Введение

Фундаментальными фактами практики, многообразно и надежно подтвержденными теоретически и экспериментально, является структурность и активность Реальности.

Любое изделие структурно, состоит из других изделий, которые имеют свою структуру. Эта «цепочка» структур по современным данным имеет много уровней как в сторону больших размеров, так и в сторону малых размеров. На каждом уровне материи есть свои базовые объекты. Для удобства рассуждений примем точку зрения, что количество уровневых базовых объектов конечно. Между ними есть система отношений. Для моделирования указанных условий зададим структурность объектов системой матриц, размерность которых равна числу базовых объектов, а отношения между ними зададим совокупностью значимых элементов в этих матрицах. Физические свойства анализируемой совокупности будем задавать на этой основе, дополняя ее величинами и дифференциальными операторами.

Активность объектов принято задавать системой величин и операторов, управляющих ими.

Примем точку зрения, что расчетную модель можно назвать физической моделью лишь тогда, когда установлены структурные составляющие системы исследуемых объектов, а также их механические движения.

При этом немеханические движения одного уровня материи следует раскрывать на основе механических движений более глубокого уровня материи. Другими словами, следует стремиться к практике, базирующейся на *моделях трансфинитной механики.* Во всех случаях модель будет описывать согласованную систему уровней материи и отношения между ними. Этого не следует бояться. Так как трансфинитной объективной реальности следует поставить в соответствие субъективную и модельную трансфинитные реальности. Таков путь углубления и расширения практики с целью полного постижения реальности и установления совершенной гармонии с ней.

Отметим, что практика убеждает в наличии фундаментального свойства реальности: структуры объектов софистатны (взаимно трансфинитны) отношениям объектов, которые частично могут быть представлены математическими операциями. Физикам приятно называть отношения и операции словом взаимодействия. В этом нет ничего плохого, кроме неопределенности этого термина. Более корректно исследовать и применять на практике всю систему структур, отношений, операций. Функции можно рассматривать как алгебраические модели структур, отношений, операций.

Заметим, что трансфинитность реальности предполагает трансфинитность любого свойства и качества. Просто на практике мы довольствуемся некоторой выборкой из указанного полного набора, часто не понимая и не ощущая его грани и меру полноты. Так будет всегда в согласии с уровнем развития наших потребностей, а также средств и алгоритмов практики.

Определим *конформацию структур* как такую совокупность матриц, значимые элементы которых заполняют все места в матрице.

Пример структурной конформации представляет четверная группа Клейна: она задает для 4 базовых объектов систему отношений, которая заполняет все места в матрице. Понятно, что конформация становится функциональной только с приданием ей системы операций. Ассоциативные операции генерируют известным способом группы, моноиды, полугруппы, квазигруппы и другие математические объекты.

Определим эти же множества с неассоциативными операциями как негруппы, немоноиды, неполугруппы, неквазигруппы и т.д. Можно поступить иначе: называть конформации с ассоциативными операциями позитивными конформациями, а конформации с неассоциативными операциями негативными конформациями.

Так мы получим «числовую ось» для всей совокупности конформаций и структур. Если принять в расчет дополнительные свойства, мы переходим к гиперпространствам.

Оснащение системы матриц дополнительными элементами в форме величин и дифференциальных или интегральных операторов, в частности, элементами числового поля или кольца, генерирует *блоки* для элементов алгебр. Назовем блоки *функциональными конформациями.*

Суммирование функциональных конформаций генерирует элементы алгебры, необходимые и достаточные для конструирования расчетных физических моделей. Они реализуют себя в форме модулей – обобщений модели векторных пространств.

В силу указанной последовательности «конструкторских» действий для создания теории объектов и явлений *функциональные конформации* являются фундаментальными элементами физической теории. Величины, входящие в теорию, а также дифференциальные операторы могут быть представлены своими функциональными конформациями.

Алгоритм создания эффективных расчетных моделей при таком подходе выглядит так:

а) сконструировать для объектов и явлений систему структурных и функциональных конформаций, которые задают основу физической модели, а также её величины и операторы,

б) объединить полученные блоки в расчетную систему,

в) верифицировать возможности расчета объектов и явлений с данными и условиями экспериментов.

Этот алгоритм конструирования расчетных моделей изначально учитывает структурные свойства физической реальности в форме системы многоуровневых объектов, заданных матрицами, системы операций, учитывающих многообразие внутренних свойств объектов, а также связей с внешним миром и реакций на его воздействия.

Поэтому важно исследовать свойства структурных и функциональных конформаций, алгоритмы их введения в физическую модель, способы учета на этой основе аспектов динамики и деформации объектов и явлений.

Задача сводится к анализу разных систем матриц и разных операций для них, а также алгоритмов и возможностей конструирования на их основе структурных и функциональных конформаций для физической модели и физической модели в целом.

Физическая модель базируется на системе наблюдаемых, прямо или косвенно согласованных с измерительными устройствами. Но такой подход не исключает принципиально других законов, которые присущи исследуемым системам и не «подвласны» ни измерительным приборам, ни логике и практике исследователей. Поскольку это так, имеют смысл и значение расчетные модели, в которых пространства, величины, операторы ассоциированы не с измеряемыми величинами, а с *предполагаемыми величинами, операциями, конформациями* согласованно с логикой и практикой исследователя.

Предварительный анализ показал единую математическую структуру уравнений электродинамики и гравитации. Практика подтверждает единую физическую структуру материи, основанную на электромагнетизме и гравитации.

Эти и другие данные позволяют предположить, что модели Сознаний и Чувств в силу их фундаментальности могут быть аналогичны моделям Гравитации и Электромагнетизма. Принципиальное отличие моделей обнаруживается при сравнении обмена физическими телами и обмена информацией. При обмене тел они могут быть «ближе» к одному телу и «дальше» от другого. При обмене информацией информация может быть одинакова «близка» или «далека» для любой пары разных тел. С математической точки зрения это различие неплохо «укладывается» в концепцию ассоциативных и неассоциативных множеств. Принятие указанной версии означает необходимость наличия неассоциативных моделей, аналогичных ассоциативным моделям. Одним из вариантов реализации этой возможности может быть неассоциативное произведение величин и «конформаций», которые являются их носителями. Понятно, что пространства и дифференциальные операторы могут быть другими, отличающимися от «механических пространств» и операторов, действующих в них. Отличаться могут и величины, *расширяя спиноры* до матриц допустимой размерности.

Отличаться может также суммирование величин: например, его можно выполнить по модулю числа, характерного для данного множества объектов и их свойств.

Величины, дополняющие друг друга, могут быть соединены разными средствами. В частности, это соединение может быть обеспечено комплексными, дуальными, двойными числами.

Полная модель состоит из системы согласованных уравнений для Тел, Сознаний, Чувств.

Поскольку принимается система связей между величинами, дифференциальными операторами, конформациями, операциями, возможны разные аспекты выделения центрального, главного звена модели.

Поскольку не все данные о системе объектов получаются на основе эксперимента, в модели могут применяться «воображаемые» величины. Такую роль играли ранее калибровочные потенциалы в теории электромагнетизма. Через производные от них задавался тензор электромагнитного поля, доступный измерению.

Поскольку принимается идеология многоуровневой материи, любые модели пространств обязаны учитывать это условие. В частности, пространство для Сознаний и Чувств может быть самостоятельным пространством в форме аналога расслоенного пространства, базой которого является пространство-время. Однако не исключен и обратный вариант модели пространства, когда пространство-время является слоем расслоенного многообразия, базу которого образует пространство Чувств.

Пространство Чувств соединяет пространства физических Тел и пространства Сознаний. Поэтому оно естественно может быть базовым для физических тел, для соответствующих им пространства-времени и для пространств Сознаний.

Анализ показал и практика подтверждает, что есть всегда несколько алгоритмов получения решений в одной и той же расчетной модели. При этом «простые» решения не обязаны быть лучшими. В то же время сложные решения могут быть «недоступны» расчетной модели. И у расчетных моделей, и у решений может быть множество ростковых точек, правил, условий и алгоритмов их расширения и углубления. *Совокупность согласованных структур, проявляющих систему согласованных свойств – вот что такое любой объект физической Реальности.* Не всё и не всегда о нём известно, не всё и не всегда доступно для анализа и практики. По этой причине чаще всего некоторые заключения и выводы приходится делать на основе либо заведомо неполной или искаженной информации, либо на основе недостаточного алгоритма анализа этих данных.

Принимая софистатность расчетных моделей и решений, мы вправе получать разные расчетные модели для одного и того же решения. Так в простейшем случае реализуется трансфинитность расчетных моделей и их решений.

Практика убеждает в том, что у каждого объекта есть разные возможности. Есть также удивительно разнообразное сочетание структур и активностей. Принимая принцип софистатности структур и активностей, мы обнаруживаем фундаментальную ростковую точку любой теории. С одной стороны, в силу принятого правила трансфинитности, у каждой структуры много сторон и граней, по этой причине у нее есть много сторон и граней активности.

Структуры способны «удерживать» и генерировать активности. Активности способны генерировать и удерживать структуры.

Чем меньше обнаруженная и практикуемая активность, тем слабее представляет себя некоторая структура. Чем «мельче» структура, тем «мельче» и её активность.

Заметим, что не всегда правильно и не всегда выгодно максимальное проявление структур и активностей. Иногда скрытость сторон и свойств может быть надежнее и выгоднее для успеха.

Анализ может соответствовать плохо реализованной прекрасной идее, с другой стороны, может быть прекрасно реализована плохая идея. В творчестве неизбежно и то, и другое. Особенно, если истину приходится находить впервые и опираясь только на свои возможности. Отметим, что при прохождении такого пути через многие проблемы проходят близкие вам люди.

Иногда наиболее важен и ценен результат практики, иногда более полезен и конструктивен процесс поиска истины. Ведь обычно результаты соответствуют итогам пройденного сложного пути, итогам процесса.

Причины и истоки предлагаемой темы исследования

Из многочисленных данных следует, что структура и динамика любых объектов базируется на системе отношений между ними [1].

По этой причине есть необходимость разработать теорию отношений, которая будет достаточна для решения широкого круга задач. Речь идет не только о задачах математики, физики, химии, биологии. Важно моделировать социальные, экономические, психологические явления, описывать их динамику и эволюцию [2].

Для этого требуется моделировать Сознания и Чувства физических объектов и систем, изготовленных из них [3].

Теоретическая физика имеет математический облик [4]. Большинство задач в физике имеют представление в матричной форме. При этом матрицы подчинены стандартному матричному произведению в форме последовательного произведения каждой строки на каждый столбец. Указанные величины могут быть элементами, принадлежащими множеству с определенной «своей» структурой. Это могут быть векторы, элементы группы, элементы алгебры. В алгебре элемент, анализируемый по критерию ассоциативности, может иметь сложную «конструкцию», обусловленную структурой алгебры [5]. Операции, посредством которых оценивается ассоциативность, могут быть независимы от операций в алгебре, но могут быть также по-разному ассоциированы с ними. Ситуация становится более сложной, если, например, операции подчинены динамическим законам или, с другой стороны, они принадлежат системе операций, сложно согласованной с элементами исследуемого множества.

Заметим, что в большинстве физических теорий неассоциативность применяется и анализируется косвенно. Её стороны и свойства по этой причине кажутся второстепенными и иногда «ускользают» из поля зрения. Ситуация меняется, если анализ физических теорий дополняется алгоритмом их структурной деформации. В чём её сущность? Известно, что физические теории могут быть записаны в матричном виде. Таковы, в частности, модели механики жидкости, света, гравитации, неабелевых калибровочных полей [6]. Отметим, что в настоящее время почти нет работ, в которых систематически исследуются проблемы единого описания Тел, Сознаний, Чувств. Более того, это направление деятельности принято относить либо к некоторой «магии», либо интерпретировать как практически нецелесообразные. Авто придерживается точки зрения, что предлагаемые исследования приближают нас к тайнам мироздания и к возможностям гармонического существования в этом сложном мире.

В частности, в монографии [7] обоснована и проиллюстрирована многочисленными примерами точка зрения, что каждая физическая модель, с математической точки зрения, есть элемент некоторой алгебры. Указаны алгоритмы расширения расчетных моделей, базирующиеся на применении системы новых математических операций. В частности, анализ проводится на восьми мультипликативных операциях, а также на активных операциях суммирования с нарушением дистрибутивности. Указан единый вид физических моделей в рамках единой фундаментальной группы. Найдена и применена в задачах единая фундаментальная алгебра, справедливая при нарушении ассоциативности. Проанализированы новые механизмы взаимодействий, рассматриваемые как информационный обмен. Указаны возможности управления взаимодействиями на основе системы математических операций. Предложена модель геометрии с управлением. В монографии [8] рассмотрены проблемы единого описания физических и математических объектов и их свойств. Основу анализа составляет концепция отношений. Отношения введены как совокупность свойств изделий, ассоциированных с их структурой и активностью. Структуры анализируются в основном на модели системы матриц, которым сопоставляются реальные физические изделия, в частности, частицы света. Активности рассматриваются на основе реализации системы операций. Принята идеология динамики и эволюции структур и активностей. Теория отношений представлена в формальной, математической форме с истоками в стандартной математике. Она представлена также физическими моделями электромагнетизма, гравитации, системы динамик микромира. Обоснована гипотеза субъядерной структуры генетики, в частности, модель субъядерных кодонов. Указаны новые грани аффинной геометрии и проективной геометрии. Обоснованы возможности конструирования новых топологий, индуцированных динамикой и эволюцией структур и активностей.

Предлагаемая монография есть продолжение предыдущих исследований, сконцентрированная на получении законов для конечных систем. Вопросы согласованного описания Тел, Сознаний, Чувств в монографии только сформулированы и намечены.

Для их решения и практического применения требуется пройти большой логический и расчетный путь.

Иллюстрация принятой идеологии моделирования

Покажем истоки идеологии, указанной во введении, на примере уравнений электродинамики.

Используем модель четырехмерного плоского пространства-времени с координатами

$$x^1 = x\,,\ x^2 = y\,,\ x^3 = z\,,\ x^0 = ict\,.$$

Зададим для связи наблюдаемых величин два контрвариантных метрических тензора: $g^{kn} = diag(1,1,1,-1), r^{kn} = diag(1,1,1,1)$. Введем величины, соответствующие наблюдаемым значениям $\vec{E},\vec{B}$ в форме спиноров, объединив наблюдаемые на основе связующей единицы $i : i^2 = -1, 0, 1$:

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \Psi^* = \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \varphi = \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\varphi^* = \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Образуем носитель модели на основе конформаций согласно паре наборов матриц:

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, a_0 = E,$$

$$b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, b_0 = E.$$

Они имеют стандартные свойства кватернионов и задают, с точностью до матриц с противоположными знаками, *пару групп*.

При их взаимном произведении мы получим новую группу, в которой будет присутствовать тройка антикватернионов, достаточная для того, чтобы на их основе сконструировать физическую теорию гравитационного поля.

Стандартные дифференциальные уравнения электродинамики запишем в матричном виде, применяя стандартную процедуру суммирования:

$$g^{kn} a_k \partial_n \Psi^* + r^{kn} b_k \partial_n \Psi = 0 \, , r^{kn} a_k \partial_n \phi^* + g^{kn} b_k \partial_n \phi = \Phi \, .$$

Они содержат введенную выше пару четырехметрик. Здесь вторая система уравнений, представляющая тензор индукции электромагнитного поля, ассоциирована с токами и зарядами в форме величины

$$\Phi = \textit{столбец} \left(2\rho U_x , \, 2\rho U_y , \, 2\rho U_z , \, -2i\rho \right).$$

Уравнения Фарадея-Ампера задаются на основе указанных величин и конформаций в форме дифференциального $G -$модуля:

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_t\right\}\times$$

$$\times\begin{pmatrix}E_x-iB_x\\E_y-iB_y\\E_z-iB_z\\0\end{pmatrix}+\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}\partial_z+\right.$$

$$\left.+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_t\right\}\begin{pmatrix}E_x+iB_x\\E_y+iB_y\\E_z+iB_z\\0\end{pmatrix}=0$$

.

Выполним деформацию матриц A, B с целью применения их на материальных уравнениях электродинамики. Подчиним её правилу $\tilde{\xi}_i = wQ^{-1}\xi_i Q, Q = diag(1,1,1,w)$. Тогда связи между полями и индукциями получат вид:

$$i\mu\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}\frac{U_x}{c}+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}\frac{U_y}{c}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}\frac{U_z}{c}+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}(-i)\right\}\times$$

$$\times\begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix} - i\mu\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\frac{U_z}{c} +\right.$$

$$\left. + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}(i)\right\}\begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix} = w\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{U_y}{c} +\right.$$

$$\left. + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & w^{-1} & 0 \end{pmatrix}\frac{U_z}{c} + \frac{1}{w}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}(i)\right\}\begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + w\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{U_x}{c} +\right.$$

$$\left. + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & -w^{-1} & 0 \end{pmatrix}\frac{U_z}{c} + \frac{1}{w}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}(-i)\right\}\begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Выражения, которые стандартно применяются в электродинамике, вида

$$\Psi_1 = E_x + iB_x = \frac{1}{c}\frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} + i\frac{\partial A_z}{\partial y} - i\frac{\partial A_y}{\partial z}, \ldots,$$

$$\Psi_1^* = E_x - iB_x = \frac{1}{c}\frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} - i\frac{\partial A_z}{\partial y} + i\frac{\partial A_y}{\partial z}, \ldots$$

также имеют матричное представление на основе кватернионов, обеспечивая математическое единство величин и дифференциальных уравнений:

$$\begin{pmatrix} -\partial_\tau & -i\partial_z & i\partial_y & -i\partial_x \\ i\partial_z & -\partial_\tau & -i\partial_x & -i\partial_y \\ -i\partial_y & i\partial_x & -\partial_\tau & -i\partial_z \\ i\partial_x & i\partial_y & i\partial_z & -\partial_\tau \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ -i\varphi \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -\partial_\tau & i\partial_z & -i\partial_y & -i\partial_x \\ -i\partial_z & -\partial_\tau & i\partial_x & -i\partial_y \\ i\partial_y & -i\partial_x & -\partial_\tau & -i\partial_z \\ i\partial_x & i\partial_y & i\partial_z & -\partial_\tau \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ -i\varphi \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \Psi_1^{\circ} \\ \Psi_2^* \\ \Psi_3^* \\ \Psi_0^* \end{pmatrix}.$$

С математической точки зрения запись уравнений обобщенной электродинамики Максвелла в матричном виде проста и естественна. Принципиально новым моментом является только возможность представления уравнений на паре групп. Все элементы моделирования, представленные во введении, соответствуют стандартной теории и привычной практике.

Построим модель массодинамики (гравитации) в форме уравнений, заданных конформациями, которые ассоциированы с антикватернионами.

Используем аналогию с электродинамикой. Для этого, во-первых, введём через новые четырехпотенциалы $A_n(\mu)$ аналоги «электрических» $\vec{L} \approx \vec{E}$ и «магнитных» $\vec{K} \approx \vec{B}$» полей. Во-вторых, используем в качестве исходного шага уравнения для $\vec{L}, \vec{K}$ на паре антикватернионов (учитывая тот факт, что спинорная электродинамика построена в форме линейных уравнений на паре кватернионов). Рассмотрим в качестве начального шага уравнения $r^{ij} f_i \partial_j \phi^* + g^{ij} e_i \partial_j \phi = s.$ Здесь

$$r^{ij} = diag(1,1,1,-1), g^{ij} = diag(1,1,1,1),$$

$$\partial_1 = \partial_x, \partial_2 = \partial_y, \partial_3 = \partial_z, \partial_0 = \pm i c_g \partial_t.$$

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\frac{i}{c_g}\partial_t\right\}\begin{pmatrix}L_x-iK_x\\L_y-iK_y\\L_z-iK_z\\L_0-iK_0\end{pmatrix}+$$

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\frac{(-i)}{c_g}\partial_t\right\}\begin{pmatrix}L_x+iK_x\\L_y+iK_y\\L_z+iK_z\\L_0+iK_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}s_x\\s_y\\s_z\\s_0\end{pmatrix}.$$

Отсюда следуют векторные уравнения

$$-\partial_x\left(L_0-iK_0\right)+\partial_y\left(L_z-iK_z\right)+\partial_z\left(L_y-iK_y\right)+\frac{i}{c_g}\partial_t\left(L_x-iK_x\right)+$$

$$+\partial_x\left(L_0+iK_0\right)+\partial_y\left(L_z+iK_z\right)+\partial_z\left(L_y+iK_y\right)-\frac{i}{c_g}\partial_t\left(L_x+iK_x\right)=s_x,$$

$$\partial_x\left(L_z-iK_z\right)-\partial_y\left(L_0-iK_0\right)+\partial_z\left(L_x-iK_x\right)+\frac{i}{c_g}\partial_t\left(L_y-iK_{yx}\right)+$$

$$+\partial_x\left(L_z+iK_z\right)+\partial_y\left(L_0+iK_0\right)+\partial_z\left(L_x+iK_x\right)-\frac{i}{c_g}\partial_t\left(L_y+iK_y\right)=s_y,$$

$$\partial_x\left(L_y-iK_y\right)+\partial_y\left(L_x-iK_x\right)-\partial_z\left(L_0-iK_0\right)+\frac{i}{c_g}\partial_t\left(L_z-iK_z\right)+$$

$$+\partial_x\left(L_y+iK_y\right)+\partial_y\left(L_x+iK_x\right)+\partial_z\left(L_0+iK_0\right)-\frac{i}{c_g}\partial_t\left(L_z+iK_z\right)=s_z,$$

$$-\partial_x\left(L_x-iK_x\right)-\partial_y\left(L_y-iK_y\right)-\partial_z\left(L_z-iK_z\right)+\frac{i}{c_g}\partial_t\left(L_0-iK_0\right)+$$

$$+\partial_x\left(L_x+iK_x\right)+\partial_y\left(L_y+iK_y\right)+\partial_z\left(L_z+iK_z\right)-\frac{i}{c_g}\partial_t\left(L_0+iK_0\right)=s_0.$$

Их можно записать в иной форме:

$$\partial_y L_z+\partial_z L_y+\frac{1}{c_g}\partial_t K_x=-i\partial_x K_0+s_x, \partial_x L_z+\partial_z L_x+\frac{1}{c_g}\partial_t K_y=-i\partial_y K_0+s_y,$$

$$\partial_x L_y+\partial_y L_x+\frac{1}{c_g}\partial_t K_z=-i\partial_z K_0+s_z, \partial_x K_x+\partial_y K_y+\partial_z K_z=\frac{i}{c_g}K_0+s_0.$$

Введем дифференциальный оператор:

$$rat\vec{L}=\left\{\begin{matrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \partial_x & \partial_y & \partial_z\\ L_x & L_y & L_z\end{matrix}\right\}=\vec{i}\left(\partial_y L_z+\partial_z L_y\right)+\vec{j}\left(\partial_x L_z+\partial_z L_x\right)+\vec{k}\left(\partial_x L_y+\partial_y L_x\right).$$

Он позволяет записать предложенные уравнения массодинамики в векторном виде, формально аналогичном уравнениям электродинамики Максвелла:

$$rat\vec{L}=-\frac{1}{c_g}\partial_t\vec{K}-igradK_0+\vec{s}, div\vec{K}=\frac{i}{c_g}K_0+s_0.$$

При использовании оператора времени $\partial_0=ic_g\partial_t$ мы получим уравнения

$$rat\vec{L} = \frac{1}{c_g}\partial_t \vec{K} - igradK_0 + \vec{s}, div\vec{K} = -\frac{i}{c_g}K_0 + s_0.$$

Чтобы достичь большего сходства с электродинамикой, рассмотрим частный случай с $K_0 = const = 0, \vec{s} = 0, s_0 = 0$.

Получим уравнения

$$rat\vec{L} = \mp\frac{1}{c_g}\partial_t \vec{K}, div\vec{K} = 0.$$

В электродинамике в силу антисимметричности тензоров для полей и индукций у них отсутствуют диагональные элементы. Для симметричного тензора массодинамики их нужно как-то учесть. Используем для этого третий антикватернион, образующий подгруппу диагональных матриц Картана c^i в группе $SL(4,C)$. Будем рассматривать диагональные элементы симметричных тензоров независимо. Для этого используем проекционные матрицы:

$$\Pi^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Pi^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Pi^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Pi^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Они сконструированы из матриц Картана $c^i, i = 0,1,2,3$:

$$\Pi^1 = 0,25\left(c_0 + c^1 + c^2 + c^3\right), \Pi^2 = 0,25\left(c_0 - c^1 + c^2 - c^3\right),$$
$$\Pi^1 = 0,25\left(c_0 + c^1 - c^2 - c^3\right), \Pi^0 = 0,25\left(c_0 - c^1 - c^2 + c^3\right).$$

Их можно записать в виде формул:

$$\Pi^k = \xi_{ij}\left(k\right)c^i c^j, \xi_{ij}\left(k\right) \Rightarrow c^k.$$

Здесь

$$c^0 = E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, c^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, c^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, c^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Применим их таким образом, чтобы система дифференциальных уравнения допускала «волновые» уравнения для четырехпотенциала массодинамики $A_n\left(\mu\right)$. Рассмотрим *дополнение* предыдущих уравнений новыми слагаемыми:

$$r^{ij} f_i \partial_j \phi^* + g^{ij} e_i \partial_j \phi + 2\Pi^i \Pi^j \partial_i \partial_j A\left(\mu\right) = s, A = column(A_1, A_2, A_3, A_0).$$

Пусть также, по аналогии с электродинамикой, $K_0 = L_0 = 0.$ Получим уравнения вида

$$rat\vec{L} = \mp \frac{1}{c_g} \partial_t \vec{K} - 2grad^2 \vec{A} + \vec{s}, div\vec{K} = \pm \frac{2}{c^2{}_g} \frac{\partial A_0}{\partial t} + s_0.$$

Здесь использован оператор

$$grad^2 \vec{A} = \vec{i}\,\partial_x^2 A_x + \vec{j}\partial_y^2 A_y + \vec{k}\partial_z^2 A_z.$$

Уравнения построены с использованием двух новых дифференциальных операторов:

$$rat\vec{L}, grad^2 \vec{A}.$$

Их нет в электродинамике, они не использовались в других разделах физики. Мы получаем качественно новую физическую модель:

$$\partial_y L_z + \partial_z L_y \pm \frac{1}{c_g}\partial_t K_x = -2\partial^2{}_x A_x + s_x, \partial_x L_z + \partial_z L_x \pm \frac{1}{c_g}\partial_t K_y = -2\partial^2{}_y A_y + s_y,$$

$$\partial_x L_y + \partial_y L_x \pm \frac{1}{c_g}\partial_t K_z = -2\partial^2{}_z A_z + s_z, \partial_x K_x + \partial_y K_y + \partial_z K_z = s_0.$$

Проанализируем структуру полученной модели. В декартовой системе координат введём симметричный тензор (он не связан пока с известными теориями гравитации):

$$\phi_{kl}\left(\mu\right) = \partial_k A_l\left(\mu\right) + \partial_l A_k\left(\mu\right).$$

Запишем его в матричном виде:

$$\phi_{ij}\left(\mu\right) = \begin{pmatrix} 2\partial_x A_x & \partial_x A_y + \partial_y A_x & \partial_x A_z + \partial_z A_x & \partial_x A_0 + \partial_0 A_x \\ \partial_x A_y + \partial_y A_x & 2\partial_y A_y & \partial_y A_z + \partial_z A_y & \partial_y A_0 + \partial_0 A_y \\ \partial_x A_z + \partial_z A_x & \partial_y A_z + \partial_z A_y & 2\partial_z A_z & \partial_z A_0 + \partial_0 A_z \\ \partial_x A_0 + \partial_0 A_x & \partial_y A_0 + \partial_0 A_y & \partial_z A_0 + \partial_0 A_z & 2\partial_0 A_0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} L^{11} & L_z & L_y & K_x \\ L_z & L^{22} & L_x & K_y \\ L_y & L_x & L^{33} & K_z \\ K_x & K_y & K_z & L^{00} \end{pmatrix}.$$

Введённые выше дифференциальные уравнения, которые претендуют на роль уравнений массодинамики, могут быть записаны через четырёхпотенциал.

Так, например, из условия

$$\partial_y L_z + \partial_z L_y \pm \frac{1}{c}\partial_t K_x = -2\partial_x^2 A_x + s_x$$

следует уравнение

$$\partial_x\left(2\partial_x A_x\right)+\partial_y\left(\partial_x A_y+\partial_y A_x\right)+\partial_z\left(\partial_x A_z+\partial_z A_x\right)\pm\partial_0\left(\partial_x A_0+\partial_0 A_x\right)=s_x.$$

Из полной системы векторных уравнений, предлагаемых для описания гравитации, получим систему уравнений для четырёхпотенциала:

$$\nabla^2 A_x \pm {\partial_0}^2 A_x + \partial_x\left(div\vec{A}\pm\partial_0 A_0\right)=s_x, \nabla^2 A_y \pm {\partial_0}^2 A_y + \partial_y\left(div\vec{A}\pm\partial_0 A_0\right)=s_y,$$

$$\nabla^2 A_z \pm {\partial_0}^2 A_z + \partial_z\left(div\vec{A}\mp\partial_0 A_0\right)=s_z, \nabla^2 A_0 \pm {\partial_0}^2 A_0 + \partial_0\left(div\vec{A}\pm\partial_0 A_0\right)=s_0.$$

Примем калибровочное условие

$$div\vec{A}\pm\partial_0 A_0 = const = 0.$$

Компоненты четырехпотенциала массодинамики подчинены «волновому» уравнению

$$\nabla^2 A_n\left(\mu\right)\pm{\partial_0}^2 A_n\left(\mu\right)=s_n, n=1,2,3,0.$$

Заметим, что для четырехметрики

$$\Gamma^{ij}\Rightarrow(\gamma^{ij}\left(1\right)=diag\left(1,1,1,1\right),\gamma^{ij}\left(-1\right)=diag\left(1,1,1,-1\right))$$

динамические уравнения массодинамики имеют тензорный вид:

$$\Gamma^{kl}\partial_k\partial_l A_n\left(\mu\right)=s_n,$$

$$\Gamma^{kl}\partial_k A_l = 0.$$

Такова простейшая возможность ожидаемого описания гравитации симметричным тензором, зависимым от четырёхпотенциала $A_n(\mu)$. Мы убедились в алгебраической и математической аналогии массодинамики и электродинамики. Обе модели задаются на основе своих четырёхпотенциалов $A_n(q), A_n(\mu)$.

Антисимметричные и симметричные тензоры образуются из них по аналогичному закону. Уравнения записаны в спинорной форме на одной и той же группе заполнения. Однако, так как в рассматриваемых моделях используются разные дифференциальные операторы, мы пришли пока только к формальной аналогии.

Есть более простая возможность вывода полученных формул**.** Усилим тезис о единстве электромагнитного и гравитационного полей. Будем исходить из уравнений, решения которых допускают такую возможность. Они имеют вид

$$\partial_k \partial_l \varphi_{ps} - \partial_l \partial_p \varphi_{sk} + \partial_p \partial_s \varphi_{kl} - \partial_s \partial_k \varphi_{lp} = \partial_{(k} \partial_l \varphi_{ps)} = 0.$$

Их решением, в частности, является как симметричный тензор

$$\phi_{kl}(\mu) = \partial_k A_l(\mu) + \partial_l A_k(\mu),$$

так и антисимметричный тензор

$$\varphi_{kl}(\mu) = \partial_k A_l(\mu) - \partial_l A_k(\mu).$$

Эта система уравнений может быть выведена из электродинамики. Свет через свои свойства показывает гравитацию. Но это могут быть также гравитационные свойства света. Впервые есть система уравнений, допускающая решения как в форме симметричного, так и антисимметричного тензоров. Возможна также их суперпозиция с постоянными коэффициентами. Введем тензорную плотность по четырёхмерной метрике Евклида

$$\tilde{\phi}^{ij} = \tilde{\sigma}\gamma^{ik}\gamma^{jl}\phi_{kl}.$$

Уравнения

$$\partial_i\tilde{\phi}^{ij} = \tilde{s}^j$$

можно трактовать как закон сохранения для рассматриваемой тензорной плотности, помеченной знаком тильда. Тогда, используя введенные ранее обозначения, получим

$$\partial_x\left(2\partial_x A_x\right)+\partial_y\left(\partial_x A_y+\partial_y A_x\right)+\partial_z\left(\partial_x A_z+\partial_z A_x\right)+\partial_0\left(\partial_x A_0+\partial_0 A_x\right)=s_x \ldots \Rightarrow$$

Полная система уравнений совпадёт с векторными уравнениями массодинамики, указанными выше, если

$$K_0 = 0, \ \partial_0 = -ic_g\partial_t .$$

Следовательно, одни и те же простейшие уравнения массодинамики можно получить разными способами. Заметим, что «электрический» вектор массодинамики построен из уравнений для четырехпотенциала массодинамики по аналогии с «магнитным» вектором электродинамики.

К объединению электромагнетизма и гравитации

В настоящее время известно несколько вариантов объединения электромагнетизма и гравитации. Ни один из них не обеспечил возможности физического, структурного подхода к гравитации и не стимулировал построение структурной модели света. Идея объединения выдвинута Эйнштейном в качестве фундаментальной задачи. Пятимерную модель искомого объединения предложил Калуца. Она не оправдала надежды исследователей. В рассматриваемом нами случае электромагнетизм и гравитация задаются тензорами. Более того, теория гравитационного поля «нашла» свои истоки в электродинамике. Если же исходить из уравнений для гравитации, из них можно получить уравнения электродинамики.

Напомним математическую структуру электродинамики Фарадея-Ампера. Уравнения

$$\partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km} = 0, F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m$$

для тензора электромагнитного поля

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}$$

имеют векторный вид:

$$\partial_1 F_{23} + \partial_2 F_{31} + \partial_3 F_{12} = 0 \Rightarrow \partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0,$$

$$\partial_2 F_{30} + \partial_3 F_{02} + \partial_0 F_{23} = 0 \Rightarrow (-i)\left(\partial_y E_z - \partial_z E_y + \frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t}\right),$$

$$\partial_3 F_{01} + \partial_0 F_{13} + \partial_1 F_{30} = 0 \Rightarrow i\left(\partial_z E_x - \partial_x E_z + \frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t}\right),$$

$$\partial_0 F_{12} + \partial_1 F_{20} + \partial_2 F_{01} = 0 \Rightarrow (-i)\left(\partial_x E_y - \partial_y E_x + \frac{1}{c}\frac{\partial B_z}{\partial t}\right).$$

Они соответствуют выборке тройки несовпадающих индексов из четверки индексов. При построении модели, способной совместно описывать электромагнитное и гравитационное поле, будем использовать не только математическую, но и физическую аналогию гравитации с электромагнетизмом. С одной стороны, такая задача естественна для объектов, у которых есть как электрический, так и гравитационный заряд. В такой роли выступают, в частности, электрон и протон. С другой стороны, мы получаем предпосылки для анализа поведения предзарядов, из которых образованы частицы света, так как, согласно ранее принятой гипотезе, электрические и гравитационные предзаряды по-разному изготовлены из одних и тех же ориентированных струн. Покажем, что возможность искомого объединения следует из электродинамики.

Рассмотрим уравнения Фарадея-Ампера:

$$Q_{kmn} = \partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km} = 0 = \partial_{[k} F_{mn]}.$$

Так как $F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m$, получим

$$\partial_k\left(\partial_m A_n - \partial_n A_m\right) + \partial_m\left(\partial_n A_k - \partial_k A_n\right) + \partial_n\left(\partial_k A_m - \partial_m A_k\right) \equiv 0.$$

Продифференцируем эти уравнения по производным с индексом, дополнительным тем индексам, по которым проводился цикл. Дополним их слагаемыми, сумма которых равна нулю:

$$\partial_l(\partial_k\left(\partial_m A_n - \partial_n A_m\right) + \partial_m\left(\partial_n A_k - \partial_k A_n\right) + \partial_n\left(\partial_k A_m - \partial_m A_k\right)) + \partial_k\partial_m\partial_n A_l - \partial_k\partial_m\partial_n A_l \equiv 0.$$

$$\partial_k\partial_m\left(\partial_n A_l - \partial_l A_n\right) + \partial_m\partial_n\left(\partial_l A_k - \partial_k A_l\right) + \partial_n\partial_l\left(\partial_k A_m - \partial_m A_k\right) + \partial_l\partial_k\left(\partial_m A_n - \partial_n A_m\right) \equiv 0.$$

Получим систему циклических уравнений

$$\partial_k\partial_m F_{nl} + \partial_m\partial_n F_{lk} + \partial_n\partial_l F_{km} + \partial_l\partial_k F_{mn} = 0.$$

Переставим индексы в этих уравнениях, учитывая, что тензор, описывающий электромагнитное поле, антисимметричен. Получим систему уравнений

$$\partial_m(\partial_k \Phi_{nl} - \partial_n \Phi_{kl}) + \partial_l(\partial_n \Phi_{km} - \partial_k \Phi_{nm}) = 0.$$

Подставим в неё выражение для симметричного тензора, который предлагается использовать в качестве тензора напряжений гравитационного поля в тензорной теории гравитации, названной массодинамикой $G_{mn} = \partial_m B_n + \partial_n B_m$. Получим тождество

$$\partial_m(\partial_k(\partial_n B_l + \partial_l B_n) - \partial_n((\partial_k B_l + \partial_l B_k)) + \partial_l(\partial_n(\partial_k B_m + \partial_m B_k) - \partial_k(\partial_n B_m + \partial_m B_n)) \equiv 0.$$

Рассматриваемая система уравнений в качестве решений даёт не только не только антисимметричный $F_{mn}(q,q)$, но и симметричный $F_{mn}(q,\mu)$ тензоры напряженности электромагнитного поля. Аналогично есть решения для антисимметричного $F_{mn}(\mu,q)$ и симметричного $F_{mn}(\mu,\mu)$ гравитационного поля. Решение, учитывающее все указанные возможности, имеет вид

$$\Phi_{mn} = \vec{i}\,\alpha F_{mn}(q,q) + \vec{j}\beta F_{mn}(q,\mu) + \vec{k}\gamma F_{mn}(\mu,q) + \vec{l}\,\delta F_{mn}(\mu,\mu).$$

Решение в форме суперпозиции симметричных и антисимметричных тензоров напряженности как электромагнитного, так и гравитационного полей является качественно новой чертой, данной системы уравнений.

Мы имеем дело с системой дифференциальных уравнений третьего порядка для пары четырехпотенциалов, посредством которых задаются симметричные и антисимметричные тензоры электромагнитного и гравитационного полей. Получена система единых уравнений, пригодную для совместного описания электромагнитного и гравитационного полей. Эти поля заданы соответственно антисимметричным и симметричным тензорами. Анализируемый случай близок к идеологии, сложившейся в структурной модели света. В ней введены четыре базовых объекта: пара электрических и пара гравитационных предзарядов. По этой причине при описании света требуется описывать согласованную систему, учитывающую слагаемые, относящиеся к электрическому и гравитационному предзарядам.

Рассмотрим несколько другую возможность, согласующуюся с электродинамикой Максвелла. Пусть

$$\partial_l\left(\partial_k F_{mn}+\partial_m F_{nk}+\partial_n F_{km}\right)-\partial_m\left(\partial_k F_{nl}+\partial_n F_{lk}+\partial_l F_{kn}\right)=0.$$

Преобразуем систему уравнений к новому виду, изменив индексы:

$$\partial_l\left(\partial_k F_{mn}+\partial_m F_{nk}-\partial_n F_{mk}\right)=\partial_m\left(\partial_k F_{nl}-\partial_n F_{kl}+\partial_l F_{kn}\right).$$

Прямой подстановкой легко проверяется факт, что эти уравнения дают решения в форме симметричного тензора:

$$\partial_l\left(\partial_k\left(\partial_m A_n+\partial_n A_m\right)+\partial_m\left(\partial_n A_k+\partial_k A_n\right)-\partial_n\left(\partial_m A_k+\partial_k A_m\right)\right)=$$

$$=\partial_m\left(\partial_k\left(\partial_n A_l+\partial_l A_n\right)-\partial_n\left(\partial_k A_l+\partial_l A_k\right)+\partial_l\left(\partial_n A_k+\partial_k A_n\right)\right).$$

По этой причине они задают также решения в форме суперпозиции симметричного и антисимметричного тензоров. Следовательно, нам теперь известны две системы уравнений, которые порождают как электромагнитное, так и гравитационное поле, а также их суперпозицию. Они аналогичны друг другу, хотя имеют разный вид:

$$\partial_l\left(\partial_n \Phi_{km}-\partial_k \Phi_{nm}\right)+\partial_m\left(\partial_k \Phi_{nl}-\partial_n \Phi_{kl}\right)=0,$$

$$\partial_l\left(\partial_k Q_{mn}+\partial_m Q_{nk}-\partial_n Q_{mk}\right)=\partial_m\left(\partial_k Q_{nl}-\partial_n Q_{kl}+\partial_l Q_{kn}\right).$$

Их решения таковы

$$\Phi_{mn}=\vec{i}a_1 F_{mn}\left(q,q\right)+\vec{j}b_1 F\left(q,\mu\right)+\vec{k}c_1 F_{mn}\left(\mu,q\right)+\vec{l}d_1 F_{mn}\left(\mu,\mu\right),$$

$$Q_{mn}=\vec{i}a_2 F_{mn}\left(q,q\right)+\vec{j}b_2 F\left(q,\mu\right)+\vec{k}c_2 F_{mn}\left(\mu,q\right)+\vec{l}d_2 F_{mn}\left(\mu,\mu\right).$$

Данная пара систем уравнений следует из возможности разного объединения уравнений электродинамики, используя для этого знак плюс или минус. Для уравнений Фарадея-Ампера, задающих динамику электромагнитных полей, справедливы равенства

$$\partial_l\left(\partial_k F_{mn}+\partial_m F_{nk}+\partial_n F_{km}\right)+\partial_m\left(\partial_k F_{nl}+\partial_n F_{lk}+\partial_l F_{kn}\right)=0,$$

$$\partial_l\left(\partial_k F_{mn}+\partial_m F_{nk}+\partial_n F_{km}\right)-\partial_m\left(\partial_k F_{nl}+\partial_n F_{lk}+\partial_l F_{kn}\right)=0.$$

Модели на вспомогательных конформациях

Разобравшись с тем, что доступно измерениям, мы можем переходить к тому, что измерению недоступно или искажается измерениями, не допуская авторитарной абсолютизации достигнутых истин и творчески реализуя трансфинитные аналогии. Следуя по новому пути, требуется проанализировать возможности конформаций на воображаемых или известных величинах. Если мы работаем с известными величинами и новой конформацией для них, можно ожидать, что «воображаемые» уравнения задают скрытые свойства известных величин.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть электрический вектор электромагнитного поля подчинен системе уравнений, ассоциированных с вспомогательной конформацией:

$$\left\{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix}E_x\\E_y\\E_z\\0\end{pmatrix}=0.$$

Конформация получена из исходной матрицы, указанной на первом месте, на основе действия перестановок значимых элементов первой и третьей строк вправо на одно место, а в оставшихся строках аналогичные перестановки выполнены влево.

Дифференциальные уравнения таковы:

$$\partial_x E_y + \partial_y E_z + \partial_\tau E_x = 0,$$
$$\partial_x E_z + \partial_y E_y + \partial_z E_x = 0,$$
$$\partial_x E_x + \partial_z E_z + \partial_\tau E_y = 0,$$
$$\partial_y E_x + \partial_z E_y + \partial_\tau E_z = 0.$$

Поскольку конформации в данном случае заданы с точностью до знаков, возможна модификация второго уравнения к виду

$$(rot\vec{E})_y + \partial_y E_y = \partial_x E_z - \partial_z E_x + \partial_y E_y = 0.$$

В таком варианте есть ответ на важнейший вопрос: почему частицы света вращаются при движении? Суть дела в том, что при движении происходит изменение компоненты вектора по анализируемой координате, частица света набирает энергию.

Некоторые результаты можно получить на основе третьего уравнения

$$\partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z + (\partial_\tau - \partial_y) E_y = 0.$$

Если $\partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z = 0$, получим

$$(\partial_\tau - \partial_y) E_y = 0.$$

Есть у данной конформации качественно другие законы типа

$$\partial_x E_y + \partial_y E_z + \partial_\tau E_x = 0,$$

физический смысл и значение которых непонятны. Ситуация проясняется с математической точки зрения на основе применения оператора, генерирующего стандартные и новые дифференциальные операторы. Запишем носителей системы операторов в виде

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}_1 = i\left(\partial_y E_z - \partial_z E_y\right) + j\left(-1\right)^{\alpha+\beta=3}\left(\partial_x E_z - \partial_z E_x\right) + k\left(\partial_x E_y - \partial_y E_x\right) rot = rot\vec{E},$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}_2 = i\left(\partial_y E_z + \partial_z E_y\right) + j\left(-1\right)^{\alpha+\beta=3}\left(\partial_x E_z + \partial_z E_x\right) + k\left(\partial_x E_y + \partial_y E_x\right) = rat\vec{E},$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}_3 = i\left(\partial_x E_y + \partial_y E_z\right) + j\left(-1\right)^{\alpha+\beta=3}\left(\partial_y E_z + \partial_z E_x\right) + k\left(\partial_z E_x + \partial_x E_y\right) = rit\left(+\right)\vec{E},$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}_3 = i\left(\partial_x E_y - \partial_y E_z\right) + j\left(-1\right)^{\alpha+\beta=3}\left(\partial_y E_z - \partial_z E_x\right) + k\left(\partial_z E_x - \partial_x E_y\right) = rit\left(-\right)\vec{E}.$$

Первые два дифференциальных оператора применяются, соответственно, в теории электромагнетизма и гравитации. Другие операторы генерируются конформацией, которая предположительно раскрывает скрытые свойства электромагнетизма и гравитации.

Приведенная иллюстрация происхождения дифференциальных операторов соответствует общепринятому научному методу развития теории; требуется расширить или деформировать элементы и модели, которые достаточно хорошо подтверждены практикой.

Представляет интерес расширение физических моделей на основе единой конформации, заданной, например, матрицами a_i, b_i Введем в теорию дифференциальные операторы для каждой совокупности самостоятельных величин типа ∂_p^{ξ}, отмечая нижним индексом номер координаты, а верхним индексом номер пространства, в котором они заданы.

Тогда можно формально объединить величины, относящиеся к Телам, Сознаниям, паре Чувств в рамках объединяющей конформации.

Получим, например, уравнения

$$\left(a_k g_{\xi}^{kp} \partial_p^{\xi}\right)\left(\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \overset{m}{\times} & \overset{k}{\times} & \overset{p}{\times} & \overset{s}{\times} \\ \hline \sigma_{11} & \sigma_{21} & \sigma_{31} & \sigma_{41} \\ \hline \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{32} & \sigma_{42} \\ \hline \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} & \sigma_{43} \\ \hline \sigma_{10} & \sigma_{20} & \sigma_{30} & \sigma_{40} \\ \hline \end{array}\right) + \left(b_k r_{\xi}^{kp} \partial_p^{\xi}\right)\left(\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \overset{m}{\times} & \overset{k}{\times} & \overset{p}{\times} & \overset{s}{\times} \\ \hline \pi_{11} & \pi_{21} & \pi_{31} & \pi_{41} \\ \hline \pi_{12} & \pi_{22} & \pi_{32} & \pi_{42} \\ \hline \pi_{13} & \pi_{23} & \pi_{33} & \pi_{43} \\ \hline \pi_{10} & \pi_{20} & \pi_{30} & \pi_{40} \\ \hline \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \overset{m}{\times} & \overset{k}{\times} & \overset{p}{\times} & \overset{s}{\times} \\ \hline \rho_{11} & \rho_{21} & \rho_{31} & \rho_{41} \\ \hline \rho_{12} & \rho_{22} & \rho_{32} & \rho_{42} \\ \hline \rho_{13} & \rho_{23} & \rho_{33} & \rho_{43} \\ \hline \rho_{10} & \rho_{20} & \rho_{30} & \rho_{40} \\ \hline \end{array}\right), \ldots$$

Объединена система пространств, величин, дифференциальных операторов. Их нужно согласовывать друг с другом. Кроме этого, заметим, что модели трансфинитной реальности могут и обязаны быть трансфинитными. По этой причине следует рассматривать совокупность уровневых уравнений, согласованных между собой. И теория, и эксперименты для трансфинитной реальности естественно сложны.

Принятый метод конструирования физических моделей основан на системе конформаций. Их можно менять, формируя таким образом разные математические изделия, необходимые и достаточные для описания исследуемых объектов и явлений. Этот вариант моделирования двойственен формализмам Лагранжа и Гамильтона.

Согласно им, опираясь, например, на уравнения динамики материальной точки Ньютона, менять следует «силовые» составляющие модели, их правые части. В предлагаемом варианте моделирования центральным звеном является начальная базовая конформация. Их изменение соответствует выбору разных «левых» частей модели.

Конформации, оснащенные знаковой группой, достаточны для моделирования элементов стандартной матричной алгебры. Проиллюстрируем этот тезис примером. Рассмотрим совокупность матриц анализируемой конформации, оснащенную знаковой группой.

Получим

$$\{a_i\} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{b_i\} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{e_i\} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{f_i\} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда, например, получим

$$\frac{1}{4}\left(a_1 + b_1 + e_1 + f_1\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ldots$$

Две стороны Сознаний и Чувств для физического Тела

Из социальной практики следует, что объекты по-разному влияют на «знакомые» и «незнакомые» объекты. Это обстоятельство можно выразить математически, задавая положительную выборочную операцию на множестве матриц: не влияя не себя и подобных себе (по некоторому критерию) и влияя на остальные матрицы. Аналогично можно задать отрицательную выборочную операцию, влияя на себя и себе подобных и не влияя на другие матрицы.

Выборочная операция генерирует трансформацию заготовок физической модели. Для теории, базирующейся на четверной группе Клейна, единичная матрица будет сохранять исходные уравнения при положительной и отрицательной выборочной операции.

Для других матриц получим пары систем уравнений. Поскольку таких матриц три, мы можем принять модель генерации по уравнениям для Тела двойного уравнения для Сознания и пары двойных уравнений для Чувств.

Пусть заготовка для физического тела имеет матричный вид

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_x\\\varphi_x\\0\end{Bmatrix}=0.$$

Её векторный вид таков:

$$\partial_y\varphi_z+\partial_z\varphi_y+\partial_\tau\varphi_x=0,\partial_x\varphi_z+\partial_z\varphi_x+\partial_\tau\varphi_y=0,$$
$$\partial_x\varphi_y+\partial_y\varphi_x+\partial_\tau\varphi_y=0,\partial_x\varphi_x+\partial_y\varphi_y+\partial_z\varphi_z=0.$$

Отсюда следует $\alpha(+)-$модель

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_x\\\varphi_x\\0\end{Bmatrix}=0.$$

Её векторный вид таков:

$$\partial_x\varphi_x+\partial_y\varphi_z+\partial_z\varphi_y=0,$$
$$\partial_x\varphi_y+\partial_z\varphi_x+\partial_\tau\varphi_z=0,$$
$$\partial_x\varphi_z+\partial_y\varphi_x+\partial_\tau\varphi_y=0,$$
$$\partial_y\varphi_y+\partial_z\varphi_z+\partial_\tau\varphi_x=0.$$

$\alpha(-)-$модель

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_x\\\varphi_x\\0\end{Bmatrix}=0$$

Имеет векторный вид:

$$\partial_y\varphi_y+\partial_z\varphi_z+\partial_x\varphi_x=0, \partial_x\varphi_z+\partial_y\varphi_x+\partial_\tau\varphi_y=0,$$
$$\partial_x\varphi_y+\partial_z\varphi_x+\partial_\tau\varphi_z=0, \partial_x\varphi_x+\partial_y\varphi_z+\partial_z\varphi_y=0.$$

$\beta(+)-$модель на матрицах

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_x\\\varphi_x\\0\end{Bmatrix}=0$$

имеет векторное представление:

$$\partial_y\varphi_x+\partial_z\varphi_y+\partial_\tau\varphi_z=0,$$
$$\partial_x\varphi_z+\partial_y\varphi_y+\partial_z\varphi_x=0,$$
$$\partial_x\varphi_y+\partial_y\varphi_z+\partial_\tau\varphi_x=0,$$
$$\partial_x\varphi_x+\partial_z\varphi_z+\partial_\tau\varphi_y=0.$$

Матричная $\beta(-)$ модель

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_x\\\varphi_x\\0\end{Bmatrix}=0$$

получает векторный вид

$$\partial_x\varphi_y+\partial_z\varphi_z+\partial_\tau\varphi_x=0,\partial_x\varphi_x+\partial_z\varphi_z+\partial_z\varphi_y=0,$$
$$\partial_y\varphi_x+\partial_z\varphi_y+\partial_\tau\varphi_z=0,\partial_x\varphi_z+\partial_y\varphi_y+\partial_z\varphi_x=0.$$

Матричная $\gamma(+)-$ модель

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_x\\\varphi_x\\0\end{Bmatrix}=0$$

генерирует векторные уравнения

$$\partial_y\varphi_z+\partial_z\varphi_z+\partial_\tau\varphi_y=0,$$
$$\partial_x\varphi_z+\partial_z\varphi_y+\partial_\tau\varphi_x=0,$$
$$\partial_x\varphi_y+\partial_y\varphi_x+\partial_z\varphi_z=0,$$
$$\partial_x\varphi_x+\partial_y\varphi_y+\partial_\tau\varphi_z=0.$$

Матричная $\gamma(-)-$модель

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_x\\\varphi_x\\0\end{Bmatrix}=0$$

имеет векторный вид

$$\partial_x\varphi_z+\partial_z\varphi_y+\partial_\tau\varphi_x=0,\partial_y\varphi_z+\partial_z\varphi_z+\partial_\tau\varphi_y=0,$$
$$\partial_x\varphi_x+\partial_y\varphi_y+\partial_\tau\varphi_z=0,\partial_x\varphi_y+\partial_y\varphi_x+\partial_z\varphi_z=0.$$

Операционное расширение четверной группы Клейна

Применим к элементам четверной группы Клейна на матричной операции

$$\alpha\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1`&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\right\}$$

структурную операцию по строкам. Получим

$$\alpha\cdot\alpha=\beta\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Согласно условиям операции первая матрица сдвигает значимый элемент второй матрицы на число мест, соответствующих месту значимого элемента в первой матрице. Отсюда

$$\alpha\cdot\beta=\beta\cdot\alpha=\sigma\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\right\},$$

$$\beta\cdot\beta=\gamma\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Взаимные произведения классов элементов соответствуют модели группы:

$$\begin{aligned}&\alpha\cdot\alpha=\beta,\alpha\cdot\beta=\sigma=\beta\cdot\alpha,\alpha\cdot\gamma=\alpha=\gamma\cdot\alpha,\alpha\cdot\sigma=\gamma=\sigma\cdot\alpha,\\&\beta\cdot\beta=\gamma,\beta\cdot\sigma=\alpha=\sigma\cdot\beta,\beta\cdot\gamma=\beta=\gamma\cdot\beta,\\&\gamma\cdot\gamma=\gamma,\gamma\cdot\sigma=\sigma=\sigma\cdot\gamma,\\&\sigma\cdot\sigma=\beta.\end{aligned}$$

Так реализовано операционное расширение исходной группы.

Совокупность классов элементов есть нелинейная алгебра, подчиненная закону

$$\alpha^4\cdot\beta^2-\sigma^4\cdot\gamma^2=0.$$

Исходные элементы соответствуют правилу $\alpha^4=[E]$.

О механизмах взаимного превращения ассоциативности в неассоциативность

Моделирование Чувств базируется на идее, что система уравнений для Чувств имеет ассоциативные и неассоциативные грани. Такая возможность предполагает наличие механизма взаимного превращения ассоциативной операции в неассоциативную.

Легко обнаружить простейшие возможности такого механизма. Например, можно допустить изменение первой матрицы, меняя расположение мест значимых элементов в соответствии с суммой номеров строк и столбцов исходного элемента. Назовем такое произведение произведением *с внутренней деформацией*.

Рассмотрим конкретный пример.

$$(a*b)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$(a*b)*c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$(b*c)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$a*(b*c)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Внутренняя деформация первой матрицы превращает ассоциативное произведение, рассматриваемое как базовое произведение, в неассоциативное произведение. Имеем соответствие

$$a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c\Rightarrow a*(b*c)\neq(a*b)*c.$$

Такова одна возможность. Понятно, что их может быть достаточно много. По этой причине возможно многообразие моделей Чувств, равно как и ассоциированных с ними моделей Сознаний и Чувств.

Не только отдельные варианты можно рассматривать. Стоит проблема анализа «мостов» между Сознаниями и Чувствами. Архитектура таких «мостов» является плодом творчества. Оно особенно интересно, когда принята идея о наличии Сознаний и Чувств у каждого физического объекта.

Спин как проявление симметрийных свойств физических объектов

Согласно установившейся практике, свет описывается антисимметричным тензором, а гравитация антисимметричным тензором.

Введем в теорию скрытность ξ, характеризующую некую внутреннюю симметрию рассматриваемых сущностей. В соответствии с указанными условиями мы вправе задать единое описание для указанных сущностей на основе четырехпотенциала $A(\xi)$:

$$F_{mn}(\xi) = \frac{\partial A_m(\xi)}{\partial x^n} + (-1)^{\xi} \frac{\partial A_n(\xi)}{\partial x^m}.$$

Примем для электромагнитной сущности нечетные значения действительных чисел $(n+1)$, а для гравитационной сущности четные значения в форме $2n$. Тогда возникает возможность рассмотрения иерархии скрытностей

$$-1 \Rightarrow (-1)^{2n+1}, n = 0,1,2...,$$

$$1 \Rightarrow (-1)^{2n}, \quad n = 0,1,2...$$

Введем обозначения нечетных и четных чисел единым образом:

$$s_e = 2n+1, n = 0,1,2... \to 1,3,5...$$
$$s_m = 2n, n = 0,1,2... \to 0,2,4...$$

Если назвать указанные числа словом «спин» или «спиральность», мы принимаем иерархическую модель электромагнитных и гравитационных сущностей с набором спинов. В простейшем случае электромагнитная сущность имеет спин, равный 1. В простейшем случае гравитационная сущность имеет спин, равный нулю. Спин, равный числу 2, соответствует гравитационной сущности с более высокой иерархией. Понятно, что на практике может реализоваться «смешение спинов». Непонятно, как можно его наблюдать на экспериментах. Ситуация усложняется, если теорию разрабатывать в рамках нелинейного применения четырехпотенциалов.

Частным случаем такой модели является модель калибровочных полей. Тогда, например, величины задаются формулами

$$F^a{}_{mn}(\xi) = \frac{\partial A^a{}_m(\xi)}{\partial x^n} + (-1)^{\xi} \frac{\partial A^a{}_n(\xi)}{\partial x^m} + p(\xi)\, f^a_{bc}(\xi)\, A^b{}_m(\xi)\, A^c{}_n(\xi).$$

В этом случае, в частности, циклические уравнения для рассматриваемых сущностей

$$\partial_p \partial_m F_{kl} + \partial_m \partial_k F_{lp} + \partial_k \partial_l F_{pm} + \partial_l \partial_p F_{mk} = 0$$

уже будут неоднородными

$$\partial_p \partial_m F^a{}_{kl} + \partial_m \partial_k F^a{}_{lp} + \partial_k \partial_l F^a{}_{pm} + \partial_l \partial_p F^a{}_{mk} = \Pi^{pm} \Omega^a_{pmkl}.$$

Вследствие этого обстоятельства динамика электромагнитных и гравитационных сущностей будет зависеть от структуры правых частей уравнений, от «токов».

Алгоритмы объединения Чувств, Сознаний и Тел

Рассмотрим заготовку для объединения Чувств с телами слева на основе уравнений

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_\tau \right\} \begin{pmatrix} \varphi_x \\ \varphi_x \\ \varphi_x \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

На их основе становится возможным разнообразное «сплетение» этих уравнений и уравнений для тел, когда присоединение к указанным матрицами реализуется на основе ассоциативного произведения «слева». Их форм достаточно много. Эти же или аналогичные уравнения можно записать в другой форме, которая допускает неассоциативное «сплетение» их с уравнениями для Сознаний. Обычно для такой модернизации требуются дополнительные условия и предположения. Они могут иметь математическое или физическое обоснование.

Например, рассмотрим модель

$$0=\begin{Bmatrix}\varphi_x\\ \varphi_x\\ \varphi_x\\ 0\end{Bmatrix}\left\{\partial_x\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\partial_y\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\partial_z\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+\partial_\tau\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\right\}$$

В этом варианте произведения выполняются справа налево, равно как и «сплетение» таких уравнений с неассоциативными уравнениями для Чувств.

Заметим, что при таком подходе одни и те же уравнения по-разному меняют уравнения для Тел и Сознаний. Достаточно интересен вариант объединения Тел, Сознаний и Чувств на основе системы «связующих матриц», которые присоединяются к другим матрицами «слева» и «справа» по-разному: например, ассоциативно и неассоциативно.

К последовательным преобразованиям элементов группы Лоренца

Рассмотрим пару последовательных преобразований координат и времени:

$$x''=\frac{x'-u_1t'}{\sqrt{1-\frac{u_1^2}{c^2}}},t''=\frac{t'-x'\frac{u_1}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u_1^2}{c^2}}},x'=\frac{x-u_2t}{\sqrt{1-\frac{u_2^2}{c^2}}},t=\frac{t-x\frac{u_2}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u_2^2}{c^2}}},$$

$$\begin{pmatrix}x''\\ t''\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u_1^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{u_2^2}{c^2}}}\begin{pmatrix}1+\frac{u_1u_2}{c^2} & -(u_1+u_2)\\ -\frac{(u_1+u_2)}{c^2} & 1+\frac{u_1u_2}{c^2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ t\end{pmatrix}=$$

$$
=\frac{1+\frac{u_1u_2}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u_1^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{u_2^2}{c^2}}}\begin{pmatrix} 1 & \frac{-(u_1+u_2)}{1+\frac{u_1u_2}{c^2}} \\ -\frac{(u_1+u_2)}{c^2}\frac{1}{1+\frac{u_1u_2}{c^2}} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}=
$$

$$
=\frac{1}{\sqrt{\frac{1+2\frac{u_1u_2}{c^2}+\frac{u_1^2u_2^2}{c^4}-\frac{u_1^2}{c^2}-\frac{u_2^2}{c^2}-2\frac{u_1u_2}{c^2}}{\left(1+\frac{u_1u_2}{c^2}\right)^2}}}\begin{pmatrix} 1 & \frac{-(u_1+u_2)}{1+\frac{u_1u_2}{c^2}} \\ -\frac{(u_1+u_2)}{c^2}\frac{1}{1+\frac{u_1u_2}{c^2}} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}=
$$

$$
=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{(u_1+u_2)^2}{c^2\left(1+\frac{u_1u_2}{c^2}\right)^2}}}\begin{pmatrix} 1 & \frac{-(u_1+u_2)}{1+\frac{u_1u_2}{c^2}} \\ -\frac{(u_1+u_2)}{c^2}\frac{1}{1+\frac{u_1u_2}{c^2}} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\theta^2}{c^2}}}\begin{pmatrix} 1 & -\theta \\ -\frac{\theta}{c^2} & 1 \end{pmatrix}.
$$

Так в простейшем случае доказывается, что последовательные преобразования двух элементов группы Лоренца генерируют аналогичный по структуре элемент той же группы. Суммирование скоростей реализуется с конформным множителем. Это обстоятельство имеет физическое обоснование: при суммировании скоростей меняется также частота света. По этой причине нужен конформный множитель.

Ассоциативность следует из закона произведения матриц. Обратный элемент получается при замене знаков в паре произведений.

Эта ситуация усложняется и «приближается» к физической постановке задачи, когда в расчет принимается не скорость света в вакууме, а скорость света в среде. Тогда пара преобразований генерирует более сложное выражение. Оно не выходит за пределы группы преобразований с единичным определителем: принадлежит унимодулярной группе. Появление дополнительного параметра задачи в форме показателя преломления расширяет алгебру группы и задает «путь» в унимодулярной группе.

В этом случае мы приходим к обобщенной теории представлений вида

$$T_{ab} = \sigma T_a T_b + p.$$

Действительно, легко видеть, что пара преобразований генерирует объект указанного типа. Более того, эта генерация неоднозначна.

Рассмотрим произведение пары преобразований координат с разными по указателями отношения (с аналогичной ситуацией мы имеем дело при рассмотрении пары преобразований с разными показателями преломления).

Получим цепочку формул:

$$x'' = \frac{x' - u_1 t'}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2} w_1}} = \gamma_1 \left(x' - u_1 t' \right), t'' = \frac{t' - x' \frac{u_1}{c^2} w_1}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2} w_1}} = \gamma_1 \left(t' - x' \frac{u_1}{c^2} w_1 \right),$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(w_1 + w_2\right)}{2c^2} \left(u_1 + u_2\right)^2}},$$

$$x' = \frac{x - u_2 t}{\sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2} w_2}} = \gamma_2 \left(x - u_2 t \right), t = \frac{t - x \frac{u_2}{c^2} w_2}{\sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2} w_2}} = \gamma_2 \left(t - x \frac{u_2}{c^2} w_2 \right),$$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ t'' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2} w_1} \sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2} w_2}} \begin{pmatrix} 1 + \frac{u_1 u_2}{c^2} w_2 & -\left(u_1 + u_2 \right) \\ -\frac{\left(u_1 w_1 + u_2 w_2 \right)}{c^2} & 1 + \frac{u_1 u_2}{c^2} w_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2} w_1} \sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2} w_2}} \frac{Q}{Q} \begin{pmatrix} 1 & -\left(u_1 + u_2 \right) \\ -\frac{\left(w_1 + w_2 \right)}{2c^2} \left(u_1 + u_2 \right) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2} w_1} \sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2} w_2}} \begin{pmatrix} \frac{u_1 u_2}{c^2} w_2 & 0 \\ -\frac{\left(u_1 w_1 + u_2 w_2 \right)}{c^2} + \frac{\left(w_1 + w_2 \right)}{2c^2} \left(u_1 + u_2 \right) & 1 + \frac{u_1 u_2}{c^2} w_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} =$$

$$= \sigma Q \begin{pmatrix} 1 & -\left(u_1 + u_2 \right) \\ -\frac{\left(w_1 + w_2 \right)}{c^2} \left(u_1 + u_2 \right) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}, \sigma = \frac{\sqrt{1 - \frac{\left(w_1 + w_2 \right)}{2c^2} \left(u_1 + u_2 \right)^2}}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2} w_1} \sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2} w_2}},$$

$$\mathrm{p} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2} w_1} \sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2} w_2}} \begin{pmatrix} \frac{u_1 u_2}{c^2} w_2 & 0 \\ -\frac{\left(u_1 w_1 + u_2 w_2 \right)}{c^2} + \frac{\left(w_1 + w_2 \right)}{2c^2} \left(u_1 + u_2 \right) & 1 + \frac{u_1 u_2}{c^2} w_1 \end{pmatrix}.$$

Ситуация выглядит так: группа Лорентца получает конформный множитель и, кроме этого, её действие дополнено действием нильпотентной (нижнетреугольной) группы.

Величина Q ассоциирована с квадратным корнем от определителя первой итоговой матрицы, что соотносит полученный результат к классу анализируемых матриц. Эту матрицу можно выбрать несколькими способами, что свидетельствует о возможности разных итогов при «пересечении» пары матриц. Этот результат интерес с физической точки зрения. Выбор указанного определителя есть дополнительное, *скрытое звено* теории. В теории преобразований координат естественно вводить дополнительные условия. Они рассматривались ранее при выборе разных выражений для скоростей.

Циклические уравнения для произведения матриц

В фундаментальной физике и в теории когомологий мы имеем дело с циклическими уравнениями. Понятно, что в теории матриц могут и должны быть аналоги таких уравнений.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий эту возможность. Для стандартного произведения матриц справедливо условие $a \overset{m}{\times} b = b^T \overset{m}{\times} a^T$. Из теории комбинаторных произведений следует

$$a \underset{\leftarrow}{\overset{k}{\times}} b = b^T \underset{\rightarrow}{\overset{k}{\times}} a^T .$$

В силу этих соотношений на разных произведениях выполняется циклическое уравнение

$$(ab)_\xi \ f_\xi(cd) + (bc)_\xi \ f_\xi(da) + (cd)_\xi \ f_\xi(ab) + (da)_\xi \ f_\xi(bc) = 0.$$

Покажем это. Определим произведения величин $(ab)_\xi$ согласно схеме расположения элементов на вершинах квадрата. Пронумеруем линии, которые соединяют элементы. Введем правило знаков в соответствии с числом, которое получается при вычитании нумерации грани одной пары и нумерации пары сопоставляемой грани в одном из рассматриваемых выражений по модулю числа 2. Получим алгоритм расстановки знаков в циклическом уравнении:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
d & \rightarrow & 4 & \rightarrow & a \\
\hline
\uparrow & & & & \downarrow \\
\hline
3 & & & & 1 \\
\hline
\uparrow & & & & \downarrow \\
\hline
c & \leftarrow & 2 & \leftarrow & b \\
\hline
\end{array} \rightarrow \begin{array}{c} (ab)_{\xi} = (1-3)_{\mathrm{mod}\,2} = -1, (bc)_{\xi} = (2-4)_{\mathrm{mod}\,2} = -1, \\ (cd)_{\xi} = (3-1)_{\mathrm{mod}\,2} = 1, (da)_{\xi} = (4-2)_{\mathrm{mod}\,2} = 1. \end{array}$$

Пусть функции f_{ξ} формируют произведение указанных пар матриц согласно вычисленному значению индекса ξ. Если $\xi = 1$, пусть это будет, например, обычное произведение. Если $\xi = -1$, пусть это будет произведение транспонированных величин, взятых в обратном порядке. Тогда предложенное циклическое условие будет выполняться на паре указанных операций автоматически.

Заметим, что *рассматриваемая функция становится функцией обычного произведения* элементов, если это произведение выполняется по Адамару: каждый элемент умножается на элемент с аналогичными индексами.

Алгоритм выбора знаков в этом случае может быть другой, так как компенсацию слагаемых можно выполнить по-разному. Указанный алгоритм достаточен для формирования «полимерной цепочки», состоящей из четверок элементов, скомпенсированных в силу применения *операций, зависящих от порядка расположения элементов.*

Формирование знаков на основании алгоритма оценки структуры объектов можно рассматривать как начало физического алгоритма конструирования системы знаков. Такой алгоритм представляется важным с физической точки зрения. Он приоткрывает завесу тайны в проблеме генерации частиц и античастиц.

Проблема трансфинитности решений

Трансфинитность Реальности означает трансфинитность её исследователей и исследований. Это обстоятельство инициирует разработку и применение трансфинитных методов и приемов в теории и на практике. Априори условие трансфинитности расчетных моделей ассоциировано с трансфинитностью их решений. При ограниченных условиях и обстоятельствах в методе решения задачи можно получить, скорее всего, ограниченные ими решения. Эти ограничения могут быть неявными, скрытыми и даже непонятными, что проявит себя в полученных решениях. Если это так, следует провести дополнительный анализ условий получения решений.

Возможно получение решений безотносительно к сути динамики явления. Таков формализм «черного ящика»: по начальным данным устанавливаются конечные данные в соответствии с выбором расчетного оператора, применяемого для этой цели. Если уравнения расчетной модели линейные, то линейные преобразования координат и времени действуют в пространстве решений. Это обстоятельство упрощает получение семейства решений из одного решения. Именно это обстоятельство утвердило в практике модели типа «черного ящика». Понятно. Что для нелинейных уравнений аналогично данному приему следует применять нелинейные преобразования.

Метод «черного ящика» применяется в специальной теории относительности для анализа решений уравнений электродинамики в вакууме. Решения конструируются на основе преобразования начальных данных в некоторые конечные данные на основе группы Лоренца. В этом варианте решения находятся не из прямого анализа системы уравнений, а из анализа их симметрийных свойств. Такой метод анализа можно назвать решением задачи без решения расчетной модели уравнений. Понятно, что физические аспекты решений учитываются так не в полной мере, не раскрывается физическая сущность явлений.

Во-многом именно теория относительности утвердила в физике алгоритм анализа явлений безотносительно к физической сути явления. Математическая «одежда» модели стала представляться и интерпретироваться как «тело» модели. Понятно, что по внешним проявлениям объекта о нём можно сделать некоторые выводы, однако для понимания его сути и функций этого недостаточно. Симметрийные свойства модели не в состоянии описать и охватить глубинные свойства объектов и явлений, в том числе свойства, скрытые от внешних проявлений. Принимая группу Лорентца как основу для анализа пространственно-временных свойств электромагнитных явлений, мы сознательно отказываем себе в праве анализировать структуру света. Наличие конечных размеров частицы света в собственной системе отсчете вступают в противоречие с их бесконечными размерами в других системах отсчета. Заметим также, что вакуумная электродинамика соответствует модели без измерений, потому что реальные измерения проводятся в физическом устройстве, которое не может быть вакуумом.

Ограниченность подхода, принятого в специальной теории относительности, состоит также в том, что в преобразованиях Лоренца применяется скорость света, равная её величине в вакууме. Такой прием физически нелогичен, так как реальная практика и физические измерения проводятся не в вакууме, а в реальных средах, в которых нужно учитывать показатель преломления, отличающийся от единицы. Естественно также учитывать влияние среды на электромагнитное поле, что, согласно анализу, требует введения фактора влияния среды на поле.

Анализ показал, что расширение метода относительности предполагает не только введение в расчет показателя преломления n, но, дополнительно, новой физической величины w, названной показателем отношения. Преобразования дифференциалов координат, в частности, получают вид

$$dx' = \frac{dx - u dt}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{\tilde{c}^2}}}, dt' = \frac{dt - dx\dfrac{u}{\tilde{c}^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{\tilde{c}^2}}} \Rightarrow \tilde{c} = \frac{c}{nw^{0,5}} \Rightarrow dx^2 - \frac{c^2}{wn^2}dt^2 = inv.$$

Из них следует выражение для инвариантного интервала

$$dx^2 - \frac{c^2}{wn^2} dt^2 = inv.$$

В вакууме он трансформируется в стандартный интервал вида

$$ds^2 \left(w = 1, n = 1\right) = dx^2 - c^2 dt^2 = inv.$$

Зависимость показателя отношения w и показателя преломления n от координат и времени означает, что мы имеем дело с псевдоримановым пространством скоростей.

Метрический тензор пространства скоростей имеет вид

$$g_{\mu\nu}\left(u\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\dfrac{c^2}{wn^2} \end{pmatrix}, g^{\mu\sigma}\left(u\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\dfrac{n^2}{c^2} w \end{pmatrix}, g_{\mu\nu}\left(u\right) g^{\mu\sigma}\left(u\right) = \delta_\nu^\sigma .$$

При распространении света в воздухе показатель преломления отличается от единицы в третьем порядке после запятой. Поэтому в воздухе можно применять выражение

$$\tilde{g}^{\mu\sigma}\left(u\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\dfrac{1}{c^2} w \end{pmatrix}.$$

Оно применено *для получения связей между полями и индукциями* в электродинамике без ограничения скорости.

Тогда

$$\tilde{H}^{\mu\nu} = \tilde{\alpha}\chi^{\mu\nu k\rho}F_{k\rho}, \chi^{\mu\nu k\rho} = \Omega^{\mu k}\Omega^{\nu\rho},$$

$$\Omega^{\mu k} = a\left[g^{\mu k} + bu^{\mu}u^{k}\right], u^{k} = \frac{dx^{k}}{ds}, ds^{2} = g_{mn}dx^{m}dx^{n}.$$

Выражения пригодны для описании распространении света в плотной среде.

Понятно, что динамика электромагнитных явлений и связи между полями и индукциями согласованы между собой, но, в общем случае, они самостоятельны, дополняя друг друга.

По этой причине замена частных производных ковариантными производными в соответствии с тензором связи между полями и индукциями является «связевым расширением» электродинамики. Оно имеет ограниченный смысл и содержание. Модель без замены частных производных ковариантными производными соответствует упрощенной модели, описывающей динамику процесса взаимодействия электромагнитного поля со средой при сложной связи полей и индукций. В частности, такой средой является измерительное устройство.

В общем случае мы вправе учитывать пространство размеров физических объектов, дополнительное пространству связей между полями и индукциями. В реальной ситуации при минимуме условий требуется учитывать в расчетной модели пару пространств: пространство размеров с метрическим тензором $g_{\mu\nu}(s)$ и пространство скоростей с метрическим тензором $g_{\mu\nu}(u = \dot{s})$. Они могут быть согласованы друг с другом. При таком подходе не учитывается, например, пространство ускорений с метрическим тензором $g_{\mu\nu}(\ddot{s})$, равно как и пространства механических движений более высоких рангов с их метрическими тензорами типа $g_{\mu\nu}(\dddot{s})$...

Понятно, что в общем случае замену частных производных ковариантными в расчетной модели следует проводить в рамках системы предположении о соотношениях и связях в указанной системе метрик.

Более того, с учетом принятой модели трансфинитной материи и условий эксперимента, необходимо учитывать функциональную связь характеристик, относящихся *к разным уровням материи.*

В частности, для метрического тензора размеров следует рассматривать модель с тремя уровнями материи, каждому из которых соответствует «своя» метрика:

$$g_{\mu\nu}(S)=\left\{kg_{\mu\nu}(s_{l-1}),\, pg_{\mu\nu}(s_l),\, ng_{\mu\nu}(s_{l+1})\right\}.$$

Аналогично следует задавать пространство скоростей со своей системой метрических тензоров:

$$g_{\mu\nu}(\dot{U})=\left\{kg_{\mu\nu}(\dot{s}_{l-1}),\, pg_{\mu\nu}(\dot{s}_l),\, ng_{\mu\nu}(\dot{s}_{l+1})\right\}.$$

Обратим внимание на физику исследуемых явлений в приложении к электродинамике.

Согласно фактам, известным из механики, в отсутствие взаимодействия физические объекты движутся с постоянной скоростью и с постоянным вращением. При взаимодействии с другими объектами скорости и частоты согласованно меняются. Эта пара может иметь разные значения. В этом смысле они относительны. Другими словами, в механике относительна пара физических факторов: скорости и вращения.

В электродинамике ситуация аналогична: меняется при взаимодействии не только скорость поля, но и частота поля. Для описания этой связи естественно искать адекватные ей математические алгоритмы. Они учитываются автоматически, если у нас есть достаточная для описания этой связи физическая модель. Однако имеет другая возможность, основанная на анализе симметрийных свойств рассматриваемой системы уравнений. Она следует их учета взаимосвязей между дифференциалами координат и частотами.

Взаимосвязи дифференциалов координат и дифференциалов времен можно задать на основе дифференциалов частот, полагая

$$dt = \frac{2\pi}{d\omega}.$$

Тогда обобщенные преобразования координат, показавшие свою эффективность в анализе электромагнитных явлений имеют вид

$$dx' = \frac{dx - u\dfrac{2\pi}{d\omega}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}n^2 w}}, \frac{2\pi}{d\omega'} = \frac{\dfrac{2\pi}{d\omega} - \dfrac{u^2}{c^2}n^2 w dx}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}n^2 w}}.$$

Они содержат как преобразования группы Галилея при $w = 0$, так и преобразования группы Лорентца при $w = 1$. В ситуации с $w = 0$ нет изменения частоты $d\omega' = d\omega$. В общем случае получим

$$d\omega' = d\omega \frac{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}n^2 w}}{1 - \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{u^2}{c^2}n^2 w dx d\omega}.$$

При таком подходе преобразования Лорентца, соответствующие показателю отношения $w = 1$, соответствуют *конечной стадии динамического процесса* взаимодействия электромагнитного поля со средой с достижением нового устойчивого состояния с другой частотой и другой скоростью.

Алгоритм прямого расчета параметров электромагнитного поля на основе решения системы уравнений при заданной системе связей между полями и индукциями соответствует стандартному подходу, принятому в физике. Он дает решения, согласованные с системой начальных и граничных или дополнительных условий.

Анализ показал, что прямое решение системы уравнений электродинамики, в которой применены обобщенные связи между полями и индукциями, дает, в частности, те решения, которые получаются по методу «черного ящика».

Однако появляются дополнительные решения, недостижимые в симметрийном подходе. В частности, описывается динамика процессов трансформации начальных параметров (в свободном состоянии, до взаимодействия) в конечные параметры (равновесное состояние окончания взаимодействия). Прямой расчет обосновывает различие процессов трансформации скорости и частоты и их согласованность друг с другом.

Указанные условия, равно как и система неучтенных обстоятельств. Убеждают в необходимости нахождения трансфинитной системы решений, что соответствует модели трансфинитной реальности.

Принимая наличие пары пространств: пространства размеров и пространства скоростей, мы получаем основания для рассмотрения света как системы физических объектов с характерными размерами и внутренней структурой. Для их обоснования требуется дополнительный анализ и система новых предположений.

Скорости могут «войти» в электродинамику «изнутри». Для этого достаточно принять зависимость четырехпотенциала A_k от четырехскоростей разных уровней материи. Например, возможна модель вида

$$A_k\left(l-1,l,l+1\right)=\alpha\sigma_{kp}\left(l-1\right)u^p\left(l-1\right)+\beta\sigma_{kp}\left(l\right)u^p\left(l\right)+\gamma\sigma_{kp}\left(l+1\right)u^p\left(l+1\right).$$

Соответственно требуется расширить пространство дифференцирований. Например, требуется рассматривать частные производные вида

$$\partial_k\left(l-1,l,l+1\right)=\chi\partial_k\left(l-1\right)+\varphi\partial_k\left(l\right)+\kappa\partial_k\left(l+1\right).$$

Расчетная модель не просто «расширится», она «углубится», так как мы получаем на базе исходной модели с минимумом механических свойств новую модель с системой механических свойств. Это замечание особенно важно с учетом доказанного условия, что электромагнитные явления следует рассматривать согласованно с гравитационными явлениями.

В «игровом» смысле указанные «добавки» можно интерпретировать как проявления тонких свойств электромагнетизма. Можно условно называть эти свойства Сознаниями и Чувствами сущности с названием электромагнетизм. Мы «читаем» в рамках принимаемой модели не только одну страницу текст*а*, а несколько согласованных страниц.

Заметим, что ковариантный тензор электромагнитного поля

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}$$

можно записать в контрвариантном виде на основе тензора Леви-Чивита ε^{ikmn}, задающего совокупность четных и нечетных перестановок индексов для рассматриваемых тензоров.

Напомним, что перестановка четная, если сумма инверсий S (количеств номеров, которые больше анализируемых номеров) для неё четная. Например, подстановка вида 0123 четная $(S=0)$, 1023 – нечетная $(S=1)$.

Тогда в соответствии с формулой $\tilde{F}^{ik} = \varepsilon^{ikmn} F_{mn}$ получим тензорную плотность с применением индексов 1,2,3,4. Получим

$$\tilde{F}^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -iE_z & iE_y & B_x \\ iE_z & 0 & -iE_x & B_y \\ -iE_y & iE_x & 0 & B_z \\ -B_x & -B_y & -B_z & 0 \end{pmatrix}.$$

Компоненты векторов $\vec{E}, \vec{B}$ взаимно меняются местами с изменением знаков у компонент.

Соответственно возможны две формы записи уравнений для электромагнитного поля:

$$\partial_k F_{mn} + \partial_m F_{nk} + \partial_n F_{km} = 0 \Leftrightarrow \partial_k \tilde{F}^{ik} = 0.$$

По аналогичному алгоритму можно записать *в двух дифференциальных формах* уравнения для электромагнитных индукций. Первый тип записи есть аналог циклического условия, привычного в теории когомологий. Второй тип записи есть аналог законов сохранения, привычных для физиков.

Практические приемы генерации электромагнетизма из микрогравитации

Известно множество макроприемов превращения потенциальной и кинетической энергии макрообъектов, имеющих массу, в электрическую энергию. В частности, так работают гидроэлектростанции. Так применяется энергия ветра, морских волн, энергия тел, поднятых над поверхностью Земли. Все указанные приемы базируются на механизме превращения работы макроскопических физических тел, испытывающих влияние гравитации, в электрическую энергию в форме потоков электронов.

Анализ поведения микрообъектов, например, электронов и нуклонов, показывает, что устойчивость и надежность их структур и функций основана на некоторых механизмах превращения потенциальной и кинетической энергии микрообъектов, имеющих нулевую и ненулевую массу в энергию, которая достаточна для жизнедеятельности микрообъектов в разных условиях существования. Фактически речь идет о превращении энергии микрогравитации (хотя и название, и сущность такой энергии далеки от понимания) в энергию жизнедеятельности микрообъектов. Поскольку «жизнь» микрообъектов существенно отличается от жизни людей по своей устойчивости и длительности, стоит задача проникновения в сущность этой «жизни» с целью практического применения новых форм и средств существования.

К решению подобной задачи кажется естественным приближаться в рамках концепции наличия и взаимосвязей в системе 4 предзарядов, из которых состоят частицы света. Предыдущий анализ убеждает в конструктивности гипотезы о наличии положительных и отрицательных предзарядов электрического типа, а также о наличии положительных и отрицательных предзарядов гравитационного типа. Они изготовлены из ориентированных «струн» с размерами порядка длины Планка, образуя океан тонкой материи. Электрические предзаряды имеют структуру «ёжиков» с «иголками» внутрь или наружу. Гравитационные предзаряды имеют структуру «роз» в форме системы окружностей, соединенных ориентированными струнами к центру изделия или от центра изделия. Таковы простейшие топологические объекты, реализуемые из ориентированных струн.

Покажем, что система отношений между 4 объектами подсказывает аналогичную гипотезу. Для этого рассмотрим *геометрическую модель* четверной группы Клейна. Представим матрицы рисунками, соединив между собой линиями места значимых элементов. Получим модель:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}\square&&&\\&\square&&\\&&\square&\\&&&\square\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}&&&\square\\&&\square&\\&\square&&\\\square&&&\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}&\square&&\\\square&&\square&\\&\square&&\square\\&&\square&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}&&\square&\\&\square&&\square\\\square&&\square&\\&\square&&\end{pmatrix}.$$

Одной паре матриц соответствуют по-разному ориентированные «предъежики», другой паре матриц соответствуют по-разному ориентированные «предрозы». Приписывая геометрической ориентации тип заряда, мы приходим к модели, аналогичной модели электрических и гравитационных предзарядов. Мы имеем дело с системой «предпредзарядов».

Система «предпредзарядов» иллюстрирует на математическом уровне механизмы взаимных превращений в этой системе.

Так, матричное произведение матриц для «предпредзарядов» гравитационного типа на себя генерирует матрицы электрического типа, соответствующие системе свободных составляющих. Речь может идти о механизме разрыва связей (отношений) в системе объектов, что можно рассматривать как алгоритм выделения энергии в систему, в которой данное взаимодействие произошло.

Согласно такой модели для получения энергии из гравитации следует применять фильтрацию двух типов электрических предзарядов с их сохранением, а также с последующим объединением с условиями регулировки. Естественно предположить, что микрообъекты имеют такие устройства, а также механизмы управления ими.

Взаимное произведение «предпредзарядов» гравитационного типа генерирует объекты электрического типа. Их следует применять для обеспечения «токов» в системе. В частности, этот механизм пригоден для хранения и передачи информации.

Взаимодействие электрических «предпредзарядов» в соответствии с матричным произведением недостаточно для генерации гравитационных «предпредзарядов».

Ситуация меняется при учете возможности применения в системе других операций. Например, применим структурную операцию для матриц электрического типа.

Получим, например,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{st}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \overset{st}{\times} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \square & & & \\ & \square & & \\ & & \square & \\ & & & \square \end{pmatrix} \overset{st}{\times} \begin{pmatrix} & & & \square \\ & & \square & \\ & \square & & \\ \square & & & \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \downarrow & & & \\ \downarrow & & & \\ \downarrow & & & \\ \downarrow & & & \end{pmatrix}.$$

Так сконструирован электрический «предпредзаряд» нового типа в форме левого идеала.

Структурное произведение для гравитационных «предпредзарядов» дает аналогичный результат:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{st}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \overset{st}{\times} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} & \square & & \\ \square & & \square & \\ & \square & & \square \\ & & \square & \end{pmatrix} \overset{st}{\times} \begin{pmatrix} & & \square & \\ & \square & & \square \\ \square & & \square & \\ & \square & & \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \downarrow & & & \\ \downarrow & & & \\ \downarrow & & & \\ \downarrow & & & \end{pmatrix}.$$

Выполним структурное произведение второго типа для электрических «предпредзарядов» разных типов. Получим, например, «при *разном прочтении* результата», пару матриц:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\overset{sa}{\times}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\end{pmatrix}\overset{sa}{\times}\begin{pmatrix}5\\5\\5\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\4\\1\\2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\downarrow&&&\\\downarrow&&&\\\downarrow&&&\\\downarrow&&&\end{pmatrix}\overset{sa}{\times}\begin{pmatrix}&&&\square\\&&\square&\\&\square&&\\\square&&&\end{pmatrix}\alpha\to\begin{pmatrix}&&\square&\\&\square&&\square\\\square&&\square&\\&\square&&\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\downarrow&&&\\\downarrow&&&\\\downarrow&&&\\\downarrow&&&\end{pmatrix}\overset{sa}{\times}\begin{pmatrix}&&&\square\\&&\square&\\&\square&&\\\square&&&\end{pmatrix}\beta\to\begin{pmatrix}&\downarrow&&\\&\downarrow&&\\&\downarrow&&\\&\downarrow&&\end{pmatrix}.$$

Эта же пара матриц на структурном произведении первого типа генерирует «предпредзаряд» гравитационного типа

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\overset{st}{\times}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\overset{st}{\times}\begin{pmatrix}4\\3\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\4\\3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}\square&\square&&\\\square&&\square&\square\\&\square&\square&\\&\square&&\end{pmatrix}.$$

Спектр возможностей трансформации на системе структур обеспечивается в данном случае системой операций.

С физической точки зрения есть система физических условий (которые, в частности, могут быть заданы операциями), при которых пара объектов может проявить себя по-разному в зависимости от того, в каких условиях она функционирует.

С практической и конструктивной точек зрения важно знать свойства структур, а также систему условий, в которых они способны функционировать, и, в частности, менять свое качество.

Наличие базового объекта, из которого могут быть получены другие объекты, неизбежно инициирует задачу классификации полной системы объектов, равно как и анализ системы свойств для этого множества. «Минералы», «растения», «вирусы», «животные»… могут иметь аналогию с соответствующими структурами привычного для нас уровня материи. Их жизнедеятельность, согласно принятой идеологии, софистатна нашей жизнедеятельности.

Связь неассоциативной алгебры Лейбница с алгеброй Мальцева

Исследуем отношения в системе, состоящей из трёх объектов, подчиненных паре ассоциированных структурных мультипликативных операций. Зададим ассоциированные операции в форме таблиц произведений, дублирующих структуру матриц группы перестановок S_3.

Введем 1-операцию для трех элементов согласно структуре матриц, образующих подгруппу группы перестановок:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{array}{|c|ccc|} \hline \overset{1}{\times} & a & b & c \\ \hline a & a & b & c \\ b & c & a & b \\ c & b & c & a \\ \hline \end{array}.$$

Введем 2-операцию для трех произвольных элементов на основе элементов смежного класса в группе перестановок из трех элементов:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to \begin{array}{|c|ccc|}\hline \overset{2}{\times} & a & b & c\\ \hline a & a & b & c\\ b & b & c & a\\ c & c & a & b\\ \hline\end{array}.$$

Определим совокупность операций:

$$/a,a/=0,/a,b/=c-b,/a,c/=b-c,[b,a]=c-b,[b,b]=a-c,[b,c]=b-a,$$

$$\langle b,a\rangle=c-b,\langle b,b\rangle=0,\langle b,c\rangle=b-c,/b,a/=c-b,/b,b/=2(a-c),/b,c/=b+c-2a,$$

$$[c,a]=b-c,[c,b]=c-a,[c,c]=a-b,\langle c,a\rangle=b-c,\langle c,b\rangle=c-b,\langle c,c\rangle=0,$$

$$/c,a/=b-c,/c,b/=b+c-2a,/c,c/=2(a-b).$$

$$[\xi,\eta]=\xi\overset{1}{\times}\eta-\eta\overset{2}{\times}\xi,\quad \langle\xi,\eta\rangle=[\xi,\eta]-[\eta,\xi],\quad /\xi,\eta/=[\xi,\eta]+[\eta,\xi].$$

Множество с указанными операциями неассоциативно. Получим, например,

$$[b,[a,c]]=0,[[b,a],c]=2(a-b),$$
$$\langle b,\langle a,c\rangle\rangle=b-c,\langle\langle b,a\rangle,c\rangle=c-b,$$

$$/b\,/\,a,c\,/\,/=4a-b-3c,/\,/\,b,a/,c/=4a-3b-c.$$

Отсюда следуют законы для тройной системы:

$$\left[a,\left[b,c\right]\right]+\left[b,\left[c,a\right]\right]+\left[c,\left[a.b\right]\right]=2a-b-c,$$
$$\left[a,\left\langle b,c\right\rangle\right]+\left[b,\left\langle c,a\right\rangle\right]+\left[c,\left\langle a,b\right\rangle\right]=0,$$
$$\left[a,/b,c/\right]+\left[b,/c,a/\right]+\left[c,/a,b/\right]=2(2a-b-c),$$

$$\left\langle a,\left[b,c\right]\right\rangle+\left\langle b,\left[c,a\right]\right\rangle+\left\langle c,\left[a,b\right]\right\rangle=0,$$
$$\left\langle a,\left\langle b,c\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle c,a\right\rangle\right\rangle+\left\langle c,\left\langle a,b\right\rangle\right\rangle=0,$$
$$\left\langle a,/b,c/\right\rangle+\left\langle b,/c,a/\right\rangle+\left\langle c,/a,b/\right\rangle=0,$$

$$/a,\left[b,c\right]/+/b,\left[c,a\right]/+/c,\left[a,b\right]/=2\left(2a-b-c\right),$$
$$/a,\left\langle b,c\right\rangle/+/b,\left\langle c,a\right\rangle/+/c,\left\langle a,b\right\rangle/=0,$$
$$/a,/b,c//+/b,/c,a//+/c,/a,b//=4\left(2a-b-c\right).$$

Им можно поставить в соответствие функциональный закон

$$af\left(b,c\right)+bf\left(c,a\right)+cf\left(a,b\right)=\theta.$$

В другой записи получим выражение

$$\partial_k F_{mn}+\partial_m F_{nk}+\partial_n F_{km}=\sigma_{nkm}.$$

Введем обозначения с индексом, соответствующим единой применяемой операции:

$$J_{[\,]}\left(a,b,c\right)=\left[a,\left[b,c\right]\right]+\left[b,\left[c,a\right]\right]+\left[c,\left[a,b\right]\right]=$$
$$=\left[a,\left[c,b\right]\right]+\left[b,\left[a,c\right]\right]+\left[c,\left[b,a\right]\right]=J_{[\,]}\left(a,c,b\right).$$

Из расчета следует, что

$$J_{[\ ]}(a,b,c) = J_{[\ ]}(a,c,b) = 2a - b - c.$$

$$a \cdot a = 0, b \cdot b = a - c, c \cdot c = a - b.$$

Эти формулы характеризуют неассоциативную некоммутативную алгебру Лейбница:

$$[\xi, \eta] \neq -[\eta, \xi].$$

Поскольку $[a,b] = [a,c] = 0$, получим

$$\left[J_{[\ ]}(a,b,c), a\right] = \left[J_{[\ ]}(a,c,b)a\right] = \left[(2a-b-c), a\right] = b - c + c - b = 0,$$
$$J_{[\ ]}(a,[ab],c) = J_{[\ ]}(a,b,[ac]) = 0.$$

В частности, выполняется закон алгебры Мальцева

$$\left[J_{[\ ]}(a,b,c), a\right] = J_{[\ ]}(a,b,[ac]).$$

Выполняется также новый закон

$$\left[J_{[\ ]}(a,b,c), a\right] = J_{[\ ]}(a,[ab],c).$$

Прямой проверкой получим трилинейные законы:

$$\langle a,\langle b,c\rangle\rangle + \langle b,\langle c,a\rangle\rangle + \langle c,\langle a,b\rangle\rangle = 0,$$
$$\langle\langle a,b\rangle, c\rangle + \langle\langle b,c\rangle, a\rangle + \langle\langle c,a\rangle, b\rangle = 0.$$

Новая операция сохранила неассоциативность. Так, например, получим

$$\langle a,\langle c,d\rangle\rangle = 2(b-d), \langle\langle a,c\rangle,d\rangle = 0.$$

Следовательно, функтор

$$\langle \xi,\eta\rangle = [\xi,\eta]-[\eta,\xi]$$

генерирует закон Якоби для неассоциативной алгебры. Это обстоятельство хорошо известно: изменение операции софистатно изменению законов. С физической точки зрения принято говорить об изменении законов при изменении взаимодействия.

Естественно поставить *вопрос о полной системе условий* для анализируемого множества, что позволит учесть все законы взаимодействия. Естественно поставить вопрос о базисе операций (базисе факторов взаимодействий), на основе которых можно получить любую операцию (любое взаимодействие).

Указанные законы можно дополнить:

$$J_{[\ ]}(a,b,c) = J_{[\ ]}(a,c,b),$$
$$\left[a, J_{[\ ]}(a,b,c)\right] = \left[J_{[\ ]}(a,c,b), a\right],$$
$$\left[b, J_{[\ ]}(a,b,c)\right] = -\left[c, J_{[\ ]}(a,c,b)\right],$$
$$\left[J(a,b,c),a\right] = \left[J(a,b,c),b\right] = \left[J(a,c,b)c\right]....$$

Общее правило выглядит так: конечное множество может быть подчинено совокупности достаточно сложных законов.

Операция третьего уровня $/\xi,\eta/$ сохранила неассоциативность множества:

$$//a,b/,c/ = /(c-b),c/ = /c,c/-/b,c/ = 2(a-b)-(b+c-2a) = -3b-c \neq 0,$$

$$/a,/b,c//=/a,\left(b+c-2a\right)/=/a,b/+/a,c/-2/a,a/=\left(c-b\right)+\left(b-c\right)=0.$$

Однако ненулевая сумма зеркальных ассоциаторов в едином законе для неассоциативной алгебры

$$\begin{gathered}(x,y,z)+(z,y,x)=\\=(xy)z-x(yz)+(zy)x-z(yx)\end{gathered}$$

в этой операции имеет нулевое представление

$$//a,b/,c/-/a,/b,c/+//c,b/,a/-/c,/b,a//=$$

$$=/\left(c-b\right),c/-/a,\left(b+c-2a\right)/+/\left(b+c-2a\right),a/-/c,\left(c-b\right)/=$$

$$\begin{gathered}=/c,c/-/c,b/-/a,b/-/a,c/+2/a,a/+\\+/b,a/+/c,a/-2/a,a/-/c,c/+/c,b/=\end{gathered}$$

$$=b-c-b+c+c-b+b-c=0.$$

Ситуация не меняется, если начальным элементом в указанных «циклах» будет другой элемент:

$$\begin{gathered}//b,c/,a/-/b,/c,a//+//a,c/,b/-/a,/cb//=0,\\//c,a/,b/-/c,/a,b//+//b,a/,c/-/b,/ac//=0.\end{gathered}$$

Есть инвариантность суммы ассоциаторов относительно выбора начального элемента в совокупности ориентированных элементов, образующих «цикл». Получим также

$$\begin{gathered}\langle\langle a,b\rangle,c\rangle-\langle a,\langle b,c\rangle\rangle+\langle\langle c,b\rangle,a\rangle-\langle c,\langle b,a\rangle\rangle=0,\\\left[[a,b],c\right]-\left[a,[b,c]\right]+\left[[c,b],a\right]-\left[c,[b,a]\right]=-2(a+b).\end{gathered}$$

Проанализируем полученные условия. Заметим аналогию между когомологиями Хохшильда

$$af\left(b,c\right)-f\left(ab,c\right)+f\left(a,bc\right)-f\left(a,b\right)c=0$$

и единым законом для ассоциативной алгебры

$$\left\{x,\left[y,z\right]\right\}-\left[\left\{x,y\right\},z\right]+\left[x,\left\{y,z\right\}\right]-\left\{\left[x,y\right],z\right\}=0.$$

Она состоит в том, что функциям Хохшильда можно сопоставить скобку Якоби $\left[a,b\right]=ab-ba$, а произведению элементов антикоммутативную скобку $\left\{a,b\right\}=ab+ba$.

Ситуация не меняется, если скобки расставить в другом порядке. Другими словами, единый закон для ассоциативной алгебры, а также закон Хохшильда *инвариантны относительно взаимной замены скобок.*

Применение одинаковых скобок третьего уровня к уравнению Хохшильда удваивает ассоциатор третьего уровня, не равный нулю из-за неассоциативности:

$$/a,/b,c//-//a,b/,c/+/a,/b,c//-//a,b/,c/=2\left(/a,/b,c//-//a,b/,c/\right).$$

Поэтому рассматриваемое множество с операциями третьего уровня (на основании условия равенства нулю ассоциатора) генерирует функциональное уравнение

$$af\left(b,c\right)-f\left(ab,c\right)+cf\left(b,a\right)-f\left(cb,a\right)=0.$$

Оно двумя способами задает двойную сумму зеркальных ассоциаторов для стандартных коммутаторов и антикоммутаторов:

$$\{x,[y,z]\}-[\{x,y\},z]+\{z,[y,x]\}-[\{z,y\},x]=$$
$$+2\left(x(yz)-(xy)z\right)+2\left(z(yx)-(zy)x\right),$$
$$[x,\{yz\}]-\{[x,y],z\}+[z,\{y,x\}]-\{[z.y],x\}=$$
$$=2\left(x(yz)-(xy)z\right)+2\left(z(yx)-(zy)x\right).$$

Последующее применение операций суммирования и вычитания подчинено законам

$$//\xi,\eta//_{-}=/\xi,\eta/-/\eta,\xi/=0,$$
$$//\xi,\eta//_{+}=/\xi,\eta/+/\eta,\xi/=2/\xi,\eta/,$$
$$//\xi,\eta//_{n+}=n/\xi,\eta/.$$

Операция $//\xi,\eta//_{-}$ разрушила неассоциативность. Операция $//\xi,\eta//_{+}$ генерирует аналоговые объекты.

Объединим уравнение Хохшильда с новым функциональным уравнением:

$$af(b,c)-f(ab,c)+cf(b,a)-f(cb,a)-$$
$$-(af(b,c)-f(ab,c)+f(a,bc)-f(a,b)c)=$$

$$=f(a,b)c-f(a,bc)+cf(b,a)-f(cb,a)=0.$$

На *матричном произведении* (независимо от ассоциативности) это уравнение генерирует «зеркальные» законы (*без ассоциаторов*):

$$\mathrm{K}_m(1)=[\{a,b\},c]-\{a,[b,c]\}+[c,\{b,a\}]-\{[c,b],a\}=0,$$
$$\mathrm{K}_m(2)=\{[a,b],c\}-[a,\{b,c\}]+\{c,[b,a]\}-[\{c,b\},a]=0.$$

Анализируемое множество, состоящее из трех объектов, генерирует неоднородные законы, однородны их разности:

$$\mathrm{K}(1)-\mathrm{K}(2)=0,$$

$$\left[\langle a,b\rangle,c\right]-\langle a,[b,c]\rangle+\left[c,\langle b,a\rangle\right]-\langle [c,b],a\rangle-$$
$$-\left(\langle [a,b],c\rangle-\left[a,\langle b,c\rangle\right]+\langle c,[b,a]\rangle-\left[\langle c,b\rangle,a\right]\right)=0.$$

Уравнение выполняется при замене элементов согласно порядку $a,b,c \leftrightarrow b,c,a \leftrightarrow c,a,b.$ В первом и втором случае между собой «компенсируются» выражения

$$\mathrm{K}_1(1)=\mathrm{K}_1(2)=3(b-c),\mathrm{K}_2(1)=\mathrm{K}_2(2)=(c-b).$$

В третьем случае «компенсация» обеспечивается выражением $\mathrm{K}_3(1)=\mathrm{K}_3(2)=2(b-c).$ Имеет место закон

$$\mathrm{K}_1(1)+\mathrm{K}_2(1)0-\mathrm{K}_3(1)=0,\mathrm{K}_1(2)+\mathrm{K}_2(2)-\mathrm{K}_3(2)=0.$$

Компенсация в рамках анализируемого множества получается также на основе закона

$$P(1)-P(2)=3(b-c)-3(b-c)=0,$$

$$\left[\langle a,b\rangle,c\right]+\langle a,[b,c]\rangle+\left[c,\langle b,a\rangle\right]+\langle [c,b],a\rangle-\left(\langle [a,b],c\rangle+\left[a,\langle b,c\rangle\right]+\langle c,[b,a]\rangle+\left[\langle c,b\rangle,a\right]\right)=0.$$

Следовательно, имеет место новый функциональный закон

$$f(a,b)c+f(a,bc)+cf(b,a)+f(cb,a)=0.$$

Мы замечаем здесь некоторую аналогию с циклическими уравнениями для 4 элементов, базируясь на которых можно достичь понимания аналогии электромагнетизма и гравитации.

Аналогично рассмотрим совокупность из 4 объектов, подчиненных паре структурно ассоциированных операций.

Пусть первая операция базируется на четверной группе Клейна:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to \begin{array}{|c|cccc|}\hline \overset{1}{\times} & a & b & c & d\\ \hline a & a & b & c & d\\ b & b & a & d & c\\ c & c & d & a & b\\ d & d & c & b & a\\ \hline\end{array}.$$

Пусть вторая операция базируется на смежном В-классе этой группы:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to \begin{array}{|c|cccc|}\hline \overset{2}{\times} & a & b & c & d\\ \hline a & a & b & c & d\\ b & d & c & b & a\\ c & c & d & a & b\\ d & b & a & d & c\\ \hline\end{array}.$$

На операции Лейбница $[\xi,\eta]=\xi\overset{1}{\times}\eta-\eta\overset{2}{\times}\xi$ получим соответствия

$$[a,a]=0,[a,b]=b-d,[a,c]=0,[a,d]=d-b,$$
$$[b,a]=0,[b,b]=a-c,[b,c]=0,[b,d]=c-a,$$

$$[c,a]=0,[c,b]=d-b,[c,c]=0,[c,d]=b-d,$$
$$[d,a]=0,[d,b]=c-a,[d,c]=0,[d,d]=a-c.$$

В данном случае $\left[[x,y],z\right]-\left[x,[y,z]\right]\neq\left[[x,z],y\right]$.

Введем величину $\sigma=a+b+c+d$. Она формирует условие
$$[\xi,\sigma]=0=[\sigma,\xi].$$

Исследуем операцию

$$\langle a,b\rangle=[a,b]-[b,a].$$

Получим
$$\langle a,b\rangle=b-d,\langle a,c\rangle=0,\langle a,d\rangle=d-b,$$
$$\langle b,a\rangle=d-b,\langle b,c\rangle=b-d,\langle b,d\rangle=0,$$
$$\langle c,a\rangle=0,\langle c,b\rangle=d-b,\langle c,d\rangle=b-d,$$
$$\langle d,a\rangle=b-d,\langle d,b\rangle=0,\langle d,c\rangle=d-b.$$

В этом неассоциативном случае для любой тройки элементов выполняются законы:

$$\left[\langle a,b\rangle,c\right]-\left\langle a,[b,c]\right\rangle+\left[c,\langle b,a\rangle\right]-\left\langle [c,b],a\right\rangle=0,$$
$$\left\langle [a,b],c\right\rangle-\left[a,\langle b,c\rangle\right]+\left\langle c,[b,a]\right\rangle-\left[\langle c,b\rangle,a\right]=0.$$

Они соответствуют функциональному закону

$$f(a,b)c-f(a,bc)+cf(b,a)-f(cb,a)=0.$$

Выполняется также закон

$$\left[\langle a,b\rangle,c\right]+\left\langle a,[b,c]\right\rangle+\left[c,\langle b,a\rangle\right]+\left\langle [c,b],a\right\rangle-$$
$$-\left(\left\langle [a,b],c\right\rangle+\left[a,\langle b,c\rangle\right]+\left\langle c,[b,a]\right\rangle+\left[\langle c,b\rangle,a\right]\right)=0.$$

Он соответствует функциональному закону

$$f\left(a,b\right)c+f\left(a,bc\right)+cf\left(b,a\right)+f\left(cb,a\right)=0.$$

Для системы, состоящей из 4 объектов, в рамках обобщенной алгебры Лейбница следуют также законы вида

$$J\left(a,b,c,da\right)=J\left(a,b,c,d\right)a=J\left(a,b,c,ad\right),$$

$$J\left(a,b,c,da\right)=J\left(a,b,cb,d\right)=J\left(a,ba,c,d\right)=0...$$

Поскольку циклические уравнения для обобщенной алгебры Лейбница ассоциированы с уравнениями расчетной модели для электромагнетизма и гравитации, мы понимаем, что указанная алгебра, а также алгебра Мальцева имеют прямую связь с физическими явлениями.

Поскольку, так или иначе, физика состоит в изменениях, основанных на получении информации и реакциях на неё, алгебры Лейбница и Мальцева относятся к категории алгебр, описывающих информационные процессы.

Получим обобщенное циклическое уравнение для элементов, подчиненных обобщенной алгебре Лейбница с произведениями в форме разности коммутаторов. Согласно им получим закон

$$\left\langle a,\left\langle b,\left\langle c,d\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle c,\left\langle d,a\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle c,\left\langle d,\left\langle a,b\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle d,\left\langle a,\left\langle b,c\right\rangle\right\rangle\right\rangle=0.$$

Соотношения меняются при рассмотрении циклических уравнений с повторяющимися элементами. Так, справедлив закон с неуравновешенной системой знаков вида

$$\left\langle a,\left\langle b,\left\langle c,a\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle c,\left\langle a,a\right\rangle\right\rangle\right\rangle-\left\langle c,\left\langle a,\left\langle a,b\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle a,\left\langle a,\left\langle b,c\right\rangle\right\rangle\right\rangle=0.$$

В данном случае выбор знаков можно выполнить согласно правилу расчета четности перестановок в системе элементов:

$$1231\to 2,2311\to 4,3112\to 3,1123\to 0.$$

Выполняются также законы:

$$\left\langle a,\left\langle b,\left\langle c,b\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle c,\left\langle b,a\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle c,\left\langle b,\left\langle a,b\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle a,\left\langle b,c\right\rangle\right\rangle\right\rangle=0,$$

$$\left\langle a,\left\langle b,\left\langle c,c\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle c,\left\langle c,a\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle c,\left\langle c,\left\langle a,b\right\rangle\right\rangle\right\rangle-\left\langle c,\left\langle a,\left\langle b,c\right\rangle\right\rangle\right\rangle=0,$$

$$\left\langle a,\left\langle b,\left\langle c,d\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle c,\left\langle d,a\right\rangle\right\rangle\right\rangle-\left\langle c,\left\langle d,\left\langle a,b\right\rangle\right\rangle\right\rangle+\left\langle d,\left\langle a,\left\langle b,c\right\rangle\right\rangle\right\rangle=0.$$

Они зависят от того, находятся ли элементы на инцидентных или на неинцидентных ребрах симплекса, который их объединяет.

Объединим четверную группу Клейна со смежным D-классом. Есть операции двух видов:

$\overset{1}{\times}$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

,

$\overset{2}{\times}$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	d	c	b	a
d	c	d	a	b

.

Произведения задаются выражениями:

$$\left[a,a\right]=0,\left[a,b\right]=0,\left[a,c\right]=c-d,\left[a,d\right]=d-c,$$

$$[b,a]=0,[b,b]=0,[b,c]=d-c,[b,d]=c-d,$$
$$[c,a]=0,[c,b]=0,[c,c]=a-b,[c,d]=b-a,$$
$$[d,a]=0,[d,b]=0,[d,c]=b-a,[d,d]=a-b.$$

$$J(a,b,c)=[a,[b,c]]+[b,[c,a]]+[c,[a,b]]=[a,(d-c)]=2(d-c).$$

$$\langle a,a\rangle=0,\langle a,b\rangle=0,\langle a,c\rangle=c-d,\langle a,d\rangle=d-c,$$
$$\langle b,a\rangle=0,\langle b,b\rangle=0,\langle b,c\rangle=d-c,\langle b,d\rangle=c-d,$$
$$\langle c,a\rangle=d-c,\langle c,b\rangle=c-d,\langle c,c\rangle=0,\langle c,d\rangle=0,$$
$$\langle d,a\rangle=c-d,\langle d,b\rangle=d-c,\langle d,c\rangle=0,\langle d,d\rangle=0.$$

В модели выполняются полученные ранее условия «компенсации»:

$$[\langle a,b\rangle,c]-\langle a,[b,c]\rangle+[c,\langle b,a\rangle]-\langle [c,b],a\rangle=2(c-d),$$
$$\langle [a,b],c\rangle-[a,\langle b,c\rangle]+\langle c,[b,a]\rangle-[\langle c,b\rangle,a]=2(c-d).$$

Объединим операции B-класса и D-класса:

$\overset{1}{\times}$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	d	c	b	a
c	c	d	a	b
d	b	a	d	c

,

$\overset{2}{\times}$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	d	c	b	a
d	c	d	a	b

.

Тогда

$$[a,a]=0,[a,b]=0,[a,c]=c-d,[a,d]=d-c,$$

$$[b,a]=d-b,[b,b]=c-a,[b,c]=b-c,[b,d]=a-d,$$
$$[c,a]=0,[c,b]=0,[c,c]=a-b,[c,d]=b-a,$$
$$[d,a]=b-d,[d,b]=a-c,[d,c]=d-a,[d,d]=c-b,$$
$$J(a,b,c)=[a,[b,c]]+[b,[c,a]]+[c,[a,b]]=$$
$$=[a,(b-c)]=-c+d.$$
$$\langle a,a\rangle=0,\langle a,b\rangle=b-d,\langle a,c\rangle=c-d,\langle a,d\rangle=2d-c-b,$$
$$\langle b,a\rangle=d-b,\langle b,b\rangle=0,\langle b,c\rangle=b-c,\langle b,d\rangle=c-d,$$
$$\langle c,a\rangle=d-c,\langle c,b\rangle=c-b,\langle c,c\rangle=0,\langle c,d\rangle=b-d,$$
$$\langle d,a\rangle=-2d+c+b,\langle d,b\rangle=d-c,\langle d,c\rangle=d-b,\langle d,d\rangle=0.$$

Полученные ранее соотношения нарушаются. Отсутствует «компенсация» зеркальных ассоциаторов. Циклические уравнения становятся неоднородными. Получим

$$[\langle a,b\rangle,c]-\langle a,[b,c]\rangle+[c,\langle b,a\rangle]-\langle [c,b],a\rangle=a+c-2d,$$
$$\langle [a,b],c\rangle-[a,\langle b,c\rangle]+\langle c,[b,a]\rangle-[\langle c,b\rangle,a]=b+d,$$
$$\sigma(a,b,c)=[a,[b,c]]+[b,[c,a]]+[c,[a,b]]=d-c,$$
$$\kappa(a,b,c)=\langle a,\langle b,c\rangle\rangle+\langle b,\langle c,a\rangle\rangle+\langle c,\langle a,b\rangle\rangle=2(c-b),\ldots$$

Следовательно, рассматриваемые законы согласованы с выбором группы на матричной операции. Если указанный исходный набор структурно ассоциированных операций не соответствует совокупности элементов группы, законы становятся сложнее.

Задача состоит в том, чтобы найти их функциональное выражение. Скорее всего, речь может идти о конструировании нелинейных «скомпенсированных» соотношений. Не исключен вариант, что любая модель, ассоциированная с группой, относится к категории простейших моделей.

Алгебры Мальцева дают пример нелинейных алгебраических моделей. Понятно, что они не охватывают всего семейства моделей.

Укажем несколько возможностей. Так как

$$\sigma(a,b,c)=\left[a,[b,c]\right]+\left[b,[c,a]\right]+\left[c,[a,b]\right]=d-c,$$

то

$$\left[\sigma(a,b,c),b\right]=a-c,\left[(a-c),b\right]=0.$$

Следовательно, $\left[\left[\sigma(a,b,c),b\right],b\right]=0.$ С другой стороны, рассмотрим

$$\sigma(a,b,bb,c)=\left[a,\left[b,\left[[bb],c\right]\right]\right]+\left[b,\left[[bb],[c,a]\right]\right]+$$
$$+\left[[bb],\left[c,[a,b]\right]\right]==\left[a,\left[b,\left[(c-a),c\right]\right]\right]=$$
$$=\left[a,\left[b,(a-b-c+d)\right]\right]=\left[a,\left([b,a]-[bb]-[bc]+[ad]\right)\right]=$$
$$=\left[a,(d-b-c+a-b+c+a-d)\right]=2[a,a]-2[a,b]=0.$$

Алгебра Лейбница на рассматриваемой BD-паре операций генерирует нелинейный закон типа обобщенной алгебры Мальцева:

$$\sigma(a,b,c)bb=\sigma(a,b,bb,c).$$

Есть другие законы, свидетельствующие о «выделенности» элемента a:

$$\left[a,\left(\sigma(a,b,c)+\kappa(a,b,c)\right)\right]=0,$$
$$\left\langle a,\left(\sigma(a,b,c)+\kappa(a,b,c)\right)\right\rangle=0.$$

Конформационная алгебра отношений пары объектов

Мы рассматривали алгебры на паре операций, ассоциированных со структурой их отношений в рамках модели конформаций, когда система матриц охватывает всю совокупность значимых мест. При анализе отношений в паре объектов есть только одна конформация. По этой причине пара операций может быть сконструирована на перестановке исходных элементов. Согласно такой модели получим пару операций

$$\begin{array}{|c|cc|} \hline \overset{1}{\times} & a & b \\ \hline a & a & b \\ b & b & a \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{|c|cc|} \hline \overset{2}{\times} & b & a \\ \hline b & b & a \\ a & a & b \\ \hline \end{array}.$$

Введем операции высших уровней:

$$[\xi,\eta]=\xi\overset{1}{\times}\eta-\eta\overset{2}{\times}\xi \to [a,a]=a-b,[a,b]=b-a,[b,a]=b-a,[b,b]=a-b,$$

$$\langle\xi,\eta\rangle=[\xi,\eta]-[\eta,\xi]\to\langle a,a\rangle=\langle a,b\rangle=\langle b,a\rangle=\langle b,b\rangle=0,$$

$$/\xi,\eta/=[\xi,\eta]+[\eta,\xi]\to /a,a/=/b,b/=2(a-b),/a,b/=/b,a/=2(b-a).$$

Поскольку элементов только два, циклические уравнения на паре объектов указаны в форме операций высших уровней. Аналогичные уравнения для трех объектов содержат повторяющиеся элементы. Для их анализа введем аналог якобиана, величину

$$\mu(a,a,b)=\left[a,[a,b]\right]+\left[a,[b,a]\right]+\left[b,[a,a]\right],...$$

В этом случае

$$\mu(b,a,a)=\mu(a,a,b)=6(b-a),$$

$$\mu(a,b,a)=\mu(b,b,a)=\mu(b,a,b)=\mu(a,b,a)=6(a-b).$$

По этой причине есть система условий «компенсации» «якобианов» типа

$$\mu(a,b,a)-\mu(b,a,b)=0,$$
$$\mu(b,a,a)+\mu(b,b,a)=0,\ldots$$

Имеют место законы:

$$[a,\mu]=[\mu,a]=2\mu,[b,\mu]=[\mu,b]=-2\mu,$$
$$[(a+b),\mu]=[\mu,(a+b)]=0.$$

Выполняются законы, аналогичные законам алгебры Мальцева:

$$\mu(a,a,ba)=\mu a,\mu(a,b,aa)=\mu a,\ldots$$

Следовательно, отношения в паре задаются сложными, нелинейными законами.

Симметричная конформационная алгебра на тройке объектов

Введем 1-операцию для трех элементов согласно структуре матриц, образующих подгруппу группы перестановок:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\to$$

$\overset{1}{\times}$	a	b	c
a	a	b	c
b	c	a	b
c	b	c	a

Введем 2-операцию для трех произвольных элементов на основе элементов смежного класса в группе перестановок из трех элементов:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to$$

$\overset{2}{\times}$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

Определим квазисимметричную $\{\xi,\eta\}$ и симметричную $\langle\xi,\eta\rangle$ операции:

$$\{\xi,\eta\}=\xi\overset{1}{\times}\eta+\eta\overset{2}{\times}\xi,\langle\xi,\eta\rangle=\{\xi,\eta\}+\{\eta,\xi\}.$$

Получим, соответственно, таблицы ассоциативных и неассоциативных произведений:

$$\{a,a\}=2a,\{a,b\}=2b,\{a,c\}=2c,$$
$$\{b,a\}=c+b,\{b,b\}=a+c,\{b,c\}=b+a,$$
$$\{c,a\}=b+c,\{c,b\}=a+c,\{c,c\}=a+b.$$
$$\{(a+b+c),(a+b+c)\}=6(a+b+c),$$
$$\langle(a+b+c),(a+b+c)\rangle=12(a+b+c),$$

$$\langle a,a\rangle = 4a, \langle a,b\rangle = 3b+c, \langle a,c\rangle = 3c+b,$$
$$\langle b,a\rangle = 3b+c, \langle b,b\rangle = 2a+2c, \langle b,c\rangle = 2a+b+c,$$
$$\langle c,a\rangle = 3c+b, \langle c,b\rangle = 2a+b+c, \langle c,c\rangle = 2a+2b.$$

Тогда

$$J(a,b,c) = \{a,\{b,c\}\} + \{b,\{c,a\}\} + \{c,\{a,b\}\} = 6a+3b+3c,$$
$$\{a,\{b,c\}\} + \{b,\{c,a\}\} + \{c,\{a,b\}\} = \{\{a,b\},c\} + \{\{b,c\},a\} + \{\{c,a\},b\}.$$

Выполняются законы, аналогичные законам для алгебры Мальцева:

$$J(a,b,c) = J(a,c,b),$$
$$\{J,a\} = 2J = \{a,J\},$$
$$\{J(a,b,c),a\} = J(a,b,\{a,c\}).$$

Ранее аналог закона для алгебры Мальцева был получен при «квазиантисимметричном» произведении. Другими словами, расширена область приложений законов типа алгебры Мальцева. Такое направление исследование инициировано попыткой единого рассмотрения симметричных и антисимметричных величин в физике. В частности, анализ может быть полезен в решении проблемы единого описания электромагнетизма и гравитации. «Квазисимметричность» инициирует создание расчетных моделей с расширенным спектром математических операций. С физической точки зрения это обстоятельство соответствует учету новых сторон и граней взаимодействия объектов. Поскольку неассоциативность мы соотносим передаче информации, речь может идти о новых гранях информационного взаимодействия, присущего физической Реальности.

Рассматриваемые произведения имеют место безотносительно к структуре анализируемых элементов. В некотором смысле мы анализируем законы, единые для любых объектов при управлении, реализуемом операциями, ассоциированными со структурами других объектов: управляющих объектов. При этом операции инициированы конформациями. Поэтому речь идет о законах для конформационных алгебр.

В данном варианте алгебр имеют место равенства

$$\left\{a,\left\langle b,c\right\rangle\right\}+\left\{b,\left\langle c,a\right\rangle\right\}+\left\{c,\left\langle a,b\right\rangle\right\}=2J\left(a,b,c\right),$$
$$\left\langle a,\left\{b,c\right\}\right\rangle+\left\langle b,\left\{c,a\right\}\right\rangle+\left\langle c,\left\{a,b\right\}\right\rangle=2J\left(a,b,c\right),$$
$$\left\langle a,\left\langle b,c\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle c,a\right\rangle\right\rangle+\left\langle c,\left\langle a,b\right\rangle\right\rangle=4J\left(a,b,c\right).$$

Квазисимметричное произведение альтернативно:

$$\left\{\xi,\left\{\xi,\eta\right\}\right\}=\left\{\left\{\xi,\xi\right\},\eta\right\},\left\{\left\{\eta,\xi\right\},\xi\right\}=\left\{\eta,\left\{\xi\xi\right\}\right\}.$$

Симметричное произведение не альтернативно.

Введенные произведения по типу алгебры Лейбница дополняют привычные коммутативные и антикоммутативные произведения.

Действительно, получим

$$g^*\left(\xi,\eta\right)=\xi\overset{1}{\times}\eta+\eta\overset{2}{\times}\xi=\xi\overset{1}{\times}\eta+\eta\overset{1}{\times}\xi+\eta\overset{2}{\times}\xi-\eta\overset{1}{\times}\xi=$$
$$=\left\{\xi,\eta\right\}_1+\left(\eta\overset{2}{\times}\xi-\eta\overset{1}{\times}\xi\right),$$

$$g^*\left(\xi,\eta\right)=\xi\overset{1}{\times}\eta-\eta\overset{2}{\times}\xi=\xi\overset{1}{\times}\eta-\eta\overset{1}{\times}\xi-\eta\overset{2}{\times}\xi+\eta\overset{1}{\times}\xi=$$
$$=\left[\xi,\eta\right]_1+\left(\eta\overset{1}{\times}\xi-\eta\overset{2}{\times}\xi\right),\ldots$$

Ситуация становится конструктивной при введении *фактора вероятности деформации операций* θ. Пусть

$$\widehat{g}^*\left(\xi,\eta\right)=\xi\overset{1}{\times}\eta+\eta\overset{2}{\times}\xi=\xi\overset{1}{\times}\eta+\eta\overset{1}{\times}\xi+\eta\overset{2}{\times}\xi-\eta\overset{1}{\times}\xi=\left\{\xi,\eta\right\}_1+\theta\left(\eta\overset{2}{\times}\xi-\eta\overset{1}{\times}\xi\right),$$

$$\widehat{g}^*\left(\xi,\eta\right)=\xi\overset{1}{\times}\eta-\eta\overset{2}{\times}\xi=\xi\overset{1}{\times}\eta-\eta\overset{1}{\times}\xi-\eta\overset{2}{\times}\xi+\eta\overset{1}{\times}\xi=\left[\xi,\eta\right]_1+\theta\left(\eta\overset{1}{\times}\xi-\eta\overset{2}{\times}\xi\right),\ldots$$

Если $\theta=0$, отсутствует деформация операций, если $\theta=1$, вероятность деформации операций равна единице.

Ситуация меняется, если вероятность деформации задается внешними условиями или внутренними намерениями. Тогда отношения между в системе объектов могут существенно измениться, равно как и законы, которым подчиняется их совокупность.

Динамическая система ассоциированных операций на тройке объектов

Введем пару операций для трех элементов согласно структуре матриц, образующих группу перестановок:

$\overset{1}{\times}$	a	b	c
a	a	b	c
b	c	a	b
c	b	c	a

,

$\overset{2}{\times}$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

.

Определим на этой основе новую динамическую операцию.

Пусть она зависит от скалярного параметра, который задает управление операцией θ:

$$\left|a,b\right|=a\overset{1}{\times}b-b\overset{1}{\times}a+\theta\left(b\overset{1}{\times}a-b\overset{2}{\times}a\right).$$

Получим таблицу

$$|a,a|=0,|a,b|=b-c+\theta(c-b),|a,c|=c-b+\theta(b-c),$$
$$|b,a|=c-b,|b,b|=\theta(a-c),|b,c|=b-c+\theta(c-a),$$
$$|c,a|=b-c,|c,b|=c-b+\theta(b-a),|c,c|=\theta(a-b).$$

Согласно ей следует условие

$$\begin{aligned}
&\big|a,|b,c|\big|+\big|b,|c,a|\big|+\big|c,|a,b|\big|=\\
&=\big|a,\big(b-c+\theta(c-a)\big)\big|+\big|b,(b-c)\big|+\big|c,\big(b-c+\theta(c-b)\big)\big|=\\
&=|a,b|-|a,c|+\theta|a,c|-\theta|a,a|+|b,b|-|b,c|+|c,b|-|c,c|+\\
&+\theta|c,c|-\theta|c,b|==b-c+\theta(c-b)-c+b-\theta(b-c)+\theta c-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&-\theta b+\theta^2(b-c)-\theta\cdot 0+\theta a-\theta c--b+c-\theta c+\theta a+c-b+\\
&+\theta b-\theta a-\theta a+\theta b+\theta^2 a-\theta^2 b-\theta c+\theta b-\theta^2 b+\theta^2 a=\\
&=b-c-c+b-b+c+c-b+\\
&+\theta\big(c-b-b+c+c-b+a-c-c+a+b-a-a+b-c+b\big)+\\
&+\theta^2(b-c+a-b-b+a)=\theta^2(2a-b-c)==J^*(a,b,c).
\end{aligned}$$

Справедливы соотношения, аналогичные законам алгебры Мальцева:

$$\big|J^*(a,b,c),a\big|=-\theta^2(c-b+b-c)=0,$$
$$\big|J^*(a,b,c),a\big|=J^*\big(a,b,|(b+c),a|\big),$$
$$|(b+c),a|=0,$$

Они не зависят от величины динамической переменной θ. Есть также другие частные законы, обусловленные наличие и «взаимодействием» системы операций.

Конечное множество, подчиненное системе операций, подчинено также системе согласованных законов. Система операций имеет функции, похожие на функции действующей программы. Динамический фактор управления операциями регулирует возможные программы. Он может быть «вектором» или «тензором», если в наличии достаточно операций. Однако законы могут не зависеть от него.

Конформационная алгебра на тройке операций

Подгруппа перестановок 4 элементов содержит 3 пары конформаций и одну тройку конформаций. Мы частично проанализировали свойства конечных множеств, подчиненных управлению со стороны пары конформаций. Полученные законы имеют аналогию с физическими моделями. Естественно проанализировать тройку конформаций. В этом случае получим три произведения:

$$\overset{1}{\times} \to \begin{array}{|c|cccc|}\hline \overset{1}{\times} & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ b & b & a & d & c \\ c & c & d & a & b \\ d & d & c & b & a \\ \hline \end{array}, \overset{2}{\times} \to \begin{array}{|c|cccc|}\hline \overset{2}{\times} & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ b & c & d & a & b \\ c & d & c & b & a \\ d & b & a & d & c \\ \hline \end{array},$$

$$\overset{3}{\times}\rightarrow\begin{array}{|c|cccc|}\hline \overset{3}{\times} & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ b & d & c & b & a \\ c & b & a & d & c \\ d & c & d & a & b \\ \hline \end{array}.$$

Соответственно, введем систему операций:

$$\left[a,b\right]^{3}=a\overset{1}{\times}b\pm b\overset{2}{\times}a\pm\begin{cases}a\overset{3}{\times}b,\\ b\overset{3}{\times}a.\end{cases}$$

На начальной стадии проанализируем операцию

$$\left[a,b\right]=a\overset{1}{\times}b+b\overset{2}{\times}a-a\overset{3}{\times}b.$$

Операция генерирует таблицу, которая характеризует *управляемые отношения* в системе:

$$\begin{gathered}\left[a,a\right]=a,\left[a,b\right]=c,\left[a,c\right]=d,\left[a,d\right]=b,\\ \left[b,a\right]=2b-d,\left[b,b\right]=a+d-c,\left[b,c\right]=d+c-b,\left[b,d\right]=c,\\ \left[c,a\right]=2c-b,\left[c,b\right]=d,\left[c,c\right]=a+b-d,\left[c,d\right]=b+d-c,\\ \left[d,a\right]=2d-c,\left[d,b\right]=c+b-d,\left[d,c\right]=b,\left[d,d\right]=a+c-b.\end{gathered}$$

Введем величину $\sigma=a+b+c+d.$ Она подчинена условиям

$$\begin{gathered}\left[\sigma,a\right]=\left[\sigma,b\right]=\left[\sigma,c\right]=\left[\sigma,d\right]=\sigma,\\ \left[a,\sigma\right]=\left[b,\sigma\right]=\left[c,\sigma\right]=\left[d,\sigma\right]=\sigma.\end{gathered}$$

Этой же величине в таблице произведений равны суммы элементов каждой строки и каждого столбца.

Справедливы равенства:

$$a = \frac{1}{3}\left([b,b]+[c,c]+[d,d]\right),$$

$$a=[b,b]-[a,c]+[a,b]=[c,c]-[a,d]+[a,c]=[d,d]-[a,b]+[a,d],$$

$$a=[b,b]+[c,c]-[a,d]+[a,b]=$$

$$=[b,b]+[d,d]-[a,c]+[a,d]=[c,c]+[d,d]-[a,b]+[a,c].$$

Они могут применять в получаемых законах на месте величины a, формируя новые функциональные выражения на основе указанных *функций управления законами*.

Определим величину

$$J(a,b,c)=\left[a,[b,c]\right]+\left[b,[c,a]\right]+\left[c,[ab]\right].$$

Получим выражения неассоциативной, неальтернативной алгебры:

$$J(a,b,c)=d+2c, J(b,c,d)=3a, J(c,d,a)=b+2d, J(d,a,b)=2b+c,$$

$$J(a,b,c)+J(b,c,d)+J(c,d,a)+J(d,a,b)=3\sigma,$$

$$\left[J(\xi,\eta,\varsigma),\sigma\right]=3\sigma=\left[\sigma,J(\xi,\eta,\varsigma)\right].$$

Заметим функциональное выражение управляющей величины a на основе выражений

$$J(b,c,d)=3a=J\left([a,b],[a,c],[a,d]\right).$$

Их можно применять в полученных выражениях взамен величины a, образуя сложные функциональные зависимости. В частности, анализируемое множество подчинено *согласованным* циклическим законам для троек элементов, следующих друг за другом в замкнутой последовательности (a,b,c,d):

$$\left[a, J\left(a,b,c\right)\right] = J\left(\left[a,a\right],\left[a,b\right],\left[a,c\right]\right) = b + 2d,$$
$$\left[a, J\left(b,c,d\right)\right] = J\left(\left[a,b\right],\left[a,c\right],\left[a,d\right]\right) = 3a,$$
$$\left[a, J\left(c,d,a\right)\right] = J\left(\left[a,c\right],\left[a,d\right],\left[a,a\right]\right) = c + 2b,$$
$$\left[a, J\left(d,a,b\right)\right] = J\left(\left[a,d\right],\left[a,a\right],\left[a,b\right]\right) = 2c + d.$$

Сумма этих выражений равна 3σ. Аналогичные законы справедливы для *колебательных* циклов, основанных на двух элементах:

$$\left[a, J\left(a,b,a\right)\right] = J\left(\left[a,a\right],\left[a,b\right],\left[a,a\right]\right) = c + 2d,$$
$$\left[a, J\left(b,c,b\right)\right] = J\left(\left[a,b\right],\left[a,c\right],\left[a,b\right]\right) = -2a + 2b - 2c + 5d,$$

$$\left[a, J\left(c,d,c\right)\right] = J\left(\left[a,c\right],\left[a,d\right],\left[a,c\right]\right) = -2a + 5b + 2c - 2d,$$
$$\left[a, J\left(d,a,d\right)\right] = J\left(\left[a,d\right],\left[a,a\right],\left[a,d\right]\right) = 3a - 2c + 2d.$$

Сумма этих выражений не равна 3σ. Эти же законы справедливы для колебательных циклов с другой ориентацией:

$$\left[a, J\left(a,d,a\right)\right] = J\left(\left[a,a\right],\left[a,d\right],\left[a,a\right]\right),\ldots$$

Они выполняются также для согласованных циклов с «промежутком» между элементами:

$$\left[a, J\left(a,c,d\right)\right] = J\left(\left[a,a\right],\left[a,c\right],\left[a,d\right]\right),\ldots$$

Закон указанного вида выполняется также для симметричных циклов из 4 элементов:

$$J(a,b,c,d)=[a,[b,[c,d]]]+[b,[c,[d,a]]]+[c,[d,[a,b]]]+[d,[a,[b,c]]],$$

$$[a, J(a,b,c,d)] = J([a,a],[a,b],[a,c],[a,d]),$$

$$[a, J(a,d,c,b)] = J([a,a],[a,d],[a,c],[a,b]).$$

Он имеет место для 4-циклов с переменой знаков:

$$J^*(a,b,c,d)=[a,[b,[c,d]]]-[b,[c,[d,a]]]+[c,[d,[a,b]]]-[d,[a,[b,c]]],$$

$$[a, J^*(a,b,c,d)] = J^*([a,a],[a,b],[a,c],[a,d]) = -a+b+c-d,$$

$$[a, J^*(a,d,c,b)] = J^*([a,a],[a,d],[a,c],[a,b]) = -a+b-c+d.$$

Эти законы косвенно показывают четырехметрику с чередованием знаков. Заметим, что аналогичные дифференциальные циклические законы для 4 элементов получены ранее в *единой модели* электромагнетизма и гравитации. Циклические уравнения, *обобщающие закон Мальцева*, естественны в данной *модели управления* объектами.

Введем операцию следующего уровня

$$\langle a,b\rangle = [a,b]-[b,a].$$

Получим таблицу

$$\langle a,a\rangle = 0, \langle a,b\rangle = c-2b+d,$$
$$\langle a,c\rangle = d-2c+b, \langle a,d\rangle = b-2d+c,$$

$$\left\langle b,a\right\rangle =-c+2b-d,\left\langle b,b\right\rangle =0,\left\langle b,c\right\rangle =c-b,\left\langle b,d\right\rangle =-b+d,$$
$$\left\langle c,a\right\rangle =-d+2c-b,\left\langle c,b\right\rangle =b-c,\left\langle c,c\right\rangle =0,\left\langle c,d\right\rangle =d-c,$$
$$\left\langle d,a\right\rangle =-b+2d-c,\left\langle d,b\right\rangle =b-d,\left\langle d,c\right\rangle =c-d,\left\langle d,d\right\rangle =0.$$

Введем величину

$$Q\left(a,b,c\right)=\left\langle a,\left\langle b,c\right\rangle\right\rangle+\left\langle b,\left\langle c,a\right\rangle\right\rangle+\left\langle c,\left\langle ab\right\rangle\right\rangle.$$

Получим выражения и законы вида

$$Q\left(a,b,c\right)=Q\left(b,c,a\right)=Q\left(c,a,b\right)=0,$$
$$Q\left(b,c,d\right)=Q\left(c,d,b\right)=Q\left(d,b,c\right)=0,$$
$$Q\left(c,d,a\right)=Q\left(d,a,c\right)=Q\left(a,c,d\right)=0,$$
$$Q\left(d,a,b\right)=Q\left(a,b,d\right)=Q\left(b,d,a\right)=0,$$

$$\left\langle \xi,Q\left(a,b,c\right)\right\rangle-Q\left(a,b,c\right)=0,\left\langle \xi,Q\left(b,c,a\right)\right\rangle-Q\left(b,c,a\right)=0,$$
$$\left\langle \xi,Q\left(c,a,b\right)\right\rangle-Q\left(c,a,b\right)=0,\xi\rightarrow a,b,c,$$

$$\left\langle Q\left(a,b,d\right),a\right\rangle-3Q\left(a,b,d\right)=0,\left\langle Q\left(b,d,a\right),a\right\rangle-3Q\left(b,d,a\right)=0,$$
$$\left\langle Q\left(d,a,b\right),a\right\rangle-3Q\left(d,a,b\right)=0,$$
$$\left\langle \eta,Q\left(a,b,d\right)\right\rangle-Q\left(a,b,d\right)=0,\left\langle \eta,Q\left(b,d,a\right)\right\rangle-Q\left(b,d,a\right)=0,$$
$$\left\langle \eta,Q\left(d,a,b\right)\right\rangle-Q\left(d,a,b\right)=0,\eta\rightarrow b,d.$$

$$Q(a,d,c)=Q(d,c,a)=Q(c,a,d)=0,$$
$$Q(d,c,b)=Q(c,b,d)=Q(b,d,c)=0,$$
$$Q(c,b,a)=Q(b,a,c)=Q(a,c,b)=0,$$
$$Q(a,d,b)=Q(d,b,a)=Q(b,a,d)=0,$$
$$Q(d,b,c)=Q(b,c,d)=Q(c,d,b)=0,$$

$$\langle a,Q(c,b,a)\rangle+3Q(c,b,a)=0,\langle a,Q(b,a,c)\rangle+3Q(b,a,c)=0,$$
$$(a,Q(a,c,b))+3Q(a,c,b)=0,$$
$$\langle \theta,Q(c,b,a)\rangle-Q(c,b,a)=0,\langle \theta,Q(b,a,c)\rangle-Q(b,a,c)=0,$$
$$(\theta,Q(a,c,b))-Q(a,c,b)=0,\theta\to b,c.$$

Выполняются разнообразные законы:

$$\delta(x,y,z)=\langle x,\langle yz\rangle\rangle-\langle\langle x,y\rangle,z\rangle\neq 0,$$
$$\langle x,\langle y,z\rangle\rangle-\langle\langle x,y\rangle,z\rangle+\langle z,\langle y,x\rangle\rangle-\langle\langle z,y\rangle,x\rangle=0,$$
$$\delta(x,y,z)+\delta(z,y,x)=0,$$
$$\langle x,y\rangle+\langle y,z\rangle+\langle z,x\rangle+\langle x,z\rangle+\langle z,y\rangle+\langle y,x\rangle=0,$$
$$\langle a,[b,c]\rangle+\langle b,[c,a]\rangle+\langle c,[a,b]\rangle=2(b-d),$$
$$[a,\langle b,c\rangle]+[b,\langle c,a\rangle]+[c,\langle a,b\rangle]=0,\ldots$$
$$\langle\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle\rangle=0,\ldots$$
$$\langle\langle \xi,\eta\rangle,\langle \eta,\varsigma\rangle\rangle=0,\langle\langle \eta,\xi\rangle,\langle \varsigma,\eta\rangle\rangle=0,$$
$$\langle \xi,Q(b,c,d)\rangle=\langle Q(d,c,b),\xi\rangle\ldots.$$

Имеет место антикоммутативность по величине b :

$$\langle b,\langle \xi\eta\rangle\rangle+\langle\langle \xi\eta\rangle,b\rangle=0.$$

Рассматриваемые величины образуют ассоциативное множество на данной операции третьего уровня

$$\langle\langle\langle a\rangle,\langle b\rangle\rangle,\langle c\rangle\rangle=\langle\langle a\rangle,\langle\langle b\rangle,\langle c\rangle\rangle\rangle.$$

Имеет место *деформация ассоциативности*: неассоциативное множество с операциями второго уровня на основе операции третьего уровня образовало ассоциативное множество с другими величинами.

Есть возможность превращения величин на основе «операции внутреннего вихря». Образуем «вихрь» заменой элементов в функциональном выражении другими элементами на основе последовательного изменения элементов в соответствии с операцией третьего уровня.

Выберем нулевое функциональное выражение

$$Q(c,b,a)=\langle c,\langle b,a\rangle\rangle+\langle b,\langle a,c\rangle\rangle+\langle a,\langle c,b\rangle\rangle=0.$$

Рассмотрим обобщенное функциональное выражение

$$Q(\langle a,c\rangle,\langle c,b\rangle,\langle b,a\rangle)=Q(C,B,A)\to C=d-2c+b,B=b-c,A=2b-d-c.$$

В соответствии с полученным ранее условием ортогональности рассматриваемое выражение тождественно равно нулю

$$Q(\langle a,c\rangle,\langle c,b\rangle,\langle b,a\rangle)\equiv 0.$$

По этой причине выполняются законы, аналогичные законам алгебры Мальцева:

$$\langle \xi,Q(\alpha,\beta,\gamma)\rangle=Q(\alpha,\beta,\langle \xi,\gamma\rangle),$$

$$\left\langle \xi, Q\left(a,b,c\right)\right\rangle \left\langle Q\left(a,b,c\right),\xi\right\rangle = Q\left(\left\langle \xi,a\right\rangle,\left\langle \xi,b\right\rangle,\left\langle \xi,c\right\rangle\right).$$

Просуммируем базовые выражения. Получим таблицу

$+$	$(c-b)$	$(d-c)$	$(b-d)$	$(b-c)$	$(c-d)$	$(d-b)$
$(c-b)$	$2(c-b)$	$(d-b)$	$(c-d)$	0	$(2c-b-d)$	$(c+d-2b)$
$(d-c)$	$(d-b)$	$2(d-c)$	$(b-c)$	$(b-2c+d)$	0	$(2d-b-c)$
$(b-d)$	$(c-d)$	$(b-c)$	$2(b-d)$	$(2b-c-d)$	$(c+b-2d)$	0
$(b-c)$	0	$(b-2c+d)$	$(2b-c-d)$	$2(b-c)$	$(b-d)$	$(d-c)$
$(c-d)$	$(2c-b-d)$	0	$(c+b-2d)$	$(b-d)$	$2(c-d)$	$(c-b)$
$(d-b)$	$(c+d-2b)$	$(2d-b-c)$	0	$(d-c)$	$(c-b)$	$2(d-b)$

.

Это абелева группа с базовыми элементами $-d,-b,-c,0,c,b,d$. Операции (сумме) можно придать геометрический смысл. Проиллюстрируем его на примере рисунка:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & a & & & \\
 & & & \downarrow & & & \\
 & & & b & & & \\
 & & □ & & □ & & \\
 & d & & \leftarrow & & c & \\
 & □ & & & & □ & \\
a & & & & & & a
\end{array}$$

$$\left\langle x_1,x_2\right\rangle = x_2 - x_1 \rightarrow \left\langle b,c\right\rangle = c-b, \left\langle b,d\right\rangle = d-b, \left\langle c,d\right\rangle = d-c,$$

$$\left\langle d,c\right\rangle = c-d, \left\langle d,b\right\rangle = b-d, \left\langle c,b\right\rangle = b-c,$$

$$\left\langle a,\xi\right\rangle = \left\langle \xi,\eta\right\rangle + \left\langle \xi,\varsigma\right\rangle, \left\langle a,b\right\rangle = \left\langle b,c\right\rangle + \left\langle b,d\right\rangle = c-2b+d,$$

$$\langle a,c\rangle=\langle c,b\rangle+\langle c,d\rangle=b-2c+d,\langle a,d\rangle=\langle d,b\rangle+\langle d,c\rangle=b-2d+c.$$

Он показывает двухуровневое управление в анализируемом множестве: элемент a усложняет простую модель вычисления разности в паре элементов.

Выполним произведения базовых элементов на основе операции третьего уровня:

$\langle *,*\rangle$	$(c-b)$	$(d-c)$	$(b-d)$
$(c-b)$	0	0	0
$(d-c)$	0	0	0
$(b-d)$	0	0	0

.

Выполним произведения базовых элементов на основе операции второго уровня:

$[*,*]$	$(c-b)$	$(d-c)$	$(b-d)$
$(c-b)$	$(2a+2b-2c-2d)$	$(-a-b-c+3d)$	$(-a-b+2c-d)$
$(d-c)$	$(-a-b-c+3d)$	$(2a-2b+2c-2d)$	$(-a+3b-c-d)$
$(b-d)$	$(-a-b+2c-d)$	$(-a+3b-c-d)$	$(2a-2b-2c+2d)$

.

В обоих случаях суммы элементов по строкам, а также суммы элементов по столбцам таблиц равны нулю. Мы имеем дело с парой латинских квадратов. Выразим произведения базовых элементов на операции второго уровня через единичные базовые элементы.

Представим ситуацию геометрически:

$$\begin{aligned}
\left[(c-b),(c-b)\right]^{*} &= [c,c]+[-c,b]+[-b,c]+[b,b],\\
\left[(c-b),(d-c)\right]^{\circ} &= [c,d]+[-c,c]+[-b,d]+[b,c],\\
\left[(c-b),(b-d)\right]^{\bullet} &= [c,b]+[-c,d]+[-b,b]+[b,d].
\end{aligned}
\Rightarrow
\begin{array}{cccc}
d & - & - & - \\
c & \bullet & * & \circ \\
b & * & \circ & \bullet \\
0 & b & c & d \\
-b & \bullet & * & \circ \\
-c & * & \circ & \bullet \\
-d & - & - & -
\end{array},$$

$$\begin{aligned}
\left[(d-c),(c-b)\right]^{*} &= [d,c]+[-d,b]+[-c,c]+[c,b],\\
\left[(d-c),(d-c)\right]^{\circ} &= [d,d]+[-d,c]+[-c,d]+[c,c],\\
\left[(d-c),(b-d)\right]^{\bullet} &= [d,b]+[-d,d]+[-c,b]+[c,d].
\end{aligned}
\Rightarrow
\begin{array}{cccc}
d & \bullet & * & \circ \\
c & * & \circ & \bullet \\
b & - & - & - \\
0 & b & c & d \\
-b & - & - & - \\
-c & \bullet & * & \circ \\
-d & * & \circ & \bullet
\end{array},$$

$$\begin{aligned}
\left[(b-d),(c-b)\right]^{*} &= [b,c]+[-b,b]+[-d,c]+[d,b],\\
\left[(b-d),(d-c)\right]^{\circ} &= [b,d]+[-b,c]+[-d,d]+[d,c],\\
\left[(b-d),(b-d)\right]^{\bullet} &= [b,b]+[-b,d]+[-d,b]+[d,d].
\end{aligned}
\Rightarrow
\begin{array}{cccc}
d & * & \circ & \bullet \\
c & - & - & - \\
b & \bullet & * & \circ \\
0 & b & c & d \\
-b & * & \circ & \bullet \\
-c & - & - & - \\
-d & \bullet & * & \circ
\end{array}$$

4 слагаемых образуют геометрическую фигуру в форме прямоугольника.

Анализируемые множества подчинены аналогам двойного отношения проективной геометрии.

Покажем это. Введем обозначения

$$\alpha = c - b, \beta = d - c, \gamma = b - d.$$

Расположим элементы циклически:

$$\alpha \qquad \beta \qquad \gamma \qquad \delta = \alpha \qquad \alpha \qquad \beta \qquad \gamma \ldots$$

Выполняется правило

$$(\gamma-\alpha)+(\delta-\beta)=(\gamma-\beta)+(\delta-\alpha)\rightarrow(\gamma-\alpha)+(\alpha-\beta)=(\gamma-\beta)+(\alpha-\alpha).$$

Выполняется также новое правило на 4 базовых элемента. Расположим их циклически

$$a \qquad b \qquad c \qquad d \qquad a \qquad b \qquad c \ldots$$

В соответствии с полученными ранее условиями отсюда следует закон

$$p_1 = \langle\langle c, a\rangle, \langle d, b\rangle\rangle = p_2 = \langle\langle c, b\rangle, \langle d, a\rangle\rangle \equiv 0,$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\langle\langle c, a\rangle, \langle d, b\rangle\rangle}{\langle\langle c, b\rangle, \langle d, a\rangle\rangle} = \frac{0}{0}.$$

Однако имеют место также другие аналогичные законы при различном расположении элементов. Мы имеем пример множества, в котором проективные свойства «сочетаются» с системой новых свойств. Можно назвать такое множество проективно свободным.

Следовательно, конечное множество, подчиненное системе операций, характеризуется совокупностью законов, согласованных друг с другом. На конкретном примере проясняется сложность таких множеств. Они зависят от операций, формируя новые законы. Представляет интерес проблема исследования всей совокупности разных операций.

Их достаточно много, так как требуется рассмотреть разные последовательности элементов и разные сочетания знаков. Мы имеем 64 варианта компоновки указанных элементов. Их свойства различны.

Исследуем, например, операцию вида

$$[a,b]=b\overset{1}{\times}a-a\overset{2}{\times}b+b\overset{3}{\times}a.$$

Таблица операции такова:

$$\begin{gathered}
[a,a]=a,[a,b]=d,[a,c]=b,[a,d]=c,\\
[b,a]=2b-c,[b,b]=a-d+c,[b,c]=d,[b,d]=c-b+d,\\
[c,a]=2c-d,[c,b]=d-c+b,[c,c]=a-b+d,[c,d]=b,\\
[d,a]=2d-b,[d,b]=c,[d,c]=b-d+c,[d,d]=a-c+b.
\end{gathered}$$

В модели сумма элементов каждой строки в таблице равна сумма элементов каждого столбца, она равна $\sigma=a+b+c+d$. Данное множество подчинено закону

$$\big[[x,y],[y,x]\big]-\big[[y,x],[x,y]\big]+[x,y]-[y,x]=0.$$

Аналогично предыдущему случаю получим закон

$$J(a,b,c)=2b+d,\big[a,J(a,b,c)\big]=J\big([a,a],[a,b],[a,c]\big)=J(a,d,b)=c+2d.$$

Исследуем операцию $[a,b]=a\overset{1}{\times}b-b\overset{2}{\times}a-a\overset{3}{\times}b.$ Таблица операции такова:

$$\begin{gathered}
[a,a]=-a,[a,b]=-c,[a,c]=-d,[a,d]=-b,\\
[b,a]=-d,[b,b]=a-d-c,[b,c]=d-c-b,[b,d]=c-2a,\\
[c,a]=-b,[c,b]=d-2a,[c,c]=a-b-d,[c,d]=b-d-c,\\
[d,a]=-c,[d,b]=c-b-d,[d,c]=b-2a,[d,d]=a-c-b.
\end{gathered}$$

Отсюда следуют связи:

$$a=-[a,a],$$
$$b=\frac{1}{2}\left(-[a,a]+[b,b]-[c,c]-[d,d]\right),$$
$$c=\frac{1}{2}\left(-[a,a]-[b,b]+[c,c]-[d,d]\right),$$
$$d=\frac{1}{2}\left(-[a,a]-[b,b]-[c,c]+[d,d]\right),$$
$$[a,a]+[b,b]+[c,c]+[d,d]=2(a-b-c-d).$$

В модели сумма элементов каждой строки в таблице равна сумма элементов каждого столбца, она равна $-\sigma=-(a+b+c+d)$. Получим законы обобщенной коммутативности и обобщенной ассоциативности:

$$\left[[\alpha,\beta],[\gamma,\delta]\right]-\left[[\gamma,\delta],[\alpha,\beta]\right]=a[\alpha,\alpha]+b[\beta,\beta]+c[\gamma,\gamma]+d[\delta,\delta],$$

$$\left[[x,\sigma],[y,\sigma]\right]-\left[[y,\sigma],[x,\sigma]\right]=0,$$
$$\left[[x,\sigma],[y,\sigma]\right],[z,\sigma]=[x,\sigma],\left[[y,\sigma],[z,\sigma]\right],$$
$$\left[[x,y],[y,x]\right]-\left[[y,x],[x,y]\right]=P\left([y,y]-[x,x]\right),P=1,4,5,$$
$$\left[a,J(a,b,c)\right]=2a-3b-2d,$$
$$\left[a,J(a,b,c)\right]+J\left([a,a],[a,b],[a,c]\right)=0,\left[a,J(a,b,d)\right]+J\left([a,a],[a,b],[a,d]\right)=0...$$

Имеет место система частных законов. В упрощенном виде они выглядят так:

$$(ab)(cd)-(cd)(ab)=-2(aa)+(bb)+(cc),$$
$$(cc)(ac)-(ac)(cc)=(aa)+(bb)-2(cc),...$$

$$(cc)(ab)-(ab)(cc)=-2(bb)+2(dd),$$
$$(cb)(ac)-(ac)(cb)=-(bb)+(cc),\ldots$$
$$(ca)(ad)-(ad)(ca)=0,(ba)(ac)-(ac)(ba)=0,\ldots$$
$$(ca)(ab)-(ab)(ca)=2(dd),(cb)(ab)-(ab)(cb)=2(dd),$$
$$(cb)(ad)-(ad)(cb)=-2(cc),\ldots$$

Легко «запутаться» в системе частных законов, которые кажутся не согласованными друг с другом. Применение же общих законов может оказаться далеким от практики.

Исследуем операцию «тройка»:

$$[a,b]=a\overset{1}{\times}b+a\overset{2}{\times}b+a\overset{3}{\times}b.$$

Таблица операции такова:

$$[a,a]=3a,[a,b]=3b,[a,c]=3c,[a,d]=3d,$$
$$[b,a]=b+c+d,[b,b]=a+d+c,[b,c]=d+a+b,[b,d]=c+b+a,$$
$$[c,a]=c+d+b,[c,b]=d+c+a,[c,c]=a+b+d,[c,d]=b+a+c,$$
$$[d,a]=d+b+c,[d,b]=c+a+d,[d,c]=b+d+a,[d,d]=a+c+b$$

В этой модели сумма элементов каждой строки в таблице равна сумма элементов каждого столбца, она равна $3\sigma=3(a+b+c+d)$. Получим некоторые следствия, аналогичные предыдущему варианту. Кроме этого выполняются законы:

$$[a,J(a,b,c)]=8a+8b+8c+5d,$$
$$[a,J(a,b,c)]-3J([a,a],[a,b],[a,c])=0,$$
$$[a,J(a,b,c,d)]-3J([a,a],[a,b],[a,c],[a,d])=0,$$
$$[[x,y],[y,y]][y,x]=[x,y][[y,y],[y,x]].$$

Общая картина сводится к тому, что имеет место 16-кратное вырождение нелинейных алгебраических законов. 64 возможности «концентрируются» на 4 законах:

$$\left[a, J\left(a,b,c\right)\right] - pJ\left(\left[a,a\right],\left[a,b\right],\left[a,c\right]\right) = 0,\ p = \pm 1, \pm 3,$$
$$\left[a, J\left(a,b,c,d\right)\right] - pJ\left(\left[a,a\right],\left[a,b\right],\left[a,c\right],\left[a,d\right]\right) = 0.$$

Объединение многоразовых операций

Мы частично проанализировали две операции

$$\left[a,b\right]^{*} = a\overset{1}{\times}b + b\overset{2}{\times}a - a\overset{3}{\times}b, \left[a,b\right]_{*} = a\overset{1}{\times}b - b\overset{2}{\times}a - a\overset{3}{\times}b.$$

Просуммируем и усредним их:

$$\left[a,b\right] = \frac{1}{2}(a\overset{1}{\times}b - a\overset{3}{\times}b).$$

Получим таблицу произведений:

$$\left[a,a\right] = 0, \left[a,b\right] = 0, \left[a,c\right] = 0, \left[a,d\right] = 0,$$
$$\left[b,a\right] = b-d, \left[b,b\right] = a-c, \left[b,c\right] = d-b, \left[b,d\right] = c-a,$$
$$\left[c,a\right] = c-b, \left[c,b\right] = d-a, \left[c,c\right] = a-d, \left[c,d\right] = b-c,$$
$$\left[d,a\right] = d-c, \left[d,b\right] = c-d, \left[d,c\right] = b-a, \left[d,d\right] = a-b.$$

На антисимметричной операции $\left\langle a,b\right\rangle = \left[a,b\right] - \left[b,a\right] = -\left\langle b,a\right\rangle$ получим другую таблицу:

$$\left\langle a,a\right\rangle = 0, \left\langle a,b\right\rangle = d-b, \left\langle a,c\right\rangle = b-c, \left\langle a,d\right\rangle = c-d,$$
$$\left\langle b,a\right\rangle = b-d, \left\langle b,b\right\rangle = 0, \left\langle b,c\right\rangle = a-b, \left\langle b,d\right\rangle = d-a,$$

$$\langle c,a\rangle = c-b, \langle c,b\rangle = b-a, \langle c,c\rangle = 0, \langle c,d\rangle = a-c,$$
$$\langle d,a\rangle = d-c, \langle d,b\rangle = a-d, \langle d,c\rangle = c-a, \langle d,d\rangle = 0$$

Проанализируем свойства конечной системы на данной паре операций. В неассоциативной алгебре выполняются законы:

$$\big[[x,y],[y,y],[x,y]\big] - \big[[y,x],[x,y],[y,x]\big] =$$
$$= \big[[y,x],[x,x],[x,y]\big] \pm \big[[x,y],[y,y],[y,x]\big],$$
$$\langle x,\langle yz\rangle\rangle - \langle\langle x,y\rangle,z\rangle + \langle z,\langle y,x\rangle\rangle - \langle\langle z,y\rangle,x\rangle = 0,$$
$$\langle x,\langle yz\rangle\rangle - \langle\langle x,y\rangle,z\rangle \neq 0,$$
$$\langle\langle x,y\rangle,\langle y,x\rangle\rangle - \langle\langle y,x\rangle,\langle x,y\rangle\rangle = \langle x,y\rangle + \langle y,x\rangle,$$
$$Q(\eta) = 2\big[\eta,[\eta,\eta]\big],$$
$$Q(\eta) = \big[a,[\eta,a]\big] + \big[b,[\eta,b]\big] + \big[c,[\eta,c]\big] + \big[d,[\eta,d]\big].$$

Конкретные выражения таковы:

$$Q(a) = \big[a,[a,a]\big] + \big[b,[a,b]\big] + \big[c,[a,c]\big] + \big[d,[a,d]\big] = 0,$$
$$\big[a,[a,a]\big] = 0,$$
$$Q(b) = \big[a,[b,a]\big] + \big[b,[b,b]\big] + \big[c,[b,c]\big] + \big[d,[b,d]\big] = 4(b-d),$$
$$\big[b,[b,b]\big] = 2(b-d),$$
$$Q(c) = \big[a,[c,a]\big] + \big[b,[c,b]\big] + \big[c,[c,c]\big] + \big[d,[c,d]\big] = 4(c-b),$$
$$\big[c,[c,c]\big] = 2(c-b),$$
$$Q(d) = \big[a,[d,a]\big] + \big[b,[d,b]\big] + \big[c,[d,c]\big] + \big[d,[d,d]\big] = 4(d-c),$$
$$\big[d,[d,d]\big] = 2(d-c).$$

Их сумма равна нулю

$$Q(a,b,c,d)=Q(a)+Q(b)+Q(c)+Q(d)=0.$$

Введем величину

$$\pi(\eta)=\left[[a,\eta],a\right]+\left[[b,\eta],b\right]+\left[[c,\eta],c\right]+\left[[d,\eta],d\right].$$

Получим закон

$$\pi(a,b,c,d)=\pi(a)+\pi(b)+\pi(c)+\pi(d)=0.$$

Он выполняется, так как

$$\pi(a)=\left[[a,a],a\right]+\left[[b,a],b\right]+\left[[c,a],c\right]+\left[[d,a],d\right]=3a-b-c-d,$$
$$\pi(b)=\left[[a,b],a\right]+\left[[b,b],b\right]+\left[[c,b],c\right]+\left[[d,b],d\right]=3b-a-c-d,$$
$$\pi(c)=\left[[a,c],a\right]+\left[[b,c],b\right]+\left[[c,c],c\right]+\left[[d,c],d\right]=3c-a-b-d,$$
$$\pi(d)=\left[[a,d],a\right]+\left[[b,d],b\right]+\left[[c,d],c\right]+\left[[d,d],d\right]=3d-a-b-c.$$

Введем величину

$$\sigma(\eta)=\left[[a,a],[a,\eta]\right]+\left[[b,b],[b,\eta]\right]+\left[[c,c],[c,\eta]\right]+\left[[d,d],[d,\eta]\right].$$

Получим закон $\pi(a,b,c,d)=\pi(a)+\pi(b)+\pi(c)+\pi(d)=0.$
Он выполняется, так как

$$\sigma(a)=\left[[a,a],[a,a]\right]+\left[[b,b],[b,a]\right]+\left[[c,c],[c,a]\right]+\left[[d,d],[d,a]\right]=$$
$$=3a-b-c-d,$$
$$\sigma(b)=\left[[a,a],[a,b]\right]+\left[[b,b],[b,b]\right]+\left[[c,c],[c,b]\right]+\left[[d,d],[d,b]\right]=$$
$$=3b-a-c-d,$$

$$\sigma(c)=\big[[a,a],[a,c]\big]+\big[[b,b],[b,c]\big]+\big[[c,c],[c,c]\big]+\big[[d,d],[d,c]\big]=$$
$$=3c-a-b-d,$$
$$\sigma(d)=\big[[a,a],[a,d]\big]+\big[[b,b],[b,d]\big]+\big[[c,c],[c,d]\big]+\big[[d,d],[d,d]\big]=$$
$$=3d-a-b-c.$$

Справедливы условия

$$\big[[a,a],a\big]+\big[[b,b],b\big]+\big[[c,c],c\big]+\big[[d,d],d\big]=3a-b-c-d,$$

$$\big[[a,a],[\ \ ]a,a\big]+\big[[b,b],[b,b]\big]+\big[[c,c],[c,c]\big]+\big[[d,d],[d,d]\big]=3a-b-c-d.$$

Множество получает новые свойства, если в расчет принимается другая операция. Например, выполняется условие

$$\big\langle[\xi,\eta],[\varsigma,\tau]\big\rangle=-\big\langle[\tau,\varsigma],[\eta,\xi]\big\rangle.$$

По этой причине имеет место закон

$$\big\langle[\xi,\eta],[\varsigma,\tau]\big\rangle\big\langle[\tau,\varsigma],[\eta,\xi]\big\rangle\big\langle[\xi,\eta],[\varsigma,\tau]\big\rangle=$$

$$=\big\langle[\tau,\varsigma],[\eta,\xi]\big\rangle\big\langle[\xi,\eta],[\varsigma,\tau]\big\rangle\big\langle[\tau,\varsigma],[\eta,\xi]\big\rangle.$$

Проверим выполнение закона $\big[\xi,\pi(\eta)\big]=\pi\big([\xi,\eta]\big).$ Получим, например, выражения

$$\big[b,\pi(a)\big]=4(b-d)=\pi\big([b,a]\big)=\pi(b)-\pi(a)=4(b-d),$$
$$\big[b,\pi(d)\big]=4(c-a)=\pi\big([b,d]\big)=\pi(b)-\pi(d)=4(c-a),...$$

Аналогично иллюстрируются законы в анализируемой неассоциативной алгебре вида

$$\left[\pi(\xi),\pi(\eta)\right]\neq\left[\pi(\eta),\pi(\xi)\right],$$

$$\left[\pi(\xi),\pi(\eta)\right]=8[\xi,\eta],\left[\pi(\xi),\pi(\xi)\right]=2[\xi,\xi].$$

В этой модели алгебры функции $\sigma(\xi),\pi(\xi)$ имеют аналогичные свойства. Поскольку

$$\sigma(\xi)=\pi(\xi),$$

законы «коммутирования» и инвариантности по перестановке скобок выполняются не только для функции $\pi(\xi)$, но и для функции $\sigma(\xi)$. Следовательно,

$$\left[\sigma(\xi),\sigma(\eta)\right]\neq\left[\sigma(\eta),\sigma(\xi)\right],\left[\xi,\sigma(\eta)\right]=\sigma([\xi,\eta]),$$
$$\left[\sigma(\xi),\sigma(\eta)\right]=8[\xi,\eta],\left[\sigma(\xi),\sigma(\xi)\right]=2[\xi,\xi].$$

По указанной причине допустимо рассматривать смешанные законы:

$$\left[\pi(\xi),\sigma(\eta)\right]\neq\left[\sigma(\eta),\pi(\xi)\right],\left[\xi,\sigma(\eta)\right]=\pi([\xi,\eta]),$$
$$\left[\xi,\pi(\eta)\right]=\sigma([\xi,\eta]),$$
$$\left[\sigma(\xi),\pi(\eta)\right]=8[\xi,\eta]=\left[\pi(\xi),\sigma(\eta)\right],$$
$$\left[\sigma(\xi),\pi(\xi)\right]=2[\xi,\xi]=\left[\pi(\xi),\sigma(\xi)\right].$$

Здесь

$$\pi(\eta)=\left[[a,\eta],a\right]+\left[[b,\eta],b\right]+\left[[c,\eta],c\right]+\left[[d,\eta],d\right],$$

$$\sigma(\eta)=\left[[a,a],[a,\eta]\right]+\left[[b,b],[b,\eta]\right]+\left[[c,c],[c,\eta]\right]+\left[[d,d],[d,\eta]\right].$$

С физической точки зрения это обстоятельство означает, что есть операции, подчиняясь которым на конечном многообразии действуют разные законы, обеспечивающие одинаковые результаты.

Есть, следовательно, математическая возможность получать одинаковые «результаты» по разным «путям» или разными «способами».

В геометрии, аналогично, из одной точки в другую можно придти по разным путям, которые могут быть не эквивалентны, с физической точки зрения, по энергетическим затратам.

Законы для многократных операций

Рассмотрим возможность повторения операций на основе объединения трех программ конформационных произведений:

$$\overset{1}{\times}\rightarrow\begin{array}{|c|cccc|}\hline \overset{1}{\times} & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ b & b & a & d & c \\ c & c & d & a & b \\ d & d & c & b & a \\ \hline \end{array},\ \overset{2}{\times}\rightarrow\begin{array}{|c|cccc|}\hline \overset{2}{\times} & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ b & c & d & a & b \\ c & d & c & b & a \\ d & b & a & d & c \\ \hline \end{array},$$

$$\overset{3}{\times}\rightarrow\begin{array}{|c|cccc|}\hline \overset{3}{\times} & a & b & c & d \\ \hline a & a & b & c & d \\ b & d & c & b & a \\ c & b & a & d & c \\ d & c & d & a & b \\ \hline \end{array}.$$

Введем операцию

$$a*b = a\overset{1}{\times}b\overset{2}{\times}a.$$

Получим таблицу

$$
\begin{aligned}
&a*a=a, a*b=c, a*c=d, a*d=b,\\
&b*a=c, b*b=b, b*c=a, b*d=d,\\
&c*a=b, c*b=d, c*c=c, c*d=a,\\
&d*a=d, d*b=a, d*c=b, d*d=c.
\end{aligned}
$$

Суммы элементов по строкам равны сумме элементов по столбцам: $\sigma=a+b+c+d.$

Исследуем некоторые свойства этого множества. Выполняется условие

$$(x*y)*((x*x)+(y*y))(y*x)=(y*x)((x*x)+(y*y))(x*y).$$

Имеет место обобщенная ассоциативность на двойных произведениях:

$$
\begin{aligned}
&((x*\sigma)*(y*\sigma))*(z*\sigma)=(x*\sigma)*((y*\sigma)*(z*\sigma)),\\
&((\sigma*x)*(\sigma*y))*(\sigma*z)=(\sigma*x)*((\sigma*y)*(\sigma*z)).
\end{aligned}
$$

Неассоциативное множество становится ассоциативным на основе внутреннего «посредника» σ.

Введем функцию

$$f(x,y,z)=(x*(y*z))+(y*(z*x))+(z*(x*y)).$$

Получим, например, значения

$$f(a,b,c)=a+b+c, f(a,d,b)=a+2b, f(a,c,b)=b+c+d, f(a,c,d)=2a+c,\ldots$$

Введем обозначение $\theta=a+b+c+d.$

Рассмотрим произведения

$$a * f(a,b,c) = a + c + d, b * f(a,b,c) = c + b + a,$$
$$c * f(a,b,c) = b + c + d, d * f(a,b,c) = a + b + d.$$

Из анализа других аналогичных выражений следует закон

$$\theta * f(x,y,z) = 3\theta.$$

Одинаковы для величин $\eta = a,b,c,d$ значения функции

$$\left(\eta * (a * \eta)\right) \pm \left(\eta * (b * \eta)\right) \pm \left(\eta * (c * \eta)\right) \pm \left(\eta * (d * \eta)\right) = a \pm b \pm c \pm d.$$

Следовательно, возможна их взаимная компенсация. Выполняются частные законы. Например, получим

$$c * f(a,b,c) = f(c,b,a), f(a,c,b) = f(c,b,d), \ldots$$

Введем операцию

$$a * b = b \overset{1}{\times} a \overset{2}{\times} a.$$

Получим таблицу

$$a * a = a, a * b = b, a * c = c, a * d = d,$$
$$b * a = c, b * b = d, b * c = a, b * d = b,$$
$$c * a = d, c * b = c, c * c = b, c * d = a,$$
$$d * a = b, d * b = a, d * c = d, d * d = c.$$

Суммы элементов по строкам равны сумме элементов по столбцам. Выполняется условие

$$(x * y) * (y * y) * (y * x) - (y * x) * (x * x) * (x * y) = 0,$$

Исследуем другие свойства этого множества. Введем функцию

$$f(x,y,z) = (x*(y*z)) + (y*(z*x)) + (z*(x*y)).$$

Получим, например, значения

$$f(a,b,c) = a+b+c,\ f(a,d,b) = a+d+b,\ f(a,c,b) = a+b+c,\ f(a,c,d) = a+c+d, \ldots$$

Введем обозначение $\theta = a+b+c+d.$ Рассмотрим произведения

$$a*f(a,b,c) = a+b+c, b*f(a,b,c) = c+d+a,$$
$$c*f(a,b,c) = b+c+d, d*f(a,b,c) = a+b+d.$$

Из анализа других аналогичных выражений следует закон

$$\theta * f(x,y,z) = 3\theta.$$

Одинаковы для величин $\eta = a,b,c,d$ значения функции

$$(\eta*(a*\eta)) \pm (\eta*(b*\eta)) \pm (\eta*(c*\eta)) \pm (\eta*(d*\eta)) = a \pm b \pm c \pm d.$$

Следовательно, возможна их взаимная компенсация.

Выполняются частные законы. Например, получим

$$c*f(a,b,c) = f((c*a),b,a),\ f(a,c,b) \neq f(c,b,d), \ldots$$

Введем операцию $\xi \circ \eta = \xi \overset{2}{\times} \eta \overset{3}{\times} \xi.$ Получим таблицу

$$a \circ a = a, a \circ b = d, a \circ c = b, a \circ d = c,$$
$$b \circ a = a, b \circ b = d, b \circ c = b, b \circ d = c,$$

$$c \circ a = a, c \circ b = d, c \circ c = b, c \circ d = c,$$
$$d \circ a = a, d \circ b = d, d \circ c = b, d \circ d = c.$$

Новая операция принципиально отличается от предыдущей операции, формируя таблицу произведений в форме идеалов на матричном произведении. Теперь суммы элементов по строкам одинаковы, но они не равны суммам произведений по столбцам. Выполняется условие

$$(x \circ y) \circ (y \circ y) \circ (y \circ x) - (y \circ x) \circ (x \circ x) \circ (x \circ y) =$$
$$= (y \circ y) \circ (y \circ x) - (x \circ x) \circ (x \circ y).$$

Получим другие условия:

$$f(a,b,c) = a \circ (b \circ c) + b \circ (c \circ a) + c \circ (a \circ b) = a \circ b + b \circ a + c \circ d = d + a + c,$$
$$a \circ f(a,b,c) = b \circ f(a,b,c) = c \circ f(a,b,c) = d \circ f(a,b,c) = a + b + c,$$
$$(a + b + c + d) \circ f(a,b,c) = 3(a + b + c + d),$$
$$\xi \circ f(a,b,c) = f(\xi \circ a, b, c), \eta \circ f(a,b,c) = f(a, \eta \circ b, c),$$
$$\varsigma \circ f(a,b,c) = f(a, b, \varsigma \circ c).$$

Мы имеем законы, которые обобщают закон алгебры Мальцева. Аналогичный результат получается для 4-цикла:

$$\sigma(a,b,c,d) = \Big(a \circ \big(b \circ (c \circ d)\big)\Big) + \Big(b \circ \big(c \circ (d \circ a)\big)\Big) + \Big(c \circ \big(d \circ (a \circ b)\big)\Big) +$$
$$+ \Big(d \circ \big(a \circ (b \circ c)\big)\Big) == \big(a \circ (b \circ c)\big) + \big(b \circ (c \circ a)\big) + \big(c \circ (d \circ d)\big) +$$
$$+ \big(d \circ (a \circ b)\big) = (a \circ b) + (b \circ a) + (c \circ c) + (d \circ d),$$
$$\sigma(a,b,c,d) = d + a + b + c,$$
$$\eta \circ \sigma(a,b,c,d) = \sigma(\eta \circ a, \eta \circ b, \eta \circ c, \eta \circ d).$$

В этой модели разные циклические уравнения из 4 элементов дают одинаковые значения:

$$\left(a\circ\left(b\circ\left(c\circ d\right)\right)\right)+\left(b\circ\left(c\circ\left(d\circ a\right)\right)\right)+\left(c\circ\left(d\circ\left(a\circ b\right)\right)\right)+\left(d\circ\left(a\circ\left(b\circ c\right)\right)\right)=$$
$$=a+b+c+d,$$
$$\left(a\circ\left(d\circ\left(c\circ b\right)\right)\right)+\left(b\circ\left(a\circ\left(d\circ c\right)\right)\right)+\left(c\circ\left(b\circ\left(a\circ d\right)\right)\right)+\left(d\circ\left(c\circ\left(b\circ a\right)\right)\right)=$$
$$=a+b+c+d.$$

Рассмотрим операцию $\xi\circ\eta=\xi\overset{1}{\times}\xi\overset{2}{\times}\eta.$ Получим таблицу, аналогичную предыдущей:

$$a\circ a=a, a\circ b=b, a\circ c=c, a\circ d=d,$$
$$b\circ a=a, b\circ b=b, b\circ c=c, b\circ d=d,$$
$$c\circ a=a, c\circ b=b, c\circ c=c, c\circ d=d,$$
$$d\circ a=a, d\circ b=b, d\circ c=c, d\circ d=d.$$

В модели также выполняются уравнения

$$\left(a\circ\left(b\circ\left(c\circ d\right)\right)\right)+\left(b\circ\left(c\circ\left(d\circ a\right)\right)\right)+\left(c\circ\left(d\circ\left(a\circ b\right)\right)\right)+\left(d\circ\left(a\circ\left(b\circ c\right)\right)\right)=$$
$$=a+b+c+d,$$
$$\left(a\circ\left(d\circ\left(c\circ b\right)\right)\right)+\left(b\circ\left(a\circ\left(d\circ c\right)\right)\right)+\left(c\circ\left(b\circ\left(a\circ d\right)\right)\right)+\left(d\circ\left(c\circ\left(b\circ a\right)\right)\right)=$$
$$=a+b+c+d.$$

На основании начального анализа можно сделать некоторые выводы:

а) многократные операции имеют свойство «группироваться», образуя множества, подчиненные аналогичным законам,

б) произведения «идеального типа» (их таблицы аналогичны матричным идеалам) подчинены более широкому типу законов, чем произведения «латинского типа» (их таблицы соответствуют модели латинского квадрата), в) системы произведений конструктивно и просто генерируют спектры законов, которые в других моделях получается на основе сложных расчетов и теорем,

д) взаимодействие согласно «программам», рассматриваемое нами, может оказаться «ближе» применяемым нами расчетным моделям.

Вырождение многократных операций и законов для алгебр

Рассмотрим произведение вида

$$\left[x,y\right]=x\overset{1}{\times}y\overset{2}{\times}x\overset{3}{\times}y.$$

Получим таблицу произведений в некоммутативной, неассоциативной алгебре:

$$\begin{gathered}
\left[a,a\right]=a,\left[a,b\right]=a,\left[a,c\right]=a,\left[a,d\right]=a,\\
\left[b,a\right]=c,\left[b,b\right]=c,\left[b,c\right]=c,\left[b,d\right]=c,\\
\left[c,a\right]=d,\left[c,b\right]=d,\left[c,c\right]=d,\left[c,d\right]=d,\\
\left[d,a\right]=b,\left[d,b\right]=b,\left[d,c\right]=b,\left[d,d\right]=b.
\end{gathered}$$

Она аналогична транспонированной таблице в форме левых матричных идеалов. Аналогичны также законы. Например, получим

$$\begin{gathered}
\left[a,\left[b,\left[c,d\right]\right]\right]+\left[b,\left[c,\left[d,a\right]\right]\right]+\left[c,\left[d,\left[a,b\right]\right]\right]+\left[d,\left[a,\left[b,c\right]\right]\right]=a+b+c+d,\\
f\left(a,b,c\right)=\left[a,\left[b,c\right]\right]+\left[b,\left[c,a\right]\right]+\left[c,\left[a,b\right]\right]=a+c+d,\\
\left[f\left(a,b,c\right),\xi\right]=f\left(\left[a,\xi\right],\left[b,\xi\right],\left[c,\xi\right]\right),\left[\xi,f\left(a,b,c\right)\right]=f\left(\left[\xi,a\right],\left[\xi,b\right],\left[\xi,c\right]\right),\\
f\left(\left[\xi,a\right],\left[\xi,b\right],\left[\xi,c\right]\right)=f\left(\left[\eta,a\right],\left[\eta,b\right],\left[\eta,c\right]\right),
\end{gathered}$$

$$\left[f\left(a,b,c\right),\xi\right]=\left[f\left(a,b,c\right),\eta\right].$$

Пара произведений

$$\left[x,y\right]=x\overset{1}{\times}x\overset{2}{\times}y\overset{3}{\times}y,\left[x,y\right]=x\overset{1}{\times}y\overset{2}{\times}y\overset{3}{\times}x$$

генерирует *одну таблицу* произведений в некоммутативной, неассоциативной алгебре:

$$\begin{aligned}
&\left[a,a\right]=a,\left[a,b\right]=c,\left[a,c\right]=d,\left[a,d\right]=b,\\
&\left[b,a\right]=a,\left[b,b\right]=c,\left[b,c\right]=d,\left[b,d\right]=b,\\
&\left[c,a\right]=a,\left[c,b\right]=c,\left[c,c\right]=d,\left[c,d\right]=b,\\
&\left[d,a\right]=a,\left[d,b\right]=c,\left[d,c\right]=d,\left[d,d\right]=b.
\end{aligned}$$

На основе такого анализа можно сделать некоторые выводы:

а) есть «вырождение» в системе многократных, конформационных произведений: разные произведения могут давать одинаковую таблицу,

б) существует *«операционное вырождение» алгебраических законов*: по виду закона нельзя без дополнительных предположений сказать, какое «взаимодействие» сыграло роль генератора этого закона, один и тот же результат может быть получен на основе разных «взаимодействий»,

в) высокая кратность операции не гарантирует получения новых таблиц для произведений, которые получаются при меньшей кратности операций,

д) одинаковые таблицы могут быть получены при разных конформационных произведениях,

е) возможна классификация неассоциативных алгебр по таблицам произведений, с которыми эти алгебры ассоциированы.

Единство тернарных операций для разных произведений

Проанализируем тернарные операции для произведений трех пар элементов. Операции $\xi \circ \eta = \xi \overset{2}{\times} \eta \overset{3}{\times} \xi$ соответствует таблица:

$$\begin{aligned}
&a \circ a = a, a \circ b = d, a \circ c = b, a \circ d = c,\\
&b \circ a = a, b \circ b = d, b \circ c = b, b \circ d = c,\\
&c \circ a = a, c \circ b = d, c \circ c = b, c \circ d = c,\\
&d \circ a = a, d \circ b = d, d \circ c = b, d \circ d = c.
\end{aligned}$$

Произведение $[x, y] = x \overset{1}{\times} y \overset{2}{\times} x \overset{3}{\times} y$ генерирует таблицу:

$$\begin{aligned}
&[a,a] = a, [a,b] = a, [a,c] = a, [a,d] = a,\\
&[b,a] = c, [b,b] = c, [b,c] = c, [b,d] = c,\\
&[c,a] = d, [c,b] = d, [c,c] = d, [c,d] = d,\\
&[d,a] = b, [d,b] = b, [d,c] = b, [d,d] = b.
\end{aligned}$$

Пара произведений $[x, y] = x \overset{1}{\times} x \overset{2}{\times} y \overset{3}{\times} y, [x, y] = x \overset{1}{\times} y \overset{2}{\times} y \overset{3}{\times} x$ генерирует *одну таблицу* произведений в некоммутативной, неассоциативной алгебре:

$$\begin{aligned}
&[a,a] = a, [a,b] = c, [a,c] = d, [a,d] = b,\\
&[b,a] = a, [b,b] = c, [b,c] = d, [b,d] = b,\\
&[c,a] = a, [c,b] = c, [c,c] = d, [c,d] = b,\\
&[d,a] = a, [d,b] = c, [d,c] = d, [d,d] = b.
\end{aligned}$$

Операции $a*b=b\overset{1}{\times}a\overset{2}{\times}a$ соответствует таблица:

$$a*a=a, a*b=b, a*c=c, a*d=d,$$
$$b*a=c, b*b=d, b*c=a, b*d=b,$$
$$c*a=d, c*b=c, c*c=b, c*d=a,$$
$$d*a=b, d*b=a, d*c=d, d*d=c.$$

Таблицы произведений принципиально разные, хотя во-многом имеют идентичные законы. Эта аналогия может быть продолжена на уровне тернарных операций. Анализ показал, что произведения пар элементов вида

$$(xy)((yy)(yz)),((xy)(yy))(yz)$$

либо равны, обеспечивая *ограниченную ассоциативность пар*, либо генерируют одно из произведений, подтверждая единство их тернарных законов:

$$(xy)(yz),(yz)(xy).$$

Круглые скобки применены здесь для упрощения записи.

Применения неассоциативных алгебр в физическом моделировании

Выполним весовое суммирование пары операций по алгоритму

$$[a,b]=\frac{1}{2}(a\overset{1}{\times}b-\mu a\overset{3}{\times}b)=\frac{1}{2}(a\overset{1}{\times}b-a\overset{3}{\times}b)+\frac{1}{2}(1-\mu)a\overset{3}{\times}b.$$

Получим таблицу произведений:

$$
\begin{aligned}
&[a,a]=(1-\mu)a,[a,b]=(1-\mu)b,[a,c]=(1-\mu)c,[a,d]=(1-\mu)d,\\
&[b,a]=b-\mu d,[b,b]=a-\mu c,[b,c]=d-\mu b,[b,d]=c-\mu a,\\
&[c,a]=c-\mu b,[c,b]=d-\mu a,[c,c]=a-\mu d,[c,d]=b-\mu c,\\
&[d,a]=d-\mu c,[d,b]=c-\mu d,[d,c]=b-\mu a,[d,d]=a-\mu b.
\end{aligned}
$$

Учтем полученный ранее фундаментальный факт, что матричные физические модели не меняют своего векторного вида при их умножении слева на матрицы, принадлежащие группе перестановок. Происходит так потому, что это «влияние» сводится к перестановке строк в системе матричных уравнений. По этой причине мы вправе рассмотреть 4 варианта перестановок, согласовав их с введенной таблицей произведений. Заметим, что «динамическая» добавка к уравнениям с величиной μ может не соответствовать некоторому правилу матричного произведения анализируемых уравнений на элементы управления a,b,c,d. Появляются новые «весовые» уравнения, ассоциированные с исходными, базовыми уравнениями.

Рассмотрим в качестве примера матричные уравнения электродинамики вида

$$g^{ik}a_i\partial_k\bar{\psi}+r^{ik}b_i\partial_k\psi=0.$$

Их матричный вид таков:

$$
\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_t\right\}\begin{pmatrix}E_x-iB_x\\E_y-iB_y\\E_z-iB_z\\0\end{pmatrix}+
$$

$$+\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_t\right\}\begin{pmatrix}E_x+iB_x\\E_y+iB_y\\E_z+iB_z\\0\end{pmatrix}=0.$$

Умножим эти уравнения слева на каждую из матриц

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

согласуя произведения согласно указанной таблице.

Будем трактовать произведение как изменение матриц согласно таблице. Получим соответствия:

$\overset{\xi}{\times}$	d^*	c^*	b^*	a^*	d^*	c^*	b^*	a^*
a	d^*	c^*	b^*	a^*	μd^*	μc^*	μb^*	μa^*
b	c^*	d^*	a^*	b^*	μa^*	μb^*	μc^*	μd^*
c	b^*	a^*	d^*	c^*	μc^*	μd^*	μa^*	μb^*
d	a^*	b^*	c^*	d^*	μb^*	μa^*	μd^*	μc^*

.

Ни первое, ни второе соответствие не выводят за границы базовой, исходной модели. Первые строки отличаются только множителем. Вторая строка первой таблицы аналогична третьей строке второй таблицы и т.д. Следовательно, в таком варианте неассоциативная алгебра никак не проявляет себя и своих свойств.

Ситуация меняется при изменении алгоритма умножения.

Рассмотрим операцию

$$[a,b]=a\overset{1}{\times}b+b\overset{2}{\times}a-a\overset{3}{\times}b.$$

Она генерирует таблицу слагаемых с коэффициентами влияний μ,ε:

$$[a,a]=a+\mu\cdot 0+\varepsilon\cdot 0,[a,b]=c+\mu\cdot 0+\varepsilon\cdot 0,[a,c]=d+\mu\cdot 0+\varepsilon\cdot 0,[a,d]=b+\mu\cdot 0+\varepsilon\cdot 0,$$
$$[b,a]=b+\mu b-\varepsilon d,[b,b]=a+\mu d-\varepsilon c,[b,c]=d+\mu c-\varepsilon b,[b,d]=c+\mu\cdot 0+\varepsilon\cdot 0,$$
$$[c,a]=c+\mu c-b,[c,b]=d+\mu\cdot 0+\varepsilon\cdot 0,[c,c]=a+\mu b-d,[c,d]=b+\mu d-c,$$
$$[d,a]=d+\mu d-c,[d,b]=c+\mu b-d,[d,c]=b+\mu\cdot 0+\varepsilon\cdot 0,[d,d]=a+\mu c-b.$$

Отсюда следуют новые сочетаний базовых матриц в уравнениях:

$$a,c,d,b,\quad 0,0,0,0,\quad b,a,d,0,\quad d,c,b,0,$$

$$c,0,b,d,\quad b,0,d,c,\quad d,b,0,c\quad c,d,0,b.$$

Для конструирования уравнений их нужно «читать» в обратном порядке. Имеет место как сохранение исходных уравнений, так и их изменение в соответствии с правилами, которые «диктует» неассоциативная алгебра с системой операций.

Поскольку слагаемые могут быть расставлены по-разному, имеет место «вероятностное» конструирование уравнений. Оно представляет интерес и «динамической» точки зрения, согласно которой расположение элементов произведения может меняться согласно некоторой внутренней динамике.

Дополнительные степени свободы состоят в том, что указанные факторы можно подчинить системе согласованных уравнений. Более того, они могут быть «реперами» сложной системы, что позволит расширить применяемую «волновую» функцию в форме величин, заданных столбцом. Эти величины можно естественно дополнить скрытыми величинами, которые проявляют себя при объединении их с факторами алгебраической динамики.

Моделирование пространства операций на паре конформаций

Рассмотрим матричное произведение матриц четверной группы Клейна A и смежного класса B. Обозначим элементы:

$$A \to a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B \to a^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, c^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, d^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матричное произведение в этом варианте подчинено таблицам, которые ассоциированы со структурой рассматриваемых матриц (такова модель управления произведениями):

11 $\times$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

,

12 $\times$	a^*	b^*	c^*	d^*
a	a^*	b^*	c^*	d^*
b	d^*	c^*	b^*	a^*
c	c^*	d^*	a^*	b^*
d	b^*	a^*	d^*	c^*

,

$\overset{21}{\times}$	a	b	c	d
a^*	a^*	b^*	c^*	d^*
b^*	b^*	a^*	d^*	c^*
c^*	c^*	d^*	a^*	b^*
d^*	d^*	c^*	b^*	a^*

,

$\overset{22}{\times}$	a^*	b^*	c^*	d^*
a^*	a	b	c	d
b^*	d	c	b	a
c^*	c	d	a	b
d^*	b	a	d	c

.

В соответствии с двумя наборами элементов имеем 4 варианта произведений, ассоциированных со структурой анализируемых матриц:

$\overset{p}{\times}$	ξ	ξ^*
ξ	$\overset{11}{\times}$	$\overset{12}{\times}$
ξ^*	$\overset{21}{\times}$	$\overset{22}{\times}$

,

$$\xi_i \cdot \xi_j \to \overset{11}{\times}, \xi_i \cdot \xi^*{}_j \to \overset{12}{\times}, \xi^*{}_i \cdot \xi_j \to \overset{21}{\times}, \xi^*{}_i \cdot \xi^*{}_j \to \overset{22}{\times}.$$

Матрица произведений имеет размерность 16×16 и «вертикальное» расположение блоков, которые его характеризуют. Самовоздействие подчинено «своей» структуре. При влиянии на другие объекты *матричная операция* соответствует структуре этих объектов.

В такой модели произведение задается «программой». Согласно ей на первом этапе устанавливается принадлежность пары элементов к блоку произведений. На втором этапе устанавливается элемент, соответствующий данному произведению.

Так можно анализировать любое произведение, заменив его системой связей между объектами, некоторой принятой системой идентификации данных.

К новому качеству модели мы приходим, изменив результат базовых произведений:

11 ×	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

,

12 ×	a^*	b^*	c^*	d^*
a	a^*	b^*	c^*	d^*
b	d^*	c^*	b^*	a^*
c	c^*	d^*	a^*	b^*
d	b^*	a^*	d^*	c^*

,

21 ×	a	b	c	d
a^*	a^*	b^*	c^*	d^*
b^*	b^*	a^*	d^*	c^*
c^*	c^*	d^*	a^*	b^*
d^*	d^*	c^*	b^*	a^*

,

22 ×	a^*	b^*	c^*	d^*
a^*	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	$\hat{d}$
b^*	$\hat{d}$	$\hat{c}$	$\hat{b}$	$\hat{a}$
c^*	$\hat{c}$	$\hat{d}$	$\hat{a}$	$\hat{b}$
d^*	$\hat{b}$	$\hat{a}$	$\hat{d}$	$\hat{c}$

.

Новые элементы могут появиться по разным причинам и при разных обстоятельствах. Важно другое, что этот результат определен и предсказуем. В этом случае могут быть «степени свободы», обусловленные неопределенностью «взаимодействия» новых элементов с исходными.

Понятно, что новые элементы могут «нести» авторитарную или иерархическую функцию. Они могут быть следствием незамкнутости рассматриваемой системы объектов.

Легко понять, что дополнительные факторы деформируют таблицу произведений. Рассмотрим кватернион

$$Q \to a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Таблица матричных произведений такова:

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	$-a$	d	$-c$
c	c	$-d$	$-a$	b
d	d	c	$-b$	$-a$

Произведения подчинены структуре матриц с точностью до знаков, выполняющих функцию внутренних параметров объектов.

Деформация операций

Рассмотрим операцию

$$[a,b]^* = ab - wba = ab - ba + (1-w)ba = [a,b] + (1-w)ba.$$

Исследуем выражение

$$J^*(a,b,c) = \left[a,[b,c]^*\right]^* + \left[b,[ca]^*\right]^* + \left[c,[a,b]^*\right]^*.$$

Получим дополнение к стандартному якобиану, который равен нулю в ассоциативном случае:

$$J^*(a,b,c) = J(a,b,c) + \Delta = \left[a,[b,c]\right] + \left[b,[c,a]\right] + \left[c,[a,b]\right] + \Delta =$$

$$= \frac{1}{2}\Big(\left[a,[b,c]\right] + \left[b,[c,a]\right] + \left[c,[a,b]\right]\Big) + \frac{1}{2}\Big(\left[c,[a,b]\right] + \left[b,[c,a]\right] + \left[a,[b,c]\right]\Big) + \Delta.$$

Новые величины α, β в прямом и обратном порядке *операционно дублируют структуру* стандартного якобиана

$$\Delta = \alpha - w\left(\alpha + \beta\right) - w^2\beta,$$
$$\alpha = \left(ab\right)c + \left(bc\right)a + \left(ca\right)b,$$
$$\beta = \left(cb\right)a + \left(ac\right)b + \left(ba\right)c.$$

Если интерпретировать состояние с $w = 1$ как операционно равновесное состояние, то все ситуации с другими значениями w есть операционно неравновесные состояния. У них есть квадратичная зависимость от параметра операционной деформации w.

Рассмотрим деформацию неассоциативных операций. За основу примем закон

$$\left\{x,\left[y,z\right]\right\} + \left[x,\left\{y,z\right\}\right] - \left[\left\{x,y\right\},z\right] - \left\{\left[x,y\right],z\right\} - 2\left(x,y,z\right) - 2\left(z,y,x\right) = 0.$$

Здесь

$$\left[x,y\right] = xy - yx, \left\{x,y\right\} = xy + yx, \left(x,y,z\right) = x\left(yz\right) - \left(xy\right)z.$$

Тогда

$$\left\{x,\left[y,z\right]\right\} + \left[x,\left\{y,z\right\}\right] = x\left(yz - zy\right) + \left(yz - zy\right)x + x\left(yz + zy\right) - \left(yz + zy\right)x =$$
$$= 2\left(x\left(yz\right) - \left(zy\right)x\right) = 2\left|x,y,z\right|,$$
$$\left[\left\{x,y\right\},z\right] + \left\{\left[x,y\right],z\right\} = \left(xy + yx\right)z - z\left(xy + yx\right) + \left(xy - yx\right)z + z\left(xy - yx\right) =$$
$$= 2\left(\left(xy\right)z - z\left(xy\right)\right) = -2\left|z,y,x\right|,$$
$$\left\{x,\left[y,z\right]\right\} + \left[x,\left\{y,z\right\}\right] - \left[\left\{x,y\right\},z\right] - \left\{\left[x,y\right],z\right\} = 2\left(x\left(yz\right) - \left(zy\right)x + z\left(xy\right) - \left(xy\right)z\right) =$$
$$= 2\left(\left|x,y,z\right| + \left|z,y,x\right|\right) = 2\left(\left(x,y,z\right) + \left(z,y,x\right)\right) = 2\left(x\left(yz\right) - \left(xy\right)z + z\left(xy\right) - \left(zy\right)x\right),$$

$$\left|x,y,z\right| + \left|z,y,x\right| = \left(x,y,z\right) + \left(z,y,x\right).$$

Введем новые операции

$$[x,y]^* = xy - yx + (1-w)\,yx, \{x,y\} = xy + yx - (1-w)\,yx.$$

Тогда

$$\left\{x,[y,z]^*\right\}^* = x\big(yz - zy + (1-w)zy\big) + \big(yz - zy + (1-w)zy\big)x - (1-w)\big(yz - zy + (1-w)zy\big)x =$$

$$= x\big(yz - zy\big) + \big(yz - zy\big)x + (1-w)\big(x(zy) + 2(zy)x - (yz)x\big) - (1-w)^2(zy)x,$$

$$\left[x,\{y,z\}\right]^* = x\big(yz + zy - (1-w)zy\big) - \big(yz + zy - (1-w)zy\big)x + (1-w)\big(yz + zy - (1-w)zy\big)x =$$

$$= x\big(yz + zy\big) - \big(yz + zy\big)x + (1-w)\big(-x(zy) + 2(zy)x + (yz)x\big) - (1-w)^2(zy)x.$$

$$\left[\{x,y\}^*, z\right]^* = (xy + yx)z - (1-w)(yx)z - z(xy + yx) + (1-w)z(yx) + (1-w)z(xy + yx) -$$

$$-(1-w)^2 z(yx) = (xy + yx)z - z(xy + yx) + (1-w)\big(-(yx)z + 2z(yx) + z(xy)\big) - (1-w)^2 z(yx),$$

$$\left\{[x,y]^*, z\right\}^* = (xy - yx)z + (1-w)(yx)z + z(xy - yx) + (1-w)z(yx) - (1-w)z(xy + yx) -$$

$$-(1-w)^2 z(yx) = (xy - yx)z + z(xy - yx) + (1-w)\big((yx)z + 2z(yx) - z(xy)\big) - (1-w)^2 z(yx).$$

В этом варианте получим дополнения к стандартной ситуации, задаваемые ассоциаторами:

$$\delta(1) = 2(1-w)\big((zy)x - z(yx)\big) = 2(1-w)(z,y,x),$$
$$\delta(2) = 2(1-w)^2\big(z(yx) - (zy)x\big) = -2(1-w)^2(z,y,x).$$

Понятно, что системы операций можно объединять между собой, применяя факторы включения взаимодействий, зависящие от некоторой системы физических условий. В частности, эти условия могут подчиняться некоторой динамической системе. Тогда система базовых физических объектов (или совокупность базовых свойств) будет иметь новый аспект. Появляется возможность изменения поведения и структуры объектов и свойств в соответствии с динамикой операций, допускаемых для анализируемой системы, «доступной» для системы. В одних условиях и при одних обстоятельствах система будет вести себя, подчиняясь одним законам. При других условиях и обстоятельствах эти законы будут другими.

Согласно потребностям развивающейся практики требуется исследовать весь спектр возможностей анализируемой системы. Сложность этой задачи прежде всего в том, что этот спектр трансфинитен. Он может содержать элементы, «недоступные» эксперименту и применяемым приборам. У этого спектра возможностей могут быть свойства, «недоступные» нашим ощущениям, а также нашей логике и практике.

Деформация отдельной операции есть базовый элемент для анализа системы операций, динамически согласованных друг с другом. У отмеченных элементов анализа есть свои свойства и своя специфика. Их можно рассматривать на математическом уровне, достигая теории управления операциями. Их следует более внимательно анализировать на практике, выделяя совокупность законов и факторов управления законами поведения объектов и их свойств.

Задача управления взаимодействиями базируется, по своей сути, на задаче управления операциями.

Алгебра базовых конформаций и система ассоциативностей

Представляется естественной гипотеза, что основные свойства объектов с многократными операциями имеют свои истоки в свойствах базовых конформаций, из которых конструируются многократные конформации.

Проанализируем эту гипотезу на примере совокупности, состоящей из 4 базовых объектов или 4 совокупностей базовых свойств, пригодной для разных объектов и ситуаций, подчинив базовую совокупность конформации Клейна.

Она имеет вид

$\times$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

$\Rightarrow$

$\times$	a	b	c	d
a	$[a,a]=a$	$[a,b]=b$	$[a,c]=c$	$[a,d]=d$
b	$[b,a]=b$	$[b,b]=a$	$[b,c]=d$	$[b,d]=c$
c	$[c,a]=c$	$[c,b]=d$	$[c,c]=a$	$[c,d]=b$
d	$[d,a]=d$	$[d,b]=c$	$[d,c]=b$	$[d,d]=a$

.

В данном случае, как и в варианте применения многократных операций, сумма элементов в таблице по строкам равна сумма элементов в таблице по столбцам и задается формулой

$$\sigma = a+b+c=d.$$

Тогда аналогично ранее полученной формуле выполняется условие

$$[x,y]\big([x,x]+[y,y]\big)[y,x]=[y,x]\big([x,x]+[y,y]\big)[x,y].$$

Его можно рассматривать как вариант расширения коммутативного закона

$$[x,y][y,x]=[y,x][x,y].$$

На $E-$конформации некоммутативна таблица произведений:

$\overset{2}{\times}$	a	b	c	d
a	$(aa)=a$	$(ab)=b$	$(ac)=c$	$(ad)=d$
b	$(ba)=c$	$(bb)=d$	$(bc)=a$	$(bd)=b$
c	$(ca)=d$	$(cb)=c$	$(cc)=b$	$(cd)=a$
d	$(da)=b$	$(db)=a$	$(dc)=d$	$dd(\ )=c$

.

Получим, например, $(ab)(ba)=bc=a\neq c=cb=(ba)(ab)$.

Выполняются условия обобщенной коммутативности:

$$(ab)\big((aa)+(bb)\big)(ba)=b(a+d)c=(c+b)c=b+a,$$
$$(ba)\big((aa)+(bb)\big)(ab)=c(a+d)b=(d+a)b=a+b,$$
$$(ab)\big((aa)+(bb)\big)(ba)=(ba)\big((aa)+(bb)\big)(ab).$$

Следовательно, свойства многократных операций могут наследовать свойства однократных операций.

Однократные конформации имеют функциональную аналогию с многократными конформациями. В частности, выполняются законы алгебры Мальцева. Проиллюстрируем этот тезис на конформации Клейна. Получим формальные обобщения для этой алгебры:

$$f\big([a,a],[a,b],[a,c]\big)=f(a,b,c)=$$
$$=a(bc)+b(ca)+c(ab)=ad+bc+cb=3d,$$
$$af(a,b,c)=f\big([a,a],[a,b],[a,c]\big)=$$
$$=f\big([a,a],b,c\big)=f\big(a,[a,b],c\big)=f\big(a,b,[a,c]\big),$$
$$af(a,b,c)=f\big(a,[a,b],[a,c]\big)=f\big([a,a],[a,b],c\big)=$$
$$=f\big(a,[a,b],[a,c]\big),\dots$$

Есть другие законы:

$$f(a,b,c)d=af(b,c,d),\ f(a,c,d,b)=f(b,d,c,a),\dots$$

Имеет место в однократных конформациях закон обобщенной коммутативности вида

$$\big[[x,y],[a+b+c+d],[z,s]\big]=\big[[z,s],[a+b+c+d],[x,y]\big].$$

Естественно выполнение закона обобщенной ассоциативности. Следовательно, ассоциативные множества имеют свойства неассоциативных множеств в скрытой форме.

Алгебраическая структура множеств с многократными операциями

Исследуем операцию $\left[a,b\right]=a\overset{1}{\times}b-b\overset{2}{\times}a-a\overset{3}{\times}b$ с алгебраической точки зрения. Таблица операции такова:

$$\begin{aligned}
&\left[a,a\right]=-a,\left[a,b\right]=-c,\left[a,c\right]=-d,\left[a,d\right]=-b,\\
&\left[b,a\right]=-d,\left[b,b\right]=a-d-c,\left[b,c\right]=d-c-b,\left[b,d\right]=c-2a,\\
&\left[c,a\right]=-b,\left[c,b\right]=d-2a,\left[c,c\right]=a-b-d,\left[c,d\right]=b-d-c,\\
&\left[d,a\right]=-c,\left[d,b\right]=c-b-d,\left[d,c\right]=b-2a,\left[d,d\right]=a-c-b.
\end{aligned}$$

Результаты многократных произведений есть элементы векторного пространства с базисом в форме совокупности

$$X_1=a,X_2=b,X_3=c,X_4=d.$$

Введем симметричную и антисимметричную операции вида

$$\left|a,b\right\rangle=\left[a,b\right]+\left[b,a\right],\left\langle a,b\right|=\left[a,b\right]-\left[b,a\right].$$

Данная попытка нацелена на получение единых законов для алгебр, базирующихся на принципиально разных операциях Симметричные операции согласно принятой практике ассоциируются с гравитацией. Антисимметричные операции, аналогично, ассоциируются с электромагнетизмом.

Если многократные операции могут дать пару алгебр с аналогичными законами, то следует ожидать, что многократные операции задают некоторое единство для двух указанных сущностей.

Получим пару таблиц:

$\otimes$	a	b	c	d
a	$\lvert aa\rangle=-2a$	$\lvert ab\rangle=-c-d$	$\lvert ac\rangle=-b-d$	$\lvert ad\rangle=-b-c$
b	$\lvert ba\rangle=-c-d$	$\lvert bb\rangle=2(a-c-d)$	$\lvert bc\rangle=-2a-b-c+2d$	$\lvert bd\rangle=-2a-b+2c-d$
c	$\lvert ca\rangle=-b-d$	$\lvert cb\rangle=-2a-b-c+2d$	$\lvert cc\rangle=2(a-b-d)$	$\lvert cd\rangle=-2a+2b-c-d$
d	$\lvert da\rangle=-b-c$	$\lvert db\rangle=-2a-b+2c-d$	$\lvert dc\rangle=-2a+2b-c-d$	$\lvert dd\rangle=2(a-b-c)$

,

$\otimes$	a	b	c	d
a	$\langle aa\rvert=0$	$\langle ab\rvert=-c+d$	$\langle ac\rvert=b-d$	$\langle ad\rvert=-b+c$
b	$\langle ba\rvert=c-d$	$\langle bb\rvert=0$	$\langle bc\rvert=2a-b-c$	$\langle bd\rvert=-2a+b+d$
c	$\langle ca\rvert=-b+d$	$\langle cb\rvert=-2a+b+c$	$\langle cc\rvert=0$	$\langle cd\rvert=2a-c-d$
d	$\langle da\rvert=b-c$	$\langle db\rvert=2a-b-d$	$\langle dc\rvert=-2a+c+d$	$\langle dd\rvert=0$

.

Мы получили совокупность элементов для пары алгебр. Они базируются на свойствах элементов

$$\left|X_i, X_j\right\rangle = M_{ij}^k X_k, \left\langle X_i, X_j\right| = Q_{ij}^k X_k.$$

Для элементов общего вида $X = x^i X_i, Y = y^j X_j$ определены произведения

$$(X,Y)_M = \sum_{i,j} g_{ij}(M) x^i x^j,$$
$$(X,Y)_Q = g_{ij}(Q) = \sum_{k,l} Q_{il}^k Q_{jk}^l.$$

Функциональные законы для группы S_3

Введем обозначения

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},f=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},g=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}h=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Выполним матричное произведение. Получим таблицу

$\times$	a	b	c	f	g	h
a	$aa=a$	$ab=b$	$ac=c$	$af=f$	$ag=g$	$ah=h$
b	$ba=b$	$bb=c$	$bc=a$	$bf=h$	$bg=f$	$bh=g$
c	$ca=c$	$cb=a$	$cc=b$	$cf=g$	$cg=h$	$ch=f$
f	$fa=f$	$fb=g$	$fc=h$	$ff=a$	$fg=b$	$fh=c$
g	$ga=g$	$gb=h$	$gc=f$	$gf=c$	$gg=a$	$gh=b$
h	$ha=h$	$hb=f$	$hc=g$	$hf=b$	$hg=c$	$hh=a$

.

Проанализируем функциональные свойства этого множества на основе функции

$$p(x,y,z)=x(yz)+y(zx)+z(xy).$$

Укажем некоторые частные выражения:

$$p(a,b,c)=p(aa,ab,ac)=p(aa,ba,ca)=(abc)\,p(a,b,c)=3a,$$
$$gp(b,g,h)=g(2c+b)=p(b,bb,bbh)=p(b,hg,hgh)=2f+h,...$$

Они указывают на наличие системы частных законов, аналогичных законам алгебры Мальцева. Они инициируют ряд вопросов. Каков полный набор этих законов? Существует ли для данного множества некий единый, общий функциональный закон?

Введем новую функцию вида

$$\overset{*}{p}(x,y,z)=(xy)z+(yz)x+(zx)y.$$

Получим соотношения

$$p(a,b,c)=p(c,f,g)=3a=\overset{*}{p}(a,b,c)=\overset{*}{p}(c,f,g),$$

$$p(b,c,f)=\overset{*}{p}(b,c,f)=2f+h=2bc+bh,$$

$$p(f,g,h)=f+g+h=\overset{*}{p}(f,g,h),\ p(h,a,b)=\overset{*}{p}(h,a,b)=2g+f.$$

Естественно выполнение закон, справедливого для ассоциативного множества

$$p(x,y,z)=x(yz)+y(zx)+z(xy)=(xy)z+(yz)x+(zx)y=\overset{*}{p}(x,y,z).$$

Однако его возможности шире. Например, аналог этого закона справедлив для неассоциативного множества, подчиненного операции коммутирования Якоби-Ли. Действительно, имеем соотношения

$$p(x,y,z)=\big[x,[y,z]\big]+\big[y,[z,x]\big]+\big[z,[x,y]\big]=\big[x,(yz-zy)\big]+\big[y,(zx-xz)\big]+\big[z,(xy-yx)\big]=$$
$$=x(yz-zy)-(yz-zy)x+y(zx-xz)-(zx-xz)y+z(xy-yx)-(xy-yx)z,$$

$$\overset{\otimes}{p}(x,y,z)=\big[[x,y],z\big]+\big[[y,z],x\big]+\big[[z,x],y\big]=\big[(xy-yx),z\big]+\big[(yz-zy),x\big]+\big[(zx-xz),y\big]=$$
$$=(-1)\big(x(yz-zy)-(yz-zy)x+y(zx-xz)-(zx-xz)y+z(xy-yx)-(xy-yx)z\big),$$

$$p(x,y,z)+\overset{\otimes}{p}(x,y,z)=0.$$

Возникает потребность анализа законов, нелинейных по переменным.

Пусть, например, он имеет вид

$$yp(x,y,z)=\begin{cases} p(x,xx,xxz), \\ p(x,zy,zyz). \end{cases}$$

Рассмотрим некоторые сочетания элементов:

$$3a=ap(a,b,c)\to\begin{cases} p(a,aa,aac)=3a, \\ p(a,bc,bcc)=3a, \end{cases}$$

$$2g+f=cp(b,c,f)\to\begin{cases} p(b,bb,bbf)=2g+f, \\ p(b,fc,fcf)=f+g+h, \\ p(b,cf,cff)=2g+h, \end{cases}$$

$$3c=cp(c,f,g)\to\begin{cases} p(c,cc,ccg)=2f+g, \\ p(c,gf,gfg)=2f+g, \end{cases}$$

$$a+b+c=fp(f,g,h)\to\begin{cases} p(f,ff,ffh)=2b+c, \\ p(f,hg,hgh)=2b+c, \end{cases}$$

$$f+2g=p(h,a,b)\to\begin{cases} p(h,hh,hhb)=f+2g, \\ p(h,ba,bab)=g+2h. \end{cases}$$

Мы видим, что имеет место только частичное выполнение этого закона. Этот факт естественен для неассоциативных множеств. Функциональные законы в ассоциативном множестве обладают аналогичным свойством.

Эту ситуацию можно оценить иначе: множество содержит «семена» законов, которые могут проявить себя в других множествах и в других ситуациях. Интуитивно ясно, что эти свойства будут зависеть от структуры анализируемых объектов, а также от операций, которые действую в множестве.

Поскольку мы всегда имеем дело со «спектром операций», сложно получить весь спектр законов множества без дополнительных ограничений на анализ.

Возникает потребность нахождения «спектра частных законов» для отдельной операции и для спектра операций. Эту возможность можно рассматривать как фундаментальный факт математики: каждое *многообразие с операциями не только подчинено некоторому единому закону, оно владеет набором частных законов*.

Согласно структуре применяемого функционала мы вправе рассматривать 4 варианта. Согласно анализу группы перестановок из 3 элементов мы выделяем элементы нормальной подгруппы a,b,c в один класс, а элементы смежного класса f,g,h в другой класс.

Кроме этого, могут применяться в функциональном выражении 2 элемента из одного класса и один элемент из другого класса. Можно ввести обозначения, отображающие указанный факт.

Зададим число $\theta(i,j)$ для такой цели, обозначая, соответственно, количество элементов в первом и втором классах. Получим набор чисел, характеризующих тип рассматриваемой функции

$$\theta(3,0),\theta(2,1),\theta(1,2),\theta(0,3).$$

Предварительный анализ указывает систему законов:

1. $\theta(3,0)\to a,b,c,$

$$xp(x,y,z)=p(x,yz,(yz)z),$$

$$ap(a,b,c)=p(a,bc,(bc)c)=3a.$$

2. $\theta(2,1)\to b,c,f,$

$$yp(x,y,z)=p(zx,(zy)z,(zx)z),$$

$$cp(b,c,f)=p(fb,(fc)f,(fb)f)=f+2g.$$

3. $\theta(1,2) \to c, f, g,$

$xp(x,y,z) = p(zx,(zy)z,(zx)z)z,$

$cp(c,f,g) = p(gc,(gf)g,(gc)g)c = 3a.$

4. $\theta(0,3) \to f, g, h,$

$xxp(x,y,z) = p(x,y(yz),(yz)z),$

$ffp(f,g,h) = p(f,g(gh),(gh)h) = f+g+h.$

Проанализируем ситуацию, когда в наборе есть совпадающие элементы. Анализ свидетельствует, что указанная система не полна. Для примера рассмотрим множество элементов b,h,b. Базовые функции не зависят от порядка расположения элементов:

$$p(b,b,h) = p(b,h,b) = p(h,b,b) = f+g+h.$$

Однако их расположение имеет влияние на анализируемый закон. В двух ситуациях выполняется закон первого типа, в одной ситуации он не выполняется.

Так, получим

$$bp(b,b,h) = p(b,bh,(bh)h) = p(b,g,b) = f+g+h.$$

В этом наборе элементов второй закон выполняется в одном случае, когда

$$bp(b,b,h) = p(hb,(hb)h,(hb)h) = p(f,c,c) = f+g+h.$$

В двух других случаях он не выполняется. Закон третьего типа выполняется только в этом же наборе элементов, обеспечивая связь

$$bp(b,b,h) = p(hb,(hb)h,(hb)h) = p(f,c,c) = f+g+h.$$

Закон четвертого типа не выполняется только на одной комбинации элементов:

$$bbp(h,b,b) = f + g + h \neq p\big(h, b(bb), (bb)b\big) = p(h,a,a) = 3h.$$

Следовательно, спектр частных законов должен быть расширен. Получим новые законы. Они ассоциированы с разными наборами элементов. В частности, получим

$$p(b,h,b):$$
$$xp(x,y,z) = p\big(x,(yz)y,(yz)z\big),$$
$$yp(x,y,z) = p\big((zx)x, y, (zx)z\big).$$

Общий алгоритм получения соответствий сводится к анализу алгебраических преобразований одного набора элементов в другой набор элементов в соответствии с правилами, которые *«диктуют» операции и базовое функциональное выражение*.

Рассмотрим другой вариант, применив образующую функцию

$$\pi(x,y,z) = \big((xy)z\big)\big(z(yx)\big) + \big((zx)y\big)\big(y(xz)\big) + \big((yz)x\big)\big(x(zy)\big).$$

Проанализируем её свойства на примере трех элементов $(x,y,z) \to (a,f,g)$. Получим систему законов, которые можно трактовать как обобщение алгебры Мальцева:

$$x\pi(x,y,z) = \pi(x,y,xz),$$
$$x\pi(x,y,z) = \pi\big(x,(yz)y,(yz)z\big)y,$$
$$(xy)\pi(x,y,z) = \pi\big(x, yz, (yz)z\big),$$
$$xx\pi(x,y,z) = \pi\big(x, y(yz), (yz)y\big)y,$$
$$y\pi(x,y,z) = \pi\big((zx)x, y, (zx)x\big)y, \ldots$$

Анализируемое конечное множество некоммутативно. Введем функции, которые объединяют в систему несколько коммутирующих или некоммутирующих элементов:

$$f_{11}(x,y,z)=(xy)z(yx)+(zx)y(xz)+(yz)x(zy),$$
$$f_{12}(x,y,z)=(zy)x(yz)+(xz)y(zx)+(yx)z(xy),$$
$$D_1 = f_{11} - f_{12},$$
$$f_{21}(x,y,z)=((xy)z)(z(yx))+((zx)y)(y(xz))+((yz)x)(x(zy)),$$
$$f_{22}(x,y,z)=((zy)x)(x(yz))+((xz)y)(y(zx))+((yx)z)(z(xy)),$$
$$D_2 = f_{21} - f_{22},$$
$$P = D_1 - D_2.$$

Анализ показал, что для любой тройки элементов анализируемого конечного множества на матричной операции выполняется либо равенство указанных функций, либо хотя бы одно из условий:

$$D_1 = f_{11} - f_{12} = 0, D_2 = f_{21} - f_{22} = 0, P = D_1 - D_2 = 0.$$

Нелинейные связи типа

$$\theta(x,y,z)=(xy)(zz)(yx)+(zx)(yy)(xz)+(yz)(xx)(zy)$$

способны обеспечить «равновесие» в рамках функциональной коммутативности в тех случаях, в которых указанные выше «линейные» функции не могут достичь такого результата.

Мы имеем пример анализа множества по признаку *функциональной коммутативности*. В рассматриваемом случае она имеет три уровня. В модели не применяются квадраты, кубы и т.д. величин, на основе которых законы могут быть обобщены. Функциональная коммутативность по своей форме и сути «ближе» к программированию системы на определенные связи.

Для описания *функционального поведения* в модель нужно ввести величины и операторы, ассоциированные с параметрами поведения. В физических расчетных моделях анализируемые матрицы объединены с дифференциальными операторами и величинами.

На указанной основе возможна классификация наборов элементов по частным законам, которым они подчинены. Аналогично ситуации в неассоциативных множествах мы получим спектральное распределение наборов элементов по системе законов. Одни наборы будут иметь широкий спектр законов, другие наборы в анализируемых условиях будут иметь другой спектр законов. При изменении ситуации будут меняться законы. Будет меняться также спектр возможностей данного множества.

Наличие спектра частных законов и спектрального распределения элементов по частным законам является общим правилом, справедливым для любого множества.

К функциональному единству ассоциативных и неассоциативных множеств

На частично симметричной таблице ассоциативного, некоммутативного множества

$\times$	a	b	c	f	g	h
a	$aa=a$	$ab=b$	$ac=c$	$af=f$	$ag=g$	$ah=h$
b	$ba=b$	$bb=c$	$bc=a$	$bf=h$	$bg=f$	$bh=g$
c	$ca=c$	$cb=a$	$cc=b$	$cf=g$	$cg=h$	$ch=f$
f	$fa=f$	$fb=g$	$fc=h$	$ff=a$	$fg=b$	$fh=c$
g	$ga=g$	$gb=h$	$gc=f$	$gf=c$	$gg=a$	$gh=b$
h	$ha=h$	$hb=f$	$hc=g$	$hf=b$	$hg=c$	$hh=a$

проанализируем *зеркальные циклы* для элементов ассоциаторов, введя функции

$$\theta(x,y,z;m)=((xy)z)m(z(yx))+((zx)y)m(y(xz))+((yz)x)m(x(zy)),$$
$$\theta(z,y,x;m)=((zy)x)m(x(yz))+((xz)y)m(y(zx))+((yx)z)m(z(xy)).$$

Пусть числа m соответствуют базовым элементам a,b,c,f,g,h. Числам x,y,z и их произведениям сопоставим разные наборы из трех базовых элементов. Фактически речь идет о варианте расширения ассоциативности, согласно которому простые функциональные условия недостаточны для анализа совокупности множеств. Задача решается на основе более сложных функциональных условий. Скорее всего, практика позволит найти алгоритмы конструирования таких условий. Возможно, именно типы функциональных условий могут быть применены для классификации разных совокупностей ассоциативных и неассоциативных многообразий. Однако для движения в таком направлении желательно получить подтверждение возможности существования единых функциональных условий для множеств с разной ассоциативностью. Частный пример может уточнить границы поиска общих закономерностей. Общий алгоритм может иметь свое функциональное выражение, аналогом которого является условие конструирования представлений групп.

Рассмотрим конкретный вариант:

$$\theta(b,f,g;a)=2c+b, \theta(b,f,g;b)=2a+c, \theta(b,f,g;c)=2b+a,$$
$$\theta(b,f,g;f)=2g+h, \theta(b,f,g;g)=2h+f, \theta(b,f,g;h)=2f+g,$$
$$\theta(g,f,b;a)=2c+b, \theta(g,f,b;b)=2a+c, \theta(g,f,b;c)=2b+a,$$
$$\theta(g,f,b;f)=2h+g, \theta(g,f,b;g)=2f+h, \theta(g,f,b;h)=2g+f.$$

В этом случае суммы элементов по каждой функции одинаковы и равны

$$\sum_m \theta(b,f,g;m)=3(a+b+c+f+g+h)=\sum_m \theta(g,f,b;m).$$

Функции связаны друг с другом согласно закону

$$m\theta(b, f, g; m) = \theta(g, f, b; m)m.$$

Для других наборов величин получим условия

$$\theta(a,c,b;m) = \theta(b,c,a;m), \theta(f,g,h;m) = \theta(h,g,f;m).$$

Следовательно, на примере ассоциативного некоммутативного множества пара зеркальных функций согласована друг с другом.

Аналогично проанализируем неассоциативное, некоммутативное множество из 4 элементов, подчиненное антисимметричной таблице произведений:

$$\begin{aligned}
&\langle a,a\rangle = 0, \langle a,b\rangle = d-b, \langle a,c\rangle = b-c, \langle a,d\rangle = c-d,\\
&\langle b,a\rangle = b-d, \langle b,b\rangle = 0, \langle b,c\rangle = a-b, \langle b,d\rangle = d-a,\\
&\langle c,a\rangle = c-b, \langle c,b\rangle = b-a, \langle c,c\rangle = 0, \langle c,d\rangle = a-c,\\
&\langle d,a\rangle = d-c, \langle d,b\rangle = a-d, \langle d,c\rangle = c-a, \langle d,d\rangle = 0.
\end{aligned}$$

Оно очевидно некоммутативно. Неассоциативность легко проверить. Например, получим

$$\langle\langle a,b\rangle, c\rangle = -2a+b+c, \langle a,\langle b,c\rangle\rangle = d-b.$$

Функции

$$\begin{aligned}
&\theta(x,y,z;m) = ((xy)z)m(z(yx)) + ((zx)y)m(y(xz)) + ((yz)x)m(x(zy)),\\
&\theta(z,y,x;m) = ((zy)x)m(x(yz)) + ((xz)y)m(y(zx)) + ((yx)z)m(z(xy))
\end{aligned}$$

в модели $x=a, y=b, z=c, m \to a, b, c, d$ совпадают друг с другом при одинаковом значении числа m. Действительно, получим элементы для первой функции

$$(ab)c=-2a+b+c, c(ba)=-2a+b+c,$$
$$(ca)b=-a+b, b(ac)=-a+b,$$
$$(bc)a=-b+d, a(cb)=-b+d.$$

Элементы для второй функции таковы:

$$(cb)a=b-d, a(bc)=b-d,$$
$$(ac)b=a-b, b(ca)=a-b,$$
$$(ba)c=2a-b-c, c(ab)=2a-b-c.$$

Они отличаются только перестановкой мест в общих выражениях. По этой причине указанные выражения будут равны друг другу при одинаковых значениях чисел m.

Следовательно, ассоциативные и неассоциативные множества могут подчиняться одинаковым функциональным соотношениям.

Данное функциональное выражение не единственно. Рассмотрим другой вариант, в котором реализована более сложная комбинаторика элементов. Введем функции

$$s(x,y,z;m)=((xy)z)m(x(yz))+((zx)y)m(z(xy))+((yz)x)m(y(zx)),$$
$$s(z,y,x;m)=(z(yx))m((zy)x)+(y(xz))m((yx)z)+(x(zy))m((xz)y).$$

Получим на элементах $x=a, y=b, z=c$ неассоциативного множества выражения

$$(ab)c=-2a+b+c=c(ba), a(bc)=b-d=c(ba),$$
$$(ca)b=b-a=b(ac), c(ab)=2a-b-c=(ba)c,$$

$$(bc)a = d - b = a(cb), b(ca) = a - b = (ac)b.$$

Из них следует закон

$$s(x, y, z; m) = s(z, y, x; m).$$

Он выполняется также для ассоциативного множества данного раздела. Следовательно, согласование элементов в системе ассоциаторов может подчиняться нескольким законам. Основу рассмотренного алгоритма задает требование некоторой «зеркальности» анализируемых элементов. Оно относительно сложно для понимания. Его математическое воплощение косвенно свидетельствует о возможности экспериментального проявления эффектов «зеркальности» *в согласованной конечной системе*.

Из общих соображений проанализируем сложившуюся ситуацию.

Ассоциатор стандартно определяется функцией

$$(a, b, c) = (ab)c - a(bc).$$

Предложенные зеркальные циклы иллюстрируют пару согласований в системе, состоящей из 12 элементов для ассоциаторов:

$$\big((xy)z\big), \big(z(yx)\big), \big((zx)y\big), \big(y(xz)\big), \big((yz)x\big), \big(x(zy)\big),$$
$$\big((zy)x\big), \big(x(yz)\big), \big((xz)y\big), \big(y(zx)\big), \big((yx)z\big), \big(z(xy)\big).$$

Так учтена, в «присутствии» и с участием элементов, выполняющих роль «посредников», комбинаторика произведений для трех элементов. Трудно понять и доказать, насколько общим является предложенный алгоритм функционального согласования ассоциативных и неассоциативных множеств.

Не исключен вариант, что функциональный закон для *единого описания коммутативности и некоммутативности* содержит «посредников» функционального типа. Законы вида обобщенных алгебр Мальцева являются расширением общего закона. В частности, для анализируемых множеств справедлив закон

$$n(a,b,c) = n(c,b,a).$$

Зеркальные функции имеют вид

$$n(x,y,z) = ((xy)(xy))((yx)(yx)) + ((yz)(yz))((zy)(zy)) + ((zx)(zx))((xz)(xz)),$$
$$n(z,y,x) = ((zy)(zy))((yz)(yz)) + ((yx)(yx))((xy)(xy)) + ((xz)(xz))((zx)(zx)).$$

В рассматриваемом случае общее условие для элементов «ассоциатора» проще общего условия для совокупности элементов коммутатора

$$[x,y] = xy - yx.$$

Следовательно, как и ранее, элементы, кажущиеся простыми, могут быть подчинены сложным функциональным законам.

Анализируемые ситуации обусловлены одной конформацией, подчиненной операции или нескольким согласованным операциям. У ассоциативных и у неассоциативных множеств обнаружены единые функциональные свойства.

Этот факт привлекателен с той точки зрения, что он согласуется с концепцией расширения объектов. Примером такого расширения является расширение полей чисел.

В данном случае речь идет о функциональном расширении множества, проверке выполнения на таблице его произведений некоторых функциональных условий.

Простое условие ассоциативности или коммутативности, линейное по своей структуре расширяется на систему нелинейных условий.

С геометрической точки зрения этот подход аналогичен переходу от исследования множества прямых линий к множеству нелинейных функций.

Понятно, что такой переход на систему функций достаточно сложен. Однако у него могут и даже обязаны быть аналогии с геометрическими моделями, привычными для практики.

По этой причине функциональное расширение свойств множеств можно рассматривать как новый инструмент постижения законов математической реальности.

Поскольку функций много, равно как и их «источников», желательно согласовывать проводимый анализ с этими обстоятельствами. Понятно, что анализ может иметь физическое обоснование и физические приложения. Они особо интересны в задачах обмена информацией, что обычно принято называть информационным взаимодействием.

Свойства системы конформаций

Объединим в единую систему мономиальные матрицы и два идеала:

$$a_1=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}, a_2=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}, a_3=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$b_1=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}, b_2=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}, b_3=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$c_1=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}, c_2=\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix}, c_3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}.$$

Это возможно на основе комбинаторного произведения. Получим таблицу произведений:

$\overset{k}{\times}$	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3
a_1	$a_1a_1=b_1$	$a_1a_2=b_2$	$a_1a_3=b_3$	$a_1b_1=c_1$	$a_1b_2=c_2$	$a_1b_3=c_3$	$a_1c_1=a_1$	$a_1c_2=a_3$	$a_1c_3=a_2$
a_2	$a_2a_1=b_3$	$a_2a_2=b_1$	$a_2a_3=b_2$	$a_2b_1=c_1$	$a_2b_2=c_2$	$a_2b_3=c_3$	$a_2c_1=a_3$	$a_2c_2=a_2$	$a_2c_3=a_1$
a_3	$a_3a_1=b_2$	$a_3a_2=b_3$	$a_3a_3=b_1$	$a_3b_1=c_1$	$a_3b_2=c_2$	$a_3b_3=c_3$	$a_3c_1=a_2$	$a_3c_2=a_1$	$a_3c_3=a_3$
b b_1	$b_1a_1=c_1$	$b_1a_2=c_1$	$b_1a_3=c_1$	$b_1b_1=c_1$	$b_1b_2=0$	$b_1b_3=0$	$b_1c_1=c_1$	$b_1c_2=c_1$	$b_1c_3=c_1$
b_2	$b_2a_1=c_2$	$b_2a_2=c_2$	$b_2a_3=c_2$	$b_2b_1=0$	$b_2b_2=c_2$	$b_2b_3=0$	$b_2c_1=c_2$	$b_2c_2=c_2$	$b_2c_3=c_2$
b_3	$b_3a_1=c_3$	$b_3a_2=c_3$	$b_3a_3=c_3$	$b_3b_1=0$	$b_3b_2=0$	$b_3b_3=c_3$	$b_3c_1=c_3$	$b_3c_2=c_3$	$b_3c_3=c_3$
c_1	$c_1a_1=a_1$	$c_1a_2=a_3$	$c_1a_3=a_2$	$c_1b_1=c_1$	$c_1b_2=c_2$	$c_1b_3=c_3$	$c_1c_1=b_1$	$c_1c_2=b_3$	$c_1c_3=b_2$
c_2	$c_2a_1=a_3$	$c_2a_2=a_2$	$c_2a_3=a_1$	$c_2b_1=c_1$	$c_2b_2=c_2$	$c_2b_3=c_3$	$c_2c_1=b_2$	$c_2c_2=b_1$	$c_2c_3=b_3$
c_3	$c_3a_1=a_2$	$c_3a_2=a_1$	$c_3a_3=a_3$	$c_3b_1=c_1$	$c_3b_2=c_2$	$c_3b_3=c_3$	$c_3c_1=b_3$	$c_3c_2=b_2$	$c_3c_3=b_1$

.

Большинство элементов множества коммутативно и ассоциативно на данной операции. Из таблицы также следует, что $c_2c_3 \neq c_3c_2, (b_1c_2)a_3 \neq b_1(c_2a_3), \ldots$ По указанным причинам мы вправе называть это множество *частично неассоциативным* и частично некоммутативным.

Проанализируем на системе конформаций реализацию функций

$$\theta(x,y,z;m) = ((xy)z)m(z(yx)) + ((zx)y)m(y(xz)) + ((yz)x)m(x(zy)),$$
$$\theta(z,y,x;m) = ((zy)x)m(x(yz)) + ((xz)y)m(y(zx)) + ((yx)z)m(z(xy)).$$

Получим связи, подтверждающие равенство этих функций:

$$s(b_1,c_2,a_3;m) = ((b_1c_2)a_3)m(a_3(c_2b_1)) + ((a_3b_1)c_2)m(c_2(b_1a_3)) + ((c_2a_3)b_1)m(b_1(a_3c_2)),$$
$$s(b_1,c_2,a_3;m) = a_2ma_2 + b_3mb_2 + c_1mc_1,$$
$$s(a_3,c_2,b_1;m) = ((a_3c_2)b_1)m(b_1(c_2a_3)) + ((b_1a_3)c_2)m(c_2(a_3b_1)) + ((c_2b_1)a_3)m(a_3(b_1c_2)),$$

$$s\left(a_3,c_2,b_1;m\right)=c_1mc_1+b_3mb_2+a_2ma_2.$$

Аналогично получим связи

$$s\left(b_1,b_2,b_3;m\right)=s\left(b_3,b_2,b_1;m\right).$$

Анализ дает также другие соотношения:

$$s\left(a_1,a_2,a_3;m\right)=\left(\left(a_1a_2\right)a_3\right)m\left(a_3\left(a_2a_1\right)\right)+\left(\left(a_3a_1\right)a_2\right)m\left(a_2\left(a_1a_3\right)\right)+\left(\left(a_2a_3\right)a_1\right)m\left(a_1\left(a_3a_2\right)\right),$$

$$s\left(a_1,a_2,a_3;m\right)=3c_2mc_3,$$

$$s\left(a_3,a_2,a_1;m\right)=\left(\left(a_3a_2\right)a_1\right)m\left(a_1\left(a_2a_3\right)\right)+\left(\left(a_1a_3\right)a_2\right)m\left(a_2\left(a_3a_1\right)\right)+\left(\left(a_2a_1\right)a_3\right)m\left(a_3\left(a_1a_2\right)\right),$$

$$s\left(a_3,a_2,a_1;m\right)=3c_3mc_2,$$

$$s\left(c_1,c_2,c_3;m\right)=3c_3mc_2,\ s\left(c_3,c_2,c_1;m\right)=3c_2mc_3.$$

Выражения равны с точностью до перестановки слагаемых. Имеют место связи вида

$$s\left(a_1,a_2,a_3;m\right)=\left(\left(a_1a_2\right)a_3\right)m\left(a_3\left(a_2a_1\right)\right)+\left(\left(a_3a_1\right)a_2\right)m\left(a_2\left(a_1a_3\right)\right)+\left(\left(a_2a_3\right)a_1\right)m\left(a_1\left(a_3a_2\right)\right),$$

$$s\left(a_1,a_2,a_3;m\right)=p\left(a_1,a_2,a_3;m\right),$$

$$p\left(a_1,a_2,a_3;m\right)=\left(a_1\left(a_2a_3\right)\right)m\left(\left(a_3a_2\right)a_1\right)+\left(a_2\left(a_3a_1\right)\right)m\left(\left(a_1a_3\right)a_2\right)+\left(a_3\left(a_1a_2\right)\right)m\left(\left(a_2a_1\right)a_3\right),$$

Они естественны, так как указанные элементы ассоциативны. Пару полученных выражений можно объединить на основе фактора ассоциативности ϑ в тройке элементов. Тогда исходное функциональное выражение определится *конструктивным условием*

$$A=\left(1-\vartheta\right)B_1+B_2.$$

Между конформациями есть дополнительные связи. Этот факт подтверждается равенствами

$$s\left(a_3,a_2,a_1;m\right)=3c_3mc_2=s\left(c_1,c_2,c_3;m\right),$$
$$s\left(c_3,c_2,c_1;m\right)=3c_2mc_3=s\left(a_1,a_2,a_3;m\right),$$
$$\left(b_2\left(a_3\left(a_2a_1\right)\right)\right)m\left(b_2\left(\left(a_3a_2\right)a_1\right)\right)+\left(b_2\left(a_2\left(a_1a_3\right)\right)\right)m\left(b_2\left(\left(a_2a_1\right)a_3\right)\right)+$$
$$+\left(b_2\left(a_1\left(a_3a_2\right)\right)\right)m\left(b_2\left(\left(a_1a_3\right)a_2\right)\right)=$$
$$=\left(\left(a_1a_2\right)a_3\right)m\left(a_1\left(a_2a_3\right)\right)+\left(\left(a_3a_1\right)a_2\right)m\left(a_3\left(a_1a_2\right)\right)+\left(\left(a_2a_3\right)a_1\right)m\left(a_2\left(a_3a_1\right)\right),...$$

Проанализируем множество значений функции

$$s\left(b_1,c_2,a_3;m\right)=a_2ma_2+b_3mb_2+c_1mc_1$$

для разных матриц m. Получим систему векторов в 9-мерном пространстве:

$$s\left(b_1,c_2,a_3;a_1\right)=a_1+2c_1,s\left(b_1,c_2,a_3;a_2\right)=a_3+c_1+c_2,s\left(b_1,c_2,a_3;a_3\right)=a_3+2c_2,$$
$$s\left(b_1,c_2,a_3;b_1\right)=a_2+b_1,s\left(b_1,c_2,a_3;b_2\right)=a_2+b_2,s\left(b_1,c_2,a_3;b_3\right)=a_1+b_3+c_2,$$
$$s\left(b_1,c_2,a_3;c_1\right)=b_3+c_1+c_2,s\left(b_1,c_2,a_3;c_2\right)=b_1+c_2+c_3,s\left(b_1,c_2,a_3;c_3\right)=b_2+2c_2.$$

Их сумма есть

$$S=2\left(a_1+a_2+a_3\right)+2\left(b_1+b_2+b_3\right)+3c_1+8c_2+c_3.$$

Ей соответствует матрица

$$S=\begin{pmatrix}8&8&8\\13&13&13\\6&6&6\end{pmatrix}=6\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&2&2\\7&7&7\\0&0&0\end{pmatrix},DetS=0,SpS=27.$$

Каждому функциональному выражению сопоставляется своя матрица:

$$\xi = a_1 + 2c_1 \to \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, Det\xi = 3, Sp\xi = 5,$$

$$\xi = a_3 + c_1 + c_2 \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, Det\xi = 3, Sp\xi = 2,$$

$$\xi = a_3 + 2c_2 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, Det\xi = 3, Sp\xi = 2,$$

$$\xi = a_2 + b_1 \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Det\xi = 2, Sp\xi = 1,$$

$$\xi = a_2 + b_2 \to \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, Det\xi = 2, Sp\xi = 1,$$

$$\xi = a_1 + b_3 + c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, Det\xi = 4, Sp\xi = 5,$$

$$\xi = b_3 + c_1 + c_2 \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, Det\xi = 1, Sp\xi = 3,$$

$$\xi = b_1 + c_2 + c_3 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, Det\xi = 0, Sp\xi = 3,$$

$$\xi = b_2 + 2c_2 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. Det\xi = 0, Sp\xi = 3.$$

Свойства *прогнозирующих функций* (применяемых для анализа свойств множества) можно анализировать на основе системы матриц, которая сопоставляется этим функциям. Из расчета следует, что *прогнозирующие функции*

$$\eta(x, y, z; m) = (x(yz))m(x(yz)) + (y(zx))m(y(zx)) + (z(xy))m(z(xz))$$

извлекают из анализируемого множества свойства, аналогичные полученным ранее.

Тот факт, что есть всегда несколько вариантов и возможностей получения одного и того же результата, приближает предлагаемый алгоритм к реальной общей практике. В частности, алгоритм применим к геометрии, алгебре, топологии, к этике и к теории отношений.

Функциональная ситуация упрощается при учете свойств многократных произведений элементов. В рассматриваемом случае результат произведения тройки элементов есть некий элемент рассматриваемого множества. Из анализа таблицы произведений следует, что независимо от порядка произведений все тройные произведения таковы:

$$a_1a_1a_1 = a_2a_2a_2 = a_3a_3a_3 = c_1,$$
$$b_1b_1b_1 = c_1,$$
$$b_2b_2b_2 = c_2, b_3b_3b_3 = c_3,$$
$$c_1c_1c_1 = c_2c_2c_2 = c_3c_3c_3 = c_1.$$

Множество содержит элемент b_1, который при произведении слева и справа превращает каждую из матриц $c_i, i=1,2,3$ в матрицу c_1: $b_1 c_i = c_1 = c_i b_1, i=1,2,3.$

Указанные обстоятельства формируют *четыре общие «условия равновесия»* в паре произведений любых трех элементов независимо от порядка произведений в тройке элементов:

$$b_1\left(\left(\xi_1\eta_1\varsigma_1\right)^3-\left(\xi_2\eta_2\varsigma_2\right)^3\right)=0,\left(\left(\xi_1\eta_1\varsigma_1\right)^3-\left(\xi_2\eta_2\varsigma_2\right)^3\right)b_1=0,$$

$$b_1\left(\xi_1\eta_1\varsigma_1\right)^3-\left(\xi_2\eta_2\varsigma_2\right)^3 b_1=0,\left(\xi_1\eta_1\varsigma_1\right)^3 b_1-b_1\left(\xi_2\eta_2\varsigma_2\right)^3=0.$$

Функцию элемента b_1, как и других элементов, может выполнять произведение пары или тройки элементов, не совпадающих с исходными, реализуя трансфинитность свойств анализируемого множества. Это обстоятельство важно отметить, если в расчет будет принята динамика элементов и операций. В этом случае есть основания для рассмотрения множества динамик и моделей взаимных превращения состояний и множеств.

Составим общую таблицу комбинаторного превращения конформаций:

$\overset{k}{\times}$	A	B	C
A	B	C	A
B	C	C	C
C	A	C	B

.

Она интересна как алгоритм превращения конформаций с философской и психологической точек зрения, если принять соответствия $A-тело, B-чувства, C-сознание.$ Именно Чувства многогранно генерируют Сознание, образовав «плюс» в таблице. Элементы согласованы нетривиально.

Гармоничная тройка конформаций

Объединим в единую систему пару мономиальных матриц и идеал по матричному произведению:

$$a_1=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},a_2=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},a_3=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$b_1=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},b_2=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},b_3=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_1=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},c_2=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},c_3=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Это возможно на основе структурного произведения. Получим таблицу произведений:

$\overset{st}{\times}$	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3
a_1	$a_1a_1=b_2$	$a_1a_2=b_3$	$a_1a_3=b_1$	$a_1b_1=c_2$	$a_1b_2=c_3$	$a_1b_3=c_1$	$a_1c_1=a_2$	$a_1c_2=a_3$	$a_1c_3=a_1$
a_2	$a_2a_1=b_3$	$a_2a_2=b_1$	$a_2a_3=b_2$	$a_2b_1=c_3$	$a_2b_2=c_1$	$a_2b_3=c_2$	$a_2c_1=a_3$	$a_2c_2=a_1$	$a_2c_3=a_2$
a_3	$a_3a_1=b_1$	$a_3a_2=b_2$	$a_3a_3=b_3$	$a_3b_1=c_1$	$a_3b_2=c_2$	$a_3b_3=c_3$	$a_3c_1=a_1$	$a_3c_2=a_2$	$a_3c_3=a_3$
b_1	$b_1a_1=c_2$	$b_1a_2=c_3$	$b_1a_3=c_1$	$b_1b_1=a_2$	$b_1b_2=a_3$	$b_1b_3=a_1$	$b_1c_1=b_2$	$b_1c_2=b_3$	$b_1c_3=b_1$
b_2	$b_2a_1=c_3$	$b_2a_2=c_1$	$b_2a_3=c_2$	$b_2b_1=a_3$	$b_2b_2=a_1$	$b_2b_3=a_2$	$b_2c_1=b_3$	$b_2c_2=b_1$	$b_2c_3=b_2$
b_3	$b_3a_1=c_1$	$b_3a_2=c_2$	$b_3a_3=c_3$	$b_3b_1=a_1$	$b_3b_2=a_2$	$b_3b_3=a_3$	$b_3c_1=b_1$	$b_3c_2=b_2$	$b_3c_3=b_3$
c_1	$c_1a_1=a_2$	$c_1a_2=a_3$	$c_1a_3=a_1$	$c_1b_1=b_2$	$c_1b_2=b_3$	$c_1b_3=b_1$	$c_1c_1=c_2$	$c_1c_2=c_3$	$c_1c_3=c_1$
c_2	$c_2a_1=a_3$	$c_2a_2=a_1$	$c_2a_3=a_2$	$c_2b_1=b_3$	$c_2b_2=b_1$	$c_2b_3=b_2$	$c_2c_1=c_3$	$c_2c_2=c_1$	$c_2c_3=c_2$
c_3	$c_3a_1=a_1$	$c_3a_2=a_2$	$c_3a_3=a_3$	$c_3b_1=b_1$	$c_3b_2=b_2$	$c_3b_3=b_3$	$c_3c_1=c_1$	$c_3c_2=c_2$	$c_3c_3=c_3$

.

Мы сконструировали группу на структурной операции с единицей c_3. Исследуем функциональные свойства этого множества по аналогии с предыдущим случаем.

Проанализируем на системе конформаций реализацию функций

$$\theta(x,y,z;m)=((xy)z)m(z(yx))+((zx)y)m(y(xz))+((yz)x)m(x(zy)),$$
$$\theta(z,y,x;m)=((zy)x)m(x(yz))+((xz)y)m(y(zx))+((yx)z)m(z(xy)),$$
$$\theta(x,y,z;m)=\theta(z,y,x;m).$$

Рассмотрим

$$s(b_1,c_2,a_3;m)=((b_1c_2)a_3)m(a_3(c_2b_1))+((a_3b_1)c_2)m(c_2(b_1a_3))+((c_2a_3)b_1)m(b_1(a_3c_2)),$$

$$s(b_1,c_2,a_3;m)=3c_3mc_3,$$
$$s(a_3,c_2,b_1;m)=((a_3c_2)b_1)m(b_1(c_2a_3))+((b_1a_3)c_2)m(c_2(a_3b_1))+((c_2b_1)a_3)m(a_3(b_1c_2)),$$

$$s(a_3,c_2,b_1;m)=3c_3mc_3,$$

$$s(a_1,a_2,a_3;m)=((a_1a_2)a_3)m(a_3(a_2a_1))+((a_3a_1)a_2)m(a_2(a_1a_3))+((a_2a_3)a_1)m(a_1(a_3a_2)),$$
$$s(a_1,a_2,a_3;m)=3c_3mc_3,$$
$$s(a_3,a_2,a_1;m)=((a_3a_2)a_1)m(a_1(a_2a_3))+((a_1a_3)a_2)m(a_2(a_3a_1))+((a_2a_1)a_3)m(a_3(a_1a_2)),$$

$$s(a_3,a_2,a_1;m)=3c_3mc_3,$$
$$s(b_1,b_2,b_3;m)=3c_3mc_3, s(b_3,b_2,b_1;m)=3c_3mc_3,$$
$$s(c_1,c_2,c_3;m)=3c_3mc_3, s(c_3,c_2,c_1;m)=3c_3mc_3.$$

Эта система конформаций, объединенная структурной операцией, имеет единые свойства. Конечно, их можно расширить, учитывая коммутативность и ассоциативность множества.

Это множество имеет общее свойство, состоящее в том, что четырехкратное произведение любого элемента на себя генерирует исходный элемент

$$x \overset{st}{\times} x \overset{st}{\times} x \overset{st}{\times} x = x,$$
$$x = a_i, b_i, c_i, i = 1, 2, 3.$$

По этой причине обнаруживается скрытая степень свободы элементов данного множества: элемент может быть формой сложного объекта, «проявившего» лишь часть своей структуры.

Оценивая тройку конформаций структурно, мы обнаруживаем, что структурная операция генерирует из группы Клейна для трех объектов группу подстановок трех объектов, дополняя эту совокупность конформацией идеалов. В предыдущей модели комбинаторная операция генерирует на основе группы Клейна для трех объектов пару идеалов, один из которых есть левый идеал, а второй есть правый идеал (по матричному произведению). Следовательно, одинаковые исходные конформации генерируют разные множества, которые имеют как сходные, так и различные свойства.

Составим общую таблицу структурного превращения конформаций:

$\overset{k}{\times}$	A	C	B
A	B	A	C
C	A	C	B
B	C	B	A

.

Она задает *качественно другую модель* поведения системы конформаций с философской и психологической точек зрения, если принять, относя Чувства к матричным идеалам, соответствия

$$A - тело, C - чувства, B - сознание.$$

В этой модели все элементы применяются равноправно и генерируют принципиально другие итоги. Например, тело, взаимодействующее с сознанием, взаимно генерирует чувства.

Следовательно, анализ системы конформаций, генерируемых из некоторой исходной конформации на основе операции, объединяющей несколько конформаций в систему, может, по-видимому, найти некоторые приложения в психологии.

Приложением может быть классификация конечных систем и отношений в таких системах. Приложением может быть решение задач управления конечными системами.

Исследуем свойства функции Якоби на этом множестве. Оно коммутативно и ассоциативно. По этой причине достаточно анализировать

$$f(x,y,z)=x(yz)+y(zx)+z(xy).$$

Выберем три элемента a_1,a_2,a_3. Получим связи

$$f(a_1,a_2,a_3)=a_1(a_2a_3)+a_2(a_3a_1)+a_3(a_1a_2)=3c_3,$$

$$a_1f(a_1,a_2,a_3)=3a_1=f(a_1a_1,a_2,a_3)=f(a_1,a_1a_2,a_3)=f(a_1,a_2,a_1a_3),$$

$$a_2f(a_1,a_2,a_3)=3a_2=f(a_2a_1,a_2,a_3)=f(a_1,a_2a_2,a_3)=f(a_1,a_2,a_2a_3),$$

$$a_3f(a_1,a_2,a_3)=3a_3=f(a_3a_1,a_2,a_3)=f(a_1,a_3a_2,a_3)=f(a_1,a_2,a_3a_3),\ldots$$

Аналогичные результаты получаются на любой тройке элементов. Следовательно, одному выражению можно сопоставить три других выражения, равные ему. Такую взаимосвязь можно представить по-разному. Поскольку множество коммутативно, произведения возможны как слева, так и справа. Например, есть форма обобщенных законов Мальцева:

$$\theta f(x,y,z)=\begin{cases} f(\theta x,y,z),\\ f(x,\theta y,z),\\ f(x,y,\theta z).\end{cases}$$

Связи функций имеют форму проекции вершин пирамиды с треугольным основанием:

		$f(x,y,\theta z)$		
		$\theta f(x,y,z)$		
$f(\theta x,y,z)$				$f(x,\theta y,z)$

.

Есть форма равенства идентичных выражений

$$f(\theta a_1,a_2,a_3)=f(a_1,\theta a_2,a_3)=f(a_1,a_2,\theta a_3).$$

Их можно записать в форме законов «равновесия», которые показывают согласованность внешних и внутренних влияний на функцию Якоби.

$$\theta f(x,y,z)=f(\theta x,y,z),$$
$$\theta f(x,y,z)=f(x,\theta y,z),$$
$$\theta f(x,y,z)=f(x,y,\theta z),$$
$$f(\theta a_1,a_2,a_3)=f(a_1,\theta a_2,a_3),$$
$$f(\theta a_1,a_2,a_3)=f(a_1,a_2,\theta a_3),$$
$$f(a_1,\theta a_2,a_3)=f(a_1,a_2,\theta a_3),...$$

Такова принятая трактовка. Реальная ситуация проще. Анализ не выходит за рамки известного условия, что произведение элементов в ассоциативном множестве не зависит от расстановки скобок. Аналогичное свойство имеют натуральные, действительные числа.

Ситуация выглядит иначе, когда функциональный алгоритм анализа многообразий применяется для их классификации. В этом случае возможно рассмотрение многообразия функций, посредством которых учитываются разнообразные свойства анализируемых множеств.

Следовательно, для групп может быть применена указанная выше система функций с конечным количеством элементов, больших тройки.

Для коммутативного множества естественно выполняется условие равенства функций с «обратным» порядком элементов

$$f\left(x,y,z\right)=f\left(z,y,x\right).$$

Мы имеем алгоритм анализа системы простых «зеркальных» функций.

Его можно применять также для некоммутативного множества.

Рассмотрим таблицу

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

Произведение элементов множества частично некоммутативно и частично неассоциативно. Например, получим

$$22=1=22, 23=2\neq 32=4,$$
$$2\left(43\right)=3\neq\left(24\right)3=1, 1\left(23\right)=2=\left(12\right)3,\ldots$$

Из таблицы следует, что функции с прямым и обратным расположением элементов одинаковы как для неассоциативных элементов, так и для ассоциативных элементов:

$$f\left(2,4,3\right)=2\left(43\right)+4\left(32\right)+3\left(24\right)=3+1+1,$$
$$f\left(3,4,2\right)=3\left(42\right)+4\left(23\right)+2\left(34\right)=1+3+1,$$

$$f(1,2,3) = 1(23) + 2(31) + 3(12) = 2 + 2 + 4,$$
$$f(3,2,1) = 3(21) + 2(13) + 1(32) = 2 + 2 + 4.$$

В настоящее время мы вправе сформулировать задачу нахождения некоторой полной системы функций, необходимой и достаточной для анализа и классификации различных множеств. Теория представлений групп генерирует систему функций, ассоциированную со структурой групп. Она удобна для анализа самых разных задач и проблем. Искомая система функций несколько иная. Она может рассматриваться в качестве инструмента для конструирования многообразий с заданными свойствами. Мы приходим к некоторой «химии» многообразий, конструируя «атомы» и «молекулы» из некоторых исходных элементов, применяя разные операции и функции к этим элементам. При этом может учитываться структура элементов множества. Однако возможен также анализ без учета такой структуры.

Функциональное конструирование абстрактного множества

Примем функцию Якоби и ее зеркальный образ, а также аналог закона алгебры Мальцева в качестве средств для конструирования таблицы произведения конечной системы абстрактных элементов, не учитывая таким образом их структуру. В соответствии с подходом мы обозначим элементы числами 1,2,3,4. Применим указанные функциональные условия для конструирования таблицы произведений элементов.

Начнем с функции

$$f(2,3,4) = 2(34) + 3(42) + 4(23) = 23 + 31 + 42 = 2 + 1 + 1,$$

$$f(4,3,2) = 4(32) + 3(24) + 2(43) = 42 + 31 + 23 = 1 + 1 + 2.$$

Согласование зеркальных функций позволило формально задать произведение 6 элементов: 23=2,24=1,32=2,34=3,41=1,43=3.

На первом шаге таблица произведений выглядит так:

×	1	2	3	4
1				
2			2	1
3		2		3
4		1	3	

.

Аналогичные значения получим для функции

$$f\left(4,2,3\right)=4\left(23\right)+2\left(34\right)+3\left(42\right)=42+23+31=1+2+1.$$

Так косвенным образом подтверждается согласованность принятых произведений. Применим аналог алгоритма Мальцева к начальным зеркальным функциям. Получим

$$2f\left(2,3,4\right)=22+21+21=4+3+3,$$

$$f\left(2,3,24\right)=f\left(2,3,1\right)=2\left(31\right)+3\left(12\right)+1\left(23\right)=21+33+12=3+4+3,$$

$$4f\left(4,3,2\right)=41+41+42=2+2+1,$$

$$f\left(4,3,43\right)=f\left(4,3,1\right)=4\left(31\right)+3\left(14\right)+1\left(43\right)=41+32+13=2+2+1.$$

На втором шаге таблица добавляется еще 8 элементами: 12=3,13=1,14=2,21=3,22=4,31=1,33=4,41=2.

Получим таблицу

×	1	2	3	4
1		3	1	2
2	3	4	2	1
3	1	2	4	3
4	2	1	3	

.

Заполним свободные места элементом 4, сконструировав латинский квадрат. Итоговая таблица произведений выглядит так:

×	1	2	3	4
1	4	3	1	2
2	3	4	2	1
3	1	2	4	3
4	2	1	3	4

.

Проанализируем применимость к такой таблице законов, справедливых для групп. Рассмотрим частный случай. Получим условия

$$1f\left(2,3,4\right)=1\left(2+1+1\right)=3+4+4,$$

$$f\left(12,3,4\right)=f\left(3,3,4\right)=3\left(34\right)+3\left(43\right)+4\left(33\right)=33+33+44=4+4+4,$$

$$f\left(2,13,4\right)=f\left(2,1,4\right)=1\left(14\right)+1\left(42\right)+4\left(21\right)=22+11+43=4+4+3,$$

$$f\left(2,3,14\right)=f\left(2,3,2\right)=2\left(32\right)+3\left(22\right)+2\left(23\right)=22+34+22=4+3+4.$$

В абстрактном виде частный случай можно трактовать как подтверждение наличия у анализируемого множества функционального дефекта, выражающегося в том, что в нем не выполняются стандартные условия для ассоциативного множества в виде группы. Представим этот факт формулой

$$\theta f(x,y,z)=\begin{cases} f(x,\theta y,z), \\ f(x,y,\theta z), \end{cases} \neq f(\theta x,y,z).$$

Анализируемое множество, как легко видеть, частично ассоциативно и коммутативно. «Дефект» функциональности по критерию группы в данном неассоциативном множестве появляется тогда, когда ассоциативна комбинаторика элементов, входящих в функцию Якоби. На указанном частном примере получим

$$3(34)=33=4,(33)4=44=4,\ \ 3(43)=33=4,$$

$$(34)3=33=4,\ \ 4(33)=44=4,(43)3=33=4,$$

$$1(14)=12=3,(11)4=44=4,\ \ 1(42)=11=4,$$

$$(14)2=22=4,\ \ 4(21)=43=3,(42)1=11=4.$$

Формальное (без согласования с практикой) функциональное конструирование позволило получить коммутативное, неассоциативное множество, законы которого «выходят за границы» исходных законов, примененных для конструирования. В данном случае аналоги законов Мальцева незначительно отличаются от тех условий, которым подчинены группы. По этой причине можно определить данное множество как множество с функциональным дефектом ранга единица. Группа в такой терминологии имеет не имеет функционального дефекта. Можно сказать, что группа имеет функциональный дефект, равный нулю.

Наличие таблицы произведений в форме латинского квадрата косвенно свидетельствует о некоторых свойствах проективной геометрии, присущих данному множеству.

Представляется важным тот факт, что функциональные свойства группы и данного неассоциативного множества отличаются незначительно.

Отклонение от функционального закона для групп свидетельствует о том, что рассматриваемое множество не является группой. Рассмотрим, например, ассоциативное множество, подчиненное таблице

$\times$	1	2	3	4
1	4	2	3	1
2	3	2	3	2
3	2	2	3	3
4	1	2	3	4

.

Выполняются условия

$$f\left(1,2,3\right)=1\left(23\right)+2\left(31\right)+3\left(12\right)=13+22+32=3+2+2,$$

$$1f\left(1,2,3\right)=1\left(3+2+2\right)=3+2+2,$$

$$f\left(11,2,3\right)=f\left(4,2,3\right)=4\left(23\right)+2\left(34\right)+3\left(42\right)=43+23+32+3+3+2,$$

$$f\left(1,12,3\right)=f\left(1,2,3\right)=f\left(1,2,13\right).$$

Имеет место функциональный дефект ранга единица. Поэтому множество не является группой.

Рассмотрим другой пример ассоциативного множества, подчиненного таблице

$\times$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4

.

Выполняются условия

$$f(1,2,3)=1(23)+2(31)+3(12)=12+23+31=1+2+3,$$

$$1f(1,2,3)=1+1+1,$$

$$f(11,2,3)=f(1,2,3),$$

$$f(1,12,3)=f(1,1,3)=1(13)+1(31)+3(11)=11+13+31=1+1+3,$$

$$f(1,2,13)=f(1,2,1)=1(21)+2(11)+1(21)=12+21+12=1+2+1.$$

Это множество имеет максимальный функциональный дефект. В данном случае он равен трем. Аналогично можно рассмотреть функции от большего числа элементов. Получим, например

$$f(1,2,3,4)=(1(23))4+(2(34))1+(3(41))2+(4(12))3=1+2+3+4,$$

$$1f(1,2,3,4)=1+1+1+1,\ f(11,2,3,4)=f(1,2,3,4)=1+2+3+4,$$

$$f(1,12,3,4)=1+1+3+4,\ f(1,2,13,4)=1+2+1+4,\ f(1,2,3,14)=1+2+3+1.$$

Операционное моделирование неассоциативных множеств

Зададим на $E-$конформации группы перестановок из 4 элементов таблицу произведений вида

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

.

Она имеет структуру латинского квадрата по сумме указанных элементов, которые задают номер некоторых 4 реальных матриц. В частности, это могут быть элементы группы кватернионов или антикватернионов, обозначенные из соображений удобства. Например, возможен выбор нумерации в соответствии со структурой модели физической теории гравитации. Пусть нумерация одного антикватерниона выглядит так:

$$1 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 3 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} 4 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Аналогично можно пронумеровать второй кватернион. При таком подходе принятая таблица произведений генерирует 4 модели, заданные с точностью до структуры волновых функций. Первая строка соответствует стандартной физической модели гравитации. Остальные три строки, в согласии с принципом расширения модели физических тел на модели пары Чувств и модели Сознания, формируют «заготовки» для искомых систем уравнений. В данном случае мы имеем дело с алгоритмом расширения исходной модели согласно структуре таблицы произведений. Легко видеть, что множество некоммутативно. Оно также неассоциативно. Например, получим $(23)4 = 4, 2(34) = 3$. Следовательно, выбор операции в соответствии со структурой матриц подмножества группы перестановок, задающих некоторую конформацию, формирует алгоритм расширения базовой физической модели до 4 систем уравнений.

Это множество имеет максимальный функциональный дефект на функции Якоби. Действительно, получим, например, соотношения

$$f(2,3,4) = 2(34) + 3(42) + 4(23) = 3 + 4 + 2,$$
$$2f(2,3,4) = 2(3 + 4 + 2) = 1 + 2 + 4,$$

$$f\left(22,3,4\right)= f\left(4,3,4\right)=4\left(34\right)+3\left(44\right)+4\left(43\right)=2+2+3,$$
$$f\left(2,23,4\right)= f\left(2,1,4\right)=2\left(14\right)+1\left(42\right)+4\left(21\right)=2+1+3,$$
$$f\left(2,3,24\right)= f\left(2,3,2\right)=2\left(32\right)+3\left(22\right)+2\left(23\right)=1+1+3.$$

Совпадения функций нет. По этой причине имеет место максимальный функциональный дефект.

Наличие системы конформаций на группе перестановок из 4 элементов косвенно свидетельствует о возможности разных моделей Сознаний и Чувств, ассоциированных с реальным физическим объектом.

Проанализируем двойную операцию на паре таблиц, индуцированных структурой $D-$конформации и $E-$конформации:

$D \rightarrow$

$\overset{1}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	4	3	2	1
4	3	4	1	2

$, E \rightarrow$

$\overset{2}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

.

Введем операцию $a \overset{12}{\times} b = \left(a \overset{1}{\times} b \right) \overset{2}{\times} b.$ Получим таблицу произведений

$\overset{12}{\times}$	1	2	3	4
1	1	4	2	3
2	3	2	4	1
3	2	3	1	4
4	4	1	3	2

.

Она некоммутативна и неассоциативна. В таблице отсутствует упорядоченное расположение элементов в строке или в столбце. По этой причине можно предположить, что так задается некоторая деформация модели физического тела, с которым согласована деформация Сознаний и Чувств.

Модели присуща максимальная функциональная деформация на функции Якоби. Получим, например, соотношения

$$f(2,3,1)=2(31)+3(12)+1(23)=2+4+3,$$
$$2f(2,3,1)=2(2+4+3)=2+1+4,$$
$$f(22,3,1)=f(2,3,1)=2+4+3,$$
$$f(2,23,1)=f(2,4,1)=2(41)+4(12)+1(24)=1+2+1,$$
$$f(2,3,21)=f(2,3,3)=2(33)+3(32)+3(23)=3+1+4.$$

С аналогичной ситуацией мы имеем дело при выборе двойной операции на основе $A-$конформации и $B-$конформации.

Таблицы произведений, ассоциированные с их структурой таковы

$A \to$

$\overset{1}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

, $B \to$

$\overset{2}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	3	4	1	2
4	2	1	4	3

.

Обе таблицы ассоциативны, таблица $A-$конформации коммутативна, таблица $B-$конформации некоммутативна.

Введем операцию $a\overset{12}{\times}b=\left(a\overset{1}{\times}b\right)\overset{2}{\times}b.$ Получим таблицу произведений:

$\overset{12}{\times}$	1	2	3	4
1	1	3	1	3
2	4	2	4	2
3	3	1	3	1
4	2	4	2	4

.

Таблица некоммутативна и неассоциативна. Пара ассоциативных произведении в данном случае генерирует неассоциативность. Множество с такой операцией имеем максимальный функциональный дефект на функции Якоби. Получим соотношения

$$f\left(1,2,3\right)=1\left(23\right)+2\left(31\right)+3\left(12\right)=3+4+3,$$

$$1f\left(1,2,3\right)=1\left(3+4+3\right)=1+3+1,$$

$$f\left(11,2,3\right)=f\left(1,2,3\right)=3+4+3,$$

$$f\left(1,12,3\right)=f\left(1,3,3\right)=1\left(33\right)+3\left(31\right)+3\left(13\right)=1+3+3,$$

$$f\left(1,2,13\right)=f\left(1,2,1\right)=1\left(21\right)+2\left(11\right)+1\left(12\right)=3+4+1.$$

Следовательно, есть разные алгоритмы генерации неассоциативности:

а) таблицы произведений, ассоциированные со структурой конформаций, генерируют неассоциативные множества,

б) многократные операции генерируют таблицы произведений для неассоциативных множеств.

Поскольку таблицы произведений генерируются для некоторого произвольного набора объектов, пронумерованных числами, мы имеем общие алгоритмы генерации неассоциативности, выполняющие роль «программ» для произведения. С физической точки зрения произведения ассоциированы с взаимодействиями. По этой причине мы имеем алгоритм для анализа общих свойств взаимодействия, ассоциированных с неассоциативностью.

Ранее модели неассоциативности базировались на введении для конкретных матриц новых операций. Они меняли структуру матриц, обеспечивая неассоциативность в некотором расширенном множестве. Операция не только вводила неассоциативность, операция расширяла исходное множество, объединяя его с другими множествами. Ситуация выглядела так: есть «океан» неассоциативности, в котором расположены «острова» ассоциативности, так как моделей операций, генерирующих неассоциативность для матриц, было достаточно много.

В новом подходе ситуация выглядит принципиально по-другому: речь не идет о расширении некоторого исходного множества. Оно сохраняется по структуре и нумерации. Однако оно подчинено неассоциативной таблице операций, которой, с физической точки зрения, соответствует система взаимодействий. Одни и те же объекты существуют в «океане» неассоциативных взаимодействий, хотя практика может быть ограничена, по некоторым причинам, лишь взаимодействиями с ассоциативной сущностью.

Кроме этого, возможно нетривиальное расширение моделей в рамках неассоциативной математики, что позволяет учесть не только свойства физических Тел, но и свойства их Сознаний и Чувств.

Неассоциативная генерация аналогов уравнений электродинамики

Применим таблицу неассоциативных произведений, ассоциированную с $B-$конформацией для генерации систем уравнений, аналогичных уравнениям электродинамики.

Для этого выполним расстановку матриц, указанных в таблице произведений под номерами в соответствии с их расположением в строке. Естественно рассмотреть несколько вариантов.

Первая строка задает стандартное расположение матриц в соответствии с общепринятой моделью:

1	2	3	4	
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix}$
∂_x	∂_y	∂_z	$\frac{1}{c}\partial_t$	
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix}$
1	2	3	4	

.

Получим уравнения

$$
\begin{aligned}
&-\partial_y E_z + \partial_z E_y - \frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0, \\
&\partial_x E_z - \partial_z E_x - \frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t} = 0, \\
&-\partial_x E_y + \partial_y E_x - \frac{1}{c}\frac{\partial B_z}{\partial t} = 0, \\
&\partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0.
\end{aligned}
$$

Второй строке таблицы сопоставляется матричная модель

4	3	2	1	
$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix}$
∂_x	∂_y	∂_z	$\frac{1}{c}\partial_t$	
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix}$
4	3	2	1	

.

Получим систему уравнений:

$$-\partial_x\left(E_x - iB_x\right) + \partial_y\left(E_y - iB_y\right) - \partial_z\left(E_z - iB_z\right) +$$

$$+\partial_x\left(E_x + iB_x\right) + \partial_y\left(E_y + iB_y\right) + \partial_z\left(E_z - iB_z\right) = 0 \to i\partial_x B_x + \partial_y E_y - \partial_z E_z = 0,$$

$$-\partial_x\left(E_y - iB_y\right) - \partial_y\left(E_x - iB_x\right) + \frac{i}{c}\partial_t\left(E_z - iB_z\right) +$$

$$+\partial_x\left(E_y + iB_y\right) - \partial_y\left(E_x + iB_x\right) - \frac{i}{c}\partial_t\left(E_z + iB_z\right) = 0 \to i\partial_x B_y - \partial_y E_x + \frac{1}{c}\partial_t B_z = 0,$$

$$-\partial_x\left(E_z - iB_z\right) - \partial_z\left(E_x - iB_x\right) - \frac{i}{c}\partial_t\left(E_y - iB_y\right) +$$

$$+\partial_x\left(E_z + iB_z\right) + \partial_y\left(E_x + iB_x\right) - \frac{i}{c}\partial_t\left(E_y + iB_y\right) = 0 \to \partial_x B_z + \partial_y B_x - \frac{1}{c}\partial_t E_y = 0,$$

$$\partial_y\left(E_z-iB_z\right)+\partial_z\left(E_y-iB_y\right)+\frac{i}{c}\partial_t\left(E_x-iB_x\right)-$$

$$-\partial_y\left(E_z+iB_z\right)-\partial_z\left(E_y+iB_y\right)-\frac{i}{c}\partial_t\left(E_x+iB_x\right)=0\rightarrow -i\partial_y B_z-i\partial_z B_y+\frac{1}{c}\partial_t B_x=0$$

Согласно принятому алгоритму такова «заготовка» одной из моделей, описывающих Сознание или Чувства физического Тела, функции которого в данном случае выполняет свет. Внутренняя метрика для этого варианта получает вид

$$g_{ij}\left(4,3,2,1\right)=\begin{pmatrix} i & 1 & 1 & k \\ i & 1 & k & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем модель, ассоциированную с третьей строкой таблицы неассоциативных произведений:

3	4	1	2	
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} E_x-iB_x \\ E_y-iB_y \\ E_z-iB_z \\ 0 \end{pmatrix}$
∂_x	∂_y	∂_z	$\frac{1}{c}\partial_t$	
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} E_x+iB_x \\ E_y+iB_y \\ E_z+iB_z \\ 0 \end{pmatrix}$
3	4	1	2	

.

Получим систему уравнений:

$$\partial_x\left(E_y-iB_y\right)-\partial_y\left(E_x-iB_x\right)-\frac{i}{c}\partial_t\left(E_z-iB_z\right)+$$

$$+\partial_x\left(E_y+iB_y\right)+\partial_y\left(E_x+iB_x\right)-\frac{i}{c}\partial_t\left(E_z+iB_z\right)=0\rightarrow\partial_x E_y+i\partial_y B_x-\frac{i}{c}\partial_t E_z=0,$$

$$-\partial_x\left(E_x-iB_x\right)-\partial_y\left(E_y-iB_y\right)+\partial_z\left(E_z-iB_z\right)-$$

$$-\partial_x\left(E_x+iB_x\right)+\partial_y\left(E_y+iB_y\right)+\partial_z\left(E_z+iB_z\right)=0\rightarrow-\partial_x E_x+i\partial_y B_y+\partial_z E_z=0,$$

$$-\partial_y\left(E_z-iB_z\right)-\partial_z\left(E_y-iB_x\right)+\frac{i}{c}\partial_t\left(E_x-iB_x\right)+$$

$$+\partial_y\left(E_z+iB_z\right)-\partial_z\left(E_y+iB_y\right)+\frac{i}{c}\partial_t\left(E_x+iB_x\right)=0\rightarrow i\partial_y B_z-\partial_z E_y+\frac{1}{c}\partial_t E_x=0,$$

$$\partial_x\left(E_z-iB_z\right)+\partial_z\left(E_x-iB_x\right)+\frac{i}{c}\partial_t\left(E_y-iB_y\right)-$$

$$-\partial_x\left(E_z+iB_z\right)-\partial_z\left(E_x+iB_x\right)-\frac{i}{c}\partial_t\left(E_y+iB_y\right)=0\rightarrow\partial_x B_z+\partial_z B_x+\frac{1}{c}\partial_t B_y=0.$$

Проанализируем модель, ассоциированную с четвертой строкой таблицы неассоциативных произведений. Получим

2	1	4	3	
$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}E_x-iB_x\\E_y-iB_y\\E_z-iB_z\\0\end{pmatrix}$
∂_x	∂_y	∂_z	$\frac{1}{c}\partial_t$	
$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}E_x+iB_x\\E_y+iB_y\\E_z+iB_z\\0\end{pmatrix}$
2	1	4	3	

.

Получим систему уравнений:

$$-\partial_x\left(E_z-iB_z\right)-\partial_z\left(E_x-iB_x\right)-\frac{i}{c}\partial_t\left(E_y-iB_y\right)+$$

$$-\partial_x\left(E_z+iB_z\right)+\partial_z\left(E_x+iB_x\right)+\frac{i}{c}\partial_t\left(E_y+iB_y\right)=0\rightarrow-\partial_xE_z+i\partial_zB_x+\frac{i}{c}\partial_tE_y=0,$$

$$\partial_y\left(E_z-iB_z\right)-\partial_z\left(E_y-iB_y\right)-\frac{i}{c}\partial_t\left(E_x-iB_x\right)+$$

$$+\partial_y\left(E_z+iB_z\right)+\partial_z\left(E_y+iB_y\right)-\frac{i}{c}\partial_t\left(E_x+iB_x\right)=0\rightarrow\partial_yE_z+i\partial_zB_y-\frac{1}{c}\partial_tE_x=0,$$

$$\partial_x\left(E_x-iB_x\right)-\partial_y\left(E_y-iB_y\right)-\partial_z\left(E_z-iB_z\right)+$$

$$+\partial_x\left(E_x+iB_x\right)-\partial_y\left(E_y+iB_y\right)+\partial_z\left(E_z+iB_z\right)=0\rightarrow\partial_xE_x-\partial_yE_y+i\partial_zB_z=0,$$

$$\partial_x\left(E_y-iB_y\right)+\partial_y\left(E_x-iB_x\right)+\frac{i}{c}\partial_t\left(E_z-iB_z\right)-$$

$$-\partial_x\left(E_y+iB_y\right)-\partial_y\left(E_x+iB_x\right)-\frac{i}{c}\partial_t\left(E_z+iB_z\right)=0\rightarrow-i\partial_xB_y-i\partial_yB_x+\frac{1}{c}\partial_tB_z=0.$$

Внутренняя метрика в данном случае такова:

$$g_{ij}\left(2,1,4,3\right)=\begin{pmatrix}1 & k & 1 & i\\ k & 1 & i & 1\\ 1 & 1 & i & k\\ i & i & k & 1\end{pmatrix},g_{ij}\left(2,1,4,3\right)=\begin{pmatrix}1 & k & 1 & i\\ k & 1 & i & 1\\ 1 & 1 & i & k\\ 1 & 1 & k & i\end{pmatrix},\ldots$$

Фактически речь идет о наличии совокупности внутренних метрик. Мы имеем дело с системой уравнений, в которой есть скрытые степени свободы. Они обусловлены прежде всего структурой объединения действительных и комплексных чисел.

Кроме этого есть дополнительная степень свободы, обусловленная числами k, которые свободны в выборе.

Задача состоит в том, чтобы дополнить эти уравнения уравнениями для «индукций» и связями, а также согласовать их между собой. Интересны также частные решения.

На первом шаге согласуем между собой внутренние метрики моделей. Они таковы:

$$g_{ij}\left(1,2,3,4\right)=\begin{pmatrix} k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{pmatrix}, g_{ij}\left(4,3,2,1\right)=\begin{pmatrix} i & 1 & 1 & k \\ i & 1 & k & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$g_{ij}\left(3,4,1,2\right)=\begin{pmatrix} 1 & i & k & i \\ 1 & 1 & 1 & k \\ k & i & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \end{pmatrix}, g_{ij}\left(2,1,4,3\right)=\begin{pmatrix} 1 & k & 1 & i \\ k & 1 & i & 1 \\ 1 & 1 & i & k \\ i & i & k & 1 \end{pmatrix}.$$

Дополняя одиночные величины k числами $1,i$ в виде системы чисел вида $k,-1,1,-i,i$, получим возможность представления суммы внутренних метрик в форме трех конформаций

$$G_{ij}=\left(k+2+2i\right)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, один из вариантов согласования 4 моделей состоит в том, что сумма внутренних метрик этих моделей задается единой функциональной конформацией. Сумма коэффициентов, стоящих перед указанными базовыми числами, равна $1+2+2=5$. Это число можно рассматривать как индекс принятой модели.

Сравним таблицы произведений для разных конформаций. Получим систему таблиц:

$A\otimes$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

,

$D\otimes$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	4	3	2	1
4	3	4	1	2

,

$B\otimes$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	3	4	1	2
4	2	1	4	3

,

$F\otimes$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

,

$C\otimes$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

,

$E\otimes$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

.

Ассоциативна только таблица произведений $A-$конформации, остальные таблицы неассоциативны. Однако во всех случаях одинакова комбинаторика расположения матриц для конструирования «заготовок» моделей, ассоциированных с исходной моделью.

С физической точки зрения это разные формы одной комбинаторной таблицы. По этой причине можно считать обоснованными ассоциативный и неассоциативные варианты моделирования уравнений для Сознаний и Чувств на основе исходной системы уравнений для физического Тела. Неассоциативных моделей в 5 раз больше ассоциативных по условию их генерации.

Приведем еще пару примеров неассоциативных произведений, ассоциированных со структурой рассматриваемых матриц.

Пусть объекты имеют такую структуру:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Им соответствует таблица произведений, ассоциированных со структурой вида

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	2	1
3	2	1	4	3
4	4	3	1	2

.

Матрицы принципиально не принадлежат группе перестановок из 4 элементов. Однако таблица произведений, ассоциированная со структурой этих матриц, аналогична таблице произведений $C-$ конформации. По этой причине данную новую конформацию можно отнести к классу матриц группы перестановок.

Пусть объекты имеют такую структуру:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Им соответствует таблица произведений, ассоциированная с их структурой вида

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	1	4	2
3	4	3	2	1
4	2	4	1	3

.

Она частично неассоциативна. Ассоциативность в данном случае объединена с неассоциативностью. Такая конформация естественно принадлежит к смешанному типу и не «родственна» конформациям группы перестановок.

Проанализируем систему циклов для ассоциаторов в неассоциативном множестве, меняя начальный элемент в наборе, состоящем из 6 объектов (a,b,c,d,e,f). Получим условие равновесия

$$
\begin{aligned}
&a(bc)-a(bc)-d(ef)+(de)f+b(cd)-(bc)d-e(fa)+(ef)a+\\
&+c(de)-(cd)e-f(ab)+(fa)b+d(ef)-(de)f-a(bc)+(ab)c+\\
&+e(fa)-(ef)a-b(cd)+(bc)d+f(ab)-(fa)b-c(de)+(cd)e=0.
\end{aligned}
$$

Ему соответствует введение функции на 6 элементах в форме разности ассоциаторов

$$
\theta(a,b,c,d,e,f)=a(bc)-a(bc)-d(ef)+(de)f+b(cd),
$$
$$
\theta(a,b,c,d,e,f)+\theta(d,e,f,a,b,c)=0.
$$

Рассмотрим множество из 4 элементов (x,y,z,p).

Введем функции, ассоциированные с отношения пар элементов:

$$\begin{pmatrix} p & & x \\ \uparrow & & \downarrow \\ z & & y \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha = (xy)(zp), \begin{pmatrix} p & & x \\ & & \\ z & & y \end{pmatrix} \Rightarrow \beta = (xz)(yp), \begin{pmatrix} p & \leftarrow & x \\ & & \\ z & \leftarrow & y \end{pmatrix} = \gamma = (xp)(yz).$$

Мы получили набор функций для анализа отношений в системе из 4 элементов:

$$\alpha = (xy)(zp), \beta = (xz)(yp), \gamma = (xp)(yz).$$

Рассмотрим связи между этими функциями с геометрической точки зрения. Получим три типа базовых геометрий:

$$\begin{aligned} (xy)(zp) &= (xp)(yz), \\ (xy)(zp) &= (xz)(yp), \\ (xp)(yz) &= (xz)(yp). \end{aligned}$$

Функциональная генерация алгебр на группе Клейна

Указанные базовые геометрии имеют место на конечной системе в форме элементов группы Клейна.

В ней таблица матричных произведений совпадает с таблицей произведений, ассоциированной со структурой матриц группы перестановок. Она имеет вид

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

.

Из-за коммутативности произведения мы имеем ряд дополнительных свойств: элементы можно переставлять в скобках, можно также переставлять скобки. По этой причине реализуется 192 типа «геометрических» отношений в системе, состоящей из рассматриваемых 4 объектов.

С базовыми геометриями в данном случае ассоциированы базовые алгебры:

$$(xy)(zp)=(xp)(yz)\Leftrightarrow xf(y,z,p)=f(x,p,y)z,$$
$$(xy)(zp)=(xz)(yp)\Leftrightarrow xf(y,z,p)=f(x,z,y)p,$$
$$(xp)(yz)=(xz)(yp)\Leftrightarrow xf(p,y,z)=f(x,z,y)p,$$

$$f(x,y,z)=x(yz)+y(zx)+z(xy).$$

Легко проверить выполнение законов

$$xf(x,y,z)=f(x,y,z)x=f(x,y,xz)\to(x(yz))x=(xy)(zx),$$

$$yf(x,y,z)=f(z,y,xy)\to y(x(yz))=(zy)(xy),$$
$$xf(x,y,z)=f(z,y,xx)\to x(x(yz))=(zy)(xx).$$

Другими словами, конечное множество скрыто содержит систему алгебр. В данном случае первая строка есть алгебра, имеющая аналогию с алгеброй Мальцева. Пара других алгебр имеет новые свойства.

Мы имеем вариант *функциональной генерации системы алгебр* в коммутативном, ассоциативном множестве.

Если множество некоммутативно и неассоциативно, количество указанных законов будет ограничено. По этой причине полная система алгебр для ассоциативного, коммутативного множества может быть основой для классификации некоммутативных, неассоциативных множеств.

На элементах группы Клейна выполняется закон

$$xf(x,y,z) = f(xx,xy,xz).$$

В модели группы Клейна с принятой таблицей произведений справедливо соотношение

$$\varphi(x,y,z,p) + \varphi(x,p,z,y) = 2\sum_i x_i.$$

Здесь

$$\varphi(x,y,z,p) = x(yz) + y(zp) + z(px) + p(xy) = x + y + z + p = \sum_i x_i,$$
$$\varphi(x,p,z,y) = x(pz) + p(zy) + z(yx) + y(xz) = x + y + z + p = \sum_i x_i.$$

Анализ показал, что закон справедлив также для некоммутативного, неассоциативного конечного множества с таблицей произведения

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	1	4	2
3	4	3	2	1
4	2	4	1	3

.

Так частично проанализированы алгебры, ассоциированные с функциональными циклами. В общем случае ситуация существенно сложнее.

В частности, из рассматриваемых таблиц следует единый коммутативный закон для любой функции $\Omega(x_i)$ со значениями в линейном векторном пространстве с базисом в форме элементов конечного множества. Он имеет вид, обусловленный свойствами таблиц произведений в форме латинского квадрата:

$$\pi(x_i)\cdot\Omega(x_i)=\Omega(x_i)\cdot\pi(x_i),$$
$$\pi(x_i)=(\sum_i x_i).$$

У системы ассоциаторов и коммутаторов есть свои законы. Рассмотрим функции

$$g(x,y,z)=x(yz)\pm(xy)z\pm(xz)y,$$
$$G(x,y,z)=g(x,y,z)+g(y,z,x)+g(z,x,y),$$
$$p(x,y,z)=(xy)z+(yz)x+(zx)y.$$

Они согласованы между собой. В частности, получим

$$G(x,y,z)=f(x,y,z)+p(x,y,z)+p(x,z,y).$$

Для «зеркальных» функций

$$q(x,y,z)=x(yz)\pm(zy)x,q(y,z,x)=y(zx)\pm(xz)y,q(z,x,y)=z(xy)-(yx)z,$$
$$Q(x,y,z)=q(x,y,z)+q(y,z,x)+q(z,x,y)$$

справедливо условие

$$Q(x,y,z)\pm p(z,y,x)=f(x,y,z).$$

Аналогично выводятся законы для ассоциаторов и антиассоциаторов. Пусть

$$r(x,y,z)=x(yz)\pm(xy)z,r(y,z,x)=y(zx)\pm(yz)x,r(z,x,y)=z(xy)\pm(zx)y,$$
$$R(x,y,z)=r(x,y,z)+r(y,z,x)+r(z,x,y).$$

Тогда выполняется закон

$$R(x,y,z) = f(x,y,z) \pm p(x,y,z).$$

Структура множеств задается фактически парой циклических функций.

Функциональная генерация алгебр на неассоциативных конформациях

Ранее было показано, что операция произведения, ассоциированная со структурой матриц, генерирует на элементах группы перестановок из 4 элементов 5 некоммутативных, неассоциативных конформаций B, C, D, E, F. Естественно выяснить, подчинены ли эти конформации некоторым единым законам.

Анализ показал, что есть 6 базовых законов на конформациях, таблицы произведения для которых ассоциированы со структурой матриц. Например, имеем три конформации

B	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	3	4	1	2
4	2	1	4	3

,

D	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	4	3	2	1
4	3	4	1	2

,

F	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

.

Конформации некоммутативны и неассоциативны: $\xi\eta \neq \eta\xi, \xi(\eta\zeta) \neq (\xi\eta)\zeta$. Эти обстоятельства косвенно свидетельствуют о наличии у структурных объектов элементов информационного обмена.

На функции типа Якоби $f(x,y,z) = x(yz) + y(zx) + z(xy)$ элементы подчинены законам:

$$xf(x,y,z) = f(xx,xy,xz),\ f(x,y,z)x = f(xx,yx,zx),$$
$$yf(x,y,z) = f(yx,yy,yz),\ f(x,y,z)y = f(xy,yy,zy),$$
$$zf(x,y,z) = f(zx,zy,zz),\ f(x,y,z)z = f(xz,yz,zz).$$

Следовательно, информационный обмен в неассоциативных, некоммутативных конформациях подчинен законам, ассоциированным с алгеброй Мальцева вида

$$xf(x,y,z) = f(xx,xy,xz).$$

С математической точки зрения мы имеем пример функциональной генерации системы алгебр, на основе которых можно конструировать новые алгебры.

С физической точки зрения интерес к системе алгебр этого вида обусловлен тем обстоятельством, что все указанные конформации пригодны для построения матричной алгебры при их расширении на основе знаковой группы. По этой причине естественно ожидать применения систем алгебр на практике. Ситуация выглядит так: следует конструктивно создать изделие, ассоциированное с функцией типа Якоби. Влияние на это изделие «слева» или «справа» формирует новые изделия, свойства которых различны. В химии такую возможность рассматривают как систему аллотропных состояний.

На практике, следуя математике, возможно получение одинаковых результатов разными способами. Проиллюстрируем этот тезис на конформации B. Получим, например,

$$f(2,3,4) = 2(34) + 3(42) + 4(23) = 3 + 3 + 1.$$

Тогда

$$2(3+3+1) = 2+2+4, (3+3+1)2 = 4+4+2,$$

$$3(3+3+1)=1+1+3,(3+3+1)3=1+1+3,$$
$$4(3+3+1)=4+4+2,(3+3+1)4=2+2+4.$$

На конформации F получим

$$f(2,3,4)=2+3+4.$$

Для неё

$$2(2+3+4)=3+2+1,(2+3+4)2=3+1+4,$$
$$3(2+3+4)=1+4+3,(2+3+4)3=2+4+1,$$
$$4(2+3+4)=4+1+2,(2+3+4)4=1+3+2.$$

Три вида объектов, генерируемых системой алгебр на каждой конформации, могут как-то согласовываться с наличием *трех разных форм* углеродных наноматериалов: алмаза, графита, карбина.

Математически это возможно реализовать, рассматривая три типа алгебр как базисные элементы пространства состояний, объединяя в систему две тройки элементов и генерируя объекты типа

$$f(x,y,z,a,b,c)=Af(x,y,z)+Bf(a,b,c).$$

Специфика конформации F в том, что функция типа Якоби равна сумме ее аргументов. Например,

$$f(1,2,3)=2+3+1,\ f(1,3,4)=3+4+1,\ldots$$

Это обстоятельство можно интерпретировать как аргумент в пользу возможности простого объединения некоторых материалов в систему, которая косвенно согласована с математическим расчетом. Есть материалы, наиболее удобные для практических применений.

Функции $p(x,y,z)$ подчинены законам, которые аналогичны законам для функции $f(x,y,z)$ с заменой порядка произведений во второй функции. Получим базовые законы

$$p(x,y,z)=(xy)z+(yz)x+(zx)y,$$

$$xp(x,y,z)=p(xx,yx,zx),\ f(x,y,z)x=f(xx,xy,xz),$$
$$yf(x,y,z)=f(xy,yy,zy),\ f(x,y,z)y=f(yx,yy,yz),$$
$$zf(x,y,z)=f(xz,yz,zz),\ f(x,y,z)z=f(zx,zy,zz).$$

В отдельных случаях они не выполняются, «уступая место» другим законам. Другими словами, данная *система законов не является функционально полной*.

Так проявляет себя в данном случае принцип реализации в конечной системе объектов допустимого в ней максимального количества возможностей.

Функциональные свойства системы конформаций

Рассмотрим $A-$конформацию с таблицей произведений

A	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

.

Найдем совокупность законов, ассоциированных с функцией Якоби. Получим, например, условия

$$f(1,2,3) = f(2,3,4) = f(3,4,1) = f(4,1,2) = 1+1+1.$$

Согласно им, а также таблице произведений получим законы:

$$\theta_{++--}(1,2,3,4) = f(1,2,3)4 + f(2,3,4)1 - f(3,4,1)2 - f(4,1,2)3 = 0,$$
$$\theta_{+-+-}(1,2,3,4) = f(1,2,3)4 - f(2,3,4)1 + f(3,4,1)2 - f(4,1,2)3 = 0,$$
$$\theta_{+--+}(1,2,3,4) = f(1,2,3)4 - f(2,3,4)1 - f(3,4,1)2 + f(4,1,2)3 = 0,$$
$$\pi(1,2,3,4) = f(1,2,3)4 + f(2,3,4)1 + f(3,4,1)2 + f(4,1,2)3 \neq 0,$$
$$\pi(4,3,2,1) = f(3,4,1)2 + f(4,1,2)3 + f(1,2,3)4 + f(2,3,4)1 \neq 0,$$
$$\pi(1,2,3,4) - \pi(4,3,2,1) = 0,$$

$$\theta_{++--}(1,2,3,4) - \theta_{++--}(4,3,2,1) = 0,$$
$$\theta_{+-+-}(1,2,3,4) - \theta_{+-+-}(4,3,2,1) = 0,$$
$$\theta_{+--+}(1,2,3,4) - \theta_{+--+}(4,3,2,1) = 0....$$

$A-$конформация, как известно, есть группа Клейна на матричной операции. Она в соединении со знаковой группой широко применяется в физическом моделировании. Функция Якоби показывает некоторую «однородность» свойств, которые имеют строки ассоциативной, коммутативной таблицы произведений, ассоциированной со структурой матриц этой группы. Ситуация меняется на некоммутативных, неассоциативных конформациях.

Рассмотрим $B-$конформацию с таблицей произведений

B	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	3	4	1	2
4	2	1	4	3

.

Для неё получим функцию Якоби с такими свойствами:

$$f(2,1,4)=3+3+1,\ f(1,4,3)=1+1+3,\ f(4,3,2)=3+3+1,\ f(3,2,1)=1+1+3,$$
$$f(3,4,1)=1+1+3,\ f(4,1,2)=3+3+1,\ f(1,2,3)=1+1+3,\ f(2,3,4)=3+3+1,$$

$$\theta_{++--}(2,1,4,3)=f(2,1,4)3+f(1,4,3)2-f(4,3,2)1-f(3,2,1)4=0,$$
$$\theta_{++--}(3,4,1,2)=f(3,4,1)2+f(4,1,2)3-f(1,2,3)4-f(2,3,4)1=0,$$
$$\pi(2,1,4,3)=f(2,1,4)3+f(1,4,3)2+f(4,3,2)1+f(3,2,1)4\neq 0,$$
$$\pi(3,4,1,2)=f(3,4,1)2+f(4,1,2)3+f(1,2,3)4+f(2,3,4)1\neq 0,$$

$$\pi(2,1,4,3)-\pi(3,4,1,2)=0.$$

Аналогичные свойства имеют $C-$конформация и $D-$конформация. Имеет место сужение спектра функциональных свойств по сравнению со свойствами, присущими группе Клейна.

Еще меньше свойств на функции Якоби имеет $F-$конформация. Её таблице произведений

F	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

соответствуют функции

$$f(1,2,3)=1+3+4,\ f(2,3,4)=4+2+3,$$
$$f(3,4,1)=4+2+1,\ f(4,1,2)=1+3+2,$$

$$f(4,3,2)=2+4+3,\ f(3,2,1)=3+1+4,$$
$$f(2,1,4)=3+1+2,\ f(1,4,3)=2+4+1.$$

Выполняется только один закон вида

$$\pi(1,2,3,4)-\pi(4.3,2,1)=0.$$

Аналогичные свойства имеет $E-$конформация.

Следовательно, на функции Якоби самый широкий спектр свойств имеет коммутативная, ассоциативная $A-$конформация. Это обстоятельство можно рассматривать как аргумент в пользу более широкого применения её в физике: так реализуется большее число практических применений, а потому и большее число экспериментальных проявлений. Понятно, что этот аргумент косвенный.

Введем новую функцию

$$p(1,2,3,4)=s(1,2,3)4+s(2,3,4)1+s(3,4,1)2+s(4,1,2)3,$$

$$p(4,3,2,1)=s(4,3,2)1+s(3,2,1)4+s(2,1,4)3+s(1,4,3)2,$$

$$s(1,2,3)=(12)3+(23)1+(31)2,\ldots$$

Получим

$$s(1,2,3)4=1+2+3, s(2,3,4)1=1+1+1,$$
$$s(3,4,1)2=3+4+1, s(4,1,2)3=3+3+3,$$
$$s(4,3,2)1=4+3+2, s(3,2,1)4=4+4+4,$$
$$s(2,1,4)3=2+1+4, s(1,4,3)2=2+2+2.$$

Следовательно

$$p(1,2,3,4) \neq p(4,3,2,1).$$

Это условие подтверждает обнаруженное ранее свойство неассоциативных множеств: они «тонко» реагируют на изменение последовательности операций. Ассоциативные системы в этом отношении более «грубые».

Связь релаксационных процессов со статистикой

Физики принимают пару статистик, соответствующих равновесным состояниям: для частиц с целым спином применяется статистика Бозе -Эйнштейна, для частиц с полуцелым спином применяется статистика Ферми-Дирака. Среднее число частиц в определенном энергетическом состоянии задается формулами

$$n_b = \frac{1}{\exp\phi_b - 1}, \phi_b = \frac{\varepsilon_b - \mu}{kT}, \quad n_f = \frac{1}{\exp\phi_f + 1}, \phi_f = \frac{\varepsilon_f - E_f}{kT}.$$

При рассмотрении задачи взаимодействия предзарядов мы обнаруживаем аналогию поведения конечной системы и статистической системы. Действительно, если принять модель парных «отношений» (в частности, характеристик, относящихся к столкновениям), то получаются мономиальные матрицы, которые мы ассоциируем с гравитационными предзарядами. С одной стороны, они имеют аналогию с «окружностью» в топологическом смысле этого слова. С другой стороны, они задаются мономиальными матрицами, которые есть элементы кручения, так как порождают единичную матрицу при некотором конечном количестве взаимных произведений. С физической точки зрения им можно сопоставить вращение физического объекта. Для частиц света и гравитации это обстоятельство существенно. Если принять модель полного объединения объектов одного класса с элементами второго класса, мы приходим к матрицам в форме правых и левых идеалов по матричному произведению. Мы ассоциируем их с электрическими предзарядами. Они принципиально другие, так как не являются элементами кручения. В статистической физике принята аналогичная точка зрения, соответственно, для фермионов и бозонов. По этой причине следует ожидать наличия аналогии между свойствами конечных систем и свойствами статистических систем. Рассмотрим такую возможность. При построении электродинамики движущихся сред без сингулярностей при скоростях, равных скорости света, мы положили в основу модели релаксационное уравнение для скорости, которая входит в материальные уравнения. Этот шаг был успешным и конструктивным. На его основе рассмотрим вариант релаксационного уравнения для анализа статистических аспектов конечных систем. Зададим следующие величины: $Z-$количество допустимых мест для объектов, N_a-количество действующих объектов, $N-$количество вакантных мест для объектов. Пусть величина ξ характеризует энергетические свойства исследуемой совокупности. Проанализируем динамику изменения вакантных мест при наличии указанных величин. Зададим её уравнением для безразмерных величин, которое аналогично уравнению для релаксации скоростей в электродинамике.

Пусть

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}\right)=-P_a\left(\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}\right).$$

Имеем решение

$$\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}=A\exp(-P_a\xi).$$

Поэтому

$$N+N_a=\left(Z-\sigma N_a\right)A\exp(-P_a\xi)\to$$
$$\to N_a\left(1+A\sigma\exp(-P_a\xi)\right)=ZA\exp(-P_a\xi)-N.$$

Исследуем ситуацию, когда вакантных мест нет, полагая $N = 0$. Тогда среднее число частиц в определенном состоянии задается формулой

$$\frac{N_a}{Z} = \frac{1}{A^{-1} \exp\left(P_a \xi\right) + \sigma} = \bar{n}.$$

В таком варианте одна статистика может динамически преобразоваться в другую. Такой «переход» реализуется на «плоскости» с переменными A, σ. Для его описания требуются динамические уравнения. В частном случае модель содержит статистики Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака, которые соответствуют значениям параметров

$$A^{-1} = 1, \sigma_1 = -1, \sigma_2 = 1.$$

Предлагаемый подход направлен на реализацию концепции объединения электромагнетизма и гравитации. Он предполагает единое описание объектов (не только статистическое) и не только с разными спинами, но и с разными зарядами. Естественно использовать также проективные свойства реальности с новыми возможностями, которые вытекают из моделирования геометрии отношений.

Заключение

Наличие системы операций ставит перед математиками и физиками новые задачи. Требуется проанализировать согласование между ними, найти им практическое применение

В монографии неассоциативность рассматривается в качестве математического средства для описания информационных процессов в системе, содержащей конечное число объектов. Предложена операция, ассоциированная со структурой объектов, представленных матрицами. Алгоритм операции генерирует таблицу произведения со свойством неассоциативности. Показано, что конечная система с такой операцией характеризуется согласованной системой законов. В частности, имеет место совокупность обобщенных алгебр Мальцева. Аналогично могут быть сконструированы алгебры на функциональных операциях. На этой основе возможна классификация конечных систем с физической точки зрения.

Литература

1. Барыкин, В. Н. Неассоциативность на комбинаторной операции. – Минск: «Ковчег», 2011. – 234 с.
2. Барыкин, В. Н. Модели Сознаний и Чувств. – Минск: «Ковчег», 2013. – 280 с.
3. Барыкин, В. Н. Новые математические операции. – Минск: «Ковчег», 2014. – 175 с.
4. Шафаревич, И. Р. Основные понятия алгебры. – Ижевск: «РХД», 1999. – 276 с.
5. Кассель, К. Квантовые группы. – Москва: «Фазис», 1999. – 664 с.
6. Барыкин, В. Н. К новому качеству физической теории. – Минск: «Ковчег», 2013. – 222 с.
7. Барыкин, В. Н. Алгебра и физика отношений. – Минск: «Ковчег», 2015. – 308 с.
8. Барыкин, В. Н. Геометрия и топология отношений. – Минск: «Ковчег», 2015. – 312 с.