}{l}1^2=1\\2^2=1\\3^2=1\\4^2=1\end{array}\right\}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1\cdot1 & & 2\cdot2\\\hline & & \\\hline 3\cdot3 & & 4\cdot4\\\hline\end{array},\left\{\begin{array}{l}2\cdot4=3,4\cdot2=3\\2\cdot3=4,3\cdot2=4\\3\cdot4=2,4\cdot3=2\end{array}\right\}\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & 2 & \\\hline & \square & & \square\\\hline 4 & & \leftrightarrow & 3\\\hline\end{array},1\cdot p=p\cdot1,\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \leftrightarrow & 1\\\hline & \square & \updownarrow\\\hline 3 & & 2\\\hline\end{array}.$$

Из приведенных графических представлений следует аналогия с фундаментальной физической идеей о наличии системы свободных объектов, а также гравитационных (в форме циклов) предзарядов и электрических предзарядов (в форме «ежиков»). Следовательно, есть смысл в конструктивном графическом представлении результатов произведения матриц (или других математических объектов). Они могут «подсказывать» структуру фундаментальных физических изделий. Для смежных классов B,C,D аналогичные графические представления имеют вид

$$B\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\cdot1\\\hline & \square & \\\hline 3\cdot3 & & 2\\\hline\end{array},C\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4\cdot4 & & 1\cdot1\\\hline & & \\\hline 3 & \leftrightarrow & 2\\\hline\end{array},B\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\cdot1\\\hline \updownarrow & & \\\hline 3 & & 2\cdot2\\\hline\end{array}.$$

Они соответствуют законам ассоциативности второго уровня. Качественно иные графические представления следуют из анализа произведения элементов смежных классов E,F. Они таковы

$$E\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\cdot1\\\hline \uparrow & \square & \\\hline 3 & \leftarrow & 2\\\hline\end{array},F\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1\cdot1\\\hline \downarrow & \square & \\\hline 3 & \rightarrow & 2\\\hline\end{array}.$$

Из них следуют законы неассоциативности третьего уровня.

$$1\cdot1\rightarrow\begin{pmatrix}ll\\lC_*\\lC_*\\ll\end{pmatrix},1\cdot2\rightarrow\begin{pmatrix}ll\\CC\\CC\\ll\end{pmatrix},1\cdot3\rightarrow\begin{pmatrix}ll\\CC\\CC\\ll\end{pmatrix},1\cdot4\rightarrow\begin{pmatrix}ll\\lC_*\\lC_*\\ll\end{pmatrix},2\cdot1\rightarrow\begin{pmatrix}CC\\ll\\ll\\CC\end{pmatrix},2\cdot2\rightarrow\begin{pmatrix}lC\\ll\\ll\\lC\end{pmatrix},2\cdot3\rightarrow\begin{pmatrix}lC\\ll\\ll\\lC\end{pmatrix},2\cdot4\rightarrow\begin{pmatrix}CC\\ll\\ll\\CC\end{pmatrix},$$

$$3\cdot1\rightarrow\begin{pmatrix}CC\\ll\\ll\\CC\end{pmatrix},3\cdot2\rightarrow\begin{pmatrix}lC\\ll\\ll\\lC\end{pmatrix},3\cdot3\rightarrow\begin{pmatrix}lC\\ll\\ll\\lC\end{pmatrix},3\cdot4\rightarrow\begin{pmatrix}CC\\ll\\ll\\CC\end{pmatrix},4\cdot1\rightarrow\begin{pmatrix}ll\\lC_*\\lC_*\\ll\end{pmatrix},4\cdot2\rightarrow\begin{pmatrix}ll\\CC\\CC\\ll\end{pmatrix},4\cdot3\rightarrow\begin{pmatrix}ll\\CC\\CC\\ll\end{pmatrix},4\cdot4\rightarrow\begin{pmatrix}ll\\lC_*\\lC_*\\ll\end{pmatrix}.$$

Поясним её происхождение на конкретном примере, когда $1*1=1$.

Произведения матриц смежного класса C сконструированы в соответствии с указанной таблицей на основе совокупности произведений строк на столбцы и столбцов на строки, рассматривая их как в прямом, так и в обратном порядке. Если порядок обратный, строку l или столбец C будем обозначать звездочкой внизу: l_*, C_*.

Получим модели вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} ll \\ lC_* \\ lC_* \\ ll \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} lC \\ Cl \\ lC \\ Cl \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} CC \\ ll_* \\ ll_* \\ CC \end{pmatrix}, \ldots$$

В данном случае для построения спектра логических операций достаточно 4 блоков матричных произведений нового типа.

Понятно, что есть алфавит матричных операций. Его удобно представить в форме системы, которая содержит 16 элементов

$$\begin{pmatrix} ll & l_*l & ll_* & l_*l_* \\ lC & l_*C & lC_* & l_*C_* \\ C_*l & C_*l & C_*l_* & C_*l_* \\ CC & C_*C & CC_* & C_*C_* \end{pmatrix}.$$

В варианте, рассматриваемом нами, из алфавита операций сконструированы 4 операторные изделия. Они применены к конкретной системе матриц согласованно с логической операцией. Логическая операция выступила в роли средства генерации операторных изделий.

Понятно, что при выборе других операторных изделий мы получим другие матрицы и другие логические операции. Этот подход есть обратная генерация: получение логических операций на основе системы матриц и системы операторных изделий.

Операторных изделий много. В частности, простые операторные изделия содержат пары одинаковых элементов.

В этом случае их количество определяется формулой

$$C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{1 \cdot 2} = 120.$$

Обратим внимание на свойства «взаимодействия» матриц с операторными изделиями. Они аналогичны некоторым психологическим свойствам объектов и отношениям между ними. Их можно проявить на основе математического анализа, рассматривая систему операторов в задачах подобного вида. Конечно, есть также другие возможности, анализ которых представляет самостоятельную задачу.

Применим к матрицам группы Клейна операторные изделия:

$$i=1\to\begin{pmatrix} ll \\ lC_{*} \\ lC_{*} \\ ll \end{pmatrix}, i=2\to\begin{pmatrix} ll \\ CC \\ CC \\ ll \end{pmatrix}, i=3\to\begin{pmatrix} lC \\ ll \\ ll \\ lC \end{pmatrix}, i=4\to\begin{pmatrix} CC \\ ll \\ ll \\ CC \end{pmatrix}.$$

Получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{i=2,3,4}{*} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underset{i=2,3,4}{*} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underset{i=2,3,4}{*} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underset{i=2,3,4}{*} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Три различных операторных изделия дают тот же результат, который следует из стандартного матричного произведения. Результат не зависит от порядка сомножителей.

Это обстоятельство интересно с физической точки зрения. Оно иллюстрирует операционную независимость матриц определенного вида. С практической точки зрения этот факт свидетельствует о том, что физические модели, ассоциированные с матрицами Клейна, отображают *«устойчивость» фундаментальных физических объектов (а также, естественно, их психологических аналогов) по отношению к разным видам и типам взаимодействий*.

Ситуация выглядит иначе, если к этим матрицам применить первое операционное изделие. Получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{i=1}{*} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underset{i=1}{*} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Мы получили *операционное взаимодействие нового качества*: элементы нормальной группы генерируют элементы смежного класса.

Произведения элементов смежного класса с элементами нормальной подгруппы генерируют как одни, так и другие элементы.

Например, получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\underset{i=1,2,3,4}{*}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Алфавит матричных произведений, равно как и операторные изделия, сконструированные из них, есть инструмент анализа широкого спектра отношений между элементами любого множества, представленного матрицами.

Операторные изделия «способны» на перестановку элементов в одном множестве. Они также могут «перемешивать» элементы разных множеств, которые могут качественно отличаться друг от друга по своим свойствам.

В частности, свойства операторных изделий дублируют свойства двух «центров управления» в группе перестановок из 4 элементов. Нормальная группа A имеет функции перестановки элементов в пределах смежного класса, с которым есть «взаимодействие». Согласованный дубль смежных классов E, F имеет функцию перестановки элементов для разных смежных классов.

Две функции управления дополнительны друг другу. Более того, они образуют, с физической точки зрения, *полную систему управлений*: есть перестановки в пределах одного множества (внутренние изменения) и перестановки из одного множества в другие (внешние изменения).

Алфавит матричных операций «охватывает» отношения между объектами в форме *спектра отношений*. Он имеет несколько граней.

Во-первых, одна и та же матрица может быть получена из разных пар матриц на основе применения системы операторных изделий. С физической точки зрения матрицам соответствуют изделия с определенной структурой и некоторыми свойствами. Из практики следует, что одно и то же изделие (или свойства) могут быть получены из разных «материалов» и по разным технологиям. Аналогично, можно из одной точки попасть в другую по разным путям и с преодолением разных препятствий. Система свойств матричных операций близка к понятной нам эмпирической практике.

Во-вторых, пары матриц (объектов) по-разному реагируют на систему операций: одни могут быть независимы, а другие могут существенно зависеть от них. Мы знаем, что аналогичная реакция имеет место при воздействии информации на социум: на одних людей «эта» информация никак не повлияет, а для других она может приводить к экстремальному изменению и поведению.

В-третьих, наличие совокупности операторных изделий позволяет рассматривать многократные операции. Они могут быть заданы в форме системы (программы, кода), элементы которой соединены последовательно и параллельно. Если теория и практика применяет только однократные операции, будут «скрыты» от наблюдения и практического применения те стороны и свойства, которые дают многократные операции. Ситуация напоминает питание человека на основе воздуха, воды, хлеба. Есть и другие продукты, которыми нужно пользоваться.

Система операторных изделий открывает новые возможности для научного творчества, проектирования и конструирования новых устройств.

Естественно проанализировать возможности, которые дает система матричных операций, для конструирования изделий с ожидаемыми свойствами из изделий, доступных практики, но не обладающих желаемыми качествами.

Такой анализ на основе операторной деформации может стать основным инструментом прогнозирования будущей практики. Он может быть полезен для анализа изменений Сознаний и Чувств.

Обратим внимание на *координацию пар*, соответствующую каждому из указанных выше операторных изделий. Она может быть представлена таблицами

$$\begin{pmatrix} ll \\ lC_* \\ lC_* \\ ll \end{pmatrix} \to$$

$i=1$	1	2	3	4
1	*			*
2				
3				
4	*			*

,

$$\begin{pmatrix} ll \\ CC \\ CC \\ ll \end{pmatrix} \to$$

$i=1$	1	2	3	4
1		*	*	
2				
3				
4		*	*	

,

$$\begin{pmatrix} lC \\ ll \\ ll \\ lC \end{pmatrix} \to$$

$i=1$	1	2	3	4
1				
2	*			*
3	*			*
4				

,

$$\begin{pmatrix} CC \\ ll \\ ll \\ CC \end{pmatrix} \to$$

$i=1$	1	2	3	4
1				
2		*	*	
3		*	*	
4				

.

Сравним эти таблицы со структурой смежных классов подгруппы C фундаментальной группы физической теории: группой перестановок Клейна, модифицированной знаковой группой. Подгруппа C фундаментальной группы задана диагональными матрицами

$$c_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, c_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Структура фундаментальной группы задана матрицами, которые обозначены буквами и индексами

$G_f \Rightarrow$

E	e_3	b_3	c_1
e_2	e_1	a_1	f_2
a_2	b_1	f_1	b_2
c_2	f_3	a_3	c_3

.

Связь законов взаимодействия и логических произведений

Логические произведения, предложенные ранее, базировались на структуре системы матриц, которые некоторым способом согласованы между собой. Их элементы заполняют всю таблицу произведений. Рассмотрим вариант конструирования новых логических операций по некоторой исходной операции, принимая разные законы произведения для элементов, подчиненных этой логической операции. Другими словами, будем моделировать новые логические операции по закону произведения элементов на основе исходной логической операции.

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

$\Rightarrow \quad a*b=bba \to$

$*$	1	2	3	4
1	2	4	4	1
2	2	3	3	2
3	3	2	2	3
4	4	1	1	4

, $\quad a*b=aab \to$

$*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	4	3	2	1
4	1	2	3	4

,

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

$\Rightarrow a*b=b(ba) \to$

$*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4

$, a*b=a(ab) \to$

$*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4

,

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

$\Rightarrow \quad a*b=aba \to$

$*$	1	2	3	4
1	1	3	2	4
2	1	3	2	4
3	1	3	2	4
4	1	3	2	4

, $\quad a*b=bab \to$

$*$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	3	3	3	3
3	2	2	2	2
4	4	4	4	4

,...

Следовательно, закон произведения генерирует логическую операцию. С физической точки зрения произведению матриц соответствует некоторый вариант взаимодействия. Поэтому можно принять точку зрения, что у каждого взаимодействия (в рамках некоторой системы условий) есть своя «логика».

Анализ даёт разные законы, индуцированные анализом ассоциативности. Например, получим соответствия

$*$	1	2	3	4
1	1	3	2	4
2	1	3	2	4
3	1	3	2	4
4	1	3	2	4

$$\to \left\{ \begin{array}{c} a(bc)=((ab)c)^2 \\ a(bc)=((ab)c)c^2 \end{array} \right\},$$

$*$	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	1	2	3	4
3	1	4	3	2
4	1	2	3	4

$$\to a(bc)=(ab)c(a(bc)),$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ \hline 3 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \to \left(a\left(bc\right)\right)\left(\left(ab\right)c\right)^2 = \left(\left(ab\right)c\right)^2\left(a\left(bc\right)\right),\ldots$$

Закону

$$a\left(bc\right) = \left(ab\right)c(a\left(bc\right))$$

соответствует комбинаторное произведение матриц группы Клейна на себя.

Во всех случаях, так или иначе, мы получаем для описания неассоциативности полиномиальные законы на элементах, представленных тройками чисел. Следовательно, имеет смысл анализ аспектов ассоциативности. Законы, индуцированные ассоциативностью, можно использовать для классификации неассоциативных многообразий.

Обратим внимание на структуру матриц логического произведения, генерирующих ассоциативный закон $a\left(bc\right) = \left(ab\right)c.$ Проанализированы три ситуации, для которых справедлив этот закон. Они представлены матрицами вида

$$\hat{A} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}, \hat{B} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}, \hat{C} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \end{array}.$$

Во всех этих случаях транспонированные матрицы равны обратным матрицам:

$$\hat{\xi} = \hat{\xi}^T.$$

Возникает предположение, что ассоциативность согласована с условием транспонирования матриц логического произведения.

Оно косвенно подтверждается примером неассоциативности на логическом произведении вида

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Неассоциативность в данном случае управляется неравенствами $1 \neq 3, 2 \neq 4,$ которые генерируют квадратичную ассоциативность.

Аналог фактормножества для неассоциативных многообразий

Ассоциативные и неассоциативные многообразия кажутся принципиально разными. Однако это не так. У них есть аналогии, которые нужно знать и применять в расчетах и на практике. Рассмотрим простой пример.

В группе перестановок из 4 элементов есть подгруппа, состоящая из нормальной подгруппы A и смежного класса B. Их элементы можно получить на основе операции циклической перестановки значимых элементов в матрице:

$$A:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$B:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Матрица B получена из матрицы A на основе скомпенсированной перестановки второго и четвертого значимых элементов единичной матрицы. Применена одна операция перестановки. Известно, что мы имеем дело (при использовании матричной операции) с ассоциативной системой, которая образует группу. Матрицы указанного вида соответствуют, согласно развиваемой точке зрения, модели гравитационных предзарядов. С физической точки зрения необходимо дополнительно рассмотреть систему электрических предзарядов. Они моделируются заполненными столбцами матриц. Проанализируем такую возможность по аналогии с предыдущим примером. Рассмотрим систему матриц

$$A^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$B^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1`&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Комбинаторные произведения строк на строки матриц B^* генерируют матрицы A^*. Комбинаторные произведения строк на строки матриц A^* генерируют матрицы A^*. Есть взаимные влияния этих многообразий друг на друга.

Алгебра праматерии

Исследуем возможность существования системы матриц с парой фундаментальных признаков: а) она объединяет мономиальные и немономиальные матрицы, б) она замкнута на некоторой системе операций. Такой анализ интересен для расчетных задач в физике, химии, биологии. Ему естественно есть место в теоретической психологии.

На начальной стадии анализа ограничимся исследованием многообразия с парой операций: матричной и комбинаторной операциями с произведением строк на строки.

Потребность в такой постановке проблемы инициируется известным различием исследуемых объектов, а также системы отношений между базовыми объектами.

Задача не является простой. Дело в том, что мономиальных матриц значительно меньше, чем немономиальных матриц. По этой причине непонятно, какие мономиальные матрицы следует объединять с каким набором немономиальных матриц?

Подсказкой будем считать набор матриц, указанный выше. Рассмотрим матричные и комбинаторные произведения в этой системе матриц. Введем обозначения:

$$A_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, A_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, A_3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, A_4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$B_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, B_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}, B_3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, B_4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$A_1^*=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, A_2^*=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, A_3^*=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, A_4^*=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$B_1^*=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, B_2^*=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, B_3^*=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1`&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, B_4^*=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Рассмотрим матричные и комбинаторные произведения строк на строки в этой системе матриц.

Получим пару таблиц.

Таблица 2. Матричные произведения

$\overset{m}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	A_1	A_2	A_3	A_4
A_2	A_2	A_1	A_4	A_3
A_3	A_3	A_4	A_1	A_2
A_4	A_4	A_3	A_2	A_1

$\overset{m}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	B_1	B_2	B_3	B_4
A_2	B_4	B_3	B_2	B_1
A_3	B_3	B_4	B_1	B_2
A_4	B_2	B_1	B_4	B_3

$\overset{m}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_1	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_2	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
A_3	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_4	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*

$\overset{m}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_1	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_2	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
A_3	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_4	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*

$\overset{m}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1	B_1	B_2	B_3	B_4
B_2	B_2	B_1	B_4	B_3
B_3	B_3	B_4	B_1	B_2
B_4	B_4	B_3	B_2	B_1

$\overset{m}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
B_1	A_1	A_2	A_3	A_4
B_2	A_4	A_3	A_2	A_1
B_3	A_3	A_4	A_1	A_2
B_4	A_2	A_1	A_4	A_3

$\overset{m}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_1	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
B_2	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_3	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
B_4	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*

$\overset{m}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_1	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_2	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
B_3	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_4	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*

$\overset{m}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_4^*	A_4^*	B_3^*	A_2^*	B_1^*
A_3^*	A_3^*	B_4^*	A_1^*	B_2^*
A_2^*	A_2^*	B_2^*	A_4^*	B_3^*

$\overset{m}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_2^*	A_4^*	B_3^*	A_2^*	B_1^*
A_3^*	A_3^*	B_4^*	A_1^*	B_2^*
A_4^*	A_2^*	B_1^*	A_4^*	B_3^*

$\overset{m}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_2^*	A_2^*	B_4^*	A_4^*	B_2^*
A_3^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*
A_4^*	A_4^*	B_4^*	A_2^*	B_2^*

$\overset{m}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_2^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*
A_3^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_4^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*

$\overset{m}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1^*	B_1^*	A_2^*	B_3^*	A_4^*
B_2^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*	A_3^*
B_3^*	B_3^*	A_4^*	B_1^*	A_2^*
B_4^*	B_4^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*

$\overset{m}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
B_1^*	B_1^*	A_2^*	B_3^*	A_4^*
B_2^*	B_4^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*
B_3^*	B_3^*	A_4^*	B_1^*	A_2^*
B_4^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*	A_3^*

$\overset{m}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
B_2^*	A_1^*	B_4^*	A_3^*	B_2^*
B_3^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
B_4^*	A_1^*	B_4^*	A_3^*	B_2^*

$\overset{m}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
B_2^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*
B_3^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
B_4^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*

Она задает определенную систему отношений в системе рассматриваемых объектов, базирующуюся на операции, стандартно применяемой в физических теориях в рамках моделей ассоциативных алгебр. В этом случае передача чего-то от одного объекта означает потерю переданного для другого объекта.

Таблица 3. Комбинаторные произведения

$\overset{k}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_2	A_2^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*
A_3	A_3^*	A_4^*	A_1^*	A_2^*
A_4	A_4^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	B_1^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*
A_2	B_2^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*
A_3	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
A_4	B_4^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_1	A_1	A_4	A_3	A_2
A_2	A_2	A_1	A_4	A_3
A_3	A_3	A_2	A_1	A_4
A_4	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{k}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_1	B_1	B_2	B_3	B_4
A_2	B_2	B_1	B_4	B_3
A_3	B_3	B_4	B_1	B_2
A_4	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{k}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1	B_1^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*
B_2	B_2^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*
B_3	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
B_4	B_4^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
B_1	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
B_2	A_2^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*
B_3	A_3^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*
B_4	A_4^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_1	B_1	B_4	B_3	B_2
B_2	B_2	B_1	B_4	B_3
B_3	B_3	B_2	B_1	B_4
B_4	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{k}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_1	A_1	A_4	A_3	A_2
B_2	A_2	A_1	A_4	A_3
B_3	A_3	A_2	A_1	A_4
B_4	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{k}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1^*	B_1	B_4	B_3	B_2
A_2^*	B_2	B_1	B_4	B_3
A_3^*	B_3	B_2	B_1	B_4
A_4^*	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{k}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1^*	A_1	A_4	A_3	A_2
A_2^*	A_2	A_1	A_4	A_3
A_3^*	A_3	A_2	A_1	A_4
A_4^*	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{k}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_1^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
A_2^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*
A_3^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*
A_4^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_1^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*
A_2^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*
A_3^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
A_4^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1^*	A_1	A_4	A_3	A_2
B_2^*	A_2	A_1	A_4	A_3
B_3^*	A_3	A_2	A_1	A_4
B_4^*	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{k}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
B_1^*	B_1	B_4	B_3	B_2
B_2^*	B_2	B_1	B_4	B_3
B_3^*	B_3	B_2	B_1	B_4
B_4^*	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{k}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_1^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*
B_2^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*
B_3^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
B_4^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_1^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
B_2^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*
B_3^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*
B_4^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*

.

Цель достигнута: действительно есть многообразия с требуемой нами парой фундаментальных свойств. Обратим внимание на принципиально разное поведение системы матриц при матричном и комбинаторном произведениях. В первом случае мономиальные и немономиальные матрицы замкнуты в своих подсистемах. Во втором случае этого нет. Однако вместо этого реализован вариант перемешивания «состояний».

Комбинаторному произведению присуще свойство передачи информации. В этом случае объект способен передать информацию, не теряя ее, что приводит к ее распространению в форме, аналогичной генерации энергии. Для задач психологии важна частичная ассоциативность, которая здесь не представлена.

Группа на структурной операции для психологов

В теории групп и алгебр математики начинают анализ с задания некоторой системы элементов и системы операций. Обе составляющие следуют обычно из предыдущей практики, а также из целевой установки на достижение новых результатов. Часто элементы теории априорны не потому, что они абсолютны в смысле истины, а потому что отсутствуют подходы и средства для доказательства границ и меры принятой априорности.

Аналогично действуют физики: они создают новые конструкции и новые свойства на основе применения элементов предыдущей практики и ожидаемых перспектив новой практики.

Для достижения нового качества теории и эксперимента требуются новые элементы и новые операции. Рассмотрим одну возможность, которая представляется конструктивной. Определим структурную сигнатуру матриц.

Определение: структурная сигнатура матрицы есть набор чисел, последовательно характеризующий места значимого элемента матрицы по отношению к значимым элементам другой матрицы, применяемой в качестве элемента с нулевой сигнатурой.

Проиллюстрируем определение на примере четверной группы Клейна, применяя единичную матрицу в качестве элемента с нулевой сигнатурой. Получим соответствия вида

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline \updownarrow \\ \hline a_1\to(0,0,0,0)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline \updownarrow \\ \hline a_2\to(1,-1,1,-1)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \updownarrow \\ \hline a_3\to(2,2,-2,-2)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \updownarrow \\ \hline a_4\to(3,1,-1,-3)\\ \hline\end{array}.$$

Положительное число указывает число «шагов» вправо, требуемых для трансляции элемента опорной матрицы на место элемента исследуемой матрицы. Отрицательное число указывает число шагов влево, требуемых для трансляции элемента опорной матрицы на место элемента исследуемой матрицы.

Сигнатуру можно рассматривать как совокупность координат точки в четырехмерном пространстве, отсчитываемых по отношению к «точке», принятой в качестве нулевой точки.

Заметим фундаментальное свойство структурной сигнатуры матриц, состоящее в том, что суммирование и вычитание сигнатур генерирует новую сигнатуру:

$$(1,-1,1,-1)+(2,2,-2,-2)=(3,1,-1,-3)\to a_2\overset{m}{\times}a_3=a_4,$$

$$(3,1,-1,-3)-(1,-1,1,-1)=(2,2,-2,-2)\to a_4\overset{m}{\times}a_2=a_3,\ldots$$

Следовательно, операции со структурными сигнатурами матриц можно рассматривать как пример бинарных операций.

Обратные элементы для исследуемых матриц определим условием, что сумма сигнатур такой пары матриц есть нулевая сигнатура:

$$(1,-1,1,-1)\overset{st}{+}(-1,1,-1,1)=(0,0,0,0)\rightarrow a\overset{m}{\times}a^{-1}=E.$$

Следовательно, перемена знаков в элементах структурной сигнатуры есть генерация обратного элемента матрицы.

Понятно, что матрица с нулевой сигнатурой есть аналог единичной матрицы в теории групп. Эта аналогия неоднозначна, и она не так проста, как может показаться вначале.

Поскольку операция суммирования ассоциативна, операция сложения сигнатур есть средство для конструирования новых групп. Для этого требуется применить операцию на некотором семействе матриц, достигая замкнутости семейства относительно действия сигнатурной операции.

Семейство матриц, замкнутое на сигнатурной операции, *может быть группой*.

Заметим, что структурная сигнатура задается системой чисел неоднозначно: возможно разное числовое представление одних и тех же матриц. По этой причине желательно «восстанавливать» явный вид матриц по разным её сигнатурам, достигая навыков обращения с ними.

Заметим, что в данном случае суммирование сигнатур есть аналог суммирования по модулю 4. Числу 4 соответствует число 0. Выход значимого элемента «за пределы» матрицы реализуется переходом от начала к концу строки и обратно при большом числе шагов влево.

Выберем в качестве опорной матрицы единичную матрицу. Рассмотрим действия на ней группы трансляций, формируя массив матриц *с элементами первого уровня*. Обозначим структурные сигнатуры этих матриц.

Получим *базовую систему* матриц:

$$\begin{array}{|c|}\hline (0,0,0,0)\\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \rightarrow\\ \rightarrow\\ \rightarrow\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline (1,1,1,1)\\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \rightarrow\\ \rightarrow\\ \rightarrow\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline (2,2,-2,-2)\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \rightarrow\\ \rightarrow\\ \rightarrow\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline (-1,-1,-1,-1)\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline (0,0,0,0)\\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \leftarrow\\ \rightarrow\\ \leftarrow\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline (1,-1,1,-1)\\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \leftarrow\\ \rightarrow\\ \leftarrow\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline (2,2,-2,-2)\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \leftarrow\\ \rightarrow\\ \leftarrow\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline (-1,1,-1,1)\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},$$

$$
\begin{array}{|c|}\hline (0,0,0,0) \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array}
\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \rightarrow \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|}\hline (1,-1,-1,1) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array}
\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \rightarrow \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|}\hline (2,2,-2,-2) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array}
\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \rightarrow \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|}\hline (-1,1,1,-1) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array},
$$

$$
\begin{array}{|c|}\hline (0,0,0,0) \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array}
\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow \\ \hline \rightarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|}\hline (1,1,-1,-1) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array}
\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow \\ \hline \rightarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|}\hline (2,2,-2,-2) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array}
\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow \\ \hline \rightarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \leftarrow \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|}\hline (-1,-1,1,1) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array}.
$$

На основе группы трансляций, примененной в качестве системы операций, и единичной матрицы как начального элемента конструируемого многообразия, обеспечено объединение мономиальных и немономиальных матриц.

Оно соответствует физической интуиции конструирования изделий и отношений (взаимодействий) между ними. И изделия, и отношения формируются не на числовом расчете, а либо на перемещении значимых элементов, либо на основе изменения значений (отношений) элементов.

Элемент со структурной сигнатурой $(2,2,-2,-2)$ повторяется 4 раза, имеет *структурную кратность*, равную 4. Структурная кратность, вероятно, «указывает» на эмпирическую значимость объектов, которые содержат в сигнатурных элементах числа, равные двойке.

Продолжим конструирование системы матриц, применив на следующем этапе конструирования многообразия суммирование структурных сигнатур. Получим таблицу

$\overset{st}{+}$	1111	1−11−1	11−1−1	1−1−11
1111	2222	2020	2200	2002
1−11−1	2020	2−22−2	200−2	2−200
11−1−1	2200	200−2	22−2−2	20−20
1−1−11	2002	2−200	20−20	2−2−22

.

Она генерирует элементы второго уровня

$$
\begin{array}{|c|}\hline (2-200) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|}\hline (2002) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|}\hline (2020) \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \hline \end{array}.
$$

Выполним суммирование структурных сигнатур элементов первого и второго уровней. Они соответствуют таблице

$\overset{st}{+}$	$2-200$	2002	2020
1111	$3-111$	3113	3131
$1-11-1$	$3-31-1$	$3-111$	$3-13-1$
$11-1-1$	$3-1-1-1$	$31-11$	$311-1$
$1-1-11$	$3-3-11$	$3-1-13$	$3-111$
$2-200$	0000	$0-202$	$0-220$
2002	$0-202$	0000	0022
2020	$0-220$	0022	0000

.

Элементы, содержащие тройки, эквивалентны элементам с единицами. Например, получим $3-111 \Rightarrow -1-111, \ldots$

Простой анализ показывает генерацию элементов третьего уровня. Они таковы

$(00-22)$	$(02-20)$	(0202)
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Заметим, что эти же матрицы получаются в данном случае на основе матричного произведения базовых матриц. Другими словами, элементы второго и третьего уровней могут быть получены на основе разных операций.

Структурная сигнатура ассоциирована со знаковой группой и группой трансляций, реализуемой в форме последовательной смены мест значимого элемента матрицы:

$$\begin{pmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} \to & \to & \to & \to \\ \to & \leftarrow & \to & \leftarrow \\ \to & \to & \leftarrow & \leftarrow \\ \to & \leftarrow & \leftarrow & \to \end{pmatrix}.$$

Данный пример иллюстрирует *дополнительность и конструктивность действия* на элементы анализируемого массива системы операций, согласованных между собой.

Один элемент в форме единичной матрицы на основе действия группы трансляций значимых элементов «породил» 9 новых элементов. Эта ситуация фундаментальна в модели конструирования массива матриц из одного элемента.

Эта «снежинка» есть плюс физического моделирования, который можно представить рисунком:

				$(2,2,-2,-2)$				
			$(1,1,1,1)$		$(-1,-1,-1,-1)$			
		$(-1,-1,1,1)$				$(1,-1,1,-1)$		
$(2,2,-2,-2)$				$(0,0,0,0)$				$(2,2,-2,-2)$
		$(1,1,-1,-1)$				$(-1,1,-1,1)$		
			$(-1,1,1,-1)$		$(1,-1,-1,1)$			
				$(2,2,-2,-2)$				

.

Анализ, который легко выполнить, показал, что так сконструированный массив матриц замкнут по матричному произведению. Элементы второго и третьего уровней получаются на основе матричного произведения элементов «снежинки». В данном случае оно достаточно для конструирования системы, удовлетворяющей исходным посылкам конструирования.

Суммирование структурных сигнатур, указанное нами, есть дополнительный прием построения операционного замкнутых многообразий.

Полная в операционном смысле система матриц не образует группу по матричному произведению, так как содержит матрицы, не имеющие обратных матриц на этом произведении. Операция суммирования структурных сигнатур придает рассматриваемому множеству свойства группы. Множество имеет единицу в форме матрицы с нулевой сигнатурой, суммирование с которой не меняет любую другую сигнатуру. Множество на этой операции ассоциативно, потому что ассоциативна операция суммирования по модулю. Единственный пункт, который нужно обосновать, если множество замкнуто по операции суммирования структурных сигнатур, состоит в обосновании наличия обратных элементов. В данном случае это легко проверить прямым изменением знаков сигнатур.

Операционно замкнутая система матриц такова:

$$(0000)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}^{*},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}(2222),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Зададим индекс мономиальности множества в форме отношения σ количества мономиальных матриц в системе $n(мн)$ к количеству немономиальных матриц $n(нмн)$. В рассматриваемом случае

$$\sigma=\frac{n(мн)}{n(нмн)}=1.$$

Подгруппу на операции суммирования структурных сигнатур образует совокупность матриц, состоящая из единичной матрицы и элементов третьего уровня:

$$(0,0,0,0)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$(0,0,2,2)\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},(0,2,2,0)\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},(0,2,0,2)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Эта подгруппа не выходит за рамки принятой классификации простых групп. Она не принадлежит группе подстановок, она не имеет аналога с группами Ли, она не циклична, она не спорадична. Однако объединение единичной матрицы с одной из оставшихся трёх матриц задаёт нормальную подгруппу по операции структурного суммирования, она не является простой группой.

Рассматриваемая группа на структурной операции имеет систему нормальных подгрупп. Сложна система отношений в совокупности матриц.

Представим отношения схемой, следующей из анализа суммирования структурных сигнатур. Получим модель, аналогичную модели точной последовательности, когда элементы «последовательно» согласованы друг с другом по операции или системе операций. Удобно записать данные *структурного суммирования* в форме последовательности блоков структурных сигнатур:

$$\alpha \to \begin{pmatrix} 0022 \\ 0220 \\ 0202 \\ 0000 \end{pmatrix}, \alpha^* \to \begin{pmatrix} 2002 \\ 2020 \\ 2200 \\ 0000 \end{pmatrix}, 1 \to \begin{pmatrix} 1111 \\ 1-1-11 \\ 11-1-1 \\ 1-11-1 \end{pmatrix}, 2 \to \begin{pmatrix} 2222 \\ 2-2-22 \\ 22-2-2 \\ 2-22-2 \end{pmatrix}, 3 \to \begin{pmatrix} 3333 \\ 3-3-33 \\ 33-3-3 \\ 3-33-3 \end{pmatrix}.$$

Отношения между указанными массивами матриц имеют свой «портрет». Укажем некоторые его черты. Только один блок α^* при взаимных произведениях генерирует блок α. Блок 1 генерирует блок α^* и блок 2. Блок 2 с блоком 1 генерирует блок 2 , а с блоком α^* он генерирует блок α. Блок 3 генерирует блок 2, а вместе с блоком 1 он генерирует блок α.

Ситуацию можно трактовать так: группе анализируемых матриц на операции структурного суммирования соответствует иерархия «смежных» классов.

Проанализируем ситуацию с целью развития данного подхода и алгоритма. Мы применили систему операций к одному элементу в форме единичной матрицы. Этот подход позволил получить совокупность, состоящую из 16 матриц. Совокупность замкнута относительно действия матричной операции, равно как и относительно операции суммирования структурных сигнатур. Совокупность имеет индекс мономиальности, равный единице. Принимая точку зрения, что им соответствуют гравитационные и электрические предзаряды, мы получили совокупность матриц, которая «сохраняет себя» при действии матричной операции, а также при действии операции суммирования структурных сигнатур. С физической точки зрения это означает устойчивость физических систем, ассоциированных с ними, к паре взаимодействий. Есть ли другие операции, относительно которых система замкнута?

Естественно продолжить анализ других алгоритмов конструирования многообразий элементов. Возможно последовательное действие системы операций: другая операция применяется после выполнения первой операции для всего множества элементов или его части. Возможно параллельное действие системы операции: на одни и те же элементы действует пара или более операций с объединением результатов действий.

Мы применили смешанный алгоритм. Понятно, что иногда он может быть более удобен и прост.

Ранее нами рассматривалась другая возможность. Исходным пунктом конструирования многообразия элементов были 4 объекта: мономиальная и немономиальная матрицы и элементы, полученные из них деформацией на основе операции суммирования структурных сигнатур. Эта система была расширена действием группы трансляций в форме перестановки значимых элементов в исходных матрицах. Анализ показал, что такая система замкнута относительно матричного произведения, а также относительно комбинаторного произведения строк на строки.

Следовательно, есть *два принципиально разных алгоритма* конструирования новых многообразий: с одним исходным элементом и системой операций или с системой исходных элементов и одной операцией.

Структура конструируемого многообразия зависит от выбора начального элемента. Проиллюстрируем это замечание набором матриц, которые получаются по указанному выше алгоритму из матриц в форме левого идеала. Многообразие матриц имеет, например, вид

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Принципиальное его различие от предыдущей модели в том, что многообразие не содержит мономиальных матриц. Его индекс мономиальности равен нулю

$$\sigma = \frac{n(мн)}{n(нмн)} = 0.$$

В других случаях индекс мономиальности будет меняться в широком диапазоне значений. Они могут быть согласованы с метрическими свойствами многообразия матриц.

В психологии данный подход можно применять в задачах с объектами, которые владеют ограниченным объемом информации и возможностей.

Аспекты конструирования групп на структурной операции

Группа на структурной операции объединяет матрицы разной структуры в единое многообразие. Естественно проанализировать механизмы такого объединения. Они могут и должны иметь физическое обоснование. Философский анализ предполагает возможность конструирования системы согласованных изделий на базе совокупности свободных объектов.

С математической точки зрения они представляются единичной матрицей. Она симметрична, что означает принятие гравитационного начала в качестве первопричины физической реальности. Нечто аналогичное следует найти в психологии: аналог первичного начала для ощущений и чувств.

Тогда естественно ввести механизм «рождения» «из гравитации» первичных объектов, эволюция которых формирует замкнутую систему объектов.

Идеалы, с физической точки зрения, соответствуя электрическим предзарядам, формируют «электрическое начало» объектов физической реальности. Мы замечаем, что это начало базируется не на матричной, а на комбинаторной операции.

Примем в качестве начального механизма формирования физических изделий образование группы на структурной операции, задающей *программу поведения* свободных объектов вида

$$\underset{(0000)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(2200)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(2002)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(0202)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}}.$$

Применим эту систему «объектов» в качестве базовых элементов однородной трансляции. Получим матрицы:

$$A\to\underset{(0000)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(1111)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(2222)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(-1-1-1-1)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},$$

$$B\to\underset{(2002)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(-111-1)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\ \underset{(0220)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(1-1-11)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},$$

$$C \to \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \hline (2200) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (-1-111) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0022) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (11-1-1) \\ \hline \end{array},$$

$$D \to \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0202) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1-11-1) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \hline (2020) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (-11-11) \\ \hline \end{array}.$$

Получен набор матриц, большинство которых не имеют обратных матриц по матричному произведению. Это обстоятельство можно трактовать как аргумент в пользу «устойчивости» таких объектов: отсутствуют другие объекты в данной системе, взаимодействие с которыми превращает изделия в систему свободных слагаемых. Такая устойчивость интересна и конструктивна с физической точки зрения, утверждая новое понимание концепции частиц и античастиц. Данная система матриц замкнута по структурной операции. Следовательно, мы имеем группу. Система ассоциативна, она содержит единицу, у каждого элемента есть обратный элемент. Сравним, в частности, два набора, полученные по одному алгоритму. Система матриц

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \hline (0000) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \hline (2200) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (2002) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0202) \\ \hline \end{array}.$$

замкнута по матричному произведению и по структурному произведению. Система матриц

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0000) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (2200) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (2002) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0202) \\ \hline \end{array}$$

замкнута по комбинаторному произведению (строка на строку) и структурному произведению.

Этот пример косвенно подтверждает потребность системы операций для формирования базовых объектов реальности. Другими словами, система предзарядов может и должна быть дополнена системой операций. Только при наличии и применении такого «набора» можно реально конструировать изделия с разной структурой и разными свойствами.

Анализ применяемых на практике расчетных моделей показал, что фундаментальные физические модели в основном могут описываться на четверной группе перестановок Клейна. Эта группа расширена до уровня фундаментальной группы на основе знаковой группы в том смысле, что её алгебра генерирует матричную алгебру. Поскольку каждый элемент матричной алгебры выражается через элементы алгебры фундаментальной группы, мы фактически представляем расчетные модели в форме слов, составленных из букв.

Эти слова становятся содержательными, если они дополнены системой величин и системой дифференциальных операторов. Однако «позвоночник» модели формирует алгебра фундаментальной группы.

Отметим наличие системы механизмов формирования групп на структурной операции. Из одной матрицы может быть получена система, состоящая из 4 матриц, если применить *программу изменений* начального элемента в форме системы трансляций, ассоциированных со знаковой группой. Получим, например, матрицы

$$T(1111)\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$T(1-11-1)\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$T(1-1-11)\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$T(11-1-1)\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Все указанные «квартеты» матриц есть группы по структурному произведению. Ни у матричного произведения, ни у комбинаторного произведения нет таких свойств. Поэтому естественно предположить, что структурное произведение относится к категории первичных произведений. Ему аналогична группа трансляций и знаковая группа.

Естественно расширение каждого квартета на основе придания значимым элементам знаков в соответствии с системой знаков. Тогда можно выразить элементы матричной алгебры на основе элементов группы на сигнатурной операции. Таких систем много, они обладают разными свойствами.

Поскольку групп на матричной операции значительно меньше, чем групп на структурной операции, естественно предположить, что именно структурные группы являются первоначалом любых расчетных моделей.

Данный квартет матриц можно применять для моделирования единой системы Тел, Сознаний и Чувств, ассоциированных с исходным элементом, который играет роль их первоисточника. Есть удивительное богатство вариантов и возможностей.

Среди 1820 матриц, содержащих 4 значимых элемента, более всего тех элементов, которые не являются ни мономиальными матрицами, ни идеалами. По физической идеологии эти объекты есть предпредзаряды. С другой стороны, предзаряды, следуя физической аргументации, образуются из ориентированных струн. В данном подходе препредзаряды выполняют функции ориентированных струн.

Следовательно, расчетные модели, базирующиеся на матрицах, ассоциированных с предпредзарядами, могут быть полезны для понимания структуры и функций системы ориентированных струн.

Операционная анизотропия многообразия матриц

Мы исследовали ранее набор матриц группы перестановок из 4 элементов. Он образован из матриц нормальной подгруппы Клейна A и смежного класса, обозначенного буквой B, а также из их деформации одного типа, обозначенных A^*, B^*. К набору применялась трансляция одного типа. В итоге получен набор матриц, который операционно замкнут относительно матричного произведения, а также относительно комбинаторного произведения строк на строки. Назовем такой набор матриц продольной базой исходного многообразия: в конструировании нового многообразия применяются матрицы из нормальной подгруппы и одного смежного класса. Будем считать, что новые многообразия характеризуют продольные свойства исходного многообразия (по одному смежному классу).

Известно, что есть группа матриц в группе перестановок из 4 элементов, которая задается совокупностью элементов, по одному взятых из каждого смежного класса. Такой набор матриц назовем поперечной базой исходного многообразия. Естественно изучить структуру его расширения. Новое многообразие будет характеризовать поперечные свойства исходного многообразия (по совокупности элементов из разных смежных классов).

Если рассматриваемые свойства одинаковы, будем говорить, что исходное многообразие операционно изотропно. Если «продольные» и «поперечные» свойства различны, будем говорить, что многообразие анизотропно.

Дополним анализ «продольных» свойств группы перестановок из 4 элементов примером расширения группы, характеризующей «поперечные» свойства группы перестановок.

Структура исходной группы такова:

(0000)	(0202)	$(01-10)$	$(001-1)$	$(02-1-1)$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$.

Применим к ее элементам операцию суммирования структурных сигнатур. Получим таблицу

$\overset{st}{+}$	0202	$01-10$	$001-1$	$011-2$	$02-1-1$
0202	0000	$03-12$	0211	0310	$00-11$
$01-10$		$02-20$	$010-1$	$020-2$	$03-2-1$
$001-1$			$002-2$	$012-3$	$020-2$
$011-2$				0220	$030-3$
$02-1-1$					$00-2-2$

.

Она генерирует 10 новых матриц:

$(03-12)$	(0211)	(0310)	$(00-11)$	$(010-1)$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,

$(02-20)$	$(03-2-1)$	$(00-2-2)$	$(012-3)$	$(030-3)$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$.

Получены 16 матриц. Они замкнуты относительно суммирования структурных сигнатур. Для доказательства требуется проанализировать все суммы. Покажем часть из них. Получим, например, соответствия

$\overset{st}{+}$	$03-12$	0211	0310	$00-11$	$010-1$
0202	$01-10$	0013	0112	$02-13$	0301
$01-10$	$00-22$	0301	0000	$01-21$	$02-1-1$
$001-1$	0301	0220	$032-1$	0000	$011-2$
$011-2$	0000	$032-1$	$002-2$	$010-1$	$021-3$
$02-1-1$	$01-21$	0000	$010-1$	$02-20$	$03-1-2$

,

$\overset{st}{+}$	$03-12$	0211	0310	$00-11$	$010-1$
$03-12$	$02-20$	0103	0202	$03-23$	$00-11$
0211		0000	0121	0202	0310
$03-11$			0220	0301	$001-1$
$00-11$				$00-22$	$01-10$
$011-1$					$020-2$

,...

Прямая проверка подтверждает предположение, что новое многообразие замкнуто относительно операции суммирования структурных сигнатур.

Однако оно не замкнуто относительно матричной операции:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\ldots$$

Алгоритмы генерации новых многообразий из базовой группы

Наличие семейства различных операций инициирует исследование их соотношения друг с другом, сравнение их свойств. Анализ удобно проводить, применяя матричную, комбинаторную, логическую и сигнатурную операции. Сделаем это на примере четверной группы Клейна. Она представлена матрицами

$$\alpha=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\gamma=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\delta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Таблица её матричных произведений дублирует структуру базовых матриц:

$\overset{m}{\times}$	α	β	γ	δ
α	α	β	γ	δ
β	β	α	δ	γ
γ	γ	δ	α	β
δ	δ	γ	β	α

$$\Rightarrow \alpha\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+\gamma\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\delta\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Матричное произведение в этом случае есть частный вариант логического произведения, в котором перемножаемые матрицы тождественны матрицам произведений:

$\overset{l}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

.

Структурные сигнатуры матриц четверной группы Клейна имеют представление: $\alpha \to (0000), \beta \to (1-11-1), \gamma = (22-2-2), \delta = (-11-11)$. Таблица произведений структурных сигнатур отличается от аналогичной таблицы для матричных произведений:

$\overset{m}{\times}$	α	β	γ	δ
α	α	β	γ	δ
β	β	γ	δ	α
γ	γ	δ	α	β
δ	δ	α	β	γ

.

Мы получили сигнатурную группу на той же системе матриц, на которой основана матричная группа. Поскольку таблицы произведений различны, эти *две группы неизоморфны*.

С физической точки зрения замкнутое многообразие матриц соответствует некоторому реальному изделию: такова его математическая форма в одном из вариантов возможного описания. Разные операции характеризуют изменения этого изделия под некоторым внутренним или внешним воздействием. Речь может идти не только об изменении структуры изделия, но и об изменении его свойств.

Тогда различие «продольных» и «поперечных» свойств многообразия есть косвенное исследование продольных и поперечных свойств физического изделия.

Подчиним элементы четверной группы Клейна комбинаторной операции в форме произведения строк на строки. Обозначим матрицы буквой A. Получим последовательными произведениями справа новые матрицы:

$$A^2 = A \overset{k}{\times} A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A^3 = A^2 \overset{k}{\times} A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A^4 = A^3 \overset{k}{\times} A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таблица комбинаторных произведений классов элементов такова:

$\overset{k}{\times}$	A	A^2	A^3	A^4
A	A^2	A	A^4	A^3
A^2	A^3	A^2	A	A^4
A^3	A^4	A^3	A^2	A
A^4	A	A^4	A^3	A^2

$$= A\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + A^2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + A^3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + A^4\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассматриваемое многообразие неассоциативно. Оно не имеет обратных единиц. Аналогичное семейство матриц исследовано ранее на основе другого алгоритма. Рассматривались 4 матрицы, к которым *циклически применен* один элемент группы трансляций. Получено семейство, состоящее из 16 матриц. Они тождественны матрицам, указанным выше. Более того, доказано, что эта система матриц инвариантна также относительно матричных произведений.

Заметим, что таблица произведения классов этих элементов генерирует матрицы, подчиненные логической операции. В рассматриваемом случае это семейство классов неассоциативно.

Базовые элементы логической операции в форме указанных матриц образуют группу по матричному произведению. Другими словами, данное неассоциативное многообразие генерирует *матричную группу, ассоциированную с действием логической группы на классах элементов.*

Ассоциированная группа в равной мере содержит элементы, принадлежащие группе Клейна и её смежному классу, обозначенному буквой B. Группа имеет нормальную подгруппу, состоящую из пары элементов, принадлежащих группе Клейна.

Рассмотрим произведения структурных сигнатур для этой системы матриц. Примем в качестве базовой матрицы единичную матрицу. Имеет место представление

$a=(0000)$	$b=(1111)$	$c=(22-2-2)$	$d=(-1-1-1-1)$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$.

Таблица сигнатурных произведений такова:

$\overset{st}{\times}$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Она совпадает с таблицей сигнатурных произведений группы Клейна: пара рассматриваемых групп изоморфна друг другу.

Следовательно, разные множества матриц на сигнатурной операции могут быть изоморфны. Это обстоятельство «приближает» модель групп на сигнатурной операции к моделям групп на матричной операции.

Рассмотрим комбинаторное произведение матриц, ассоциированных с таблицей произведения классов элементов. Получим систему идеалов:

$$aa \to \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, ab \to \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}, ac \to \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, ad \to \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

С физической точки зрения мы получили подтверждение идеи, что «игра» классов элементов генерирует объекты (в данном случае это ассоциированные матрицы), взаимные произведения которых проявляют себя в форме электрических предзарядов.

С позиции теоретической психологии это означает, что взаимодействия классов элементов (социумы) могут иметь аналогию с взаимодействиями электрических зарядов и предзарядов.

Геометрия с возможностью управления расстояниями между объектами

Фундаментальным фактом всей практики следует считать взаимосвязь взаимодействия объектов с их структурой. От того, как устроены объекты, и какая их внутренняя и взаимная активность, зависит многое в равновесиях, в динамике, в эволюции анализируемых систем. Поскольку структура объектов может быть задана системой матриц, желательно найти алгоритмы их геометрического описания. На начальном этапе следует корректно определить расстояния между объектами, представленными матрицами. Этот шаг позволит отобразить систему матриц в форме геометрического объекта. Затем нужно изучать изменения этой геометрической фигуры (симплекса), её зависимость от внутренних и внешних условий и обстоятельств. Далее на этой основе требуется классификация систем объектов, а также их взаимодействий друг с другом. Рассмотрим реализацию указанных идей на примере четверной группы Клейна. Заметим, что спектр структурной сигнатуры в данном случае не зависит от выбора опорного объекта.

Проиллюстрирует математически это обстоятельство:

(0000)	$(1-11-1)$	$(22-2-2)$	$(-11-11)$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,

(0000)	$(1-11-1)$	$(22-2-2)$	$(-11-11)$
$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,

(0000)	$(1-11-1)$	$(22-2-2)$	$(-11-11)$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,

(0000)	$(1-11-1)$	$(22-2-2)$	$(-11-11)$
$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$.

Спектр его слагаемых один и тот же, хотя опорные матрицы разные. Однако структурные сигнатуры в каждом случае распределены по-разному. Можно принять точку зрения, что есть определенная система отношений в системе матриц, которая меняется при изменении управления: придания одной из матриц статуса матрицы с нулевой структурной сигнатурой.

В рассматриваемом случае система сигнатур представлена матрицами в форме идеалов. Примем за основу анализа модель представления матриц системой чисел, названной структурной сигнатурой. В этом представлении каждой матрице ставится в соответствие набор «координат», с которым ассоциируется некоторое пространство. Оно может быть разным в зависимости от состава и структуры *дополнительных условий*. Модель системы матриц (объектов) в ассоциированном с ними пространстве есть предмет исследования новой математической дисциплины, которую назовем *структурной геометрией*.

По аналогии с разностью координат (и по той же математической схеме) зададим разность структурных сигнатур для определения расстояния между матрицами: $\theta_{ij} = \sigma_j - \sigma_i$. Назовем эти разности относительными индексами структурных сигнатур. Определим расстояние согласно модели евклидовой геометрии. Получим для квадрата расстояния между объектами, представленными матрицами, выражение

$$l_i^2 = \sum_j \theta_{ij}^2.$$

Анализ изменений в модели структурной геометрии естественно согласовывать с изменением объектов и их внутренних и внешних отношений. В частности, так можно учесть деформацию структур и активностей. Представим систему сигнатур таблицей, ассоциированной с мономиальными матрицами.

Введем обозначения матриц:

$$1 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблица структурных сигнатур и ассоциированных квадратов расстояний между матрицами имеет вид:

θ_{ij}	1	2	3	4
1	0000	$1-11-1$	$22-2-2$	$-11-11$
2	$-11-11$	0000	$1-11-1$	$22-2-2$
3	$22-2-2$	$-11-11$	0000	$1-11-1$
4	$1-11-1$	$22-2-2$	$-11-11$	0000

$\Leftrightarrow$

l_i^2	1	2	3	4
1	0	4	16	4
2	4	0	4	16
3	16	4	0	4
4	4	16	4	0

.

Из таблицы следует вывод, что «объекты» 1 и 3 *взаимно и одинаково* «отталкивают» друг друга при передаче им управления в системе. Аналогичные отношения имеет пара объектов 2 и 4. Однако при других управлениях «враждующие» объекты «дружны» между собой. Общая сумма расстояний одинакова, она не зависит от выбора управляющего объекта.

Мы получили на основе представления матриц структурными сигнатурами математические средства для геометрического описания систем с управлением. Структурная геометрия, в силу отмеченного факта, относится к *категории геометрий управления*.

Она может быть согласована с дискретной геометрией, в которой координатами являются целые числа.

Расстояния есть корень квадратный из квадрата расстояния. Получим спектр чисел

$$-4, -2, 0, 2, 4.$$

Эти числа образуют группу при их суммировании по модулю 4. Группу можно задать системой идеалов:

$$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 0 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Четверная группа Клейна на основе модели структурной геометрии генерирует группу чисел при суммировании по модулю 4. С ней ассоциирована группа матриц в форме идеалов с числом элементов, равным 9. Отрицательные расстояния в данном случае позволяют рассматривать геометрию с положительной и отрицательной ориентацией.

Другими словами, объекты могут быть расположены относительно заданного (управляющего) объекта с одной или с другой стороны, могут находиться «слева» и «справа».

Это обстоятельство можно трактовать также как характеристику положительного или отрицательного отношения одного объекта к другому. По этой причине имеет место *6 фазовых состояний* в системе отношений. Их удобно представить в форме зеркальных «шестерок» рис. 5:

	−	−				+
−		−			+	
−	−			+		
−				+	+	
	−			+		+
		−			+	+
3	2	1	0	1	2	3

Рис. 5. Фазовые состояния в структурной геометрии

Другие геометрические свойства имеет подгруппа на операции суммирования структурных сигнатур, которая состоит из следующих матриц:

$$(0,0,0,0)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$(0,0,2,2)\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},(0,2,2,0)\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},(0,2,0,2)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Для нее все расстояния от любого управляющего объекта до других объектов одинаковы. Они расположены на сфере одного радиуса с иррациональным значением

$$R=2\sqrt{2}.$$

С физической точки зрения мы рассматриваем систему, в которой присутствуют два скомпенсированных начала: пара гравитационных предзарядов и пара электрических предзарядов. Их следует трактовать как объекты, дополнительные друг другу.

Это удобно сделать на основе геометрического алгоритма. Расположим каждую пару предзарядов по «своим» осям Ox и Oy системы координат на евклидовой плоскости.

Сопоставим каждому из них геометрический образ в форме отрезка единичной длины. Тогда получим прямоугольный треугольник, гипотенуза которого будет равна указанному значению расстояния в структурной геометрии.

В приложении к психологии мы можем говорить об описании гармонии двух семейных пар, демократично управляющих структурами и ситуациями.

Проанализируем расстояния в рамках структурной геометрии для 4 электрических предзарядов (мужских начал). Исходным объектом является система матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пусть опорной матрицей будет первая матрица. Тогда относительно ее соответственно получим следующие структурные сигнатуры:

$$(0000),(1111),(2222),(3333).$$

Спектр расстояний имеет вид

$$-6,-4,-2,0,2,4,6.$$

Каждый объект занимает место на своей гиперсфере. Это распределение не зависит от того, какой объект управляет ситуацией.

Динамическая модель геометрии в зрелом виде стала предметом и целью исследования с момента построения теории гравитации Эйнштейна. Впервые геометрические характеристики риманова многообразия были согласованы с параметрами физических объектов в форме тензора энергии-импульса.

Идея *взаимного динамического управления* в системе объектов генерирует задачу построения расчетных моделей, которые содержат не только данные о структуре и свойствах объектов, но и характеристики их взаимного динамического управления. Эта задача имеет общее значение. Она естественна в любых разделах науки. Для психологии она важна как некий вариант геометрического представления метальных и чувтсвенных состояний и их пространств.

Рассмотрим алгоритм, следуя которому можно моделировать задачи такого типа. Конструктивно применим информацию о наличии и свойствах управления в конечных системах, базирующихся на операции структурного суммирования. Согласно этой операции, выполняется представление матрицы с единичными элементами (*пассивной решетки*) в форме совокупности элементов, сумма которых равна исходной матрице.

Так, например, получим модель управления, ассоциированную с пассивными элементами группы Клейна:

$$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Сигнатурное представление элементов группы Клейна позволило ввести расстояние между этими матрицами, а также сконструировать спектральный состав геометрической картины их отношений друг с другом. Анализ показал также их взаимные «симпатии» и «антипатии», которые зависят от того, какая матрица принимается в качестве управляющей (опорной) матрицы.

При выборе другого распределения элементов пассивной решетки расстояния между матрицами и спектр их отношений меняются.

Ситуация усложняется и становится более интересной при рассмотрении активной решетки, в которой каждый элемент динамичен, задавая матрицу активного управления. В этом случае, следуя предыдущему рассмотрению, получим активные матрицы Клейна:

$$\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}&a_{14}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}&a_{24}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}&a_{34}\\a_{41}&a_{42}&a_{43}&a_{44}\end{pmatrix}=\tilde{\pi}_1+\tilde{\pi}_2+\tilde{\pi}_3+\tilde{\pi}_4=$$

$$=\begin{pmatrix}a_{11}&0&0&0\\0&a_{22}&0&0\\0&0&a_{33}&0\\0&0&0&a_{44}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&a_{12}&0&0\\a_{21}&0&0&0\\0&0&0&a_{34}\\0&0&a_{43}&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&a_{13}&0\\0&0&0&a_{24}\\a_{31}&0&0&0\\0&a_{42}&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&a_{14}\\0&0&a_{23}&0\\0&a_{32}&0&0\\a_{41}&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Активные матрицы Клейна можно рассматривать в качестве самостоятельных элементов модели управления. В этом случае каждая такая матрица может иметь свою систему «носителей» информации, а также алгоритм конструирования отдельного элемента управления. Итоговая матрица активного управления может иметь сложную структуру. Она зависит также от алгоритма объединения базовых элементов управления в единую систему.

Естественно дополнить начальный анализ идеей применения системы динамических законов для элементов управления.

В известной мере эта задача самостоятельна и имеет свою специфику.

Исследуем возможности конструирования взаимодействия пары объектов, представленных матрицами, предполагая, что каждый объект располагает своим законом управления.

Исходной точкой анализа становится система из 4 элементов: одна пара элементов $\left(a_{ij}, b_{ij}\right)$ задаёт характеристики объектов, другая пара элементов $\left(\alpha_{ij}, \beta_{ij}\right)$ задаёт характеристики взаимного управления. Конечно, более корректно рассматривать эту задачу с учетом воздействия на себя в процессе управления. Это воздействие может менять как структуру объекта, так и элементы его управления.

Например, рассмотрим представление свободной (без взаимодействия) физической системы матрицами:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \alpha \Leftrightarrow \beta \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix},$$

$$\alpha \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{pmatrix}, \beta \rightarrow \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \varphi_{14} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} & \beta_{34} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & \beta_{43} & \beta_{44} \end{pmatrix}.$$

Примем *основную гипотезу*: взаимодействие пары объектов можно представить суммой свободных элементов с весовыми множителями, ассоциированными с алгоритмом управления. Назовём получаемые выражения *суммами с управлением*. Они могут быть разными, фиксируя специфику состояний и возможностей в системе объектов. Взаимодействия могут быть пассивными и активными, внутренними и внешними. По этой причине их должно быть, по меньшей мере, 4 типа.

По-прежнему, будем применять алгоритм управления в соответствии с базовыми элементами управления, имеющими структуру группы Клейна.

Получим выражения для описания взаимного воздействия объектов друг на друга с алгоритмом управления от первого объекта:

$$\Xi_{ij}^{\alpha}(1,2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha_{11}(a_{11}+b_{11}) & \alpha_{12}(a_{12}+b_{12}) & \alpha_{13}(a_{13}+b_{13}) & \alpha_{14}(a_{14}+b_{14}) \\ \alpha_{21}(a_{21}+b_{21}) & \alpha_{22}(a_{22}+b_{22}) & \alpha_{23}(a_{23}+b_{23}) & \alpha_{24}(a_{24}+b_{24}) \\ \alpha_{31}(a_{31}+b_{31}) & \alpha_{32}(a_{32}+b_{32}) & \alpha_{33}(a_{33}+b_{33}) & \alpha_{34}(a_{34}+b_{34}) \\ \alpha_{41}(a_{41}+b_{41}) & \alpha_{42}(a_{42}+b_{42}) & \alpha_{43}(a_{43}+b_{43}) & \alpha_{44}(a_{44}+b_{44}) \end{pmatrix},$$

$$\Xi_{ij}^{\beta}(2,1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \beta_{11}(a_{11}+b_{11}) & \beta_{12}(a_{12}+b_{12}) & \beta_{13}(a_{13}+b_{13}) & \beta_{14}(a_{14}+b_{14}) \\ \beta_{21}(a_{21}+b_{21}) & \beta_{22}(a_{22}+b_{22}) & \beta_{23}(a_{23}+b_{23}) & \beta_{24}(a_{24}+b_{24}) \\ \beta_{31}(a_{31}+b_{31}) & \beta_{32}(a_{32}+b_{32}) & \beta_{33}(a_{33}+b_{33}) & \beta_{34}(a_{34}+b_{34}) \\ \beta_{41}(a_{41}+b_{41}) & \beta_{42}(a_{42}+b_{42}) & \beta_{43}(a_{43}+b_{43}) & \alpha_{44}(a_{44}+b_{44}) \end{pmatrix}.$$

Воздействие на себя со «своим» алгоритмом управления даёт пару выражений:

$$\Xi_{ij}^{\alpha}\left(1,1\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \alpha_{11}(a_{11}+a_{11}) & \alpha_{12}(a_{12}+a_{12}) & \alpha_{13}(a_{13}+a_{13}) & \alpha_{14}(a_{14}+a_{14}) \\ \alpha_{21}(a_{21}+a_{21}) & \alpha_{22}(a_{22}+a_{22}) & \alpha_{23}(a_{23}+a_{23}) & \alpha_{24}(a_{24}+a_{24}) \\ \alpha_{31}(a_{31}+a_{31}) & \alpha_{32}(a_{32}+a_{32}) & \alpha_{33}(a_{33}+a_{33}) & \alpha_{34}(a_{34}+a_{34}) \\ \alpha_{41}(a_{41}+a_{41}) & \alpha_{42}(a_{42}+a_{42}) & \alpha_{43}(a_{43}+a_{43}) & \alpha_{44}(a_{44}+a_{44}) \end{pmatrix},$$

$$\Xi_{ij}^{\beta}\left(2,2\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \beta_{11}(b_{11}+b_{11}) & \beta_{12}(b_{12}+b_{12}) & \beta_{13}(b_{13}+b_{13}) & \beta_{14}(b_{14}+b_{14}) \\ \beta_{21}(b_{21}+b_{21}) & \beta_{22}(b_{22}+b_{22}) & \beta_{23}(b_{23}+b_{23}) & \beta_{24}(b_{24}+b_{24}) \\ \beta_{31}(b_{31}+b_{31}) & \beta_{32}(b_{32}+b_{32}) & \beta_{33}(b_{33}+b_{33}) & \beta_{34}(b_{34}+b_{34}) \\ \beta_{41}(b_{41}+b_{41}) & \beta_{42}(b_{42}+b_{42}) & \beta_{43}(b_{43}+b_{43}) & \alpha_{44}(b_{44}+b_{44}) \end{pmatrix}.$$

Воздействие на себя с «чужим» алгоритмом управления даёт новую пару выражений:

$$\Xi_{ij}^{\beta}\left(1,1\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \alpha_{11}(b_{11}+b_{11}) & \alpha_{12}(b_{12}+b_{12}) & \alpha_{13}(b_{13}+b_{13}) & \alpha_{14}(b_{14}+b_{14}) \\ \alpha_{21}(b_{21}+b_{21}) & \alpha_{22}(b_{22}+b_{22}) & \alpha_{23}(b_{23}+b_{23}) & \alpha_{24}(b_{24}+b_{24}) \\ \alpha_{31}(b_{31}+b_{31}) & \alpha_{32}(b_{32}+b_{32}) & \alpha_{33}(b_{33}+b_{33}) & \alpha_{34}(b_{34}+b_{34}) \\ \alpha_{41}(b_{41}+b_{41}) & \alpha_{42}(b_{42}+b_{42}) & \alpha_{43}(b_{43}+b_{43}) & \alpha_{44}(b_{44}+b_{44}) \end{pmatrix},$$

$$\Xi_{ij}^{\beta}\left(2,2\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \beta_{11}(a_{11}+a_{11}) & \beta_{12}(a_{12}+a_{12}) & \beta_{13}(a_{13}+a_{13}) & \beta_{14}(a_{14}+a_{14}) \\ \beta_{21}(a_{21}+a_{21}) & \beta_{22}(a_{22}+a_{22}) & \beta_{23}(a_{23}+a_{23}) & \beta_{24}(a_{24}+a_{24}) \\ \beta_{31}(a_{31}+a_{31}) & \beta_{32}(a_{32}+a_{32}) & \beta_{33}(a_{33}+a_{33}) & \beta_{34}(a_{34}+a_{34}) \\ \beta_{41}(a_{41}+a_{41}) & \beta_{42}(a_{42}+a_{42}) & \beta_{43}(a_{43}+a_{43}) & \alpha_{44}(a_{44}+a_{44}) \end{pmatrix}.$$

При таком подходе пассивное управление есть нормированное суммирование матриц. Нормировочный множитель, введенный в рассмотрение, позволяет математически выразить тот физический факт, что пассивное управление не меняет управляемый объект. С математической точки зрения мы замечаем две грани ситуации.

С одной стороны, определитель матрицы, посредством которой задается пассивное управление, равен нулю. Поэтому *меру управления* можно задавать величиной определителя матрицы управления:

$$\Sigma\left(\alpha\right)=\det\left|\alpha_{ij}\right|,\Sigma\left(\beta\right)=\det\left|\beta_{ij}\right|.$$

С другой стороны, матрицы управления образуют группу при их умножении по Даламберу: каждый элемент одной матрицы умножается на элемент этого же места из другой матрицы. Мы имеет дело с *информационной группой управления*.

При других произведениях естественны объекты с другими свойствами. Этот вариант соответствует некоторой одной или другой модели «пересечения» информационных потоков. В исходной постановке задачи заложен не только механизм наличия и согласования динамики объектов и информации, но и *механизм деформирования* объектов и информации.

Система операций для расчетных моделей

При анализе расчетных моделей и при получении решений обычно применяется фиксированная, общепринятая система математических операций, дополнительное исследование которых не проводится. Этот подход прагматичен и достаточен для решения большинства конкретных частных задач.

Он не пригоден и не последователен при рассмотрении общих вопросов теории и практики. Математические операции аналогичны, с физической точки зрения, инструментам экспериментальной практики. Они имеют разные формы и структуру. Операции не проще величин. Но ещё сложнее их соединение с величинами, реализующееся в форме расчетной модели. Применение новых операций в известной прикладной задаче есть инструмент для достижения новых сведений о структуре и свойствах исследуемых объектов и явлений.

В силу указанных обстоятельств и системы условий, анализируемых нами, фрагментарно рассмотрим структуру *системы новых операций*, доступных к применению в анализе проблем и конструировании расчетных моделей.

Операции представим в форме симплексов, иллюстрирующих уровни операций. Ограничим анализ парой «квадратов», ассоциированных с операциями, в форме таблиц

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline a_4 & & a_1 \\ \hline & & \\ \hline a_3 & & a_2 \\ \hline\end{array}\,,\begin{array}{|c|c|c|}\hline b_4 & & b_1 \\ \hline & & \\ \hline b_3 & & b_2 \\ \hline\end{array}$$

Буквы обозначают уровень операций, выражающий факт их фундаментальности. Индексы соответствуют перечислению операций и удобны для их формальной записи.

На первом уровне системы операций находятся такие операции:

а) перемещение значимого элемента из одного места в другое, образуя систему трансляций, в частности, группу трансляций,

б) наделение элемента и их системы знаками плюс или минус, образуя систему знаков, в частности, знаковую группу,

в) суммирование как бинарный оператор, сопоставляющий паре величин одну величину с вычитанием в форме отрицания суммирования,

г) придание элементу или их системе ориентации или других дополнительных свойств, которые выходят за границы указанных свойств операций первого уровня.

На втором уровне системы операций (ограничимся анализом матриц) находятся следующие операции:

а) система *матричных операций* в форме комбинации произведений и суммирований строк и столбцов матриц,

б) система *комбинаторных операций* в вариантах, принятых для матричных произведений,

в) система *логических произведений* в указанной комбинаторике, г) система *структурных произведений*, дополняющих матричные, комбинаторные, логические произведения.

На более высоком уровне в системе операций находятся операции дифференцирования и интегрирования, имеющие структуру функциональных комплексов.

На еще более высоком уровне находятся гомологические и когомологические операции, а также операции в топологии и логике.

На каждом из указанных уровней операций действует «своя» система их обоснования и применения. Обычно система операций имеет базис, на основе которого конструируется алгебра операторов.

Операторы могут быть динамичными, активными, они могут быть сложно согласованы друг с другом. Везде и всегда в многообразии операций есть ростковые точки, способные увлечь исследователя и обеспечить успех в расчетных моделях.

Матричные и комбинаторные произведения матриц различны. Сравнительный анализ матричных и структурных произведений дает тройной спектр ситуаций

А) Матричные и структурные произведения дают одинаковый результат.

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to 020-2,$$

$$(22-2-2)\overset{st}{+}(2020)=(020-2),(22-2-2)\overset{st}{-}(2020)=(020-2).$$

Сумма и разность структурных сигнатур по модулю 4 имеют одинаковое значение.

Б) Матричные и структурные произведения не согласованы друг с другом.

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$(02-1-1)\overset{st}{+}\left(01-10\right)=\left(03-2-1\right)\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\leftarrow\left(010-1\right)=(02-1-1)\overset{st}{-}\left(01-10\right).$$

B) Матричные и структурные произведения взаимно согласованы друг с другом.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(020-2) \overset{st}{+} (1111) = (1313),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(020-2) \overset{st}{-} (1111) = (-11-11).$$

Эти знания могут быть полезными при сравнении между собой разных систем объектов и разныз систем операций, которым подчинены объекты.

Неассоциативный аналог группы перестановок

Аналогия фактор множеств ассоциативного и неассоциативного множеств на примере подгруппы группы перестановок инициирует проблему построения неассоциативного аналога группы перестановок. Покажем, что возможно её решение.

Сравним 6 матриц ассоциативного многообразия и 6 матриц неассоциативного многообразия. Они сконструированы по единому алгоритму скомпенсированной перестановки значимых элементов в матрицах. Они таковы

$$\boxed{A},\quad \boxed{B},\quad \boxed{C},\quad \boxed{D},\quad \boxed{E},\quad \boxed{F}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix},$$

На основе указанных схем перестановки значимых элементов получена вся группа перестановок из 4 элементов, которая задана мономиальными матрицами. Аналогично сконструируем систему немономиальных матриц.

Получим систему немономиальных матриц:

$$A^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$B^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1`&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$\boxed{A^*}$, $\boxed{B^*}$, $\boxed{C^*}$, $\boxed{D^*}$, $\boxed{E^*}$, $\boxed{F^*}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{pmatrix}.$$

$$C^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$D^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$E^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\to\\\leftarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$F^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\leftarrow\\\to\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Им соответствует система логических произведений:

A^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	1	2	3	4
4	1	4	3	2

,

B^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	2	1	4
3	1	2	3	4
4	3	2	1	4

,

C^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	4	3	2	1
4	1	4	3	2

,

D^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	2	1	4	3
4	2	3	4	1

,

E^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	2	1	4	3
4	3	2	1	4

,

F^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	2	1	4
3	4	3	2	1
4	2	3	4	1

.

Проанализируем некоторые свойства этих матриц. Так, матричные произведения матриц A^* генерируют матрицы типа B^*:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ldots$$

Такого свойства нет у фактормножеств для ассоциативных многообразий.

Естественно предположить, что информации может и должна быть поставлена в соответствие симметрия, которая в частном случае задается группой. Поскольку мы приняли точку зрения, что информационный обмен описывается неассоциативными множествами и неассоциативными операциями, групп недостаточно для полного задания и описания информации. Нужны неассоциативные множества и неассоциативные структуры для их задания, классификации, оптимального применения на практике.

Изначально сложно понять, какое многообразие и зачем мы конструируем. Ясно одно, что его свойства могут существенно превосходит свойства группы перестановок. Причина проста: мономиальных матриц всего 24. Остальные 1796 матриц немономиальны. Понятно, что они могут быть по-разному объединены в «блоки». Поскольку эти матрицы не образуют групп, их естественно назвать «блоками». Для моделирования свойств Сознаний и Чувств мы предлагаем применять неассоциативную математику. Тогда немономиальные матрицы в сочетании с разными возможными произведениями есть основа для таких моделей. Однако уже на данной стадии нужно решить проблему объединения матриц в блоки. Рассматриваемый вариант, базирующийся на аналогии с ассоциативной математикой, есть алгоритм выбора блоков.

Представление информации симметриями

Из практики следует, что визуальную информацию о физической реальности мы получаем из её геометрии. Следуя идее Клейна, каждая геометрия характеризуется «своей» группой. Тип геометрии определяется типом группы, которая задает симметричные свойства объектов геометрии.

Простейшие информации могут и должны описываться группами. Покажем фундаментальный пример такого соответствия.

Рассмотрим два блока матриц, применяемых, соответственно, для моделирования гравитационных и электрических предзарядов. Они имеют вид

$$A^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$A:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Представим в матричном виде информацию о совпадении значимых элементов указанных матриц при наложении их друг на друга. Пусть число есть номер строки, на которой элементы совпадают. Получим информационную модель в форме логического произведения

$\hat{B} =$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

.

Это произведение ассоциативно. Оно имеет одинаковый вид при прямом и обратном соответствии указанных блоков матриц. Его структура задается новым блоком матриц вида

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1`&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Эти матрицы не образуют группу по матричному произведению, хотя произведение ассоциативно.

Рассмотрим данный блок матриц в качестве источника логического произведения, пригодного для конкретной задачи.

Пусть

$$1 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1` & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 4 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Получим таблицу логического произведения

∗	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

.

Ей соответствует задача образования *новых объемов жидкости* при разливании её по емкостям с фиксированным объемом, равным 4.

Дополним указанные новые объемы объемами, которые задаются цифрами 1,2,3, по-прежнему фиксируя только новые объемы. Получим таблицы

∗1+	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

,

∗2+	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	1	2	3	4
3	2	3	4	1
4	3	4	1	2

,

∗3+	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

.

Формальные схемы логического произведения дополнены физической моделью анализа информации определенного вида с дополнительным условием, что таблица учитывает новые элементы. Обратим внимание на тот факт, что все полученные матрицы логических произведений ассоциативны. Мы имеем дело с конечными простыми циклическими группами.

Изменим порядок расположения матриц в первой строке указанных выше блоков матриц. Тогда

$$A^*: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \to \\ \leftarrow \\ \to \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \to \\ \leftarrow \\ \to \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \to \\ \leftarrow \\ \to \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Следуя указанному алгоритму, получим информационную модель

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

.

Перестановка элементов в блоке привела к перестановке строк в таблице соответствий. Это логическое произведение неассоциативно. В нем транспонированная матрица не равна обратной матрице.

Структура логического (информационного) произведения задана группой Λ вида

$$\Lambda\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Следовательно, информация может быть ассоциирована с группой. Однако также есть её соответствие с другими математическими структурами.

Укажем модели логических произведений для исходной ситуации, изменив информационную цель. Пусть число в матрице указывает номер столбца матрицы, в котором есть совпадение с накладываемой матрицей.

Получим два логических произведения

$\hat{\alpha} =$

*	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	2	4	2	4
3	3	3	3	3
4	4	2	4	2

, $\hat{\alpha}^T =$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	1	2	3	4
4	1	4	3	2

.

Они неассоциативны. Их структура задает блок немономиальных матриц. В этом случае, а также в других ситуациях, следует проанализировать произведения структурных матриц. Они могут иметь свойства, интересные с практической точки зрения, так как указывают на наличие системы согласованных объектов.

Проанализируем этот тезис. Обозначим структурные матрицы цифрами.

$$1\to\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&1&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Составим таблицу матричных произведений. Она имеет вид

*	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	$2a$	$4a$	$2a$	$4a$
3	3	3	3	3
4	$4a$	$2a$	$4a$	$2a$

$$,2a\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},4a\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Так задано матричное произведение матриц, строки которых заполнены единицами, а номер строки обозначен соответствующей цифрой. Ему ставится в соответствие аналог взаимодействия электрических предзарядов и предпредзарядов. При взаимодействии предзарядов в каждой строке произведения будет одинаковый номер.

Рассмотрим более сложную ситуацию. Зададим два блока матриц

$$1\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$1\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Сопоставим им таблицу совпадения элементов для двух блоков матриц, анализируемую по совпадению элементов в строках. Получим таблицу логических произведений

*	1	2	3	4
1	$(1,2)$	0	$(3,4)$	0
2	0	$(1,3)$	0	$(2,4)$
3	$(3,4)$	0	$(1,2)$	0
4	0	$(2,4)$	0	$(1,3)$

.

Деформация кодов

Произведение кодов можно интерпретировать как их деформацию. Деформация имеет много форм.

В простейшем случае её можно рассматривать как получение нового кода из известного кода на основе операции произведения матриц.

Проанализируем простой пример. Рассмотрим соотношения

$$ad \cdot a = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} = 1\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$ad \cdot a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \left\{ 1\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Из них следует вывод, что произведение $ad \cdot a$ аналогично матричной деформации базового кода a, заданного в «транскрипции» 1432.

Из общих соображений для деформации кода мы вправе применять не только матричное произведение. В частности, можно умножить матрицы a в указанной транскрипции на деформационную матрицу.

Изменение стандартного порядка элементов соответствует матрице смежного класса B

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Объединение произведений кодов «подсказывает» один из алгоритмов деформации кодов. На первом шаге следует изменить стандартный порядок матриц одного из базовых кодов. Затем можно умножить эти матрицы (слева или справа) на некоторую другую матрицу. Она может быть мономиальной, но это условие не обязательно. В итоге получается новый вариант кода, который ассоциирован с системой базовых матриц.

Получим новый код

$$(ad \cdot a)_{\times}^{k} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = 1\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим произведение пары новых кодов. Оно генерирует все элементы:

$$\left(ad\cdot a\right)_{\times}^{m}\left(ad\cdot a\right)_{\times}^{k}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\2&2&2&2\\4&2&4&2\\3&1&3&1\end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что возможна кодовая форма расчетных физических моделей. Покажем это на примере уравнений электродинамики для полей. Они запишутся в форме

$$\begin{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_t & \partial_z & -\partial_y & -\partial_x\\ -\partial_z & \frac{(-i)}{c}\partial_t & \partial_x & -\partial_y\\ \partial_y & -\partial_x & \frac{(-i)}{c}\partial_t & -\partial_z\\ \partial_x & \partial_y & \partial_z & \frac{(-i)}{c}\partial_t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}E_x-iB_x & E_y-iB_y & E_z-iB_z & E_0-iB_0\\ E_x-iB_x & E_y-iB_y & E_z-iB_z & E_0-iB_0\\ E_x-iB_x & E_y-iB_y & E_z-iB_z & E_0-iB_0\\ E_x-iB_x & E_y-iB_y & E_z-iB_z & E_0-iB_0\end{pmatrix}+$$

$$+\begin{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_t & \partial_z & -\partial_y & \partial_x\\ -\partial_z & \frac{i}{c}\partial_t & \partial_x & \partial_y\\ \partial_y & -\partial_x & \frac{i}{c}\partial_t & \partial_z\\ -\partial_x & -\partial_y & -\partial_z & \frac{i}{c}\partial_t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}E_x+iB_x & E_y+iB_y & E_z+iB_z & E_0+iB_0\\ E_x+iB_x & E_y+iB_y & E_z+iB_z & E_0+iB_0\\ E_x+iB_x & E_y+iB_y & E_z+iB_z & E_0+iB_0\\ E_x+iB_x & E_y+iB_y & E_z+iB_z & E_0+iB_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Эта форма стандартна для кодового произведения. В рассматриваемой структуре представлены два кода

$$A-код\Rightarrow 1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$B-код\Rightarrow 1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Система кодов на произведении матриц

Ранее был проведен анализ 4 матричных и 4 комбинаторных произведений. Они не исчерпывают всех возможных произведений. Более того, при внимательном рассмотрении мы вправе выдвинуть гипотезу о наличии бесконечной системы произведений, которая может быть пассивной, но может быть также активной, подчиняться динамическим условиям.

Проиллюстрируем эту гипотезу на примере произведения матриц группы перестановок. Стандартное матричное произведение, как и другие варианты, представим в форме, удобной для обобщения и анализа. Запишем мономиальные матрицы группы перестановок в «информационной» форме: совокупности нулей и единиц, представленных в форме кода. Выполним матричное и комбинаторное произведения двух матриц

$$b_2 \overset{m}{\times} f_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = c_2, \quad b_2 \overset{k}{\times} f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Запишем произведение в другой форме, расположив в виде числового кода последовательность строк первой матрицы и дополнив его числовым кодом столбцов второй матрицы. Получим

0	1	0	0	1(2)	0	0	1	0	2(3)	0	0	0	1	3(4)	1	0	0	0	4(1)
0	0	0	1	(4)1	0	1	0	0	(2)2	1	0	0	0	(1)3	0	0	1	0	(3)4
0	1	0	0	1(2)	0	0	0	1	2(4)	1	0	0	0	3(1)	0	0	1	0	4(3)

,

$$a(b)(b)c = a(c).$$

Матричное произведение реализует себя на основе выборки из представленной совокупности сходных элементов. Это произведение закрытого типа. Выполним по аналогичной методике комбинаторное произведение. Получим алгоритм другого вида:

0	1	0	0	1(2)	0	0	1	0	2(3)	0	0	0	1	3(4)	1	0	0	0	4(1)
0	0	1	0		0	1	0	0		0	0	0	1	(4)1	1	0	0	0	(1)1
0	0	0	1		0	0	1	0	(3)2	1	0	0	0		0	1	0	0	
1	0	0	0		0	0	0	1		0	1	0	0		0	0	1	0	
0	1	0	0	(2)4	1	0	0	0		0	0	1	0		0	0	0	1	
↓					↓					↓					↓				
0	0	0	1	1(4)	0	1	0	0	2(2)	1	0	0	0	3(1)	1	0	0	0	4(1)

,

$$a(b)(b)c = a(c).$$

Его можно назвать произведением открытого типа, так как оно базируется не только на исходных элементах. Согласно стандартной методике получим для матричного произведения таблицу:

0	1	0	0	$1(2)$	0	0	1	0	$2(3)$	0	0	0	1	$3(4)$	1	0	0	0	$4(1)$
0	0	0	1	$(4)1$	0	1	0	0	$(2)2$	1	0	0	0	$(1)3$	0	0	1	0	$(3)4$
0	1	0	1	$1(2),1(4)$	0	1	1	0	$2(2),2(3)$	1	0	0	1	$3(1),3(4)$	1	0	1	0	$4(1),4(3)$

.

Комбинаторное сложение дает другой результат:

0	1	0	0	$1(2)$	0	0	1	0	$2(3)$	0	0	0	1	$3(4)$	1	0	0	0	$4(1)$
0	0	1	0	$(3)1$	0	1	0	0	$(2)2$	0	0	0	1	$(4)3$	1	0	0	0	$(1)4$
0	1	1	0	$1(2),1(3)$	0	1	1	0	$2(2),2(3)$	0	0	0	0	$3(0)$	0	0	0	0	$4(0)$

.

Естественны расширения операций матричного типа и комбинаторного типа. В частности, мы можем дополнить анализ не только расчетом совпадений для элементов кода, но и учетом расположения элементов в строке. Например, дополним номер стандартного ряда в комбинаторном произведении числом нулей, которые стоят после значимой единицы в элементах кода первой матрицы. Номер расположения в итоговом столбце рассчитаем по модулю 4. Так, например, получим

0	1	0	0	$1(2)$	0	0	1	0	$2(3)$	0	0	0	1	$3(4)$	1	0	0	0	$4(1)$
0	0	1	0		0	1	0	0		0	0	0	1	$(4)1$	1	0	0	0	$(1)1+3$
0	0	0	1		0	0	1	0	$(3)2+1$	1	0	0	0		0	1	0	0	
1	0	0	0		0	0	0	1		0	1	0	0		0	0	1	0	
0	1	0	0	$(2)4+2$	1	0	0	0		0	0	1	0		0	0	0	1	
↓					↓					↓					↓				
0	1	0	0	$1(2)$	0	0	1	0	$2(3)$	1	0	0	0	$3(1)$	0	0	0	1	$4(4)$

.

0	1	0	0	$1(2)$	0	0	1	0	$2(3)$	0	0	0	1	$3(4)$	1	0	0	0	$4(1)$
0	0	1	0		0	1	0	0		0	0	0	1	$(4)1+3$	1	0	0	0	$(1)1$
0	0	0	1		0	0	1	0	$(3)2+2$	1	0	0	0		0	1	0	0	
1	0	0	0		0	0	0	1		0	1	0	0		0	0	1	0	
0	1	0	0	$(2)4+1$	1	0	0	0		0	0	1	0		0	0	0	1	
↓					↓					↓					↓				
1	1	0	0	$1(1)$	0	0	0	1	$2(4)$	0	0	0	4	$3(4)$	1	0	0	0	$4(1)$

.

Сравнение законов матричного и кодового произведений

Сравним кодовое взаимодействие, введенное нами, со стандартным матричным произведением. Выполним сравнение по системе законов, которым подчинены эти произведения в группе перестановок из 4 элементов. Матричное произведение представим таблицей 4.

Таблица 4. Матричное произведение в группе перестановок 4 элементов

$\xi\cdot\eta$	a	b	c	d	e	f
a	a	b	c	d	e	f
b	b	a	f	e	d	c
c	c	e	a	f	b	d
d	d	f	e	a	c	b
e	e	c	d	b	f	a
f	f	d	b	c	a	e

.

Оно подчинено паре законов, справедливых для любой пары элементов. Q_1- закон имеет вид

$$\delta_{ab,ba}\left(\sigma_1^2-\kappa_1^2\right)+\left(1-\delta_{ab,ba}\right)\left(\sigma_2^2-\kappa_2^2\right)=0.$$

Здесь

$$\sigma_1=(ab)(ba)^2,\kappa_1=(ba)(ab)^2,\sigma_2=(ab)^2(ba)^2,\kappa_2=(ba)^2(ab)^2,\delta_{ab,ba}=\begin{cases}1, ab=ba,\\ 0, ab\neq ba.\end{cases}$$

Q_2- закон имеет вид

$$\alpha^6-\beta^6=0,$$
$$\alpha=ab\cdot ba,\beta=ba\cdot ab.$$

Есть также система более простых законов для подмножеств.

Кодовая алгебра подчинена другой паре законов. Для кодов A,E,F закон имеет вид

$$\left((ab)^2(ba)\right)^2-\left((ba)^2(ab)\right)^2=0.$$

Для кодов B,C,D закон имеет вид $\left((ab)^2(ba)^2\right)^2-\left((ba)^2(ab)^2\right)^2=0.$Пара различных произведений имеет законы, полиномиальные по элементам $ab,ba.$ Матричное произведение генерирует элементы группы подстановок. Кодовое произведение генерирует элементы избирательно, соответствуя таблице 5.

Таблица 5. Избирательная генерация элементов кодовой операцией

$\overset{*}{\times}$	A	B	C	D	E	F
$\xi\cdot\eta$	223344	133333	144444	12222	233344	233344

.

Примем модель произведения кодовых матриц (матриц управления генерацией) на основе суммирования сходных элементов (стоящих в матрицах кодов на одинаковом месте) по формуле, выражающей код взаимодействия кодов. Пусть $\sigma(\alpha,\beta)=(\alpha+\beta-1)_{\bmod 4}$. Получим матрицу взаимодействия кодов с операцией $(\hat{+})$ и ее квадрат $(\hat{+})^2$:

$(\hat{+})$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

,

$(\hat{+})^2$	1	2	3	4
1	1	3	1	3
2	3	1	3	1
3	1	3	1	3
4	3	1	3	1

.

Структура матрицы взаимодействия кодов ассоциирована с системой матриц

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Их взаимные произведения 4-кратно генерируют $\Lambda-$ группу

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Получим матрицу кодов $\Lambda-$группы и её квадрат

λ	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

,

λ^2	1	2	3	4
1	1	3	1	3
2	3	1	3	1
3	1	3	1	3
4	3	1	3	1

.

Сумма матрицы суммирования кодов и матрицы кодов $\Lambda-$группы задается идеалами:

$(\hat{+},\lambda)=(\lambda,\hat{+})$	1	2	3	4
1	1	3	1	3
2	1	3	1	3
3	1	3	1	3
4	1	3	1	3

.

Алгоритм логических операций

Есть важное свойство графов, на которое следует обратить внимание и научиться применять его на практике. Подойти к нему удобно, приняв идею, что таблицы произведения мономиальных матриц есть правила суммирования в конечной системе объектов. Таблицу комбинаторных произведений запишем в виде суммы с нарушением коммутативности и нарушением дистрибутивности:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \overset{*}{+} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline \end{array}, \begin{cases} 1\overset{*}{+}1=1, 1\overset{*}{+}2=2, 1\overset{*}{+}3=3, 1\overset{*}{+}4=4, \\ 2\overset{*}{+}1=4, 2\overset{*}{+}2=1, 2\overset{*}{+}3=2, 2\overset{*}{+}4=3, \\ 3\overset{*}{+}1=3, 3\overset{*}{+}2=4, 3\overset{*}{+}3=1, 3\overset{*}{+}4=2, \\ 4\overset{*}{+}1=2, 4\overset{*}{+}2=3, 4\overset{*}{+}3=4, 4\overset{*}{+}4=1. \end{cases} \quad \begin{cases} 2\overset{*}{+}3=2, \\ 3\overset{*}{+}2=4, \end{cases} \quad \begin{cases} \left(4\overset{*}{+}4\right)\overset{*}{+}2=1\overset{*}{+}2=2, \\ 4\overset{*}{+}\left(4\overset{*}{+}2\right)=4\overset{*}{+}3=4. \end{cases}$$

Она представлена системой матриц и системой графов:

$$1\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline *4* & & *1* \\ \hline & 1 & \\ \hline *3* & & *2* \\ \hline & a_1 & \\ \hline \end{array}, 2\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \to & 1 \\ \hline \uparrow & 2 & \downarrow \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline & b_2 & \\ \hline \end{array},$$

$$3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \square & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & a_3 & \\ \hline \end{array} \boxed{3} \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \square & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & a_3 & \\ \hline \end{array}, 4\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \leftarrow & 1 \\ \hline \downarrow & 4 & \uparrow \\ \hline 3 & \to & 2 \\ \hline & b_4 & \\ \hline \end{array}.$$

Суммирование со «звездочкой» предполагает начальную *оценку ситуации* с двух сторон: а) какие объекты взаимодействуют, б) какой объект управляет ситуацией (влияет)? Понятно, что это возможно лишь при наличии третьего объекта, способного выполнить такую оценку. Поэтому минимальное количество объектов информационного обмена равно трем. Кроме этого, требуется учесть еще две стороны исследуемого явления:

а) наличие *разрешённого набора* объектов, соответствующих итогу взаимодействия,

б) наличие алгоритма выбора *итогового объекта* в данной совокупности условий.

Пусть разрешенный набор объектов, соответствующий итогам взаимодействия, известен, а также известна графическая диаграмма, сопоставленная ему. Тогда указанная таблица суммирования укладывается в рамки отношений в системе графов, сопоставленных каждому объекту. Их можно конструировать по-разному, что меняет *динамику отношений*.

Алгоритмы расширения групп и следствия из них

Термин расширение для любого множества означает, в широком смысле слова, увеличение количества элементов или их качества (свойств), а также не исключается увеличение и количества, и качества. Потребность в расширении обычно согласуется с конкретной практикой, инициируется потребностью реализации новых сторон и свойств объектов и явлений. Однако расширение моделей имеет также мотивацию, индуцированную стремлением к творчеству, соответствует потребностям развивающегося интеллекта.

Расчетные физические модели, прямо или косвенно, базируются на одной или нескольких математических структурах: математических изделиях с системой свойств. Таковы кольца, поля, тела, группы, группоиды, алгебры и т.д. Изменение расчетных моделей обусловлено возможностями изменения математических конструкций. Естественен принцип согласованности (соответствия) математических и физических изделий. По этой причине анализ математических изделий позволяет проникнуть в тайны структур и активностей реальных физических изделий. Они могут быть доступны эксперименту, но могут быть и недоступны ему.

Поскольку одним из главных элементов физической теории являются матрицы, следует внимательно изучить именно эти объекты и их свойства. Поскольку принята гипотеза, что фундаментальные физические явления ассоциированы с 4 предзарядами, на первый план выдвигаются задачи анализа матриц степени 4, выражающих отношения между 4 объектами. Группа перестановок для 4 объектов дает разнообразную информацию о связях в такой системе. Покажем, что проблема анализа системы отношений между 4 объектами непосредственно связана с проблемой расширения групп.

Рассмотрим подгруппы группы подстановок из 4 элементов, для которых транспонированные матрицы равны исходным матрицам и равны обратным матрицам

$$a = a^t = a^{-1}.$$

$$E, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E, a_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to A,$$

$$E, b_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E, c_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E, d_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to B, C, D,$$

$$E, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E, c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E, d_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to B, C, D.$$

Каждая из этих групп имеет кратность 2, так как это есть пара указанных пар. Они подчинены паре законов $ab = ba, (ab)^2 = (ba)^2 = E,$ а также системе полиномиальных законов, ассоциированных с ним. В частности, выполняются законы

$$ab \cdot ba = ba \cdot ab,$$
$$\left((ab)^{2p}(ba)\right)^{2r} - \left((ba)^{2s}(ab)\right)^{2r} = 0,$$
$$\left((ab)(ba)\right)^2 - \left((ba)(ab)\right)^2 = 0.$$

В классе подгрупп сектора A мультипликативная операция на любой паре групп генерирует третью группу из этого же сектора. Система подгрупп замкнута на мультипликативной операции. Такой первый тип мультипликативного расширения. Объединение («суммирование») пары групп не дает группы, требуется объединение в одно целое всего семейства этих подгрупп. Имеет место *аддитивное собственное расширение*. Так генерируется группа Клейна, в которой есть 4 элемента кратности 2. Мультипликативное объединение подгрупп для пары секторов B, C, D некоммутативно $ab \neq ba.$ По этой причине *мультипликативное несобственное расширение* генерирует пару матриц, согласованных друг с другом.

Получим систему матриц, которая не образует группу:

$$E, b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, bc = f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, cb = e = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Однако они подчинены паре законов. Законы «подчеркивают» особое отношение единичной матрицы к матрицам сектора $E, F.$ Получим

$$(ab \cdot ba) \cdot (ba \cdot ab) = E, \ (Eb \cdot bE) \cdot (bE \cdot Eb) = b, b \to e, f.$$

На данном этапе обнаруживается потребность исследования специальных отношений на системе множеств. Это обстоятельство проанализировано ранее в аспекте анализа двух алгоритмов управления в группе перестановок из 4 элементов. На простых примерах показано, что наличия подгрупп, как условия расширения групп, может быть недостаточно как при собственном, так и при несобственном, аддитивном или мультипликативном расширении групп.

Аналог ассоциативности для неассоциативной операции

Простым расчетом легко убедиться в том, что комбинаторное произведение строк на строки (столбцов на столбцы) матриц степени 4 неассоциативно. Покажем, что в этих случаях есть аналог ассоциативного закона. Для этого запишем комбинаторное произведение строк на строки в форме, удобной для сравнений. Получим для элементов первой строки выражения

$$a\left(b\vec{c}\right)\to\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}A_1&A_4&A_3&A_2\\A_2&A_1&A_4&A_3\\A_3&A_2&A_1&A_4\\A_4&A_3&A_2&A_1\end{pmatrix},\begin{matrix}A_1=b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3+b_4c_4,\\A_2=b_1c_4+b_2c_1+b_3c_2+b_4c_3,\\A_3=b_1c_3+b_2c_4+b_3c_1+b_4c_2,\\A_4=b_1c_2+b_2c_3+b_3c_4+b_4c_1.\end{matrix}$$

В частности, первый элемент в первой строке, записанный в форме $\alpha(1)$ есть

$$\alpha(1)=a_1\left(b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3+b_4c_4\right)+a_2\left(b_1c_4+b_2c_1+b_3c_2+b_4c_3\right)+$$

$$+a_3\left(b_1c_3+b_2c_4+b_3c_1+b_4c_2\right)+a_4\left(b_1c_2+b_2c_3+b_3c_4+b_4c_1\right).$$

Получим для элементов первой строки аналогичные выражения на основе произведения вида

$$\left(b\bar{a}\right)c\to\begin{Bmatrix}B_1=b_1a_1+b_2a_2+b_3a_3+b_4a_4,\\B_2=b_1a_4+b_2a_1+b_3a_2+b_4a_3,\\B_3=b_1a_3+b_2a_4+b_3a_1+b_4a_2,\\B_4=b_1a_2+b_2a_3+b_3a_4+b_4a_1.\end{Bmatrix}*\begin{pmatrix}c_1&c_2&c_3&c_4\\c_2&c_3&c_4&c_1\\c_3&c_4&c_1&c_2\\c_4&c_1&c_2&c_3\end{pmatrix}.$$

Первый элемент в первой строке, записанный в форме $\beta(1)$ есть

$$\beta(1)=(b_1a_1+b_2a_2+b_3a_3+b_4a_4)c_1+\left(b_1a_4+b_2a_1+b_3a_2+b_4a_3\right)c_2+$$
$$+\left(b_1a_3+b_2a_4+b_3a_1+b_4a_2\right)c_3+\left(b_1a_2+b_2a_3+b_3a_4+b_4a_1\right)c_4.$$

Следовательно, оба выражения совпадают, генерируя аналог закона ассоциативности для неассоциативного множества в форме $a\left(b\vec{c}\right)=\left(b\bar{a}\right)c.$ Проанализируем структуру этого закона:

а) произведения слева и справа от скобки выполняются с разным «вращением» элементов, которое указано в матричных схемах произведения,

б) согласованно переставлены элементы и «скобки»,

в) «компенсация» произведения элементов согласована с «компенсацией» направлений «вращения» элементов.

Следовательно, неассоциативные многообразия могут иметь аналогию с ассоциативными многообразиями.

Концепция активных групп в приложении к психологии

Есть у группы несколько ростковых точек. Они инициированы, с одной стороны, потребностями математики. С другой стороны, обобщение концепции группы естественно с физической точки зрения. Примем во внимание, в первую очередь, аналогии, которые имеют место при сравнении математической модели группы с физической моделью системы взаимодействующих физических объектов или с системой объектов, подчиненых информационным взаимодействиям. В обоих случаях речь идет о рассмотрении системы «сходных» объектов, способных к взаимному превращению. В частности, допускаются «частицы» и «античастицы». Есть механизм их «компенсации» в форме «нейтрального» объекта. Бинарная операция на группе аналогична некоторому механизму взаимодействия. Обратим внимание на ряд тонкостей в модели группы, которые важны с физической и психологической точек зрения.

Результат бинарной операции принято записывать в форме равенства $a \cdot b = c.$ Указанные объекты имеют скрытое свойство: они должны иметь дополнительные параметры, на основе которых оценивается их принадлежность к анализируемому множеству элементов (типу физических объектов). Более корректно заменить равенство отношением принадлежности в форме закона $a \cdot b \to c.$ Более того, произведение скрывает факт принадлежности указанных элементов к классу эквивалентных элементов с условием эквивалентности в форме их тождественности: есть «много» «одинаковых» элементов. В частности, на группе рассматривается произведение одинаковых элементов. Для физиков и психологов такой подход недостаточен, так как недостаточно определены и зафиксированы понятия «много» и «эквивалентны».

Наличие и функции единичного элемента группы имеют, с физической и психологической точек зрения, две грани. Элементы группы и обратные им элементы могут рассматриваться как «частицы» и «античастицы». Тогда генерация из них единичного элемента аналогична их «компенсации» с изменением качества взаимодействия: прекращения влияния на другие объекты. Но тогда единичные элементы могут рассматриваться как аналог нейтральной физической среды, имеющей, в частности форму скомпенсированных «частиц» и «античастиц». Если же это так, нужно знать спектр таких частиц. Кроме этого, естественно задать некий механизм «декомпенсации». Он частично задан в системе логических операций, когда разные результаты получаются при произведениях «единиц» слева и справа от рассматриваемого элемента (объекта).

Не учтена в стандартной концепции группы та специфика взаимодействия физических объектов, что они никогда не бывают строго тождественны друг другу. По этой причине следует рассмотреть варианты обобщения концепции группы, когда под действием бинарной операции оба объекта меняются. В итоге генерируется объект, который «выходит за границы» свойств базового многообразия. Задача состоит в том, чтобы проанализировать меру и значимость выхода за эти границы.

Скрыта от физического и психологического анализа информация о том, что обычно пара объектов, если взаимодействие «неупругое», превращается в пару объектов с измененными свойствами. В концепции группы на основе бинарного произведения генерируется «как-бы» один новый объект. Фактически нужно рассматривать пару объектов. Другими словами, следует учесть механизм вида $a \cdot b \Rightarrow c \hat{+} c \rightarrow 2c$. Понятно, что при анализе бинарного произведения *с точностью до* числа одинаковых элементов в группе, мы не получим полной и реалистичной картины явлений, равно как и данных о структуре объектов.

Бинарная операция не меняется при изменении порядка сомножителей. В модели группы отсутствует анализ физической сущности различий «ведущего» и «ведомого» элементов. В реальной практике, особенно в задачах передачи информации и в динамике социума, этот аспект проблемы, равно как и специфика взаимодействия, очень важны и могут быть главными звеньями теории и практики. Новую грань в концепции группы мы обнаруживаем, переходя к проблеме ассоциативности. Закон ассоциативности в форме $a(bc)=(ab)c$ фиксирует порядок выполнения бинарных операций. Однако он не так прост с физической точки зрения. В рассматриваемом случае мы имеем дело с ситуацией, которую можно считать качественно новой. Один элемент «взаимодействует» с парой элементов, согласованных (связанных некоторым условием) друг с другом. Более того, операции выполняются слева и справа, что меняет тип управления в бинарной операции. При анализе ассоциативности на паре объектов получим закон $a(ab)=(aa)b.$ С физической точки зрения есть качественное различие пары указанных законов. В первом случае могут различаться все элементы (объекты). Во втором случае одинаковые элементы (объекты) могут находиться в скобке или быть по разные стороны от неё. Это отличие не учтено в модели группы.

Рассмотрим модель активной группы. Введем для элементов множества дополнительную, логическую операцию. Пусть «произведение» одинаковых элементов сопоставляет этой паре один её элемент. «Произведение» разных элементов подчиним стандартным правилам произведения чисел. Получим таблицу 6 произведений на логической операции соответствия.

Табл.6. Произведения на логической операции соответствия

$*$	1	a	a^{-1}
1	1	a	a^{-1}
a	a	a	1
a^{-1}	a^{-1}	1	a^{-1}

.

Эта операция неассоциативна при стандартном применении скобок:

$$a^{-1}\left(a^{-1}a\right)=a^{-1}\neq\left(a^{-1}a^{-1}\right)a=1,\quad a^{-1}\left(aa\right)=1\neq(a^{-1}a)a=a...$$

Специфика творческого внимания

Определим творческое внимание как глубокое, конструктивное отношение к элементам практики и информации. Это определение применимо к эксперименту, логике, расчету. То, что известно и доступно, может быть по-разному понято, представлено, применено, развито. У исследователя Реальности необходимо развивать ощущение полноты понимания и применения практики и информации, а также стремление улучшать то, что достигнуто в количественном или в качественном плане.

Проиллюстрируем аспекты творческого внимания на примерах.

Пусть свободное физическое тело с ненулевой массой m_0 движется по прямой линии на плоскости, горизонтальной поверхности Земли, (по оси координат Ox) с постоянной скоростью u_0: за равные промежутки времени dt проходит одинаковые расстояния dx. Задача состоит в том, чтобы понять, как и почему это происходит, а также математически описывать такое движение и предсказывать его результат.

На данном этапе исследования есть множество вопросов, на которые нужно дать ответы. Укажем некоторые из них. Они не образуют полной системы вопросов, но достаточно характерны для любого исследования.

Какие величины с достаточной полнотой характеризуют исследуемый физический объект? Какую роль играют размеры объекта, его форма, фазовое состояние (твердое тело, жидкое тело или газообразное тело)? Как учесть связи данного объекта с другими объектами и их влияние на данный объект? Если принимается гипотеза о том, что объект свободен, не учитываются ни эти связи, ни влияние других объектов. Но этого не может быть для объекта с ненулевой массой, так как он находится под влиянием Земли, а также под влиянием плоскости, по которой он движется. В рассматриваемом случае эта пара влияний может давать эффект, равный нулю.

Если мы говорим о движении по прямой линии, то нужны измерения, подтверждающие, что движение именно такое. Расчет неотделим от определения прямой линии. Кроме этого, нужно учесть, что движение есть направленное перемещение, а у прямой линии нет направления.

Если физическое тело есть гладкий шар, изготовленный из твердого материала, то его движение обычно сопровождается вращением. Как влияет вращение шара на движение его по плоскости? Как согласованы между собой прямолинейное и вращательное движения?

Как будет меняться движение, если шар проводит тепло, и он движется по плоскости с распределением температуры? Зависит ли движение от распределения температуры внутри тела?

Насколько важно учитывать шероховатость шара и той поверхности, по которой он движется?

Зависит ли движение и внутреннее состояние объекта от света, который падает на него?

Есть ли какая-либо разница в движении живого и неживого объектов? Можно ли их описывать одной и той же математикой?

Зависит ли движение и его законы от измерения? Как и каким способом измерение способно повлиять на явление, как это учесть?

Одинаковы ли законы состояния и движения одного и того же объекта для разных наблюдателей, движущихся относительно друг друга? Зависят ли состояния объекта и законы его поведения от движения Земли и движения Солнечной системы в Галактике?

Могут ли быть объекты с нулевой массой? Как тогда они ведут себя? Как экспериментировать с ними?

Зависит ли динамика механического движения от предистории состояний и динамики исследуемого объекта?

Нужно ли учитывать информацию, которой владеет объект, а также состояние его Чувств при описании механического движения и его законов?

Какие экспериментальные и математические средства, какая логика необходимы и достаточны для описания свойств объекта и его движений? В какой мере полученные знания могут быть полны? В каком смысле можно ограничиваться только тем, что непосредственно применяется на практике?

Имеет ли объект некоторые скрытые свойства, недоступные нашей практике? Чем и как их обнаружить? Насколько это полезно и опасно?

Ответы на эти вопросы, так или иначе, прямо или косвенно, содержатся в каждой расчетной модели. Иногда эти ответы очевидны или достаточно обоснованы практикой. Иногда они раскрываются расчетной моделью с необычной и неожиданной стороны. Однако всегда расчетная модель есть некоторая идеализация реальной ситуации. Конкретная задача заменяется абстрактной. Её «прелесть» в том, что она учитывает возможности математики, данные экспериментов и логических схем, а также обладает предсказательной силой. Хорошая расчетная модель допускает семейство решений, проясняющих и конкретизирующих эксперимент. При всем многообразии подходов, моделей, схем у каждой расчетной модели есть общие черты. Их можно свести в некоторую аксиоматическую «корзину». Понимание и принятие такой «корзины» достигается обычно на основе обучения и конкретной самостоятельной работы с объектами и их свойствами.

Решающую роль в постановке абстрактной задачи, следуя многолетней практике, играет *концепция структурности физической реальности*.

Согласно ей, во-первых, объект рассматривается как некоторое изделие в форме системы взаимосвязанных базовых, «неделимых» объектов. Они «неделимы» в том смысле, что их свойства прямо или косвенно задаются на основе постулатов или феноменологически (на основе показаний некоторых приборов). Такова концепция материальной точки: это объект с точечным размером, обладающий массой и возможностью перемещения и взаимодействия. Такова концепция кинематической и динамической вязкости жидкости и т.д.

Во-вторых, принимается точка зрения, что движение сложного изделия можно описать на основе знаний о движениях базовых объектов и некоторого алгоритма суммирования.

В-третьих, считается, что измерения не искажают структуры и параметров движения исследуемых объектов. Такова классическая теория измерений.

Исходной точкой моделирования структуры и активности физических объектов является постулат познания и практики: структура и активность объектов может быть познана нами корректно и с достаточной полнотой на основе сочетания эксперимента, расчета, логики. Понятно, что при изменении указанных средств и корректность, и полнота практики могут меняться.

Вернемся к исходной задаче с математической точки зрения. Выражением

$$dx - u_0 dt = 0$$

зададим постоянную скорость точки u_0, рассматривая её смещение на расстояние dx за время dt. Внимательно рассмотрим это выражение. Мы замечаем в нем произведение и суммирование. Следовательно, модель базируется на элементе алгебры.

Выражение, очень простое в записи, странно с логической точки зрения. Действительно, скорость определяется делением отрезка пути на отрезок времени. Эта «процедура» логически не так проста, как деление яблока ножом на несколько частей. Но и в этом случае яблоко и нож есть две разных физических сущности, при «взаимодействии» которых происходит деление. Поэтому скорость, с философской точки зрения, есть результат деления пространства временем. Ни структура, ни свойства пространства и времени здесь не заданы. Мы представили математически лишь показания измерительных приборов в форме линейки и часов, а также согласовали их с анализом поведения исследуемого точечного объекта.

Запишем скорость в глобальных координатах, применив в качестве интервала времени некоторый период T. Дополнительно запишем исходное равенство на основе обратной скорости.

Формально получим из одного соотношения пару «новых» соотношений

$$u_0 = \frac{x}{T} = \frac{2\pi}{T}\frac{x}{2\pi} = \frac{\omega}{k_x} \to \left(dx - u_0 dt = 0\right) \to \begin{cases} k_x dx - \omega dt = 0, \\ dt - \dfrac{1}{u_0} dx = 0. \end{cases}$$

Слово «новых» выбрано потому, что эти формы исходного уравнения аналогичны исходной форме. Однако внимательный исследователь не упускает даже формальных тонкостей. Покажем, что в этом есть смысл.

Представим указанные выражения иначе, активизируя их дополнительными условиями и свойствами. Мы делаем это для иллюстрации эмпирического факта, что «простое» может быть не таким простым, если быть внимательным к нему и корректно дополнить его новыми элементами.

Действительно, пусть выполнена активизация вида

$$k_x dx - \omega dt = 0 \to k_x dx - \omega dt = const,$$
$$dt - \frac{1}{u_0} dx = 0 \to dt - w\frac{v}{c^2} dx = dt'.$$

Первое выражение есть фаза электромагнитного поля, на инвариантности которой базируются выводы специальной теории относительности. Второе выражение задает соотношение времен для разных наблюдателей, что также присуще теории относительности. В соотношении времен есть величина w. Если $w = 0$, мы получаем стандартное требование классической механики об одинаковости хода часов для разных инерциальных наблюдателей.

С учетом сделанных замечаний можно сказать, что теория относительности неявно активизировала определение скорости материальной точки.

Активизация стандартных выражений может быть полезна для соединения в единую систему разных понятий и положений. Выполним это соединение. Пусть, например, реализуется связь дифференциалов координат и времени, соответствующая условию инвариантности интервала

$$ds^2 = dx^2 - \frac{c^2}{w} dt^2.$$

Тогда получим соотношения

$$dx' = \frac{dx - u_0 dt}{\sqrt{1 - w\frac{u_0^{\,2}}{c^2}}}, dt' = \frac{dt - w\frac{u_0}{c^2} dx}{\sqrt{1 - w\frac{u_0^{\,2}}{c^2}}}.$$

Их можно вывести другими способами. Его можно трактовать как формальное соотношение дифференциалов координат и времени в соответствии с данными экспериментов. Оно является следствием закона сложения скоростей такого вида:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - u_0 dt}{dt - w\frac{u_0}{c^2} dx} \to u' = \frac{u - u_0}{1 - w\frac{u_0}{c^2} u}.$$

При $w = 0$ имеем суммирование скоростей по Евклиду. При $w = 1$ сложение скоростей соответствует неевклидовой геометрии. Этот результат согласуется с классической, специальной теорией относительности. Если эти факты взять за основу, легко получить указанное выше единое выражение для разных ситуаций. Заметим, что для этого достаточно рассмотреть преобразования

$$dx' = dx - u_0 dt, dt' = dt - w\frac{u_0}{c^2} dx.$$

Применяя это преобразование дифференциалов координат к выражению для фазы, получим соотношение компонент волнового вектора и частот для разных инерциальных наблюдателей.

Следовательно, внимательное отношение к исходным посылкам и положениям теории в сочетании с разнообразными способами активизации исходных выражений может быть конструктивным приемом для расширения теории, а также для получения новых следствий.

Рассмотрим другой пример, иллюстрирующий важность внимательного отношения к основаниям теории. Фундаментальный закон динамики материальной точки в форме

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}-\vec{f}=0$$

есть элемент алгебры, так как в нем сконцентрированы произведения величин и их сумма. Логическая ситуация аналогична той, которую мы имели при рассмотрении определения скорости материальной точки: ускорение есть деление силы на массу.

Этот факт, как и соответствующую ему математическую форму не так просто понять и принять. Ясно одно, в выражении присутствуют качественно разные величины.

Поэтому для них допустимы разные алгебры, а также разные условия согласования их между собой. Следовательно, алгоритм активизации динамических уравнений механики может быть полезен для обобщения этой теории, получения новых результатов и выводов.

Запишем уравнения через частные производные, следуя Эйлеру.

Тогда, например, есть пара матричных волновых функций на группе перестановок трех элементов S_3:

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3\\u^3&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^1\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^2&u^1\\u^2&u^1&u^3\\u^1&u^3&u^2\end{pmatrix}.$$

Так можно обобщить уравнения механики, дополнив их новыми слагаемыми в двумерном пространстве со своими функциями и переменными.

Примем в качестве исходного пункта анализа группу подстановок 4 объектов. С физической точки зрения этот подход фундаментален, если верна гипотеза, что структура и активность объектов физической реальности, доступных нашей практике, базируется на паре положительных и отрицательных электрических предзарядов и на паре положительных и отрицательных электрических предзарядов. Рассматривая всю совокупность матриц, ассоциированных с перестановками 4 объектов, мы анализируем все возможности их мономиальных отношений, которые образуют *фундаментальную группу отношений*.

Фундаментальная группа физической теории базируется только на нормальной подгруппе этой группы, группе Клейна. Нужно понять, почему это так и есть ли другие возможности.

Отметим специальные свойства группы Клейна. Её матрицы таковы, что трансформированные матрицы равны исходным матрицам. По этой причине 4 типа матричных произведений: строка на столбец, строка на строку, столбец на строку, столбец на столбец дают одинаковый результат. Есть эффект независимости результата произведения матриц от типа матричной операции. У смежных классов этого свойства нет. Аналогично проверяется независимость произведения пары матриц от системы комбинаторных произведений: все произведения дают одинаковый результат. Мы знаем, что 4 типа произведений матриц неассоциативны, 4 типа произведений матриц ассоциативны. У матриц группы Клейна неассоциативность скрыта.

Матричные произведения группы Клейна, не меняя структуры матриц, подчинены закону $(ab)(ba)=(ba)(ab)$. Комбинаторные произведения, меняя структуру матриц, подчинены более сложному закону

$$(ab)(ba)=\big((ba)(ab)\big)\cdot\big((ab)(ba)\big).$$

Дополнительно возникает множество вопросов. Возможна ли генерация фундаментальной группы отношений, исходя из произведения *пары объектов* (аналога Адама и Евы в человеческом обществе) с мономиальными отношениями? В каком смысле и как свойства этой пары могут и должны дополнять друг друга для решения поставленной задачи? Откуда «им» известно, что вообще может получиться из их взаимодействия? Что происходит, если взаимодействие (в данном случае это произведение) меняется?

Рассмотрим конкретный пример, дающий нетривиальные ответы на поставленные вопросы. На начальном этапе исследования выберем пару объектов таким образом, чтобы они принадлежали двум смежным классам факторгруппы по группе Клейна. Пусть

$$a=c_1=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, b=d_4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Обозначения матриц соответствуют варианту, принятому ранее. У него есть определенные удобства. Выполним произведения. Получим таблицу 7.

Табл. 7. Парные генерации матриц на системе матричных операций

$\overset{m}{\times}$	lc	ll	cc	cl
ab	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$
ba	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$ab \cdot ba = \xi$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$
$ba \cdot ab = \eta$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\xi \cdot \eta = \xi_1$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=b$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=a$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\eta \cdot \xi = \eta_1$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=a$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=b$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\xi_1 \cdot \eta_1$	E	*цикл*	*цикл*	E

Выполнена генерация новых матриц, применяя 4 типа матричных произведений и алгоритм, согласно которому рассматриваются только произведения предыдущих генераций.

Исходные матрицы задают нулевую генерацию: пара «рождает» пару (с точностью до количества различных произведений).

Анализируемый алгоритм позволяет сделать выводы о соотношении генераций. Представим результаты генераций в буквенных обозначениях, оценив пропорции совпадения новых объектов на каждом уровне их генерации, а также знаком плюс восстановление исходной генерации. Получим таблицу 8.

Таблица 8. Сравнительный анализ уровней генерации и «генофонда» матриц

$\overset{m}{\times}$	cl	cc	ll	lc	%	$\pm$
ab	f_3	f_4	e_4	e_3	$0,5$	$-$
ba	e_3	e_2	f_1	f_3	$0,5$	$-$
$ab \cdot ba = \xi$	a_2	e_2	f_4	a_2	$2/3$	$-$
$ba \cdot ab = \eta$	a_4	f_4	e_2	a_4	$2/3$	$-$
$\xi \cdot \eta$	a_3	d_4	c_1	a_3	1	+
$\eta \cdot \xi$	a_3	c_1	d_4	a_3	1	+

В данном случае «восстановление генофонда» происходит на третьем уровне генерации. На первом и втором уровне совпадений меньше, чем на третьем уровне. На третьем уровне в качестве исходного базиса генераций можно применять три объекта: первичную пару и новый объект, принадлежащий группе Клейна, которую можно принять в качестве *группы управления множеством.* Тогда следует считать, что управление как исходный объект генерации появляется на третьем уровне генерации. Заметим, что данная исходная пара генерирует три матрицы управления: a_2, a_3, a_4. Совокупность полученных матриц порождает также группу матриц E. При выполнении взаимных произведения получим всю группу подстановок их 4 элементов. Пара матриц c_1, d_4 «породила» 10 новых элементов.

Она генерирует матрицы $e_2, e_3, e_4, f_1, f_3, f_4,$ которые имеют самую сложную структуру с точки зрения фундаментальной группы: образуются из всей совокупности её элементов. Поясним этот тезис. Фундаментальная группа имеет пять подгрупп. Они обозначены, соответственно буквами с индексами:

$$a_i, b_i, c_i, e_i, f_i, i = 1, 2, 3.$$

Элемент, стоящий на диагонали, конструируется из матриц E, c_i при использовании группы знаков. Остальные элементы выражаются через набор других матриц с одинаковыми индексами. Например, получим соответствия:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to (a_3, b_3, e_3, f_3), \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{Bmatrix} c_1, c_2, c_3, E \\ a_2, b_2, e_2, f_2 \end{Bmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{Bmatrix} c_1, c_2, c_3, E \\ a_1, b_1, e_1, f_1 \\ a_2, b_2, e_2, f_2 \\ a_3, b_3, e_3, f \end{Bmatrix}.$$

Следовательно, матрицы смежных классов E, F имеют самую сложную структуру с точки зрения фундаментальной группы. .

Таблица 9. Парные генерации матриц на системе комбинаторных операций

$\overset{л}{\times}$	lc	ll	cc	cl
ab	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
ba	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$ab\cdot ba=\xi$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&1\\0&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$ba\cdot ab=\eta$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&0&0&0\\1&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$\xi\cdot\eta=\xi_1$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$\eta\cdot\xi=\eta_1$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&0&0&0\\1&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&0&0&0\\1&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
$\xi_1\cdot\eta_1=\eta_1\cdot\xi_1$	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	*цикл*	$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\1&0&1&0\\1&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

Во всех рассматриваемых случаях каждый тип матричной операции сохраняет структуру матриц: матрицы остаются мономиальными.

Комбинаторные операции генерируют принципиально новую совокупность матриц. Она выходит за границы группы перестановок. С одной стороны, важно отметить, что такая генерация порождает идеалы (заполненные строки или столбцы).

Эффект самурая (самоуничтожения) в системе матриц

Рассмотрим многократные произведения пары мономиальных матриц и их результатов согласно комбинаторному произведению столбцов на строки. Пусть

$$a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Тогда

$$ab=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}, ba=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}, ab\cdot ba=\xi=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}, ba\cdot ab=\eta=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi\cdot\eta=\xi_1, \eta\cdot\xi=\eta_1, \xi_1\cdot\eta_1=\xi_2, \eta_1\cdot\xi_1=\eta_2,$$

$$\xi_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, \eta_1=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, \xi_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}, \eta_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi_2\cdot\eta_2=\xi_3, \eta_2\cdot\xi_2=\eta_3, \xi_3\cdot\eta_3=\xi_4, \eta_3\cdot\xi_3=\eta_4,$$

$$\xi_3=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}, \eta_3=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, \xi_4=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}, \eta_4=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi_4\cdot\eta_4=\xi_5, \eta_4\cdot\xi_4=\eta_5, \xi_5\cdot\eta_5=\xi_6, \eta_5\cdot\xi_5=\eta_6,$$

$$\xi_5=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}, \eta_5=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, \xi_6=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, \eta_6=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi_6\cdot\eta_6=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\eta_6\cdot\xi_6.$$

На этом примере прослеживается аналогия с фактом, известным из генетики, что «рождение детей» родственниками приводит к вырождению рода. Заметим, однако, что такой эффект наблюдается при «взаимодействии» элементов, принадлежащих «продольному» и «поперечному» механизму управления.

Система законов для матриц на системе операций

Обычно анализ множеств выполняется без детального учета законов, которым подчиняются элементы исследуемого множества. Мы выполним 8 произведений элементов группы перестановок, выбирая элементы из одного или разных смежных классов и анализируя законы совпадения этих произведений. На системе матричных произведений получим таблицу 10.

Таблица 10. Законы совпадения произведений на системе матричных операций

$\overset{m}{\times}$	*законы*	*lc*	*cc*	*cl*	*ll*
AD	$ab = ba$	+	+	+	+
AE	$ab \cdot ba = ba$	+	+	+	+
DE	$ab = ba$	−	+	−	+
	$\xi_1 \cdot \eta_1 = \eta_1 \cdot \xi_1$	+	−	+	−
BB	$ab \cdot ba = ba$	+	−	+	−
	$ab = ba$	−	+	−	+
EE	$ab \cdot ba = b$	+	−	+	−
	$ab = ba$	−	+	−	+

.

На системе комбинаторных произведений получим таблицу 11.

Таблица 11. Законы совпадения произведений на системе комбинаторных операций

$\overset{k}{\times}$	*законы*	*lc*	*cc*	*cl*	*ll*
AD	$\xi_2\eta_2 = \eta_2\xi_2$	+	−	−	−
	$ab \cdot ba = ba \cdot ab$	−	+	−	+
	$\xi_3\eta_3 = \eta_3\xi_3$	−	−	+	−
AE	$\xi_6\eta_6 = \eta_6\xi_6 = 0$	−	−	+	−
	$ab \cdot ba = ba \cdot ab$	−	+	−	+
	$\xi_3\eta_3 = \eta_3\xi_3$	+	−	−	−
DE	$ab = ba$	−	+	−	−
	$\xi_2\eta_2 = \xi_1, \eta_2\xi_2 = \eta_1$	−	−	−	+
	$\xi_4\eta_4 = \xi\eta, \eta_4\xi_4 = \eta\xi$	+	−	−	−
	$\xi_5\eta_5 = \xi_2, \eta_5\xi_5 = \eta_2$	−	−	+	−
BB	$ab = ba$	+	−	+	−
	$ab \cdot ba = ba \cdot ab$	−	+	−	+
EE	$\xi_2\eta_2 = \eta_2\xi_2 = 0$	+	−	−	−
	$ab \cdot ba = ba \cdot ab$	−	−	−	+
	$ab = ba$	−	+	−	+

.

Фундаментальные свойства алгебр в расчетных моделях

Мы нашли ранее единую алгебру, применив модель 3-компенсатора

$$\|x, y, z\| = (xy)z - (zy)x.$$

Она подчинена закону

$$\|x, y, z\| + \|z, y, x\| = 0.$$

Его можно рассматривать как *алгебраическое* «условие равновесия в тройке элементов» (при любой операции произведения и любых элементах). В нем задана *перестановка пары элементов* при сохранении положения третьего элемента. Будем трактовать тройку элементов как иерархическую систему, в которой первый элемент управляет системой.

Закон равновесия фиксирует принципиальное различие пары управлений:

$$\|x, y, z\| = -\|z, y, x\|.$$

Это условие аналогично закону Ньютона, согласно которому сила противодействия противоположна силе действия и равновесие наступает тогда, когда они равны друг другу. В этом физическом законе третий элемент (а его роль выполняет для пары объектов весь остальной мир) не задан, он только предполагается. Принято говорить, что третий элемент задан неявно. В алгебраическом законе третий элемент необходим, и он явно присутствует в законе равновесия. Мы можем трактовать данный закон равновесия в качестве правила управления в иерархической системе из трех элементов, в которой есть ведущий и ведомый элемент, а также «пассивный» элемент.

Принцип реализации всех возможностей, который принят нами как основной закон физической Реальности, требует рассмотрения всех вариантов размещения и перестановки в системе из трёх элементов. В данном случае эта возможность порождает алгебраический (на паре операций) закон

$$\|x, y, z\| + \|y, z, x\| + \|z, x.y\| + \|y, x, z\| + \|x, z, y\| + \|z, y, x\| = 0.$$

Он базируется на введенном ранее «алгебраическом условии равновесия»:

$$(\|x, y, z\| + \|z, y, x\|) + (\|y, z, x\| + \|x, z, y\|) + (\|z, x.y\| + \|y, x, z\|) = 0.$$

С другой стороны, так соединены два «цикла»

$$(\|x, y, z\| + \|y, z, x\| + \|z, x.y\|) + (\|y, x, z\| + \|x, z, y\| + \|z, y, x\|) = 0.$$

Закон задает условие равновесия «циклов»

$$(\|x,y,z\|+\|y,z,x\|+\|z,x.y\|)=-(\|y,x,z\|+\|x,z,y\|+\|z,y,x\|).$$

В частном случае возможен такой выбор элементов и операций, что отдельный цикл может быть равен нулю

$$(\|x,y,z\|+\|y,z,x\|+\|z,x.y\|)=0,$$
$$(\|y,x,z\|+\|x,z,y\|+\|z,y,x\|)=0.$$

Так выглядит алгебраическое условие Якоби (оно ассоциировано с определением компенсатора):

$$\left[x,\left[y,z\right]\right]+\left[y,\left[z,x\right]\right]+\left[z,\left[x,y\right]\right]=0,\ \left[x,y\right]=xy-yx\to\|x,e,y\|=\left(xe\right)y-\left(ye\right)x=xy-yx.$$

К рассматриваемой ситуации можно подойти иначе. Укажем её начало и возможности продолжения анализа алгебры равновесий. Введем в рассмотрение 2-компенсатор на паре элементов

$$\|x,y\|=xy-yx,\|x,y\|+\|y,x\|=0,\|x,y\|=-\|y,x\|.$$

В этом варианте мы анализируем некоммутативность произведения, представив это условие в форме алгебраического условия равновесия. Введем операцию конструирования компенсаторов, расширяя количество анализируемых объектов. Пусть новый объект «входит» в предыдущий компенсатор справа в первое произведение и слева во второе произведение, *модифицируя скобку*. Так реализуется частичное (компенсационное, логическое) произведение. Так получим

$$\|x,y\|_z=\|x,y,z\|=\left(xy\right)z-\left(zy\right)x.$$

Его свойства частично указаны выше. Применим аналогичный прием для четырех элементов. Получим условия

$$\|x,y,z,t\|=\left(xy\right)\left(zt\right)-\left(tz\right)\left(yx\right),\|t,z,y,x\|=\left(tz\right)\left(yx\right)-\left(xy\right)\left(zt\right),$$
$$\|x,y,z,t\|+\|t,z,y,x\|=0,$$
$$\|x,y,z,t\|=-\|t,z,y,x\|.$$

Для этого 4-компенсатора выполняется циклическое условие

$$\|x,y,z,t\|+\|y,z,t,x\|+\|z,t,x,y\|+\|t,x,y,z\|+\|t,z,y,x\|+\|z,y,x,t\|+\|y,x,t,z\|+\|x,t,z,y\|=0.$$

Оно очевидно, так как содержит пары компенсирующихся слагаемых

$$(\|x,y,z,t\|+\|t,z,y,x\|)+(\|y,z,t,x\|+\|x,t,z,y\|)+(\|z,t,x,y\|+\|y,x,t,z\|)+(\|t,x,y,z\|+\|z,y,x,t\|)=0.$$

В частных случаях возможно выполнение условий

$$(\|x,y,z,t\|+\|t,z,y,x\|)+(\|y,z,t,x\|+\|x,t,z,y\|)=0,$$
$$(\|z,t,x,y\|+\|y,x,t,z\|)+(\|t,x,y,z\|+\|z,y,x,t\|)=0.$$

Рассматриваемые условия интересны не только с математической точки зрения. Известно, что системы фундаментальных уравнений физики записываются в форме циклических условий для функций и частных производных. В частности, уравнения электродинамики для полей есть циклические уравнения по тройке индексов, учитывающих частные производные и компоненты потенциалов. Объединение электромагнетизма и гравитации в настоящее время реализовано на циклическом уравнении по четырем индексам.

По этой причине естественно ожидать связи двух различных дисциплин. Поскольку результаты алгебры фундаментальны, её приложения в физике тоже будут фундаментальны. Важно установить алгоритм соответствия между алгебрами и физическими моделями. Принимая принцип реализации всех возможностей в качестве главного принципа конструирования моделей, а также анализа и предсказания практических шагов, мы изначально принимаем возможность построения *системы алгоритмов* для связи алгебры и физики.

Конечно, во многих отношения интересны циклические уравнения алгебры и физики для большего числа переменных. Так, возможен 5-компенсатор

$$\|x,y,z,t,\alpha\|=x(yz)(t\alpha)-\alpha(tz)(yx),\|\alpha,t,z,y,x\|=\alpha(tz)(yx)-x(yz)(t\alpha).$$

Для него есть «свои» условия равновесия. На таком уравнении могут быть сконструированы физические модели в пространстве с пятью независимыми переменными.

Легко проверить выполнение условия в форме алгебраического 3-закона

$$\{x,[y,z]\}-[\{x,y\},z]+[x,\{y,z\}]-\{[x,y],z\}-2(x,y,z)-2(z,y,x)=0.$$

Здесь стандартным образом заданы величины в форме коммутатора и антикоммутатора

$$[x,y]=xy-yx,\{x,y\}=xy+yx,$$

а также ассоциаторы

$$(x,y,z)=x(yz)-(xy)z,(z,x,y)=z(yx)-(zy)x.$$

Закон зависит от двух ассоциаторов. Он выполняется на любых элементах и произвольных операциях умножения элементов. Элементами могут быть также функции от других элементов, заданные на основе нового умножения. Другими словами, алгебра допускает пару умножений: явное и скрытое. Условие на коммутаторах сложнее, так как

$$[x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]]=(x,y,z)+(y,z,x)+(z,x,y)-((x,z,y)+(z,y,x)+(y,x,z)).$$

Цикл на коммутаторах есть разность пары циклов по ассоциаторам.

Рассмотрим цикл, ассоциированный со «смешанным» алгебраическим 3-законом. Получим

$$\langle x,y,z\rangle=\{x,[y,z]\}-[\{x,y\},z]+[x,\{y,z\}]-\{[x,y],z\}=2(x,y,z)+2(z,y,x),$$
$$\langle y,z,x\rangle=\{y,[z,x]\}-[\{y,z\},x]+[y,\{z,x\}]-\{[y,z],x\}=2(y,z,x)+2(x,z,y),$$
$$\langle z,x,y\rangle=\{z,[x,y]\}-[\{z,x\},y]+[z,\{x,y\}]-\{[z,x],y\}=2(z,x,y)+2(y,x,z).$$

Сумма трех выражений («смешанный» цикл) задан суммой двух циклов по ассоциаторам:

$$\frac{1}{2}(\langle x,y,z\rangle+\langle y,z,x\rangle+\langle z,x,y\rangle)=((x,y,z)+(y,z,x)+(z,x,y))+((x,z,y)+(z,y,x)+(y,x,z)).$$

Объединим пару указанных циклов в форме суммы «смешанного» цикла и цикла на коммутаторах.

Она равна трём циклам на ассоциаторах:

$$([x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]])+(\langle x,y,z\rangle+\langle y,z,x\rangle+\langle z,x,y\rangle)=3((x,y,z)+(y,z,x)+(z,x,y)).$$

Запишем «смешанный» алгебраический 3-закон иначе, применив функции с индексами. Он получит вид

$$\{f^i,[f_j,f_k]\}-[\{f^i,f_j\},f_k]+[f^i,\{f_j,f_k\}]-\{[f^i,f_j],f_k\}=\Gamma^i_{jk},$$

$$0{,}5\Gamma^i_{jk}=(f^i,f_j,f_k)+(f_k,f_j,f^i)=f^i(f_jf_k)-(f^if_j)f_k+f_k(f_jf^i)-(f_kf_j)f^i.$$

Поскольку алгебраический закон допускает возможность применения любых вычислимых функций, мы получим законы для четырёх элементов, если заменим одну из функций функцией от пары переменных. Введем функцию с двумя индексами

$$f^{ij}=\varphi(a^i,b^j)\Rightarrow a^ib^j,[a^i,b^j],[pa^i,sb^j]...\{a^i,b^j\},\{\alpha a^i,\beta b^j\},[a^i,\{\alpha a^i,\beta b^j\}]...$$

Зададим для неё закон

$$\left\{ f^{ij}, \left[f_k, f_l \right] \right\} - \left[\left\{ f^{ij}, f_k \right\}, f_l \right] + \left[f^{ij}, \left\{ f_k, f_l \right\} \right] - \left\{ \left[f^{ij}, f_k \right], f_l \right\} = R^{ij}_{kl},$$

$$0{,}5R^{ij}_{kl} = \left(f^{ij}, f_k, f_l \right) + \left(f_k, f_l, f^{ij} \right) = f^{ij}\left(f_k f_l \right) - \left(f^{ij} f_k \right) f_l + f_k \left(f_l f^{ij} \right) - \left(f_k f_l \right) f^{ij}.$$

Мы получили формальные выражения для величин, ассоциированных с тремя и четырьмя элементами алгебры. Если данные выражения равны нулю, мы имеем дело с «простыми» ситуациями. Так характеризуются обычно алгебры, на которых описываются структуры и поведение физических тел. Если они не равны нулю, имеет место неассоциативность. Мы гипотетически ассоциируем их с Сознанием и Чувствами. По этой версии мы можем попытаться рассматривать указанные выражения как величины, характеризующие «кривизну» и «кручение» многообразий, ассоциированных с Сознанием и Чувствами. Два других алгебраических 4-закона, соответствующие заменам других элементов, таковы:

$$\left\{ f^{i}, \left[f_{jl}, f_k \right] \right\} - \left[\left\{ f^{i}, f_{jl} \right\}, f_k \right] + \left[f^{i}, \left\{ f_{jl}, f_k \right\} \right] - \left\{ \left[f^{i}, f_{jl} \right], f_k \right\} = P^{i}_{jlk},$$

$$0{,}5P^{i}_{jlk} = \left(f^{i}, f_{jl}, f_k \right) + \left(f_k, f_{jl}, f^{i} \right) = f^{i}\left(f_{jl} f_k \right) - \left(f^{i} f_{jl} \right) f_k + f_k \left(f_{jl} f^{i} \right) - \left(f_k f_{jl} \right) f^{i}.$$

$$\left\{ f^{i}, \left[f_{j}, f_{kn} \right] \right\} - \left[\left\{ f^{i}, f_{j} \right\}, f_{kn} \right] + \left[f^{i}, \left\{ f_{j}, f_{kn} \right\} \right] - \left\{ \left[f^{i}, f_{j} \right], f_{kn} \right\} = Q^{i}_{jkn},$$

$$0{,}5Q^{i}_{jk} = \left(f^{i}, f_{j}, f_{kn} \right) + \left(f_{kn}, f_{j}, f^{i} \right) = f^{i}\left(f_{j} f_{kn} \right) - \left(f^{i} f_{j} \right) f_{kn} + f_{kn} \left(f_{j} f^{i} \right) - \left(f_{kn} f_{j} \right) f^{i}.$$

В общем случае 3-алгебра порождает три 4-алгебры. Их свойства могут быть различны, отображая систему граней физических структур и активностей. Может быть, так учитываются, прямо или косвенно, *три составляющие любого объекта: Тело, Сознание, Чувства.* На одних и тех же элементах и на одной и той же операции их «кручения» и «кривизны» могут иметь разные значения, по-разному отображая одну и ту же ситуацию.

Поскольку в алгоритме замены одного элемента алгебры функцией от пары и более элементов мы получаем единую алгебру, возможен спектр единых алгебра для любого конечного числа алгебраических величин. Согласно этому же алгоритму, мы получаем свойства объектов, ассоциированных с алгебрами. Они задают спектр величин, характеризующих Тела, Сознания, Чувства. Указанные величины образуют только малую часть полного спектра величин, которые не исчерпываются величинами, ассоциированными с алгебрами. Понятно, что чем больше элементов» охватывает» алгебра, тем больше у неё свойств и эти свойства могут быть очень «тонкими».

Минимальна в рассматриваемом подходе пара характеристик, ассоциированная с тремя или четырьмя объектами. Дело в том, что физическая модель обычно конструируется на конечной системе матриц. Эти 3 или 4 матрицы образуют достаточную основу для физической модели. С другой стороны, они достаточны для расчета величин

$$0,5\Gamma^{i}_{jk}=\left(f^{i},f_{j},f_{k}\right)+\left(f_{k},f_{j},f^{i}\right)=f^{i}\left(f_{j}f_{k}\right)-\left(f^{i}f_{j}\right)f_{k}+f_{k}\left(f_{j}f^{i}\right)-\left(f_{k}f_{j}\right)f^{i},$$

$$0,5R^{ij}_{kl}=\left(f^{ij},f_{k},f_{l}\right)+\left(f_{k},f_{l},f^{ij}\right)=f^{ij}\left(f_{k}f_{l}\right)-\left(f^{ij}f_{k}\right)f_{l}+f_{k}\left(f_{l}f^{ij}\right)-\left(f_{k}f_{l}\right)f^{ij}.$$

Заметим, что тройкам и четверкам базовых объектов сопоставлены функции от них. Эти функции могут быть самые разные и по-разному согласованы друг с другом. Эта «степень свободы», допускаемая алгеброй, способна отобразить тип объекта, а также его индивидуальность. Поскольку минимальной пары недостаточно для полной характеристики любого объекта, мы всегда можем надеяться на теоретическое и эмпирическое нахождение его новых граней и свойств. Это замечание соответствует принципу трансфинитности объектов и их свойств.

Заметим, что введенные величины могут иметь функциональную связь с совокупностью конкретных физических величин. На этой основе можно проводить классификацию объектов и процессов.

Развиваемый подход основан на единой алгебре. Она допускает в силу её свойств возможность единого рассмотрения Тел, Сознаний и Чувств.

Заметим, что рассматриваемые элементы обычно подчинены дополнительно системе *индивидуальных законов*. В зависимости от того, каковы эти законы, можно по-разному оценивать изделия и практиковать с ними. Соединение системы единых алгебраических законов с системой индивидуальных законов становится не только предметом моделирования, но и средством постижения новой практики. У объектов обязательно будут единые и «свои» стороны и свойства. Так учитывается индивидуальность структуры и поведения объектов.

Обобщенные условия равновесия и уравнения динамики объектов

Для описания обобщенных условий равновесия в системе из трёх объектов ранее была предложена система функциональных уравнений. Она имеет вид

$$\begin{gathered}
g_i f\left(g_j,g_k\right)+g_j f\left(g_k,g_i\right)+g_k f\left(g_i,g_j\right)=0,\\
f\left(g_i g_j,g_k\right)+f\left(g_j g_k,g_i\right)+f\left(g_k g_i,g_j\right)=0,\\
f\left(g_i,g_j g_k\right)+f\left(g_j,g_k g_i\right)+f\left(g_k,g_i g_j\right)=0,\\
f\left(g_i,g_j\right)g_k+f\left(g_j,g_k\right)g_i+f\left(g_k,g_i\right)g_j=0.
\end{gathered}$$

В этом варианте согласованы между собой свойства объектов в форме величин g_ξ и функции их взаимных влияний в форме $f\left(g_\xi,g_\eta\right)$. С другой стороны, альтернированная сумма элементов, взятых последовательно по одному из каждой строки, порождает функциональное уравнение когомологий Хохшильда (если функции каждой строки одни и те же) вида

$$g_i f\left(g_j, g_k\right) - f\left(g_i g_j, g_k\right) + f\left(g_i, g_j g_k\right) - f\left(g_i, g_j\right) g_k = 0.$$

Оно задает класс общих условий, характеризующих ассоциативные алгебры. На этих алгебрах обычно реализуются физические модели явлений.

Оба указанные выше подхода не имеют прямой связи с динамикой физических явлений. Поставим задачу конструирования алгоритма, связывающего обобщенные условия равновесия и систему когомологий с системами дифференциальных уравнений, описывающих физические явления. Найдем приложения и следствия такого алгоритма.

Примем точку зрения, что каждому обобщенному условию равновесия можно поставить в соответствие систему дифференциальных уравнений. Поскольку анализируется система условий равновесия, мы получим набор систем дифференциальных уравнений, учитывающий разные грани физического явления.

Так как обобщенных условий равновесия четыре, то могут быть четыре системы дифференциальных уравнений. Этот вариант интересен с общих позиций физического моделирования. Принимая *фундаментальный постулат о наличии у каждого физического объекта его Тела, Сознания и Чувств*, мы вправе задавать их свойства «своими» дифференциальными уравнениями. Такой подход соответствует принципу трансфинитного соответствия Тел, Сознаний, Чувств. Аналогично могут задаваться и связи между этими общими слагаемыми. Тогда четыре системы уравнений соответствуют четырём обязательным слагаемым модели триединого объекта, в котором Тело и Сознание объединены парой связей в форме Чувств.

Примем **постулат**: *на основе обобщенных условий равновесия и теорий когомологий могут быть сконструированы согласованные, триединые модели Тел, Сознаний и Чувств физических объектов*.

Примем электрические и гравитационные свойства материи в качестве их фундаментальных свойств. Тогда с электродинамикой Максвелла и моделью массодинамики следует согласовать систему ассоциированных уравнений. Полная система уравнений будет индуцирована обобщенными условиями равновесия. Поскольку электродинамика и массодинамика описываются на основе потенциалов, заданных в четырехмерном пространстве, свойства Сознания и Чувств будем также «своими» потенциалами. Мы принимаем, таким образом, предположение, что аналогия с фундаментальными физическими свойствами Тел материи позволяет обнаружить и применить на практике фундаментальные законы и свойства их Сознаний и Чувств**.**

На данной стадии анализа важно сконструировать начальную модель. Она может иметь некоторые общие свойства, которые нужно исследовать. Требуется не только найти систему уравнений. Нужно найти их согласования между собой, проанализировать возможные решения и следствия такой модели.

Рассмотрим вначале алгоритм ассоциирования для согласования обобщенных уравнений равновесия с уравнениями электродинамики Максвелла для электрических и магнитных полей.

Свободному симметричному элементу поставим в соответствие частную производную (или производную от функции). Функциям от симметричных элементов сопоставим дифференциальные выражения, зависящие от частных производных и присоединенных к ним функциям.

Примем сопоставление «электрического» типа, базирующееся на выражении функций антисимметричным тензором, выраженным через производные от 4-потенциала. Рассмотрим замену величин в обобщенных условиях равновесия по такому алгоритму сопоставления:

$$g_i \to \partial_i,\ f\left(g_j g_k\right) \to \partial_j A_k - \partial_k A_j = F_{jk}.$$

Тогда с циклическим уравнением

$$g_i f\left(g_j, g_k\right) + g_j f\left(g_k, g_i\right) + g_k f\left(g_i, g_j\right) = 0$$

ассоциируется система уравнений Фарадея-Ампера

$$\partial_i F_{jk} + \partial_j F_{ki} + \partial_k F_{ki} = 0 \to \partial_j A_k - \partial_k A_j = F_{jk}.$$

В физике анализ не ограничивается ею. Уравнения для полей дополняются уравнениями для индукций. По своей структуре они аналогичны уравнениям для полей. Их можно трактовать как циклические неоднородные уравнения. Кроме этого, для любой конкретной задачи требуется задать связи между полями и индукциями. Этот элемент модели имеет наибольшую сложность, так как на его основе требуется учитывать сложную конкретику физических условий. Известно, что структура связей для полей и индукций задается системой кодифференциальных уравнений, структура которых аналогична структуре дифференциальных уравнений для полей и индукций.

В силу указанных обстоятельств конструирование дифференциальных уравнений для электромагнитного поля на основе циклического уравнения можно рассматривать как аргумент в пользу практичности предлагаемого алгоритма сопоставления.

Первое обобщенное условие равновесия порождает другие системы уравнений *при изменении алгоритма ассоциирования*. Так, ели мы зададим функцию $f\left(g_i, g_j\right)$ симметричным тензором

$$f\left(g_i, g_j\right) = \partial_i R_j + \partial_j R_i,$$

получим систему уравнений

$$\partial_i\partial_j R_k + \partial_j\partial_k R_i + \partial_k\partial_i R_j = 0.$$

Алгоритм вида $g_i \to \partial_i\sigma,\ f\left(g_j, g_k\right) \to Q_{jk}$ порождает пару систем уравнений вида

$$\partial_i\sigma \cdot Q_{jk} + \partial_j\sigma \cdot Q_{ki} + \partial_k\sigma \cdot Q_{ki} = Q_{jk}\partial_i\sigma + Q_{ki}\partial_j\sigma + Q_{ki}\partial_k\sigma = 0$$

в соответствии с симметричным или антисимметричным выбором *представляющих функций*.

Другие циклические уравнения порождают новые системы уравнений. Их свойства и практическую полезность можно будет прояснить на основе решения полученных уравнений.

Из уравнения равновесия

$$f\left(g_i g_j, g_k\right) + f\left(g_j g_k, g_i\right) + f\left(g_k g_i, g_j\right) = 0$$

получим в «электрическом» представлении на 4-потенциале B_k систему уравнений

$$\sigma_{ijk} = \partial_i\partial_j B_k - \partial_k B_{ij} + \partial_j\partial_k B_i - \partial_i B_{jk} + \partial_k\partial_i B_j - \partial_j B_{ki} = 0.$$

Рассмотрим «электрический» и «гравитационный» варианты задания *смешанных величин*:

$$B_{ij}\left(-\right) = \partial_i B_j - \partial_j B_i, B_{ij}\left(+\right) = \partial_i B_j + \partial_j B_i.$$

Тогда

$$\sigma_{ijk} = \partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j - \left(\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j\right) \mp \left(\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j\right) = 0.$$

Рассмотрим «гравитационное» представление этих уравнений равновесия. Изменим алгоритм сопоставления: смешение величин зададим симметричным тензором. Получим

$$\partial_i\partial_j B_k + \partial_k B_{ij} + \partial_j\partial_k B_i + \partial_i B_{jk} + \partial_k\partial_i B_j + \partial_j B_{ki} = 0.$$

Отсюда следует выражение

$$\sigma_{ijk} = \partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j + \left(\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j\right) \mp \left(\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j\right) = 0.$$

В обоих случаях *система ассоциированных уравнений*, индуцированная на данной системе циклических уравнений равновесия, имеет вид

$$\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j = 0,$$
$$i, j, k \to 1, 2, 3, 0.$$

В векторном представлении система уравнений выглядит так:

$$\partial_0\left(\partial_x B_y+\partial_y B_x\right)+\partial_x\partial_y B_0=0, \partial_0\left(\partial_x B_z+\partial_z B_x\right)+\partial_x\partial_z B_0=0,$$
$$\partial_0\left(\partial_y B_z+\partial_z B_y\right)+\partial_y\partial_z B_0=0, \partial_x\partial_y B_z+\partial_y\partial_z B_x+\partial_z\partial_x B_y=0.$$

Ранее в модели массодинамики была введена величина

$$rat\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \partial_x & \partial_y & \partial_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}=\vec{i}\sigma_x+\vec{j}\sigma_y+\vec{k}\sigma_z,$$

$$\sigma_x=\partial_y B_z+\partial_z B_y, \sigma_y=\partial_x B_z+\partial_z B_x, \sigma_z=\partial_x B_y+\partial_y B_x.$$

В таких обозначениях полученная система уравнений имеет вид

$$\partial_0\sigma_x=-\partial_y\partial_z B_0, \partial_0\sigma_y=-\partial_x\partial_z B_0, \partial_0\sigma_z=-\partial_x\partial_y B_0,$$

$$\partial_x\sigma_x+\partial_y\sigma_y+\partial_z\sigma_z=div\vec{\sigma}=0,$$

так как

$$\partial_x\partial_y B_z+\partial_y\partial_z B_x+\partial_z\partial_x B_y=\partial_x\sigma_x+\partial_y\partial_z B_x=\partial_y\sigma_y+\partial_x\partial_z B_y=\partial_z\sigma_z+\partial_x\partial_y B_z.$$

Эти уравнения «ближе» по форме и структуре не к уравнениям электродинамики, а к полученным ранее полевым уравнениям массодинамики без учета конвективных слагаемых. Это обстоятельство кажется естественным, если алгоритм сопоставления основан на симметричном тензоре.

Принимая данный вариант в качестве модели Сознания для электромагнетизма, *мы принимаем предположение о наличии у Сознания свойств, которые свойственны гравитации.*

Те же уравнения получаются при использовании алгоритма вывода ассоциативных уравнений, основываясь на «смешанных величинах» в форме антисимметричного тензора. Мы можем предположить, что электромагнетизм на основе циклических уравнений «подтверждает» наличие у Сознания гравитационных свойств. Заметим, как будет показано ниже, что электромагнитные свойства Сознания проявляют себя на основе решений уравнений для Сознания.

Новая система ассоциированных уравнений инвариантна относительно выбора формы представления. «Электрическое» и «гравитационное» представления порождают одну систему ассоциированных уравнений при «электрическом» и «гравитационном» задании смешанных величин.

Следующая система циклических уравнений

$$f\left(g_i, g_j g_k\right) + f\left(g_j, g_k g_i\right) + f\left(g_k, g_i g_j\right) = 0$$

порождает аналогичную систему ассоциированных уравнений для описания Сознания. Другими словами, *ассоциированная система уравнений для Сознания* **дублируется** в данной системе циклических уравнений равновесия.

Заметим, что в сложных технических устройствах принято выполнять дублирование некоторых изделий или функций, если они особо важны для функционирования изделия. В данном случае система циклических уравнений равновесия, рассматриваемая как математическое изделие, выполняет ту же функцию. Она дублирует вывод (обеспечивает существование) уравнений для Сознания, подтверждая особую роль Сознания в функционировании объектов.

Уравнения для Сознания в электродинамике имеют непривычную структуру. Возможно, они необычны и по решениям. Трехмерный вектор «Сознания» $\vec{B}\left(B_x, B_y, B_z\right)$ задается динамическими уравнениями, указанными выше. Из системы уравнений следует, что

$$\partial_0 div\vec{\sigma} = -3\partial_x \partial_y \partial_z B_0 = 0.$$

Величина B_0 «динамически» зависит от «своих» пространственных координат. Данное условие порождает семейства решений. В частности, возможны варианты:

$$B_0\left(0\right) = \alpha x + \beta y + \gamma z,$$

$$B_0\left(1\right) = \alpha\left(a(x+\sigma_1)(y+\theta_1) + b(x+\sigma_2)(z+\eta_1) + c(y+\theta_1)(z+\eta_1)\right),$$

$$B_0\left(2\right) = \alpha\left(a_1 x + a_2 y\right)\left(b_1 x + b_2 z\right)\left(c_1 y + c_2 z\right)\cdot\Sigma,$$

$$\Sigma = \left(\frac{1}{\left(b_1 x + b_2 z\right)\left(c_1 y + c_2 z\right)} + \frac{1}{\left(a_1 x + a_2 y\right)\left(c_1 y + c_2 z\right)} + \frac{1}{\left(a_1 x + a_2 y\right)\left(b_1 x + b_2 z\right)}\right),$$

$$B_0\left(3\right) = \alpha\left(a_1 x + a_2 y + b_1 x + b_2 z + c_1 y + c_2 z\right)...$$

Принимая координаты x, y, z в качестве параметров, характеризующих грани пространства Сознания, мы вводим математические характеристики Сознания в форме слагаемых с «весами», которые задаются совокупностью коэффициентов $\left(\alpha, \beta, \gamma\right), \left(a_i, b_i, c_i\right)$ в трехмерном пространстве. В частности, это могут быть координаты, характеризующие «зрительные», «осязательные», «акустические» каналы приема и хранения информации. Заметим, что величина B_0 характеризует сознание в «своем» пространстве, со «своими» весовыми функциями. Они могут зависеть от координат других пространств. Тогда принимается вариант динамического согласования элементов триединого объекта.

В рассматриваемом случае

$$\partial_y \partial_0 B_z + \partial_z \partial_0 B_y = a_x\left(y,z,t\right) + \vartheta_{x0},$$
$$\partial_x \partial_0 B_z + \partial_z \partial_0 B_x = a_y\left(x,z,t\right) + \vartheta_{y0},$$
$$\partial_x \partial_0 B_y + \partial_y \partial_0 B_x = a_z\left(x,y,t\right) + \vartheta_{z0}.$$

Продифференцируем эти уравнения соответственно по частным производным $\partial_z, \partial_y, \partial_x$. Получим систему условий:

$$\partial_x \partial_y \partial_0 B_z + \partial_x \partial_z \partial_0 B_y = 0, \partial_x \partial_y \partial_0 B_z + \partial_y \partial_z \partial_0 B_x = 0, \partial_x \partial_z \partial_0 B_y + \partial_y \partial_z \partial_0 B_x = 0.$$

Из нее следуют выражения для компонент ротора вектора $\partial_0 \vec{B}$:

$$\partial_0 R_x = \partial_y \partial_0 B_z - \partial_z \partial_0 B_y = \varphi_x\left(y,z,t\right),$$
$$-\partial_0 R_y = \partial_x \partial_0 B_z - \partial_z \partial_0 B_x = \varphi_y\left(x,z,t\right),$$
$$\partial_0 R_z = \partial_x \partial_0 B_y - \partial_y \partial_0 B_x = \varphi_z\left(x,y,t\right).$$

В этой модели каждая компонента ротора $\vec{B}$ зависит от функций, которые независимы от координаты данной компоненты. Задание указанных функций конкретизирует задачу. Рассмотрим вариант решения, приняв линейную зависимость компонент вектора $\vec{B}$ от трёх функций

$$\alpha\left(x,t\right), \beta\left(y,t\right), \gamma\left(z,t\right).$$

Пусть, например,

$$\begin{pmatrix} \partial_0 B_x \\ \partial_0 B_y \\ \partial_0 B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha\left(x,t\right) \\ \beta\left(y,t\right) \\ \gamma\left(z,t\right) \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\partial_x \partial_0 B_y - \partial_y \partial_0 B_x = a_{21} \frac{\partial \alpha\left(x,t\right)}{\partial x} - a_{12} \frac{\partial \beta\left(y,t\right)}{\partial y} = \varphi_1\left(x,y,t\right),$$

$$\partial_x \partial_0 B_z - \partial_z \partial_0 B_x = a_{31} \frac{\partial \alpha\left(x,t\right)}{\partial x} - a_{13} \frac{\partial \gamma\left(z,t\right)}{\partial z} = \varphi_2\left(x,z,t\right),$$
$$\partial_y \partial_0 B_z - \partial_z \partial_0 B_y = a_{32} \frac{\partial \beta\left(y,t\right)}{\partial y} - a_{23} \frac{\partial \gamma\left(z,t\right)}{\partial z} = \varphi_3\left(y,z,t\right).$$

Пусть, например, зависимость от координат такова:

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11}(x) & \tilde{a}_{12}(x,y) & \tilde{a}_{13}(x,z) \\ \tilde{a}_{21}(x,y) & \tilde{a}_{22}(y) & \tilde{a}_{23}(y,z) \\ \tilde{a}_{31}(x,z) & \tilde{a}_{32}(y,z) & \tilde{a}_{33}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha(x) \\ \beta(y) \\ \gamma(z) \end{pmatrix}.$$

«Волной» обозначена зависимость от времени. Тогда

$$\partial_x B_y - \partial_y B_x = \varphi_1(x,y) = \tilde{a}_{21}(x,y)\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} + \alpha(x)\frac{\partial \tilde{a}_{21}(x,y)}{\partial x} - \tilde{a}_{12}(x,y)\frac{\partial \beta(y)}{\partial y} - \beta(y)\frac{\partial \tilde{a}_{12}(x,y)}{\partial y},$$
$$\partial_x B_z - \partial_z B_x = \varphi_2(x,z) = \tilde{a}_{31}(x,z)\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} + \alpha(x)\frac{\partial \tilde{a}_{31}(x,z)}{\partial x} - \tilde{a}_{13}(x,z)\frac{\partial \gamma(z)}{\partial z} - \gamma(z)\frac{\partial \tilde{a}_{13}(x,z)}{\partial z},$$
$$\partial_y B_z - \partial_z B_y = \varphi_3(y,z) = \tilde{a}_{32}(y,z)\frac{\partial \beta(y)}{\partial y} + \beta(y)\frac{\partial \tilde{a}_{32}(y,z)}{\partial y} - \tilde{a}_{23}(y,z)\frac{\partial \gamma(z)}{\partial z} - \gamma(z)\frac{\partial \tilde{a}_{23}(y,z)}{\partial z}.$$

Модель допускает систему возможностей. В ней не ограничиваются значения диагональных элементов матрицы $A \to \{a_{ii}\}$. Они могут быть подчинены, как и другие коэффициенты, самостоятельным динамическим уравнениям. *Внешняя динамика Сознания дополняется внутренней динамикой Сознания.* Следовательно, есть нетривиальные решения в системе ассоциированных уравнений, отождествляемых с функциями и проявлениями Сознания. Вектор $\vec{B}$ совместно с величиной B_0 задает 4-потенциал Сознания. На данной стадии и в данной модели эти величины пока не связаны с 4-потенциалами, которыми характеризуются Тела и Чувства.

Заметим, что представление решений в матричном виде допускает применение всей системы операций, которая допустима с математической точки зрения. По этой причине *явные матричные решения могут быть дополнены скрытыми решениями.* Другими словами, деформируя решения в обычной системе уравнений, мы приходим к системе решений.

Заключительное обобщенное условие равновесия

$$f(g_i, g_j)g_k + f(g_j, g_k)g_i + f(g_k, g_i)g_j = 0$$

порождает *пару новых систем ассоциированных уравнений*. Они имеют вид

$$\left(\partial_i P_j + \partial_j P_i\right)\partial_k \Pi^+ + \left(\partial_j P_k + \partial_k P_j\right)\partial_i \Pi^+ + \left(\partial_k P_i + \partial_i P_k\right)\partial_j \Pi^+ = 0,$$
$$\left(\partial_i P_j - \partial_j P_i\right)\partial_k \Pi^- + \left(\partial_j P_k - \partial_k P_j\right)\partial_i \Pi^- + \left(\partial_k P_i - \partial_i P_k\right)\partial_j \Pi^- = 0.$$

Возможен вариант описания уравнений на основе аналогичной величины в массодинамике, обозначенной символом $rat(\vec{a})$.

Примем вариант согласования «полей» для физического Тела A_i и «полей» для тела Сознания B_i. Пусть, например,

$$P_i = g^{jk}(A)\Lambda_{ki}(A)A_j + g^{jk}(B)\Lambda_{ki}(B)B_j.$$

В этом случае система уравнений порождает *два варианта их согласованной динамики*, управляемые функциями Π^+,Π^-.

При задании их свертками вида

$$\Pi^+ = \alpha^p(+)\beta_p(+), \Pi^- = \alpha^p(-)\beta_p(-),$$

мы усложняем *модель управления* в системе, образованной Телами и Сознаниями.

Для нахождения замкнутой системы уравнений требуется задать связи между величинами. Они могут быть самыми разными, соответствуя концепции трансфинитности связей между физическими телами, Сознаниями и Чувствами. Так, например, есть вариант, когда

$$\Pi = \sigma^i A_i + \sigma^{ij} A_i B_j,\ \ B_k = \partial_k\left(\pi^{ij} P_i P_j\right) + \alpha A_k.$$

Коэффициенты и функции могут быть самыми разными. В частности, они могут быть подчинены динамическим уравнениям. Не исключен вариант, когда некоторые коэффициенты входят в модель только из эмпирических соображений.

Анализируемые уравнения «цикличны» в такой форме записи:

$$(\partial_i P_j \partial_k \Pi^\xi + \partial_j P_k \partial_i \Pi^\xi + \partial_k P_i \partial_j \Pi^\xi) \pm \left(\partial_j P_i \partial_k \Pi^\xi + \partial_i P_k \partial_j \Pi^\xi + \partial_k P_j \partial_i \Pi^\xi\right) = 0.$$

Меняя порядок следования индексов в данной системе уравнений, мы обнаруживаем наличие согласованных между собой «циклов» по трём индексам. Они порождают одинаковые уравнения. Циклы имеют левую и правую ориентацию.

Обозначим компоненты этих величин символами $\kappa_\xi^{1,2}$. Тогда новые системы уравнений получат вид

$$\kappa_{x\xi}^{1,2}\partial_x \Pi^\xi + \kappa_{y\xi}^{1,2}\partial_y \Pi^\xi + \kappa_{z\xi}^{1,2}\partial_z \Pi^\xi = 0.$$

Триединая система уравнений, которые по циклическим уравнениям равновесия ассоциированы с уравнениями Фарадея-Ампера, такова:

$$\partial_j A_k - \partial_k A_j = F_{jk},$$

$$\partial_i F_{jk} + \partial_j F_{ki} + \partial_k F_{ki} = 0,$$

$$\partial_i \partial_j B_k + \partial_j \partial_k B_i + \partial_k \partial_i B_j = 0,$$

$$(\partial_i P_j \partial_k \Pi^{\xi} + \partial_j P_k \partial_i \Pi^{\xi} + \partial_k P_i \partial_j \Pi^{\xi}) \pm \left(\partial_j P_i \partial_k \Pi^{\xi} + \partial_i P_k \partial_j \Pi^{\xi} + \partial_k P_j \partial_i \Pi^{\xi}\right) = 0,$$

$$i, j, k \to 1, 2, 3, 0.$$

В исходной постановке задачи речь шла о построении алгоритма, на основе которого можно было бы моделировать триединые свойства объектов: физические тела, Сознания и Чувства.

В данном варианте формальная модель такого типа построена на единой основе. Она базируется на циклических обобщенных условиях равновесия. Равновесия заданы разными уравнениями для разных свойств физических объектов.

Решения данной системы уравнений позволят описывать единым образом триединый физический объект. Так, например, возможно выражение совокупности свойств Тел, Сознаний, Чувств потенциалами и дополнительными функциями: $A_i, B_j, P_k, \Pi^{\pm}$... Данное предположение предполагает единство физической природы Тел, Сознаний, Чувств. Следуя фундаментальным данным, базирующимся на электродинамике, мы обязаны задавать для Тел электрический и магнитный векторы. Их выражение в электродинамике задается на основе потенциала поля. Аналогичным образом можно описывать гравитацию. Принимая трансфинитное соответствие Тел с Сознаниями и Чувствами, мы вправе задавать их «своими» потенциалами.

С другой стороны, механическая модель электромагнитных явлений согласуется с механикой при выражении потенциалов через скорости праматерии. При описании Сознаний и Чувств электромагнитного поля «своими» потенциалами, мы изначально предполагаем возможность построения механической модели их структуры и динамики.

Хохшильд вывел функциональное уравнение для комплекса когомологий вида

$$g_i f\left(g_j, g_k\right) - f\left(g_i g_j, g_k\right) + f\left(g_i, g_j g_k\right) - f\left(g_i, g_j\right) g_k = 0.$$

Оно следует из системы обобщенных функциональных условий равновесия, введенных ранее, при альтернированном сложении «поперечных компонент» соответствующих циклических уравнений.

Циклические уравнения равновесия задают триединую систему уравнений, на основе которой можно согласованно описывать обобщенную физическую систему. В ней есть «место» для Тел, Сознаний, Чувств. Таковы модели, «продольно ассоциированные» с циклическими уравнениями равновесия. Их можно применить к разным объектам.

Естественно проанализировать системы уравнений, которые «поперечно ассоциированы» с ними. Уравнение Хохшильда обеспечивает реализацию такой возможности. В этом случае мы рассматриваем модель согласования между собой разных элементов в системах уравнений, описывающих выполнение объектом разных функций.

Такой вариант, с формальной точки зрения, соответствует *конструированию моделей управления* в триединой динамической системе. Если это так, то следует рассмотреть все «сценарии» такого управления. Возможно, они имеют право на реализацию в разных условиях и при разных обстоятельствах. Задача состоит в том, чтобы исследовать полную систему управлений, согласовав анализ с теорией деформаций объектов и явлений. На начальной стадии анализа рассмотрим модель, ассоциированную с когомологиями Хохшильда.

Примем, как и ранее, сопоставление вида

$$g_i \to \partial_i,\ f\left(g_j g_k\right) \to \partial_j G_k - \partial_k G_j = G_{ij}.$$

Получим систему уравнений

$$\partial_i\left(\partial_j G_k - \partial_k G_j\right) - \partial_i\partial_j G_k + \partial_k G_{ij} + \partial_i G_{jk} - \partial_j\partial_k G_i - \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi =$$

$$= \partial_i\left(\partial_j G_k - \partial_k G_j\right) - \partial_i\partial_j G_k + \partial_k\left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right) + \partial_i\left(\partial_j G_k - \partial_k G_j\right) - \partial_j\partial_k G_i - \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi =$$

$$= \partial_i\partial_j G_k - \partial_i\partial_k G_j - \partial_i\partial_j G_k + \partial_k\partial_i G_j - \partial_k\partial_j G_j + \partial_i\partial_j G_k - \partial_i\partial_k G_j - \partial_j\partial_k G_i - \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi = 0.$$

Тогда

$$-\partial_k\partial_j G_i + \partial_i\partial_j G_k - \partial_i\partial_k G_j - \partial_j\partial_k G_i - \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi = 0.$$

Преобразовав, получим систему уравнений

$$\partial_j(\partial_i G_k - \partial_k G_i) = \partial_k\left(\partial_i G_j + \partial_j G_i\right) + \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi.$$

Ситуация меняется при введении другой совокупности величин, которые функционально ассоциированы с циклическим уравнением по предыдущему алгоритму, но для величин, подчиненных закону

$$\partial_j Q_k + \partial_k Q_j = Q_{ij}.$$

Получим систему уравнений вида

$$\partial_i(\partial_j Q_k + \partial_k Q_j) = \left(\partial_i Q_j - \partial_j Q_i\right)\partial_k P.$$

Формы и алгоритмы конструирования неассоциативности

В настоящее время известно несколько алгоритмов конструирования неассоциативности.

Вариант 1. Относительно новым элементом конструирования является алгоритм изменения операции на множестве матриц. Он позволяет легко получать разные неассоциативные алгебры. Мы убедились в этом на основе анализа произведения матриц в форме произведения столбцов на столбцы и т.п. Неассоциативность естественно возникает при применении комбинаторных операций. Аналогичными средствами достигается деформация дистрибутивности.

Вариант 2. Классические алгоритмы конструирования неассоциативности базируются на применении элементов, которые принадлежат алгебре Ли или алгебре Йордана. Соответственно, их элементы таковы (с точностью до множителей): $a\hat{\times}b = ab - ba, a\check{\times}b = ab + ba.$ Проанализируем некоторые свойства совокупности таких элементов.

Согласно произведению, принятому в алгебре Ли, получим систему свойств:

$$
\begin{aligned}
&(a\hat{\times}b)\hat{\times}c = (ab-ba)c - c(ab-ba) = (ab)c - (ba)c - c(ab) + c(ba),\\
&a\hat{\times}(b\hat{\times}c) = a(bc-cb) - (bc-cb)a = a(bc) - a(cb) - (bc)a + (cb)a,\\
&(c\hat{\times}b)\hat{\times}a = (cb-bc)a - a(cb-bc) = (cb)a - (bc)a - a(cb) + a(bc),\\
&c\hat{\times}(b\hat{\times}a) = c(ba-ab) - (ba-ab)c = c(ba) - c(ab) - (ba)c + (ab)c.
\end{aligned}
$$

Если произведения ассоциативны, получим условия

$$
\begin{aligned}
\langle a,b,c\rangle_{as} &= (a\hat{\times}b)\hat{\times}c - a\hat{\times}(b\hat{\times}c) = -(ba)c - c(ab) + a(cb) + (bc)a,\\
\langle b,c,a\rangle_{as} &= (b\hat{\times}c)\hat{\times}a - b\hat{\times}(c\hat{\times}a) = -(cb)a - a(bc) + b(ac) + (ca)b,\\
\langle c,a,b\rangle_{as} &= (c\hat{\times}a)\hat{\times}b - c\hat{\times}(a\hat{\times}b) = -(ac)b - b(ca) + c(ba) + (ab)c,\\
\langle c,b,a\rangle_{as} &= (c\hat{\times}b)\hat{\times}a - c\hat{\times}(b\hat{\times}a) = -(bc)a - a(cb) + c(ab) + (ba)c.
\end{aligned}
$$

Согласно произведению, принятому в алгебре Йордана, получим равенства:

$$
\begin{aligned}
&(a\check{\times}b)\check{\times}c = (ab+ba)c + c(ab+ba) = (ab)c + (ba)c + c(ab) + c(ba),\\
&a\check{\times}(b\check{\times}c) = a(bc+cb) + (bc+cb)a = a(bc) + a(cb) + (bc)a + (cb)a,\\
&(c\check{\times}b)\check{\times}a = (cb+bc)a + a(cb+bc) = (cb)a + (bc)a + a(cb) + a(bc),\\
&c\check{\times}(b\check{\times}a) = c(ba+ab) + (ba+ab)c = c(ba) + c(ab) + (ba)c + (ab)c.
\end{aligned}
$$

Если произведения ассоциативны, получим условия

$$\langle a,b,c\rangle_{as} = (a\check{\times}b)\check{\times}c - a\hat{\times}(b\hat{\times}c) = (ba)c + c(ab) - a(cb) - (bc)a,$$
$$\langle b,c,a\rangle_{as} = (b\check{\times}c)\check{\times}a - b\hat{\times}(c\hat{\times}a) = (cb)a + a(bc) - b(ac) - (ca)b,$$
$$\langle c,a,b\rangle_{as} = (c\check{\times}a)\check{\times}b - c\hat{\times}(a\hat{\times}b) = (ac)b + b(ca) - c(ba) - (ab)c,$$
$$\langle c,b,a\rangle_{as} = (c\check{\times}b)\check{\times}a - c\hat{\times}(b\hat{\times}a) = (bc)a + a(cb) - c(ab) - (ba)c.$$

Общее выражение для ассоциаторов становится более сложным, если произведение неассоциативно.

Для обеих ситуаций, независимо от ассоциативности произведения в паре элементов, выполняется закон

$$\langle a,b,c\rangle_g + \langle c,b,a\rangle_g = 0.$$

Если произведения элементов ассоциативны, ассоциаторы как в алгебре Ли, так и в алгебре Йордана подчинены единому частному закону

$$\langle a,b,c\rangle_a + \langle b,c,a\rangle_a + \langle c,a,b\rangle_a = 0.$$

Если произведения в паре элементов неассоциативны, выполняется общий закон

$$\langle a,b,c\rangle_g + \langle b,c,a\rangle_g + \langle c,a,b\rangle_g + \langle b,a,c\rangle_g + \langle a,c,b\rangle_g + \langle c,b,a\rangle_g = 0.$$

Возможна алгебра, в которой соединены свойства алгебры Ли и алгебры Йордана. Она подчинена произведению вида

$$a * b = \vec{i}\,(ab - ba) + \vec{j}\,(ab + ba) = (\vec{i} + \vec{j})ab + (\vec{i} - \vec{j})ba.$$

Данные алгебры могут непосредственно применяться в физических моделях. Известно, что алгебра Ли нетривиальна на кватернионах. По этой причине *физические теории, представленные на группах* в форме кватернионов, могут быть записаны на элементах алгебры Ли, сконструированной на данных кватернионах. Тогда деформацию этих уравнений (а это и механика, и теория света) можно выполнить элементами алгебры Ли, реализуя возможность неассоциативной деформации. С аналогичной ситуацией мы имеем дело при рассмотрении теорий, базирующихся на группах, представленных антикватернионами. В этом случае нетривиальна алгебра Йордана. Физические модели на кватернионах могут быть записаны в форме уравнений на алгебре Йордана. По этой причине становится возможной новая неассоциативная деформация соответствующих уравнений. Она ориентирована на информационное моделирование.

Вариант 3. Рассмотрим произведение пары элементов «в присутствии третьего элемента». Пусть третьим элементов будет скаляр с условием его действия только на первый элемент произведения. Например, $a\overset{p}{\times}b = pab - ba.$ Тогда получим

$$
\begin{aligned}
(a\overset{p}{\times}b)\overset{p}{\times}c &= p\left(pab-ba\right)c - c\left(pab-ba\right) = p^2\left(ab\right)c - p\left(ba\right)c - pc\left(ab\right) + c\left(ba\right),\\
a\overset{p}{\times}(b\overset{p}{\times}c) &= pa\left(pbc-cb\right)c - \left(pbc-cb\right)a = p^2a\left(bc\right) - pa\left(cb\right) - p\left(bc\right)a + \left(cb\right)a,\\
(c\overset{p}{\times}b)\overset{p}{\times}a &= p\left(pcb-bc\right)a - a\left(pcb-bc\right) = p^2\left(cb\right)a - p\left(bc\right)a - pa\left(cb\right) + a\left(bc\right),\\
c\overset{p}{\times}(b\overset{p}{\times}a) &= pc\left(pba-ab\right) - \left(pba-ab\right)c = p^2c\left(ba\right) - pc\left(ab\right) - p\left(ba\right)c + \left(ab\right)c.
\end{aligned}
$$

В этом варианте расчета

$$
\Delta_{1p} = \left\langle a,b,c\right\rangle_p \neq \left\langle c,b,a\right\rangle_p = \Delta_{2p},
$$
$$
\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \left(p^2-1\right)\left(\left\langle a,b,c\right\rangle_{st} + \left\langle c,b,a\right\rangle_{st}\right).
$$

Для ассоциативных множеств эта величина равна нулю. Она отлична от нуля для неассоциативных множеств. Следовательно, ассоциаторы в неассоциативном множестве обладают *свойством «слежения» за действиями «третьего лица»*. В данном случае такое «слежение» задается одним параметром. Ситуация усложняется, если параметр задается матрицей или элементом некоторой алгебры. Он может иметь разные свойства по умножению при действии на себя или на элементы другого множества.

Заметим, что *неассоциативность согласована с структурой произведения*. Можно сказать, что формы неассоциативности есть проявления форм произведения. Поскольку произведениям физики ставят в соответствие взаимодействия, мы такими математическими средствами анализируем взаимодействия. Более того, складывается впечатление, что неассоциативность «властвует», прежде всего, в алгоритмах передачи, анализа и приема информации. По этой причине, приняв во внимание трансфинитность информации, мы ожидаем трансфинитности форм и проявлений неассоциативности. На этой стадии анализа понятно, что желательно выполнить классификацию неассоциативностей. Она позволит классифицировать взаимодействия, базирующиеся на обмене информацией. С геометрической точки зрения это могут быть формы неевклидовости геометрий. Они могут и должны проявляться на метрической и «связевой» структуре многообразий. С алгебраической точки зрения мы будем иметь дело с разными алгебрами. Для их классификации используются варианты анализа «корневых диаграмм». Скорее всего, этих алгоритмов недостаточно для полного и глубокого анализа. Аналогичные проблемы появляются и в топологии. Поэтому актуальна задача анализа алгебр, геометрий, топологий неассоциативных многообразий. Более того, понимание этой совокупности вопросов предполагает их применение на практике. По этой причине следует рассматривать вопросы управления неассоциативностями. С физической точки зрения речь будет идти об управлении взаимодействиями. Такое управление, так или иначе, ассоциировано с алгоритмами и формами деформации многообразий. В частности, речь может идти о деформации неассоциативности.

Анализ, проведенный ранее, показал, что обобщенные условия равновесия зависят от количества объектов, участвующих в конструкции равновесной системы. Принимая софистатность физики и математики, мы вправе ожидать, что могут быть разными законы операций на разном количестве объектов. С математической точки зрения это обстоятельство, в простом случае, выражается алгоритмом изменения законов произведения. Покажем, что с изменениями законов взаимодействия в тройке объектов ассоциировано изменение законов неассоциативности.

Вариант 4. Рассмотрим простую модель построения «инвариантных» ассоциаторов на основе изменения закона произведения в тройке элементов.

Левая инвариантность ассоциаторов может быть реализована на алгоритме изменения закона взаимодействия объектов, согласованном с управлением.

Этот вариант в математической форме означает построение закона произведения (алгебраического типа), зависящего от расположения скобок. Рассмотрим такую возможность.

Пусть, например,

$$\begin{gathered}
(a*b)*c \Rightarrow (ab+ba)c - b(ac),\\
a*(b*c) \Rightarrow a(bc+cb) + b(ca),\\
(b*a)*c \Rightarrow (ba+ab)c - a(bc),\\
b*(a*c) \Rightarrow b(ac+ca) + a(cb).
\end{gathered}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{gathered}
\langle a,b,c\rangle^* = (a*b)*c - a*(b*c) = (ab+ba)c - a(bc+cb) - b(ac+ca) = \langle b,a,c\rangle^*,\\
\langle a,b,c\rangle^* = \langle b,a,c\rangle^*.
\end{gathered}$$

Мы приходим к модели ассоциатора, инвариантного слева. «Симметричная» часть произведения дополнена «несимметричной» частью с произведением среднего элемента слева.

Правая инвариантность ассоциаторов также может быть реализована на алгоритме изменения закона взаимодействия объектов, согласованном с управлением. Этот вариант в математической форме означает построение закона произведения (алгебраического типа), иначе зависящего от расположения скобок.

Рассмотрим такую возможность. Пусть, например,

$$(a\hat{*}b)\hat{*}c \Rightarrow (ab+ba)c+(ac)b, a\hat{*}(b\hat{*}c) \Rightarrow (ac+ca)b+(ab)c,$$
$$(a\hat{*}c)\hat{*}b \Rightarrow (ac+ca)b+(ab)c, a\hat{*}(c\hat{*}b) \Rightarrow (ab+ba)c+(ac)b.$$

Отсюда следует, что

$$\langle a,b,c\rangle^{\hat{*}} = (a\hat{*}b)\hat{*}c - a\hat{*}(b\hat{*}c) = -(a\hat{*}c)\hat{*}b + a\hat{*}(c\hat{*}b) = -\langle a,c,b\rangle^{\hat{*}},$$
$$\langle a,b,c\rangle^{\hat{*}} = -\langle a,c,b\rangle^{\hat{*}}.$$

Мы приходим к модели ассоциатора, инвариантного справа. «Симметричная» часть произведения дополнена, как и ранее, «несимметричной» частью.

Возможно обобщение, в котором симметричная и несимметричная части представлены в виде канонических многочленов:

$$(a\hat{*}b)\hat{*}c \Rightarrow ((ab)c+(ba)c)^p + ((ac)b)^q,$$
$$a\hat{*}(b\hat{*}c) \Rightarrow ((ac)b+(ca)b)^r + ((ab)c)^s,$$
$$(a\hat{*}c)\hat{*}b \Rightarrow ((ac)b+(ca)b)^r + ((ab)c)^s,$$
$$a\hat{*}(c\hat{*}b) \Rightarrow ((ab)c+(ba)c)^p + ((ac)b)^q.$$

В этом случае выполняется закон, аналогичный предыдущему в виде

$$\langle a,b,c\rangle^{\hat{*}} = -\langle a,c,b\rangle^{\hat{*}}.$$

Следовательно, закон может «скрывать» конкретику отношений между элементами.

Деформация операций обеспечивает конструирование «граней» в произведении пары элементов. Результат будет зависеть от того, на каком месте находится единичный элемент, проявляющий себя в паре с исходными элементами. Произведение элементов в общем случае не задается одним значением, а образует систему из 6 значений. В частности, некоторые значения могут совпадать. Запишем эти «странности» произведений в паре элементов, обусловленные структурой рассматриваемого произведения в тройке элементов, таблицей 12.

Таблица 12. Свойства $(*),(\hat{*})$.произведений пары элементов.

$(ab)c$	$*$	$\hat{*}$
$a=1$	bc	$3bc+(cb-bc)$
$b=1$	ac	$3ac$
$c=1$	ab	$3ab$

,

$a(bc)$	$*$	$\hat{*}$
$a=1$	$3bc+(cb-bc)$	$bc-(cb-bc)$
$b=1$	$3ac+(ca-ac)$	$ac-(ca-ac)$
$c=1$	$3ab$	ab

.

Из таблицы следует гипотеза, что систему неассоциативностей можно характеризовать на основе «спектра произведений» для пары элементов. «Спектр произведений» различен для коммутативных и некоммутативных ситуаций. Он зависит также от типа операции произведения. Отдельная операция задает «срез» из совокупности всех возможных ситуаций (состояний). «Операционные сечения» многообразия на уровне произведения пар элементов могут быть элементами для построения геометрий, алгебр, топологий неассоциативных многообразий.

Вариант 5. Рассмотрим другой алгоритм произведения в тройке элементов.

Пусть «скобка» произведения переносится на свободный элемент и «превращает» произведение в скобке в сумму. Кроме этого, после переноса может поменяться алгоритм произведения. Тогда получим равенства

$$
\begin{gathered}
(a \circ b) \circ c \Rightarrow a * (b + c) = a * b + a * c, \\
a \circ (b \circ c) \Rightarrow (a + b) * c = a * c + b * c, \\
\langle a, b, c \rangle^{\circ} = (a \circ b) \circ c - a \circ (b \circ c) = a * b - b * c, \\
\langle b, c, a \rangle^{\circ} = b * c - c * a, \langle c, a, b \rangle^{\circ} = c * a - a * b, \\
\langle a, b, c \rangle^{\circ} + \langle b, c, a \rangle^{\circ} + \langle c, a, b \rangle^{\circ} = 0.
\end{gathered}
$$

Мы выполнили $Q-$ деформацию операций. Она обеспечила наличие «циклического» закона для ассоциаторов, полученных после трансформации.

У данной деформации есть дополнительные «степени свободы». Они проявляют себя, прежде всего, системой мультипликативных множителей. Они формируют дополнительный «спектр состояний» для тройки элементов. Однако он подчинен полученному ранее циклическому закону для системы ассоциаторов. Так, рассмотрим модель вида

$$
\begin{gathered}
(a \circ b) \circ c \Rightarrow a ** (b + c) = p(a, b, c)(a * b + a * c), \\
a \circ (b \circ c) \Rightarrow (a + b) ** c = p(a, b, c)(a * c + b * c), \\
\langle a, b, c \rangle^{\circ *} = (a \circ b) \circ c - a \circ (b \circ c) = p(a, b, c)(a * b - b * c), \\
\langle b, c, a \rangle^{\circ *} = p(a, b, c)(b * c - c * a), \langle c, a, b \rangle^{\circ *} = p(a, b, c)(c * a - a * b), \\
\langle a, b, c \rangle^{\circ *} + \langle b, c, a \rangle^{\circ *} + \langle c, a, b \rangle^{\circ *} = 0.
\end{gathered}
$$

Функция $p(a,b,c)$ может быть разной и зависеть от 1,2,3 элементов. Аналогично можно рассмотреть модель с произведением справа. Следовательно, закон для ассоциаторов может характеризовать класс множеств с данным свойством. Различие свойств произведения не исключает возможность существования единого закона для рассматриваемой системы элементов. Однако данная модель обеспечивает реализацию разных спектров для пар элементов. Эти «спектры пар» конкретизируют свойства рассматриваемого произведения. Циклический закон скрывает эти свойства.

Деформация операций выступила в роли *фактора управления* свойствами множества. С физической точки зрения ***операционный анализ*** *предполагает наличие у одних и тех же объектов* ***системы свойств***.

Выразим свойства произведений пар элементов, индуцированных ассоциаторами, а также сами ассоциаторы числами, задавая соответствующим функциям значения $a=b=c=1$.

Представим данные таблицей 13.

Таблица 13. Числовое представление пар элементов и ассоциаторов

	$(ab)c$	$(ab)c$	$(ab)c$	$a(bc)$	$a(bc)$	$a(bc)$	$\langle a,b,c\rangle$
	$a=1$	$b=1$	$c=1$	$a=1$	$b=1$	$c=1$	–
Ли	0	0	0	0	0	0	0
Йордан	4	4	4	4	4	4	0
$R-$*инвар.*	3	3	3	1	1	1	2
$L-$*инвар.*	1	1	1	3	3	3	–2
$Q-$*инвар.*	2	2	2	2	2	2	0

С аналогичной ситуацией мы имеем дело при анализе других произведений. Они заданы с точностью до умножения слева или справа, а иногда и слева, и справа на функции, которые могут зависеть от анализируемых элементов. Однако эти функции могут быть независимы от них и задаваться через дополнительные элементы. На этой основе возможно задание динамических уравнений для мультипликативных функций, управляющих спектром произведений в паре элементов. При зависимости их от координат и времени, мы «приходим» к динамическим произведениям. Становится возможной динамика операций. Она не проявляет себя в циклическом законе. Однако она задает динамику произведений в паре. Чаще всего экспериментальные данные получаются при взаимодействии объекта и измерительного устройства. Поэтому динамика «спектра произведений пары элементов» может стать дополнительным математическим средством исследования физического процесса измерения.

Деформации проявляют себя по-разному, потому что они различны, равно как и условия их проявления и обнаружения. Фактически речь идет о совокупности потенциальных возможностей совокупности объектов, скрытых при применении к ним только одной системы операций. Принимая такую точку зрения, мы получаем алгоритм классификации объектов по наличию у них системы операций, проявляющейся при определенных условиях существования. Другими словами, появляются основания «приписывать» объектам совокупность скрытых свойств, которые могут быть проанализированы математически и могут быть проявлены в эксперименте при условиях, которые отличаются от обычных условий практики. Естественно возникает *проблема построения полной системы условий существования*, которые может иметь совокупность объектов. Она ассоциирована с анализом полной системы условий существования.

При таком подходе объект следует описывать совокупностью геометрий, алгебр, топологий. Кроме этого, важно принять во внимание согласованность или противоречивость объединения разных объектов в одну систему. От такого объединения конструкция может улучшаться, а может и ухудшаться. Есть некий *оптимум конструирования и действий*, который нужно знать для практики.

Деформации операций могут быть согласованы между собой по системе их ассоциаторов. Проиллюстрируем эту возможность. Обозначим ассоциаторы, инвариантные относительно левой перестановки элементов буквами α,β,γ:

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \langle a,b,c\rangle^{*} = (ab+ba)c - a(bc+cb) - b(ac+ca),\\
\beta &= \langle b,c,a\rangle^{*} = (bc+cb)a - b(ac+ca) - c(ab+ba),\\
\gamma &= \langle c,a,b\rangle^{*} = (ac+ca)b - c(ab+ba) - a(bc+cb).
\end{aligned}
$$

Обозначим ассоциаторы, инвариантные относительно правой перестановки пары элементов буквами A,B,C:

$$
\begin{aligned}
A &= \langle a,b,c\rangle^{\hat{*}} = (ab+ba)c + (ac+ca)b - a(bc+cb),\\
B &= \langle b,c,a\rangle^{\hat{*}} = (bc+cb)a + (ab+ba)c - b(ac+ca),\\
C &= \langle c,a,b\rangle^{\hat{*}} = (ac+ca)b + (bc+cb)a - c(ab+ba).
\end{aligned}
$$

В соответствии со структурой ассоциаторов получим их связи между собой:

$$\alpha-\gamma = B-C, \gamma-\beta = A-B, \beta-\alpha = C-A.$$

Рассмотрим другую возможность. Сравним между собой три системы ассоциаторов. Первая пара систем указана выше в форме ассоциаторов, соответсвующих левой и правой инвариантности по перестановке пары элементов. Третью систему ассоциаторов сконструируем на основе введенного ранее $Q-$произведения. Согласно ему

$$
\begin{gathered}
\langle \xi, p, p\rangle_Q = \xi p - pp, \langle p, p, \xi\rangle_Q = pp - p\xi,\\
\langle \xi, p, p\rangle_Q - \langle p, p, \xi\rangle_Q = \xi p + p\xi.
\end{gathered}
$$

Тогда получим связи

$$
\begin{aligned}
\alpha - A &= \langle (ac+ca), b, b\rangle_Q - \langle b, b, (ac+ca)\rangle,\\
\beta - B &= \langle (ab+ba), c, c\rangle_Q - \langle c, c, (ab+ba)\rangle,\\
\gamma - C &= \langle (bc+cb), a, a\rangle_Q - \langle a, a, (bc+cb)\rangle.
\end{aligned}
$$

Их невозможно было выразить на основе исходных ассоциаторов и операций, принятых для них. Новые ассоциаторы имеют свойства указанных разностей.

Следовательно, мы убедились в том, что ассоциаторы имеют не только «внутренние» свойства, индуцированные структурой элементов множества и системой операций для них. Ассоциаторы могут иметь *«внешние» свойства*, посредством которых они согласуются с другими ассоциаторами.

Для приложений в физических теориях нам необходимо найти место для ассоциаторов в них, а также разобраться в их свойствах, важных для практики. В настоящее время ни первый, ни второй аспект этих проблем в указанной постановке не имеет реализации. Принимая зависимость элементов ассоциаторов от координат и времени, мы вправе рассматривать динамические уравнения на системе ассоциаторов. Эта грань исследования и описания явлений может найти применение в любых моделях явлений.

Совокупность неассоциативных операций превосходит «мощность» ассоциативных операций. Их значительно проще сконструировать, чем найти новые ассоциативные операции.

По этой причине они, с практической точки зрения, чаще реализуются при процессах информационного взаимодействия. Однако это обстоятельство далеко не всегда понятно и доступно для анализа. С другой стороны, неассоциативные операции позволяют учесть «тонкости» изделий и их свойств, потому что сами по себе они «тонкие» по структуре и свойствам.

Понятно, что для владения этими «тонкостями», для их теоретической и экспериментальной верификации требуются «тонкие» алгоритмы и средства. Таковы могут быть грани визуального или акустического взаимодействия. Однако в значительно большей мере данное замечание относится к тонкостям усвоения информации, её сохранению, реакции на информацию.

Неассоциативность следует рассматривать как «сестру» нелинейности. Они естественно дополняют друг друга.

На первый план в анализе неассоциативности выдвинулась проблема построения фундаментальной системы операций, на основе которой можно сконструировать любую неассоциативную модель. Этот элемент анализа важен до построения полной системы деформаций для изделий и их свойств. Естественна *гипотеза*, что классификация системы деформаций может быть успешной только после классификации системы фундаментальных операций.

Неассоциативные матричные и комбинаторные операции могут применяться во всех тех моделях неассоциативности, которые рассматривались нами, так как они базируются на произведении элементов. Если такими элементами являются матрицы, к ним мы вправе применять всю возможную систему операций.

По этой причине с общих позиций обнаруживается *двойная неассоциативность*: неассоциативность некоторой алгебры дополняется неассоциативностью произведения элементов этой алгебры.

К единству законов для ассоциативных и неассоциативных алгебр

Анализ группы заполнения физических моделей показал, что её групповая алгебра базируется на объединении в единую систему коммутаторов (алгебры Ли), антикоммутаторов (алгебра Йордана), а также ассоциаторов:

$$(a,b,c)=(ab)c-a(bc), \langle a,b,c\rangle = a(bc)-(ab)c=-(a,b,c),$$

$$\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x,y],z\}+2(x,y,z)+2(z,y,x)=0.$$

Преобразуем данное выражение к более простому виду, так как

$$\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]=2(x(yz)-(zy)x)=2|x,y,z|,$$
$$[\{x,y\},z]+\{[x,y],z\}=2(z(yx)-(xy)z)=2|z,y,x|.$$

Назовем введенные величины $|x,y,z|=x(yz)-(zy)x$ термином «зеркало». Тогда универсальный алгебраический закон получает новый вид

$$|x,y,z|+|z,y,x|+(x,y,z)+(z,y,x)=0.$$

Рассмотрим разность от величины, названной «зеркалом» и величины обратного ассоциатора. Получим новую величину. Назовем её *компенсатором*. Она имеет вид

$$\|x,y,z\|=|x,y,z|-\langle x,y,z\rangle=(xy)z-(zy)x.$$

Двойные скобки применены для формального обозначения пары двух разных операций, соединенных между собой для формирования новой величины, характеризующей алгебраическое многообразие. В данном случае $\|z,y,x\|=(zy)x-(xy)z$. Отсюда следует универсальный закон для произвольного алгебраического многообразия

$$\|x,y,z\|+\|z,y,x\|=0.$$

Рассмотрим на данной совокупности величин круговой цикл с положительной ориентацией (по схеме расположении элементов в вершинах треугольника). Их сумму обозначим символом $(x,y,z)_2^+$. В данном цикле первыми элементами являются произведения пары элементов. Рассмотрим аналогично круговой цикл с отрицательной ориентацией. Их сумму обозначим символом $(x,y,z)_2^-$. Этот цикл можно назвать «зеркальным», так как в схеме стандартного расположения один элемент остаётся на месте, а два других меняются местами.

Суммы трёх элементов положительного кругового цикла и суммы трёх элементов отрицательного цикла соответственно таковы:

$$\|x,y,z\|_2^+ \Rightarrow (\|x,y,z\| = (zy)x - (xy)z) + (\|y,z,x\| = (xz)y - (yz)x) + (\|z,x,y\| = (yx)z - (zx)y),$$
$$\|x,y,z\|_2^- \Rightarrow (\|z,y,x\| = (xy)z - (zy)x) + (\|x,z,y\| = (yz)x - (xz)y) + (\|y,x,z\| = (zx)y - (yx)z).$$

Каждый цикл не равен нулю. Однако их величины противоположны по знаку. По этой причине общая их сумма тождественно равна нулю:

$$\|x,y,z\|^{(2)} = \|x,y,z\|_2^- + \|x,y,z\|_2^+ = 0.$$

Такому закону подчинены многообразия с произвольной операцией умножения для элементов. Он имеет место для ассоциативных и неассоциативных множеств. Закон тождества имеет место для пары циклов на *компенсаторах*.

Этот закон не единственный. Рассмотрим новую формулу для компенсаторов, в которой произведения пары элементов расположены на втором месте. Получим суммы

$$\|x,y,z\|_1^+ = (x(yz) - z(yx)) + (y(zx) - x(zy)) + (z(xy) - y(xz)),$$
$$\|x,y,z\|_1^- = (z(yx) - x(yz)) + (x(zy) - y(zx)) + (y(xz) - z(xy)).$$

Для них выполняется закон

$$\|x,y,z\|^{(1)} = \|x,y,z\|_1^- + \|x,y,z\|_1^+ = 0.$$

Наличие системы законов позволяет проводить их объединение. В частности, возможным становится их «весовое суммирование». Функции, применяемые для этого, могут быть разными.

В силу данного обстоятельства будет, например, выполняться обобщенный закон:

$$\|x,y,z\|^{Q(\alpha,\beta,\gamma)} = f_{(1)}(\alpha,\beta,\gamma)\|x,y,z\|^{(1)} + f_{(2)}(\alpha,\beta,\gamma)\|x,y,z\|^{(2)}.$$

Функции

$$f_{(1)}(\alpha,\beta,\gamma),\ f_{(2)}(\alpha,\beta,\gamma)$$

могут быть достаточно очень сложными и зависимыми от разных величин, которые согласованы с анализируемыми алгебрами прямо или косвенно. Так конструируется *спектр единых законов* для любой алгебры. «Весовые» функции можно подчинить динамическим уравнениям. Тогда модель явлений дополняется динамикой единых законов для алгебр.

Понятно, что с ней может по-разному согласовываться *динамика структур и активностей физических объектов.*

Укажем ассоциативную связь универсальных алгебраических законов для трех элементов алгебры с группой перестановок элементов, расположенных на вершинах правильного треугольника. Для математической иллюстрации этой связи применим определенный алгоритм. Так, например, зададим элемент x единичным элементом в первой строке и расположим его на главной диагонали матрицы размерности 3×3. Аналогично элементу y поставим в соответствие единичный элемент во второй строке, а элементу z в третьей строке. Каждому «расположению» элементов ξ,η,ς сопоставим матрицу размерности 3×3. Получим соответствия вида

$$x,y,z\to\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},y,z,x\to\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},z.x.y\to\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$x,z,y\to\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},z,y,x\to\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},y,x,z\to\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Следовательно, компенсационные свойства единых законов для алгебр могут быть ассоциированы с группой перестановок элементов алгебры.

При анализе алгебр естественно рассмотреть все возможности конструирования их структур и активностей. Для этого желательно проанализировать элементы, из которых моделируются алгебры.

Если алгебра конструируется на паре элементов, мы имеем два классических варианта моделирования алгебраического произведения. Они задаются выражениями

$$a\overset{-}{*}b=ab-ba,a\overset{+}{*}b=ab+ba.$$

В таком виде анализируются на базисах алгебр алгебры Грассмана и Клиффорда, на элементах алгебры такие произведения применены в алгебрах Ли и Йордана. Эти модели нашли широкое применение в физической теории.

Если алгебра конструируется на тройке элементов, имеется много возможностей. Исторически первые сочетания тройки элементов применены в алгебре в форме ассоциаторов. Заметим, что ассоциаторы, равно как и другие фундаментальные элементы пространства алгебры, задаются с точностью до множителей. В этом подходе рассмотрение ограничивается простейшими ситуациями.

Дополнительные множители, а также многочлены, образованные на основе фундаментальных базовых элементов алгебры, не учитываются на начальной стадии анализа. В общем случае это необходимо делать, конструируя новые структуры и свойства у алгебры.

Учитывая не только разность произведений в тройке элементов, но и их сумму, получим *фундаментальные элементы пространства ассоциаторов*. Они таковы:

$$(a,b,c)_1^- = a(bc)-(ab)c, (a,b,c)_1^+ = a(bc)+(ab)c,$$
$$(a,b,c)_2^- = (ab)c - a(bc), (a,b,c)_2^+ = (ab)c + a(bc).$$

Фундаментальные элементы пространства ассоциаторов подчинены законам:

$$(a,b,c)_1^- + (a,b,c)_2^- = 0, (a,b,c)_1^+ - (a,b,c)_2^+ = 0,$$
$$(a,b,c)_1^\pm \mp (a,b,c)_2^\pm \neq 0, (a,b,c)_i^\pm \mp (a,b,c)_i^\pm \neq 0, i = 1,2\ .$$

Сумма таких элементов, полученных при циклической перестановке исходных элементов, не равна нулю.

Иначе устроено пространство фундаментальных зеркальных элементов. Двукратно увеличено, по сравнению с ассоциаторами, количество базовых элементов:

$$|a,b,c|_1^\pm = a(bc) \pm (cb)a, |a,b,c|_2^\pm = (ab)c \pm c(ba),$$
$$|c,b,a|_1^\pm = c(ba) \pm (ab)c, |c,b,a|_2^\pm = (cb)a \pm a(bc).$$

В пространстве фундаментальных зеркальных элементов выполняется закон

$$|a,b,c|_1^\pm \mp |c,b,a|_2^\pm = 0.$$

Циклические равенства не выполняются на пространстве фундаментальных зеркальных элементов.

Есть еще пространство фундаментальных элементов, названных компенсаторами или пространство фундаментальных компенсаторов. Его размерность тождественна размерности зеркальных элементов.

Его элементы таковы:

$$\|a,b,c\|_1^\pm = a(bc) \pm c(ba), \|a,b,c\|_2^\pm = (ab)c \pm (cb)a,$$
$$\|c,b,a\|_1^\pm = c(ba) \pm a(bc), \|c,b,a\|_2^\pm = (cb)a \pm (ab)c.$$

В пространстве фундаментальных компенсаторов выполняются законы:

$$\|a,b,c\|_i^\pm \mp \|c,b,a\|_i^\pm = 0, i = 1,2.$$

В пространстве фундаментальных компенсаторов, что в частном случае показано выше, выполняются и циклические равенства. Следовательно, алгебра базируется на совокупности элементов с разными фундаментальными свойствами. *Пространство фундаментальных компенсаторов, согласно проведенному анализу, имеет самые «богатые» свойства.* Размерность пространства базовых элементов алгебры, сконструированных из тройки исходных элементов, равна 20. Дополнительно необходимо учитывать двойную цикличность исходных элементов. Мы имеем, вообще говоря, дело с тремя наборами из трёх элементов:

$$|a,b,c|,|b,c,a|,|c,a,b|.$$

По этой причине пространство фундаментальных элементов алгебры, индуцированное тройкой исходных элементов, имеет размерность, равную 60.

Алгебры имеют различные индивидуальные свойства в зависимости от того, в каком подпространстве базовых элементов и на основе какого алгоритма реализована их структура. Например, произведение трех элементов алгебры с ассоциаторами, инвариантными справа, есть вариант вырожденной деформации, образованной тремя фундаментальными элементами. Действительно, если $p=q=r=0$, получим

$$\left|(ab)c \pm pc(ab)+(ba)c \pm q(ca)b+(ac)b \pm ra(cb)\right|_{p=q=r=0} \Rightarrow (ab+ba)c+(ac)b=\left(a\,\hat{*}\,b\right)\hat{*}\,c,...$$

Аналогично могут быть заданы другие алгебры. В рассматриваемых вариантах моделирования произведения трех элементов заданы в форме векторов линейного 60- мерного пространства базовых элементов алгебры. Такие алгебры, понятно, хотя они достаточно сложны, относятся к типу линейных алгебр. В реальных ситуациях естественно рассматривать многочлены, образованные из фундаментальных элементов алгебраического пространства. Они могут зависеть от расположения скобок в тройке исходных элементов, задавая свойства алгебр, дополнительные свойствам фундаментальных алгебр. Такой пример рассмотрен нами ранее в форме

$$a\,\hat{*}\left(b\,\hat{*}\,c\right) \Rightarrow a(bc+cb)-(ca)b.$$

Он может рассматриваться как вариант вырожденной деформации, которая аналогична случаю, указанному выше.

Во всех случаях конструирования операций на тройках элементов мы имеем дело с многочленами, образованными из *фундаментальных троек элементов*:

$$\begin{pmatrix} a(bc) & a(cb) \\ (bc)a & (cb)a \end{pmatrix},\begin{pmatrix} b(ca) & b(ac) \\ (ca)b & (ac)b \end{pmatrix},\begin{pmatrix} c(ab) & c(ba) \\ (ab)c & (ba)c \end{pmatrix}.$$

Следовательно, мы конструируем и анализируем изделия 12-мерного фундаментального пространства. Его элементы в общем случае произвольны. В частности, это могут быть элементы некоторой алгебры.

По этой причине математические конструкции, которые содержат эти элементы, будут конструкциями над алгебрами. Их можно назвать алгебраическими конструкциями. Их свойства могут измениться, если в них есть тождественные элементы.

Возможна также разная деформация фундаментальных элементов и изделий, сконструированных из них. В простом случае деформация реализуется на системе скаляров, которые могут иметь динамику. В более сложных случаях деформация реализуется на системе матриц и системе операций, которые дополняют операции в алгебре. Заметим, что в большинстве случае в математике и физике применяются изделия в форме объектов, линейных по структуре фундаментальных объектов. Таковы, в частности, коммутаторы и антикоммутаторы. Таковы операции, которые простыми средствами обеспечивают левую или правую инвариантность фундаментальных конструкций: ассоциаторов, зеркальных объектов, компенсаторов. Мы вправе рассматривать алгебры над алгебрами. При этом могут применяться качественно новые операции. Одну из таких операций в форме логической трехгранной операции, мы рассмотрим ниже.

Нелинейными 3-алгебрами естественно называть алгебры, произведения трех исходных элементов в которых, зависящие в общем случае от расположения скобок, нелинейно зависят от фундаментальных элементов алгебры или от исходных фундаментальных элементов 3-алгебры.

Естественно ожидать, что *классификация конструкций над алгебрами* может быть реализована по совокупности свойств, которые имеют на операции, принятой в алгебре, фундаментальные элементы алгебры: ассоциаторы, зеркала, компенсаторы. Они могут подчиняться разным законам, равно как и всевозможные функции на этих элементах. Циклический закон является примером такой функции: это есть цикл в расположении фундаментальных элементов алгебры. Компенсаторы подчиняются этому закону потому, что равны компенсаторы, у которых центральный элемент одинаков, а первый и третий поменялись местами.

Наличие системы фундаментальных троек элементов индуцирует задачу анализа их свойств в соответствии с алгоритмами, применяемыми для других многообразий. Многообразие фундаментальных троек элементов имеет геометрические, алгебраические, топологические свойства. Их структура неразрывно связана с физикой исследуемых на практике реальных изделий и их свойств.

Модель фундаментальных изделий инициирует *три вида многообразий с логической операцией,* действующей на фундаментальных тройках элементов. Данное название учитывает новое обстоятельство: операция на множестве имеет логическое обоснование в форме алгоритма, ассоциированного с выбором свойств того или другого фундаментального изделия.

Поскольку конструируется многообразие с одной логической операцией без дополнительных ограничений, мы имеем дело с логическим группоидом.

Сконструируем *логический группоид* на ассоциаторах. Дополним рассматриваемые 12 элементов элементом, образованным произведением трех нулей, который будем обозначать нулём. Определим первую грань логической операции. Введём обратные элементы для множества тройных элементов, следуя конструкции ассоциаторов. Тогда

$$a(bc)\overset{A}{-}(ab)c=0,$$
$$(ab)c=a(bc).$$

Следуя данному определению все элементы логического группоида имеют обратные элементы. Указанное выше равенство основано на оценке количества совпадающих элементов при накладывании одного выражения на второе. В данном случае оно задается числом 3. Другими словами, нет отличия элементов. По этой причине с ситуацией сравнения формально ассоциирован ноль.

Предложим вторую «грань» логической операции: при полном несовпадении наложенных друг на друга фундаментальных элементов зададим их разность (*логическую сумму*) первым слагаемым. Тогда, например, имеют место равенства

$$a(bc)\overset{A}{-}0=a(bc),0\overset{A}{-}a(bc)=0,$$
$$c(ba)\overset{A}{-}a(cb)=c(ba),a(cb)\overset{A}{-}c(ba)=a(cb),...$$

Дополним указанные выше «грани» логической операции ещё одним звеном: правилом «логического суммирования» в случае, когда при наложении элементов есть совпадение только в одном звене. В этом случае зададим «логическую сумму» фундаментальным элементом в два этапа. На первое место поставим элемент, по которому есть совпадение. Умножим его на произведение пары элементов в том порядке, в котором они расположены во втором фундаментальном элементе исследуемого произведения. Так, например, получим

$$(bc)a\overset{A}{-}(cb)a=a(cb),(cb)a\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),...$$

Отсюда следует, что логическое суммирование *не коммутативно*.

Логическое суммирование *не дистрибутивно*. Например, получим

$$\left((bc)a\overset{A}{-}(cb)a\right)\overset{A}{-}a(bc)=a(cb)\overset{A}{-}a(bc)=a(bc),$$
$$(bc)a\overset{A}{-}\left((cb)a-a\overset{A}{(}bc)\right)=(bc)a\overset{A}{-}b(ac)=b(ac),$$
$$\left((bc)a\overset{A}{-}(cb)a\right)\overset{A}{-}a(bc)\neq(bc)a\overset{A}{-}\left((cb)a-a\overset{A}{(}bc)\right).$$

Логическое суммирование *неоднозначно*. Действительно, одинаковый результат может быть получен при логическом суммировании разных элементов:

$$(cb)a\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),(ab)c\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),c(ba)\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),b(ca)\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),\ldots$$

Следовательно, мы сконструировали *некоммутативный, неассоциативный группоид с делением и обратными элементами.*

Логическая операция, действующая на множестве, имеет три грани. Если элементы группоида есть элементы алгебры, мы исследуем *алгебраический группоид*.

Аналогично может быть сконструирована новая пара многообразий на логических операциях. Она ассоциирована с зеркальными элементами и компенсаторами.

Для этого достаточно изменить одно звено: определить обратные элементы в соответствии со свойствами зеркальных фундаментальных элементов или компенсаторов.

Для данной пары фундаментальных объектов каждый элемент согласован с обратным элементом. На компенсаторах для их соответствия получим условия

$$a(bc)\overset{K}{-}c(ba)=0,\ a(bc)=c(ba).$$

На зеркальных элементах, действуя аналогично, получим условия

$$a(bc)\overset{M}{-}(cb)a=0,\ a(bc)=(cb)a.$$

У одного элемента в данной тройке многообразий есть, в общем случае, три обратных элемента:

$$a(bc)\Rightarrow\begin{cases}(cb)a\to M,\\(ab)c\to A,\\c(ba)\to K.\end{cases}$$

Эти элементы могут совпадать друг с другом или отличаться с точностью до множителя. Такой вариант обеспечивает фактическое тождество трех рассматриваемых многообразий. Возьмём, например, три элемента

$$a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

На стандартной матричной операции получим условие

$$a(bc)=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=(cb)a=(ab)c=c(ba).$$

Однако при изменении операции произведения ситуация может поменяться. Рассмотрим для указанных матриц стандартное комбинаторное произведение. Получим

$$a(bc)=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\end{pmatrix},(cb)a=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},(ab)c=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},c(ba)=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&1&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Три обратных элемента (в зеркальном, ассоциативном, компенсационном смыслах) могут применяться для классификации произведения элементов. Если операция ассоциативна, элементы, обратные в зеркальном и компенсационном многообразиях одинаковы. Если многообразие неассоциативно, возможен вариант различия трёх обратных элементов. В данном случае мы имеем дело с неассоциативным многообразием, в котором различны зеркальные и компенсационные обратные элементы. Классификация подчинена таблице 13.

Таблица 13. Классификация системы «обратных» элементов

$a(bc)\Leftrightarrow$	$\overset{m}{\times}$	$\overset{\alpha}{\times}$	$\overset{\beta}{\times}$	$\overset{\gamma}{\times}$	$\overset{\delta}{\times}$	$\overset{\varepsilon}{\times}$	$\overset{\kappa}{\times}$	$\overset{k}{\times}$
$(cb)a\to$	1	1	1	1	–1	–1	–1	–1
$(ab)c\to$	1	–1	1	–1	1	–1	1	–1
$c(ba)\to$	1	1	–1	–1	–1	1	1	–1

Ситуации представлены каноническими реперами трёхмерного пространства. Число единица свидетельствует о совпадении данного «обратного» элемента с исходным элементом, заданным выражением $a(bc)$. Число минус единица свидетельствует о несовпадении с ним. 8 реперов на основе простого алгоритма отображают все варианты соответствия исходного тройного произведения с системой «обратных» элементов. В таблице представлены результаты матричного произведения в форме трех единиц с плюсами, а также результаты стандартного комбинаторного произведения в форме трех единиц с минусами. Расположение 8 точек в трехмерном пространстве образует фигуру в форме куба, вершины которого симметричны относительно начала координат.

До настоящего времени в теории применялся только один вариант, когда совокупность обратных элементов, роль которых выполняли матрицы, была «вырождена»: все значения были равны ассоциатору.

Три предложенных группоида отличаются только структурой обратных элементов. Их логические суммы дают одинаковые результаты. По этой причине справедливо условие

$$\left(\alpha \overset{\xi}{-} \beta\right) \overset{a}{-} p \equiv \left(\alpha \overset{a}{-} q\right) \overset{\eta}{\times} \left(\beta \overset{a}{-} r\right) \Big| p = q = r = 0 \Rightarrow c\left(\alpha \overset{\xi}{-} \beta\right) \overset{a}{-} 0 \equiv \left(\alpha \overset{a}{-} 0\right) \overset{\eta}{\times} \left(\beta \overset{a}{-} 0\right).$$

Оно указывает на тривиальную (основанную на «единице» группоида) левую изотопность (аналог изоморфизма для групп) сконструированных группоидов.

В данных многообразиях учитываются отношения элементов друг к другу. Они имеют две грани. Во-первых, построение обратных элементов базируется на свойствах фундаментальных элементов. Во-вторых, оценивается совпадение или несовпадение структурных составляющих элементов тройных произведений.

Дополнительно учитывается порядок расположения элементов в произведениях и в итоговых результатах. Так задается *косвенная упорядоченность* в данных многообразиях.

Следовательно, мы работаем в рамках концепции алгебраической системы. Систему отношений и операций в ней можно задать таблицей 14.

Таблица 14. Отношения и операции в алгебраической системе с логической операцией

Тип	*косвенная упорядоченность*	*косвенные отношения*	*логические операции*
количество граней	1	2	3

.

Обратим внимание на эластичность алгебр. Согласно определению, алгебра эластична, если выполняются законы на ассоциаторах и на «зеркалах», соответственно, вида

$$EA = ((xy)z - x(yz)) + ((zy)x - z(yx)) = 0,$$
$$EZ = ((xy)z - z(yx)) + ((zy)x - x(yz)) = 0.$$

Он имеет две реализации: с одной стороны, это сумма прямых и обратных ассоциаторов, с другой стороны – это сумма прямых и обратных «зеркал». Поскольку условия равенства нулю могут не выполняться, на практике будут реализовываться 4 варианта «эластичности». Их удобно выразить таблицей 15.

Таблица 15. Варианты «эластичности» алгебра

	1	2	3	4
EA	0	$\neq 0$	0	$\neq 0$
EZ	0	0	$\neq 0$	$\neq 0$

.

Заметим, что условие для одного фундаментального изделия может выполняться для другого фундаментального изделия. Ранее была введена операция, согласно которой по перестановке пары элементов ассоциатор инвариантен слева. Аналогичное условие выполняется для зеркальных элементов

$$\left|a,b,c\right|_2^+ = \left|b,a,c\right|_2^+.$$

Действительно, получим

$$\left|a,b,c\right|_2^+ = (a\times b)\times c + c\times(b\times a) = (ab+ba)c - b(ac) + c(ba+ab) + b(ac),$$
$$\left|b,a,c\right|_2^+ = (b\times a)\times c + c\times(a\times b) = (ba+ab)c - a(bc) + c(ab+ba) + a(bc).$$

На компенсаторах аналогичное условие не выполняется. Данное замечание указывает алгоритм классификации алгебр по произведениям трёх элементов: *алгебры различаются по числу и качеству законов для фундаментальных изделий.*

Новые многообразия не относятся к категории полугрупп, так как нет ассоциативности. Они не являются моноидами в форме полугруппы с единицей. Они не являются группами как полугруппы, дополненные обратными элементами. Это не квазигруппы, так как нет единственности в решении линейных уравнений с одним неизвестным. Это не лупа в стандартной форме квазигруппы с единицей.

Обратим внимание на *косвенное согласование* циклических условий в единых законах для алгебр и циклических уравнений для условий равновесия. В единых законах для алгебр «циклы» задаются либо с единичным элементом слева, либо с произведением пары элементов. Рассматривая согласованные с ними функции, мы получаем функциональные уравнения, которые трактуются нами как обобщенные условия равновесия. Например, получим условия

$$g_i f(g_j, g_k) + g_j f(g_k, g_i) + g_k f(g_i, g_j) = 0,$$

$$\varphi(g_i g_j, g_k) + \varphi(g_j g_k, g_i) + \varphi(g_k g_i, g_j) = 0.$$

Другими словами, единые законы для алгебр с произвольной мультипликативной операцией для элементов есть аналог обобщенных условий равновесия, справедливых в алгебраических системах.

Эта аналогия дополнительно подтверждает тезис, что любая физическая модель есть функциональная алгебра. По этой причине законы физики будут находить математическое выражение в законах алгебры. Законы алгебры будут находить выражение в свойствах структур и активностей физических объектов.

Заметим специфику согласования обобщенных условий равновесия, ассоциированных с парой циклов в алгебре. Циклу с отрицательной ориентацией будет соответствовать система уравнений, в которой есть «зеркальное» расположение пары индексов:

$$g_i f\left(g_k, g_j\right) + g_j f\left(g_i, g_k\right) + g_k f\left(g_j, g_i\right) = 0,$$
$$\varphi\left(g_j g_i, g_k\right) + \varphi\left(g_k g_j, g_i\right) + \varphi\left(g_i g_k, g_j\right) = 0.$$

Динамические уравнения для симметричных или антисимметричных тензоров

$$F_{ij}\left(q\right) = \partial_i A_j\left(q\right) - \partial_j A_i\left(q\right), F_{ij}\left(m\right) = \partial_i A_j\left(m\right) + \partial_j A_i\left(m\right)$$

будут иметь одинаковый вид как для циклов с положительной ориентацией, так и для циклов с отрицательной ориентацией. Мы приходим к идее реализации на практике *алгебраического дублирования моделей*: физическая модель может быть сконструирована по отрицательному или по положительному циклу в произвольной алгебре.

Введение компенсаторов упрощает построение алгебр, в которых анализируется соотношение 4 и более элементов. Эти алгебры принято называть тернарными, кватернарными… и т.п. алгебрами. Рассмотрим, для примера, вариант тернарной алгебры. В ней указанные единые законы дополняются законами для 4 элементов. Открываются новые возможности, значимые для практики.

Так, получим

$$\left\|x, y, z, t\right\|_{2,2} = \left(xy\right)\left(zt\right) - \left(tz\right)\left(yx\right), \left\|y, z, t, x\right\|_{2,2} = \left(yz\right)\left(tx\right) - \left(xt\right)\left(zy\right),$$

$$\left\|z, t, x, y\right\|_{2,2} = \left(zt\right)\left(xy\right) - \left(yx\right)\left(tz\right), \left\|t, x, y, z\right\|_{2,2} = \left(tx\right)\left(yz\right) - \left(zy\right)\left(xt\right),$$

$$\left\|t, z, y, x\right\|_{2,2} = \left(tz\right)\left(yx\right) - \left(xy\right)\left(zt\right), \left\|x, t, z, y\right\|_{2,2} = \left(xt\right)\left(zy\right) - \left(yz\right)\left(tx\right),$$

$$\left\|y, x, t, z\right\|_{2,2} = \left(yx\right)\left(tz\right) - \left(zt\right)\left(xy\right), \left\|z, y, x, t\right\|_{2,2} = \left(zy\right)\left(xt\right) - \left(tx\right)\left(yz\right).$$

Сумма элементов двух указанных 4-циклов равна нулю. В данном случае закон выполняется на «зеркалах». Аналогичный закон будет иметь место при применении компенсаторов вида

$$\left\|x,y,z,t\right\|_{1,2,1}=x\left(yz\right)t-t\left(zy\right)x,...$$
$$\left\|t,z,y,x\right\|_{1,2,1}=t\left(zy\right)x-x\left(yz\right)t,...$$
$$\left\|x,y,z,t\right\|_{3,1}=\left(x\left(yz\right)\right)t-\left(t\left(zy\right)\right)x,...$$
$$\left\|t,z,y,x\right\|_{3,1}=\left(t\left(zy\right)\right)x-\left(x\left(yz\right)\right)t,...$$

При увеличении числа анализируемых элементов увеличивается число законов, которым подчинено множество. Законы возможны на компенсаторах, законы возможны на «зеркалах». Этот математический результат согласуется с простой логикой: возможности социального коллектива увеличиваются при увеличении количества его членов. Однако легко понять, что не все так просто. Увеличение законов базируется на реализации циклов с увеличенным числом элементов. На практике это условие может не выполняться или быть затруднено. Поэтому ограничивается применение всей совокупности законов. Более того, каждый цикл базируется на «своих» законах. Однако для их реализации нужны условия. Эти условия не будут реализованы всегда. В силу указанных обстоятельств не следует думать, что структура и свойства изделия могут быть исследованы нами в общем объеме. Всегда будут новые возможности и новые реализации. Аналогично не следует оценивать перспективу и итог явления по совокупности знаний, полученных на конечной системе объектов.

Система законов гарантирует вариант их объединения с выполнением условий компенсации прямых и обратных циклов. Функции, которыми объединяются законы, могут быть подчинены дополнительным связям или динамическим уравнениям. В соответствии с этими возможностями будут иметь место сложные алгебраические изделия, подчиненные динамическим условиям. *Динамика алгебр, согласованная с динамикой их конструкций,* становится предметом самостоятельного исследования.

Единые алгебры обеспечивают математический базис для единого описания физических Тел, а также Сознаний и Чувств.

Исторически сложилось так, что на первом плане математического исследования находятся числа. Уже на этой стадии исследования давно стало понятно, что числа трансфинитны по своей структуре и свойствам: они многофункциональны, многогранны, многоуровневы… Числа бывают действительные, комплексные, иррациональные, кардинальные, гиперкомплексные, скрытые…

За каждым числом «стоит» реализация конкретной практики, которая тоже трансфинитна. По этой причине мы вправе всегда ожидать появления новых чисел с качественно новыми свойствами.

Однако числа сами по себе «безжизненны» без системы операций: некоторой совокупности формальных или логических правил сопоставления паре чисел некоторого третьего числа, равно как и совокупности чисел при выполнении совокупности операций. Объединение чисел с операциями обычно подчинено дополнительным условиям. Они могут быть ассоциированы со свойствами чисел и операций. Однако они могут иметь и самостоятельное значение, дополняя структуру и свойства чисел и операций. Применение не только на множестве чисел, но на множестве других объектов с заданными свойствами одной операции индуцирует структуры группоидов (оперативов), полугрупп, моноидов, квазигрупп, групп и т.д. Применение пары операций в форме произведения и суммы (которые могут задаваться по-разному) индуцирует новые математические изделия. Так сконструированы кольца, тела, поля, векторные и линейные пространства, физические модели объектов и явлений. Объекты такого типа относятся к категории алгебр.

Во всех случаях, так или иначе, математика отображает практику. Она развивается также в соответствии со своими внутренними потребностями и законами. По этой причине математика способна предсказать и оценить будущую практику. Новые математические изделия и алгоритмы становятся ростковыми точками не только математики, но и любой практики, базирующейся на математике. С другой стороны, практика ставит новые задачи перед математикой. Таких задач очень много. Важнейшей фундаментальной задачей практики становится теперь моделирование Сознаний и Чувств физических объектов. На данном этапе появились основания развивать два направления для решения указанных задач. С одной стороны, требуется сконструировать модели Сознаний и Чувств по аналогии с моделями для физических объектов и их свойств. Начальная деятельность в этом направлении базируется на физических моделях гравитации и электромагнетизма. С другой стороны, достигнуто понимание, что структура и свойства информационных потоков и информационного обмена базируются на неассоциативных множествах. В частности, практика информационного моделирования инициирует модели неассоциативных, функциональных алгебр.

Алгебры можно рассматривать как аналог функций и функциональных пространств. Действительно, алгебры Грассмана и Клиффорда базируются на разности и сумме произведений пары базовых элементов анализируемых множеств, задавая $(2,2)$-алгебры. Первая двойка указывает, что анализируется произведение пары элементов. Вторая двойка указывает, что модель сконструирована на паре операций. В частности, роль элементов играют матрицы Паули и матрицы Дирака. Роль операций играют произведения и разность или сумма. Обе указанных алгебры могут быть объединены в модели 3-алгебры по операциям на группе заполнения физических моделей. В рамках 3-алгебры по операциям применяются не только коммутаторы, но и антикоммутаторы для пар произведений. Другими словами, расширена система операций для конкретного множества. В настоящее время выяснены новые свойства 3-алгебр по операциям. В частности, на основе анализа произведения трех элементов для любого множества введены три критерия его структуры и свойств: ассоциаторы, зеркальные элементы (отражатели), компенсаторы. В зависимости от того, в каком сочетании они находятся в данном множестве, оно имеет разные свойства. В ассоциативном множестве три критерия сводятся к одной ассоциативности. Фактически, мы теперь имеем дело с $(3,3)-$алгеброй: анализируются тройки элементов, применяются три операции в форме произведений элементов, а также задаются коммутаторы и антикоммутаторы. Дополнительно учитываются отношения между величинами. По этой причине в физической практике мы моделируем и анализируем алгебраическую систему. На множестве, кроме системы операций, заданы отношения. Заметим, что эта ситуация типична для физических моделей. Кроме системы операций в физических моделях присутствует сложная система отношений. С другой стороны, для физики фундаментальны свойства гравитации и электромагнетизма. Они математически задаются на основе антикоммутаторов и коммутаторов. По этой причине алгебраические системы фундаментальны для физики. Зададим алгебраическую систему тремя числами. Так $(3,3,1)-$ алгебраической системе ставится в соответствие тройное произведение, тройка операций и одно отношение (например, учет расположения скобок в произведении элементов).

Алгебра Йордана и алгебра Ли базируется на произведении пары элементов, каждый из которых может быть элементом алгебры. Фактически, так задаются функции от элементов алгебры, которые интерпретируются как произведения. Для этих алгебр, как и для алгебр на группе заполнения физических моделей, справедливы законы $(3,3)-$алгебр, учитывающих коммутаторы и антикоммутаторы.

Следующий шаг в развитии алгебры понятен: нужно рассмотреть функции от функций. К категории таких моделей относится алгебра Мальцева.

В алгебре Мальцева вводится антисимметричная функция от пары элементов множества

$$g(a,b)+g(b,a)=0.$$

Для физиков понятно, что речь идет об «алгебраическом условии равновесия», аналогичном условию, что сила действия равна силе противодействия. В обобщенной теории равновесия поступают аналогично. Следующим шагом такой теории является формулировка законов равновесия для трех и более элементов. В ассоциативной алгебре Мальцева в качестве аналога такого моделирования применяются уравнения

$$J(a,b,c)=g\big(g(a,b),c\big)+g\big(g(b,c),a\big)+g\big(g(c,a),b\big)=0,$$

$$g\big(J(a,b,c),a\big)=J(a,b,c)a-aJ(a,b,c)=0.$$

Первое уравнение принято называть циклическим уравнением или циклическим условием. В данном случае очевидно равенство

$$J(a,b,c)=g\big(g(a,b),c\big)+g\big(g(b,c),a\big)+g\big(g(c,a),b\big)=g\big(J(a,b,c),a\big).$$

Другими словами, линейные функции от циклического условия равны нулю, если оно тождественно равно нулю. В неассоциативной алгебре Мальцева применено более общее условие

$$J\left(a,b,g\left(a,c\right)\right)=g\left(J\left(a,b,c\right),a\right).$$

Для его выполнения требуется найти сложные выражения для антисимметричной функции.

Проанализируем аналог алгебры Мальцева на простом примере. Пусть

$$g\left(a,b\right)=ab-ba=-g\left(b,a\right).$$

Тогда

$$J\left(a,b,c\right)=\left(ab-ba\right)c-c\left(ab-ba\right)+\left(bc-cb\right)a-a\left(bc-cb\right)+\left(ca-ac\right)b-b\left(ca-ac\right),$$
$$J\left(c,b,a\right)=\left(cb-bc\right)a-a\left(cb-bc\right)+\left(ba-ab\right)c-c\left(ba-ab\right)+\left(ac-ca\right)b-b\left(ac-ca\right),$$
$$J\left(a,b,c\right)+J\left(c,b,a\right)=0.$$

Данные выражения тождественно равны нулю для ассоциативных элементов. Они не равны нулю для неассоциативных элементов и «компенсируют» друг друга. Аналогично получим

$$J\left(a,b,g\left(a,c\right)\right)+J\left(g\left(a,c\right),b,c\right)=0,$$
$$g\left(J\left(a,b,c\right),a\right)+g\left(J\left(c,b,a\right),a\right)=0.$$

Отсюда следует закон, справедливый для ассоциативных и неассоциативных множеств с указанными условиями для функций и циклического равенства:

$$J\left(a,b,g\left(a,c\right)\right)+J\left(g\left(a,c\right),b,c\right)=g\left(J\left(a,b,c\right),a\right)+g\left(J\left(c,b,a\right),a\right).$$

Рассмотрим произведение пары элементов, управляемое третьим элементом. Пусть $g_p\left(a,b\right)=\left(ap\right)b-\left(bp\right)a=-g_p\left(b,a\right).$ Тогда

$$J_p\left(a,b,c\right)=g_p\left(g_p\left(a,b\right),c\right)+g_p\left(g_p\left(b,c\right),a\right)+g_p\left(g_p\left(c,a\right),b\right),$$
$$g_p\left(a,b\right)=\left(ap\right)b-\left(bp\right)a, g_p\left(b,c\right)=\left(bp\right)c-\left(cp\right)b, g_p\left(c,a\right)=\left(cp\right)a-\left(ap\right)c,$$
$$\alpha_1\to g_p\left(g_p\left(a,b\right),c\right)=\left(\left(\left(ap\right)b-\left(bp\right)a\right)p\right)c-\left(cp\right)\left(\left(ap\right)b-\left(bp\right)a\right),$$
$$\beta_1\to g_p\left(g_p\left(b,c\right),a\right)=\left(\left(\left(bp\right)c-\left(cp\right)b\right)p\right)a-\left(ap\right)\left(\left(bp\right)c-\left(cp\right)b\right),$$
$$\gamma_1\to g_p\left(g_p\left(c,a\right),b\right)=\left(\left(\left(cp\right)a-\left(ap\right)c\right)p\right)b-\left(bp\right)\left(\left(cp\right)a-\left(ap\right)c\right).$$

$$J_p(c,b,a)=g_p(g_p(c,b),a)+g_p(g_p(b,a),c)+g_p(g_p(a,c),b),$$
$$g_p(c,b)=(cp)b-(bp)c, g_p(b,a)=(bp)a-(ap)b, g_p(a,c)=(ap)c-(cp)a,$$
$$\alpha_2 \to g_p(g_p(c,b),a)=(((cp)b-(bp)c)p)a-(ap)((cp)b-(bp)c),$$
$$\beta_2 \to g_p(g_p(b,a),c)=(((bp)a-(ap)b)p)c-(cp)((bp)a-(ap)b),$$
$$\gamma_2 \to g_p(g_p(a,c),b)=(((ap)c-(cp)a)p)b-(bp)((ap)c-(cp)a).$$

В этом варианте

$$\alpha_1=\beta_2, \alpha_2=\beta_1, \alpha_3=\beta_3.$$

Поэтому выполняются законы

$$J(a,b,g_p(a,c))+J(g_p(a,c),b,c)=0,$$
$$g_p(J(a,b,c),a)+g_p(J(c,b,a),a)=0,$$
$$J(a,b,g_p(a,c))+J(g_p(a,c),b,c)=g_p(J(a,b,c),a)+g_p(J(c,b,a),a).$$

Управление пары третьим элементом типично для алгебраических задач управления. Оно интересно с разных сторон. Во-первых, третий элемент может действовать на базовые элементы иначе, чем они действуют друг на друга. Во-вторых, этот элемент может иметь самостоятельную динамику. В-третьих, мы получаем модель с тройкой элементов. Согласно развиваемому подходу, она приближена к моделям с логическими операциями. Во всех указанных случаях имеет место аналог алгебры Мальцева. Мы имеем алгебру для алгебры. Она базируется на циклическом уравнении, аналогичном уравнению обобщенной теории равновесия, применяемой в теории электромагнитных явлений. Эти условия достаточны для введения закона для четырех элементов. Рассмотрим выражение

$$J_\pm(a,b,c,d)=g_+(J_-(a,b,c),d)+g_+(J_-(b,c,d),a)+g_+(J_-(c,d,a),b)+g_+(J_-(d,a,b),c).$$

Пусть

$$J_-(a,b,c)=g_-(g_-(a,b),c)+g_-(g_-(b,c),a)+g_-(g_-(c,a),b),$$

$$g_-(a,b)=ab-ba, g_+(a,b)=ab+ba.$$

Тогда выполняется закон

$$J_\pm(a,b,c,d)+J_\pm(a,d,c,b)=0.$$

Есть аналогия с алгеброй Мальцева на множестве из четырех элементов.

Аналогично можно сконструировать циклические уравнения для большего числа объектов. Во всех рассматриваемых вариантах прослеживается аналогия с обобщенными условиями равновесия в физике, применяемыми для анализа конечных систем. Другими словами, алгебры выступают в роли инструмента для математического анализа условий равновесия в любом множестве. Поскольку в таком подходе единым образом описываются ассоциативные и неассоциативные множества, так алгебраически обоснована гипотеза о единстве законов равновесия для физических тел и информационных систем. Роль информационных тел, согласованную с физическими телами, выполняют тела Сознаний и Чувств. Следовательно, алгебра обосновывает и утверждает единство структуры и законов поведения для Тел, Сознаний, Чувств. Алгебра Мальцева фиксирует тип таких структур. Они подчинены дополнительным условиям, связывающим между собой разные уравнения равновесия. Именно так конструируется теория когомологий: из совокупности циклических уравнений ассоциативно моделируется связь между ними. В частности, в теории когомологий Хохшильда из конечной совокупности обобщенных условий равновесия выбирается сумма, состоящая из элементов, которые входят в данные условия равновесия. Принимается такой вариант условий, который согласуется с некоторой системой дополнительных условий. Например, эти условия ассоциированы с условиями для комплекса, индуцированного группой и алгоритмом дифференцирования этого комплекса. В общем случае возможны другие варианты. Мы не вправе их отрицать, приняв постулат трансфинитности структур и активностей. Однако не следует ожидать, что на практике нам встретятся все возможности. Кроме этого, очевидно, некоторые условия будет сложно верифицировать. Так тоже должно быть. Ведь трансфинитность истины предполагает также трансфинитность проблем и сложностей. Они могут иметь проявления не только в теории, но и в эксперименте. В частности, то, что мы можем рассчитать, может быть недостижимым для эксперимента. С другой стороны, эксперимент может выдать «сюрприз» в форме экспериментальных данных, которые никак не укладываются в модели расчета. Такова общая ситуация. Её мы изменить не можем. Её нужно творчески принять.

Алгебра для алгебры, как показано выше, выступила в роли средства для конструирования новых алгебр, элементами которой она являются.

Так применено для $\left(4,3,a^{i}\right)-$алгебры циклическое уравнение теории Мальцева, равно как и выражение для антисимметричной функции, зависящей от произведения двух элементов.

Однако алгебра в её стандартном виде непригодна для практического применения в физике. Так происходит потому, что физические модели базируются на функциональных алгебрах. В их структуре содержатся дифференциальные операторы, величины, а также система дополнительных условий. Функциональные алгебры можно рассматривать как «смесь алгебр», подчиненных определенным правилам. Эти правила в формализме Гамильтона и Лагранжа имеют алгебраическую структуру. Физическое моделирование реальных изделий аналогично моделированию алгебры: берутся взаимодействующие элементы конструкции, которые соединяются между собой. Аналогично моделируется алгебра. Элементы физической модели есть объединение элементов из конечного числа алгебр. Так, дифференциальные операторы есть элементы дифференциальной алгебры. Величины есть элементы групповой алгебры. Это могут быть также элементы алгебры Ли или алгебры Йордана.

Кодифференциальные операторы дополняют модель элементами алгебры векторных пространств.

При анализе алгебр принято анализировать идеалы алгебры в форме её элементов, которые сохраняют свою структуру при умножении слева или справа на элементы алгебры. Проиллюстрируем этот прием на идеалах матричной алгебры. Запишем их в формальном виде, располагая на местах с ненулевыми элементами «звездочки».

Поскольку элемент матричной алгебры есть некоторая матрица, речь будет идти о структуре произведения одних матриц на другие. Ограничим анализ стандартным матричным произведением, когда каждая строка первой матрицы умножается на каждый столбец второй матрицы. Рассмотрим левые и правые идеалы (по умножению слева или справа) на примере матриц размерности 3×3.

В матричной алгебре с применением любого стандартного произведения всегда есть пара двухсторонних идеалов. Они не меняют своей структуры при умножении как слева, так и справа. Это матрицы

$$0_3(M)=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},1_3(M)=\begin{pmatrix}*&*&*\\*&*&*\\*&*&*\end{pmatrix}.$$

Левые идеалы заданы в форме ненулевых столбцов матрицами

$$\sigma(l)\to\begin{pmatrix}*&0&0\\*&0&0\\*&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&*&0\\0&*&0\\0&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&*\\0&0&*\\0&0&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&0\\*&*&0\\*&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&*&*\\0&*&*\\0&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&0&*\\*&0&*\\*&0&*\end{pmatrix},a\overset{m}{\times}\sigma(l)\to\sigma(l).$$

Правые идеалы заданы в форме ненулевых столбцов матрицами

$$\sigma(r)\to\begin{pmatrix}*&*&*\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\*&*&*\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\*&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&*\\*&*&*\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&*\\0&0&0\\*&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\*&*&*\\*&*&*\end{pmatrix},\sigma(r)\overset{m}{\times}a\to\sigma(r).$$

Операция пересечения идеалов (радикала Джекобсона) конструируется построением матриц согласно структуре совпадающих ненулевых элементов. Радикал Джекобсона определен как результат пересечения всех идеалов.

В данном случае, например, получим

$$\begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{p}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ * & * & * \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{p}{\times} \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & 0 & 0 \\ * & * & * \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ldots.$$

Пересечение левых идеалов совпадает с пересечением правых идеалов, оно даёт нулевой идеал. Следовательно, на матричных алгебрах с применением стандартного матричного произведения радикал Джекобсона есть нулевой идеал.

При анализе физических моделей мы рассматриваем конечномерную алгебру над полем комплексных чисел. В этом случае алгебра содержит минимальный правый идеал в форме ненулевого столбца. По этому признаку принято называть такие алгебры кольцом Артина или Артиновым кольцом.

Следовательно, стандартные физические модели могут быть сконструированы на матричной алгебре в форме кольца Артина с радикалом Джекобсона в форме нулевого идеала, наличие которого означает полупростоту этой алгебры.

Нами принят алгоритм конструирования физических моделей в 4-мерном пространстве-времени на основе группы заполнения физических моделей. Эта группа задана 32 матрицами. Они задают пару кватернионов и тройку антикватернионов. Эта группа достаточна для конструирования элементов матричной алгебры размерности 4×4 в форме матриц с одним единичным элементом. На этой основе все идеалы алгебры конструируются из всех элементов группы заполнения. Различие их только в том, как при такой «сборке» применены элементы знаковой группы.

Рассмотрим расположение знаков у элементов группы заполнения при формировании левых идеалов.

Поскольку каждый элемент имеет обозначение и индекс, получим таблицы:

	a	b	c	e	f	$\sum\pm$
1	−	−	+	+	+	+
2	−	−	+	+	+	+
3	−	−	+	+	+	=

$$\rightarrow \begin{pmatrix} * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

	a	b	c	e	f	$\sum\pm$
1	+	−	−	+	+	+
2	−	−	+	+	−	−
3	+	+	−	+	+	+

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

	a	b	c	e	f	$\sum\pm$
1	−	+	+	+	+	+
2	+	+	−	+	+	+
3	+	−	−	+	+	+

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 \end{pmatrix},$$

	a	b	c	e	f	$\sum\pm$
1	+	+	−	+	+	+
2	+	−	−	+	−	−
3	−	+	+	+	−	+

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * \end{pmatrix}.$$

Следовательно, анализ идеалов алгебры может и должен быть согласован с анализом действия знаковой группы на множестве элементов алгебры.

Знаковая группа скрытно играет роль классификатора идеалов. Её влияние на структуру и свойства алгебры фундаментально в математическом смысле слова. Оно фундаментально с физической точки зрения, так как знаковая группа играет роль группы управления идеалами. При одном выборе знаковой группы (из тех же элементов алгебры) мы получим один идеал. При другом выборе знаковой группы будет сконструирован другой идеал.

Поскольку принята точка зрения, что идеалам соответствуют электрические предзаряды, мы обязаны рассматривать знаковую группу как «указатель физического алгоритма» взаимного преобразования одного электрических предзарядов. Чтобы преобразовать электрические предзаряды, требуется соединять между собой по-разному одни и те же базовые элементы. В развиваемом подходе группа заполнения выражена совокупностью мономиальных матриц. Они представляют собой математических образ реальных объектов «гравитационного типа». По этой причине можно полагать, что гравитационные явления наиболее полно выражают свойства других физических явлений, образуют фундаментальные объекты, на которых «держится» любое взаимодействие.

Любая физическая модель устроена таким образом, что её векторный вид может быть представлен разными матричными алгебрами. Так, электродинамика может быть записана на основе групповой алгебры, элементы которой заданы только парой кватернионов в форме мономиальных матриц размерности 4×4. Возможна её запись на паре антикватернионов, а также на идеалах алгебры, согласованных с элементами знаковой группы. Эти варианты ассоциированы с применением новых операций.

По указанной причине векторная форма уравнений может рассматриваться как *радикал физической модели*: пересечения всей совокупности алгебраических моделей, названных физическими идеалами. Для этого следует принять точку зрения, что каждый алгебраический вид физической модели есть её физический идеал. Определим пересечение физических идеалов алгоритмом представления каждой алгебраической модели в векторном виде. Тогда мы получаем категорию, которую удобно назвать категорией алгебраических представлений физической модели явления. Категория задана совокупностью элементов в форме разных алгебр, представляющих эту физическую модель. Задана также совокупность морфизмов в форме отображения модели алгебраического вида в модель векторного вида. Векторной форме соответствует тождественный морфизм.

Следовательно, *векторная форма уравнений физической модели есть физический радикал категории алгебраических представлений физической модели*.

Привычка и удобство работы с физическими радикалами препятствуют анализу других граней объектов и явлений, которые скрыты в их «алгебраических одеждах». Преодоление этой скрытости можно есть форма «*алгебраического раздевания»* физических объектов и явлений.

Классификация операций

Из практики следует, что анализ совокупности матриц нужно проводить независимо от того, образует ли рассматриваемое множество совокупность, замкнутую по операциям или же она незамкнута по операциям. По этой причине к совокупности свойств, связанных с операциями, в рассмотрение нужно внести характеристики самих матриц. Поскольку каждая матрица размерности 4×4 может быть выражена алгебраически в форме полинома от 16 базовых матриц, речь может идти о классификации этих базовых матриц.

Мы имеем для конечной системы совокупность свойств, ассоциированных со свойствами исходных матриц и свойствами тех матриц, которые получаются из них при произведениях. Конкретизируем анализ. Матрицы группы заполнения таковы:

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, e_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, e_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, e_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}, f_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}, a_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}, b_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, a_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, b_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, f_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}, b_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}, f_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}, a_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Поскольку алгебраическими характеристиками многообразия матриц являются ассоциаторы, отражатели и компенсаторы, речь может идти о рассмотрении системы свойств, дополнительно ассоциированными с ними. Следовательно, на начальном этапе анализа совокупности матриц, подчиненных некоторой операции, мы выделяем три грани свойств данного множества: свойства самих матриц, их взаимных произведений, алгебраических характеристик всей совокупности анализируемых матриц.

Тогда может быть установлена зависимость свойств таких матричных многообразий от применяемых операций, что позволит дать классификацию операций.

Понятно, что такая математическая классификация может стать базой для физической классификации. Если эта задача будет решена, можно надеяться на получение алгоритмов управления операциями, что, с физической точки зрения, означает управление взаимодействиями.

Во всех случаях матрица есть вектор 16-мерного пространства. Отличаются вектора только своими координатами по отношению к базовым реперам. Изменение векторов в данном случае «дискретно» в том смысле, что некоторые базовые вектора могут полностью передать свою «нормировку» другим базовым векторам.

Дискретность есть фундаментальное свойство пространства с матричными базовыми векторами. Но именно на этих векторах конструируются физические модели. Поэтому дискретность изменений естественна для физических моделей. Дискретность изменений внутренне присуща физическим моделям, так как они могут быть записаны в матричном виде.

Зададим элементы матричной алгебры через элементы группы заполнения. Получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(c_1+c_2+c_3+E\right),\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_3+b_3+e_3+f_3\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_3-b_3+e_3+f_3\right),\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-c_1+c_2-c_3+E\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_2-b_2+e_2+f_2\right),\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_1-b_1+e_1+f_1\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_1-b_1+e_1-f_1\right),\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_2-b_2+e_2-f_2\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_2 + b_2 + e_2 + f_2\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_1 - b_1 + e_1 - f_1\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-a_1 + b_1 + e_1 - f_1\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_2 - b_2 + e_2 - f_2\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(c_1 - c_2 - c_3 + E\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-a_3 + b_3 + e_3 - f_3\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_3 - b_3 + e_3 - f_3\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-c_1 - c_2 + c_3 + E\right).$$

Принимая аналогию между произведением матриц и взаимодействием физических объектов, мы принимаем *фундаментальную дискретность взаимодействия* в силу его матричной сущности.

Сравним между собой стандартное матричное и комбинаторное произведение пары матриц, принадлежащих группе заполнения. Запишем эти результаты морфологически, применяя выражения для матричных элементов через матрицы заполнения.

Для удобства анализа учтем зависимость расположения элементов матриц размерности 4×4 от элементов группы заполнения. Обозначим звездочками элементы, зависимые от одного набора матриц.

Фактически сама группа заполнения сконструирована из указанных 4 матриц с применением группы знаков. С физической точки зрения речь идет о совокупности базовых отношений между 4 физическими объектами.

Мы имеем дело с отношениями двух пар объектов: пары электрических и пары гравитационных предзарядов. Эти канонические отношения образуют группу.

По этой причине у нас есть основания считать, что основу любой физической модели образует группа канонических (заданных единицами) отношений физических объектов.

Тогда получим соответствия вида:

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&*\\0&0&*&0\\0&*&0&0\\*&0&0&0\end{pmatrix},\to\pm\left(a_1,b_1,e_1,f_1\right),\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}0&0&*&0\\0&0&0&*\\*&0&0&0\\0&*&0&0\end{pmatrix}\to\left(a_2,b_2,e_2,f_2\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\left(a_3,b_3,e_3,f_3\right),\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}*&0&0&0\\0&*&0&0\\0&0&*&0\\0&0&0&*\end{pmatrix}\to\pm\left(c_1,c_2,c_3,E\right).$$

Отсюда следует вывод, что каждую физическую теорию, которая базируется на полной совокупности матриц указанного вида, является алгебраически полной. Электрически полны электродинамика, теория гравитации, механика. Под алгебраической полнотой в данном случае понимается применение в модели всех (с точностью до знака) элементов группы заполнения.

Поскольку матрицам можно поставить в соответствие физические объекты, фундаментальным матрицам, роль которых выполняет в данном случае группа Клейна, можно сопоставить фундаментальные объекты. Под фундаментальными объектами будем понимать объекты, «несущие» фундаментальные свойства. Таких фундаментальных свойств четыре: положительные и отрицательные электрические заряды, положительные и отрицательные гравитационные заряды.

По этой причине фундаментальные матрицы теории, учитывающие эти 4 свойства, будут иметь размерность 4×4. Специфика в том, что они образуют группу. Эта группа не минимальна: она представлена 4 подгруппами. Первая подгруппа состоит из единичных матриц. Остальные подгруппы состоят из единичной матрицы и одной из оставшихся трех матриц, которые обратны себе.

По этой причине можно считать, что группа Клейна есть объединение в единую систему 4 подгрупп, состоящих из пары элементов. Знаковая группа «задаёт» оттенки группе Клейна, которых достаточно для образования элементов матричной алгебры. Эти элементы характеризуют систему виртуальных отношений в физической системе, имеющей 4 фундаментальные свойства. Каждый такой элемент образован из четырех канонических элементов. Другими словами, элемент матричной группы задаёт «свою» грань свойств любой физической системы, выражая её в форме линейного объединения в систему 4 объектов с 4 свойствами. Указанная структура есть структура группы Клейна. Ей соответствует факторгруппа для совокупности элементов

$$\left(c_1,c_2,c_3,E\right)\Rightarrow\begin{cases}\left(a_1,b_1,e_1,f_1\right),\\\left(a_2,b_2,e_2,f_2\right),\\\left(a_3,b_3,e_3,f_3\right).\end{cases}$$

Понятно, что фундаментальность факторгруппы будет проявляться в структуре физической теории. Каждому идеалу соответствует полный набор матриц группы заполнения. С матричным произведением элементов группы Клейна согласованы наборы элементов группы заполнения.

Например, есть такое соответствие

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(a_3, b_3, e_3, f_3)\cdot(a_1, b_1, e_1, f_1) = (a_2, b_2, e_2, f_2).$$

Матричное произведение в данном случае «сохраняет» структуру сомножителей, индуцируя новые элементы, не сводимые к исходным элементам.

Со стандартным комбинаторным произведением элементов группы Клейна наборы элементов группы заполнения согласованы иначе. Например, есть такое соответствие

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = (a_3, b_3, e_3, f_3)\cdot A_1 = (a_1, b_1, e_1, f_1) \to \begin{cases} (a_1, b_1, e_1, f_1) = A_1, \\ (a_2, b_2, e_2, f_2) = A_2, \\ (a_3, b_3, e_3, f_3) = A_3, \\ (c_1, c_2, c_3, E) = C. \end{cases}$$

Следовательно, стандартное комбинаторное произведение способно по ограниченному набору элементов группы заполнения «охватить» весь набор элементов группы заполнения. Она расширяет спектр элементов до полного набора. Однако эти свойства не абсолютны. Так, например, матричное произведение мономиальных и немономиальных матриц сводится к перемешиванию исходных элементов и уменьшению их количества:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(A_2, C)\cdot(A_1, A_3, C) \to (A_1, A_2, C).$$

Стандартное комбинаторное произведение немономиальных матриц способно уменьшить количество исходных слагаемых:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(A_1, A_2) \overset{k}{\cdot} (A_1, A_2, C) \to (A_1, A_3, C).$$

Складывается впечатление, что указанные соотношения иллюстрируют очевидное богатство отношений между наборами матриц, представленными классами элементов $A_1, A_2, A_3, C.$ Каждому произведению будет соответствовать «букет свойств» для произведения классов элементов. Стандартных произведений мы имеем 8, поэтому и «букетов свойств» будет 8. Естественно возникает проблема нахождения алгебр для классов элементов. В качестве «претендента» на закон для классов элементов рассмотрим два правила:

$$(ab)(ba) \overset{\mu}{-} (ba)(ab) \overset{\mu}{=} M_-,$$
$$(ab)(ba) \overset{\mu}{+} (ba)(ab) \overset{\mu}{=} M_+.$$

Пусть элементы умножаются по некоторому правилу умножения матриц. Сложение рассматриваем по той совокупности классов, которым соответствуют двойные произведения. Под сложением понимаем дополнение к исходным классам тех классов, которые «порождаются» двойными произведениями. Под вычитанием понимаем сужение начального множества классов на основе пересечения исходного множества и тех, которые получаются при двойных произведениях. Рассмотрим пару матриц

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to C, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to A_3.$$

$$(ab)(ba) = (ba)(ab) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to C,$$

$$(ab)(ba) \overset{\mu}{-} (ba)(ab) \overset{\mu}{=} M_- \to C, (a,b) \to C, A_3.$$

Комбинаторное произведение расширяет множество классов, так как

$$\left(a\overset{k}{\times}b\right)\overset{k}{\times}\left(b\overset{k}{\times}a\right)=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}\to A_1,A_2,A_3,C,\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(a\overset{k}{\times}b\right)=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}\to A_1,A_3,C,$$

$$(a,b)\to C,A_3,\left(a\overset{k}{\times}b\right)\overset{k}{\times}\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{\mu}{+}\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(a\overset{k}{\times}b\right)\overset{\mu}{=}M_+\to 2A_1,A_2,2A_3,C.$$

В соответствии с тем, сколько и каких элементов находятся на разных местах матрицы, можно поставить им в соответствие «классификатор элемента», указывая количество элементов, принадлежащих разным классам, числом этих элементов.

Наглядно и просто показано различие в действии произведений на паре элементов. На этой основе возможна классификация произведений. В зависимости от того, как действуют произведения на совокупность элементов множества, мы вправе принимать решения об их «эффективности» или «неэффективности».

Рассмотрим несколько матриц:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&0&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&1&2&0\end{pmatrix}\ldots$$

В такой записи предыдущий расчет произведения матриц выглядит так:

$$\begin{pmatrix}0&0&0&4\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&4&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&4\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}0&0&0&4\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&0&4&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}2&1&2&1\end{pmatrix}.$$

При соединении некоторых обстоятельств могут быть *специальные случаи*. Рассмотрим один из них.

Пусть заданы матрицы

$$a=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&1&1&2\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Матричные и комбинаторные произведения дают выражения:

$$a\overset{m}{\times}b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$b\overset{m}{\times}a=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&2&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&2&1&0\end{pmatrix}.$$

$$a\overset{k}{\times}b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0&1&1&2\end{pmatrix},$$

$$b\overset{m}{\times}a=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

В алгебре, анализируемой по двойным произведениям, выполняется закон разрушения классов и на матричном, и на комбинаторном произведении. Рассматриваемые два элемента «сингулярны» в алгебре классов, подчиненном паре двойных произведений.

Заметим условие, которое ассоциировано с данной «сингулярностью». Просуммируем классификаторы начальных элементов и классификаторы двойных произведений. Получим, что

$$\sum(cla+clb)=\begin{pmatrix}1&2&2&3\end{pmatrix},$$

$$\sum(cl(ab)+cl(ba)_m+\sum(cl(ab)+cl(ba)_k=\begin{pmatrix}1&3&2&2\end{pmatrix}.$$

В рассматриваемом случае имеет место *закон сохранения классификаторов*:

$$\sum\sum(cla+clb)=\sum\left(\sum(cl(ab)+cl(ba)_m+\sum(cl(ab)+cl(ba)_k\right)=8.$$

Возможно, это свойство фундаментально для пары элементов, сингулярных в алгебре классов.

Анализируемое множество содержит элементы, которые одинаковы в алгебрах, базирующихся на матричном или на комбинаторном произведении.

Рассмотрим пару элементов

$$a=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Для них получим произведения

$$a\overset{m}{\times}b=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$a\overset{k}{\times}b=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$b\overset{m}{\times}a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix},$$

$$b\overset{k}{\times}a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Отсюда следует, что в анализируемой алгебре оба произведения дают одинаковый результат, так как

$$\left(a\overset{m}{\times}b\right)\overset{m}{\times}\left(b\overset{m}{\times}a\right)=4\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\left(a\overset{k}{\times}b\right)\overset{k}{\times}\left(b\overset{k}{\times}a\right),$$

$$\left(b\overset{m}{\times}a\right)\overset{m}{\times}\left(a\overset{m}{\times}b\right)=4\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(a\overset{k}{\times}b\right).$$

Начальная пара идеалов в результате взаимных произведений, подчиненных алгоритму алгебры классов, «размножилась». Получено таким образом 8 идеалов. С физической точки зрения мы вправе говорить о возможности некоторой «технологии размножения идеалов», ассоциированной с алгеброй классов.

Указанные свойства иллюстрируют сложность конечной системы. Она подчинена системе законов даже на паре операций. Законов становится больше, если операций больше. При этом некоторые элементы на разных операциях дают одинаковый результат в рамках принятого алгоритма сравнения. Алгоритмов сравнения может быть тоже много. Поэтому общая картина свойств конечной системы сложна.

Интуиция «говорит», что нет единых законов для конечного множество, подчиненного системе операций. Однако не все так сложно. Сконструируем единые законы для конечной системы, справедливые для любого произведения.

В качестве исходной точки анализа примем различие кватернионов и антикватернионов. Они подчинены разным алгебрам. Однако они объединены в группе заполнения физических моделей. Поэтому естественно найти алгебру, которая их объединяет. Этот вариант возможен. Для этого нужно сделать несколько шагов. Примем стандартные обозначения:

$$[a,b]=ab-ba,\{a,b\}=ab+ba.$$

Легко проверить справедливость алгебраического 3-закона, в котором коммутаторы и антикоммутаторы используются согласованно:

$$[\{x,y\},z]+\{[x,y],z\}=\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}].$$

Получим

$$\begin{aligned}&(xy)z+(yx)z-z(xy)-z(yx)+(xy)z-(yx)z+z(xy)-z(yx)=\\&=x(yz)-x(zy)+(yz)x-(zy)x+x(yz)+x(zy)-(yz)x-(zy)x.\end{aligned}$$

Это равенство справедливо при условии ассоциативности произведения. Оно выполняется для матриц и стандартного матричного произведения. *Новый закон есть сумма тождества Якоби и пары ассоциаторов:*

$$\begin{aligned}&\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x,y],z\}=\\&=[x[yz]]+[y[zx]]+[z[xy]]+(x,y,z)+(z,y,x)=0.\end{aligned}$$

На множестве с ассоциативной операцией ассоциаторы равны нулю. Поэтому новое тождество есть скрытая форма тождества Якоби. Можно интерпретировать его иначе: тождество Якоби есть вариант алгебры, скрывающей свойства антикватернионов. С физической точки зрения это естественно, если гравитационные эффекты несущественны и физика взаимодействия базируется на свойствах электрических зарядов и электромагнитного поля. Ситуация усложняется, если для матриц используется комбинаторное произведение. В этом случае нет ассоциативности. По этой причине указанное условие нужно дополнить ассоциаторами:

$$(x,y,z)=x(yz)-(xy)z,(z,x,y)=z(yx)-(zy)x.$$

Обобщенный алгебраический 3-закон получает вид:

$$\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x,y],z\}-2(x,y,z)-2(z,y,x)=0.$$

Единство групповых свойств рассматриваемого множества матриц, на основе которых единым образом записываются как уравнения электродинамики, так и уравнения массодинамики, даёт дополнительный аргумент для такого объединения.

Применим циклические перестановки элементов в первичном законе:

$$\begin{gathered}
\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x,y],z\}=0,\\
\{y,[z,x]\}+[y,\{z,x\}]-[\{y,z\},x]-\{[y,z],x\}=0,\\
\{z,[x,y]\}+[z,\{x,y\}]-[\{z,y\},x]-\{[z,y],x\}=0.
\end{gathered}$$

Объединяя первый и четвертый столбец формул, а также второй и третий с изменением знаков, получим циклические законы:

$$\begin{gathered}
\{x,[y,z]\}+\{y,[z,x]\}+\{z,[x,y]\}-\{[x,y],z\}-\{[y,z],x\}-\{[z,y],x\}=0,\\
[x,\{y,z\}]+[y,\{z,x\}]+[z,\{x,y\}]+[\{x,y\},z]+[\{y,z\},x]+[\{z,y\},x]=0.
\end{gathered}$$

Они выполняются как на матричных, так и на комбинаторных операциях. Есть единые алгебраические законы, справедливые для ассоциативных и для неассоциативных множеств.

Ранее было сделано предположение, что физические Тела подчиняются ассоциативной матричной алгебре, а поведение Сознаний и Чувств базируется на неассоциативной матричной алгебре.

В силу различия их свойств казалось необоснованным предположение о возможном единстве законов, которым они подчинены.

Алгебра свидетельствует, что *есть единые законы для ассоциативных и для неассоциативных множеств.* С физической точки зрения, важной для практики, это математическое единство можно интерпретировать так: **возможны единые законы для описания структуры и поведения физических тел, а также сознаний и чувств.**

Заметим, что тождество Якоби применяется в алгебре как аналог условия дифференцирования произведения по Лейбницу:

$$[x[yz]]=[[xy]z]+[y[xz]].$$

Новая алгебра указывает возможности других «дифференцирований». Действительно, получим равенства:

$$\{x,[y,z]\}=\{[x,y],z\}+\{y,[x,z]\}+\{z,[y,x]\}-\{[z,y],x\}+\{y[z,x]\},$$
$$[x,\{y,z\}]=-[\{x,y\},z]-[y,\{x,z\}]-[z,\{y,x\}]-[\{z,y\},x]+[y\{z,x\}].$$

Запишем закон для трех элементов произвольного множества с произвольной операцией произведения (универсальный 3-закон алгебры) в «зеркальном» виде:

$$\{x[yz]\}+\{z[yx]\}-(x,y,z)-(z,y,x)+[x\{yz\}]+[z\{yx\}]-(x,y,z)-(z,y,x)=0.$$

Универсальные алгебраические 2-законы получаются из него при замене элементов $y\to x, z\to x$. Они таковы:

$$\{x[yx]\}+[x\{yx\}]-2(x,y,x)=0,$$
$$(x,y,x)=x(yx)-(xy)x,$$
$$\{x[xz]\}+[x\{xz\}]+[z\{xx\}]-2(x,x,z)-2(z,x,x)=0.$$

Заметим, что пара элементов подчинена паре законов, тогда как три элемента подчинены одному закону. Ещё раз подтверждается опытный факт, что у множества с меньшим числом элементов единых законов может быть больше, чем у множества с большим количеством элементов.

Заметим, что возможна постановка *проблемы фундаментальности операций*. Ведь мы понимаем, что система операций может быть несовершенной или неполной. Поэтому нужны алгоритмы коррекции и вывода операций. В системе операций могут быть главные и второстепенные элементы. Их значимость и эффективность тоже может быть разной. Поскольку математические операции неотделимы от физических взаимодействий, желательно иметь эмпирический алгоритм конструирования операций.

Заметим, что наличие единых законов не исключает и не заменяет собой задачу построения системы «частных» законов, которым подчиняется не вся совокупность некоторых элементов, а только некоторая часть из множества элементов. Понятно, в соответствии с предыдущим анализом, что таких законов очень много. Они важны потому, что так учитывается «индивидуальность». Понятно, что «индивидуальные законы» могут быть справедливы на 1,2,3… элементах. Некоторые их аспекты указаны выше на примере матриц размерности 4×4.

Единые алгебраические законы «указывают направление движения», частные алгебраические законы проясняют детали и специфику практики. При анализе проблем передачи информации, решении психологических, социальных задач «индивидуальные законы» могут оказаться полезнее и практичнее, чем общие законы.

Пара алгебр, порождающих одну группу

Известно, что все фундаментальные уравнения физики можно записать на основе одной группы, которая названа группой заполнения физических моделей. Свойства её групповой алгебры «близки» к свойствам алгебры Клиффорда, базис которой состоит из 4 антикоммутативных матриц, удовлетворяющих свойству

$$\gamma_i \gamma_j + \gamma_j \gamma_i = 2\delta_{ij} E.$$

На этих матрицах Дирак сконструировал полевую модель электрона, которая подтверждена экспериментально. Она индуцировала открытие позитрона как античастицы для электрона.

Группа заполнения содержит не только антикоммутативные матрицы. Большинство ее матриц коммутативно. По этой причине естественно попытаться найти алгебру с коммутативным базисом, состоящим из 4 элементов. Примем дополнительное условие: алгебра должна «породить» группу заполнения физических моделей.

Базис алгебры Клиффорда в форме 4 антикоммутативных матриц, модифицированных для конструирования группы заполнения, таков:

$$\gamma_1 = b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_2 = e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_3 = f_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_4 = c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Здесь три матрицы симметричны, одна матрица антисимметрична. Последовательные матричные произведения этих матриц и матриц произведений порождают всю совокупность матриц группы заполнения. Так, получим, например, из базового множества, стоящего в первой строке, множество вида

$$b_2, e_2, f_1, c_2,$$
$$b_2 e_2 = c_3 = -e_2 b_2, e_2 f_1 = a_3 = -f_1 e_2, f_1 c_2 = a_1 = -c_2 f_1, c_2 b_2 = f_2 = -c_2 b_2,$$
$$c_3 a_3 = e_3 = -a_3 c_3, a_3 a_1 = -a_2 = -a_1 a_3,$$
$$e_3 a_2 = b_1 = a_2 e_3.$$

Представим эту совокупность матриц графически в форме «пирамиды». Получим рисунок

			b_1			
		e_3		$-a_2$		
	c_3		a_3		a_1	
b_2	$\leftrightarrow$	e_2	$\leftrightarrow$	f_1	$\leftrightarrow$	c_2
			f_2			

.

Аналогично представим в форме замкнутого цикла базовые антикоммутативные матрицы:

c_2	$\rightarrow$	b_2
$\uparrow$		$\downarrow$
f_1	$\leftarrow$	e_2

.

Поскольку матрицы следуют друг за другом, их удобно обозначить индексами. Тогда для произведений, ассоциированных с указанным циклом, получим алгебраический закон вида

$$\gamma_i \gamma_{i+1} + \gamma_{i+1} \gamma_i = 0.$$

Он «похож» на закон Клиффорда, однако в нём отсутствует вариант произведения элементов «по диагонали» в таблице цикла. Кроме этого, отсутствует произведение одинаковых элементов.

Базис алгебры Клиффорда в форме 4 коммутативных матриц, модифицированных для конструирования группы заполнения, таков:

$$\sigma_1 = b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = f_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_4 = a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Две матрицы антисимметричны, две матрицы симметричны. Последовательные матричные произведения этих матриц и матриц произведений порождают всю совокупность матриц группы заполнения. Так, получим, например, из базового множества, стоящего в первой строке, множество вида

$$b_2, f_3, e_3, a_2,$$

$$b_2 f_3 = -a_1 = f_3 b_2, f_3 e_3 = c_2 = e_3 f_3, e_3 a_2 = b_1 = a_2 e_3, a_2 b_2 = -c_1 = b_2 a_2,$$
$$b_2 f_3 = -a_1 = f_3 b_2, c_2 b_1 = e_1 = -b_1 c_2,$$
$$f_1 e_1 = -c_3 = e_1 f_1.$$

Представим эту совокупность матриц графически в форме «пирамиды». Получим рисунок

			$-c_3$			
		f_1		e_1		
	$-a_1$		c_2		b_1	
b_2	$\leftrightarrow$	f_3	$\leftrightarrow$	e_3	$\leftrightarrow$	a_2
			$-c_1$			

.

Аналогично представим в форме замкнутого цикла базовые коммутативные матрицы:

a_2	$\rightarrow$	b_2
$\uparrow$		$\downarrow$
e_3	$\leftarrow$	f_3

.

Поскольку матрицы следуют друг за другом, их удобно обозначить индексами. Тогда для произведений, ассоциированных с указанным циклом, получим алгебраический закон вида

$$\sigma_i \sigma_{i+1} - \sigma_{i+1} \sigma_i = 0.$$

Он не «похож» на закон Клиффорда, так как вместо суммы применяется разность произведений. В нём, аналогично модели антикоммутативного базиса, отсутствуют произведения элементов «по диагонали» в таблице цикла, а также отсутствует произведение одинаковых элементов.

Следовательно, есть пара алгебр, аналогичных алгебрам Клиффорда и Грассмана, Йордана и Ли. Группа заполнения физических моделей «стоит на двух ногах». Есть коммутативный базис алгебры, состоящий из 4 матриц. Есть антикоммутативный базис алгебры, состоящий из 4 матриц. Это «равноправие» творчества представляется естественным, так как группа заполнения содержит как коммутирующие матрицы, так и антикоммутирующие матрицы. Единство алгебр в их единой математической форме, а также в алгоритме конструирования элементов группы на основе взаимных произведений.

Однако не все базисы имеют одинаковые свойства. Есть базисы, для которых данный алгоритм нужно расширить. Рассмотрим, например, модифицированный базис Дирака в форме 4 антикоммутативных матриц, модифицированных для конструирования группы заполнения:

$$\gamma_1 = b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_2 = b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_3 = f_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_4 = c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Здесь две матрицы симметричны, две матрицы антисимметричны. Последовательные матричные произведения этих матриц и матриц произведений порождают всю совокупность матриц группы заполнения при дополнительном условии. Так, получим, например, множество вида

$$b_2, b_1, f_1, c_2,$$
$$b_2 b_1 = -b_3 = b_1 b_2, b_1 f_1 = -c_1 = -f_1 b_1, f_1 c_2 = a_1 = -c_2 f_1, c_2 b_2 = f_2 = -c_2 b_2,$$
$$b_3 c_1 = e_3 = c_1 b_3, c_1 a_1 = e_1 = -a_1 c_1,$$
$$e_3 e_1 = e_2 = e_1 e_3.$$

Эти произведения не образуют системы, достаточной для образования группы заполнения. Её нужно дополнить, например, произведением $b_1 f_2 = -a_3 = f_2 b_1$.

Представим эту совокупность матриц графически в форме «пирамиды». Получим рисунок

			e_2			
		$-e_3$		$-e_1$		
	$-b_3$		$-c_1$		a_1	
b_2	$\leftrightarrow$	b_1	$\leftrightarrow$	f_1	$\leftrightarrow$	c_2
			f_2			

.

Аналогично представим в форме замкнутого цикла базовые антикоммутативные матрицы:

c_2	$\rightarrow$	b_2
$\uparrow$		$\downarrow$
f_1	$\leftarrow$	b_1

.

Поскольку матрицы следуют друг за другом, их удобно обозначить индексами. Тогда для произведений, ассоциированных с указанным циклом, получим алгебраический закон вида

$$\gamma_i \gamma_{i+1} + \gamma_{i+1} \gamma_i = 0.$$

Он «похож» на закон Клиффорда, однако в нём отсутствует вариант произведения элементов «по диагонали» в таблице цикла. Кроме этого, отсутствует произведение одинаковых элементов.

Расположим два анализируемых базиса в форме двух «опор», соединенных на элементе b_2. Получим рисунок, иллюстрирующий совокупность свойств:

$\langle \sigma_i \rangle$		a_2						e_2		$\langle \gamma_i \rangle$
	□		□				□		□	
e_3		$(-)$		b_2	$\equiv$	b_2		$(+)$		f_1
	□		□				□		□	
		f_3						c_2		

,

$$\sigma_i \sigma_{i+1} - \sigma_{i+1} \sigma_i = 0, \qquad \gamma_i \gamma_{i+1} + \gamma_{i+1} \gamma_i = 0,$$

$$\left(\sigma_i \sigma_j\right) \sigma_k + \sigma_k \left(\sigma_j \sigma_i\right) = 0, \qquad \left(\gamma_i \gamma_j\right) \gamma_k - \gamma_k \left(\gamma_j \gamma_i\right) = 0.$$

На рисунке показано, что матрицы обоих базисов подчинены *дополнительным законам*.

Из анализа группы заполнения физических моделей следуют 6 типов алгебр с коммутирующими переменными.

Они таковы:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline b_2 & \leftrightarrow & e_1 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline a_2 & \leftrightarrow & f_1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline a_3 & \leftrightarrow & e_1 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline b_3 & \leftrightarrow & f_1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline a_1 & \leftrightarrow & e_2 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline b_1 & \leftrightarrow & f_2 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline b_3 & \leftrightarrow & e_2 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline a_3 & \leftrightarrow & f_2 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline b_1 & \leftrightarrow & e_3 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline a_1 & \leftrightarrow & f_3 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline a_2 & \leftrightarrow & e_3 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline b_2 & \leftrightarrow & f_3 \\ \hline \end{array}.$$

Их можно применять в теории типа Дирака для электрона. Поскольку базис коммутативный, мы получим либо новые частицы, либо новые свойства известных частиц.

Прямой проверкой доказано, что базисы анализируемых алгебр, состоящие из 4 элементов, независимо от того, коммутативны или некоммутативны элементы базиса, подчинены на матричном произведении единому циклическому уравнению

$$\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l + \xi_j\xi_k\xi_l\xi_i + \xi_k\xi_l\xi_i\xi_j + \xi_l\xi_i\xi_j\xi_k = 0.$$

На коммутативных базисах выполняется более простое условие вида

$$(\xi_i\xi_j)(\xi_k\xi_l) + (\xi_j\xi_k)(\xi_l\xi_i) + (\xi_k\xi_l)(\xi_i\xi_j) + (\xi_l\xi_i)(\xi_j\xi_k) = 0.$$

На комбинаторной операции для матриц $\overset{k}{\times}$ может быть выполнено одно из указанных уравнений. Однако дополнительно индуцируется уравнение с переменой знака

$$\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l - \xi_j\xi_k\xi_l\xi_i + \xi_k\xi_l\xi_i\xi_j - \xi_l\xi_i\xi_j\xi_k = 0.$$

В частности, на комбинаторной операции $\overset{k}{\times}$ выполняется условие

$$f_1b_1c_3b_2 + b_1c_3b_2f_1 + c_3b_2f_1b_1 + b_2f_1b_1c_3 = 0.$$

Другими словами, первичный закон для 4 элементов, подчиненных матричной операции, един для коммутативных и антикоммутативных базисов. Комбинаторная операция «расщепляет» один закон на пару законов, принимая во внимание не только плюсы перед произведениями 4 элементов, но и минусы.

Анализ 4 любых элементов показал, что полученные уравнения следует дополнить этими же уравнениями, «читаемыми» в обратном порядке

$$\xi_k\xi_j\xi_i\xi_l + \xi_j\xi_i\xi_l\xi_k + \xi_i\xi_l\xi_k\xi_j + \xi_l\xi_k\xi_j\xi_i,$$
$$\xi_k\xi_j\xi_i\xi_l - \xi_j\xi_i\xi_l\xi_k + \xi_i\xi_l\xi_k\xi_j - \xi_l\xi_k\xi_j\xi_i.$$

Тогда выполняются более общие уравнения.

Группа с наследственной операцией

Структура четверной группы Клейна генерирует латинский квадрат:

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\\3&4&1&2\\4&3&2&1\end{pmatrix}=1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Элементам группы можно сопоставить сигнатуры, двигая значимые элементы:

$$\boxed{\begin{array}{c}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&0\end{pmatrix}\end{array}},\ \boxed{\begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline \begin{pmatrix}1&-1&1&-1\end{pmatrix}\end{array}},\ \boxed{\begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \begin{pmatrix}2&-2&2&-2\end{pmatrix}\end{array}},\ \boxed{\begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \begin{pmatrix}-1&1&-1&1\end{pmatrix}\end{array}}.$$

Тогда данную совокупность можно рассматривать как группу на сигнатурной операции.

Выполним деформацию этих матриц, сохранив их сигнатуры:

$$\boxed{\begin{array}{c}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&0\end{pmatrix}\end{array}},\ \boxed{\begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \begin{pmatrix}1&-1&1&-1\end{pmatrix}\end{array}},\ \boxed{\begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \begin{pmatrix}2&-2&2&-2\end{pmatrix}\end{array}},\ \boxed{\begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}\\ \hline \begin{pmatrix}-1&1&-1&1\end{pmatrix}\end{array}}.$$

Эту совокупность матриц также можно рассматривать как группу на сигнатурной операции.

Примем точку зрения, что операция для деформированных матриц соответствует сигнатуре недеформированных, исходных матриц. Матрицы, рассматриваемые как аналог физических объектов, «наследуют» сигнатуру.

Заметим, что деформированные матрицы не случайны, они соответствуют структуре произведения чисел 1,2,3,4 по модулю числа 4:

$$\begin{array}{|c|cccc|}\hline \times&1&2&3&4\\ \hline 1&1&2&3&4\\ 2&2&4&2&4\\ 3&3&2&1&4\\ 4&4&4&4&4\\ \hline\end{array}\Rightarrow 1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Группа с операцией по расположению

Операции суммирования и умножения по модулю числа 1 могут быть ассоциированы с матрицами:

$$
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
\times & 0\to\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix} & 1\to\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\\
\hline
0\to\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix} & 0 & 1\\
\hline
1\to\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix} & 1 & 0\\
\hline
\end{array}
\to
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
+F_2 & 0 & 1\\
\hline
0 & 0 & 1\\
\hline
1 & 1 & 0\\
\hline
\end{array},
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
+F_2 & 0 & 1\\
\hline
0 & 0 & 0\\
\hline
1 & 0 & 1\\
\hline
\end{array}
\leftarrow
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
\times & 0\to\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix} & 1\to\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\\
\hline
0\to\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix} & 0 & 0\\
\hline
1\to\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix} & 0 & 1\\
\hline
\end{array}.
$$

По этой причине мы вправе дополнить свойства рассматриваемых совокупностей объектов. Расположим их на евклидовой плоскости с координатами (x, y). Тогда четверке любых объектов можно поставить в соответствие их координаты. Например, рассмотрим модель вида

$$a(0,0), b(0,1), c(1,1), d(1,0).$$

Сейчас возможна операция суммирования координат по модулю числа 1. Мы имеем единицу $a(0,0)$. Каждый элемент обратен себе. Операция аддитивна, что гарантирует ассоциативность. Выполнены все условия, соответствующие аксиоматике группы. Мы получили группу с операцией по расположению объектов.

Совокупность любых объектов, которым присущи внутренние свойства в форме наличия пары канонических «координат», можно спроектировать на группу с операцией суммирования координат по модулю числа 1.

На этом этапе анализа возможен переход к задачам психологии. Примем координату x для описания состояния Сознания, а координата y пусть соответствует состоянию Чувств. Если значение координаты равно нулю, будем говорить о пассивном состоянии Сознания и Чувств. Если значение координаты равно единице, будем говорить об активном состоянии Сознания и Чувств. Координаты объектов, указанные выше, задают каноническую систему состояний, базис для описания Сознаний и Чувств. Группа по расположению «свидетельствует» о том, что мы рассматриваем систему объектов, имеющих пару свойств. Они способны перевести себя в пассивное состояние при воздействии на себя. Они способны также изменить состояние других объектов: ослабить или усилить активность Сознания и Чувств.

Аналогично можно рассматривать и интерпретировать другие свойства объектов, не согласовывая их со структурой самих объектов. Структура объектов может быть подчинена принципиально другим законам.

Глава 2

Законы неассоциативной психологии

Фундаментальная связь алгебры, физики и психологии

Алгебра, в практическом смысле этого слова, есть инструмент расчета параметров некоторого физического изделия, представленного системой величин и системой операций, согласованных между собой в форме алгебраических выражений.

Обычно расчет проводится в некотором пространстве алгебры с конечным базисом

$$a_1, a_2, ... a_n.$$

На этом базисе, или на алгебраических выражениях, ассоциированных с ним, конструируются «вектора» трех типов: с левым, правым или смешанным произведением и с последующим суммированием. Три базовые алгебраические конструкции вида

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + ... + \alpha_n a_n,$$
$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + ... + a_n\beta_n,$$
$$\alpha_1 a_1\beta_1 + \alpha_2 a_2\beta_2 + ... + \alpha_n a_n\beta_n$$

образуют основу любой расчетной модели. Расчеты в физике, химии, биологии, психологии отличаются лишь тем, что их модели содержат разные величины и математические операции.

Фундаментальные расчетные модели в электродинамике и теории гравитации базируются на системе базовых алгебраических конструкций. Их объединение в электродинамике в форме равенства (с точностью до знаков)

$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + a_3\beta_3 + a_0\beta_0 + b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + b_3\beta_3 + b_0\beta_0 = 0$$

соответствует эмпирическим данным. В электродинамике пара указанных базисов ассоциирована с кватернионами, которые заданы матрицами степени 4. Эта пара кватернионов соответствует условию антисимметричности полей и индукций в электродинамике.

В физической теории гравитации расчетные величины симметричны. Модель расчета базируется на трёх антикватернионов. По этой причине в теории присутствует алгебраическая конструкция (с точностью до знаков), состоящая из трех базовых алгебраических конструкций. Основу расчетной модели образует выражение

$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + a_3\beta_3 + a_0\beta_0 + b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + b_3\beta_3 + b_0\beta_0 + c_1\gamma_1 + c_2\gamma_2 + c_3\gamma_3 + c_0\gamma_0 = 0.$$

Оно достаточно для *первичного согласования* расчёта с экспериментом.

В механике применяется базовое алгебраическое выражение вида

$$\alpha_1 a_1\beta_1 + \alpha_2 a_2\beta_2 + ... + \alpha_n a_n\beta_n.$$

Оно позволяет, в частности, учесть конвективные составляющие. С такой позиции становится очевидным, что механика сложнее традиционных моделей электродинамики и гравитации, так как сложнее её базовые алгебраические выражения.

Интерпретация физики в её расчётной форме как элемента алгебры упрощает понимание структуры физической теории. Это понимание становится конструктивным и фундаментальным при добавлении к указанной информации еще одного звена: матричной группы.

Легко видеть, что пара кватернионов, и тройка антикватернионов достаточны для задания в форме базовых алгебраических конструкций элементов матричной алгебры. Они имеют один значимый элемент в матрице степени 4, который принято задавать единицей. Любая матрица выражается через элементы матричной алгебры. Поскольку любая расчётная модель в четырехмерном пространстве может быть представлена в матричной форме на основе матриц степени 4, совокупность, состоящая из пары кватернионов и тройки антикватернионов, приобретает фундаментальное значение в любой расчетной модели.

Другими словами, нам известна фундаментальная система матриц, на основе которой можно записать любую расчетную модель: это есть пара кватернионов, объединенная с тройкой антикватернионов. Полная совокупность этих матриц есть группа.

Фундаментальность алгебраического подхода к физике становится более значимой при добавлении в анализ еще одного звена. Заметим, что указанные выше матрицы задают систему отношений между 4 объектами. Базовые отношения между ними могут быть представлены четверной группой Клейна:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Расширение группы Клейна на основе группы знаков генерирует пару кватернионов:

$$\{a_i\}\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\{b_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В кватернионе три элемента объединены с единичной матрицей. Сумма взаимных произведений их элементов (кроме единицы) равна нулю. Расширение группы Клейна на основе группы знаков генерирует три антикватерниона:

$$\{c_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\{e_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{f_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В каждом антикватернионе три элемента объединены с единичной матрицей. Неединичные элементы каждого кватерниона подчинены на матричном произведении алгебраическому закону

$$\{a,b\} = ab + ba = 0, a \neq b.$$

Элементы каждого антикватерниона подчинены на матричном произведении алгебраическому закону

$$[a,b] = ab - ba = 0, a \neq b.$$

Произведения элементов кватернионов и антикватернионов подчинены более сложному алгебраическому закону. Вся система указанных матриц на матричном произведении есть группа. Она фундаментальна для любой теории в четырехмерном пространстве. По этой причине назовем её *фундаментальной группой физической теории*. Ранее она называлась группой заполнения физических моделей.

Для усиления фундаментальности развиваемого алгебраического подхода к физике примем точку зрения, что совокупность отношений между 4 объектами, выраженная кватернионами и антикватернионами, свидетельствует о наличии 4 фундаментальных объектов физической реальности: пары положительных и отрицательных электрических предзарядов и пары положительных и отрицательных гравитационных предзарядов. Фундаментальная группа математически выражает отношения в такой совокупности объектов. Принимая далее гипотезу, что все физические объекты, так или иначе, изготовлены из предзарядов, мы согласуем математическую фундаментальность группы отношений с гипотезой о фундаментальной, единой структуре объектов физической реальности. Однако фундаментальная группа не учитывает эмпирически доказанную потребность объединения различных величин в некоторое расчетное выражение, используя операцию суммирования. Для конструирования выражений, указанных выше, требуется дополнить произведение элементов теории суммированием отдельных выражений. Другими словами, только фундаментальная алгебра может быть фундаментом общей физической теории.

Возможна ли фундаментальная алгебра? Какова её структура? Ответ на этот вопрос известен. Легко убедиться в корректности *алгебраического закона*

$$\{x,[y,z]\}-[\{x,y\},z]+[x,\{y,z\}]-\{[x,y],z\}-2(x,y,z)-2(z,y,x)=0.$$

Здесь стандартным образом определены коммутатор и антикоммутатор

$$[x,y]=xy-yx,\{x,y\}=xy+yx.$$

Элементы в круглых скобках называются ассоциаторами:

$$(x,y,z)=x(yz)-(xy)z,(z,x,y)=z(yx)-(zy)x.$$

Такова *фундаментальная алгебра* любой расчетной модели. В частности, она применима для анализа физических и психологических теорий. Этот алгебраический закон справедлив для ассоциативных и для неассоциативных множеств.

Заметим, что фундаментальный алгебраический закон не входит непосредственно в структуру расчетных моделей.

Он имеет другую функцию: утверждает алгебраическое единство разных расчетных моделей.

Более того, он объединяет в единую систему разные алгебраические выражения, согласованные между собой системой аддитивных и мультипликативных операций:

$$\left\{\underset{\times}{f_k},\left[\underset{\times}{\varphi_p},\underset{\times}{\theta_r}\right]\right\}-\left[\left\{\underset{\times}{f_k},\underset{\times}{\varphi_p}\right\},\underset{\times}{\theta_r}\right]+\left[\underset{\times}{f_k},\left\{\underset{\times}{\varphi_p},\underset{\times}{\theta_r}\right\}\right]-\left\{\left[\underset{\times}{f_k},\underset{\times}{\varphi_p}\right],\underset{\times}{\theta_r}\right\}-2\left(\underset{\times}{f_k},\underset{\times}{\varphi_p},\underset{\times}{\theta_r}\right)-2\left(\underset{\times}{\theta_r},\underset{\times}{\varphi_p},\underset{\times}{f_k}\right)=0.$$

Выражения указанного вида обозначают некоторую функцию, подчиненную операции со «своим» индексом.

Понятно, что система функций должна быть взаимно согласована.

Логическая трансформация объектов

Психологи исследуют объекты, которые имеют ощущения и способны к изменениям на основе не только внешних воздействий, но и внутренних оценок и побуждений. Для математического описания явлений указанного типа желательно сконструировать модели, вмещающие в себя элементы творчества и психологической практики. Конечно, такие возможности есть. Рассмотрим, в частности, вариант самовоздействия на основе операций, учитывающих структуру изделия и алгоритмы её логической трансформации сообразно модели изделия.

Примем операцию перестановки значимых элементов на количество шагов сообразно сумме номеров, соответствующих строке и столбцу, оцениваемых по модулю числа, равного размерности рассматриваемых матриц.

Конкретно алгоритм на операции, обозначенной символом $\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$ выглядит так:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \left(1+1=2, \quad 2+2=1, \quad 3+3=3\right) \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \left(1+3=1, \quad 2+3=2, \quad 3+3=3\right) \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Легко проверить соответствия элементов пары множеств, имеющих разные свойства. Одно множество есть группа на матричной операции. Другое множество на этой операции есть полугруппа. Соответствие представим таблицей:

G	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\updownarrow \begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\updownarrow \begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\updownarrow \begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\updownarrow \begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$
P	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

.

Логическое самовоздействие реализует не только взаимную трансформацию группы и полугруппы. Мы имеем модель взаимного превращения друг в друга объектов разного типа. Имеет место взаимное превращение мономиальных матриц в идеалы.

Согласно интерпретации, принятой в физике для описания тонкой материи, ему соответствует взаимное превращение электрических и гравитационных предзарядов. При моделировании явлений в психологии можно говорить о взаимном превращении мужских и женских типов.

Поскольку в физической и психологических теориях используются группы, полугруппу можно рассматривать в качестве пассивной, скрытой группы, способной превратиться в неё при реализации самовоздействия.

С другой стороны, группа способна на основе самовоздействия превратиться в полугруппу. Принимая многоуровневое и многогранное соотношение математики ипсихологии, следует найти в психологической практике проявления обнаруженных математических свойств.

Указанная операция позволяет по элементам четверной группы Клейна ввести элементы смежного класса этой группы:

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$(2424)\downarrow$	$(3333)\downarrow$	$(4242)\downarrow$	$(1111)\downarrow$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

.

Вторая пара матриц смежного класса получается при суммировании разных матриц на данной операции. Получим

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\left(\overset{*}{+}\right)$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
(2424)	$\left(\overset{*}{+}\right)$	(3333)	$=$	(1313)

.

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\left(\overset{*}{+}\right)$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
(2424)	$\left(\overset{*}{+}\right)$	(1111)	$=$	(3131)

.

Следовательно, операция самогенерации и взаимной генерации генерирует из четверной группы Клейна элементы смежного класса.

Мы получаем операционное расширение группы перестановок. В рассматриваемом случае обратной генерации на указанной операции не происходит.

Изменение расположения элементов на основе суммы или наличия по модулю значимых мест меняет ситуацию. Примем модель расположения элементов в итоговой матрице по строкам, согласно полученным значениям. Так формально реализуется вариант «самовоздействия» объектов, базирующийся на алгоритме оценки ситуации и «ключа» к её изменению.

В анализируемом варианте имеют место соответствия согласно таблице:

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

.

К аналогичным результатам мы приходим при указанном суммировании элементов смежного класса. Следовательно, есть операторный алгоритм преобразования матриц одного типа в матрицы другого типа.

Анализируемые матрицы имеют *векторное представление* по сумме номеров значимых мест в строках и столбцах. Рассматриваемый алгоритм не исключает другие возможности трансформации объектов. Анализируемый вариант относится к средствам внутреннего влияния объектов на себя или на представление о других объектах. Выполняемые изменения могут быть объективными и субъективными, верными и ложными. Это зависит от опыта.

Зависимость информации от алгоритма её восприятия

Рассмотрим правильный многоугольник в форме квадрата с внешними и внутренними линиями. Выполним «обход» квадрата, располагая числа, соответствующие вершинам, в порядке их «обхода», меняя начальную точку. Получим последовательность чисел, которые обозначим буквами:

$$a = 1234, b = 2341, c = 3412, d = 4123.$$

Выполним «прочтение», полагая, что предыдущее число указывает строку, а последующее число указывает место значимого элемента в этой строке. Выберем в качестве значимого элемента число 1. Получим одну матрицу

$$\xi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что она достаточна для генерации группы, если выполнить единые сдвиги значимых элементов последовательно влево или вправо до завершения циклов.

Выполним второе прочтение, полагая, что числа указывают положение значимого элемента в строках, соответствующих месту числа в последовательности. Получим группу с элементами

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что получится одинаковый результат при «прочтении» последовательно как слева направо, так и в обратном порядке.

Выполним третье «прочтение», полагая, что значимый элемент в соответствующих строках получается суммированием по модулю 4 числа в соответствующей строке с последующим числом.

Получим последовательность матриц

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c = a, d = b.$$

Они генерируют конформации при единых сдвигах значимых элементов:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix}, d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},$$

$$e=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}, f=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\1\\3\\1\end{pmatrix}, g=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix}, h=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\1\\3\end{pmatrix}.$$

Их свойства на новой операции «обратны» свойствам, которые имела система элементов на матричной операции.

На матричной операции есть группа Клейна и её смежный класс. На новой операции получим соотношения

$$aa=cc=4444, bb=dd=2222, ab=cd=1313, bc=ad=3131,$$
$$ee=gg=4444, ff=hh=2222, ef=gh=1313, eh=fg=3131.$$

Согласно им, теперь смежный класс генерирует себя, четверная группа Клейна генерирует смежный класс. У смежного класса есть единица и обратные элементы.

В системе элементов *операция изменила «лидерство»*: элементы группы на матричной операции стали элементами смежного класса на новой операции.

Одно множество генерирует две группы: группу на матричной операции и группу на операции суммирования номеров значимых мест. Операция «проявляет» группу. Поскольку математических операций может быть очень много, стоит задача построения операций, действия которых согласованы со спецификой психологических или физических проявлений в системе анализируемых объектов. Конечно, практика жизни и творчество подсказывают задачу изменения операций при изменении внутренних и внешних условий. Не исключается также авторитарная мотивация в изменении операций, что может достаточно необычно изменить объекты и законы в их системе.

Таблицы логического и матричного произведений имеют вид:

$\overset{l}{+}$	g	h	e	f
g	g	h	e	f
h	h	e	f	g
e	e	f	g	h
f	f	g	h	e

,

$\overset{m}{\times}$	e	f	g	h
e	a	b	c	d
f	d	c	b	a
g	c	d	a	b
h	b	a	d	c

.

Анализируемые матрицы имеют другое *векторное представление* при расположении «индикаторов» по номерам значимых мест в строках:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\1\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\1\\3\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix}.$$

Эти элементы на рассматриваемой операции суммирования компонент «векторов» по модулю числа, равного размерности матриц, образуют группу. Она не изоморфна предыдущей группе.

Следовательно, «векторное» представление системы матриц генерирует пару неизоморфных групп, имеет две грани, две стороны. Это обстоятельство «скрыто» на матричной операции. Аналогичное свойство было обнаружено ранее при анализе операций с числами в рамках модели проективной геометрии. Числа «ведут себя» по-разному на операции суммировании и на операции умножения.

На данной стадии анализа ясно, как можно учесть иерархию *в любой системе* исследуемых объектов. Мы вправе дополнить каждый её элемент «вектором иерархии», ассоциируя с ним «векторы», которые представляют матрицы. Тогда оценка объектов и их взаимодействий может проводиться не по внешним проявлениям объектов, например, на основе анализа их структуры, а по внутренним признакам, соответствующим его «векторному» статусу. Тогда итоги и механизмы взаимодействия объектов с присоединенным к ним «векторным» свойствам будут дополнять те свойства, которые были у них до введения этой операции.

Аналогично к элементам множество можно «прикрепить» другие величины и операторы. Так конструируется изделие, содержащее систему «рецепторов» с разными реакциями на одно и то же воздействие. При дополнении модели комбинаторикой соединения элементов и динамическими процедурами, мы приближаем формальную задачу к реальным задачам взаимодействия объектов, обладающих совокупностью свойств.

Представляет интерес задача анализа системы функций, сконструированных на «векторах» матриц.

Применим к анализируем матрицам структурную операцию, согласно которой пара матриц генерирует номера значимых элементов новой матрицы. Суммирование выполняется по модулю числа, равного размерности матриц.

Получим, например, соотношения

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}.$$

«Вектор» номеров может быть материализован по-разному. Результат зависит от того, какой операции подчинено рассматриваемое множество. В частности, следуя предыдущему анализу, имеем соответствие

$$\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\ldots$$

Расчетная ситуация становится более сложной при дополнении модели элементами аддитивной неассоциативности.

Для каждой пары величин введем 4 типа аддитивных операций:

$$(+,+),(+,-),(-,-),(-,+).$$

Им соответствуют формулы сложения вида

$$x\overset{1}{\oplus}y=+x+y,x\overset{2}{\oplus}y=+x-y,x\overset{3}{\oplus}y=-x-y,x\overset{1}{\oplus}y=-x+y.$$

Первая операция ассоциативна, три других операции не имеют свойства ассоциативности:

$$x\overset{1}{\oplus}\left(y\overset{1}{\oplus}z\right)=x+y+z,\quad \left(x\overset{1}{\oplus}y\right)\overset{1}{\oplus}z=x+y+z,$$

$$x\overset{2}{\oplus}\left(y\overset{2}{\oplus}z\right)=x-y+z,\quad \left(x\overset{2}{\oplus}y\right)\overset{2}{\oplus}z=x-y-z,$$

$$x\overset{3}{\oplus}\left(y\overset{3}{\oplus}z\right)=-x+y+z,\quad \left(x\overset{3}{\oplus}y\right)\overset{3}{\oplus}z=x+y-z,$$

$$x\overset{4}{\oplus}\left(y\overset{4}{\oplus}z\right)=-x-y+z,\quad \left(x\overset{4}{\oplus}y\right)\overset{4}{\oplus}z=x-y+z.$$

Суммы слагаемых таковы: $\sum_{i=1}^{4}\left(a\overset{i}{\oplus}\left(b\overset{i}{\oplus}c\right)\right)_i=2z,\sum_{i=1}^{4}\left(\left(a\overset{i}{\oplus}b\right)\overset{i}{\oplus}c\right)_i=2x.$

Принимая интерпретацию плюсов и минусов как характеристику отношения объекта к предлагаемой информации, мы получаем отношение факторов ассоциативности к факторам отсутствия ассоциативности в форме закона $p=\frac{1}{3}.$ Физические уравнения дополнительно могут быть представлены в разных формах, которые зависят от выбора представления модели. Известен стандартный вариант конструирования присоединенного представления

$$gYg^{-1}=(1+tX)Y(1-tX)=Y+t(XY-YX)...$$
$$g_1g_2Yg_2^{-1}g_1^{-1}=T(g_1g_2)=T(g_1)T(g_2)=g_1(g_2Yg_2^{-1})g_1^{-1}.$$

Его можно дополнить вариантом, пригодным для коммутативного множества:

$$gYg=(1+tX)Y(1+tX)=Y+t(XY+YX)...$$
$$g_1g_2Yg_2g_1=P(g_1g_2)=P(g_1)P(g_2)=g_1(g_2Yg_2)g_1.$$

Таковы, в частности, антикоммутаторы. В первом варианте мы имеем дело с коммутатором, удовлетворяя потребности электродинамики. Во втором варианте мы имеем дело с антикоммутатором, удовлетворяя потребности гравитации.

В обоих случаях для элементов рассматриваемого множества может быть выполнено условие

$$\left[a,\left[b,[c,d]\right]\right]+\left[b,\left[c,[d,a]\right]\right]+\left[c,\left[d,[a,b]\right]\right]+\left[d,\left[a,[b,c]\right]\right]=0.$$

При анализе моделей динамики явлений естественно *объединить* два типа представления в одном выражении, дополнив коммутаторы и антикоммутаторы весовыми множителями:

$$\left\langle XY\otimes YX\right\rangle_p^s=p(XY-YX)+s(XY+YX).$$

«Игры» расчета и формального анализа могут иметь разные формы и содержание.

Однако психологическая и физическая реальность не обязаны подчиняться им. Более того, логика и творчество объективной реальности подчинены, скорее всего, более тонким и совершенным алгоритмам и приемам. Они доступны нам только частично в меру совершенства и ограниченности реализуемой практики. Задача состоит в том, чтобы доступными средствами развивать меру своего совершенства и преодолевать границы, установленные ранее. Конечно, это замечание в полной мере относится и к математическому анализу объектов, ситуаций, различных динамик поведения.

Намерения и их следствия

Примем гипотезу: намерения есть согласованная система операторных изделий. Она конструктивна при наличии алфавита операторов, а также правил их объединения и применения на практике.

В границах математической практики описание намерений (интенций) и их следствий в приложении к анализируемому объекту или системе объектов сводится к выполнению математических операций, индуцируемых интенциями.

Проанализируем сначала несколько простых ситуаций.

Мы знаем, что совокупность объектов, подчиненных логической операции в соответствии с указанным выше правилом, есть группа второго уровня. Примем логическую интенцию в форме задачи преобразования данной совокупности элементов (объектов) из группы второго уровня в группу первого уровня.

Реализуем данную интенцию на основе операторного изделия. Заменим проанализированное ранее бинарное произведение пары элементов, подчиненных логической операции в форме таблицы произведений, на обобщенное произведение

$$a * b = (a \cdot b) \cdot (b \cdot a).$$

Получим таблицу 16 для обобщенного логического произведения.

Таблица 16. Обобщенное логическое произведение

*	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1

.

В данном случае каждый объект обратен себе. Более того, в результате каждого парного «взаимодействия» получается один и тот же объект. Понятно, что данная операция ассоциативна, что трансформировало группу второго уровня в нетривиальную группу первого уровня. Предложенную операцию можно назвать операцией стандартизации. Разные объекты, «подчинившись» функциональной интенции на привычной логической операции, превратились в систему одинаковых объектов. Если провести аналогию с одеждой, то объекты оделись в одинаковую одежду. Если провести аналогию с различием точек зрения, то все объекты приняли в результате «взаимодействия» одну точку зрения.

Процессы такого типа мы наблюдаем в реальной практике. Теперь появляется математический инструмент для описания превращений неоднородного множества в однородное множество.

Одна операция на множестве генерирует разные результаты. Они зависят от интенций, которым подчинено данное многообразие.

Мы проанализировали модель трансформации множества при условиях, что исходные элементы множества не менялись, не менялась и логическая операция.

Рассмотрим другую возможность в рамках логической интенции построения математической модели иерархических систем. Примем точку зрения, что номер объекта есть показатель статуса данного объекта в конечной иерархической системе. Если номеров четыре, число уровней иерархии равно четыре.

Изменение логической операции есть изменение статуса объектов в иерархической системе. Возможны разные модели таких изменений. Проанализируем несколько ситуаций, соответствующих обобщенному логическому произведению при условии дискретного единого изменения статуса.

Аддитивно изменим каждый элемент логического произведения на единицу, сохраняя структуру иерархии. Это возможно при аддитивной операции по модулю 4. Рассмотрим цикл трансформаций. Найдем матрицы обобщенных логических произведений, ассоциированных с ним. Получим соответствия вида

C_1	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1
		$\updownarrow$		
$*_1$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1

,

C_2	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	4	1	2	3
3	3	2	1	4
4	1	4	3	2
		$\updownarrow$		
$*_2$	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	3	2	1	4
3	4	1	2	3
4	2	3	4	1

,

C_3	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	1	2	3	4
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3
		$\updownarrow$		
$*_3$	1	2	3	4
1	2	2	2	2
2	2	2	2	2
3	2	2	2	2
4	2	2	2	2

,

C_4	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	2	3	4	1
3	1	4	3	2
4	3	2	1	4
		$\updownarrow$		
$*_4$	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	2	3	4	1
3	1	4	3	2
4	3	2	1	4

.

Цикл трансформаций произведений, ассоциированных с аддитивным изменением статуса произведений в иерархической системе, имеет ряд свойств. Есть модели превращения иерархической системы с системы без иерархии. В рассматриваемом случае таких уровней два.

Есть превращения статуса элементов в логической системе, которые аналогичны исходной логической схеме. Они не дают перемен качества, хотя иерархические изменения существенны. Есть изменения статуса, согласно которым произведения переставляют строки и столбцы исходной логической системы.

Есть зависимость произведения от модели интенций в форме функциональных выражений. Рассмотрим действия трех функциональных интенций, применяя первичную логическую операцию.

Получим такие результаты:

$\boxed{a*b=(a\cdot b)\cdot b\cdot(ba)}$

$*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	4	3	2	1
4	1	2	3	4

,

$\boxed{a\overset{t}{*}b=\langle b\cdot b\cdot b...\rangle^{a}}$

$*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	4	1
3	1	3	2	4
4	1	1	1	1

,

$\boxed{a*b=a\cdot b\cdot b\cdot a}$

$*$	1	2	3	4
1	1	4	4	1
2	4	1	1	4
3	4	1	1	4
4	1	4	4	1

.

Одна из таблиц представлена следующими матрицами:

$*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	4	3	2	1
4	1	2	3	4

$$=1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+$$

$$+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Такой тип матриц обычно соответствует комбинаторному произведению, что косвенно свидетельствует о связи логического и комбинаторного произведений. Обнаруженная связь не случайна. Анализ показывает, что различные операции способны в одной и той же системе матриц генерировать одинаковые результаты, если операции многократны или структурно сплетены друг с другом. Именно это обстоятельство важно учитывать при описании сложных живых объектов, когда изменения в системе объектов, связанных между собой, подчинены действию системы влияний, некоторые из которых многократны. Аналогичные задачи присущи не только психологии.

Обратим внимание на структуру и действия логической операции сектора E. Таблица логического произведения в данном случае такова

$C*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

.

Анализ тройных произведений показал их согласованность с группой Клейна:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1(1i) & = & (11)i \\ \hline 1(2i) & = & (12)i \\ \hline 1(3i) & = & (13)i \\ \hline 1(4i) & = & (14)i \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 2(1i) & = & (21)i \\ \hline 2(2i) & = & (22)i \\ \hline 2(3i) & = & (23)i \\ \hline 2(4i) & = & (24)i \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 3(1i) & = & (31)i \\ \hline 3(2i) & = & (32)i \\ \hline 3(3i) & = & (33)i \\ \hline 3(4i) & = & (34)i \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4(1i) & = & (41)i \\ \hline 4(2i) & = & (42)i \\ \hline 4(3i) & = & (43)i \\ \hline 4(4i) & = & (44)i \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, анализ ассоциативных свойств многообразия, которое не является группой, может генерировать на основе равенств в системе тройных произведений качественно новый объект. В данном случае *генерируется группа* перестановок Клейна.

Поскольку тройные произведения принадлежат исходной системе, анализ их произведений позволяет найти закон для ассоциативности. В рассматриваемом случае куб каждого элемента есть единичный элемент.

По этой причине для сектора C выполняется обобщенное правило ассоциативности

$$\left(a(bc)\right)^3 - \left((ab)c\right)^3 = 0.$$

Для сектора B выполняется закон

$$\left(a(bc)\right)^4 - \left((ab)c\right)^4 = 0.$$

Логическая операция сектора C имеет симметричные функциональные свойства.

Проиллюстрируем это замечание таблицами произведений. Получим такие результаты:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ \hline 3 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 2 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ \hline 4 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ \hline 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ \hline 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline * & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \end{array},$$

$$\boxed{a*b=(ba)(ab)},\ \boxed{a*b=(ba)(ab)},\ \boxed{a*b=baab},\ \boxed{a*b=abba}.$$

Они иллюстрируют естественные различия поведения при различии действующих операций.

Отношения в системе из 4 объектов с суммированием статусов мест

Зададим статус мест для элементов четверной группы Клейна. Его представление выглядит так

$$\begin{array}{c|c|c|c}
\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}. \\
\hline
2424 & 3333 & 4242 & 1111
\end{array}$$

Суммирование статусов мест для этих матриц генерирует 4 новые матриц со своим статусом мест. Они таковы:

$$\begin{array}{c|c|c|c}
\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}. \\
\hline
2222 & 3131 & 4444 & 1313
\end{array}$$

Таблицы их произведений показывают, что мы имеем дело с группой на операции суммирования статусов мест.

Действительно, получим

$H*H$	2424	3333	4242	1111
2424	4444	1313	2222	3131
3333		2222	3131	4444
4242			4444	1313
1111				2222

,

$H*Q$	3131	2222	1313	4444
2424	1111	4242	3333	2424
3333		1111	4242	3333
4242			1111	4242
1111				1111

,

$Q*Q$	3131	2222	1313	4444
3131	2222			
2222	1313	4444		
1313	4444	3131	2222	
4444	3131	2222	1313	4444

.

Обратим внимание на тот факт, что рассматриваемая совокупность матриц образует группу на матричной операции. Ситуация будет меняться, если реализуется изменение системы объектов и системы действующих операций. Особое место занимают теперь функциональные законы, выполняющиеся в анализируемой системе. Их можно сравнивать между собой.

Сопоставим функциональные законы, соответствующие данной паре операций:

$$H*H=Q, H*Q=H=Q*H, Q*Q=Q, \qquad H\cdot H=H, H\cdot Q=Q=Q\cdot H, Q\cdot Q=H.$$

Они генерируют графы функциональных связей, в которых элементы H,Q взаимно обратны:

		H	$\to$	H		
	□				□	
Q	$\leftrightarrow$		Q		$\leftrightarrow$	Q
	□				□	
		H	$\leftarrow$	H		

,

		Q	$\to$	Q		
	□				□	
H	$\leftrightarrow$		H		$\leftrightarrow$	H
	□				□	
		Q	$\leftarrow$	Q		

.

Введем в рассмотрение новые матрицы P и определим их статус:

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$.
2341	3412	4123	1234

При суммировании статусов мест с матрицей H генерируются матрицы R:

$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$.
1432	4321	3214	2143

Проанализируем таблицы суммирования статусов мест для совокупности, состоящей из 4 матриц. Получим таблицы

$P*H$	2424	3333	4242	1111
1234	3214	4123	1432	2341
4123		3412	4321	1234
3412			3214	4123
2341				3412

,

$P*Q$	3131	2222	1313	4444
1234	4321	3412	2143	1234
4123		2341	1432	4123
3412			4321	3412
2341				3241

,

$P*R$	1432	4321	2143	3214
1234	2222	1111	3333	4444
4123		4444	2222	3333
3412			1111	2222
2341				1111

,

$R*R$	1432	4321	2143	3214
1432	2324	1313	3131	4242
4321		4242	2424	3131
2143			4242	1313
3214				2424

,1234

$P*P$	1234	4123	3412	2341
1234	2424	1313	4242	3131
4123		4242	3131	2424
3412			2424	1313
2341				4242

,

$H*R$	1432	4321	2143	3214
2424	3412	2341	4123	1234
3333		3214	1432	2143
4242			2341	3412
1111				4321

,

$Q*R$	1432	4321	2143	3214
3131	4123	3412	1234	2341
2222		2143	4321	1432
1313			3412	4123
4444				3214

.

Мы объединили в таком варианте в одну группу на операции суммирования статусов мест 4 блока матриц, каждый из которых обеспечивает полное заполнение элементов матриц размерности 4.

Этот вариант необходим для моделирования уравнений, описывающих физические объекты и явления. Наличие четырех блоков косвенно свидетельствует об ожидаемом единстве Тел, Сознаний и пары Чувств, которые их соединяют. Тела и Сознания можно связать парой Чувств. Одна модель описывает влияние Тел на Сознание. Другая модель описывает влияние Сознания на Тело.

Функциональные связи между блоками состоят из связей, указанных выше и дополнительных связей вида

$$H*P=(P,R), H*R=(P,R), Q*P=(P,R), Q*R=(P,R),$$
$$P*P=(H,Q), P*R=(H,Q), R*R=(H,Q).$$

Граф связей между новыми блоками напоминает диаграмму «цепной реакции»:

						H						
						$\downarrow$						
		R				P				R		
		$\uparrow$								$\uparrow$		
P	$\leftarrow$	Q	$\leftarrow$	R				P	$\rightarrow$	Q	$\rightarrow$	P
				$\downarrow$				$\downarrow$				
		P	$\leftarrow$	H				H	$\rightarrow$	P		
				$\downarrow$				$\downarrow$				
				R				R				

Анализируемые матрицы имеют другой статус при задании его местами значимых элементов в строках. Получим соответствия такого вида:

$$\begin{array}{c}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\(1111)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\(2222)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\(3333)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\(4444)\end{array},$$

$$\underset{(4242)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{(3131)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{(2424)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\quad \underset{(1313)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(1234)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\quad \underset{(2143)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\quad \underset{(3412)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{(4321)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{(1432)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{(2341)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{(3214)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\quad \underset{(4123)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}}.$$

Каждая матрица получает двойное представление в модели статуса мест:

$$\underset{[1111]}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[2222]}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[3333]}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[4444]}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},$$

$$\underset{[4242]}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[3131]}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[2424]}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\quad \underset{[1313]}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{[1234]}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\quad \underset{[2143]}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[3412]}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[4321]}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},$$

$$\underset{[1432]}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[2341]}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\quad \underset{[3214]}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\quad \underset{[4123]}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}}.$$

Один набор чисел имеет два представления матрицами.

Мы приходим к ситуации, согласно которой любая физическая модель получает «теневое представление» при замене «видимых» матриц их «невидимыми» двойниками. Дополнительно можно учитывать» теневую» трансформацию величин и дифференциальных операторов. В частности, есть соответствия

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\\hline \Downarrow\\\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\\hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\\hline \Downarrow\\\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\\hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\\hline \Downarrow\\\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\\hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\\hline \Downarrow\\\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\\hline\end{array}.$$

Поскольку рассматриваемые группы коммутативны, коммутаторы равны «единичной» матрице. Поскольку четырехкратное суммирование элемента генерирует единичную матрицу, справедливо условие

$$((a-b)*(a+b))*((a-jb)*(a+jb))=0,\ j^2=-1.$$

Возможно разложение каждой матрицы четвертого порядка по любой совокупности, которая заполняет все места матриц размерности 4. Тогда, например, получим

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}a_{11}&0&0&0\\0&a_{22}&0&0\\0&0&a_{33}&0\\0&0&0&a_{44}\end{pmatrix}\\\hline (2424)^*\\\hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&a_{12}&0&0\\a_{21}&0&0&0\\0&0&0&a_{34}\\0&0&a_{43}&0\end{pmatrix}\\\hline (3333)^*\\\hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&a_{13}&0\\0&0&0&a_{24}\\a_{31}&0&0&0\\0&a_{42}&0&0\end{pmatrix}\\\hline (4242)^*\\\hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&a_{14}\\0&0&a_{23}&0\\0&a_{32}&0&0\\a_{41}&0&0&0\end{pmatrix}\\\hline (1111)^*\\\hline\end{array}.$$

Произведения этих матриц можно выполнять согласно операции суммирования статусов мест, располагая на значимые места произведения значимых элементов соответствующих матриц. Такое произведение с некоторой его модификацией ранее было названо логическим произведением. Его свойства генерируют новые алгебры, а также новые функции. В рассматриваемом случае имеют место законы гармонии пар:

$$(3333)*(4242)=(2424)*(1111)\to(3131),(3131)*(4242)=(4321)*(3412)\to(3333),...$$

Учитывая модель суммирования по модулю числа 4, мы можем сопоставить этому закону геометрическое изделие, рассматривая статусы мест как генераторы расстояний от выделенной точки до других точек. Например, получим рисунок

d								
	□							
		□						*a*
			□				□	
				□		□		
					*			
				□		□		
			□				□	
		□						*b*
	□							
c								

Сопоставим предложенному закону соответствие для расстояний между 4 точками, рассчитанное по модулю числа 4:

$$l(a)l(b)=l(c)l(d)\rightarrow 2\cdot 2=4\cdot 4.$$

С группами на операции суммирования статусов мест ассоциированы геометрические фигуры в форме «паутинок». С физической точки зрения это могут быть системы силовых линий, согласованные или не согласованные между собой. Представление чисел парой матриц позволяет по-новому анализировать суммы этих чисел. Действительно, пусть указаны две стороны чисел a,b:

$$a_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},a_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},b_1=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},b_2=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Тогда есть 4 суммы для пары чисел:

$$a_1+b_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&1\\0&0&1&1\\1&1&0&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}=(a+b)_{11},$$

$$a_1+b_2=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&2\\0&1&1&0\\0&1&0&1\\1&1&0&0\end{pmatrix}=(a+b)_{12},$$

$$a_2+b_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\1&0&0&1\\2&0&0&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}=(a+b)_{21},$$

$$a_2+b_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&1\\1&1&0&0\\1&0&0&1\\1&1&0&0\end{pmatrix}=(a+b)_{22}.$$

С аналогичной ситуацией мы имеем дело при анализе произведения матриц. Поскольку произведений очень много, важно выполнить их классификацию, соединив её с практикой. Неассоциативность в сочетании с нарушением дистрибутивности способна превратить простое явление в сложное, но может быть и обратный результат, когда сложное явление описывается очень просто. Принимая сответствие расчета и эксперимента, мы приходим к новой возможности проведения и интерпретации экспериментов. С одной стороны, желательно знать и применять на практике все стороны одного и того же объекта. С другой стороны, расхождение эксперимента с расчетом может быть обусловлено некорректным его анализом, в котором не учтено различие сторон явлений и их проявлений на практике.

Расширение и динамика этических алгебр

Из анализа алгебры совести Лефевра следует, что есть *две этические системы*, имеющие разное математическое представление в алгебре Буля:
а) математическое представление «капиталистического» типа

$$1+0=0,$$
$$1\times 0=1,$$

(объединение добра со злом есть зло; борьба добра со злом есть добро)
б) математическое представление «социалистического» типа

$$1+0=1,$$
$$1\times 0=0.$$

(объединение добра со злом есть добро; борьба добра со злом есть зло)

Рассмотрим вариант модели, из которой указанные «сценарии» получаются как частные случаи. Зададим сумму и произведение величин однопараметрическими зависимостями, которые аналогичны используемым в электродинамике без ограничения скорости. В ней скорость первичного источника излучения и скорость вторичного источника излучения объединены формулой:

$$\vec{u} = (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m = (1-w)a + wb.$$

По аналогии с указанной зависимостью зададим сумму и произведение величин в алгебре. Пусть

$$a \overset{f}{+} b = fa + (1-f)b,$$

$$a \overset{f}{\times} b = (1-f)a + fb \pm f(1-f)(ab+ba)^p.$$

Значения функции

$$\{\theta_i\} \to f = 0,\ f = 1$$

соответствуют принятым Лефевром двум этическим схемам поведения сообществ людей. Согласно законам сложения и произведения при значении $f = 0$ получим

$$1 \overset{f}{+} 0 \Big|_{f=0} \to 1 + 0 = 0,$$

$$1 \overset{f}{\times} 0 \Big|_{f=0} \to 1 \times 0 = 1.$$

Согласно законам сложения и произведения при значении $f = 1$ получим

$$1 \overset{f}{+} 0 \Big|_{f=1} \to 1 + 0 = 1,$$

$$1 \overset{f}{\times} 0 \Big|_{f=1} \to 1 \times 0 = 0.$$

Изменение параметра f в указанных пределах (что естественно для нормированных функций) позволяет осуществлять переход от одной этической модели к другой. Этот переход может быть подчинен динамическим законам и наделен физическим смыслом. Нормы этики, согласно данному подходу, динамичны. Противоположные этики являются асимптотическими значениями параметрического семейства этик. Следовательно, есть процессы изменения этики, что прекрасно подтверждает практика. Теперь этот факт получил начальное математическое выражение. Указанный алгоритм сложения эффективно применяется в электродинамике движущихся сред, что косвенно свидетельствует о наличии у частиц света элементов логики в отношении к скоростям**.**

Легко доказать коммутативность и ассоциативность данных произведений при указанных фиксированных значениях параметра f.

При других значениях параметра f имеет место некоммутативность

$$a \overset{f}{+} b \neq b \overset{f}{+} a,$$

$$a \overset{f}{\times} b \neq b \overset{f}{\times} a,$$

и неассоциативность

$$\left(a \overset{f}{+} b\right) \overset{f}{+} c \neq a \overset{f}{+} \left(b \overset{f}{+} c\right),$$

$$\left(a \overset{f}{\times} b\right) \overset{f}{\times} c \neq a \overset{f}{\times} \left(b \overset{f}{\times} c\right).$$

Образно можно сказать, что неассоциативная и некоммутативная алгебра чувств «движется» в ассоциативных и коммутативных берегах.

Выполняются условия, используемые Лефевром:

$$1 \overset{\{\theta\}}{+} 1 = 1, \qquad 0 \overset{\{\theta\}}{+} 0 = 0,$$

$$1 \overset{\{\theta\}}{\times} 1 = 1, \qquad 0 \overset{\{\theta\}}{\times} 0 = 0.$$

Они, в одной из интерпретаций, выражают предположения, что любое взаимодействие добра с добром не порождает зло, а любое взаимодействие зла со злом не порождает добро. Имеет место изолированность добра и зла при использовании таких операций. Указанные формулы являются частным случаем более общих формул:

$$1 \overset{\{f\}}{+} 1 = 1, \qquad 0 \overset{\{f\}}{+} 0 = 0,$$

$$1 \overset{\{f\}}{\times} 1 = 1 \pm 2f\left(1 - f\right),$$

$$0 \overset{\{f\}}{\times} 0 = 0.$$

Новая модель описывает пару сценариев при борьбе добра с добром: возможно как увеличение, так и уменьшение добра. Этого нет при борьбе зла со злом.

Рассмотрим *нормативные импликации* (воздействия объекта на объект с итогом), которые могут использоваться в алгебре логики. Малая цифра под большой цифрой описывает ситуацию воздействия (давления, разрушения объекта, соответствующего цифре) со стороны объекта с его свойствами, обозначенного большой буквой. Нахождение малой цифры вверху свидетельствует о «возвышении», усилении качества, ассоциированного с этой цифрой. Так, первой формуле соответствует информация: разрушение плохих качеств добрыми качествами есть добро.

Последняя формула утверждает, что усиление добра добром есть добро.

Таблица импликаций, характеризующая объекты с «нормальной этикой», получается такой:

$$\underset{0}{1}=1 \qquad \overset{0}{1}=0$$

$$\underset{1}{0}=0 \qquad \overset{1}{0}=1$$

$$\underset{0}{0}=1 \qquad \overset{0}{0}=0$$

$$\underset{1}{1}=0 \qquad \overset{1}{1}=1$$

Она описывает смысловые оттенки отношений между объектами с разными свойствами, канонически оценивая их направленность. Смысловая нагрузка приведенных обозначений состоит в следующем: каноническое число в форме индекса означает фактор, на который идет влияние от объекта, представленного управляющим каноническим числом.

После стрелки показан логический итог такого влияния. Если индекс находится внизу, качество, ему соответствующее, ослабляется или разрушается. Если индекс находится вверху, качество, ему соответствующее, усиливается или укрепляется. Назовем каноническое число, равное нулю, словом «зло». Назовем каноническое число, равное единице, словом «добро». Условимся писать эти слова без кавычек. Тогда представленные выше импликации имеют морфологическое выражение. Согласно первой формуле «зло, которое разрушает зло, порождает добро». Остальные формулы «читаются» аналогично. Согласно последней формуле «добро, которое укрепляет добро, есть добро».

Будем рассматривать импликации как операции второго уровня над объектами, заданными на каноническом множестве. Запишем нормативные импликации формулами:

$$\underset{\eta}{\xi}(n)=1-\eta+\xi\eta(1-\xi\eta), \qquad \overset{\eta}{\xi}(n)=1-\underset{\eta}{\xi}=\eta-\xi\eta(1-\xi\eta).$$

В них последовательно подставляются указанные канонические числа. На множестве импликаций действует закон «сохранения» для взаимных импликаций:

$$\overset{\eta}{\xi}(n)+\underset{\eta}{\xi}(n)=1.$$

Возможен, конечно, выбор других импликаций, а также их активных деформаций. Множество импликаций можно подчинить динамическому закону, зависимому от обстоятельств, учитываемых в задаче.

Дополним нормативные импликации, указанные выше, их отрицанием, ненормативными импликациями. Получим совокупность импликаций, в которой первый и третий столбцы задают нормативные импликации, а второй и четвертый столбцы задают ненормативные импликации.

Результат представим таблицей:

$$\underset{0}{1}=1 \quad \underset{0}{1}=0 \qquad \overset{0}{1}=0 \quad \overset{0}{1}=1$$

$$\underset{1}{0}=0 \quad \underset{1}{0}=1 \qquad \overset{1}{0}=1 \quad \overset{1}{0}=0$$

$$\underset{0}{0}=1 \quad \underset{0}{0}=0 \qquad \overset{0}{0}=0 \quad \overset{0}{0}=1$$

$$\underset{1}{1}=0 \quad \underset{1}{1}=1 \qquad \overset{1}{1}=1 \quad \overset{1}{1}=0$$

Формулы для ненормативных импликаций таковы:

$$\underset{\eta}{\xi}=\eta-\xi\eta\left(1-\xi\eta\right), \qquad \overset{\eta}{\xi}=1-\eta+\xi\eta\left(1-\xi\eta\right).$$

Нормативные и ненормативные импликации согласованы между собой согласно закону:

$$\underset{\eta}{\xi}\left(n\right)+\underset{\eta}{\xi}=1, \qquad \overset{\eta}{\xi}\left(n\right)+\overset{\eta}{\xi}=1.$$

Наличие нормативных и ненормативных импликаций предполагает реализацию композиции из них в форме «смешанной системы импликаций». Элементы первого и второго столбцов импликаций, *соответствующие этике разрушающего типа*, могут быть перемешаны между собой, формируя типы объектов, имеющих разное этическое поведение. Например, это может быть вид объектов с «нормальной этикой», которая подчинена импликациям по первому столбцу. Это может быть вид объектов с «ненормальной этикой», которая подчинена импликациям по второму столбцу. Взаимная замена одного или более элементов первого столбца элементами второго столбца образует виды объектов со «смешанной этикой». Объектов со «смешанной этикой» будет 10. Общее количество видов этики разрушающего типа равно 12. Общее количество видов созидающей этики равно 12. Охарактеризуем действующий объект полным набором импликаций. Они относятся к первому и второму типу «этических объектов», классифицируя действующие объекты. Общее количество видов «этических объектов» равно $144=12\cdot12$. Оно получено произведением видов объектов с «разрушающей этикой» и объектов с «созидающей этикой».

Рассмотрим с общей точки зрения пару объектов с разными типами этики. Мы обнаружим, что пара может иметь весь набор импликаций, дополняя друг друга. Наибольшее количество вариантов представляет здесь совокупность объектов со смешанной этикой. Интересно отметить, что полный набор импликаций получится также у пары объектов, относящихся к объектам с «нормальной этикой» и с «ненормальной этикой». С другой стороны, пара может не обладать всем набором импликаций, тогда она имеет «дефектный набор импликаций». На этой основе также возможна классификация объектов с этикой и их динамики.

Смешение импликаций можно подчинить динамическому закону, полагая, что разные импликации в данной ситуации и в данный момент времени имеют разный «вес». Зададим «вес» импликации величиной $\sigma(i,j)$. Тогда динамический закон для пар импликаций может иметь структуру:

$$\underset{\eta}{\tilde{\xi}}^{ij} = \left(1-\sigma_1(i,j)\right)\underset{\eta}{\xi}^{i}(n) + \sigma_1(i,j)\underset{\eta}{\xi}^{j},$$
$$\overset{\eta}{\tilde{\xi}}^{i} = \left(1-\sigma_2(i,j)\right)\overset{\eta}{\xi}^{i}(n) + \sigma_2(i,j)\overset{\eta}{\xi}^{j}.$$

Разрушающие и созидающие импликации могут быть подчинены разными, они управляются величинами $\sigma_1(i,j), \sigma_2(i,j)$:

$$\hat{L}\sigma_p(i,j) = f_p(i,j).$$

Унарную операцию отрицания можно также рассматривать на основе релаксационного закона динамического перехода от прямого значения величины к ее отрицанию. Рассмотрим эту возможность. Пусть

$$\bar{a} = \lim \tilde{a}\ \big|_{\kappa_1 \Rightarrow 1}, \tilde{a} = (1-\kappa_1)a + \kappa_1\bar{a}, \tilde{\tilde{a}} = (1-\kappa_2)\bar{a} + \kappa_2 a.$$

Тогда получим

$$\bar{\bar{a}} = a.$$

Подчинение отрицания динамическому закону задает еще одну грань этических состояний и процессов. В рассматриваемых случаях за основу анализа динамики взято уравнение, вытекающее из анализа релаксационных процессов.

Эти процессы широко распространены в мире живых объектов. Поэтому есть основания надеяться, что мы в состоянии получить модели, проясняющие структуру и динамику этических состояний и процессов.

Учет возможности преобразования одних состояний в другие, равно как и одних импликаций в другие, позволяет «ввести динамику» в законы композиции величин. Введем переменные величины в законы, предложенные ранее. Пусть каждая величина может быть переменной и может «стремиться» к другому значению. Тогда мы имеем дело с объектами типа

$$\tilde{a} = \left(1-\sigma_{ij}\right)a^{i} + \sigma_{ij}a^{j}, \tilde{b} = \left(1-\kappa_{ij}\right)b^{i} + \kappa_{ij}b^{j}.$$

По повторяющимся индексам может быть суммирование, но оно не обязательно. Это условие определяется конкретными обстоятельствами задачи. Указанные коэффициенты могут быть подчинены разным динамическим уравнениям.

Принимая такую точку зрения, мы приходим к обобщенным законам композиции:

$$\tilde{a}\overset{\tilde{f}_1}{+}\tilde{b}=\tilde{f}_1\tilde{a}+\left(1-\tilde{f}_1\right)\tilde{b},$$

$$\tilde{a}\overset{\tilde{f}_2}{\times}\tilde{b}=\left(1-\tilde{f}_2\right)\tilde{a}+\tilde{f}_2\tilde{b}\pm\tilde{f}_2\left(1-\tilde{f}_2\right)\left(\tilde{a}\tilde{b}+\tilde{b}\tilde{a}\right)^{\tilde{p}},$$

$$\tilde{f}_s=\tilde{f}_s\left(\sigma\left(i,j\right)\right), s=1,2.$$

После указанных замечаний и предположений можно переходить к анализу ситуативных формул. Так, например, рассмотрим

$$\varphi_1=a^{a+b}+a^{a\times b},\varphi_2=a^{a+b^{\bar{a}}}\ldots$$

Эти формулы можно записать на основе зависимостей, указанных выше.

Для построения физических моделей, учитывающих этические аспекты поведения, требуется новое математическое выражение рассматриваемых соотношений. Поскольку физические модели имеют стандартное выражение на основе матриц, «алгебру совести», а также законы импликаций также следует задать на основе матриц.

Рассмотрим такую возможность, исследуя матрицы размерности три. Формально разобьем их на два класса. К классу с символом 0 отнесем матрицы, симметричные относительно второстепенной диагонали и правые идеалы:

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}.$$

К классу с символом 1 отнесем матрицы, симметричные относительно главной диагонали и левые идеалы.

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

$$\underset{(0)}{1}=1_k\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\underset{(0)}{1}=0_m\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}.$$

Мы использовали полученное ранее комбинаторное произведение и стандартное матричное произведение с получение пары импликаций.
На основе пары операций получаются канонические законы этики «капиталистического типа»

$$1\overset{k}{\times}0=1,$$

$$1\overset{m}{\times}0=0.$$

Другой вид имеют законы этики «социалистического типа

$$1\overset{k}{\times}0=0,$$

$$1\overset{m}{\times}0=1.$$

Они следуют при другом выборе элементов:

$$1\overset{k}{\times}0=0 \Rightarrow \begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$1\overset{m}{\times}0=1 \Rightarrow \begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Следовательно, конечное множество матриц, разбитое на два класса, позволяет получить систему импликаций, если использовать две операции, что превращает множество в алгебру.

Другими словами, «*этические возможности конечных психологических систем*» естественны с математической точки зрения. Они далеко не так просты по своей структуре. В частности, они скрыты от анализа, если используется только матричное произведение. Поскольку этика базируется не только на логике, но и на оценках ситуации, мы приходим к выводу, что конечные физические системы имеют «скрытую логику», а потому и «скрытое сознание». Этика неразрывно связана не только с оценкой ситуаций и состояний, но и с отношением к ним, что мы называем чувствами. Поэтому, с формальной точки зрения*, «чувства» могут быть описаны системой матриц с приданной к ним системой операций.* По сути подхода мы обязаны рассматривать систему операций как совокупность элементов, единых с матрицами, которые используются нами. Этот подход принят в алгебре, когда объекты рассматриваются согласованно с операциями.

Представляет интерес задача построения всей системы импликаций, основываясь на разбиении конечного множества на два класса и пары операций на множестве: матричного и комбинаторного произведений. Кроме этого, можно поменять порядок произведений. В этом подходе очень легко доказать возможность первой строки импликаций.

Действительно, получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\to \underset{0}{\overset{m}{1}}=1\Rightarrow 1\overset{m}{\times}0=1,$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\to \underset{0}{\overset{k}{1}}=1\Rightarrow 1\overset{k}{\times}0=0,$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to \overset{0\,k}{1}=0\Rightarrow 0\overset{k}{\times}1=0,$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to \overset{0\,m}{1}=1\Rightarrow 0\overset{m}{\times}1=1.$$

При построении указанных соотношений использовано правило, что нижнее число умножается на верхнее число матрично или комбинаторно. Этому правилу соответствует изменение порядка сомножителей.

При построении импликаций с нулями мы обнаруживаем три возможности. Есть элементы, которые дают один и тот же логический результат как при изменении операций, так и при изменении порядка множителей.

Так, получим, например

$$0\overset{m}{\times}0=1\leftarrow\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$0\overset{m}{\times}0=1\quad\leftarrow\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Таких вариантов достаточно много. Реализуются также другие возможности. В частности, выполняются правила

$$0\overset{m}{\times}0=0,\,0\overset{k}{\times}0=1$$

для следующих упорядоченных пар матриц:

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\right\},\left\{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Выполняются правила

$$0\overset{k}{\times}0=0,0\overset{m}{\times}0=1$$

для следующих упорядоченных пар матриц:

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix}\right\},\left\{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Следовательно, на множестве пар нулевых матриц выполняются три закона композиции, которые имеют разные логические следствия.

На множестве пар единичных матриц ситуация аналогична той, которая имела место на множестве пар нулевых матриц. Так, выполняются законы

$$1\overset{m}{\times}1=0,1\overset{k}{\times}1=1.$$

Например, такова пара

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

Выполняются законы вида

$$1\overset{m}{\times}1=1,1\overset{k}{\times}1=0$$

для пар элементов

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\right\},\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Выполняются законы вида

$$1\overset{m}{\times}1=0,1\overset{k}{\times}1=1$$

для пар элементов

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\right\},\left\{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Общее правило состоит в том, что конечное множество имеет систему нетривиальных импликаций. Они зависят от того, какие пары элементов и в каком порядке используются в модели. Кроме «нормальных» и «аномальных» импликаций имеют место «нетривиальные» импликации. Общая «логическая структура» конечного множества достаточно сложна. Поскольку мы пытаемся установить место и роль логических элементов в физических моделях, из данного рассмотрения следует многогранность и многоуровневость логики

Его физическое обоснование базируется на принципе многогранности и многоуровневости физической реальности. Оно не имело математического выражения, адекватного столь сложной версии. Теперь есть основы трансфинитной математической структуры логики. По этой причине становится возможным учет логики в физических моделях. Рассматриваемая схема может быть усовершенствована. Из практики следует, что и добро, и зло могут быть применены по-разному: как на добро, так и на зло. Другими словами, у добра и зла есть две стороны. От объекта зависит, как, и в каких условиях используется то, что имеет объект. В соответствии с приведенными соображениями дополним представителей алгебры Буля знаками плюс и минус, расположенными слева и справа от представителя алгебры. Получим такие элементы:

$$\begin{gathered}(+)O(+),(+)O(-),(-)O(+),(-)O(-),\\(+)I(+),(+)I(-),(-)I(+),(-)I(-).\end{gathered}$$

Примем правило произведения знаков, полагая, что первые знаки соответственно умножаются друг на друга, аналогично умножаются правые знаки. Например, получим обобщение этики «капиталистического типа» (в ассоциативном варианте произведения знаков):

$$(+)I(-)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(-)I(+),$$

$$(+)I(+)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(-)I(-),$$

$$(-)I(-)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(+)I(+),$$

$$(-)I(-)\overset{m}{\times}(-)O(-)=(+)O(+)\ldots$$

Например, получим обобщение этики «социалистического типа» (в неассоциативном варианте произведения знаков, когда внутренние знаки и внешние знаки умножаются друг на друга):

$$(+)I(-)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(+)O(-),$$

$$(+)I(+)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(-)O(-),$$

$$(-)I(-)\overset{m}{\times}(-)O(-)=(+)I(+),$$

$$(+)I(+)\overset{m}{\times}(+)O(-)=(-)O(+)\ldots$$

Мы подчиняем знаки представителей алгебры Буля таблице:

	$++$	$+-$	$-+$	$--$
$++$	$++$	$+-$	$-+$	$--$
$+-$	$+-$	$++$	$--$	$--$
$-+$	$-+$	$--$	$++$	$+-$
$--$	$--$	$-+$	$+-$	$++$

.

Наиболее ярким моментом таблицы является превращение пары отрицательных для двух представителей алгебры Буля в элемент с парой положительных качеств.

Предлагаемый вариант можно рассматривать не только как расширение алгебры совести, но и как углубление её. Знаки могут быть подчинены динамическим уравнениям. Кроме этого, понятно, анализ проводился с точностью до множителей перед матрицами. Если учесть ещё эту возможность, мы получим «гибкую» модель динамизации этики. На этой динамизации будет «развертываться» динамизация сознания и чувств.

Применение мономиальных матриц как основы моделирования структуры и поведения объектов согласуется с пониманием мономиальных матриц как математических представителей конечной совокупность объектов, у которых может быть то или другое расположение относительно некоторого первичного порядка. Фактически, мы имеем некоторые физические изделия, отличающиеся порядком, в котором расположены одни и те же объекты. *Эти изделия имеют систему физических свойств, допускающих измерение. Эти физические системы имеют математическое выражение в форме мономиальных матриц*.

Для матриц других размерностей, в частности, для матриц с размерностью четыре, используемых в физических моделях, ситуация аналогична.

Конечная система матриц порождает спектр импликаций.

Пусть, например, исследуются одинаковые матрицы вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 0 \overset{k}{\times} 0 = 1,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 0 \overset{m}{\times} 0 = 0.$$

Перестановка элементов соотношений не меняет. Данная пара порождает две разные импликации. Элементы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

порождают одну импликацию $0 \overset{k}{\times} 0 = 0$ и три импликации $0 \overset{\xi}{\times} 0 = 1$. Элементы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

порождают одну импликацию $0 \overset{k}{\times} 0 = 1$ и три импликации $0 \overset{\xi}{\times} 0 = 0$. Элементы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

порождают четыре импликации $0 \overset{\xi}{\times} 0 = 0$.

Имеет место неоднородность порождения импликаций парами объектов. Этот факт можно интерпретировать как различие «этических норм» каждой пары матриц. У каждой пары, при принятии указанной точки зрения, есть своя «логика» и свои отношения к другим объектам. Одинаковые матрицы естественно устойчивы к переменам своих мест в паре. Поскольку импликации «строятся» по-разному в зависимости от исходного разбиения матриц на классы, появляется еще одна степень свободы в анализе импликаций как самостоятельного физического элемента моделирования и как математического свойства конечных систем. Этические нормы зависят от разбиения конечного множества на классы, от классовой характеристики конечного множества. Самостоятельной задачей является анализ инвариантных свойств такого разбиения. При рассмотрении физических моделей, заданных разными наборами матриц, мы обнаруживаем «скрытость этики». Действительно, в этих вариантах может быть одинаков векторный вид уравнений, равно как и психологические проявления свойств исследуемых объектов. Однако совокупность импликаций у данных «одинаковых» уравнений различна.

Так, уравнения электродинамики могут быть заданы, в простейшей реализации, шестью способами, вытекающими из структуры канонической мономиальной группы. Она содержит не только нормальную подгруппу A, но и 5 классов элементов, обозначенных буквами B, C, D, E, F.

В силу этого обстоятельства возможно конструирование молекулы света из атомов света, аналогичных изомерам: они имеют разную структуру, но одинаковые физические свойства (проявления на эксперименте). Это возможно, если «тонкая структура» атомов света не проявляется в проводимых экспериментах. Обозначая элементы малыми буквами, мы получаем алфавит для построения «предложений», составленных из этих букв. Буквы

$$a, b, c, d, e, f$$

могут располагаться в любой последовательности. Это могут быть как указанные наборы, так и сочетания нескольких одинаковых «букв», так и «рисунок», образованный из них. Например, для конечного набора базовых элементов могут существовать изделия вида

$$aaaeffebbbbbcdddffffffeeeeeeeabababcdcdcdcdcccccfafaaaa,$$
$$fffacdbdbcdadddddddbbbbbbaaaaaaaaaaaeeeeeeeaffabbbbbb....$$

Принимая «логическое различие» данных изделий, мы вправе полагать, что уравнения, «одинаковые по эксперименту», способны *нести как «словесную» информацию, так и* совокупность *скрытых этических норм*.

Эта черта физических моделей *аналогична свойствам живых объектов*, которые «внешне» «одинаковы», но имеют разную мотивацию и разное поведение. Измеряя только вес и рост человека, что можно сказать о его Сознании и Чувствах? Внешние проявления объекта всегда дополняются его внутренними проявлениями. Оно может не фиксироваться приборами, которые мы используем. Это различие внутренних свойств должно описываться параметрами, которые характеризуют свойства Сознания и Чувств. У них есть своя геометрия и алгебра.

Заметим, что одна базовая система матриц имеет разные формы для представления одних и тех же экспериментальных данных. Так, умножая матрицы нормальной подгруппы A на её же матрицы. Мы получим четыре варианта представления теории на одной подгруппе. Аналогично нормальная подгруппа действует на «полочках» факторгруппы.

При использовании комбинаторного произведения мономиальных матриц мы получаем матрицы, которые являются левыми или правыми идеалами по матричному произведению. Поскольку появился новый класс объектов, они могут использоваться при построении новых физических моделей. С одной стороны, это могут быть модели на идеалах.

Но *они будут очень упрощенными*, если их структура будет аналогична структуре уравнений математической физики, в которой слева и справа от матриц используются скалярные функции, а волновые функции имеют форму спиноров.

По этой причине следует найти изящную математическую конструкцию, в которую будет заложена система возможностей. Кроме этого, желательно рассмотреть матрицы, которые являются левыми или правыми идеалами по комбинаторному произведению. На них могут быть построены новые физические модели. Они будут дополнять уравнения физических моделей, если будут согласованы с ними. Возможен и другой вариант, когда будут построены некие общие уравнения, модификация которых даст уравнения, описывающие Сознание и Чувства физических объектов.

Прелесть геометрии, с физической точки зрения, в том, что, с одной стороны, она настроена на получение законов, применимых для объектов любого уровня материи, с другой стороны, базируется на структурном представлении физических объектов и взаимосвязей между ними. Именно так подходят к анализу объективной реальности физики.

Математики на основе экспериментальных данных конструируют виртуальную (формальную) реальность, представляя физические объекты математическими объектами, а взаимодействия объектов представляются системой математических операций. Речь идет не только о вложении эмпирических данных в рамки математической модели, но о конструировании модели такого качества, которое достаточно также для предсказания новых данных. Кроме этого, модель должна допускать возможность расширения и углубления в согласии с действующей или ожидаемой практикой.

Прелесть топологии, с физической точки зрения, в том, что она настроена на получение законов, соответствующих моделям классификации объектов и их свойств, в частности, согласования их между собой по тем или другим признакам. Непрерывность предполагает анализ взаимоотношений объектов разного размера и разной размерности, их согласований между собой.

Для физиков многие понятия и алгоритмы геометрии и топологии наивны и примитивны. Приведем несколько примеров. Расстояния между объектами можно задавать с учетом ориентации: объекты могут располагаться «спиной» или «лицом» друг к другу. В зависимости от этого расстояние будет разным. Такой аспект проблемы не учитывается в стандартном варианте моделирования. Геометрия имеет дело с «точками», на роль которых, с физической точки зрения, претендует любой физический объект. Это могут быть электроны, атомы, яблоки, планеты, книги, люди и т.д. Представление каждого из данных объектов точкой означает формализацию, которая убирает все индивидуальные признаки и свойства объекта. Реализована концентрация только на свойстве, названном пространством: объекты имеют размеры и расстояния между объектами. По этой причине, с физической точки зрения, есть система пространств, различающихся по тому, какой объект принят в качестве точечного объекта.

Начала геометрии отношений

Рассмотрим модель отношений в системе, состоящей из 4 объектов. Пусть это будут 2 женщины и 2 мужчины. Их отношения зададим матрицами, представляющими совокупность отношений в данной системе. Возможны, например, такие варианты:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline f_2 & & f_1\\\hline & & \\\hline m_2 & & m_1\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline f_2 & & f_1\\\hline \uparrow & \square & \\\hline m_2 & \leftarrow & m_1\\\hline\end{array},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline f_2 & & f_1\\\hline \updownarrow & & \updownarrow\\\hline m_2 & & m_1\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline f_2 & & f_1\\\hline & \square & \\\hline m_2 & & m_1\\\hline\end{array},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline f_2 & \rightarrow & f_1\\\hline & & \updownarrow\\\hline m_2 & \rightarrow & m_1\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline f_2 & \leftrightarrow & f_1\\\hline & & \\\hline m_2 & \leftrightarrow & m_1\\\hline\end{array},\ldots$$

Этих данных недостаточно для построения геометрии отношений. Расширим данные, приняв модель взаимной трансформации отношений в системе из 4 объектов:

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline f_2 & & f_1\\\hline \updownarrow & & \updownarrow\\\hline m_2 & & m_1\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline f_2 & & f_1\\\hline & \square & \\\hline m_2 & & m_1\\\hline\end{array}.$$

В таком варианте возможно построчное преобразование элементов динамического типа на основе вектора трансформации

$$\vec{\sigma}=(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4).$$

Оно имеет вид

$$\xi_1=a_{12}(1-\sigma_1)+b_{11}\sigma_1=\pi_{21},\xi_2=a_{21}(1-\sigma_2)+b_{24}\sigma_2=\pi_{14},$$
$$\xi_3=a_{34}(1-\sigma_3)+b_{33}\sigma_3=\pi_{43},\xi_4=a_{43}(1-\sigma_4)+b_{42}\sigma_4=\pi_{32}.$$

Все текущие значения переходных матриц задаются выражениями

$$\begin{pmatrix} b_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & b_{24} \\ 0 & 0 & b_{33} & a_{34} \\ 0 & b_{42} & a_{43} & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta \end{pmatrix}.$$

С элементами π_{ij} ассоциированы матрицы:

$$\pi^{lc} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \pi^{cl} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Система матриц, соответствующая частичному, итоговому изменению элементов, одинакова как для прямого, так и для обратного преобразования. Запишем её в совокупности с системой структурных сигнатур, приняв в качестве элемента с нулевой сигнатурой матрицу «пары семей». Они таковы:

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1000) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0100) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0010) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0001) \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1100) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1010) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1001) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0110) \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0101) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (0011) \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1111) \\ \hline \end{array}$$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
(1110)	(1101)	(1011)	(0111)

Матрицы представлены системой сигнатур:

$$(1000),(0100),(0010),(0001),$$
$$(1100),(1010),(1001),(0110),(0101),(0011),$$
$$(1110),(1101),(1011),(0111),(1111).$$

Получена система матриц, посредством которой выражается система состояний для пары «семей», ассоциированная с возможными изменениями их отношений в форме частичного или полного перехода начального состояния в конечное состояние. В этом расширении неприводимый многочлен имеет вид

$$f(x) = x^4 + x + 1.$$

Из канонического полинома $f(\alpha) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$ на основе комбинаторики соединения указанных слагаемых генерируются многочлены, которые индуцируют систему чисел поля $F_2 = [0,1]$. Ситуацию можно представить таблицей:

Многочлен	*Степень*	$1 \quad x \quad x^2 \quad x^3$
	α	0 1 0 0
	α^2	0 0 1 0
	α^3	0 0 0 1
$1+\alpha$	α^4	1 1 0 0
$\alpha+\alpha^2$	α^5	0 1 1 0
$\alpha^2+\alpha^3$	α^6	0 0 1 1
$\alpha+\alpha^3+1=\alpha^3+\alpha^4$	α^7	1 1 0 1
$1+\alpha^2=\alpha+1+\alpha^2+\alpha$	α^8	1 0 1 0
$\alpha+\alpha^3$	α^9	0 1 0 1
$1+\alpha+\alpha^2=\alpha^2+\alpha^4$	α^{10}	1 1 1 0
$\alpha+\alpha^2+\alpha^3$	α^{11}	0 1 1 1
$1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3=\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4$	α^{12}	1 1 1 1
$1+\alpha^2+\alpha^3=\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4$	α^{13}	1 0 1 1
$1+\alpha^3=\alpha+\alpha^3+\alpha^4$	α^{14}	1 0 0 1
$1+\alpha+\alpha^4$	α^{15}	1 0 0 0

.

Следовательно, есть *связь расширений конечных полей с динамикой в группе перестановок.*

Эта динамика состоит в том, что одна матрица из группы перестановок 4 элементов преобразуется в другую матрицу из этой же группы. Размерность неприводимого многочлена в данном случае совпадает с числом базовых объектов для группы перестановок. Сравнение моделей проводится по методу сопоставления матрицам системы сигнатур.

Легко проверить, что анализируемая система сигнатур задает группу по опорной матрице, сигнатура которой нулевая. Следовательно, конечному полю Галуа F_{2^4} соответствует группа на сигнатурной операции.

Поскольку это так, мы имеем алгоритм конструирования аналогов конечных полей для тех размерностей, которых выходят за пределы условия, что их порядок задается степенью простого числа. Это числа 6, 14 и т.д.

Поскольку есть динамика преобразования одних матриц в другие, можно ставить задачу анализа динамики конечного поля. В частности, она будет проявлять себя по динамике сигнатур анализируемых матриц.

Наличие системы структурных сигнатур позволяет установить систему отношений в этой системе матриц. Подчиним сложение сигнатур правилам, привычным для суммирования кодов. Пусть выполняются условия

$$0+0=0, 0+1=1+0=1, 1+1=0.$$

Тогда определена сумма структурных сигнатур. Например, получим

$$(1010)+(0110)=(1100).$$

В данном случае получена группа на структурной операции, так как есть единица, обратные элементы, а суммирование ассоциативно. Эти условия достаточны для конструирования аффинной геометрии отношений в аксиоматике Вейля.

Рассмотрим три матрицы A, B, C. Определим аффинные расстояния между ними выражениями

$$AB = A+B, BC = B+C, AC = A+C.$$

По аксиомам аффинного пространства должно выполняться условие

$$AB+BC=AC.$$

В рассматриваемом случае оно очевидно, соответствуя условиям, которые реализованы в группе с операцией в форме структурной сигнатуры.

Проиллюстрируем частные случаи. Получим, например, выражения

$$A=(1000), B=(0010), C=(0101),$$

$$AB=(1010),BC=(0111),AB+BC=(1101)=AC,$$

$$A=(0110),B=(1011),C=(0001),$$

$$AB=(1101),BC=(1010),AB+BC=(0111)=AC,...$$

Модель отношений, характеризующих систему переходных состояний в паре объектов, имеющих сигнатурное представление, имеет структуру аффинного пространства. Такую же структуру, согласно обнаруженной аналогии, имеет конечное поле.

Аффинная структура конечных полей инициирует проблему построения проективного пространства для конечных полей.

Следовательно, *с отношениями ассоциировано пространство*, свойства которого обусловлены структурой анализируемых объектов.

Указанный алгоритм конструирования аффинного пространства пригоден для каждой группы на структурной операции. У таких пространств есть свои характерные черты.

Проиллюстрируем этот тезис на группе со структурной операцией, которая получается из любой мономиальной матрицы перестановками значимых элементов в трех первых строках на единицу вправо и перестановкой влево в последней строке.

Получим, например, матрицы с сигнатурами:

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (0000)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline (111-1)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (222-2)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (333-3)\\ \hline\end{array}.$$

Пусть

$$A=(111-1),B=(222-2),C=(333-3).$$

Для них получим

$$AB=(333-3)=(-1-1-11),BC=(111-1),$$
$$AB+BC=(0000)=AC.$$

С физической точки зрения это условие «подсказывает» возможность расположения элементов группы на вершинах некоторого симплекса, например, замкнутой струны. Мы фактически применяем модель конечной аффинной геометрии.

У нас есть прямоугольник, в вершинах которого расположены элементы группы на структурной операции, которые соединены между собой линиями. Им соответствует рис.6.

		1		
	□	↕	□	
0	↔	+	↔	2
	□	↕	□	
		3		

Рис.6. Конечная геометрия группы на сигнатурной операции

Аналогично можно рассматривать конечную проективную геометрию, применяя диаграммы типа Фано. Для произведения некоторых октонионов можно применять рис.7.

		6		
4		↓		1
↑	□		□	↓
3		7		5
	□	↓	□	
		2		

Рис.7. Частичная таблица произведения октонионов

Мы имеем аналог модели проективной плоскости, дополненной системой ориентированных стрелок.

Законы для индуцированных множеств

Есть два класса индуцированных множеств. Каждый из них подчинен своим законам. *Первый класс* генерируется выбором элементов множества по некоторому признаку. Например, можно рассмотреть множество матриц, у которых пара значимых элементов расположена в первых строках первого столбца.

Выберем, например, матрицы

$$1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},4=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Таблица матричных произведений в данном случае выглядит так:

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4
1	4	2	3	1
2	3	2	3	2
3	2	2	3	3
4	1	2	3	4

.

Мы имеем моноид, подчиненный закону

$$\xi(a+b+c+d) = f(\xi)(a+b+c+d),$$
$$f(\xi) = \begin{cases} 1 \leftrightarrow 4, \\ 2 \leftrightarrow 3. \end{cases}$$

Рассмотрим другой пример, объединив матрицы

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На матричной операции они подчинены таблице

$\overset{m}{\times}$	1	2	3
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3

.

Спектр генерации элементов есть «плато». Множество подчинено закону

$$abba = a.$$

Есть *второй класс* индуцированных множеств, когда к начальным матрицам добавляются новые матрицы, полученные, например, на основании произведения начальных матриц. Можно объединить начальные матрицы

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$4=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},5=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

с матрицами, которые получаются при их матричном произведении:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},d=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Эти 9 матриц замкнуты на матричном произведении и генерируют таблицу произведений:

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	a	b	c	d
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	a	a	1	1	d
3	1	1	3	b	3	1	b	c	1
4	c	4	c	4	5	5	c	c	d
5	d	d	5	4	5	d	4	c	d
a	d	d	a	2	a	d	2	1	d
b	c	b	c	b	3	3	c	1	1
c	c	c	c	c	c	c	c	c	c
d	d	d	d	d	d	d	d	d	d

.

Данное множество подчинено ассоциативному закону. Его можно рассматривать в топологии Зарисского. Спектр генерации элементов задан таблицей:

ξ	1	2	3	4	5	a	b	c	d
n	20	4	4	4	4	4	4	18	19

.

Он зависит от расположения элементов и напоминает потенциальную яму в физической теории.

Систему операций следует рассматривать и применять как *систему возможностей* для объектов, которые им подчинены. В зависимости от того, какие есть операции и как они применяются, будет получен разный результат, реализованы разные возможности.

В стандартной практике операции и другие элементы теории рассматриваются как дополнительные условия моделирования. Можно принять другую точку зрения, что они неразрывно связаны с матрицами, образуют с ними единое целое, образуя «живой организм». На матричной операции он сохраняет себя. *Вес генерации* элементов разный.

Проанализируем произведения элементов множества справа на все другие элементы. Назовем совокупность генерируемых матриц спектром «реализаций». Получим три спектра:

$$\alpha = \sum_i \xi_i \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ d \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & c & d \end{pmatrix},$$

$$\beta = \sum_i \xi_i \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & c & d \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 2 & 4 & b \end{pmatrix}, \sum_i \xi_i \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ a \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & c & d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 5 & a \end{pmatrix}.$$

9 матриц разбиты на 3 «блока», каждый элемент из которых при произведении справа генерирует элементы $1, c, d$, а также элементы «родственного» ему блока.

При произведении классов элементов справа получим таблицу:

$\times$	α	β	γ
α	α	α	α
β	α	β	γ
γ	α	β	γ

.

Согласно этой таблице данное разбиение элементов на классы доказывает, что структура анализируемого множества имеет косвенную аналогию со структурой факторгруппы. Поскольку спектр генерации данной системы матриц напоминает «потенциальную яму» в физике, примем предположение, что реальные физические задачи могут не укладываться в рамки модели групп и их представлений. Из таблицы следует закон для классов элементов:

$$(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha+\beta+\gamma) = 3\alpha + 2(\alpha+\beta+\gamma).$$

При произведении слева спектр генерации меняется. Объекты разбиваются на единичные элементы и пары, их генерации согласованы с главной тройкой элементов $1, c, d$. Получим соответствия

$$1 \overset{m}{\times} \left(\sum_i \xi_i \right) \Rightarrow 1, c \overset{m}{\times} \left(\sum_i \xi_i \right) \Rightarrow c, d \overset{m}{\times} \left(\sum_i \xi_i \right) \Rightarrow d,$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \left(\sum_i \xi_i \right) \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & (2 \quad a) & d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ b \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \left(\sum_i \xi_i \right) \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & c & (3 \quad b) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \left(\sum_i \xi_i \right) \Rightarrow \begin{pmatrix} (4 \quad 5) & c & d \end{pmatrix}.$$

Согласованность продольных и поперечных законов по структуре их спектра генерации можно использовать для классификации анализируемых множеств.

Спектр генерации, с физической точки зрения, прямо или косвенно «показывает» на основе системы матриц свойства объектов по их структуре и взаимодействию заданного типа.

Спектр генерации элементов для произведения элементов четверной группы Клейна изотропен по матричному и логическому произведениям: он одинаков при умножении слева и справа.

Рассмотрим дополнение предыдущей тройки матриц четырьмя новыми матрицами.

Пусть

$$1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$4=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},5=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},6=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},7=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Все матрицы относятся к одному структурному типу по расположению значимых элементов в первой и второй строках матриц.

Таблица их матричных произведений такова:

$\overset{m}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	3	2	3	4	4	6	6
5	1	2	1	5	5	7	7
6	2	2	3	4	2	6	2
7	2	2	1	5	2	7	2

Спектр генерации элементов задается таблицей

ξ	1	2	3	4	5	6	7
n	10	17	10	3	3	3	3

Его графическое представление зависит от комбинаторики расположения «объектов»:

17							*
15							
12							
10	*					*	
9							
6							
3		*	*	*	*		
0							
	3	4	5	6	7	1	2

,

17		*					
15							
12							
10	*		*				
9							
6							
3				*	*	*	*
0							
	1	2	3	4	5	6	7

,

17				*			
15							
12							
10			*		*		
9							
6							
3	*	*				*	*
0							
	4	5	1	2	3	6	7

,...

«Родственные» объекты имеют разные условия генерации при взаимном произведении. Преимущество здесь имеет объект с максимальным отклонением от мономиальности.

Операторная генерация отношений

Система объектов, как известно из физики, имеет разные свойства в зависимости от того, какие это объекты, а также от того, в каких взаимодействиях они участвуют. Математические объекты, заданные, например, матрицами, имеют аналогичные свойства: есть зависимость законов от структуры матриц, а также от операций, которым они подчинены. Одна система матриц генерирует разные законы в зависимости от того, какие применяются операции. Рассматривая закон как форму отношений между объектами, мы вправе говорить об операторной генерации отношений.

Рассмотрим систему матриц

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матричное произведение генерирует элементы и «свой» закон для них:

$$b\overset{m}{\times}d=\begin{pmatrix}0&1&0&1\\0&0&0&2\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},c\overset{m}{\times}a=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},c\overset{m}{\times}d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},b\overset{m}{\times}a=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\left(b\overset{m}{\times}d\right)\overset{m}{\times}\left(c\overset{m}{\times}a\right)=\left(c\overset{m}{\times}d\right)\overset{m}{\times}\left(b\overset{m}{\times}a\right).$$

Комбинаторное произведение строк на столбцы генерирует иные элементы и новый закон:

$$d\overset{k}{\times}a=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},b\overset{k}{\times}c=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},b\overset{k}{\times}a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},d\overset{k}{\times}c=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\left(d\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(b\overset{k}{\times}c\right)=\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(d\overset{k}{\times}c\right).$$

Логическое произведение на четверной группе Клейна генерирует закон иного вида:

$$a\overset{l}{\times}b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},b\overset{l}{\times}c=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},a\overset{l}{\times}d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},d\overset{l}{\times}c=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\left(a\overset{l}{\times}b\right)\overset{l}{\times}\left(b\overset{l}{\times}c\right)=\left(a\overset{l}{\times}d\right)\overset{l}{\times}\left(d\overset{l}{\times}c\right).$$

Каждой операции соответствует «свой» закон. Поэтому для полного понимания анализируемой системы требуется исследовать роль и место всей системы операций в данной модели. Это обстоятельство важно для физического и психологического моделирования. Ведь для каждой операции могут потребоваться «свои» измерительные методики и «свои» алгоритмы» верификации данных опыта. Не все они есть в наличии, не все они совершенны и достаточны для получения полной и достоверной информации.

Эта ситуация типична в физике при исследовании явлений микромира, сведения о котором можно получить только косвенные, так как применяемые экспериментальные средства макроскопичны.

Операторный симплекс

Проанализируем законы операторных отношений с геометрической точки зрения. Для этого сопоставим системе объектов систему «точек», а произведениям элементам сопоставим ориентированные стрелки. Тогда каждому закону будет поставлен в соответствие симплекс: граф закона операторных отношений. Симплекс для матричного произведения с законом

$$\left(b\overset{m}{\times}d\right)\overset{m}{\times}\left(c\overset{m}{\times}a\right)=\left(c\overset{m}{\times}d\right)\overset{m}{\times}\left(b\overset{m}{\times}a\right)$$

имеет вид

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a \\ \hline \uparrow & \overset{m}{\times} & \uparrow \\ \hline b & & c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a \\ \hline \uparrow & \overset{m}{\times} & \uparrow \\ \hline c & & b \\ \hline \end{array}.$$

На комбинаторном произведении согласно закону

$$\left(d\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(b\overset{k}{\times}c\right)=\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(d\overset{k}{\times}c\right)$$

симплекс выглядит иначе:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & c \\ \hline \downarrow & \overset{k}{\times} & \uparrow \\ \hline a & & b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline a & & c \\ \hline \uparrow & \overset{k}{\times} & \uparrow \\ \hline b & & d \\ \hline \end{array}.$$

Логическое произведение на основе закона

$$\left(a\overset{l}{\times}b\right)\overset{l}{\times}\left(b\overset{l}{\times}c\right)=\left(a\overset{l}{\times}d\right)\overset{l}{\times}\left(d\overset{l}{\times}c\right)$$

генерирует новый симплекс:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline b & & c \\ \hline \uparrow & \overset{l}{\times} & \uparrow \\ \hline a & & b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & c \\ \hline \uparrow & \overset{l}{\times} & \uparrow \\ \hline a & & d \\ \hline \end{array}.$$

Легко видеть, что первая пара симплексов ассоциирована с проективной плоскостью размерности 2. Есть 4 «точки» и два варианта объединения пары линий (прямых) прямоугольника с другими прямыми. Один вариант объединяет пару других сторон прямоугольника. Второй вариант объединяет прямые линии, соответствующие диагоналям прямоугольника. Это замечание важно в качестве нового аргумента о дополнительности матричного и комбинаторного произведений.

Действия логических операций

Применим логическую операцию на четверной группе Клейна к элементам этой группы

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\mathrm{b}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\mathrm{c}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\mathrm{d}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Логическая и матричная операции в этом случае дают одинаковые результаты: и произведения, и законы. В частности, получим

$$a\overset{m}{\times}b=b=a\overset{k}{\times}b,...(a\overset{m}{\times}b)\overset{m}{\times}(b\overset{m}{\times}c)-(a\overset{m}{\times}d)\overset{m}{\times}(d\overset{m}{\times}c)=0=(a\overset{k}{\times}b)\overset{k}{\times}(b\overset{k}{\times}c)-(a\overset{k}{\times}d)\overset{k}{\times}(d\overset{k}{\times}c),...$$

Результаты произведений дают элементы исходного множества при «продольных» и «поперечных» произведениях. Таков первый тип действия логической операции.

Применим логическую операцию на четверной группе Клейна к элементам смежного класса E группы Клейна:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\mathrm{b}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\mathrm{c}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\mathrm{d}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

В этом варианте расчета произведения на логической и матричной операции дают разные результаты. Логическая операция генерирует элементы группы Клейна. Матричная операция генерирует элементы смежного класса F. Их произведения с элементами смежного класса E генерируют элементы группы Клейна.

$$a\overset{m}{\times}b=b\neq a\overset{k}{\times}b,...$$

$$(a\overset{l}{\times}b)\overset{l}{\times}(b\overset{l}{\times}c)-(a\overset{l}{\times}d)\overset{l}{\times}(d\overset{l}{\times}c)=0,(a\overset{m}{\times}b)\overset{m}{\times}(b\overset{m}{\times}c)-(a\overset{m}{\times}d)\overset{m}{\times}(d\overset{m}{\times}c)\neq 0...$$

Свойства «продольных» и «поперечных» произведений различны. Таков другой тип действий логической операции.

Наличие системы операций и систем конформаций генерирует задачу анализа системы возможностей, ассоциированных с ними. В частности, это может быть система законов функционального равновесия. Различие или сходство результатов важны с практической точки зрения, так как ориентируют практику в том или ином направлении.

Применим логическую операцию на четверной группе Клейна к системе элементов, совокупность которых заполняет все элементы матрицы:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\mathrm{b}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\mathrm{c}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\mathrm{d}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

У этой системы матриц другие свойства. Логическая и матричная операции действуют частично согласованно. Законы для пар произведений различны

$$(a\overset{l}{\times}b)\overset{l}{\times}(b\overset{l}{\times}c)-(a\overset{l}{\times}d)\overset{l}{\times}(d\overset{l}{\times}c)=0,(a\overset{m}{\times}b)\overset{m}{\times}(b\overset{m}{\times}c)-(a\overset{m}{\times}d)\overset{m}{\times}(d\overset{m}{\times}c)\neq 0...$$

Взаимные произведения частично совпадают:

$$a\overset{l}{\times}b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=a\overset{m}{\times}b,b\overset{m}{\times}c=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}=b\overset{l}{\times}c,...$$

Продольные и поперечные произведения имеют разные свойства по генерированию элементов. Таков третий тип действий логической операции.

Объединим рассмотренные свойства в таблице. Обозначим их буквами:
$\alpha-$ логическая и матричная операция дают одинаковые результаты,
$\beta-$ произведения исходных матриц дают эти же или «близкие» матрицы,
$\gamma-$ свойства «продольных» и «поперечных» произведений одинаковы.
Получим таблицу:

Свойства	*A*	*B*	*C*
α	+	−	+,−
β	+	+	+,−
γ	−	−	−

.

Другим законам подчинены совокупности матриц, имеющие совпадающие значимые элементы.

Рассмотрим, например, матрицы

$$a=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\mathrm{b}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\mathrm{c}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\mathrm{d}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

В этом наборе матриц логическая и комбинаторная операции дают разные результаты. Не выполняется также закон соответствия произведения пар элементов. Получим, в частности

$$\left(a\overset{l}{\times}b\right)\overset{l}{\times}\left(b\overset{l}{\times}c\right)=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\left(a\overset{l}{\times}d\right)\overset{l}{\times}\left(d\overset{l}{\times}c\right).$$

Произведения элементов на матричной и логической операции не соответствуют исходной системе элементов.

Мы рассмотрели действия логической операции, сконструированной по четверной группе Клейна на матричной операции, на нескольких системах матриц. Анализ показал различие действий логических операций. Выполнено сравнение этих произведений с действиями матричной операции. Система логических операций может быть сконструирована по другой совокупности матриц. В частности, это можно сделать на любом смежном классе для группы Клейна. По этой причине мы вправе применять в математике и физике систему логических операций. Их свойства многообразны.

Соотношение действий координатной и логической операций

Идея координатной операции включает два элемента. Во-первых, сопоставим месту значимого элемента матрицы число, образовав последовательность чисел. Во-вторых, применим суммирование координат по модулю числа, равного размерности матриц.

Проиллюстрируем координатную операцию на примере четверной группы Клейна. Получим координатное представление матриц:

$$a=\begin{pmatrix}1&2&3&4\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}2&1&4&3\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}3&4&1&2\end{pmatrix},d=\begin{pmatrix}4&3&2&1\end{pmatrix}.$$

Рассмотрим сложение координат:

$$ab=a+b=\begin{pmatrix}3&3&3&3\end{pmatrix},bc=b+c=\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix},ab+bc=\begin{pmatrix}4&4&4&4\end{pmatrix},$$
$$ad=a+d=\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix},dc=d+c=\begin{pmatrix}3&3&3&3\end{pmatrix},ad+dc=\begin{pmatrix}4&4&4&4\end{pmatrix}.$$

Получим закон «геометрического типа»

$$ab+bc=ad+dc.$$

Он получен особенно просто и совпадает с аналогичным законом, следующим из логической и матричной операции для четверной группы Клейна.

Аналогичный закон ранее был получен для логической операции на элементах смежного класса. Проанализируем такую возможность на комбинаторной операции. Получим

$$a=\begin{pmatrix}1 & 3 & 4 & 2\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}2 & 4 & 3 & 1\end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2 & 4\end{pmatrix}, d=\begin{pmatrix}4 & 2 & 1 & 3\end{pmatrix}.$$

Рассмотрим сложение координат:

$$ab=a+b=\begin{pmatrix}3 & 3 & 3 & 3\end{pmatrix}, bc=b+c=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}, ab+bc=\begin{pmatrix}4 & 4 & 4 & 4\end{pmatrix},$$
$$ad=a+d=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}, dc=d+c=\begin{pmatrix}3 & 3 & 3 & 3\end{pmatrix}, ad+dc=\begin{pmatrix}4 & 4 & 4 & 4\end{pmatrix}.$$

Получим аналогичный закон «геометрического типа»

$$ab+bc=ad+dc.$$

Для других смежных классов группы перестановок из 4 элементов ситуация аналогична.

Проанализируем обнаруженную аналогию между свойствами координатной и логической операции на примере совокупности немономиальных матриц, когда значимые элементы не заполняют все матричное пространство.

Потребность в таком анализе вытекает из относительной сложности таких математических объектов. Кажется, что они не имеют и не могут иметь «геометрических» свойств, аналогичных указанным выше. На самом деле это не так. Геометрические свойства изделий могут и должны быть дополнены геометрическими свойствами операций. Не обязательно они «копируют» известные свойства. Их принципиальная новизна согласуется с принятым постулатом о наличии трансфинитных свойств Реальности: она допускает многообразие сторон и свойств, а потому и многообразие геометрий.

Пусть задана совокупность матриц:

$$a=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}, \mathrm{b}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}, \mathrm{c}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}, \mathrm{d}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

Получим

$$a=\begin{pmatrix}2 & 4 & 1 & 2\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1 & 2\end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix}3 & 4 & 4 & 2\end{pmatrix}, d=\begin{pmatrix}3 & 4 & 1 & 3\end{pmatrix}.$$

Рассмотрим сложение координат:

$$ab=a+b=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 4\end{pmatrix}, cd=b+c=\begin{pmatrix}2 & 4 & 1 & 1\end{pmatrix}, ab+cd=\begin{pmatrix}3 & 1 & 3 & 1\end{pmatrix},$$
$$ad=a+d=\begin{pmatrix}1 & 4 & 2 & 1\end{pmatrix}, \mathrm{b}c=d+c=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1 & 4\end{pmatrix}, ad+dc=\begin{pmatrix}3 & 1 & 3 & 1\end{pmatrix}.$$

Получим аналогичный закон «геометрического типа»

$$ab + cd = ad + bc.$$

Такой закон получается на аддитивной координатной операции.

Проанализируем систему матриц на логической мультипликативной операции. Получим

$$ab = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, cd = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, (ab)(cd) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$ad = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, bc = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (ad)(bc) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим аналогичный закон «геометрического типа»

$$(ab)(cd) = (ad)(bc).$$

Рассмотрим совокупность матриц

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$c = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На логической операции получим

$$ab = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, cd = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, (ab)(cd) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$ad=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},bc=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},(ad)(bc)=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Получим закон «геометрического типа»

$$(ab)(cd)=(ad)(bc).$$

Он аналогично следует на основе координатной операции. Получим

$$a=\begin{pmatrix}4&3&3&4\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}1&3&2&4\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}1&2&2&1\end{pmatrix},d=\begin{pmatrix}4&3&3&1\end{pmatrix}.$$

Тогда

$$ab=\begin{pmatrix}1&2&1&4\end{pmatrix},cd=\begin{pmatrix}1&1&1&2\end{pmatrix},ab+cd=\begin{pmatrix}2&3&2&2\end{pmatrix},$$
$$ad=\begin{pmatrix}4&2&2&1\end{pmatrix},bc=\begin{pmatrix}2&1&4&1\end{pmatrix},ad+bc=\begin{pmatrix}2&3&2&2\end{pmatrix}.$$

Эти законы не выполняются для рассматриваемой совокупности матриц на комбинаторной операции. На матричной операции для указанной совокупности матриц выполняется закон

$$ab\cdot cd=bd\cdot ca.$$

Есть система операций. Их применение к одной совокупности матриц предъявляет разные законы. Есть система законов. Они проявляются в разных условиях, так как операции выражают различные условия взаимодействия одних и тех же объектов.

Представим эти результаты графически. Получим два типа законов:

$$(ab)(cd)=(ad)(bc)\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline d&\leftarrow&a\\\hline \uparrow&&\downarrow\\\hline c&\leftarrow&b\\\hline\end{array},\ ab+bc=ad+dc\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline d&\leftarrow&a\\\hline \downarrow&&\downarrow\\\hline c&\leftarrow&b\\\hline\end{array}.$$

Следовательно, система матриц имеет геометрическое выражение, которое зависит от типа применяемой операции. В рассматриваемом варианте операции «доступны» каждой матрице. Такой подход нельзя признать корректным.

Из физики известно, что взаимодействие зависит от тех зарядов, которые имеет исследуемый объект.

Принимая возможность применения любых операций к матрицам, мы придаем им наличие любой системы зарядов. Обычно так не бывает. По этой при чине следует найти алгоритмы согласования структуры матриц и структуры операций, которым они могут быть подчинены. Реальной практике, скорее всего, соответствует согласование системы матриц с системой операций.

Законы для системы матриц на координатной операции

Системы матриц, рассматриваемые нами, планируется применять для моделирования психологических явлений. Естественно проанализировать их свойства на основе применения системы операций. Особенно просто это сделать на координатной операции. Этот вариант кажется приближенным к процедуре взаимодействия реальных объектов, меняющих свои состояния и свойства без использования привычных для нашей практики матричных операций.

Проанализируем систему матриц, указав их координатное представление:

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
$a=\begin{pmatrix}1 & 3 & 3 & 4\end{pmatrix}$	$b=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3 & 3\end{pmatrix}$	$c=\begin{pmatrix}3 & 4 & 2 & 1\end{pmatrix}$	$d=\begin{pmatrix}4 & 4 & 1 & 2\end{pmatrix}$

Координатная операция суммирует координаты по модулю числа, равного размерности матриц. Аналогично применяется произведение координат. На этой основе получим

$$a^2=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 4\end{pmatrix}, \mathrm{b}^2=\begin{pmatrix}4 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}, \mathrm{c}^2=\begin{pmatrix}1 & 4 & 4 & 1\end{pmatrix}, d^2=\begin{pmatrix}4 & 4 & 1 & 4\end{pmatrix},$$

$$ab=(a+b)=\begin{pmatrix}3 & 4 & 2 & 3\end{pmatrix}, ac=(a+c)=\begin{pmatrix}4 & 3 & 1 & 1\end{pmatrix}, ad=(a+d)=\begin{pmatrix}1 & 3 & 4 & 2\end{pmatrix},$$

$$bc=(b+c)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 4\end{pmatrix}, bd=(b+d)=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4 & 1\end{pmatrix}, \mathrm{c}d=(c+d)=\begin{pmatrix}3 & 4 & 3 & 3\end{pmatrix}.$$

На этой основе получим закон, который рассматривался ранее в форме представления элементов проективной плоскости:

$$a+b+c+d=ab+cd=ad+b\mathrm{c}=ac+db.$$

У этого закона есть нелинейное продолжение

$$4(a+b+c+d)=4d^2=\left(a^2+b^2+c^2+d^2\right)^2.$$

Выполним суммирование пар. Получим

$$ab+ac=3334, ab+ad=4321, ab+bc=4133, ab=bd=1124, ab+cd=2412,$$

$$ac+ad=1213, ac+bc=1421, ac+ad=2412, ac+cd=3344, ad+bc=2412,$$

$$ad+bd=3443, ad+cd=4331, bc+bd=3211, bc+cd=4143, bd+cd=1134.$$

Объединение пар имеет свои законы:

$$\left(bd+cd\right)^2=\left(ab+ac\right)^2=a^2,$$
$$(ab+bc)^2=\left(ad+cd\right)^2=b^2,$$
$$\left(ac+bc\right)^2=\left(ad+bd\right)^2=c^2,$$
$$\left(ac+bd\right)^2=\left(ab+cd\right)^2=\left(ad+bc\right)^2=d^2.$$

Следовательно, координатная операция генерирует на системе матриц систему индивидуальных законов.

Применим единичную группу трансляции значимых элементов к паре диагональных матриц со значимыми элементами, равными единице. Получим такие наборы матриц:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Аналогичные системы матриц получаются при перестановке элементов в обратную сторону. Следовательно, разные алгоритмы трансляций способны генерировать одинаковые наборы матриц. Приведенный алгоритм можно рассматривать как алгоритм расширения группы на матричной операции, состоящей из двух матриц с диагональными элементами. Выполним координатное суммирование этих матриц. Получим таблицы:

$\overset{c}{\times}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$

,

$\overset{c}{\times}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$

.

Координатное суммирование элементов нормальной подгруппы симметрической группы S_3 генерирует её смежный класс. Аналогично из координатного суммирования элементов смежного класса следуют элементы нормальной подгруппы. Координатная операция выполняет функцию инструмента расширения группы. Координатная операция обладает тем свойством, что многократное суммирование генерирует вырождение множества. В рассматриваемой модели справедлив закон

$$3\left(a_i \hat{+} b_j\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Представим элементы симметрической группы S_3 геометрически. Для этого найдем для каждой матрицы корни характеристического полинома

$$Det\left(A - \lambda E\right) = f\left(\gamma\right) = 0.$$

Получим соответствия:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to f\left(\gamma\right) = \left(1-\lambda\right)^3, \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1, \gamma_3 = 1 \Rightarrow$$

-1_λ	0_λ	1_γ
		*
		*
		*

,

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to f\left(\gamma\right) = (-\lambda)^3, \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0, \gamma_3 = 0 \Rightarrow$$

-1_λ	0_λ	1_γ
	*	
	*	
	*	

,

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to f\left(\gamma\right) = \lambda^2\left(1-\lambda\right), \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0, \gamma_3 = 1 \Rightarrow$$

-1_λ	0_λ	1_γ
	*	
	*	
		*

,

-1_λ	0_λ	1_γ
*		
	*	
*		

,

-1_λ	0_λ	1_γ
		*
	*	
	*	

,

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to f\left(\gamma\right) = \left(1-\lambda\right)\left(\lambda^2 - 1\right), \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1, \gamma_3 = -1 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

-1_λ	0_λ	1_γ
		*
		*
*		

,

-1_λ	0_λ	1_γ
		*
*		
		*

,

-1_λ	0_λ	1_γ
*		
		*
		*

.

Расширение модели отношений и соотношения неопределенности

Мы приняли точку зрения, что матрицы выражают систему отношений между объектами. По этой причине они выражают также систему свойств этих объектов. Материализацию связи свойств удобно обеспечить на основе присоединения к матрицам дополнительных величин и операторов.

Рассмотрим такую возможность. Введем оператор

$$B_i\left(\gamma_i,\partial_i,x^i\right)\xi_i=0\Rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline \hat{*} & \partial_x & \partial_y\\ \hline x & \alpha & \beta\\ \hline y & \gamma & \delta\\ \hline\end{array}=0=(x\alpha\partial_x+x\beta\partial_y+y\gamma\partial_x+y\delta\partial_y)\xi_i=0.$$

Получим следующие *геометрические модели* комбинированных отношений:

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\to(x\partial_x+y\partial_y)\xi_1\left(x,y\right)=0\to\xi_1\left(x,y\right)=\frac{x}{y}+c_1,$$
$$\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\to(x\partial_y+y\partial_x)\xi_2\left(x,y\right)=0\to\xi_2\left(x,y\right)=x^2-y^2+c_2,$$
$$\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\to(x\partial_x-y\partial_y)\xi_3\left(x,y\right)=0\to\xi_3\left(x,y\right)=xy+c_3,$$
$$\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\to(-y\partial_x+x\partial_y)\xi_4\left(x,y\right)=0\to\xi_4\left(x,y\right)=x^2+y^2+c_4.$$

Модель конических сечений ассоциирована с введенным оператором. Ситуация становится «ближе» к физике при замене координаты x конечной разностью координат, а координаты y конечной разностью для импульса.

По указанному алгоритму получим аналог соотношений неопределенности:

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\to\xi_1\left(\Delta x,\Delta p\right)=\frac{\Delta x}{\Delta y}+c_1,\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\to\xi_2\left(\Delta x,\Delta p\right)=\Delta x^2-\Delta p^2+c_2,$$

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\to\xi_3\left(\Delta x,\Delta p\right)=\Delta x\Delta p+c_3,\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\to\xi_4\left(\Delta x,\Delta p\right)=\Delta x^2+\Delta p^2+c_4.$$

Система комбинированных отношений генерирует не только стандартное соотношение неопределенности вида

$$\Delta x\Delta p\geq\hbar.$$

Есть новые соотношения. Они возможны для других переменных, в частности, между координатами и ускорениями, между импульсами и ускорениями. Аналогичными законами можно описывать психологические явления.

Комбинаторика отношений и истоки генетики

Известно, что генетический код клеток и макроорганизмов состоит из кодонов в форме упорядоченной последовательности трех оснований ДНК. Классификация оснований базируется на выборе представлений группы $SU(2)\times SU(2)$. Собственным значениям алгебры этой группы (аналогу знаковой группы) соответствуют основания ДНК:

$$C(+,+), U(-,+), G(+,-), A(-,-).$$

Модели частиц света в настоящее время базируются на идее о наличии 4 предзарядов. Есть два электрических предзаряда a,b с разными знаками, есть два гравитационных предзаряда c,d с разными знаками. Данные предзаряды образуют базовый объект в форме атома света. Соединение атомов света друг с другом генерирует молекулы света. Характерные размеры предзарядов согласно предварительным оценкам порядка длины Планка. Мы имеем дело с ядерным уровнем ядерной материи. Наличие системы объектов предполагает возможность их объединения в комплексы. В данном случае 4 предзаряда способны образовывать кодоны субъядерных размеров. Так получается совокупность, состоящая из 64 субъядерных кодонов:

aaa	*aab*	*aad*	*aac*
baa	*bab*	*bad*	*bac*
aba	*abb*	*abd*	*abc*
bba	*bbb*	*bbd*	*bbc*
ada	*adb*	*add*	*adc*
bda	*bdb*	*bdd*	*bdc*
aca	*acb*	*acd*	*acc*
bca	*bcb*	*bcd*	*bac*
daa	*dab*	*dad*	*dac*
caa	*cab*	*cad*	*cac*
dba	*dbb*	*dbd*	*dbc*
cba	*cbb*	*cbd*	*cbc*
dda	*ddb*	*ddd*	*ddc*
cda	*cdb*	*cdd*	*cdc*
dca	*dcb*	*dcd*	*dcc*
cca	*ccb*	*ccd*	*ccc*

.

Данный подход становится конструктивным с пониманием и принятием факта, что такие «кодоны» возможны на разных уровнях материи. Возможно соединение между собой объектов «электрического» и «гравитационного» типа в «кодоны» с последующим созданием разных Тел, Сознаний, Чувств.

Зависимость богатства от знания

Пусть объект непрерывно учится, увеличивается его знание t, базируясь на некоторой начальной величине a. Пусть будет достигнуто знание

$$t' = t + a .$$

Пусть объект дополнил богатство x с базовым значением b пропорционально своему знанию. Пусть новое состояние богатства задано законом

$$x' = ut + x + b .$$

Примем модель стабильных социальных условий y : $y' = y$. Запишем эту систему законов матричным уравнением с применением стандартного матричного произведения

$$\begin{pmatrix} y' \\ t' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & u & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ t \\ x \end{pmatrix}.$$

Сопоставим набору параметров величину $\delta = (a \quad u \quad b)$. Рассмотрим социальные условия, знания и богатство второго поколения объектов. Подчиним их закону, который аналогичен указанному выше. Другими словами, сохраним тип поведения:

$$y'' = y', \;\; x'' = wt' + x' + d, t'' = t' + c.$$

$$\begin{pmatrix} y'' \\ t'' \\ x'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ d & w & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y' \\ t' \\ x' \end{pmatrix}.$$

Сопоставим набору параметров величину $\mu = (c \quad w \quad d)$. Заменим величины, штрихованные один раз, величинами без штрихов. Произведения матриц некоммутативны:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ d & w & 1 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & u & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c + a & 1 & 0 \\ d + wa + b & w + u & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & u & 1 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ d & w & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a + c & 1 & 0 \\ b + ua + d & u + w & 1 \end{pmatrix}.$$

В пространстве параметров имеет место суперпозиция

$$\begin{pmatrix}a & u & b\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}c & w & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+c & u+w & b+ua+d\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}c & w & d\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a & u & b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+c & u+w & b+wa+d\end{pmatrix}.$$

Операция суммирования параметров ассоциирована с произведением матриц, у которых треугольный вид и на диагонали стоят единицы. Такие матрицы образуют группу, по этой причине мы можем рассматривать пространство параметров как группу Ли с операцией суммирования согласно приведенным правилам. Согласно идеологии Клейна, группа определяет структуру пространства параметров. Структура группы преобразований параметров исследуемой модели хорошо известна. Укажем её основные свойства. Единичной группе соответствуют параметры $E\to\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. Обратный элемент группы имеет параметры вида $-\delta=\begin{pmatrix}-a & -u & -b+au\end{pmatrix}$. Суммирование элементов группы подчинено закону

$$n\delta=\left(na \quad nu \quad nb+\frac{n(n-1)}{2}au\right).$$

Коммутатор рассматриваемой группы имеет вид

$$[g,\mathrm{g}]=\alpha\beta\alpha^{-1}\beta^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0 & Q\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},[g,\mathrm{g}]^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0 & -Q\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Обратный элемент группы есть величина

$$g^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -a & 1 & 0\\ -b+au & -u & 1\end{pmatrix}.$$

Прямой проверкой убеждаемся в том, что $\big[[g,g],[g,g]\big]=E=\big[[g,g],\mathrm{g}\big]$. Следовательно, группа разрешима ступени 2 и нильпотентна ранга 2. Мы видим, что рассматриваемое пространство параметров ассоциировано с нильпотентной группой. Это модель нильпотентного пространства параметров. Аналогичные формулы применяются при анализе одномерного инерциального движения точечного объекта. Мы имеем аналогию механического движения и изменения богатства в зависимости от уровня знания. Аналогично можно рассматривать зависимость скалярной характеристики физического тела от состояния Сознания или Чувств. Соответственно динамике материальных точек, мы, следуя принципу софистатности для Тел, Сознаний и Чувств можем задать закон динамики

$$\sigma\frac{d^2\vec{\eta}}{d\xi^2}=\vec{\pi}.$$

Трансформация коммутативности и фазовые состояния в психологии

Известно, что коммутативность и некоммутативность зависят от типа операций, действующих на множестве в форме системы математических объектов. Такое изменение, с точки зрения физика, аналогично изменению фазового состояния в системе физических объектов: например, вода может иметь твердое, жидкое и газообразное состояние. С аналогичной ситуацией мы имеем дело при рассмотрении системы операций на множестве. В частности, операция может изменить коммутативность.

Примем гипотезу о возможности *фазовых состояний системы математических объектов*, связывая их с действием на множестве системы операций.

Рассмотрим конкретный пример: произведение пары некоммутативных матриц.

На матричной операции получим

$$a\overset{m}{\times}b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$b\overset{m}{\times}a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Произведение этих матриц на координатной операции коммутативно и генерирует новую матрицу:

$$a\overset{c}{\times}b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=b\overset{c}{\times}a.$$

Произведение этих матриц на логической операции, ассоциированной с четверной группой Клейна, коммутативно и генерирует новую матрицу:

$$a\overset{l}{\times}b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}=b\overset{l}{\times}a.$$

Произведение этих матриц на комбинаторной операции некоммутативно:

$$a\overset{k}{\times}b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=b\overset{k}{\times}a.$$

Свойства и действия «итоговых» матриц различны, *множество имеет разные фазы*.

Коммутаторное управление

Группа перестановок 4 элементов содержит матрицы, относящиеся к сектору управления физическими объектами и явлениями, выполняя функции, аналогичные четверной группе Клейна. В частности, таков смежный класс E. Таблица ассоциированных произведений для матриц этого типа имеет вид

$\overset{as}{\times}$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	c	d	a	b
c	d	c	b	a
d	b	a	d	c

,

Прямой расчет показал, что это произведение не подчиняется основным и вспомогательным законам, указанным выше. Следовательно, оно генерирует некоторый другой закон, который может выполнять функции дополнительного основного закона. Получим новый закон, анализируя соотношение

$$[a,b]\cdot[b,a]\mp[b,c]\cdot[c,b]+[c,d]\cdot[d,c]\mp[d,a]\cdot[a,d]=0.$$

Он естественно выполняется на четверной группе Клейна, так как коммутаторы для неё равны нулю. Он выполняется на смежном классе E с таблицей ассоциированных произведений, указанной выше.

Получим соотношения

$$[a,b]=b-c,[b,a]=c-b,[a,b]\cdot[b,a]=a-d-b+c=(a+c)-(b+d),$$
$$[b,c]=a-c,[c,b]=c-a,[b,c]\cdot[c,b]=-a+d-b+c=-(a-c)-(b-d),$$

$$[c,d]=a-d,[d,c]=d-a,[c,d]\cdot[d,c]=-a+d+b-c=-(a+c)+(b+d),$$
$$[d,a]=b-d,[a,d]=d-b,[d,a]\cdot[d,a]=a-d+b-c=-(a-c)+(b-d).$$

На смежном классе B выполняется закон

$$[a,b]\cdot[b,a]-[b,c]\cdot[c,b]+[c,d]\cdot[d,c]-[d,a]\cdot[a,d]=0.$$

Его можно рассматривать как основной закон для четверной группы Клейна, а также для смежных классов A,B,E .

Мы получили циклическое условие нового типа. В нем соединены условия для волновых функций вида

$$f(g_i,g_j)\cdot f(g_j,g_i)+f(g_j,g_k)\cdot f(g_k,g_j)+f(g_k,g_l)\cdot f(g_l,g_k)+f(g_l,g_m)\cdot f(g_m,g_l)=0.$$

Согласно принципу соответствия между функциональными и дифференциальными уравнениями, на практике могут найти применение дифференциальные уравнения второго порядка для скалярных функций, подчиненные указанному соотношению.

Логическая трансформация объектов

Психологи исследуют объекты, которые имеют ощущения и способны к изменениям на основе не только внешних воздействий, но и внутренних оценок и побуждений. Для математического описания явлений указанного типа желательно сконструировать модели, вмещающие в себя элементы творчества и психологической практики. Конечно, такие возможности есть. Рассмотрим, в частности, вариант самовоздействия на основе операций, учитывающих структуру изделия и алгоритмы её логической трансформации сообразно модели изделия.

Примем операцию перестановки значимых элементов на количество шагов сообразно сумме номеров, соответствующих строке и столбцу, оцениваемых по модулю числа, равного размерности рассматриваемых матриц. Конкретно алгоритм на операции, обозначенной символом $\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$ выглядит так:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to (1+1=2, \quad 2+2=1, \quad 3+3=3) \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to (1+3=1, \quad 2+3=2, \quad 3+3=3) \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Легко проверить соответствия элементов пары множеств, имеющих разные свойства. Одно множество есть группа на матричной операции.

Другое множество на этой операции есть полугруппа. Соответствие представим таблицей:

G	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$
$\updownarrow\begin{pmatrix}*\\+\end{pmatrix}$	$\updownarrow\begin{pmatrix}*\\+\end{pmatrix}$	$\updownarrow\begin{pmatrix}*\\+\end{pmatrix}$	$\updownarrow\begin{pmatrix}*\\+\end{pmatrix}$
P	$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

.

Логическое самовоздействие реализует не только взаимную трансформацию группы и полугруппы. Мы имеем модель взаимного превращения друг в друга объектов разного типа. Имеет место взаимное превращение мономиальных матриц в идеалы. Согласно интерпретации, принятой для описания тонкой материи, ему соответствует взаимное превращение электрических и гравитационных предзарядов. При моделировании явлений в психологии можно говорить о взаимном превращении мужских и женских типов.

Поскольку в физической теории используются группы, полугруппу можно рассматривать в качестве пассивной, скрытой группы, способной превратиться в неё при реализации самовоздействия. С другой стороны, группа способна на основе самовоздействия превратиться в полугруппу. Принимая софистатность математики и физики, следует найти в физической практике проявления обнаруженных математических свойств.

Указанная операция позволяет по элементам четверной группы Клейна ввести элементы смежного класса этой группы:

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$(2424)\downarrow$	$(3333)\downarrow$	$(4242)\downarrow$	$(1111)\downarrow$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

.

Вторая пара матриц смежного класса получается при суммировании разных матриц на данной операции.

Получим

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
(2424)	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	(3333)	$=$	(1313)

.

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
(2424)	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	(1111)	$=$	(3131)

.

Следовательно, операция самогенерации и взаимной генерации генерирует из четверной группы Клейна элементы смежного класса.

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} * \\ + \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

.

К аналогичным результатам мы приходим при указанном суммировании элементов смежного класса. Следовательно, есть операторный алгоритм преобразования матриц одного типа в матрицы другого типа.

Анализируемые матрицы имеют *векторное представление* по сумме номеров значимых мест в строках и столбцах:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix},d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},$$

$$e=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix},f=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\1\\3\\1\end{pmatrix},g=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix},h=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\1\\3\end{pmatrix}.$$

Их свойства на новой операции «обратны» свойствам, которые имела система элементов на матричной операции. На матричной операции есть группа Клейна и её смежный класс.

На новой операции получим соотношения

$$aa=cc=4444, bb=dd=2222, ab=cd=1313, bc=ad=3131,$$
$$ee=gg=4444, ff=hh=2222, ef=gh=1313, eh=fg=3131.$$

Согласно им, теперь смежный класс генерирует себя, четверная группа Клейна генерирует смежный класс. У смежного класса есть единица и обратные элементы.

В системе элементов *операция изменила «лидерство»*: элементы группы на матричной операции стали элементами смежного класса на новой операции. Одно множество генерирует две групп: группу на матричной операции и группу на операции суммирования номеров значимых мест.

Операция «проявляет» группу.

Таблицы логического и матричного произведений имеют вид:

$\overset{l}{+}$	g	h	e	f
g	g	h	e	f
h	h	e	f	g
e	e	f	g	h
f	f	g	h	e

,

$\overset{m}{\times}$	e	f	g	h
e	a	b	c	d
f	d	c	b	a
g	c	d	a	b
h	b	a	d	c

.

Мы получаем операционное расширение группы перестановок. В рассматриваемом случае обратной генерации на указанной операции не происходит. Изменение расположения элементов на основе суммы или наличия по модулю значимых мест меняет ситуацию.

Анализируемые матрицы имеют другое *векторное представление* при расположении «индикаторов» по номерам значимых мест в строках:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\1\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\1\\3\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix}.$$

Эти элементы на рассматриваемой операции суммирования компонент «векторов» по модулю числа, равного размерности матриц, образуют группу. Она не изоморфна предыдущей группе. Следовательно, «векторное» представление системы матриц генерирует пару неизоморфных групп, имеет две грани, две стороны.

Это обстоятельство «скрыто» на матричной операции. Аналогичное свойство было обнаружено ранее при анализе операций с числами в рамках модели проективной геометрии. Числа «ведут себя» по-разному на операции суммировании и на операции умножения.

На данной стадии анализа ясно, как можно учесть иерархию *в любой системе* исследуемых объектов. Мы вправе дополнить каждый её элемент «вектором иерархии», ассоциируя с ним «векторы», которые представляют матрицы.

Тогда оценка объектов и их взаимодействий может проводиться не по внешним проявлениям объектов, например, на основе анализа их структуры, а по внутренним признакам, соответствующим его «векторному» статусу.

Тогда итоги и механизмы взаимодействия объектов с присоединенным к ним «векторным» свойствам будут дополнять те свойства, которые были у них до введения этой операции. Аналогично к элементам множество можно «прикрепить» другие величины и операторы. Так конструируется изделие, содержащее систему «рецепторов» с разными реакциями на одно и то же воздействие.

При дополнении модели комбинаторикой соединения элементов и динамическими процедурами, мы приближаем формальную задачу к реальным задачам взаимодействия объектов, обладающих совокупностью свойств. Представляет интерес задача анализа системы функций, сконструированных на «векторах» матриц.

Применим к анализируем матрицам структурную операцию, согласно которой пара матриц генерирует номера значимых элементов новой матрицы. Суммирование выполняется по модулю числа, равного размерности матриц.

Получим, например, соотношения

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}.$$

«Вектор» номеров может быть материализован по-разному. Результат зависит от того, какой операции подчинено рассматриваемое множество.

В частности, следуя предыдущему анализу, имеем соответствие

$$\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\ldots$$

Расчетная ситуация становится более сложной при дополнении модели элементами аддитивной неассоциативности. Для каждой пары величин введем 4 типа аддитивных операций:

$$(+,+),(+,-),(-,-),(-,+).$$

Им соответствуют формулы сложения вида

$$x\overset{1}{\oplus}y=+x+y,\;x\overset{2}{\oplus}y=+x-y,\;x\overset{3}{\oplus}y=-x-y,\;x\overset{1}{\oplus}y=-x+y.$$

Первая операция ассоциативна, три других операции не имеют свойства ассоциативности:

$$x\overset{1}{\oplus}\left(y\overset{1}{\oplus}z\right)=x+y+z,\quad\left(x\overset{1}{\oplus}y\right)\overset{1}{\oplus}z=x+y+z,$$

$$x\overset{2}{\oplus}\left(y\overset{2}{\oplus}z\right)=x-y+z,\quad\left(x\overset{2}{\oplus}y\right)\overset{2}{\oplus}z=x-y-z,$$

$$x\overset{3}{\oplus}\left(y\overset{3}{\oplus}z\right)=-x+y+z,\quad\left(x\overset{3}{\oplus}y\right)\overset{3}{\oplus}z=x+y-z,$$

$$x\overset{4}{\oplus}\left(y\overset{4}{\oplus}z\right)=-x-y+z,\quad\left(x\overset{4}{\oplus}y\right)\overset{4}{\oplus}z=x-y+z.$$

Суммы слагаемых таковы:

$$\sum_{i=1}^{4}\left(a\overset{i}{\oplus}\left(b\overset{i}{\oplus}c\right)\right)_i=2z,\sum_{i=1}^{4}\left(\left(a\overset{i}{\oplus}b\right)\overset{i}{\oplus}c\right)_i=2x.$$

Принимая интерпретацию плюсов и минусов как характеристику отношения объекта к предлагаемой информации, мы получаем отношение факторов ассоциативности к факторам отсутствия ассоциативности в форме закона $p=\frac{1}{3}$.

Физические уравнения дополнительно могут быть представлены в разных формах, которые зависят от выбора представления модели. Известен стандартный вариант конструирования присоединенного представления

$$gYg^{-1}=\left(1+tX\right)Y\left(1-tX\right)=Y+t\left(XY-YX\right)...$$
$$g_1g_2Yg_2^{-1}g_1^{-1}=T\left(g_1g_2\right)=T\left(g_1\right)T\left(g_2\right)=g_1(g_2Yg_2^{-1})g_1^{-1}.$$

Его можно дополнить вариантом, пригодным для коммутативного множества:

$$gYg=\left(1+tX\right)Y\left(1+tX\right)=Y+t\left(XY+YX\right)...$$
$$g_1g_2Yg_2g_1=P\left(g_1g_2\right)=P\left(g_1\right)P\left(g_2\right)=g_1(g_2Yg_2)g_1.$$

Таковы, в частности, антикоммутаторы. В первом варианте мы имеем дело с коммутатором, удовлетворяя потребности электродинамики. Во втором варианте мы имеем дело с антикоммутатором, удовлетворяя потребности гравитации. При анализе моделей динамики явлений естественно *объединить* два типа представления в одном выражении, дополнив коммутаторы и антикоммутаторы весовыми множителями:

$$\left\langle XY\otimes YX\right\rangle_p^s=p\left(XY-YX\right)+s\left(XY+YX\right).$$

«Игры» расчета и формального анализа могут иметь разные формы и содержание. Однако физическая реальность не обязана подчиняться им. Более того, логика и творчество объективной реальности подчинены, скорее всего, более тонким и совершенным алгоритмам и приемам. Они доступны нам только частично в меру совершенства и ограниченности реализуемой практики.

Следуя запросам практики, примем постулат: истинно то, что конструктивно для развития. Согласно ему, оценивать сделанное в науке, а также то, что планируется совершить, подчинено критерию развития: достижению более высокого уровня жизни. Понятно, что оценки этого уровня жизни, как и путей к нему, могут быть не только истинными, но и ложными. Обычно бывает так, что ошибиться проще и легче, чем достичь истины. По этой причине делается много ошибок. Иногда ошибки фундаментальны, они способны надолго и существенно остановить развитие. Фундаментальных ошибок следует избегать в первую очередь. Новые фундаментальные итоги и пути к ним обычно заметны только единицам: исследователям с высокой профессиональной подготовкой и тонкой интуицией, способным предвидеть результат и его значение задолго до его достижения. Они чувствуют новые итоги и результаты на основе минимальной доступной информации и даже на основе фантазий. Таковы Галуа, Эйнштейн, Эдисон, Королёв и многие другие. Аналогичные замечания справедливы для политики и науки управления.

Конструктивность включает в себя несколько элементов:
а) согласованное описание достигнутых знаний, алгоритмов, итогов,
б) предсказание новых знаний, алгоритмов, итогов,
в) конструирование и создание новых инструментов и технических устройств,
г) надежность в применении на практике,
д) управляемость информацией и её последствиями,
е) обеспечение качества жизни и перспектив её развития…

Практика убеждает в том, что истина доступна только тем исследователям, которые достигают уровня развития, достаточного для их гармонии с Вселенной. Поскольку Вселенная трансфинитна, исследователю необходимо и достаточно становиться трансфинитной частью Вселенной. Миссия науки в том, чтобы эффективно обеспечить гармонию практикующего объекта с его окружением, расширяя границы и меру взаимодействия объектов Реальности.

Моделирование трансфинитной Реальности предполагает не только анализ и практику для физических Тел. Требуется исследовать и применять в жизни разнообразные формы и возможности Сознаний и Чувств самых разных объектов. Поскольку Тела, Сознания и Чувства трансфинитны, данные практики и расчетные модели тоже могут и должны быть трансфинитны. Более того, принимая аналогию в описании Тел, Сознаний, Чувств, для построения моделей Сознаний и Чувств можно применять в качестве исходного пункта анализа модели для Тел.

Известно, что для выражения Чувств слова могут быть и не нужны. В текстах, так принято думать, истина в «строках», а Чувства в духе текста, между строк. Только не надо путать истинность и чувственность форм и содержаний текстов, выраженных тем или другим обменом информацией, с их полным и реальным, объективным содержанием и назначением. Это замечание справедливо также для всяких намерений и реализаций практики. Бывает так, что под влиянием фактов интеллект творит чудеса, которые могут выглядеть как игры Разума. Но обычно Чувства одухотворяют Разум, наполняют практику разнообразием оттенков и ощущений. У Разума и Чувств есть как мужской эгоизм, так и женское легкомыслие. Нет, а часто и не может быть критерия, на каком этапе практики и на какой стадии её эволюции указанные свойства более конструктивны для жизни и для её совершенствования.

Творения Разума и Чувств несут на себе «печать» мастера. При одинаковых внешних условиях итог практики будет разным для мастеров с разным внутренним миром и разными алгоритмами его оценки и изменения. Мастер не всегда и не в должной мере понимает и оценивает свои создания. Для творчества и обучения смелость действий может быть важнее намерений и профессиональной подготовки.

Мысли, намерения практикующего объекта есть фундаментальные признаки существования объекта. Они ищут и находят свое воплощение в форме изделий объективной и субъективной реальности. Это могут быть некоторые новые алгоритмы поведения или соединения элементов практики, а также новые изделия объективной или виртуальной Реальности. Виртуальная Реальность способна иметь математическое выражение, соответствующее уровню развития практикующего объекта. Математическое моделирование есть фундаментальный метод практики.

Расчетная модель конструируется из математических изделий, обоснованных практикой, согласованных с эмпирическими данными. Оба указанных слагаемых развиваются во времени и утверждаются опытом. То, что принято и доступно в настоящее время, может быть недостаточным или ненужным в будущем. Понятно, что в значительной степени изменения зависят от принятой и развивающейся логики.

Практика убеждает в том, что при обеспеченной самодостаточности объекта внешние условия гармонично соответствуют ему. Но для такой реализации структуры и поведения необходимы обширные и корректные данные о собственном устройстве и возможностях. Объекты физической Реальности эффективно сохраняют себя в разных условиях и меняются в согласии с возможностями и потребностями внутренних и внешних изменений. Следовательно, информации о себе, о внешнем мире, как и о внутренних и внешних возможностях заложена в свойствах исследуемого объекта. Другое дело, как и насколько эффективно она применяется в жизни. Следовательно, объект существует всегда и везде в границах его Сознания и Чувств, которые находятся в состоянии применения и развития.

Практика убеждает в том, что эффективно выживают и развиваются те объекты, которые владеют высшим качеством знаний и их применений, у которых намерения реализуются с минимальными затратами усилий и средств. В итоге развития преобладают такие «виды», которые больше «хотят» и больше «могут». Поскольку мы стремимся к нахождению общих законов Реальности, данное условие можно принять в качестве двигателя эволюции. Но тогда наиболее эффективны в расчетной практике могут и должны быть математические изделия с максимальным количеством свойств. Они наиболее развиты по свойствам. Почти очевидно, что в этом случае они генерируют многообразие законов, которое по их количеству и качеству превосходит многообразие законов несовершенного объекта. Тогда, с точки зрения познания, требуется находить и развивать математические изделия с максимальным количеством свойств. Понятно, что такие свойства реализуются на системе структур и системе их отношений, которые чаще всего представляются операциями. Поэтому именно алгебры выполняют функцию фундаментальных расчетных объектов исследователя реальности. Наиболее привлекательны в таком подходе элементы алгебры с максимальным количеством сторон и свойств. Назовем этот набор оптимальной трансфинитностью.

Истина не навязчива, но прилипчива. Здесь есть своя динамика: чем более развит объект, тем лучше владеет он Истиной и подчиняется ей. Это поведение не гарантирует защиту от ошибок. Очень часто практика осуществляется в условиях недостатка информации. Имеет место неэффективное, далекое от оптимальности управление объектом или системой объектов, в частности, здоровьем своего тела. Ситуацию спасает известный прием, наиболее часто применяемый Реальностью: доступное нам управление есть только малая часть полной системы управления, эффективно работающей в широком диапазоне наших ошибок управления. Реальность надежно защищена от «дураков». Так, скорее всего, будет всегда. Но точно так следует создавать свои изделия, не всегда раскрывая их устройство и возможности, обеспечивая их устойчивость к ложным или агрессивным действиям и применениям.

Практика убедила нас в том, что мы Дети той Реальности, которой подчинили свою жизнь. Поэтому главным девизом действий может и должно стать стремление к гармонии с развивающейся, могущественной Реальностью.

Основу данной монографии образуют конформации: наборы матриц, значимые элементы которых заполняют всё матричное пространство. Поскольку есть основания полагать, что основу физической реальности задают 2 электрических предзаряда и 2 массовых (гравитационных) предзарядов, фундаментальными являются отношения между ними. По этой причине важно исследовать конформации с матрицами размерности 4.

Неассоциативные множества для психологии

Рассмотрим систему элементов:

$$b \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a \to \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Она представляет локально деформированную группой знаков элементов $C-$ конформацию.

Ее вид такой:

$$a \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Каждый столбец из четырех наборов достаточен для конструирования элементов матричной алгебры в форме матриц с единичным элементом в матрицах размерности 4.

Эта ситуация типична для конформаций: каждая конформация размерности 4 в соединении со знаковой группой достаточна для применения в математическом моделировании в форме матричных уравнений. В одних случаях это будет удобная запись, в других случаях она может быть формальной.

Так, получим, например

$$a_1 + b_1 = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_1 - b_1 = 2\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c_1 + d_1 = 2\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, c_1 - d_1 = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Отсюда

$$\frac{1}{2}\left(a_1 + b_1 + c_1 - d_1\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{2}\left(a_1 - b_1 + c_1 + d_1\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\frac{1}{2}\left(a_1 + b_1 - c_1 + d_1\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{2}\left(a_1 - b_1 - c_1 - d_1\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, любая конформация размерности 4 на основе знаковой группы достаточна для генерации элементов матричной алгебры. Понятно, что одну из конформаций можно принять в качестве базовой. Тогда элементы другой конформации можно выразить на основе элементов базовой конформации. В электродинамике и массодинамике конформации ассоциированы с группой Клейна. На этой стадии появляется *задача функциональной классификации конформаций*.

Дополним локальную деформацию $C-$конформации глобальной деформацией в форме перестановки местами первого и второго элемента с генерацией таблицы произведений, ассоциированной со структурой.

Таблица произведений получит вид

×	1	2	3	4
1	1	3	2	4
2	2	4	3	1
3	3	1	4	2
4	4	2	1	3

.

Она частично ассоциативна. По этой причине, согласно основной гипотезе, анализируемые элементы конформации могут быть применены для конструирования уравнений для Чувств по аналогии с алгоритмом, применяемым в электродинамике и массодинамике.

«Заготовка» дифференциальных уравнений с точностью до знаков и волновой функции такова:

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix}\varphi_x\\\varphi_y\\\varphi_z\\\varphi_\tau\end{pmatrix}+\ldots=0.$$

Мы получаем таким образом качественно новую систему дифференциальных уравнений.

Возникает вопрос: *каким экспериментальным данным соответствуют эти системы уравнений*?

Проанализируем действие на конформациях закона

$$\varphi(a,b,c)=(ab)c+(bc)a+(ca)b=(cb)a+(ba)c+(ac)b=\varphi(c,b,a).$$

Заметим, что $\varphi(c,b,a)=\varphi(a,c,b)$, что допускает формально разную его запись.

Закон выполняется автоматически в коммутативном множестве, в частности на $A-$конформации. Он справедлив при наличии в исходном наборе совпадающих элементов. По этой причине достаточно провести анализ трех наборов элементов: $(12)3,(12)4,(14)3$.

На $B-$конформации получим

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 3\\\hline & 2 & \\\hline & & 2\\\hline\end{array}+\begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 3) & 1\\\hline & 2 & \\\hline & & 4\\\hline\end{array}+\begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 2\\\hline & 3 & \\\hline & & 4\\\hline\end{array}=\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 2\\\hline & 3 & \\\hline & & 4\\\hline\end{array}+\begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 2) & 1\\\hline & 4 & \\\hline & & 2\\\hline\end{array}+\begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 3\\\hline & 4 & \\\hline & & 4\\\hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 3 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 3) & 1 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} =$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 4) & 1 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 3 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 4 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 4) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 2 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} =$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 2) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 4 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array}.$$

На C – конформации ситуация аналогична:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 3 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 3) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 2 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 2 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 2) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 3 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 3 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 3) & 1 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 4 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 4) & 1 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 3 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 4 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 4) & 1 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 2) & 1 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array}.$$

Подчинена циклическому закону D – конформация:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 3 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 3) & 1 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 2 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 2) & 1 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 3 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 3 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 3) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 4 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 4) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 3 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 4 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 4) & 1 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 2 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 2) & 1 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 4 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array}.$$

На $E-$конформации закон меняется:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 3 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 3) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} \neq \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 2 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 2) & 1 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 3 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 3 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 3) & 1 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 4 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} \neq \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 4) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 3 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 4 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 2 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 4) & 1 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 3 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 2 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array} \neq \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 2) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 1 \\ \hline\end{array}.$$

Закон аналогично меняется на $F-$конформации. Новый закон имеет вид

$$\varphi(a,b,c)=\varphi(a,c,d)=\varphi(a,d,b).$$

Выполним локальную деформацию $C-$конформации к виду $C^{*}-$конформации:

C^{*}	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	2	1
3	2	1	4	3
4	4	3	1	2

.

Она подчинена закону

$$f(a,b,c)=a(bc)+b(ca)+c(ab)=c(ba)+b(ac)+a(cb)=f(c,b,a).$$

Получим таблицу произведений:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & (2 & 3) \\ \hline & & 2 \\ \hline 2 & & \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 2 & (3 & 1) \\ \hline & & 2 \\ \hline 4 & & \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 3 & (1 & 2) \\ \hline & & 2 \\ \hline 1 & & \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 3 & (2 & 1) \\ \hline & & 3 \\ \hline 4 & & \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 2 & (1 & 3) \\ \hline & & 3 \\ \hline 2 & & \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & (3 & 2) \\ \hline & & 1 \\ \hline 1 & & \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & (4 & 3) \\ \hline & & 1 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & (3 & 1) \\ \hline & & 2 \\ \hline 3 & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 3 & (1 & 4) \\ \hline & & 4 \\ \hline 3 & & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 3 & (4 & 1) \\ \hline & & 4 \\ \hline 3 & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & (1 & 3) \\ \hline & & 3 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & (3 & 4) \\ \hline & & 3 \\ \hline 3 & & \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & (2 & 4) \\ \hline & & 1 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 2 & (4 & 1) \\ \hline & & 4 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & (1 & 2) \\ \hline & & 2 \\ \hline 3 & & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & (2 & 1) \\ \hline & & 3 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 2 & (1 & 4) \\ \hline & & 4 \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & (4 & 2) \\ \hline & & 3 \\ \hline 3 & & \\ \hline \end{array}.$$

Рассмотрим C^{**}:

C^{**}	1	2	3	4
1	1	3	2	4
2	2	4	3	1
3	3	1	4	2
4	4	2	1	3

.

Получим таблицу произведений, соответствующую закону для C^{**} – конформации:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 3 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 4 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 3) & 1 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 3 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 2 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 2 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 4 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 2) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 3 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 3 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 3 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 3) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 1) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 3) & 4 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (3 & 4) & 1 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 3 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 2) & 4 \\ \hline & 3 & \\ \hline & & 2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 4) & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 1) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline (1 & 4) & 2 \\ \hline & 4 & \\ \hline & & 2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (4 & 2) & 1 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline (2 & 1) & 4 \\ \hline & 2 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array}.$$

К законам психологии в модели обобщенной коммутативности

Множество, согласно введенному определению, подчинено закону обобщенной коммутативности, если для 4 разных элементов выполняется условие

$$\Omega = (a+b)(c+d) = \Omega_{\alpha} = \Omega_{\beta} = (c+d)(a+b).$$

Это условие функционально сложнее правила обычной коммутативности.

Прямой проверкой легко убедиться, что таковы множества с таблицами произведений:

$\times$	a	b	c	d
a	$-a$	$-c$	$-d$	$-b$
b	$-d$	$a-d-c$	$d-c-b$	$c-2a$
c	$-b$	$d-2a$	$a-b-d$	$b-d-c$
d	$-c$	$c-b-d$	$b-2a$	$a-c-b$

,

$\times$	a	b	c	d
a	0	0	0	0
b	$b-d$	$a-c$	$d-b$	$c-a$
c	$c-b$	$d-a$	$a-d$	$b-c$
d	$d-c$	$c-d$	$b-a$	$a-b$

.

Им соответствуют функции

$$\Omega_1 = -2(a+b),$$

$$\Omega_2 = -(a+b)+(c+d).$$

Для множеств с таблицами произведений

$\times$	a	b	c	d
a	$-a$	$-c$	$-d$	$-b$
b	$-d$	$a-d-c$	$d-c-b$	$c-2a$
c	$-b$	$d-2a$	$a-b-d$	$b-d-c$
d	$-c$	$c-b-d$	$b-2a$	$a-c-b$

,

$\times$	a	b	c	d
a	0	$-c+d$	$b-d$	$-b+c$
b	$c-d$	0	$2a-b-c$	$-2a+b+d$
c	$-b+d$	$-2a+b+c$	0	$2a-c-d$
d	$b-c$	$2a-b-d$	$-2a+c+d$	0

получим функции

$$\Omega_3 = -2(a+b), \Omega_4 = -2d.$$

Функции Ω_i можно рассматривать как законы сохранения для анализируемого множества, ассоциированные с условием обобщенной коммутативности.

Эти множества не подчинены условиям функциональной коммутативности типа

$$\widehat{\Delta}_1 + \widehat{\Delta}_2 + \widehat{\Delta}_3 + \widehat{\Delta}_4 = 0.$$

Понятно, что возможны новые законы, ассоциированные с более общими выражениями:

$$aab + bba, bbc + ccb, \ldots$$

Наличие системы законов для множеств, подчиненных системе операций, является свойством, иллюстрирующим трансфинитные возможности реальности. Управляющими «параметрами» множества становятся операции. В зависимости от того, какие они, а также от того, как они объединены, получаются разные варианты и разные возможности. *Операционное управление* становится «двигателем» перемен.

С философской точки зрения это обстоятельство можно рассматривать в качестве механизма развития и эволюции любого конечного множества.

Более того, операционное управление естественно рассматривать с позиции перемен, обусловленных «обучением» и «воспитанием» системы рассматриваемых объектов. Укажем новые грани функциональных отношений на конформациях. Рассмотрим квадраты базовых элементов конформации с таблицей

$\times$	a	b	c	d
a	$-a$	$-c$	$-d$	$-b$
b	$-d$	$a-d-c$	$d-c-b$	$c-2a$
c	$-b$	$d-2a$	$a-b-d$	$b-d-c$
d	$-c$	$c-b-d$	$b-2a$	$a-c-b$

.

Получим выражения

$$(aa)^2 = a,$$

$$(bb)^2 = -a+2b-c-d,$$

$$(cc)^2 = -a-b+2c-d,$$

$$(dd)^2 = a-b-c+2d.$$

Их сумма равна нулю, косвенно генерируя 4-метрику Евклида:

$$(aa)^2+(bb)^2+(cc)^2+(dd)^2 = 0.$$

Ситуация выглядит иначе на конформациях, ассоциированных с группой перестановок 4 элементов.

Представим расчет таблицей:

	A	B	C	D	E	F
aa	1	1	1	1	1	1
bb	1	3	4	1	4	3
cc	1	1	4	2	2	4
dd	1	3	1	2	3	2

.

$(E,F)-$конформации не подчинены компенсации при их деформации знаковой группой.

$(A,B,C,D)-$конформации компенсируются при их деформации знаковой группой.

Функциональные свойства кватернионов для задач психологии

Проанализируем функциональные свойства кватерниона с таблицей произведений

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	$-c$	$-d$
b	$-b$	a	d	$-c$
c	c	$-d$	a	$-b$
d	d	c	b	a

.

Выберем $x=\sqrt{2}(c+d), y=a-b.$ Получим закон зеркального трилистника

$$x^2=4a, x^3=4x, x^4=16a, y^2x^2=8a, y^2=2a,...$$
$$x^4-x^2y^2-2x^2=0.$$

Имеет место аналог уравнения, задающего семейство овалов Кассини. В частности, получим

$$\left(x^2+y^2\right)^2-2\cdot\alpha^2\left(x^2-y^2\right)=\beta^4-\alpha^4,$$
$$\beta^4=36, \alpha=2.$$

Пусть $x=a+c-pb, y=b+d-sc.$ Тогда

$$(x-a)^2=(x-c)^2=\left(1+p^2\right)a, (y-b)^2=(y-d)^2=\left(1+s^2\right)a.$$

Получим аналог уравнения окружности Аполлония:

$$(x-a)^2+(x-c)^2=\frac{1+p^2}{1+s^2}\left((y-b)^2+(y-d)^2\right), k=\frac{1+p^2}{1+s^2}.$$

Выберем $x=a-c, y=b+d.$ Тогда имеют место выражения

$$x^2=2a, x^3=2(a-c), x^4=4a, x^5=4(a-c),...$$
$$y^2=2a, y^3=2(d-b), y^4=-4c, x^5=-(d-b),...$$
$$xy=-yx=2b, xyx=-2(b+d), yxy=-2(a-c),...$$

На этой основе генерируется система законов

$$xy+yx=0, (xyx)(yxy)+(yxy)(xyx)=0,$$
$$xy+yx=0, (xyx)(xyx)+(yxy)(yxy)=0,$$
$$x^2y^2=y^2x^2, x^2y^2x^2=y^2x^2y^2.$$

Выберем элементы $x = a - b, y = c + d.$ Тогда справедливы выражения

$$x^2 = 2a, x^3 = 2(a+b), x^4 = 4b, x^5 = -4(a-b) = -4x, \ldots$$
$$y^2 = 2a, y^3 = 2(c+d) = 2y, y^4 = 4a, y^5 = 4(c+d) = 4y, \ldots$$
$$x^3 y = -yx^3 = -4c, x^3 yx^3 = -8(c-b), yx^3 y = 4(a-b),$$
$$(c-b)(c-b) = (a-b)(a-b) = 2a.$$

Пронормируем исходные величины, полагая $x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}(a-b), y = c + d.$ Получим законы

$$(x^3 y)^2 = (yx^3)^2, (x^3 yx^3)^2 = (yx^3 y)^2.$$

Мы замечаем, что пара элементов, подчиненная таблице произведений, генерирует систему законов. Законы зависят от того, какая проведена выборка из системы функциональных выражений.

Называя выборку словом «намерение», мы получаем математический алгоритм генерации намерений в системе объектов.

Деформация ощущений как деформация неассоциативности

Сопоставим кваернион и антикватернион посредством матрицы-деформатора с поэлементным произведением:

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	$-c$	$-d$
b	$-b$	a	d	$-c$
c	c	$-d$	a	$-b$
d	d	c	b	a

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$=$

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	c	$-d$
b	b	a	d	$-c$
c	c	d	a	$-b$
d	$-d$	$-c$	$-b$	a

.

С одной стороны, так реализуется взаимный переход от электродинамики к массодинамике. С другой стороны, мы применили алгоритм деформации таблицы произведения элементов. По этому методу можно выполнить деформацию любой таблицы произведений на основе матрицы-деформатора, принадлежащего определенному типу.

Проанализируем новый вариант:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & -c & -d \\ \hline b & -b & a & d & -c \\ \hline c & c & -d & a & -b \\ \hline d & d & c & b & a \\ \hline \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & -c & d \\ \hline b & b & a & d & -c \\ \hline c & c & d & a & -b \\ \hline d & d & c & -b & a \\ \hline \end{array}.$$

В модели деформированного кватерниона реализуется система законов. Некоторые из них известны, однако есть также новые законы.

Вариант 1. Пусть $x = a + b, y = \frac{1}{\sqrt{2}}(c - d)$. Получим

$$\begin{gathered} x^2 = 2x = 2(a+b), \ldots x^n = 2^{n-1}x, \ldots \\ y^2 = x = a + b, y^3 = 0, \ldots xy = yx = 0, \\ x^4 = 8x, x^2y^2 = 4x, 2x^2 = 4x, \\ x^4 - x^2y^2 - 2x^2 = 0. \end{gathered}$$

В этой модели выполняется соотношение, формально схожее с лемнискатой Бернулли

$$\left(x^2 + y^2\right)^2 = 2\left(\sqrt{3}\right)^2 \left(x^2 - y^2\right)^2.$$

Вариант 2. Пусть $x = a + c, y = b + d$. Получим выражения

$$\begin{gathered} x^2 = 2a, x^3 = 2x = 2(a+c), \ldots, \\ y^2 = 2a, y^3 = 2y = 2(b+d), \ldots \\ xy = yx = 2d, xyx = 2(d-b), yxy = 2(a+c), \\ (a+c)(d-b) = (d-b)(a+c) = -2b. \end{gathered}$$

Им соответствует новый закон

$$xy = yx,$$

$$(xyx)(yxy) = (yxy)(xyx).$$

Алгоритм деформации конформаций дополняет функциональные возможности стандартных конформаций, расширяя и углубляя систему законов. Антикватернионы и кватернионы подчинены закону

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2.$$

Деформация кватерниона меняет этот закон к виду

$$\left(a+b+c+d\right)^2=a^2+b^2+c^2+d^2+4d.$$

Следовательно, изменения в законах можно рассматривать в качестве фактора, указывающего на деформацию анализируемой конформации.

Сплетение мнений в форме сплетения конформаций

Проанализируем функциональные свойства пары конформации группы S_3 с элементами

$$A\to a=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$B\to \alpha=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}, \beta=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}, \gamma=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

приняв пару произведений: структурное произведение для элементов, принадлежащих одной конформации и матричное произведение для элементов из разных конформаций.

Получим таблицу произведений:

$\times\times$	a	b	c	α	β	γ
a	a	b	c	α	β	γ
b	c	a	b	γ	α	β
c	b	c	a	β	γ	α
α	α	β	γ	α	β	γ
β	β	γ	α	β	γ	α
γ	γ	α	β	γ	α	β

В таблице двойного произведения преобладают элементы $B-$конформации. Дуальной таблицей можно назвать таблицу, в которой произведения элементов взаимно заменены.

Элементы имеют свойства:

$$(a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma)=(\alpha+\beta+\gamma)(a+b+c)=3(\alpha+\beta+\gamma),$$

$$(a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma)(a+b+c)=(\alpha+\beta+\gamma)(a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma).$$

В обозначениях $x=(a+b+c), y=(\alpha+\beta+\gamma)$ получим условия для группы кос:

$$xy = yx, xyx = yxy.$$

Аналогичные законы выполняются на дуальной таблице. Только в этом случае произведения генерируют элементы нормальной подгруппы группы S_3, образуя $A-$ конформацию. Другими словами, изменение свойств произведения может быть достаточным для генерации разных конформаций.

Есть в паре конформаций свойства, иллюстрирующие «необратимость» порядка произведений и их взаимную дополнительность:

$$a\alpha + b\beta + c\gamma = 3\alpha, b\alpha + c\beta + a\gamma = 3\gamma, c\alpha + a\beta + b\gamma = 3\beta,$$

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = \alpha b + \beta c + \gamma a = \alpha c + \beta a + \gamma b = \alpha + \beta + \gamma,$$

$$a\alpha a + b\beta b + c\gamma c = b\alpha b + c\beta c + a\gamma a = c\alpha c + a\beta a + b\gamma b = \alpha + \beta + \gamma,$$

$$aa\alpha aa + bb\beta bb + cc\gamma cc = 3\alpha, bb\alpha bb + cc\beta cc + aa\gamma aa = 3\gamma, cc\alpha cc + aa\beta aa + bb\gamma bb = 3\delta,$$

$$\alpha a\alpha + \beta b\beta + \gamma c\gamma = 3\alpha, \alpha b\alpha + \beta c\beta + \gamma a\gamma = 3\beta, \alpha c\alpha + \beta a\beta + \gamma b\gamma = 3\gamma,$$

$$\alpha\alpha a\alpha\alpha + \beta\beta b\beta\beta + \gamma\gamma c\gamma\gamma = \alpha\alpha b\alpha\alpha + \beta\beta c\beta\beta + \gamma\gamma a\gamma\gamma = \alpha\alpha c\alpha\alpha + \beta\beta a\beta\beta + \gamma\gamma b\gamma\gamma = \alpha + \beta + \gamma.$$

Формулы Брахмагупта для задач психологии

Брахмагупта получим двойную формулу для произведения сумм квадратов чисел:

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\begin{cases}\left(ac-bd\right)^2+\left(ad+bc\right)^2,\\ \left(ac+bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2.\end{cases}$$

Покажем, что некоторые конформации подчинены этой формуле, а другие генерируют новые законы, структура которых базируется на элементах формулы Брахмагупта. Анализ такого вида приближает теоретическую психологию к моделям, которые, как кажется, имеют только математический интерес. На самом деле это не так. Числа и их свойства отображают часть информации о реальности. Это отображение корректно в границах некоторой практики. Она не обязана исчерпываться практикой, характеризующих физические тела. Для системы отношений и законов, которым подчинены отношения, мы вправе применить сведения, полученные из других разделов науки. Естественно ожидать, что такой подход в сотояний генерировать ряд новых законов для чисел.

Проиллюстрируем этот тезис примерами. Легко проверить выполнение формулы Брахмагупты для антика группы Клейна с таблицами произведений из-за простой структуры квадратов обозначенных матриц:

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	c	$-d$
b	b	a	d	$-c$
c	c	d	a	$-b$
d	$-d$	$-c$	$-b$	a

,

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

.

С физической точки зрения, следуя принципу софистатности математики и физики, этот факт означает, что теория гравитации имеет свойства, аналогичные свойствам чисел, что инициирует развитии данной аналогии с целью их применения на практике. Поскольку сознание базируется на физических телах, общие свойства физической реальности будут проявлять себя в психологической практике.

Формулы Брахмагупты выполняются также на таблицах произведений

$\times$	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	c	c	c	c
c	d	d	d	d
d	b	b	b	b

,

$\times$	a	b	c	d
a	a	c	d	b
b	a	c	d	b
c	a	c	d	b
d	a	c	d	b

.

Кватернион с антисимметричной таблицей произведений обобщает формулу Брахмагупты. Получим

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	$-c$	$-d$
b	$-b$	a	d	$-c$
c	c	$-d$	a	$-b$
d	d	c	b	a

,

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\begin{cases}\left(ac-bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2,\\ \left(ac+bd\right)^2+\left(ad+bc\right)^2.\end{cases}$$

Так иллюстрируется трансфинитность законов электромагнетизма и гравитации: при изменении условий закон способен измениться, система объектов получает новые свойства при подчинении новой программе. Этот закон проявляется себя на всех уровнях жизни и для всех объектов.

Конформация с таблицей произведений

$\times$	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	c	c	c	c
c	d	d	d	d
d	b	b	b	b

подчинена дополнительному закону

$$\frac{1}{2}\left(a^2+b^2\right)^2\left(c^2+d^2\right)^2=\begin{cases}\left(\left(ac-bd\right)^2+\left(ad+bc\right)^2\right)^2,\\ \left(\left(ac+bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2\right)^2.\end{cases}$$

Этот результат инициирует идею наличия спектра полиномиальных матричных законов для каждой конформации. Проявление того или другого варианта зависит от уровня и глубины проведенного исследования. С физической точки зрения указанный факт означает, что при изменении условий состояние и поведение системы с одной и той же «программой» могут быть разными, хотя они управляются и проявляют себя «одинаковыми средствами». В данном случае мы имеем дело с одинаковым набором базовых функций.

Конформация с таблицей произведения

$\times$	a	b	c	d
a	0	$b-d$	0	$d-b$
b	0	$a-c$	0	$c-a$
c	0	$d-b$	0	$b-d$
d	0	$c-a$	0	$a-c$

в силу её необычной структуры подчинена всей совокупности указанных выше формул. Следовательно, «обеднение» свойств произведения не означает «обеднения» законов, которым подчинена система объектов.

Антисимметричная конформация с таблицей произведений

$\times$	a	b	c	d
a	0	$b-d$	$c-d$	$2d-c-b$
b	$d-b$	0	$b-c$	$c-d$
c	$d-c$	$c-b$	0	$b-d$
d	$-2d+c+b$	$d-c$	$d-b$	0

подчинена формулам Брахмагупты.

Конформация с системой законов

$$\left(a^2+b^2\right)^2\left(c^2+d^2\right)^2=\begin{cases}(ac+bd)(ad+bc),\\ \frac{1}{2}\left((ac+bd)^2+(ad-bc)^2\right).\end{cases}$$

генерируется таблицей произведений

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	b	a	d	c
d	c	d	a	b

.

Конформация с таблицей произведений

$\times$	a	b	c	d
a	a	c	d	b
b	$2b-d$	$a+d-c$	$d+c-b$	c
c	$2c-b$	d	$a+b-d$	$b+d-c$
d	$2d-c$	$c+b-d$	b	$a+c-b$

не подчиняется законам, указанным выше. Она генерирует новый закон:

$$\left(a^2-b^2\right)+\left(c^2-d^2\right)+(ac-bd)+(ad+bc)=\frac{1}{2}(ad+dc+cb+ba).$$

Сложная таблица произведений управляется новым полиномиальным законом.

На основании выполненного анализа можно сделать выводы:

а) конформации подчинены системе полиномиальных законов, базирующихся на выражениях:

$$\left(a^2-b^2\right),\left(a^2+b^2\right),\left(c^2-d^2\right),\left(c^2+d^2\right),$$

$$(ac-bd),(ac+bd),(ad-bc),(ad+bc),$$

$$(ad+dc+cb+ba),(ab+bc+cd+da),\ldots$$

б) конформации содержат свойства чисел и числовых систем, хотя они предназначены для анализа реальных объектов, подчиненных программе в форме таблицы произведений, в) ассоциативные и неассоциативные конформации могут быть подчинены одинаковым полиномиальным законам,

г) принимая базовые выражения в качестве новых переменных, мы исследуем алгебраические зависимости вида квадрик.

Из проведенного анализа следует, что конформации присуща система законов. Эти законы различны при изменении анализируемых объектов, а также зависят от применяемых математических операций. Законы могут быть различными по своей структуре и свойствам.

Устойчивость поведения объекта при деформации программы поведения

Естественно проанализировать вопрос об устойчивости законов относительно деформации программы, которой подчинены элементы конформации, заданной таблицей произведений. Постановка задачи устойчивости может быть разной. Различной может быть также модель деформации. В рассматриваемом случае мы ограничиваемся некоторыми простыми приемами и средствами. Их достаточно, чтобы сделать некоторые заключения об устойчивости законов.

Рассмотрим систему типовых законов для конформации на группе Клейна с таблицей произведений

×	*a*	*b*	*c*	*d*
a	*a*	*b*	*c*	*d*
b	*b*	*a*	*d*	*c*
c	*c*	*d*	*a*	*b*
d	*d*	*c*	*b*	*a*

.

$$\text{A)}\ \sigma_1 = ab + bc + cd + da, \sigma_2 = ad + dc + cb + ba, \sigma_1 = \sigma_2.$$

$$B)\ bc = d, cb = d, (bcb)^2 = (cbc)^2.$$

$$C)\ (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2.$$

$$D)\ ab(cd) + bc(da) - cd(ab) - da(bc) = 0.$$

$$E)\ f(b,c,d) = b(cd) + c(db) + d(bc) = f(b,c,bd)b.$$

Сравним с данными функциями две внутренние (α, β) и две внешние (γ, δ) программы:

$$\alpha = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & b & a & c & d \\ \hline b & a & b & d & c \\ \hline c & c & d & b & a \\ \hline d & d & c & a & b \\ \hline \end{array}, \beta = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & d & b & c & a \\ \hline b & b & d & a & c \\ \hline c & c & a & d & b \\ \hline d & a & c & b & d \\ \hline \end{array},$$

$$\gamma = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & b & a & c & d \\ \hline b & a & b & d & c \\ \hline c & d & c & a & b \\ \hline d & c & d & b & a \\ \hline \end{array}, \delta = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & c & d & a & b \\ \hline b & b & a & d & c \\ \hline c & a & b & c & d \\ \hline d & d & c & b & a \\ \hline \end{array}.$$

Представим результаты таблицей, указывая плюсами и минусам совпадение или несовпадение законов по сравнению с законами для конформации Клейна:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}\hline & A & B & C & D & E \\ \hline \alpha & + & \mp & + & + & + \\ \hline \beta & + & \mp & + & + & - \\ \hline \gamma & + & -- & + & + & - \\ \hline \delta & - & -- & + & + & + \\ \hline \end{array}.$$

Таблица подтверждает ожидаемый результат, что изменение программы, действующей в конформации, меняет законы, присущие базовой, исходной конформации. Однако эти изменения частичны. В рассмотренном частном случае меньше меняются законы, ассоциированные с внутренними деформациями. Однако есть также законы, инвариантные относительно изменения программ, действующих в конформации. Мы имеем право анализировать законы по принципу их устойчивости при изменении программы. Это важно для практики. Если эксперименты проводятся в модели с законами, устойчивыми к деформации программы, нет смысла менять программу конформации. Изменение программы важно для законов, неустойчивых к деформации программы. Это соображение может быть важным для анализа неравновесных и равновесных законов. Естественна проблема появления программы, которой подчинена конформация, равно как и проблема механизмов ее устойчивости и деформации.

Принимая простую форму Сознаний и Чувств как проявление планов и действий в форме системы комбинаторных соединений элементов, мы получаем автоматически косвенный ответ на обе указанные проблемы: таковы фундаментальные свойства Реальности.

Изменение отношений при изменении управляющего центра

Специфика управляющего элемента в конформации Клейна состоит в том, что при самовоздействии получается элемент, стоящий на диагонали: элементы «стремятся» к управлению. Выполним частичную передачу управляющих функций другим элементам, меняя места выбранных элементов с элементом первичного управления. Получим таблицы:

$$\alpha=\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d\\\hline a & a & b & c & d\\\hline b & b & a & d & c\\\hline c & c & d & a & b\\\hline d & d & c & b & a\\\hline\end{array},\ \beta=\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d\\\hline a & b & a & c & d\\\hline b & a & b & d & c\\\hline c & c & d & b & a\\\hline d & d & c & a & b\\\hline\end{array},\ \gamma=\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d\\\hline a & c & b & a & d\\\hline b & b & c & d & a\\\hline c & a & d & c & b\\\hline d & d & a & b & c\\\hline\end{array},\ \delta=\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d\\\hline a & d & b & c & a\\\hline b & b & d & a & c\\\hline c & c & a & d & b\\\hline d & a & c & b & d\\\hline\end{array}.$$

Они изменились, по сравнению с начальной таблицей, не только по форме. Вторая и четвертая таблицы приобрели свойство неассоциативности. Аналогично предыдущему алгоритму, получим выполнение единых законов для каждой таблицы произведений:

$$\text{A)}\ \sigma_1=ab+bc+cd+da,\sigma_2=ad+dc+cb+ba,\sigma_1=\sigma_2.$$

$$B)\ \ bc=d,cb=d,(bcb)^2=(cbc)^2.$$

$$C)\ \ \left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac-bd\right)^2+\left(ad+bc\right)^2.$$

$$D)\ \ ab(cd)+bc(da)-cd(ab)-da(bc)=0,$$

$$E)\ \ \pi=a+b+c+d,\pi^2=4\pi,$$

$$F)\ \ f(x,y,z)=f(x,z,y)=f(y,x,z),$$
$$f(x,y,z)=x(yz)+y(zx)+z(xy).$$

Ассоциативные и неассоциативные коммутативные таблицы произведении имеют широкий спектр аналогичных законов. С физической точки зрения ассоциативные множества характеризуют свойства физических тел, неассоциативные множества характеризуют свойства тел Сознания. Данная общность свидетельствует о том, что *Тела и Сознания могут подчиняться единым законам*. Может быть, даже, трудно разделить их влияния на анализируемый объект.

Частичная деформация новых таблиц способна генерировать в неассоциативном множестве ассоциативные «кодоны». Рассмотрим таблицу произведений

$$\beta^* = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & a & b & d & c \\ \hline c & c & d & b & a \\ \hline d & d & c & a & b \\ \hline \end{array} \to d(ca) = a, (dc)a = a, \dots$$

Взаимная локальная перестановка элементов в таблице произведений генерирует систему объектов со свойствами Чувств. С физической точки зрения такая «перемена пола» может иметь внутренние или внешние причины, а также различные реализации.

Законы психологии в моделях с частичной ассоциативностью

Есть несколько вариантов преобразования неассоциативной таблицы произведений в частично ассоциативную. Например, можно выполнить частичную перемену мест пар элементов:

$$p = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & b & a & d & c \\ \hline c & d & c & b & a \\ \hline d & c & d & a & b \\ \hline \end{array} \to (ab)c = a(bc), c(db) \neq (cd)b, \dots$$

Естественно выяснить, меняются ли законы, найденные ранее для неассоциативных и ассоциативных множеств. Анализ показал выполнение законов

$$\text{A)}\ \ \sigma_1 = ab + bc + cd + da, \sigma_2 = ad + dc + cb + ba, \sigma_1 = \sigma_2.$$

$$B)\ \ bc = d, cb = c, (bcb)^4 = (cbc)^4.$$

$$C)\ \ (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2.$$

$$D)\ \ ab(cd) + bc(da) - cd(ab) - da(bc) = 0,$$

$$E)\ \ \sigma = a + b + c + d, \sigma^2 = 4\sigma,$$

$$F)\ \ f(x, y, z) = f(x, z, y) = f(y, x, z),$$
$$f(x, y, z) = x(yz) + y(zx) + z(xy).$$

Множество имеет дополнительные свойства. Например, получим на антикоммутативном произведении такие свойства:

$$\{a,c\} = ac + ca = c + d,$$
$$\{c+d,c\} = 2(a+b) = 2x, \{a+b,c\} = 2(c+d) = 2y,$$
$$\{c+d,a+b\} = \{a+b,c+d\} = 4(c+d) \to x*y = y*x,$$
$$\{a+b,a+b\} = \{c+d,c+d\} = 4(a+b) \to x*x = y*y.$$

Согласно таблице произведений, получим систему равенств:

$$(x-a)^2 + (y-c)^2 = (x-b)^2 + (y-d)^2,$$

$$x(x+y) = (x+y)x,$$
$$(x+y)x(x+y) = p(x(x+y)x),$$

$$x^2 = y^2 = 2x, x^3 = 4x,$$

$$y^2 = \frac{2}{6+\varepsilon}\left(x^3 + x^2 + \varepsilon x\right) + \varepsilon\frac{2}{6+\varepsilon} - \varepsilon\frac{2}{6+\varepsilon}, \ldots$$

Следовательно, мы можем говорить о единстве законов, характеризующих Тела, Сознания, Чувства. С математической точки зрения это обстоятельство проявляет себя в единстве законов для ассоциативных, неассоциативных и частично ассоциативных множеств.

Скрытые свойства отношений как «двигатели эволюции» объектов

Из проведенного анализа следуют несколько приемов конструирования законов конформации. Во-первых, можно изменить таблицу произведений, следуя идее построения закона, который не выполняется в ранее исследованных конформациях. Например, для конформаций с таблицей произведений единичных элементов в форме латинского квадрата отсутствует стандартный групповой закон для косы. Изменим таблицу произведений так, чтобы этот закон имел место хотя бы для пары элементов. Рассмотрим таблицу

$\times$	a	b	c	d
a	b	b	b	b
b	c	d	d	c
c	c	d	d	c
d	a	a	a	a

$\to bc = cb = d, bcb = cbc = a.$

Искомое условие выполнено. Согласно таблице, генерируется система новых законов:

$$ab+bc+cd+da\neq ad+dc+cb+ba,$$

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)\neq\left(ac-bd\right)^2+\left(ad+bc\right)^2,$$

$$ab\left(cd\right)+bc\left(da\right)+cd\left(ab\right)+da\left(bc\right)=a+b+c+d,\ldots$$

Второй прием реализуется на таблице произведений в форме латинского квадрата при различном выборе элементов, между которыми ищется связь, согласованная с таблицей.

Проанализируем с этой точки зрения модель с таблицей произведений

$\times$	a	b	c	d
a	c	b	a	d
b	b	c	d	a
c	a	d	c	b
d	d	a	b	c

.

Пусть $x=b, y=a+b; x=a+b, y=c+d$. Получим новый закон:

$$xy=yx, xyyx=yxxy.$$

Для величин $x=a+b, y=c+d$ выполняется условие тривиальной косы

$$x^2=y^2=2\left(c+b\right)=2z,$$

$$x^2y^2=y^2x^2, x^2y^2x^2=y^2x^2y^2.$$

Для элементов $x=a+b, y=c+d, z=c+b$ выполняются условия, характеризующие косу:

$$xz=\sigma=zx, xzx=zxz,$$

$$yz=\sigma=zy, yzy=zyz.$$

Принимая суммирование и произведение, подчиненное «программе», мы обнаруживаем «творческие возможности» конформации. Она генерирует систему явных и скрытых законов, играя роль и выполняя функции *двигателя эволюции*, если принять закон как цель эволюции. Понимание и анализ данной системы и динамических отношений между ними представляет собой одну из главных задач теоретической психологии.

Система законов зависит от системы дополнительных условий и связей.

Например, есть законы вида

$$\pm x\left(yz-zy\right)\pm y\left(zx-xz\right)\pm z\left(xy-yx\right)=0,$$
$$\pm x\left(yz+zy\right)\pm y\left(zx+xz\right)\pm z\left(xy+yx\right)=0.$$

Они выполняются, соответственно, для коммутативных и антикоммутативных множеств.

Для кватерниона получим аналог алгебры Свидлера. Рассмотрим величины

$$x=0{,}5\left(a-b\right),y=c-id,i^2=-1.$$

Согласно таблице структурных произведений квата выполняются законы:

$$x^2=a,y^2=0,xy+yx=0.$$

На этой основе реализуется одна из моделей квантовой группы.

Обратим внимание на изменение таблицы произведения при реализации повторных произведений. Получим трансформацию

$$\alpha=\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d\\ \hline a & a & b & c & d\\ \hline b & b & a & d & c\\ \hline c & c & d & a & b\\ \hline d & d & c & b & a\\ \hline\end{array}\rightarrow\alpha^*=\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d\\ \hline a & a & b & c & d\\ \hline b & a & b & c & d\\ \hline c & a & b & c & d\\ \hline d & a & b & c & d\\ \hline\end{array}.$$

Произведение в форме латинского квадрата трансформировалось в произведение в форме суммы идеалов. С физической точки зрения она имеет аналогию с взаимным преобразованием электрических и массовых зарядов.
В анализируемом случае превращения таковы:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0\\-1\\-2\\-3\end{pmatrix}\rightarrow a^*=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0\\1\\2\\3\end{pmatrix}\rightarrow b^*=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\mathrm{c}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0\\-1\\-2\\-3\end{pmatrix}\rightarrow \mathrm{c}^*=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0\\1\\2\\3\end{pmatrix}\rightarrow d^*=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Следовательно, *повторные операции* способны менять структуру физических объектов на основе утверждения *в форме новой программы* качественно новой системы их отношений.

Этот результат допускает операторное обобщение. Заметим, что изменения таблицы произведений для объектов заданы градуированным оператором перестановки значимых элементов вида

$$\vec{L}_p = (-1)^p \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, p = 1,2,3,4 \to a,b,c,d.$$

Обратные превращения таблиц произведений регулируются аналогичным оператором с дополнением числа p единицей: $p \to p+1$. Так можно деформировать таблицу произведений.

Следовательно, изменение таблицы произведений можно задавать разными способами, некоторые из которых наиболее просты и эффективны. Понятно, что реализации изменений зависят от ситуаций. Не исключается модель, согласно которой программа произведений задается не на основе внутренних свойств системы объектов, а на основе «приказа», регулирующего поведение системы. Ситуация получает новые модельные оттенки, если принять частичную деформацию таблицы произведений.

Например, реализуются варианты отношений вида

$$\alpha = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & b & a & d & c \\ \hline c & c & d & a & b \\ \hline d & d & c & b & a \\ \hline \end{array} \to \hat{\alpha} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & b & a & c & d \\ \hline c & c & d & c & d \\ \hline d & d & c & c & d \\ \hline \end{array},$$

$$\alpha^* = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & a & b & c & d \\ \hline c & a & b & c & d \\ \hline d & a & b & c & d \\ \hline \end{array} \to \hat{\alpha}^* = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ \hline b & a & b & d & c \\ \hline c & a & b & a & b \\ \hline d & a & b & b & a \\ \hline \end{array}.$$

С физической точки зрения они естественны и могут рассматриваться как «индикаторы» проявления свойств объектов, у которых есть электрические и гравитационные свойства. На этой основе можно анализировать алгоритмы взаимных превращений двух видов зарядов, их переходные состояния, сочетающие в себе одни и другие свойства. Этот *алгоритм частичного изменения* таблицы произведений имеет общее значение.

Ведь именно так реализуется частичное изменение самих объектов. Его принято называть деформацией, принимая как дополнение известного новыми элементами, так и устранение некоторых свойств, сторон и граней достигнутой практики. Изменения могут быть аддитивными и мультипликативными в широком смысле этого слова, допускаемом алгоритмами аддитивности и мультипликативности. Они могут быть статическими и динамичными, локальными и глобальными. Изменения могут применяться лишь как средство для подготовки объектов и их свойств в других изделиях или для реализации других функций. Соответственно возможно их частичное или полное применение, равно как разнообразное изменение в соответствии с реализацией намерений или практики.

Трансфинитность Реальности и практики в ней обеспечивает трансфинитные возможности теоретического и эмпирического, экспериментального моделирования. Оно не всегда реализуется оптимально, не всегда понятны последствия той или иной практики. На каждом этапе творческой деятельности возможны удивительные открытия и потрясающие неудачи.

Проанализируем некоторые свойства частично неассоциативной $B-$ конформации с таблицей произведений

B	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	c	d	a	b
d	b	a	d	c

.

Введем систему согласованных объектов $x = a - b, y = b - c, z = c - d, p = d - a.$ Получим соотношения:

$$(xy)z = 4(b-a), (xz)y = x(yz) = 2(-a+b-c+d),$$
$$(b-a)(-a+b-c+d) = (-a+b-c+d)(b-a) = 2(-a+b-c+d),$$
$$(yz)p = 4(a-d), (yp)z = y(zp) = 2(a-b+c-d),$$
$$(a-d)(a-b+c-d) = (a-b+c-d)(a-d) = 2(a-b+c-d).$$

Равенства, справедливые для ассоциативной $A-$конформации, частично нарушены для $B-$конформации.

Для $A-$ конформации справедлива система законов:

$$\mp xyzp \pm yzpx \mp zpxy \pm pxyz = 0,$$

$$xyzp = yzpx = zpxy = pxyz = 4(a-b+c-d).$$

На $B-$конформации она меняется:

$$xyzp + yzpx - zpxy - pxyz = 0,$$
$$xyzp = 8\left(a-d\right) = zpxy, yzpx = pxyz = 8\left(a-b\right).$$

Для $A-$ конформации справедливы условия:

$$x^2 = 2x, y^2 = -2z, z^2 = 2x, p^2 = -2p,$$
$$x^3 = 4x, y^3 = 4y, z^3 = 4z, p^3 = 4p, \ldots$$

Для $B-$ конформации справедливы условия:

$$x^2 = y^2 = z^2 = p^2 = a-b+c-d,$$
$$x^3 = z^3 = 2(a-b+c-d), y^3 = p^3 = -2(a-b+c-d).$$

С одной стороны, частичная неассоциативность частично «сдерживает» законы, справедливые для ассоциативного множества. С другой стороны, она реализует неравенства там, где они имели место для ассоциативного множества. Общая «равновесность» меняется на частичную «равновесность».

Договорная логическая операция в задачах психологии

Рассмотрим изменение единичной матрицы при перемещении значимых элементов строки на один, два или три места.

Получим связи

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\ldots$$
$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\ldots$$
$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&\end{pmatrix}\ldots$$

Выполним аналогичные операции для полученных матриц.

В итоге получим пару конформаций:

$$A \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Примем договорную логическую операцию произведения: второй множитель меняется на количество мест, равное месту значимого элемента в первой строке. Например, получим

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{*}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ldots$$

Проанализируем свойства полной системы элементов. Выберем три элемента

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для них получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = a \overset{*}{\times} b \neq b \overset{*}{\times} a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко проверить, что полученное множество частично неассоциативно:

$$a(bc) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \neq (ab)c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a\overset{*}{\times}b\neq b\overset{*}{\times}a,\ a\overset{*}{\times}\left(b\overset{*}{\times}c\right)\neq\left(a\overset{*}{\times}b\right)\overset{*}{\times}c.$$

Договорная логическая операция имеет свой исток во внутренней процедуре перестановки значимых элементов конформации на одно, два или три места. Из системы свободных объектов генерируется 4 объекта со связями.

Новые объекты на указанной внутренней операции генерируют дополнительные объекты. В итоге получаются две конформации, операционные свойства которых следует задать некоторым способом. Примем вариант договорной логической операции: вторая матрица меняет места значимых элементов на число, равное месту значимого элемента в некоторой строке или некотором столбце.

В итоге, как легко показать, система матриц замкнута относительно договорной логической операции. С одной стороны, эта система матриц есть группа на матричной операции. Операция ассоциативна. С другой стороны, система матриц замкнута на другой операции.

Новая модель имеет 8 единиц, так как у пары систем матриц есть 8 таких возможностей. Модель неассоциативна. Следовательно, простая внутренняя, ассоциативная, физическая операция на определенном множестве может стать неассоциативной, способной для описания информационных процессов. На данном примере мы убедились в наличии такой возможности: внутренняя операция может при некоторой модификации играть роль и выполнять функции внешней операции. Она может иметь свойства, присущие информационным системам.

Другими словами, информационные процессы, которые в начальной форме имели место в системе независимых объектов, могут иметь развитие в другой системе объектов, ассоциированной с исходной системой.

На операции перемены мест возможно качественно новое объединение элементов. Рассмотрим совокупность матриц, элементы которых обозначим $\sigma_i, i=1,2,...,8$:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Рассмотрим новую систему матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 \\ & \sigma_i & & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & 0 \\ & \sigma_i & & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 \\ & \sigma_i & & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix}.$$

Она замкнута относительно операции суммирования мест по модулю числа 3.

Другая модель получится на матричной операции для системы матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & \sigma_i & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

В этом варианте мы получим группу.

Следовательно, возможны различные согласования структуры матриц и операций, ассоциированных с ними. Операции способны задать множеству матриц неассоциативные свойства, так или иначе описывающие систему информационных свойств данного множества. Параллельно генерируется система законов, присущих этому множеству. Есть линейные и нелинейные законы.

Согласованное изменение матриц и операций, которые внешним и внутренним образом связаны с ними, имеет аналогию с системой физических объектов и их взаимодействий. Понятно, что эта аналогия известна. Она не может быть полной из-за различия в системе свойств.

Расчетная модель содержит не только матрицы и операции с ними. К ним разными способами и средствами присоединены дифференциальные операторы и величины. Фактически всегда речь идет о том или другом варианте алгебры, основанной на матрицах и системе операций.

Аспекты эволюции психологических состояний и объектов

Мы приняли точку зрения, что единичная матрица есть математический образ физического объекта, число составляющих которого равно размерности применяемой матрицы, а отношения между ними основаны только на воздействии на себя. Другими словами, реализовано обеспечение жизненных функций без посторонней помощи, без отношений с другими объектами. Это аналог «поселения» на одном «месте», жители которого не имеют отношений друг с другом. Система отношений в случае конформации базируется на модели отношений в паре. По этой причине её легко задать в рамках модели перестановок, принимая картину «заполнения» места одного объекта другим объектом.

Примем в качестве объективной возможности конструирования системы отношений в «поселении» коллективное правило перемен, состоящее в том, что, с математической точки зрения, происходит перемена расположения значимых элементов в каждой строке по единому алгоритму: перемещении на одно место вправо в своей строке. В психрологической практике это означает изменение отношений или связей между объектами. Поскольку изменений может быть много, не исключается модель изменения качества объектов.

Тогда конечная конформация может быть сконструирована из единичной матрицы:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Наличие системы объектов, равно как и наличие пары одинаковых объектов индуцирует объективную возможность редукционной функции для них: генерации на этой основе других объектов.

Сделать это можно на основе принятия наличия бинарной операции, согласно которой пара объектов генерирует один или несколько объектов на основе исходных объектов.

Примем операцию трансляционного типа: значимый элемент второй матрицы в каждой строке пусть перемещается со своего места вправо на число, равное месту значимого элемента в аналогичной строке первого объекта, названного управляющим объектом.

В рассматриваемом случае получим новые элементы

$$\alpha=1\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\beta=2\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\gamma=3\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\delta=4\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

подчиненные таблице произведений

$\underset{\sim}{\times}$	a	b	c	d
a	2	3	4	1
b	3	4	1	2
c	4	1	2	3
d	1	2	3	4

.

Аналогично получим таблицу

$\underset{\sim}{\times}$	α	β	γ	δ
a	2	3	4	1
b	3	4	1	2
c	4	1	2	3
d	1	2	3	4

с элементами

$$1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Таблице произведений

$\underset{\sim}{\times}$	α	β	γ	δ
α	2	3	4	1
β	3	4	1	2
γ	4	1	2	3
δ	1	2	3	4

соответствуют элементы

$$1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Аналогично проанализируем другую начальную конформацию. Пусть заданы элементы

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Тот или другой их выбор обусловлен потребностями некоторых ситуаций или необходимостью расчета возможностей перемен или изменений, генерируемых этими переменами. Для простых задач и ситуаций выбор может быть упрощенным.

Если задачи сложны, они требуют применения сложных элементов. Во всх случаях и ситуация важно другое: есть алгоритм анализа, возможности и преспективы которого в настоящее время не ясны. Решение конкретных задач прояснит ситуацию.

В рассматриваемом случае получим элементы

$$\alpha = 1 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \beta = 2 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \gamma = 3 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \delta = 4 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

подчиненные таблице произведений

$\underset{\sim}{\times}$	a	b	c	d
a	2	3	4	1
b	3	4	1	2
c	4	1	2	3
d	1	2	3	4

.

Аналогично получим таблицу

$\underset{\sim}{\times}$	α	β	γ	δ
a	2	3	4	1
b	3	4	1	2
c	4	1	2	3
d	1	2	3	4

с элементами «смешения строк» исходной конформации:

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблице произведений

$\underset{\sim}{\times}$	α	β	γ	δ
α	2	3	4	1
β	3	4	1	2
γ	4	1	2	3
δ	1	2	3	4

соответствуют элементы

$$1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Следовательно, одинаковые конформации могут быть получены из различных начальных конформаций при применении одинакового произведения.

Заметим, что типовые элементы указанных конформаций можно получить другим способом. Примем в рассмотрение один элемент. Умножая его на себя, а также выполнив все взаимные произведения для новых элементов, получим «смесь» элементов, каждый из которых принадлежит «своей» конформации. Так, например, на операции указанного типа получим элементы в форме «семян» других конформаций:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Новые наборы элементов конформации (заготовки конформаций) могут быть получены из отдельного элемента на основе операции поворота матриц. Специфика такой операции в том, что она косвенно генерирует однорядные столбцы матриц, играющие роль знаковых предгрупп.

Получим, например, связи вида:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-\\-\\+\\+\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}+\\+\\-\\-\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-\\-\\+\\+\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}--\\0\\-\\++\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-\\++\\-\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}++\\+\\0\\+\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} ++ \\ + \\ 0 \\ + \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 0 \\ + \\ ++ \\ + \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} - \\ 0 \\ + \\ ++ \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.
$$

В первом ряду элементы дублируют друг друга. В третьем ряду элементы инвариантны относительно поворота матрицы отношений. Ни в одном случае операция поворота не генерирует из отдельного элемента всю конформацию. Однако свойства такой операции, ка мы видим, достаточно сложны. По этой причине естественно предположить, с физической точки зрения, что для описания «вращений» требуется применять более сложные расчетные алгоритмы, чем при описании трансляций.

Новые возможности генерации элементов конформаций получаются при объединении в одну систему двух или более операций. Так, например, даже при воздействии на себя мы имеем возможность вначале выполнить трансляцию, а затем подвергнуть полученный элемент одному, двум или трем поворотам. Это простое замечание интерес с той точки зрения, что обнаруживается фундаментальная значимость числа 3, которое существенно применяется в теории элементарных частиц. Не исключена модель, что при взаимодействии «плоских» объектов, описываемых матрицами, есть три варианта их взаимных «ощущений» и взаимных реакций.

Конкретизируем двойную операцию примерами. Пусть на первом этапе проводится трансляционная операция, а на втором этапе – операция поворота на 180 градусов. Эти же операции выполним в обратном порядке.

Получим, в частности, выражения

$$
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\overset{1}{\times}\overset{2}{\times}
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},
$$

$$
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\overset{2}{\times}\overset{1}{\times}
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.
$$

Согласованное применение двух и более операций имеет аналогию с живописью. Генерируются разные «цвета» и разные «композиции». Их достаточно много.

С физической точки зрения новое качество анализа состоит в том, что при взаимодействии выполняется последовательность операций. Многократные операции позволяют достичь новых целей в математическом моделировании. Они имеют аналогию с многочастичным взаимодействием в физике частиц.

Модель глобальных системных ощущений в психологии

Конформация, с физической точки зрения, есть система физических объектов, отличительным свойством которой является выполнение закона сохранения себя как коллективного объекта при взаимодействиях, описываемых таблицами произведения и суммирования, которые некоторым способом согласованы с системой объектов, а также согласованы между собой. Другими словами, в таблицах произведения учтены не только локальные, но и глобальные свойства системы. Это может быть сделано по-разному, учитывая ту или иную систему допущений, условий, которые математически выражают возможную систему ощущений анализируемой системы объектов. Эта математика базируется на постулатах моделирования, обеспечивая, в той или иной степени, системность анализа.

Поэтому можно анализировать конформацию как множество объектов с глобальными системными ощущениями.

Проанализируем упорядоченную систему, состоящую из 4 объектов, свойства которой могут быть применены для конструирования таблиц произведения и суммирования. Пусть, например, произведения задаются сдвигом строки элементов на количество «шагов», соответствующих порядковому номеру элементов. Пусть таблица суммирования задается функциональным выражением в форме суммы порядковых номеров элементов, учитываемых по модулю числа, равного числу анализируемых объектов : $Q = i + j + 1.$ Получим таблицу произведений и таблицу сумм вида

×	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	3	4	1	2
3	2	3	4	1
4	1	2	3	4

,

+	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

.

Найдем законы, характеризующие данную конформацию. Проанализируем модель, в которой операции произведения «зеркальны» друг другу:

$$\begin{array}{llll}
1\times1+1=2, & 2\times1+1=1, & 3\times1+1=4, & 4\times1+1=3, \\
1\times2+2=4, & 2\times2+2=3, & 3\times2+2=2, & 4\times2+2=1, \\
1\times3+3=2, & 2\times3+3=1, & 3\times3+3=4, & 4\times3+3=3, \\
1\times4+4=4, & 2\times4+4=3, & 3\times4+4=2, & 4\times4+4=1,
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(1+1)\times1=2, & (2+1)\times1=1, & (3+1)\times1=4, & (4+1)\times1=3, \\
(1+2)\times2=2, & (2+2)\times2=1, & (3+2)\times2=4, & (4+2)\times2=3, \\
(1+3)\times3=2, & (2+3)\times3=1, & (3+3)\times3=4, & (4+3)\times3=3, \\
(1+4)\times4=2, & (2+4)\times4=1, & (3+4)\times4=4, & (4+4)\times4=3.
\end{array}$$

Поскольку квадраты величин совпадают, имеем закон для конформации

$$\left(\left(\xi\times\eta\right)+\eta\right)^2=\left(\left(\xi+\eta\right)\times\eta\right)^2.$$

Конформации присущ эндоморфизм Фробениуса. Действительно, получим, например, соотношения вида

$x=3$	$y=4$	$x\times y=1$		$x+y=4$	
$x^2=4$	$y^2=4$	$\left(x\times y\right)^2=4$	$x^2\times y^2=4$	$\left(x+y\right)^2=4$	$x^2+y^2=1$
$x^3=1$	$y^3=4$	$\left(x\times y\right)^3=3$	$x^3\times y^3=3$	$\left(x+y\right)^3=4$	$x^3+y^3=2$
$x^4=2$	$y^4=4$	$\left(x\times y\right)^4=2$	$x^4\times y^4=2$	$\left(x+y\right)^4=4$	$x^4+y^4=3$
$x^3=3$	$y^5=4$	$\left(x\times y\right)^5=1$	$x^5\times y^5=1$	$\left(x+y\right)^5=4$	$x^5+y^5=4$

.

Следовательно, данная конформация подчинена закону

$$\left(x\times y\right)^5=x^5\times y^5,$$
$$\left(x+y\right)^5=x^5+y^5.$$

Эндоморфизм Фробениуса имеет место при степени $p=5$. Он соответствует условиям

$$x^5=x,y^5=y.$$

Запишем таблицы произведений и сумм данной конформаций иначе:

$\times$	a	b	c	d
a	d	a	b	c
b	c	d	a	b
c	b	c	d	a
d	a	b	c	d

,

$+$	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	a	b	c
c	a	b	c	d
d	b	c	d	a

.

Из них следуют соотношения:

$$a^2=d,b^2=d,c^2=d,d^2=d,$$
$$a^2+b^2=c,c^2+d^2=c,$$
$$\left(a^2+b^2\right)+\left(c^2+d^2\right)=c,\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=d,$$
$$ab=a,cd=a,bd=b,ad=c,bc=a,ac=b,$$
$$\left(ab\right)^2=d,\left(cd\right)^2=d,\left(bd\right)^2=d,\left(ad\right)^2=d,\left(bc\right)^2=d,\left(ac\right)^2=d,$$
$$ac+bd=a,ad+bc=a.$$

Они генерируют законы:

$$\left(\left(a^2+b^2\right)+\left(c^2+d^2\right)\right)^2=\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right),$$

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac+bd\right)+\left(ad+bc\right),$$

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac+bd\right)\left(ad+bc\right),$$

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(cd\right)^2\left(ab\right)^2.$$

Справедливы также функциональные условия на функции Якоби вида

$$f\left(a,b,c\right)=f\left(c,b,a\right),$$

$$af\left(a,c,d\right)=f\left(a,c,ad\right).$$

Второе условие характерно для алгебры Мальцева.

Возможна «геометризация» данной системы конформаций. Расположим элементы конформации на прямой линии. Имеют место соотношения:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \circ & \circ & \circ & \circ \\ \hline a & b & c & d \\ \hline \end{array} \to \underset{a+d=b+c}{\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \circ & \bullet & \bullet & \circ \\ \hline a & b & c & d \\ \hline \end{array}}, \underset{a+b=c+d}{\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \circ & \circ & \bullet & \bullet \\ \hline a & b & c & d \\ \hline \end{array}}.$$

Выполняются равенства : $ab=cd, ac=bd.$ «Геометрические» свойства этой конформации отличаются от свойств предыдущей конформации.

Проанализируем другие свойства этой конформации. Известны, в частности, условия, соответствующие алгебре Йордана

$$x^2\left(yx\right)=\left(x^2y\right)x.$$

Альтернативной алгебре соответствуют законы

$$x^2y=x\left(xy\right), yx^2=\left(yx\right)x.$$

Возможно также условие эластичности

$$x\left(yx\right)=\left(xy\right)x.$$

Анализ пар элементов из набора $x=a, y=c, z=d$ показал, что альтернативности и эластичности у данной конформации нет. Йордановость имеет место.

Проанализируем повторные операции на таблицах произведений и сумм:

+	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	c	d	a	b
d	b	a	d	c

,

+	a	b	c	d
a	a	c	a	c
b	b	d	b	d
c	c	a	c	a
d	d	b	d	b

,

+	a	b	c	d
a	a	d	c	b
b	d	a	b	c
c	c	b	a	d
d	b	c	d	a

,

+	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

,

+	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	c	d	a	b
d	b	a	d	c

,

$$\Omega \to \Omega^2 \to \Omega^3 \to \Omega^4 \to \Omega^5 = \Omega,$$

×	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	c	b	a
c	b	a	c	d
d	a	b	d	c

,

×	a	b	c	d
a	b	b	a	a
b	a	a	b	b
c	d	d	c	c
d	c	c	d	d

,

×	a	b	c	d
a	d	c	a	b
b	c	d	b	a
c	a	b	c	d
d	b	a	d	c

,

×	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

,

×	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	c	b	a
c	b	a	c	d
d	a	b	d	c

,

$$\Omega \to \Omega^2 \to \Omega^3 \to \Omega^4 \to \Omega^5 = \Omega,$$

×	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

,

×	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

,

×	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

,

$$\Omega \to \Omega^2 \to \Omega^3 = \Omega,$$

×	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

,

×	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

,

$$\Lambda \to \Lambda^2 = \Lambda,$$

+	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	c	d	a	b
d	b	a	d	c

×	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

$\to$

+	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	c	d	a	b
d	b	a	d	c

$\Rightarrow \Omega\Lambda = \Omega.$

Для базовой конформации получим соотношения

×	a	b	c	d
a	c	d	b	a
b	d	c	a	b
c	b	a	d	c
d	a	b	c	d

,

×	a	b	c	d
a	b	b	a	a
b	a	a	b	b
c	d	d	c	c
d	c	c	d	d

,

×	a	b	c	d
a	d	c	b	a
b	c	d	a	b
c	a	b	d	c
d	b	a	c	d

,

×	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

,

×	a	b	c	d
a	c	d	b	a
b	d	c	a	b
c	b	a	d	c
d	a	b	c	d

,

$$\Omega \to \Omega^2 \to \Omega^3 \to \Omega^4 \to \Omega^5 = \Omega,$$

×	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	c	b	a
c	b	a	c	d
d	a	b	d	c

,

×	a	b	c	d
a	b	b	a	a
b	a	a	b	b
c	d	d	c	c
d	c	c	d	d

,

×	a	b	c	d
a	d	c	a	b
b	c	d	b	a
c	a	b	c	d
d	b	a	d	c

,

×	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	b	b	b	b
c	c	c	c	c
d	d	d	d	d

,

×	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	c	b	a
c	b	a	c	d
d	a	b	d	c

,

$$\Omega \to \Omega^2 \to \Omega^3 \to \Omega^4 \to \Omega^5 = \Omega.$$

Во всех рассмотренных ситуациях мы имеем дело с последовательностью таблиц, которые согласованы между собой на основе их произведения с исходной таблицей произведений.

Легко проверить, что произведения этих таблиц коммутативны. Обозначим таблицы латинскими буквами

$$\alpha = \Omega, \beta = \Omega^2, \gamma = \Omega^3, \delta = \Omega^4.$$

Таблица произведений для таблиц произведений конформаций получит единый вид, соответствующий таблице суммирования в гармонической системе конформаций:

×	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	c	b	a
c	b	a	c	d
d	a	b	d	c

Таблицы произведений, рассматриваемые как самостоятельные элементы, образуют коммутативную, ассоциативную систему с единицей. Таковы элементы группы. В данном случае мы имеем циклическую группу.

Покажем, что эта таблица произведений данной циклической группы подчинена тем же законам, как и обычные таблицы произведений рассматриваемых конформаций.

Получим последовательность элементов:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \beta & \gamma & \delta & \alpha \\ \hline \beta & \gamma & \delta & \alpha & \beta \\ \hline \gamma & \delta & \alpha & \beta & \gamma \\ \hline \delta & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \gamma & \alpha & \gamma & \alpha \\ \hline \beta & \delta & \beta & \delta & \beta \\ \hline \gamma & \alpha & \gamma & \alpha & \gamma \\ \hline \delta & \beta & \delta & \beta & \delta \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \delta & \gamma & \beta & \alpha \\ \hline \beta & \alpha & \delta & \gamma & \beta \\ \hline \gamma & \beta & \alpha & \delta & \gamma \\ \hline \delta & \gamma & \beta & \alpha & \delta \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \alpha & \alpha & \alpha & \alpha \\ \hline \beta & \beta & \beta & \beta & \beta \\ \hline \gamma & \gamma & \gamma & \gamma & \gamma \\ \hline \delta & \delta & \delta & \delta & \delta \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \beta & \gamma & \delta & \alpha \\ \hline \beta & \gamma & \delta & \alpha & \beta \\ \hline \gamma & \delta & \alpha & \beta & \gamma \\ \hline \delta & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \end{array},$$

$$\sigma \to \sigma^2 \to \sigma^3 \to \sigma^4 \to \sigma^5 = \sigma.$$

С физической точки зрения данный анализ означает, что различные конформации имеют единые свойства с точки зрения воздействия на себя. При всей их сложности и разнообразии они генерируют единую циклическую группу для элементов в форме их исходной, базовой таблицы произведений.

Заметим, что результат одинаков как для ассоциативных, так и для неассоциативных конформаций. За внешней неассоциативностью может быть скрыта глубинная ассоциативность самовоздействия системы.

Каждая конформация генерирует единую конформацию, которая выполняет функцию единицы этой группы. В рассматриваемом случае она имеет вид

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline \alpha & \alpha & \alpha & \alpha & \alpha \\ \hline \beta & \beta & \beta & \beta & \beta \\ \hline \gamma & \gamma & \gamma & \gamma & \gamma \\ \hline \delta & \delta & \delta & \delta & \delta \\ \hline \end{array} \to E.$$

Ей можно поставить в соответствие «квадратный корень» из данной единицы. Он получится естественно, если формально перемножить таблицы произведений и сумм гармонической системы конформаций. Получим

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & c & d & b & a \\ \hline b & d & c & a & b \\ \hline c & b & a & d & c \\ \hline d & a & b & c & d \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & c & d & a & b \\ \hline b & d & c & b & a \\ \hline c & b & a & c & d \\ \hline d & a & b & d & c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & c & d & a & b \\ \hline b & d & c & b & a \\ \hline c & b & a & c & d \\ \hline d & a & b & d & c \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times & a & b & c & d \\ \hline a & c & d & b & a \\ \hline b & d & c & a & b \\ \hline c & b & a & d & c \\ \hline d & a & b & c & d \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline +\times & a & b & c & d \\ \hline a & b & b & b & b \\ \hline b & a & a & a & a \\ \hline c & d & d & d & d \\ \hline d & c & c & c & c \\ \hline \end{array}.$$

Если конформация имеет таблицу произведений, ассоциированную с группой элементов, цикл завершается на одном шаге: квадрат таблицы произведений в этом случае дает «единичную таблицу» в форме идеалов.

Эти результаты подтверждают многогранность возможностей математики. Однако в настоящее время она не согласована с многогранностью психологии.

Две конформации при их формальном объединении генерируют «квадратный корень» из единиц этих конформаций:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline +\times & a & b & c & d \\ \hline a & b & b & b & b \\ \hline b & a & a & a & a \\ \hline c & d & d & d & d \\ \hline d & c & c & c & c \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline +\times & a & b & c & d \\ \hline a & b & b & b & b \\ \hline b & a & a & a & a \\ \hline c & d & d & d & d \\ \hline d & c & c & c & c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \times,+ & a & b & c & d \\ \hline a & a & a & a & a \\ \hline b & b & b & b & b \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}.$$

Два символа операций указаны потому, что данную единицу можно рассматривать с двух операционных точек зрения.

При работе с конформациями их таблицы произведений можно рассматривать как элементы группы операций. Другими словами, симметрия присуща не только физическим изделиям. Аналогичные симметрийные свойства можно обнаружить и применять на практике для операций.

Выполним объединение пары конформаций, последовательно действуя на элементы согласно модели двойной операции по формуле вида

$$\xi = \left(\xi \overset{1}{\times} \eta \right) \overset{2}{\times} \eta.$$

Проанализируем вариант объединения разных конформаций:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \overset{1}{\times} & a & b & c & d \\ \hline a & c & d & b & a \\ \hline b & d & c & a & b \\ \hline c & b & a & d & c \\ \hline d & a & b & c & d \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \overset{2}{\times} & a & b & c & d \\ \hline a & d & a & b & c \\ \hline b & c & d & a & b \\ \hline c & b & c & d & a \\ \hline d & a & b & c & d \\ \hline \end{array} \to \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & b & b & a & c \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & a & c & a \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}.$$

Заметим, что этот объект некоммутативен и неассоциативен:

$$bc = b, cb = a, (bc)d = b, b(cd) = a, \ldots$$

Выполнив последовательные произведения слева $\omega^{p+1} = \omega\omega^{p}$, получим систему объектов:

$$\omega = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & b & b & a & c \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & a & c & a \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}, \omega^2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & a \\ \hline b & b & a & b & b \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}, \omega^3 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & b & a & a & c \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & c & c & a \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}, \omega^4 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & a \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & a & c & c \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array},$$

$$\omega^5 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & c \\ \hline b & a & a & b & b \\ \hline c & c & c & c & a \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}, \omega^6 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & a & a & a & a \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array},$$

$$\omega^7 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & c \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & a & c & a \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}, \omega^8 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes s & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & a \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}, \omega^9 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & c \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & c & c & a \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}, \omega^8 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes s & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & a \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}.$$

Ситуация выглядит так: на определенной стадии самовоздействия конформация генерирует пару *качественно новых* объектов. Они имеют, с операторной точки зрения, внутренние степени свободы, что позволяет получать *одинаковый результат на разных объектах*. Представим эту информацию аналитически и графически:

$$\omega \cdot \omega^7 = \omega \cdot \omega^9 = \omega^8, \omega^7 \neq \omega^9,$$

○	○	○	○	○	○	○	●	○	●
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

.

Заметим, что в данном случае произведение одной таблицы на двухпараметрическое (ξ,η)-семейство других таблиц даёт один и тот же результат:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & b & b & a & c \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & a & c & a \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & c \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & \xi & c & \eta \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \otimes s & a & b & c & d \\ \hline a & a & c & a & a \\ \hline b & a & c & b & b \\ \hline c & c & c & c & c \\ \hline d & d & d & d & d \\ \hline \end{array}.$$

Генерация объектов с внутренними степенями свободы при самовоздействии объектов без таких свойств является качественно новой гранью анализируемого множества.

Она основана на специальной операции и на исходном объекте с нарушением мономиальности.

Можно предположить, что именно нарушение мономиальности является математическим средством для генерации объектов с внутренними (скрытыми от операции) свойствами.

Функциональная коммутативность и равновесия для задач психологии

Гармоническая конформация основана на комбинаторной операции $\tilde{\times}$, которая превращает систему матриц в частично некоммутативное, частично неассоциативное множество. Другие операции могут рассматриваться в форме операций суммирования, указанных ранее. Однако это могут быть также операции произведения, например, в форме стандартной матричной операции.

Покажем, что гармоническая конформация с системой операций может рассматриваться как функционально коммутативное множество. Для иллюстрации этой возможности применим анализ, базирующийся на двух функциях

$$f(x,y,z) = x(yz) + y(zx) + z(xy),\ p(x,y,z) = (xy)z + (yz)x + (zx)y.$$

Проанализируем несколько наборов величин:

$$\begin{aligned} &a) x = a_1, y = b_2, z = c_3,\\ &b) x = a_1, y = a_2, z = a_3,\\ &c) x = b_1, y = b_3, z = d_1. \end{aligned}$$

Получим таблицу значений, суммирование в которой выполнено согласно полученным ранее таблицам суммирования мест значимых элементов:

$a) \begin{matrix} f = d_2 + c_4 + d_4 \\ p = d_2 + d_4 + c_2 \end{matrix}$	$d_2 + c_2 = c_4$ $d_2 + c_4 = c_2$ $c_4c_2 = c_2c_4 = c_3$	$c_3 + c_2 = c_2$ $d_3 + d_4 = c_4$ $c_4c_2 = c_2c_4 = c_3$	$d_4 + c_2 = c_4$ $c_4 + d_4 = c_2$ $c_4c_2 = c_2c_4 = c_3$	$c_1 + c_2 = c_2$ $d_1 + d_4 = c_4$ $c_4c_2 = c_2c_4 = c_3$
$a) \begin{matrix} f = a_2 + a_4 + a_4 \\ p = b_2 + b_4 + b_2 \end{matrix}$	$c_2 + a_4 = b_2$ $c_2 + b_2 = a_4$ $b_2a_4 = a_4b_2 = d_3$	$d_1 + a_4 = b_2$ $d_1 + b_2 = a_4$ $b_2a_4 = a_4b_2 = d_3$	$c_4 + a_4 = b_2$ $c_4 + b_2 = a_4$ $b_2a_4 = a_4b_2 = d_3$	$d_1 + a_4 = b_4$ $d_1 + b_2 = a_2$ $b_4a_2 = a_2b_4 = d_3$
$a) \begin{matrix} f = d_3 + c_3 + d_3 \\ p = d_3 + d_3 + c_3 \end{matrix}$	$c_2 + d_3 = c_1$ $d_2 + c_3 = c_1$ $c_1c_1 = c_1c_1 = c_1$	$d_3 + d_3 = c_3$ $c_3 + c_3 = c_3$ $c_3c_3 = c_3c_3 = c_1$	$c_4 + d_3 = c_1$ $d_4 + c_3 = c_1$ $c_1c_1 = c_1c_1 = c_1$	$d_1 + d_3 = c_3$ $c_1 + c_3 = c_3$ $c_3c_3 = c_3c_3 = c_1$

.

Примеры иллюстрируют выполнение закона функциональной коммутативности в форме выражений

$$f(x,y,z)\,p(x,y,z) = p(x,y,z)\,f(x,y,z),$$

$$\big(x(yz) + y(zx) + z(xy)\big)\big((xy)z + (yz)x + (zx)y\big) =$$

$$= \big((xy)z + (yz)x + (zx)y\big)\big(x(yz) + y(zx) + z(xy)\big).$$

Операции суммирования мест значимых элементов генерируют закон

$$f(x,y,z)+p(x,y,z)=p(x,y,z)+f(x,y,z).$$

Возможен вариант модели функций вида

$$f^*(x,y,z)=x(yz)\overset{m}{\times}y(zx)\overset{m}{\times}z(xy),$$
$$p^*(x,y,z)=(xy)z\overset{m}{\times}(yz)x\overset{m}{\times}(zx)y.$$

Тогда выполняется закон

$$f^*(x,y,z)\tilde{\times}p^*(x,y,z)=p^*(x,y,z)\tilde{\times}f^*(x,y,z).$$

Проанализируем структуру функций

$$f(x,y,z)=x(yz)+y(zx)+z(xy),$$
$$p(x,y,z)=(xy)z+(yz)x+(zx)y$$

на операциях матричного произведения и системе операций суммирования. Поскольку эти операции ассоциативны, указанные функции будут равны друг другу на любой тройке элементов. Закон

$$f(x,y,z)=p(x,y,z)\to x(yz)+y(zx)+z(xy)=(xy)z+(yz)x+(zx)y$$

гарантирует закона произведения и суммирования данных функций для системы разных произведений и сумм. В частности, имеет место функциональная коммутативность.

Заметим, что ассоциативные модели косвенно «подсказывали» закон функциональной коммутативности, который выполняется на элементах неассоциативного множества.

На операциях $\tilde{\times},\overset{\xi}{+}$ выполняются законы «зеркального равновесия»:

$$f(x,y,z)=f(z,y,x),\ p(x,y,z)=p(z,y,x).$$

Они генерируют систему аддитивных и мультипликативных выражений.

Выполняются также законы «деформации функций» вида

$$c_1f(x,y,z)=p(z,y,x),c_1p(x,y,z)=f(z,y,x).$$

Выполняются также законы типа Брахмагупты.

Применим алгоритм аналогии для получения нового закона для гармонической системы конформаций с операциями $\tilde{\times}, \hat{\times}$. Эта система некоммутативна и неассоциативна. Однако она подчинена закону, полученному ранее для коммутативных, ассоциативных множеств вида

$$f(x,y,z) = f(z,y,x),\ p(x,y,z) = p(z,y,x).$$

Проиллюстрируем его выполнение на нескольких примерах:

$$\begin{array}{lll}
x = a_1, y = b_2, z = c_3 & x = b_1, y = b_3, z = d_1 & x = a_1, y = a_2, z = a_3 \\
f(a_1,b_2,c_3) = d_2 + c_4 + d_4 & f(b_1,b_3,d_1) = d_3 + c_3 + d_3 & f(a_1,a_2,a_3) = a_2 + a_4 + a_4 \\
f(c_3,b_2,a_1) = d_2 + d_4 + c_4 & f(d_1,b_2,b_1) = d_3 + d_3 + c_3 & f(a_3,a_2,a_1) = a_2 + a_4 + a_4
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
x = c_2, y = c_1, z = c_3 & x = d_1, y = b_3, z = a_2 & x = a_2, y = d_2, z = c_1 \\
f(c_2,c_1,c_3) = c_2 + c_4 + c_2 & f(d_1,b_3,a_2) = c_4 + c_2 + d_4 & f(a_2,d_2,c_1) = b_1 + b_3 + a_1 \\
f(c_3,c_1,c_2) = c_4 + c_2 + c_4 & f(a_2,b_3,d_1) = c_4 + d_4 + c_2 & f(c_1,d_2,a_2) = b_1 + a_1 + b_3 ...
\end{array}$$

В рассматриваемом случае функции типа Якоби $f(x,y,z)$ генерируют, с точностью до перестановки элементов, одни и те же выражения:

$$f(x,y,z) = f(x,z,y) = f(y,z,x) = f(y,x,z) = f(z,x,y) = f(z,y,x).$$

Это свойство выполняется в некоммутативном, неассоциативном множестве, обеспечивая инвариантность функции относительно перестановки аргументов. Понятно, что оно интересно в плане экономии времени для анализа полной системы функциональных условий. Не исключено, что есть также более сложные функциональные выражения, инвариантные относительно перестановки аргументов функций. Понятно, что функции $p(x,y,z)$ подчинены законам, аналогичным $f(x,y,z)$.

Укажем частный нелинейный закон для гармонической системы конформаций. Пусть $x = a_1, y = a_2, z = a_3$. Тогда

$$\begin{gathered}
f(a_1,a_2,a_3) = a_2 + a_4 + a_4, \\
a_1 a_2 = c_4, (a_1 a_2) a_3 = b_2, \\
f(a_1,a_2,(a_1 a_2) a_3) = b_1 + b_1 + b_3, \\
(a_1 a_2) f(a_1,a_2,a_3) = b_3 + b_1 + b_1.
\end{gathered}$$

Гармоническая система конформаций имеет систему частных нелинейных законов, характеризующих её локальные алгебраические свойства.

Обратим внимание на согласованность функциональных законов в гармонической системе конформаций. Действительно, согласно полученным условиям имеем систему равенств:

$$x(yz)+x(zy)=(yz)x+(zy)x,$$
$$y(zx)+y(xz)=(zx)y+(xz)y,$$
$$z(xy)+z(yx)=(xy)z+(yx)z.$$

Просуммируем слагаемые и представим их через функции Якоби. Получим равенство

$$f(x,y,z)+f(x,z,y)=p(x,y,z)+p(x,z,y).$$

Из него следуют, в частном случае, дополнительные условия. Получим

$$\begin{array}{lll} x=a_1, y=b_2, z=c_3 & x=b_1, y=b_3, z=d_1 & x=a_1, y=a_2, z=a_3 \\ f(a_1,b_2,c_3)=d_2+c_4+d_4 & f(b_1,b_3,d_1)=d_3+c_3+d_3 & f(a_1,a_2,a_3)=a_2+a_4+a_4 \\ f(a_1,c_3,b_2)=d_2+d_4+c_4 & f(b_1,d_1,b_3)=d_3+d_3+c_3 & f(a_1,a_3,a_2)=a_2+a_4+a_4 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} x=c_2, y=c_1, z=c_3 & x=d_1, y=b_3, z=a_2 & x=a_2, y=d_2, z=c_1 \\ f(c_2,c_1,c_3)=c_2+c_4+c_2 & f(d_1,b_3,a_2)=c_4+c_2+d_4 & f(a_2,d_2,c_1)=b_1+b_3+a_1 \\ f(c_2,c_3,c_1)=c_4+c_2+c_4 & f(d_1,a_2,b_3)=c_4+d_4+c_2 & f(a_2,c_1,d_2)=b_1+a_1+b_3... \end{array}$$

Следовательно, на операции $\tilde{\times}$ имеем соотношения

$$f(x,z,y)=x(zy)+z(yx)+y(xz)=z(yx)+y(xz)+x(zy)=f(z,y,x).$$

На матричной операции данные законы не выполняются:

$$f(a_1,b_2,c_3)=c_3+c_3+d_4 \neq d_4+c_3+d_4=f(c_3,b_2,a_1),...$$

Из физических соображений следует, что *управление законами* базируется на переменах операций, которым подчинены элементы. С этой точки зрения анализ возможностей системы объектов возможет только после получения сведений о системе операций. Операции могут сохранять систему объектов. Есть другой тип операций: операции, которые расширяют систему элементов или сужают её. Операции «родственны» системе ощущений и реакций.

По этой причине одинаковые объекты могут иметь разную «чувствительность» и реакции на одинаковое внешнее или внутреннее изменение. Кроме этого, следует принять во внимание возможные деформации самих изделий и операций.

Проанализируем условие Лейбница

$$\left[x,\left[y,z\right]\right]=\left[\left[x,y\right],z\right]+\left[y,\left[x,z\right]\right]$$

в гармонической системе конформаций. Примем модель произведения и суммы в соответствии с их применением в данной конформации. Пусть

$$\left[\xi,\eta\right]=\xi\,\tilde{\times}\,\eta\,\hat{+}\,\eta\,\tilde{\times}\,\xi.$$

Получим выражения:

$$\begin{gathered}
x\,\tilde{\times}\left(y\,\tilde{\times}\,z\right)\hat{+}\,x\,\tilde{\times}\left(z\,\tilde{\times}\,y\right)\hat{+}\left(y\,\tilde{\times}\,z\right)\tilde{\times}\,x\,\hat{+}\left(z\,\tilde{\times}\,y\right)\tilde{\times}\,x=\alpha,\\
\left(x\,\tilde{\times}\,y\right)\tilde{\times}\,z\,\hat{+}\left(y\,\tilde{\times}\,x\right)\tilde{\times}\,z\,\hat{+}\,z\,\tilde{\times}\left(x\,\tilde{\times}\,y\right)\hat{+}\,z\,\tilde{\times}\left(y\,\tilde{\times}\,x\right)=\beta,\\
y\,\tilde{\times}\left(x\,\tilde{\times}\,z\right)\hat{+}\,y\,\tilde{\times}\left(z\,\tilde{\times}\,x\right)\hat{+}\left(x\,\tilde{\times}\,z\right)\tilde{\times}\,y\,\hat{+}\left(z\,\tilde{\times}\,x\right)\tilde{\times}\,y=\gamma.
\end{gathered}$$

Пусть $x=a_1, y=a_2, z=a_3.$ Тогда

$$\begin{gathered}
\alpha=a_1\,\tilde{\times}\left(a_2\,\tilde{\times}\,a_3\right)\hat{+}\,a_1\,\tilde{\times}\left(a_3\,\tilde{\times}\,a_2\right)\hat{+}\left(a_2\,\tilde{\times}\,a_3\right)\tilde{\times}\,a_1\,\hat{+}\left(a_3\,\tilde{\times}\,a_2\right)\tilde{\times}\,a_1=a_2\,\hat{+}\,a_4\,\hat{+}\,b_4\,\hat{+}\,b_2=d_4,\\
\beta=\left(a_1\,\tilde{\times}\,a_2\right)\tilde{\times}\,a_3\,\hat{+}\left(a_2\,\tilde{\times}\,a_1\right)\tilde{\times}\,a_3\,\hat{+}\,a_3\,\tilde{\times}\left(a_1\,\tilde{\times}\,a_2\right)\hat{+}\,a_3\,\tilde{\times}\left(a_3\,\tilde{\times}\,a_1\right)=b_2\,\hat{+}\,b_4\,\hat{+}\,a_4\,\hat{+}\,a_2=d_4,\\
\gamma=a_2\,\tilde{\times}\left(a_1\,\tilde{\times}\,a_3\right)\hat{+}\,a_2\,\tilde{\times}\left(a_3\,\tilde{\times}\,a_1\right)\hat{+}\left(a_1\,\tilde{\times}\,a_3\right)\tilde{\times}\,a_2\,\hat{+}\left(a_3\,\tilde{\times}\,a_1\right)\tilde{\times}\,a_2=a_4\,\hat{+}\,a_4\,\hat{+}\,b_2\,\hat{+}\,b_2=d_4,\\
\alpha=\beta\,\hat{+}\,\gamma.
\end{gathered}$$

Аналогичные результаты получаются при выборе любой тройки элементов в гармонической системе конформаций. Выполняется условие функциональной коммутативности

$$\begin{gathered}
\left[\xi\,\tilde{\times}\left[\eta\,\tilde{\times}\,\varsigma\right]\right]=\left[\left[\xi\,\tilde{\times}\,\eta\right]\tilde{\times}\,\varsigma\right],\\
\alpha=\beta.
\end{gathered}$$

Тривиально условие «зеркального» равенства:

$$\left[\xi\,\tilde{\times}\left[\eta\,\tilde{\times}\,\varsigma\right]\right]=\left[\left[\varsigma\,\tilde{\times}\,\eta\right]\tilde{\times}\,\xi\right].$$

Выполняется также ряд дополнительных условий, ассоциированных с умножением базового равенства слева и справа на элементы гармонической системы конформаций.

Условие Лейбница в неассоциативной гармонической системе конформаций выполняется на основе симметричной суммы. Такого типа условие характерно для гравитации. Поэтому есть основания полагать, что базовые свойства Сознания и Чувств генерируются Гравитацией, положительными и отрицательными массами и предмассами.

Из общих соображений, ассоциированной с физикой равновесия, ранее получены функциональные условия для 3 элементов любого множества. Они заданы на основе функций $f(\xi,\eta), \varsigma f(\xi,\eta), f(\xi,\eta\varsigma), f(\xi\eta,\varsigma)$ и операций произведения и суммирования. Структура их такова:

$$\begin{gathered} xf(y,z)+yf(z,x)+zf(x,y)=0, \\ f(x,yz)+f(y,zx)+f(z,xy)=0, \\ f(xy,z)+f(yz,x)+f(zx,y)=0, \\ f(xy)+f(yz)+f(zx)=0. \end{gathered}$$

С одной стороны, они «цикличны» по аргументам. С другой стороны, сумма элементов их столбцов аналогична стандартным уравнениям для групп когомологий. В-третьих, прямо или косвенно они имеют связь с физикой равновесия, истоки которой мы находим не только в механике, но и в других разделах физики. В силу указанных обстоятельств, а также ввиду намерения применить гармоническую систему конформаций для согласованного описания Тел, Сознаний и Чувств, следует проанализировать условия выполнения в этой модели указанных функциональных выражений.

Ввиду отсутствия общего метода проверки сформулированных условий, ограничимся рассмотрением частных случаев, принимая выборку элементов из одной или из разных конформаций. Применим такой алгоритм:

$$\xi\eta=\xi\tilde{\times}\eta-\eta\tilde{\times}\xi,\ f(\alpha,\beta)=\alpha\tilde{\times}\beta-\beta\tilde{\times}\alpha.$$

Выберем исходные элементы $x=a_1, y=b_2, z=c_3$. Проанализируем функцию

$$xf(y,z)+yf(z,x)+zf(x,y)=0.$$

Получим

$$a_1\tilde{\times}(b_2\tilde{\times}c_3-c_3\tilde{\times}b_2)\hat{+}b_2\tilde{\times}(c_3\tilde{\times}a_1-a_1\tilde{\times}c_3)\hat{+}c_3\tilde{\times}(a_1\tilde{\times}b_2-b_2\tilde{\times}a_1)=$$

$$=a_1\tilde{\times}(b_4-a_2)\hat{+}b_2\tilde{\times}(b_3-a_3)\hat{+}c_3\tilde{\times}(d_4-d_2)=d_2-c_4\hat{+}c_4-d_4\hat{+}d_4-d_2=0.$$

Гармоническая система конформаций согласована с этим условием равновесия на указанных элементах, а также на аналогичных выборках вида

$$(x=b_1, y=b_3, z=d_1),(x=a_1, y=a_2, z=a_3),$$

$$(x=c_2, y=c_1, z=c_3),(x=d_1, y=b_3, z=a_2),(x=a_2, y=d_2, z=c_1).$$

Выберем исходные элементы $x=a_1, y=b_2, z=c_3$.

Проанализируем функцию

$$f(x, yz) + f(y, zx) + f(z, xy) = 0.$$

Получим

$$\begin{gathered}
a_1 \mathbin{\tilde{\times}} (b_2 \mathbin{\tilde{\times}} c_3 - c_3 \mathbin{\tilde{\times}} b_2) - (b_2 \mathbin{\tilde{\times}} c_3 - c_3 \mathbin{\tilde{\times}} b_2) \mathbin{\tilde{\times}} a_1 \mathbin{\hat{+}} b_2 \mathbin{\tilde{\times}} (c_3 \mathbin{\tilde{\times}} a_1 - a_1 \mathbin{\tilde{\times}} c_3) - (c_3 \mathbin{\tilde{\times}} a_1 - a_1 \mathbin{\tilde{\times}} c_3) \mathbin{\tilde{\times}} b_2 + \\
+ c_3 \mathbin{\tilde{\times}} (a_1 \mathbin{\tilde{\times}} b_2 - b_2 \mathbin{\tilde{\times}} a_1) - (a_1 \mathbin{\tilde{\times}} b_2 - b_2 \mathbin{\tilde{\times}} a_1) \mathbin{\tilde{\times}} c_3 = a_1 \mathbin{\tilde{\times}} (b_4 - a_2) - (b_4 - a_2) \mathbin{\tilde{\times}} a_2 \mathbin{\hat{+}} \\
+ b_2 \mathbin{\tilde{\times}} (b_3 - a_3) - (b_3 - a_3) \mathbin{\tilde{\times}} b_2 \mathbin{\hat{+}} c_3 \mathbin{\tilde{\times}} (d_4 - d_2) - (d_4 - d_2) \mathbin{\tilde{\times}} c_3 = \\
= d_2 - c_4 - d_4 \mathbin{\hat{+}} c_2 \mathbin{\hat{+}} c_4 - d_4 - c_2 \mathbin{\hat{+}} d_2 \mathbin{\hat{+}} d_4 - d_2 - d_2 \mathbin{\hat{+}} d_4 = 0.
\end{gathered}$$

Гармоническая система конформаций согласована с этим условием равновесия на указанных элементах, а также на аналогичных выборках вида

$$(x = b_1, y = b_3, z = d_1), (x = a_1, y = a_2, z = a_3),$$

$$(x = c_2, y = c_1, z = c_3), (x = d_1, y = b_3, z = a_2), (x = a_2, y = d_2, z = c_1).$$

В рамках применяемого алгоритма выполняется условие

$$f(x, yz) + f(y, zx) + f(z, xy) = -(f(xy, z) + f(yz, x) + f(zx, y)).$$

Проверим на исходных элементах $x = a_1, y = b_2, z = c_3$ условие

$$f(xy) + f(yz) + f(zx) = 0.$$

Получим

$$\begin{gathered}
a_1 \mathbin{\tilde{\times}} b_2 - b_2 \mathbin{\tilde{\times}} a_1 + b_2 \mathbin{\tilde{\times}} c_3 - c_3 \mathbin{\tilde{\times}} b_2 + c_3 \mathbin{\tilde{\times}} a_1 - a_1 \mathbin{\tilde{\times}} c_3 = \\
= d_4 - d_2 \mathbin{\hat{+}} b_4 - a_2 \mathbin{\hat{+}} b_3 - a_3 = (d_4 \mathbin{\hat{+}} b_4 \mathbin{\hat{+}} b_3) - (d_2 \mathbin{\hat{+}} a_2 \mathbin{\hat{+}} a_3) = \\
= (b_4 \mathbin{\hat{+}} b_3) - (a_4 \mathbin{\hat{+}} a_3) = c_3 - c_3 = 0.
\end{gathered}$$

Условие выполняется в силу определения операции суммирования в гармонической системе конформаций.

Гармоническая система конформаций согласована с этим условием равновесия на указанных элементах, а также на типовой выборке вида

$$(x = b_1, y = b_3, z = d_1), (x = a_1, y = a_2, z = a_3),$$
$$(x = c_2, y = c_1, z = c_3), (x = d_1, y = b_3, z = a_2), (x = a_2, y = d_2, z = c_1).$$

Следовательно, выполняются все указанные функциональные условия. Они образуют основу для анализа когомологий в данной системе конформаций.

Модель коррекции и перемены «логик» операций

Системы структурных операций, анализируемые нами, можно отнести к категории внутренних операций, потому что они ассоциированы только со свойствами структуры объектов и некоторой логики их «взаимодействия».

Ситуация усложняется, если рассмотреть систему различных объектов, которые, например, имеют разную размерность. В частности, пусть реализовано «взаимодействие»

$$\begin{array}{|ccc|}\hline 1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\\\hline 1&0&0\\\hline\end{array}\hat{\times}\begin{array}{|ccc|}\hline 0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\\\hline 0&1&0\\\hline\end{array}=\begin{array}{|ccc|}\hline 0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\\\hline 0&0&1\\\hline\end{array},\begin{array}{|ccc|}\hline 1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\\\hline 0&1&0\\\hline\end{array}\hat{\times}\begin{array}{|ccc|}\hline 1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\\\hline 0&1&0\\\hline\end{array}=\begin{array}{|ccc|}\hline 0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\\\hline 1&0&0\\\hline\end{array},\ldots$$

Оно конструируется таким образом, что первые и последние строки подчинены стандартному структурному суммированию, а вторые и третьи строки суммируются дважды.

Для матриц размерности 3 получим таблицу суммирований

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \hat{\times}&1&2&3\\\hline 1&2&3&1\\\hline 2&3&1&2\\\hline 3&1&2&3\\\hline\end{array},\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \hat{\times}&1&2&3\\\hline 1&2&3&1\\\hline 2&3&1&2\\\hline 3&1&2&3\\\hline\end{array}\hat{\times}\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \hat{\times}&1&2&3\\\hline 1&2&3&1\\\hline 2&3&1&2\\\hline 3&1&2&3\\\hline\end{array}=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \hat{\times}2&1&2&3\\\hline 1&1&3&2\\\hline 2&3&2&1\\\hline 3&2&1&3\\\hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \hat{\times}2&1&2&3\\\hline 1&1&3&2\\\hline 2&3&2&1\\\hline 3&2&1&3\\\hline\end{array}\hat{\times}\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \hat{\times}2^{*}&1&2&3\\\hline 1&1&3&2\\\hline 2&2&1&3\\\hline 3&3&2&1\\\hline\end{array}=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \otimes&1&2&3\\\hline 1&2&3&1\\\hline 2&2&3&1\\\hline 3&2&3&1\\\hline\end{array},\ldots$$

Нам известно, что «логики» операций для структурной суммы и структурного произведения могут быть аналогичны с точностью до перестановки строк или столбцов таблицы произведений.

Рассмотрим модель, в которой одна из структурных сумм рассматривается как структурное произведение. Пусть заданы «логики»

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \hat{\times}&1&2&3\\\hline 1&1&3&2\\\hline 2&3&2&1\\\hline 3&2&1&3\\\hline\end{array},\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \hat{\times}&1&2&3\\\hline 1&2&3&1\\\hline 2&1&2&3\\\hline 3&3&1&2\\\hline\end{array}.$$

На них реализуется смешение инвариантов для двойных произведений:

$$\left(2\tilde{\times}3\right)\hat{\times}3=3=\left(2\hat{\times}3\right)\tilde{\times}3,\left(1\tilde{\times}2\right)\hat{\times}2=1=\left(1\hat{\times}2\right)\tilde{\times}2.$$

Пара «логик»

$\hat{\times}$	1	2	3
1	1	3	2
2	3	2	1
3	2	1	3

,

$\tilde{\times}$	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	2	3	1

способна на двойном произведении генерировать элемент, не входящий в произведение

$$\left(1\tilde{\times}3\right)\hat{\times}3=2=\left(1\hat{\times}3\right)\tilde{\times}3.$$

Пара «логик» генерирует также первый и второй элемент модели:

$$\left(2\tilde{\times}3\right)\hat{\times}3=2=\left(2\hat{\times}3\right)\tilde{\times}3,\left(1\tilde{\times}2\right)\hat{\times}2=2=\left(1\hat{\times}2\right)\tilde{\times}2.$$

Три вида представлений двойного произведения объединены в формальной модели. Согласно развиваемому подходу, *операции на основе «логик» получают матричное представление*. С ними можно работать как с математическими объектами, допуская разные модификации «логик». Это могут быть перестановки отдельных элементов, перестановки строк и столбцов. Это могут быть суммы и произведения «логик».

Так естественно генерируется система различных взаимных отношений между анализируемыми объектами.

Глава 3

Перспективы

теоретической психологии

Фундаментальная неопределенность практики расчета

Для каждого исследователя интерес представляют алгоритмы построения моделей в форме «заготовок» теории. «Заготовки» математически задают систему величин и операций, объединенных в соответствии с уровнем реализуемой практики. Под практикой следует понимать не только эксперимент, но и логические данные, и расчетные алгоритмы, в частности, решения систем уравнений, деятельность различных устройств и измерительных средств.

Не всегда понятно, и далеко не очевидно, какие величины необходимы и достаточны для решения конкретной задачи, какие математические операции следует применять в расчетной модели. Это замечание приобретает статус фундаментального положения теории, в форме фундаментальной неопределенности практики, когда мы принимаем принцип трансфинитности физической реальности. Поскольку реальность, согласно этому принципу, многогранна, многоуровневая, многофункциональна, многозначна, то и расчетная модель должна быть такой. Но реальная практика, особенно на начальной стадии, не в состоянии оценить и охватить трансфинитность.

По этой причине у любой расчетной модели могут быть ростковые точки. Кроме этого, следует учесть тот факт, что многие грани и стороны объектов и явлений могут быть недоступны или искажены практикой в любом их трех базовых элементов: в эксперименте, в логике, в расчете.

Проиллюстрируем фундаментальную неопределенность практики на примере геометрии. Известно, что её основные результаты, так или иначе, укладываются в рамки дифференциальной геометрии, базирующейся на формализме дифференциальных форм и операции внешнего произведения по Грассману. Например, дифференциальные формы

$$\theta_1 = a_1 dx_1 + a_2 dx_2, \theta_2 = b_1 dx_1 + b_2 dx_2$$

при внешнем произведении, задаваемом символом Λ, есть

$$\theta_1 \Lambda \theta_2 = (a_1 b_2 - a_2 b_1) dx_1 \Lambda dx_2.$$

Внешнее произведение базируется на формальном правиле для дифференциалов координат, согласно которому

$$dx_i \Lambda dx_i = dx_j \Lambda dx_j = 0, dx_i \Lambda dx_j = -dx_j \Lambda dx_i.$$

Это же правило можно задать для некоторых матриц, реализуя так алгебру Грассмана. Оно ассоциировано с нахождением определителя

$$\det \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1.$$

Формализм дифференциальных форм применяется в механике и электродинамике, поэтому он имеет значение не только для геометрии, следуя методу Картана, но и для физики. Более того, на его основе развит формализм дифференциально-геометрического описания различных систем дифференциальных уравнений. В рамках этого подхода получены важные результаты по геометрическому представлению физических теорий.

Принимая принцип фундаментальной неопределенности практики, мы вправе расширять формализм дифференциальных форм. В частности, следует исследовать его скрытые свойства. Мы обнаруживаем их, применяя метод активизации алгебраических выражений, примером которых являются дифференциальные формы.

Согласно предлагаемому методу мы рассматриваем дифференциалы координат как активные переменные со своей алгеброй. Функции, входящие в дифференциальные формы, рассматриваемые как пассивные переменные, имеют свою алгебру. Для согласования алгебр требуется третья алгебра, применяя которую мы согласуем между собой пассивную и активную алгебры.

Рассмотрим примеры активизации дифференциальных форм. Пусть анализ проводится на плоскости. Присоединим к дифференциалам координат, заданным в касательном пространстве, пару матриц i, j, которые будем называть активаторами:

$$i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \to d\hat{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} dx_1, d\hat{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} dx_2.$$

Формально активизируем пару дифференциальных форм, заменяя исходные формы новыми

$$\hat{\theta}_1 = a_1 d\hat{x}_1 + a_2 d\hat{x}_2, \theta_2 = b_1 d\hat{x}_1 + b_2 d\hat{x}_2.$$

Определим их произведение двумя способами. Для этого рассмотрим матричное и комбинаторное произведение матриц с последующим сложением и дополнительной функциональной операцией.

Применим матричное произведение. Получим

$$i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, ii = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, jj = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, ij = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, ji = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$i * i = \frac{1}{2}(ii - ii) = 0, j * j = \frac{1}{2}(jj - jj) = 0, i * j = \frac{1}{2}(ij - ji) = (-1)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, j * i = \frac{1}{2}(ji - ij) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$i \Lambda i = \det(i * i) = 0, j \Lambda j = \det(j * j) = 0, i \Lambda j = \det(i * j) = 1, j \Lambda i = \det(j * i) = -1.$$

В такой модели внешнее произведение активных дифференциальных форм будет аналогично внешнему произведению пассивных дифференциальных форм.

Однако ситуация изменится, если деформируются активаторы и (или) операции согласования пассивных и активных величин. Это обстоятельство интересно с разных точек зрения. До настоящего времени все сущностные изменения рассчитывались на основе концепции пассивного касательного пространства. Теперь возможны новые варианты и новые подходы. *Активность касательного пространства* была скрыта в стандартном формализме дифференциальных форм.

Применим к этим же активаторам комбинаторное произведение. Получим

$$i=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix},\ j=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\ i\overset{k}{\times}i=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\ j\overset{k}{\times}j=(-1)\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\ i\overset{k}{\times}j=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix},\ j\overset{k}{\times}i=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 0 & -1\end{pmatrix},$$

$$i*i=\frac{1}{2}(i\overset{k}{\times}i-i\overset{k}{\times}i)=0,\ j*j=\frac{1}{2}(j\overset{k}{\times}j-j\overset{k}{\times}j)=0,$$

$$i*j=\frac{1}{2}(i\overset{k}{\times}j-j\overset{k}{\times}i)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix},\ j*i=\frac{1}{2}(j\overset{k}{\times}i-i\overset{k}{\times}j)=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 0 & -1\end{pmatrix},$$

$$i\Lambda i=Sp(i*i)=0,\ j\Lambda j=Sp(j*j)=0,\ i\Lambda j=Sp(i*j)=1,\ j\Lambda i=Sp(j*i)=-1.$$

Комбинаторное произведение и алгоритм согласования пассивных и активных величин на основе оператора $Sp(\xi)$ даёт тот же результат, что и матричное произведение с алгоритмом согласования пассивных и активных величин на основе оператора $\det(\xi)$. Мы имеем пару свойств касательного многообразия. Они дают тот же результат, что и формальный метод, если касательное многообразие «пассивно».

Понятно, что при активизации касательного пространства два указанных расширения, базирующиеся на качественно различных произведениях, будут давать разные результаты. Меняя операции для произведения активаторов, деформируя активаторы, мы получаем *спектр состояний касательного пространства*.

Особенно наглядно такое различие проявляет себя, если дифференциалы координат согласованы с некоторыми скоростями. Это согласование будет проявляться по-разному в зависимости от того, по какому коду «взаимодействует» касательное пространство с основным пространством. По сути подхода ясно, что мы имеем дело с некоторым алгоритмом согласования «внешних» и «внутренних» факторов динамики. В частности, внутренние изменения могут быть согласованы с некоторым проявлением Сознаний и Чувств физических объектов. Указанные выше примеры иллюстрируют это замечание. Мы знаем, что физические тела хорошо описываются матрицами с матричным произведением. Для описания Сознаний и Чувств требуется неассоциативное произведение.

Его функции имеет комбинаторное произведение. Однако активное касательное пространство не исключает ни одну, ни другую возможности.

Объединим матричную и комбинаторную операции, а также изменим алгоритм согласования. Так, получим, например

$$i**i = ii + i\overset{k1}{\times}1i = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, j**j = jj + j\overset{k}{\times} j = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$i**j = ij + j\overset{k}{\times} i = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, j*i = ji + i\overset{k}{\times} j = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$i\Lambda j = \left(\delta_{ij} SP\right) i**j = \delta_{ij} Sp\left(i**j\right) + \left(1-\delta_{ij}\right)\det\left(i**j\right).$$

Следовательно, касательное многообразие можно по-разному согласовывать с основным многообразием посредством системы операций. Можно по-разному активизировать антисимметричные «поля».

Трехмерное касательное пространство может быть активизировано аналогичным методом на основе матричного и комбинаторного произведений. Для этого достаточно взять по три независимых репера в этом пространстве.

Три репера, подчиненные матричному произведению, могут быть реперами кватерниона. Например,

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a_1a_2 = -a_3 = -a_2a_1 = a_3, a_1a_3 = a_2 = -a_3a_1 = -a_2, a_2a_3 = -a_1 = -a_3a_2 = a_1,$$

$$a_i * a_j = \frac{1}{2}\left(a_ia_j - a_ja_i\right), a_i\Lambda a_j = \det(a_i * a_j),...$$

Для комбинаторного произведения можно выбрать три репера

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\sigma_1\overset{k}{\times}\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_1\overset{k}{\times}\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2\overset{k}{\times}\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_1\overset{k}{*}\sigma_2 = \sigma_1\overset{k}{\times}\sigma_2 - \sigma_2\overset{k}{\times}\sigma_1 = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2\overset{k}{*}\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_1 \Lambda \sigma_2 = Sp(\mp)(\sigma_1 \overset{k}{*} \sigma_2).$$

В четырехмерном касательном пространстве можно использовать реперы фундаментальной группы или указанные выше левые идеалы. Во всех случаях из исходной пассивной модели можно получить спектр активных моделей.

Аналогичные замечания справедливы для внешнего дифференцирования дифференциальных форм. Так, из 1-формы

$$\omega^1 = b_1(x,y)\,d\hat{x} + b_2(x,y)\,d\hat{y}$$

получим

$$D\omega^1 = \left(\frac{\partial b_2}{\partial x} - \frac{\partial b_1}{\partial y}\right) d\hat{x} \Lambda d\hat{y}.$$

Это выражение совпадает с базовым выражением при каноническом выборе активаторов. Если активаторы деформированы или активны, получим в стандартной записи выражения

$$D\omega^1 = \left(f\frac{\partial b_2}{\partial x} - g\frac{\partial b_1}{\partial y}\right) dx \Lambda dy = \left(\left(\frac{\partial b_2}{\partial x} - \frac{\partial b_1}{\partial y}\right) + \left((f-1)\frac{\partial b_2}{\partial x} - (g-1)\frac{\partial b_1}{\partial y}\right)\right) dx \Lambda dy.$$

Аналогичные выражения на другой внешней операции будут получены для симметричных величин.

Рассмотрим произведение активных внешних дифференциалов от пары 1-форм, подчиненных разным внешним дифференцированиям, заданным символами $\tilde{D}(-), \tilde{D}(+)$. Активизируем множители перед производными от функций:

$$\tilde{D}(-)\omega^1 = \left(\tilde{\alpha}_1\frac{\partial b_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\right) dx \Lambda dy, \tilde{D}(+)\theta^1 = \left(\tilde{\sigma}_1\frac{\partial a_2}{\partial x} + \tilde{\sigma}_2\frac{\partial a_1}{\partial y}\right) dx \Lambda dy.$$

Зададим «произведение производных» произведением выражений перед дифференциалами:

$$\left(\tilde{\alpha}_1\frac{\partial b_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\right) * \left(\tilde{\sigma}_1\frac{\partial a_2}{\partial x} + \tilde{\sigma}_2\frac{\partial a_1}{\partial y}\right) = \left(\tilde{\alpha}_1\tilde{\sigma}_1\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2\tilde{\sigma}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_1}{\partial y}\right) + \left(\tilde{\alpha}_1\tilde{\sigma}_2\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_1}{\partial y} - \tilde{\alpha}_2\tilde{\sigma}_1\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_2}{\partial x}\right).$$

Оно зависит от алгоритма активизации. Для получения числа перед производными примем алгоритм суммирования всех элементов соответствующих матриц. Такой прием обычно не применяется. Он нетривиален по своей форме и сути. С его возможностями следует разбираться отдельно.

Рассмотрим модель со следующими параметрами:

$$\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_2 = \alpha_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\sigma}_2 = \sigma_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\alpha}_1 \cdot \tilde{\sigma}_1 = \alpha_1 \cdot \sigma_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_2 \cdot \tilde{\sigma}_2 = \alpha_2 \cdot \sigma_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_1 \cdot \tilde{\sigma}_2 = \alpha_1 \cdot \sigma_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_2 \cdot \tilde{\sigma}_1 = \alpha_2 \cdot \sigma_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\alpha}_1 * \tilde{\sigma}_1 = \alpha_1 \cdot \sigma_1 \cdot 0 = 0, \tilde{\alpha}_2 * \tilde{\sigma}_2 = \alpha_2 \cdot \sigma_2 \cdot 0 = 0, \tilde{\alpha}_1 * \tilde{\sigma}_2 = \alpha_1 \cdot \sigma_2 \cdot 1, \tilde{\alpha}_2 * \tilde{\sigma}_1 = \alpha_2 \cdot \sigma_1 \cdot 1.$$

Тогда

$$\left(\tilde{\alpha}_1 \frac{\partial b_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2 \frac{\partial b_1}{\partial y} \right) * \left(\tilde{\sigma}_1 \frac{\partial a_2}{\partial x} + \tilde{\sigma}_2 \frac{\partial a_1}{\partial y} \right) = \left(\alpha_1 \sigma_2 \frac{\partial b_2}{\partial x} \frac{\partial a_1}{\partial y} - \alpha_2 \sigma_1 \frac{\partial b_1}{\partial y} \frac{\partial a_2}{\partial x} \right).$$

Из частного условия

$$\alpha_1 \sigma_2 = \alpha_2 \sigma_1 \to \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_1} = r_0$$

следует аналог скобки Пуассона

$$\left(\alpha_1 \sigma_2 \frac{\partial b_2}{\partial x} \frac{\partial a_1}{\partial y} - \alpha_2 \sigma_1 \frac{\partial b_1}{\partial y} \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) = r_0 \left(\frac{\partial b_2}{\partial x} \frac{\partial a_1}{\partial y} - \frac{\partial b_1}{\partial y} \frac{\partial a_2}{\partial x} \right) = r_0 \left[b, a \right]_P.$$

В рассматриваемом случае она получена не из стандартного дифференцирования функции, зависящей от координат и импульсов, следуя подходу Пуассона, при согласовании его с гамильтонианом. В ней объединены свойства двух разных по качеству и сути внешних произведений, представленных в активной форме и согласованных «странным способом». Эта «странность» конструктивна. На её основе можно рассматривать разные варианты скрытых внутренних условий.

Рассмотрим такую возможность. Пусть

$$\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_2 = \alpha_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\beta}_1 = \beta_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{\beta}_2 = \beta_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\alpha}_1 * \tilde{\alpha}_2 = \alpha_1 \alpha_2 Sp \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0, \tilde{\beta}_1 * \tilde{\beta}_2 = \beta_1 \beta_2 Sp \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0,$$

$$\tilde{\alpha}_1 * \tilde{\beta}_2 = \alpha_1 \beta_2 Sp \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha_1 \beta_2 Sp \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha_1 \beta_2,$$

$$\tilde{\alpha}_2 * \tilde{\beta}_1 = \alpha_2 \beta_1 Sp \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha_2 \beta_1 Sp \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \alpha_2 \beta_1.$$

Если выполняется условие $\alpha_1 \beta_2 = \alpha_2 \beta_1$, то получим результат, аналогичный предыдущему, но с другими активаторами и условиями согласования.

Другими словами, одинаковый результат может быть получен при разных «сценариях». Понятно, что возможны качественно другие активаторы и условия согласования. Они учитывают, так или иначе, различие свойств касательного пространства и алгоритмы его согласования с основным многообразием.

Мы исследуем посредством данного *метода активации* спектр скрытых свойств исследуемых многообразий или физических изделия. Динамика активации становится средством учета внутренних изменений, доступных объекту. Её следует задавать самостоятельными уравнениями и условиями.

Заметим, что алгоритм активации не отдаляет от решения физических задач, а приближает к ним. Проиллюстрируем этот тезис на примере. Для этого перепишем полученное равенство в другой форме, приняв его справедливость для пары любых переменных. В качестве таких переменных выберем координаты q_i и компоненты импульса p_j.

В новых переменных произведение пары внешних производных, подчиненное алгоритму активации, получит, в частном случае выбора активаторов и схемы согласования, вид

$$r_0\left(\frac{\partial g}{\partial p_i}\frac{\partial f}{\partial q_j}-\frac{\partial g}{\partial q_j}\frac{\partial f}{\partial p_i}\right)=[g,f]^*.$$

Задавая функции g, f координатами и компонентами импульсов, получим равенства

$$[x_i,x_j]^*=[p_i,p_j]^*=0,$$

$$[p_i,p_j]^*=\frac{1}{r_0}\delta_{ij}=\hbar\delta_{ij}.$$

Аналогичные условия применяются для операторов координат и импульса в квантовой механике. Есть принципиальные отличия метода активации от алгоритмов квантовой механики.

Во-первых, аналог скобки Пуассона получен для физических координат и импульсов, а не для операторов координат и импульсов.

Во-вторых, полученное условие является частным случаем более общего условия, в котором есть два различных выражения:

$$\left(\tilde{\alpha}_1\tilde{\sigma}_1\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_2}{\partial x}-\tilde{\alpha}_2\tilde{\sigma}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_1}{\partial y}\right)+\left(\tilde{\alpha}_1\tilde{\sigma}_2\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_1}{\partial y}-\tilde{\alpha}_2\tilde{\sigma}_1\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_2}{\partial x}\right).$$

В-третьих, не исключается активация, при которой каждое из указанных слагаемых не равно нулю. В этом случае возможно дополнение одного указанного множителя другим множителем, равно как и некоторое соотношение между ними. Величина $\hbar$ может быть дополнена величиной λ.

Тогда в физических задачах следует учесть, что «квантовые явления» реализуются на квантовой гиперповерхности.

В-четвертых, $\hbar$ и $\lambda\!\!\!^{-}$ могут быть переменными, активными величинами.

В-пятых, следует учитывать, что ко всем физическим задачам приложимо объединение положительных и отрицательных внешних производных. Почему это положение следует принять за основу анализа? Дело в том, что отрицательные внешние производные мы ассоциируем с электромагнетизмом, а положительные внешние производные мы ассоциируем с гравитацией. По этой причине произведение пары внешних производных, а также аналог скобки Пуассона имеют право на применение там, где есть совместные действия электромагнетизма и гравитации. А оно есть всегда и везде. Появление дополнительного слагаемого в физической теории является стимулом для более глубокого исследования проблемы квантования.

Механические модели Сознаний и Чувств

Циклическая алгебра «порождает» систему уравнений для Сознаний и Чувств из аналогии с гравитацией и электродинамикой. Эти модели могут рассматриваться как модифицированные уравнения механики. Механика более фундаментальна, чем гравитация и электромагнетизм в нашем представлении об этих проявлениях материи. Поскольку это так, желательно сконструировать уравнения для Сознаний и Чувств, применяя алгоритм, указанный в механике, к матрицам, ассоциированным с циклической алгеброй. Пусть для моделирования применяется вторая группа матриц. Тогда при компоновке по первой строке получим

[1]

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}.$$

Здесь применена волновая функция

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^3&u^0&u^2\\u^2&u^1&u^3&u^0\\u^3&u^0&u^2&u^1\\u^0&u^2&u^1&u^3\end{pmatrix}.$$

Система дифференциальных уравнений такова:

$$
\begin{gathered}
[2] \\
u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^3, \\
u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^1, \\
u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^2, \\
u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^0.
\end{gathered}
$$

При компоновке по последнему столбцу получим уравнения

$$
u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+
$$

$$
+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^3\\u^0\end{pmatrix}.
$$

При расположении матриц по нижней строке получим модель типа [2]:

$$
u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+
$$

$$
+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}.
$$

$$
u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^0&u^2&u^1\\u^1&u^3&u^0&u^2\\u^0&u^2&u^1&u^3\\u^2&u^1&u^3&u^0\end{pmatrix}
$$

Расположим матрицы по первому столбцу. Получим модель типа [1]:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^3&u^0&u^1&u^2\end{pmatrix}.$$

Исследуем модели на третьей группе матриц, ассоциированных с циклической алгеброй.

При расположении матриц по первой строке получим модель

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^0&u^3\\u^2&u^0&u^3&u^1\\u^3&u^1&u^2&u^0\\u^0&u^3&u^1&u^2\end{pmatrix}.$$

Ее можно записать иначе:

$$u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2, u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1,$$
$$u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3, u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0.$$

Этот вид удобен для компьютерного моделирования. Для анализа психологических явлений могут оказаться пригодные известные модели.

Расположим матрицы по последнему столбцу. Получим модель первого типа.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^3\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^1\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^0&u^1&u^2\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

Расположим матрицы по последней строке. Получим модель третьего типа.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^0&u^3&u^1\\u^0&u^3&u^1&u^2\\u^1&u^2&u^0&u^3\\u^3&u^1&u^2&u^0\end{pmatrix}.$$

Расположим матрицы по первому столбцу. Получим модель первого типа:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^1\\u^0\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^3\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^3&u^0&u^1&u^2\end{pmatrix}.$$

Исследуем модели на матрицах четвертого ряда. Расположим матрицы по первой строке.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^2\\u^0\end{pmatrix}$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^0&u^3\\u^2&u^0&u^3&u^1\\u^0&u^3&u^1&u^2\\u^3&u^1&u^2&u^0\end{pmatrix}.$$

Получим модель четвертого типа:

$$\begin{aligned}&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^0,\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^2,\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^1,\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^3.\end{aligned}$$

Расположение матриц по первому столбцу тождественно расположению по первой строке. Расположим матрицы по последнему столбцу. Получим модель первого типа. Это расположение тождественно расположению по последней строке.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^3&u^0&u^1\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

Исследуем совокупность матриц пятого ряда. При распределении по первой строке получим

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^2\\u^1\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^0&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^1&u^0\\u^3&u^1&u^0&u^2\\u^0&u^2&u^3&u^1\end{pmatrix}.$$

Ей соответствует модель пятого типа:

$$\begin{gathered}u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^1,\\u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^3,\\u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^2,\\u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^0.\end{gathered}$$

Расположим матрицы по первому столбцу. Получим модель первого типа:

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^0&u^1\end{pmatrix}.$$

Заметим, что одинаковые системы уравнений могут быть получены при разных подходах. Эта черта реальности проявляется во многих случаях и ситуациях. Предлагаемые модели ассоциированы с механикой. Однако естественно рассмотреть также аналоги психологических теорий, ассоциированные с электродинамикой и гравитацией.

Эта модель имеет другое представление:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^2\\u^0\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^2\\u^3\\u^1\end{pmatrix}.$$

Исследуем модель шестого ряда матриц. При расположении матриц по первой строке получим уравнения шестого типа:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^3&u^2&u^0\\u^2&u^0&u^1&u^3\\u^3&u^2&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^3&u^2\end{pmatrix}.$$

Они имеют вид

$$\begin{gathered}u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^2,u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^3,\\u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^1,u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^0.\end{gathered}$$

Рассмотрим расположение матриц по первому столбцу. Получим модель первого типа

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^2&u^3\end{pmatrix}.$$

Расположим матрицы по четвертому столбцу. Получим модель первого типа:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^2\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+$$

$$+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^3&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

Расположим матрицы по последней строке. Получим

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^2\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^2&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^3&u^2\\u^2&u^0&u^1&u^3\\u^1&u^3&u^2&u^0\end{pmatrix}.$$

Получим модель седьмого типа. Она имеет вид

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^3,\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^2,\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^1,\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^0.
\end{aligned}
$$

Запишем все уравнения в едином виде. Получим модели:

[1]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^2\partial_2(u^1-u^3) + u^0\partial_0(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1(u^2-u^0) + u^3\partial_3(u^2-u^0),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = -u^2\partial_2(u^1-u^3) - u^0\partial_0(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0-u^2) + u^3\partial_3(u^0-u^2).
\end{aligned}
$$

[2]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^3\partial_3(u^1-u^2) + u^0\partial_0(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = -u^3\partial_3(u^0-u^2) - u^0\partial_0(u^1-u^2),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^3\partial_3(u^3-u^1) + u^0\partial_0(u^3-u^0),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^2 = u^3\partial_3(u^0-u^3) + u^0\partial_0(u^0-u^2).
\end{aligned}
$$

[3]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1\left(u^2-u^1\right) + u^2\partial_2\left(u^2-u^0\right),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^1\partial_1\left(u^1-u^3\right) + u^2\partial_2\left(u^1-u^2\right),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3-u^0) + u^2\partial_2(u^3-u^1),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0-u^2) + u^2\partial_2(u^0-u^3).
\end{aligned}
$$

[4]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^2\partial_2(u^1-u^0) + u^0\partial_0(u^1-u^0),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1(u^2-u^3) + u^2\partial_2(u^2-u^3),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^2\partial_2(u^0-u^1) + u^0\partial_0(u^0-u^1),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3-u^2) + u^3\partial_3(u^3-u^2).
\end{aligned}
$$

[5]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^2\partial_2(u^1-u^3) + u^3\partial_3(u^1-u^0),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^2\partial_2(u^3-u^2) + u^3\partial_3(u^3-u^1),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^2\partial_2(u^2-u^0) + u^3\partial_3(u^2-u^3),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^0 = u^2\partial_2(u^0-u^1) + u^3\partial_3(u^0-u^2).
\end{aligned}
$$

[6]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0=u^1\partial_1(u^0-u^1)+u^0\partial_0(u^0-u^2),\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=u^1\partial_1(u^2-u^0)+u^0\partial_0(u^2-u^3),\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=u^1\partial_1(u^3-u^2)+u^0\partial_0(u^3-u^1),\\
&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=u^1\partial_1(u^1-u^3)+u^0\partial_0(u^1-u^0).
\end{aligned}
$$

[7]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0=u^1\partial_1(u^0-u^1)+u^0\partial_0(u^0-u^3),\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=u^1\partial_1(u^3-u^0)+u^0\partial_0(u^3-u^2),\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=u^1\partial_1(u^2-u^3)+u^0\partial_0(u^2-u^3),\\
&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=u^1\partial_1(u^1-u^2)+u^0\partial_0(u^1-u^0).
\end{aligned}
$$

Исследуем структуру уравнений. Рассмотрим *первую систему*:

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=u^2\partial_2(u^1-u^3)+u^0\partial_0(u^1-u^3)=(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^1-u^3)=\pi^1,\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=u^1\partial_1(u^2-u^0)+u^3\partial_3(u^2-u^0)=(u^1\partial_1+u^3\partial_3)(u^2-u^0)=\pi^2,\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=-u^2\partial_2(u^1-u^3)-u^0\partial_0(u^1-u^3)=-(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^1-u^3)=\pi^3,\\
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0=-u^1\partial_1(u^0-u^2)-u^3\partial_3(u^0-u^2)=-(u^1\partial_1+u^3\partial_3)(u^0-u^2)=\pi^0.
\end{aligned}
$$

«Силовые» слагаемые имеют специальную структуру в форме соединения двух диагоналей с учетом ориентации. Представим эту ситуацию рисунком.

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & & \partial_2\\
\hline
 & u^0 & \leftrightarrow & u^2 & \\
\hline
 & u^3 & \leftrightarrow & u^1 & \\
\hline
\partial_3 & & & & \partial_1\\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|}
\hline
\pm\left(u^1-u^3\right)\\
\hline
u^2\partial_2+u^0\partial_0\\
\hline
\end{array},
\begin{array}{|c|}
\hline
\pm\left(u^2-u^0\right)\\
\hline
u^1\partial_1+u^3\partial_3\\
\hline
\end{array}
\to
\begin{cases}
(u^1-u^3)(u^2\partial_2+u^0\partial_0)=\pi^1,\\
(u^2-u^0)(u^1\partial_1+u^3\partial_3)=\pi^2,\\
-(u^1-u^3)(u^2\partial_2+u^0\partial_0)=\pi^3,\\
-(u^2-u^0)(u^1\partial_1+u^3\partial_3)=\pi^0.
\end{cases}
$$

Согласно данной модели «силовые слагаемые» устроены в виде согласованного произведения разностей пар внутренних элементов на сумму произведения других внутренних элементов с внешними элементами. Исследуем *вторую* систему уравнений. Получим модель

$$u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=u^3\partial_3(u^1-u^2)+u^0\partial_0(u^1-u^3),$$

$$u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=u^3\partial_3(u^2-u^0)+u^0\partial_0(u^2-u^1),$$

$$u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=u^3\partial_3(u^3-u^1)+u^0\partial_0(u^3-u^0),$$

$$u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^2=u^3\partial_3(u^0-u^3)+u^0\partial_0(u^0-u^2).$$

«Силовые слагаемые» имеют сложную структуру. Чтобы её «понять», следует принять сложную систему отношений в «изделии», содержащем компоненты скоростей и частные производные. Рассмотрим рисунок

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \partial_0 & & & \\ \hline & u^0 & u^1 & \\ \hline & u^3 & u^2 & \\ \hline \partial_3 & & & \\ \hline \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{|c|c|}\hline u^3\partial_3 & u^0\partial_0 \\ \hline u^1-u^2 & u^1-u^3 \\ \hline u^2-u^0 & u^2-u^1 \\ \hline u^3-u^1 & u^3-u^0 \\ \hline u^0-u^3 & u^0-u^2 \\ \hline \end{array} \right. .$$

Он имеет анизотропию по расположению производных. Элементы u^1, u^2 формируют свои связи с комплексами производных (по граням и по диагонали) по своему сценарию, взаимно дополняя друг друга.

Элементы u^3, u^0 формируют эти связи по другому сценарию, реализуя, в некотором смысле, полный набор отношений в данной системе. В силу многогранности и многоплановости отношений задача всегда будет многопараметрическая. Параметры могут быть сложно связаны друг с другом и подчиняться разным динамическим уравнениям.

Такое «поведение» типично для системы с Сознанием, подчиняющейся требованию реализации всех отношений в конечной системе с учётом её анизотропии.

Исследуем третью систему уравнений. Она имеет вид

$$u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1\left(u^2 - u^1\right) + u^2\partial_2\left(u^2 - u^0\right),$$

$$u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^1\partial_1\left(u^1 - u^3\right) + u^2\partial_2\left(u^1 - u^2\right),$$

$$u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3 - u^0) + u^2\partial_2(u^3 - u^1),$$

$$u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0 - u^2) + u^2\partial_2(u^0 - u^3).$$

Её «логическая структура аналогична логической структуре второй системы уравнений:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & \partial_1 \\ \hline & u^0 & u^1 & \\ \hline & u^3 & u^2 & \\ \hline & & & \partial_2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{|c|c|}\hline u^1\partial_1 & u^2\partial_2 \\ \hline u^1-u^3 & u^1-u^2 \\ \hline u^2-u^1 & u^2-u^0 \\ \hline u^3-u^0 & u^3-u^1 \\ \hline u^0-u^2 & u^0-u^3 \\ \hline \end{array} \right. .$$

Однако в этом случае избирательно действует другая пара производных.

Четвёртая система уравнений имеет вид

$$u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1 - u^0),$$

$$u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = (u^1\partial_1 + u^2\partial_2)(u^2 - u^3),$$

$$u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^0 - u^1),$$

$$u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^3 - u^2).$$

Ей соответствует рисунок

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & & \partial_1 \\
\hline
 & u^0 & \leftrightarrow & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & \leftrightarrow & u^2 & \\
\hline
\partial_3 & & & & \partial_2 \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
u^0\partial_0 + u^2\partial_2 & u^2\partial_2 + u^1\partial_1 & u^1\partial_1 + u^3\partial_3 \\
\hline
u^0 - u^1 & u^2 - u^3 & u^3 - u^2 \\
\hline
-(u^0 - u^1) & & \\
\hline
\end{array}.$$

Согласно представленной системе отношений, в ней учитывается не только требование указанного объединения компонент скоростей, когда одно изделие *со сходной производной* обязательно в модели. Дополнительно заданы *равные права* на второй дифференциальный объект у одной пары и их различие у другой пары.

С пятой системой уравнений

$$u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^2\partial_2(u^1 - u^3) + u^3\partial_3(u^1 - u^0),$$

$$u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^2\partial_2(u^3 - u^2) + u^3\partial_3(u^3 - u^1),$$

$$u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^2\partial_2(u^2 - u^0) + u^3\partial_3(u^2 - u^3),$$

$$u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^0 = u^2\partial_2(u^0 - u^1) + u^3\partial_3(u^0 - u^2)$$

ассоциирован рисунок, аналогичный рисунку второй модели:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
 & & & \\
\hline
 & u^0 & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & u^2 & \\
\hline
\partial_3 & & & \partial_2 \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\left\{
\begin{array}{|c|c|}
\hline
u^2\partial_2 & u^3\partial_3 \\
\hline
u^1 - u^3 & u^1 - u^0 \\
\hline
u^2 - u^0 & u^2 - u^3 \\
\hline
u^3 - u^2 & u^3 - u^1 \\
\hline
u^0 - u^1 & u^0 - u^2 \\
\hline
\end{array}
\right..$$

Рассмотрим шестую модель. Она представлена системой уравнений

$$u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0 - u^1) + u^0\partial_0(u^0 - u^2),$$

$$u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1(u^2 - u^0) + u^0\partial_0(u^2 - u^3),$$

$$u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3 - u^2) + u^0\partial_0(u^3 - u^1),$$

$$u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^1\partial_1(u^1 - u^3) + u^0\partial_0(u^1 - u^0)$$

с рисунком логических связей

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \partial_0 & & & \partial_1 \\ \hline & u^0 & u^1 & \\ \hline & u^3 & u^2 & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{|c|c|}\hline u^1\partial_1 & u^0\partial_0 \\ \hline u^1 - u^3 & u^1 - u^0 \\ \hline u^2 - u^0 & u^2 - u^3 \\ \hline u^3 - u^2 & u^3 - u^1 \\ \hline u^0 - u^1 & u^0 - u^2 \\ \hline \end{array} \right. .$$

Он дополняет рисунки, полученные выше до полной схемы расположения пары производных по вершинам на квадрате компонент скоростей.

Седьмой системе уравнений

$$u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0 - u^1) + u^0\partial_0(u^0 - u^3),$$

$$u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3 - u^0) + u^0\partial_0(u^3 - u^2),$$

$$u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1(u^2 - u^3) + u^0\partial_0(u^2 - u^1),$$

$$u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^1\partial_1(u^1 - u^2) + u^0\partial_0(u^1 - u^0)$$

соответствует рисунок

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \partial_0 & & & \partial_1 \\ \hline & u^0 & u^1 & \\ \hline & u^3 & u^2 & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{|c|c|}\hline u^1\partial_1 & u^0\partial_0 \\ \hline u^1 - u^2 & u^1 - u^0 \\ \hline u^2 - u^3 & u^2 - u^1 \\ \hline u^3 - u^0 & u^3 - u^2 \\ \hline u^0 - u^1 & u^0 - u^3 \\ \hline \end{array} \right. .$$

Он «подсказывает» новую возможность компоновки компонент скоростей с частными производными.

Анализ предъявил **три модели отношений** в системе виртуальных уравнений механики.

Модель *первого* типа:

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^2 - u^0),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = -(u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^0 - u^2).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & & \partial_2 \\
\hline
 & u^0 & \leftrightarrow & u^2 & \\
\hline
 & u^3 & \leftrightarrow & u^1 & \\
\hline
\partial_3 & & & & \partial_1 \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\boxed{\dfrac{\pm\left(u^1 - u^3\right)}{u^2\partial_2 + u^0\partial_0}},
\boxed{\dfrac{\pm\left(u^2 - u^0\right)}{u^1\partial_1 + u^3\partial_3}}
\rightarrow
\begin{cases}
(u^1 - u^3)(u^2\partial_2 + u^0\partial_0) = \pi^1,\\
(u^2 - u^0)(u^1\partial_1 + u^3\partial_3) = \pi^2,\\
-(u^1 - u^3)(u^2\partial_2 + u^0\partial_0) = \pi^3,\\
-(u^2 - u^0)(u^1\partial_1 + u^3\partial_3) = \pi^0.
\end{cases}
$$

Модель *второго* типа:

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0 - u^1) + u^0\partial_0(u^0 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3 - u^0) + u^0\partial_0(u^3 - u^2),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1(u^2 - u^3) + u^0\partial_0(u^2 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^1\partial_1(u^1 - u^2) + u^0\partial_0(u^1 - u^0).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & \partial_1 \\
\hline
 & u^0 & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & u^2 & \\
\hline
 & & & \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\left\{
\begin{array}{|c|c|}
\hline
u^1\partial_1 & u^0\partial_0 \\
\hline
u^1 - u^2 & u^1 - u^0 \\
\hline
u^2 - u^3 & u^2 - u^1 \\
\hline
u^3 - u^0 & u^3 - u^2 \\
\hline
u^0 - u^1 & u^0 - u^3 \\
\hline
\end{array}
\right.
.
$$

Модель *третьего* типа:

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1 - u^0),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = (u^1\partial_1 + u^2\partial_2)(u^2 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^0 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^3 - u^2).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & & \partial_1 \\
\hline
 & u^0 & \leftrightarrow & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & \leftrightarrow & u^2 & \\
\hline
\partial_3 & & & & \partial_2 \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
u^0\partial_0 + u^2\partial_2 & u^2\partial_2 + u^1\partial_1 & u^1\partial_1 + u^3\partial_3 \\
\hline
u^0 - u^1 & u^2 - u^3 & u^3 - u^2 \\
\hline
-(u^0 - u^1) & & \\
\hline
\end{array}
.
$$

Все модели имеют ***черты логического управления***: есть система «силовых элементов» и операций, «силовые элементы» согласованы друг с другом по некоторому специальному алгоритму. Фактически, этот *алгоритм аналогичен программе*, действующей в анализируемой механической системе.

Решение виртуальных систем уравнений механики соответствует решению задач в физической системе с логическими связями. Логические связи означают наличие Сознания у системы объектов, они отображают структуру изделия и согласование их элементов по некоторым внешним и внутренним признакам. Физическая система с «программой» одного вида будет иметь поведение, которое способно существенно отличаться от поведения физической системы с «программой» другого вида. Более того, даже в границах одного алгоритма возможны разные сочетания компонент скорости и производных. Возможно также решение задач, описывающих поведение объекта не только в механическом пространстве и времени, но и в других, немеханических пространствах. В частности, можно задавать пространство Сознаний и Чувств, формально локализованное в физическом пространстве и времени.

Понятно, что у трансфинитной реальности есть трансфинитные силовые возможности. Но теперь становится понятным, что их можно анализировать на основе уравнений механики (а также других физических уравнений), по-разному моделируя «силовую часть» системы уравнений. Эта часть уравнений в некотором смысле аналогична «мозгу» физического объекта. По сути дела, мы подошли к моделированию динамики с элементами Сознания и Чувств. Роль Чувств на первой стадии анализа могут выполнять динамические множители, которыми мы вправе дополнить указанные «логические слагаемые». В зависимости от того, какие это коэффициенты и какова их динамика, будет зависеть поведение системы. Понятно, что требуется корректно учитывать начальные и граничные условия в задачах такого типа.

Алгебра перестановок пары объектов

Анализ материи субъядерных размеров возможен в настоящее время только в рамках математических расчетов. Экспериментальная техника для таких задач отсутствует. Более того, возможно, её никогда не будет. Это позволит защитить данный уровень материи от непродуманных и агрессивных воздействий. В аналогичной «защите» могут находиться наши чувства и интеллект, генерируя задачу исследования психологических явлений, основываясь на свойствах тонкой материи, которую принято называть праматерией.

Основная идея теоретического анализа тонкой материи состоит в гипотезе о наличии 4 предзарядов: основы для конструирования новых изделий, имеющих разные структуры и активности. Мономиальные матрицы относятся в рамках данной гипотезы к гравитационному сектору физической модели. Он принят в качестве исходного звена анализа, свойства которого следует тщательно изучить.

Рассмотрим матрицы перестановки пары элементов и их произведения. Получим таблицы:

$\alpha\cdot\alpha$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$

,

$\alpha\cdot\beta$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$

,

$\beta\cdot\alpha$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$

,

$\beta\cdot\beta$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$

.

Система отношений между четырьмя объектами может быть задана мономиальными матрицами размерности 4×4. Перестановке пары объектов соответствуют мономиальные матрицы, в которых два значимых элемента находятся на диагонали.

С другой стороны, такие матрицы обеспечивают перестановку строк или столбцов той матрицы, на которую они действуют слева или справа.

Такая перестановка может иметь физический смысл, отображая некоторые свойства взаимодействия объектов между собой. Логическая возможность, принимаемая нами для такой перестановки, может интерпретироваться как логическая операция в физической системе. По этой причине анализ алгебраических свойств перестановки пары объектов может быть полезен.

Из таблицы следуют свойства матричного произведения матриц. Так, получим

$$(ab)(ba) = E.$$

Похожий результат получается на соединении матричной и стандартной комбинаторной операций в виде равенства

$$(ab)\overset{k}{\times}(ba) = [1].$$

Следовательно, матрицы перестановок пары подчинены аналогам алгебр Клиффорда и Йордана:

$$(ab)(ba) - (cd)(dc) = 0,$$
$$\frac{1}{2}\big((ab)(ba) + (cd)(dc)\big) = E.$$

Подчинено множество также другой паре алгебр:

$$(ab)\overset{k}{\times}(ba) - (cd)\overset{k}{\times}(dc) = 0,$$
$$\frac{1}{2}\left((ab)\overset{k}{\times}(ba) + (cd)\overset{k}{\times}(dc)\right) = [1].$$

Тройное произведение с повторяющимися индексами таково:

$$\left(a_{(i)}a_k\right)a_{(i)} = \varepsilon_{(i)k}^{(j)}a_{(j)}.$$

Из него следуют *полиномиальные условия* для алгебры перестановки пары элементов.

Естественны полиномиальные «зеркальные» условия вида

$$(ab)(cd)(dc)(ba) = E,$$
$$(ab)(cd)(ef)(fe)(dc)(ba) = E...$$

Они следуют из условия ассоциативности матричного произведения.

Легко проверить, что взаимные произведения рассматриваемых элементов *порождают всю группу перестановок* четырёх элементов.

Элементы образуют подмножество, подчиненное «своей» алгебре. Понятно, что в группе перестановок есть разные подмножества со «своими» алгебрами.

Проведём анализ ситуации с произведениями матриц на графических диаграммах отношений между объектами. Сопоставим положению объектов на строках матрицы отношений, представив их стрелками. Тогда, например, получим картину взаимных произведений в графическом виде.

Пусть

$$a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & &\updownarrow\\\hline 3& &2\\\hline\end{array},\ b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline &\square& \\\hline 3& &2\\\hline\end{array},$$

$$ab=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline &\square&\downarrow\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array},\ ba=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline &\square&\uparrow\\\hline 3&\rightarrow&2\\\hline\end{array}.$$

Следовательно, двойной цикл при произведении матриц превращается в тройной цикл. Если элементы берутся в другом порядке, цикл меняет ориентацию.

Это обстоятельство интересно с точки зрения задач и теории управления: перемена мест объектов способна при их взаимодействии изменить ориентацию вектора вращения.

Симметричное произведение, с графической точки зрения, означает трансформацию пары циклов в один цикл:

$$(ab)a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline &\square&\downarrow\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & &\Updownarrow\\\hline 3& &2\\\hline\end{array}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & & \\\hline 3&\Leftrightarrow&2\\\hline\end{array},$$

$$a(ab)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline & &\Updownarrow\\\hline 3& &2\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline &\square&\downarrow\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline &\square\ \square& \\\hline 3& &2\\\hline\end{array}.$$

Его законы непонятны.

Мы знаем, что есть единая алгебра для произвольных элементов и произвольных операций умножения для этих элементов.

При рассмотрении всей системы отношений для 4 элементов мы моделируем их совокупностью перестановок значимых элементов в матрице, состоящей из 16 элементов.

По этой причине общее количество «виртуальных объектов» будет равно

$$C_{16}^{4} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 1820.$$

Принимая в качестве базовых объектов 4 предзаряда, мы исследуем Реальность, в которой из этих предзарядов могут быть сконструированы 1820 объектов. Принимая возможность применения к такой системе матриц 8 стандартных произведений, мы признаем богатые возможности физики тонкого мира. Однако у этого мира есть базис в форме проективной геометрии. Она образована 16 матрицами группы заполнения физических моделей, которые заданы с точностью до умножения на минус единицу. Этих матриц достаточно для конструирования элементов матричной алгебры размерности 4×4. По этой причине любое изделие «тонкой Реальности» сконструировано из элементов группы заполнения физической Реальности. Оно представляет собой некоторое «слово», составленное из «букв». Это слово физически содержательно, так как оно ассоциировано с системой предзарядов. Поскольку структура и свойства предзарядов могут быть разными, изделие всегда имеет спектр свойств. Он конкретен в конкретной ситуации и подчинен определенным законам поведения.

Элементы матричной алгебры могут применяться как составляющие логических операций, если деформировать матрицы группы заполнения, из которых они сконструированы. Изменение одного базового элемента этой группы, если оно «касается» системы других элементов, можно рассматривать как элемент базовой деформации, определенный с точностью до операций, действующих в анализируемом множестве.

Рассмотрение активных чисел, а также логических операций существенно расширяет возможности физического и психологического моделирования.

Связь релаксационных процессов со статистикой для теоретической психологии

Физики принимают пару статистик, соответствующих равновесным состояниям: для частиц с целым спином применяется статистика Бозе - Эйнштейна, для частиц с полуцелым спином применяется статистика Ферми-Дирака. Среднее число частиц в определенном энергетическом состоянии задается формулами

$$n_b = \frac{1}{\exp\phi_b - 1}, \phi_b = \frac{\varepsilon_b - \mu}{kT}, \quad n_f = \frac{1}{\exp\phi_f + 1}, \phi_f = \frac{\varepsilon_f - E_f}{kT}.$$

При рассмотрении задачи взаимодействия предзарядов мы обнаруживаем аналогию поведения конечной системы и статистической системы. Действительно, если принять модель парных «отношений» (в частности, характеристик, относящихся к столкновениям), то получаются мономиальные матрицы, которые мы ассоциируем с гравитационными предзарядами.

С одной стороны, они имеют аналогию с «окружностью» в топологическом смысле этого слова.

С другой стороны, они задаются мономиальными матрицами, которые есть элементы кручения, так как порождают единичную матрицу при некотором конечном количестве взаимных произведений.

С физической точки зрения им можно сопоставить вращение физического объекта. Для электромагнетизма и гравитации, это обстоятельство существенно. Если принять модель полного объединения объектов одного класса с элементами второго класса, мы приходим к матрицам в форме правых и левых идеалов по матричному произведению. Мы ассоциируем их с электрическими предзарядами. Они принципиально другие, так как не являются элементами кручения. В статистической физике принята аналогичная точка зрения, соответственно, для фермионов и бозонов.

По этой причине следует ожидать наличия аналогии между свойствами конечных систем и свойствами статистических систем.

Рассмотрим такую возможность.

При построении электродинамики движущихся сред без сингулярностей при скоростях, равных скорости света, за основу модели принято релаксационное уравнение для скорости, которая входит в материальные уравнения. Этот шаг был успешным и конструктивным.

На его основе рассмотрим вариант релаксационного уравнения для анализа статистических аспектов конечных систем. Зададим следующие величины: Z – количество допустимых мест для объектов, N_a – количество действующих объектов, N – количество вакантных мест для объектов. Пусть величина ξ характеризует энергетические свойства исследуемой совокупности. Проанализируем динамику изменения вакантных мест при наличии указанных величин.

Зададим её уравнением для безразмерных величин, которое аналогично уравнению для релаксации скоростей в электродинамике. Пусть

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}\right)=-P_a\left(\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}\right).$$

Имеем решение

$$\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}=A\exp(-P_a\xi).$$

Поэтому

$$N+N_a=\left(Z-\sigma N_a\right)A\exp(-P_a\xi)\to N_a\left(1+A\sigma\exp(-P_a\xi)\right)=Z\exp(-P_a\xi)-N.$$

Исследуем ситуацию, когда вакантных мест нет, полагая $N=0.$ Тогда среднее число частиц в определенном состоянии задается формулой

$$\frac{N_a}{Z}=\frac{1}{A^{-1}\exp\left(P_a\xi\right)+\sigma}=\overline{n}.$$

В таком варианте одна статистика может динамически преобразоваться в другую. Такой «переход» реализуется на «плоскости» с переменными A,σ. Для его описания требуются динамические уравнения. В частном случае модель содержит статистики Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака, которые соответствуют значениям параметров

$$A^{-1}=1,\sigma_1=-1,\sigma_2=1.$$

Такой подход направлен на реализацию концепции объединения электромагнетизма и гравитации, а также на описание свойств реальности, вытекающими из моделирования системы отношений.

Связи алгебраических уравнений и групп на сингулярной операции

Рассмотрим несколько примеров. Система нелинейных уравнений

$$\begin{aligned} &ab=c^2+c,\\ &a^2=a+bc,\\ &ac=b^2+b \end{aligned}$$

имеет решение $(000),(100),(0-10),(00-1)$. По алгоритму структурной сигнатуры ему можно сопоставить наборы матриц. В частности, получим

(000)	(100)	$(0-10)$	$(00-1)$
$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}$,

(000)	(100)	$(0-10)$	$(00-1)$
$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,

(000)	(100)	$(0-10)$	$(00-1)$
$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}$…

Наборы имеют разные свойства по другим произведениям. Они отличаются свойствами при матричном произведении.

Рассмотрим тройку матриц из последнего набора:

$$a=\begin{array}{|c|}\hline (000)\\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},b=\begin{array}{|c|}\hline (100)\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},c=\begin{array}{|c|}\hline (00-1)\\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}.$$

На матричном произведении они имеют такие свойства:

$$a^2=a,b^2=b,c^2=c,$$
$$ab=a,ba=b,$$
$$bc=cb=ac=ca=c.$$

Этот набор матриц есть полугруппа по матричному произведению. Поэтому полугруппы можно трактовать как решения систем нелинейных уравнений.

Решим обратную задачу: получим систему нелинейных алгебраических уравнений на основе анализа произведений элементов некоторого множества. Выберем, например, тройку элементов из первого набора:

$$a=\begin{array}{|c|}\hline (000)\\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},b=\begin{array}{|c|}\hline (100)\\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},c=\begin{array}{|c|}\hline (0-10)\\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}.$$

Получим *полугруппу* с единицей. Произведения элементов таковы:

$$a^2=a,b^2=b,c^2=c,$$
$$ab=ba=b,ac=ca=c,$$
$$bc=c,cb=b.$$

Мы можем рассматривать это множество в качестве решения системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}&a^2+b^2+c^2=a+b+c,\\&ab\cdot ba+ac\cdot ca-b^2-c^2=0,\\&cb\cdot bc-c=0.\end{aligned}$$

При другом объединении правил произведения получим другие системы нелинейных алгебраических уравнений. Одно решение получается из разных систем уравнений.

Объединим матрицы, по-другому распределив элементы в форме матриц мономиального типа.

Рассмотрим, например, выражение

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to 2\alpha + \beta.$$

С физической точки зрения мы выполнили несколько действий. На первом этапе произошло объединение трех матриц в одну. Этот шаг можно трактовать как взаимодействие, которое «склеило» объекты. На втором этапе произошло разделение этой системы с образованием пары свободных объектов и одного объекта мономиального типа. Причины и алгоритм такого механизма не раскрывается. Ясно только одно, что объекты «электрического типа» преобразовались в объекты «гравитационного типа». Изменения произошли за счет внутренних или внешних причин, обеспечивающих этот механизм. Естественно, что изменились законы, которым подчинена «пара» новых матриц. Они просты по сравнению с законами для исходных матриц.

Получим соотношения:

$$\alpha^2 = \beta^2 = \alpha, \alpha\beta = \beta\alpha = \beta.$$

Мы имеем *группу*, в которой элементы обратны себе (порождающие есть инволюции).

В этом варианте выполняется квадратичный закон «цветной косы»

$$(\alpha\beta\alpha)^2 = (\beta\alpha\beta)^2 .$$

Объекты как-бы «сплетены» друг с другом. Ситуация меняется при взаимном влиянии объектов друг на друга. Например, при взаимодействии пары объектов может получиться новая пара:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Посредством новых выражений отображено сближение значимых элементов в первой строке для пары разных объектов. Это обстоятельство можно интерпретировать как «взаимную симпатию», которая приблизила друг к другу значимые элементы первой строки. При таком подходе и попытках такой интерпретации группе присуще сохранение внутренних свойств объектов. Полугруппа, наоборот, учитывает изменения, обусловленные взаимным влиянием. Обратим внимание на свойства объектов, подчиненных логическим операциям.

Мы приняли ранее такой их набор:

A	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

,

E	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

,

F	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

,

B	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	3	4	1	2
4	2	1	4	3

,

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

,

D	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	4	3	2	1
4	3	4	1	2

.

Он реализован по структуре матриц нормальной подгруппы и смежных классов в группе перестановок из 4 элементов.

Анализ показал выполнение частных законов (не на всех элементах и не на всех логических операциях) вида

$$aab = baa,$$

$$aab = bba, baa = abb,$$

$$(aab)(baa) = (bba)(abb),$$

$$(aab)(bba) = (baa)(abb).$$

Следовательно, законы, которым подчинены объекты, зависят от того, какой логической операции они подчинены. Заметим, что логическая операция есть *операция выбора* в соответствии с внешними критериями объекта (например, его номером, хотя могут быть и другие параметры).

У таких операций «свои» законы, характеризующие подчинение системы объектов системе правил, которые не являются их внутренними правилами.

Начала проективной геометрии отношений

Проективная геометрия исследует свойства и приложения конечной системы точек, соединенных системой линий. Речь идет о модели конечной геометрии, характеризующейся системой постулатов. Конечное пространство проективной геометрии над полем вычетов по модулю p построил итальянец Фано в 1892 году. Поле вычетов, проанализированное им, имело набор из 7 точек в проективной геометрии размерности 2 и 13 точек в проективной геометрии размерности 3. Рассматриваемые поля являются частными случаями конечного поля, которое, согласно теореме Элиахима Мура, доказанной в 1893 году, есть поля Галуа. В 1905 году Джозеф Веддербёрн доказал, что любое конечное тело является полем.

Поля Галуа конструируются согласно его идее расширения известных полей на основе анализа неприводимых многочленов, имеющих порядок, равный степени анализируемого простого числа. Так, простому числу 2 ставятся в соответствие числа 0,1 с таблицей суммирования по модулю 2 и обычному произведения чисел:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}\,,\quad \begin{array}{|c|c|c|}\hline \times & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}\,.$$

Метод исследования, базирующийся на применении конечных полей такого типа, имеет истоки в работах Гаусса. Известно, что все конечные поля имеют порядок (количество базовых элементов) p^k. Простому числу 3 ставится в соответствие три числа 0,1,2 с таблицей суммирования и произведения по модулю 3:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline + & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}\,,\quad \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \times & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 0 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}\,.$$

Конечное поле порядка 2^2 конструируется на основе многочлена, неприводимого над полем $F_2(0,1)$ вида

$$f(x) = x^2 + x + 1.$$

Для него выполняются условия: $f(0) \neq 0, f(1) \neq 0$. Следуя идее Галуа, вводим воображаемый корень многочлена, требуя, чтобы

$$f(i) = i^2 + i + 1 = 0.$$

Отсюда следует выражение для квадрата воображаемого корня с учетом того факта, что в поле F_2 положительная единица равна единице с минусом. Поэтому

$$i^2 = i + 1.$$

Базовые числа поля F_{2^2} имеют вид

$$D = a + bi.$$

Числа a, b берутся из поля $F_2 \to 0,1$. Получим 4 элемента:

$$D_0 = 0 + 0i = 0, D_1 = 1 + 0i = 1, D_2 = 0 + 1i = i, D_3 = 1 + 1i = i + 1.$$

Согласно указанным условиям, на множестве D вводятся операции сложения и умножения. Получим

$$\left(a_1 + b_1 i\right) + \left(a_2 + b_2 i\right) = \left(a_1 + a_2\right) + \left(b_1 + b_2\right) i,$$
$$\left(a_1 + b_1 i\right)\left(a_2 + b_2 i\right) = \left(a_1 a_2 + b_1 b_2\right) + \left(a_1 b_2 + b_1 a_2 + b_1 b_2\right) i.$$

Аналогичные действия применяются при построении других конечных полей.

Аксиоматическое определение поля дано в 1910 году Эрнстом Стейницем.

О.Веблен, Н.Г. Басси в 1906 году предложили общий метод построения проективных геометрий размерности больше 2. Их отличительной чертой является рассмотрение равного числа «точек» P и «прямых» Q, задаваемое формулой

$$\Delta_n = P = Q = n^2 + n + 1.$$

Здесь число n есть размерность проективного пространства. Взятые в кавычки слова свидетельствуют о том, что у этих объектов нет аналогии с привычными для практики понятиями и образами непрерывной евклидовой геометрии.

К разряду простейших проективных пространств относят пространства размерности 2 и 3. Для них, соответственно, получим

$$\Delta_2 = 7, \Delta_3 = 13.$$

Их впервые исследовал Фано. «Пирамида» с окружностью, которую он предложил в качестве модели проективной геометрии размерности 2, приводится в большинстве учебников по проективной геометрии.

Приложений к физике эта модель не имела. Сравнительно недавно доказано, что при наделении «прямых» этой проективной плоскости ориентацией и при замене «точек» элементами базиса октониона «пирамида» Фано кодирует правила произведения этих элементов. Поскольку октонионы применяются в физике, мы получили косвенное подтверждение практической полезности проективной геометрии.

Алгебраический метод исследования проективных геометрий в 1943 году предложил М.Холл. Он развит Ширшовым А.И. и Никитиным А.А. В стандартной проективной геометрии выполняется теорема Дезарга. С алгебраической точки зрения ей соответствует условие ассоциативности для элементов данной геометрии. Проективная геометрия с нарушением дезарговости впервые сконструирована Муфанг при рассмотрении элементов геометрии, не подчиненных групповым условиям. В настоящее время известны и исследованы многие типы таких геометрий. Известны 3 недезарговых плоскости порядка 9: трансляций, сдвигов, а также плоскости Хьюза. Отдельное направление исследование ассоциировано с анализом групп коллинеаций: таких перестановок элементов, которые сохраняют инвариантность проективной геометрии. Его истоки можно найти в работах Андре 1955 года и Заппа 1957 года.

На первом этапе укажем аналогию сложения и умножения по модулю простых чисел со стандартным произведением матриц.

Для проективной геометрии размерности 2 получим соответствия

$\times$	$0 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$1 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
$0 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	0	1
$1 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	1	0

$\to$

$+F_2$	0	1
0	0	1
1	1	0

,

$+F_2$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\leftarrow$

$\times$	$0 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$1 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$0 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	0	0
$1 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	0	1

.

Указанные матрицы могут иметь любую конечную размерность. Это обстоятельство обеспечивает нам возможность анализа реальных физических изделий, состоящих из 2,3,4 и более базовых объектов разной природы, подчиненных указанной в матрицах системе отношений. Сложение и умножение чисел по модулю свидетельствует о специфике предлагаемой модели: она не учитывает возможного различия свойств и поведения физических объектов, индуцированного изменением числа базовых объектов.

Для проективной геометрии размерности 3 получим соответствия

$\times_b$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

$$: 0_b \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 0_b \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 0_b \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$+F_3$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

,

$\times_a$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

$$: 0_a \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 1_a \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2_a \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$\times F_3$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

.

Сложению и умножению чисел по модулю 3 соответствует пара матричных произведений. Заметим, что в таблицах применяются разные наборы матриц.

Физический подход к проективной геометрии генерирует **первую фундаментальную гипотезой**: *физические объекты могут иметь разные свойства по сложению и умножению.*

Другими словами, есть два типа фундаментальных взаимодействий, в которых участвуют физические объекты. Один тип взаимодействия ассоциирован с математической операцией сложения. Другой тип взаимодействия ассоциирован с математической операцией умножения. Объект имеет возможность участвовать в каждом таком взаимодействии. В одном взаимодействии он «показывает» одни свои свойства. В другом взаимодействии он показывает другие свои свойства.

Физический подход к проективной геометрии генерирует **вторую фундаментальную гипотезу**: *объекты разных размеров и разной структуры могут иметь аналогичные свойства.*

Проективные геометрии размерности 2,3 одинаково описывают свойства структурно «малых» и структурно «больших» физических объектов, не связывая их с отношениями между базовыми объектами, из которых они сконструированы.

Сказанные общие слова, хотя они представляют интерес, не приближают нас к реальным задачам физического моделирования.

Расчетные физические модели имеют матричное представление. *Конструктивные связи проективной геометрии с физикой* могут получиться лишь тогда, когда будет найден алгоритм сопоставления данной проективной геометрии некоторой физически содержательной системы матриц.

Укажем алгоритм сопоставления с проективной геометрией системы матриц.

Примем определение обобщенной проективной плоскости.

Обобщенной проективной плоскостью называется множество «точек» P и множество «прямых» L, некоторые элементы которых связаны отношением инцидентности с тремя аксиомами:

а) для любых двух разных «точек» существует хотя бы одна инцидентная им «прямая»,

б) для любых двух разных «прямых» существует хотя бы одна инцидентная им «точка»,

в) существуют хотя бы 4 «точки», любые 3 «точки» из которых не инцидентны одной «прямой»,

г) некоторой «прямой» проективной плоскости могут быть инцидентны точно $n+1$ «точек».

Отличие предлагаемого обобщения состоит в расширении стандартной модели проективной геометрии новыми «линиями» и «точками», приняв за основу базовую модель, в которой требуется единственность инцидентности. По сути физического подхода это требование означает некий учет внутренних степеней свободы «точек» и «линий».

Следуя работам Василькова В. И., исследуем и обобщим модель проективной плоскости размерности 2.

Рассмотрим два множества:

а) множество $P = \{A, B, C, D, E, F, G\}$ «точек»,

б) множество $L = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ «прямых».

Примем условия инцидентности:

$$a = \{A, B, D\}, g = \{B, C, E\}, f = \{C, D, F\}, e = \{D, E, G\}, d = \{E, F, A\}, c = \{F, G, B\}, b = \{G, A, C\}.$$

Им соответствует таблица инцидентности:

L/P	A	B	C	D	E	F	G
a	*	*		*			
b	*		*				*
c		*				*	*
d	*				*	*	
e				*	*		*
f			*	*		*	
g		*	*		*		

.

На её основе легко доказать выполнение всех 4 аксиом конечной проективной геометрии.

Дополним 7 точек еще одной точкой H, учитывая тот факт, что одна точка проективной плоскости «удалена на бесконечность». Такой подход соответствует интуитивно понятной и реализуемой эмпирически модели проективной плоскости. Её 7 «точек» ассоциированы с вершинами куба. Они соединены линиями с началом координат, рассматриваемым в качестве восьмой «точки» этого куба. Мы получаем модель пары квадратов, наложенных друг на друга согласно рис.8.

				$A, 1, \alpha$				
		$H, 4, \beta$			□	$B, 2, \beta$		
$G, 3, \alpha$					□	$\downarrow$		$C, 3, \alpha$
		$F, 2, \beta$				$D, 4, \beta$		
				$E, 1, \alpha$				

.

Рис.8. Система из 8 точек на евклидовой плоскости

Стрелками на этом рисунке указан первый вариант обобщенной инцидентности «точек» и «прямой». В нём отражено «замыкание» последней точки инцидентной системы на первую.

Вариант имеет три отображения: графическое, морфологическое, матричное:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & \to & 2 \\ \hline \uparrow & \square & \\ \hline 4 & & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} AB(C)DA \\ 12(3)41 \\ \alpha\beta\beta\alpha \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = e_2.$$

По этому алгоритму получим еще три соответствия аналогичного вида. Они генерируют матрицы

$$\begin{array}{c} BC(D)EB \\ 23(4)12 \\ \beta\alpha\alpha\beta \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = f_2, \quad \begin{array}{c} CD(E)FC \\ 34(1)23 \\ \alpha\beta\beta\alpha \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = e_1, \quad \begin{array}{c} DE(F)GD \\ 41(2)34 \\ \beta\alpha\alpha\beta \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = f_3.$$

Получены 4 матрицы группы перестановок.

Первый вариант замыкания инцидентности может быть «прочитан» в обратном порядке. Получим модель

$$\begin{array}{c} D(C)BAD \\ 4(3)214 \\ \beta\beta\alpha\beta \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = f_4.$$

Эти матрицы принадлежат смежному классу четверной группы Клейна. Мы рассматриваем в данном случае не просто перестановки, а систему замкнутых и по-разному ориентированных отношений между объектами. В рассматриваемом варианте пара «пренебрегает» соседом, но инцидентна с последующим объектом. В обратном «прочтении» объект «пренебрегает» соседом и имеет отношения с последующей парой. Фактически, мы изменили в проективной геометрии концепцию «прямой», заменив её циклами с ориентацией и номерами объектов. Номера объектов формально описывают их иерархию: одни объекты имеют высокий статус, а другие объекты имеют низкий статус. Такие отношения известны в практике людей.

Однако рассматриваемые варианты имеет только частное значение. Есть другие возможности в анализируемой системе. По этой причине требуются обобщения конечных геометрий, необходимо расширение модели, достаточное для описания полной системы отношений между объектами, которые мы называем «точками». Место «прямых» проективной плоскости могут и должны занять сложные системы отношений между объектами, которые по форме и сути не могут быть выражены моделью условной линии. Более того, сами «точки» и «линии» могут быть подчинены согласованным динамическим уравнениям.

Речь идет о необходимости, и, пожалуй, о потребности построения и анализа *динамической проективной геометрии*.

Выполним аналогичный расчет, двигаясь от точки A влево. Получим соответствия:

$$\begin{matrix} AH(G)FA \\ \alpha\beta\beta\alpha \\ 14(3)21 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = f_4, \quad \begin{matrix} HG(F)EH \\ \beta\alpha\alpha\beta \\ 43(2)14 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = e_4,$$

$$\begin{matrix} GF(E)DG \\ \alpha\beta\beta\alpha \\ 32(1)43 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = f_1, \quad \begin{matrix} FE(D)CF \\ \beta\alpha\alpha\beta \\ 21(4)32 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = e_3.$$

С моделью проективной геометрии ассоциирована система отношений между объектами. Она представлена «линиями» (связями»), а также «точками» (абстрактными образами объектов). Условие инцидентности, дополненное требованием её замыкания, достаточно для конструирования системы матриц. Так представлена *обобщенная инцидентность*.

Матричные произведения этой совокупности элементов генерируют четверную группу Клейна, образуя знакопеременную группу A_4.

Четверная группа Клейна в сочетании со знаковой группой генерирует пару кватернионов и тройку антикватернионов. Они достаточны для конструирования элементов матричной группы 4 порядка. На таких группах, в частности на кватернионах и антикватернионах моделируются все основные физические явления.

В частности, таковы модели электромагнетизма и физическая модель гравитации. Следовательно, проективную геометрию можно трактовать как средство для получения фундаментальных элементов физической теории. По понятным причинам проективная модель недостаточна для полного моделирования. Однако её возможности расширяются, если обобщить концепцию и алгоритмы проективной геометрии.

Заметим, что мы вправе теперь применять дополнительную, физическую интерпретацию проективной геометрии. Проективная геометрия выражает абстрактные, общие отношения между разными объектами. Проективная геометрия есть геометрия отношений для системы реальных объектов.

В первую очередь речь идет о системе аффинных отношений, когда «прямая» инцидентна паре «точек». Поскольку базовых точек 4, речь может идти о системе, в которой есть отношения одного типа.

Тогда из рис.9

		1		
	4		2	
3				3
	2		4	
		1		

.

Рис.9. Карта для аффинных отношений

следует система «аффинных отношений». Получим четверную группу Клейна:

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (1\leftrightarrow 1,2\leftrightarrow 2\ldots)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline (1\leftrightarrow 2,3\leftrightarrow 4)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (1\leftrightarrow 3,2\leftrightarrow 4)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (4\leftrightarrow 1,2\leftrightarrow 3)\\ \hline\end{array}.$$

Проективная геометрия порядка 2, допуская аффинную геометрию, *дублирует генерацию* четверной группы Клейна. Алгоритм дублирования имеет место в разных разделах математики и техники. Он установлен теперь в проективной геометрии.

Возможны «аффинные отношения» второго типа: когда в системе из 4 «точек» отношения инцидентности имеют только 2 точки. Тогда отношения задаются матрицами

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline (1,2,3\leftrightarrow 4)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (1,3,2\leftrightarrow 4)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (1,4,2\leftrightarrow 3)\\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (2,3,1\leftrightarrow 4)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (2,4,1\leftrightarrow 3)\\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (3,4,1\leftrightarrow 2)\\ \hline\end{array}.$$

Кроме этого есть еще два типа аффинных отношений «точек» в проективной геометрии.

Они задаются простыми и скрещенными циклами, утверждая инцидентность четырех точек. Назовем такой вариант обогащенной аффинной инцидентностью.

Конечно, все эти результаты можно рассматривать как анализ структуры подпространств отношений «точек» в проективном пространстве.

Инцидентность 4 точек в проективном пространстве задается структурами, которые имеют такие матричные представления:

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1\to 2\to 3\to 4\to 1) \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1\to 4\to 3\to 2\to 1) \\ \hline \end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1\to 3\to 4\to 2\to 1) \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1\to 2\to 4\to 3\to 1) \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1\to 3\to 2\to 4\to 1) \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline (1\to 4\to 2\to 3\to 1) \\ \hline \end{array}.$$

Общие выводы таковы:

а) проективная геометрия порядка 2 ассоциирована с физической моделью пары одинаковых базовых систем, состоящих из 4 объектов, способных иметь систему отношений,

б) полная система отношений в совокупности базовых объектов задается группой перестановок S_4 этих объектов,

в) система внутренней инцидентности проективного пространства размерности 2 ассоциирована со смежным классом четверной группы Клейна.

Примем **третью фундаментальную гипотезу**: *группа отношений для проективного пространства есть группа перестановок системы базовых элементов*.

Тогда группа отношений для «точек» проективного пространства размерности 3 будет задаваться, по аналогии с предыдущим случаем, группой перестановок из 7 элементов. В этом случае, естественно, будут «богаче» аффинные и обогащенные аффинные инцидентности.

Заметим, что в развиваемом подходе не уделено внимание свойствам «точек», равно как и их влиянию на инцидентности. Так не может и не должно быть в реальных задачах. Однако до настоящего времени не было инструментов для решения задач такого типа. Наличие группы перестановок в качестве математического двигателя для проективной геометрии меняет ситуацию. Мы вправе учесть тот факт, что в реальном мире есть разные объекты.

В проективной геометрии все «точки» как-бы одинаковы, равно как и «линии», которые им инцидентны. В реальности «точки» могут быть разными. В частности, они могут отличаться знаками. Тогда группа отношений будет выходить за пределы поля F_2, в котором $-1=1$. Фактически это условие означает отказ от учета знаков. При учете знаков группа перестановок расширяется до проективной группы с факторгруппой $Z_2=[-1,1]$. Мы получаем тогда возможность анализа системы «частиц» и «античастиц». Их связи, определяемые как инцидентности, тоже могут быть самыми разными.

На данной стадии ясно, что к первичным задачам теории конечных проективных геометрий относятся проблемы динамики системы инцидентностей при условии активного согласования «точек» и «линий». Задачи такого вида типичны для психологии отношений.

Заключение

С середины прошлого века неассоциативность относительно широко была применена в физике: теории поля, квантовой механике, классификации элементарных частиц и резонансов. Приложений к задачам психологии почти не было или они оставались незаметными.

С начала 21 века появилось много неассоциативных, некоммутативных математических моделей. Они нашли приложения не только в физике, но и в генетике, и в химии. Более широко эти модели начали применяться в решении психологических задач применительно к теории отношений.

В данной монографии предприняты попытки применения некоммутативных, неассоциативных моделей к решению фундаментальных задач психологии: описания системы отношений и их динамики, теоретического описания намерений и их следствий, нахождения функциональных условий равновесия в конечных системах типа семьи. Принципиально новой является концепция конформации. На ее основе описываются деформации ощущений, сплетение мнений, логическая трансформация поведения, аспекты эволюции отношений, глобальные и локальные системные ощущения, коррекция поведения в соответствии с функциональными законами, влияние управления на отношения в конечных системах.

Эти и другие задачи подготовили почву для конструирования новых расчетных моделей в психологии, имеющих аналогию с моделями, применяемыми в физике, химии, биологии.

Литература

1. Jordan P. Uber eine nichtassotiativer hyperkopleser Algebras. Gottigen Nacht. 1932, s. 569-575.

2. Jordan P. Gottigen Nacht. 1933, s. 209-275.

3. Jordan P. Z. Phys. 80, №5-6, 1933, s. 285-291.

4. Jordan P., von. Neuman J., Wigner S., On an algebraic generalisation of the guantum mechanical formalism. Ann. of Math. (USA) 35, №1, 1934, p. 29-64.

5. Gerstenhaber M., On the deformation of rings and algebras. Ann. of Math. (USA) 79, №1,1964, p. 59-103, Ann. of Math. (USA)84, №1,1966, p. 1-9, Ann. of Math. (USA) 88, №1,1968, p. 1-14.

6. Pais A., Remark on the algebra of interaction. Phys. Rev. Lett. 7, №7, 1961, p. 291-293.

7. Penney R., Octonions and isospin. Nuovo Cimento. B3, №1, 1967, p. 95-113.

8. Тодоров И., Формулировка октетной модели, включающей лишь электрические заряды. Докл. Болг. АН. 18, №3, 1965, с. 199-202.

9. Ыйглане Х., О некоторых возможных обобщениях понятия представления группы. Труды Института физики и астрономии АН ЭССР. 16Б 1961, с. 90-105.

10. Gursey F., Ramond P., Sikivie P., An universal gauge theory model based on E . Phys. Lett. 60B, №2, 1976, p. 177-180.

11. Birkhoff G., von Neuman J., The logic of guantum mechanics. Ann. of Math. (USA), 37,№4, 1965, p. 823-843.

12. Лыхмус Я., Соргсепп Л., Неассоциативные алгебры в физике. Препринты F-24, F-25. Тарту, 1985.

13. Галкин И.И. Квазигруппы. Алгебра, геометрия, топология. Т.26, М.: 1988, с. 3-44.

14. Куртгелаидзе Д.Ф. Введение в неассоциативную классическую теорию поля. Тбилиси: Мицниеребе, 1987.

15. Барыкин В.Н. Неассоциативность на комбинаторной операции. Мн.: «Ковчег», 2003, 234 с.

16. Барыкин В.Н. Модели сознаний и чувств. Мн.: «Ковчег», 2013, 279 с.

17. Барыкин В.Н. Новые математические операции. Мн.: «Ковчег», 2013, 279 с.

18. Барыкин В.Н. Физика и алгебра отношений. Мн.: «Ковчег», 2015, 308 с.

19. Барыкин В.Н. Геометрия и топология отношений. Мн.: «Ковчег», 2015, 312 с.

Научное издание

Барыкин Олег Викторович,
Барыкин Виктор Николаевич

Неассоциативная психология отношений

Подписано в печать 11.11.2017 г.
Формат 60х84$^{1/8}$.
Бумага офсетная. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 44,6. Уч.-изд. л. 11,76.
Тираж 99 экз. Заказ 303

ООО «Ковчег»
Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№1/381 от 1 июля 2014 г.
Пр. Независимости, 68-19, 220072 г. Минск.
Тел./факс: (917) 284 04 33
e-mail: kovcheg.info@tut.by

ISBN 978-985-7185-58-0
9 789857 185580