Введение

Алгебра математически исследует структуры и активности изделий реального и воображаемого миров. Исследования базируются на системе величин и системе операций, согласованных между собой, посредством которых прямо или косвенно учитываются эмпирически достигнутые свойства реальности. Исследования направлены на изучение и практическое применение сторон, свойств, связей исследуемых изделий, представляемых обычно в форме условий, законов, решений. Эта тройка «следствий» обычно применяется в качестве «строительного материала» для новых величин, операций, согласований между ними, анализа новых изделий с получением новых условий, законов, решений.

Физика совершенно аналогично исследует структуру и активность изделий реального или воображаемого миров.

Алгебру можно интерпретировать как математическую форму физики. Физику можно интерпретировать как эмпирическую форму алгебры. Алгебра и физика – это два крыла истины, источником которой является практика.

Первичным этапом научной практики является изучение достигнутых знаний, приобретение навыков их применения в анализе и на практике. Второй этап состоит в развитии алгебры и физики, в расширении их границ и возможностей. Чтобы конструктивно выполнять расширение практики и её моделей, требуется ответить на ряд фундаментальных вопросов. Их можно свести к тройке вопросов: что, когда, как делать?

Что можно сказать о расширении физических моделей, если нет ответов на такие вопросы:

- Что такое фундаментальная структура физических моделей?
- Что и как можно и нужно менять в физических моделях?
- Что дают перемены, где их применить на практике?

Когда расширять физические модели, если нет ответов на такие вопросы:

- Когда можно говорить о полноте модели?
- Когда теория и практика дополняют друг друга и когда они создают взаимные помехи?
- Когда практикуемые модели и представления «близки к реальным изделиям и их свойствам?

Как расширять физические модели, если нет ответов на такие вопросы:

- Как расширять структуру и свойства математических изделий?
- Как реализовать взаимное влияние расширений физических и математических моделей?
- Как применять разнообразные расширения и согласования на практике?

На данной стадии анализа возможностей и потребностей расширения физики и алгебры отметим потребность в разделения внешних и внутренних факторов и условий, присущих исследуемым изделиям. Они взаимно дополняют друг друга и могут играть разные роли на практике.

Важно учесть трансфинитность физической реальности: ее многоуровневость, многогранность, многофункциональность, многозначность и т.д. Понятно, что практика дает ограниченные данные, ассоциированные с исследованием конечного числа уровней материи.

Полученная информация, равно как и её интерпретации, могут быть самыми разными. Форма моделей не может и должна «смешиваться» с сущностью моделей. Не может быть абсолютной истины в том смысле, что её невозможно углубить или расширить. Иначе мы ставим могущество применяемых моделей выше могущества реальности, которая дарит нам информацию о своих сторонах и свойствах.

Из многочисленных данных следует, что структура и динамика любых объектов базируется на системе отношений между ними $[1]$. По этой причине есть необходимость разработать теорию отношений, которая будет достаточна для решения широкого круга задач. Речь идет не только о задачах математики, физики, химии, биологии. Важно моделировать социальные, экономические, психологические явления, описывать их динамику и эволюцию $[2]$. Для этого требуется моделировать Сознания и Чувства физических объектов и систем, изготовленных из них $[3]$.

В теории отношении моделирование Сознаний и Чувств выдвигается на первый план. Идея отрицания Сознаний и Чувств у физических объектов в прошлой и современной практике базируется на необоснованном признании наличия Сознания и Чувств только у живых объектов. Однако определение и практическое наполнение концепции жизни у каждого исследователя индивидуально. Во всех рассматриваемых случаях не отрицается необоснованное разделение реальности на два мира. Один мир живой, другой мир неживой. У живого мира есть или может быть Сознание и Чувства. У неживого мира нет, и не может быть Сознаний и Чувств. Однако они не разделены непреодолимой стеной. Живое может стать неживым. Неживое может стать живым. Фактически Реальность рассматривается, в отношении концепции Сознаний и Чувств, как двухфазная физическая система. Есть фаза (состояние) с Сознанием и Чувствами. Есть фаза (состояние) без Сознаний и Чувств.

Принимая Сознания и Чувства как изделия, обеспечивающие прием, хранение, переработку информации и реакции на неё, мы не вправе разделять реальность на две части: живую и неживую части. Каждый объект и подобъект участвует в потоке информации. Понятно, что это участие разное. Оно зависит от многих условий и обстоятельств. Изучение всех форм, видов, механизмов применения информации мы вправе интерпретировать как проявление Сознаний и Чувств. Конечно, в силу ограниченности и авторитарности нашей практики, мы многого не знаем или не разрешаем себе узнать. Но ещё более мы подвержены влиянию некорректной или ложной информации, а также опасной и особо опасной информации. Информация способна сложно повлиять на Сознание и Чувства. Она способна также необратимо их деформировать. Изучив систему механизмов информационной практики, можно попытаться конструировать наиболее эффективные алгоритмы её создания, переработки, применения. С этой задачей нужно справиться, чтобы научиться корректировать Сознания и Чувства, а также эффективно управлять ими.

На решение указанной совокупности проблем нацелена данная монография. Основу анализа образует опыт в решении фундаментальных проблем гравитации и электромагнетизма.

Другими словами, базой для построения теории отношений будет физика. Теоретическая физика имеет математический облик $[4]$. Большинство задач в физике имеют представление в матричной форме. При этом матрицы подчинены стандартному матричному произведению в форме последовательного произведения каждой строки на каждый столбец. Это произведение на тройке элементов, независимо от их совпадений друг с другом, подчинено равенству в форме алгебраического закона, сконструированного на произведениях и перестановке скобок, управляющих порядком произведений. Закон имеет вид

$$(\xi\eta)\varsigma=\xi(\eta\varsigma).$$

Указанные величины могут быть элементами, принадлежащими множеству с определенной «своей» структурой. Это могут быть векторы, элементы группы, элементы алгебры. В алгебре элемент, анализируемый по критерию ассоциативности, может иметь сложную «конструкцию», обусловленную структурой алгебры [5]. Операции, посредством которых оценивается ассоциативность, могут быть независимы от операций в алгебре, но могут быть также по-разному ассоциированы с ними. Ситуация становится более сложной, если, например, операции подчинены динамическим законам или, с другой стороны, они принадлежат системе операций, сложно согласованной с элементами исследуемого множества.

Заметим, что в большинстве физических теорий неассоциативность применяется и анализируется косвенно. Её стороны и свойства по этой причине кажутся второстепенными и иногда «ускользают» из поля зрения. Ситуация меняется, если анализ физических теорий дополняется алгоритмом их структурной деформации. В чём её сущность? Известно, что физические теории могут быть записаны в матричном виде. Таковы, в частности, модели механики жидкости, света, гравитации, неабелевых калибровочных полей [6]. Естественно деформирование этих моделей на основе произведения соответствующих уравнений (слева или справа) на согласованные с ними элементы множеств в форме элементов групп или алгебр. Деформирование указанного вида может изменить уравнения, но может быть так, что уравнения останутся неизменными. Проводить деформирование можно многократно. По этой причине, если реализуется двойная деформация, результат может быть разным в зависимости от того, коммутативно или некоммутативно «произведение» (или «сумма») элементов, посредством которых осуществляется деформация. Результат может быть разным в зависимости от условий

$$\xi\eta = \eta\xi, \xi\eta \neq \eta\xi.$$

Если реализуется тройная деформация, её результат может зависеть от того, в какой последовательности выполняются эти три деформации. В простом случае это обстоятельство проявит себя на примере сохранения или нарушения ассоциативности. Заметим, что многократная деформация уравнений физических моделей может осуществляться на множестве элементов, подчиненных «своей» операции, но деформирующих модель в соответствии с операциями, принятыми в ней. Предлагаемый алгоритм позволяет по одной модели физических явлений, апробированной на практике, сконструировать «спектр моделей», применяя к исходной модели систему деформаций. Понятно, что в данном «спектре моделей» могут быть элементы, которые выходят за границы принятых ранее критериев оценки ситуаций и их верификации. Могут быть так же сконструированы «миражи моделей», далекие от эксперимента, но особо интересные для математической практики [7].

Ассоциативность не на произведении, а на сумме принято называть дистрибутивностью. Дистрибутивность выражается законом в форме равенства $(\xi+\eta)+\varsigma = \xi+(\eta+\varsigma)$. Заметим, что при анализе информации данный закон выполняется не всегда. Как только в расчет принимаются факторы, учитывающие качество передачи и усвоения информации, имеет место деформация дистрибутивности

$$(\xi+\eta)+\varsigma \neq \xi+(\eta+\varsigma).$$

Познание есть реализация соответствия Тел, Сознаний, Чувств познающего и познаваемого объектов. Это соответствие может быть поверхностным, приблизительным, глубинным, совершенным. У каждого уровня соответствия свои законы сближения и взаимодействия.

Фундаментальная связь алгебры и физики

Алгебра, в практическом смысле этого слова, есть инструмент расчета параметров некоторого физического изделия, представленного системой величин и системой операций, согласованных между собой в форме алгебраических выражений.

Обычно расчет проводится в некотором пространстве алгебры с конечным базисом

$$a_1, a_2, \ldots a_n.$$

На этом базисе, или на алгебраических выражениях, ассоциированных с ним, конструируются «вектора» трех типов: с левым, правым или смешанным произведением и с последующим суммированием. Три базовые алгебраические конструкции вида

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_n a_n,$$
$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \ldots + a_n\beta_n,$$
$$\alpha_1 a_1\beta_1 + \alpha_2 a_2\beta_2 + \ldots + \alpha_n a_n\beta_n$$

образуют основу любой расчетной модели. Расчеты в физике, химии, биологии, психологии отличаются лишь тем, что их модели содержат разные величины и математические операции.

Фундаментальные расчетные модели в электродинамике и теории гравитации базируются на системе базовых алгебраических конструкций. Их объединение в электродинамике в форме равенства (с точностью до знаков)

$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + a_3\beta_3 + a_0\beta_0 + b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + b_3\beta_3 + b_0\beta_0 = 0$$

соответствует эмпирическим данным. В электродинамике пара указанных базисов ассоциирована с кватернионами, которые заданы матрицами степени 4. Эта пара кватернионов соответствует условию антисимметричности полей и индукций в электродинамике.

В физической теории гравитации расчетные величины симметричны. Модель расчета базируется на трёх антикватернионов. По этой причине в теории присутствует алгебраическая конструкция (с точностью до знаков), состоящая из трех базовых алгебраических конструкций. Основу расчетной модели образует выражение

$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + a_3\beta_3 + a_0\beta_0 + b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + b_3\beta_3 + b_0\beta_0 + c_1\gamma_1 + c_2\gamma_2 + c_3\gamma_3 + c_0\gamma_0 = 0.$$

Оно достаточно для *первичного согласования* расчёта с экспериментом.

В механике применяется базовое алгебраическое выражение вида

$$\alpha_1 a_1\beta_1 + \alpha_2 a_2\beta_2 + \ldots + \alpha_n a_n\beta_n.$$

Оно позволяет, в частности, учесть конвективные составляющие. С такой позиции становится очевидным, что механика сложнее традиционных моделей электродинамики и гравитации, так как сложнее её базовые алгебраические выражения.

Интерпретация физики в её расчётной форме как элемента алгебры упрощает понимание структуры физической теории. Это понимание становится конструктивным и фундаментальным при добавлении к указанной информации еще одного звена: матричной группы.

Легко видеть, что пара кватернионов и тройка антикватернионов достаточна для задания в форме базовых алгебраических конструкций элементов матричной алгебры. Они имеют один значимый элемент в матрице степени 4, который принято задавать единицей. Любая матрица выражается через элементы матричной алгебры. Поскольку любая расчётная модель в четырехмерном пространстве может быть представлена в матричной форме на основе матриц степени 4, совокупность, состоящая из пары кватернионов и тройки антикватернионов, приобретает фундаментальное значение в любой расчетной модели.

Другими словами, нам известна фундаментальная система матриц, на основе которой можно записать любую расчетную модель: это есть пара кватернионов, объединенная с тройкой антикватернионов. Полная совокупность этих матриц есть группа.

Фундаментальность алгебраического подхода к физике становится более значимой при добавлении в анализ еще одного звена. Заметим, что указанные выше матрицы задают систему отношений между 4 объектами. Базовые отношения между ними могут быть представлены четверной группой Клейна:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Расширение группы Клейна на основе группы знаков генерирует пару кватернионов:

$$\{a_i\}\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\{b_i\}\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

В кватернионе три элемента объединены с единичной матрицей. Сумма взаимных произведений их элементов (кроме единицы) равна нулю.

Расширение группы Клейна на основе группы знаков генерирует три антикватерниона:

$$\{c_i\}\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\{e_i\}\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\{f_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В каждом антикватернионе три элемента объединены с единичной матрицей. Неединичные элементы каждого кватерниона подчинены на матричном произведении алгебраическому закону

$$\{a,b\} = ab + ba = 0, a \neq b.$$

Элементы каждого антикватерниона подчинены на матричном произведении алгебраическому закону

$$[a,b] = ab - ba = 0, a \neq b.$$

Произведения элементов кватернионов и антикватернионов подчинены более сложному алгебраическому закону.

Вся система указанных матриц на матричном произведении есть группа. Она фундаментальна для любой теории в четырехмерном пространстве. По этой причине назовем её *фундаментальной группой физической теории*. Ранее она называлась группой заполнения физических моделей.

Для усиления фундаментальности развиваемого алгебраического подхода к физике примем точку зрения, что совокупность отношений между 4 объектами, выраженная кватернионами и антикватернионами, свидетельствует о наличии 4 фундаментальных объектов физической реальности: пары положительных и отрицательных электрических предзарядов и пары положительных и отрицательных гравитационных предзарядов. Фундаментальная группа математически выражает отношения в такой совокупности объектов. Принимая далее гипотезу, что все физические объекты, так или иначе, изготовлены из предзарядов, мы согласуем математическую фундаментальность группы отношений с гипотезой о фундаментальной, единой структуре объектов физической реальности.

Однако фундаментальная группа не учитывает эмпирически доказанную потребность объединения различных величин в некоторое расчетное выражение, используя операцию суммирования. Для конструирования выражений, указанных выше, требуется дополнить произведение элементов теории суммированием отдельных выражений. Другими словами, только фундаментальная алгебра может быть фундаментом общей физической теории.

Возможна ли фундаментальная алгебра? Какова её структура? Ответ на этот вопрос известен. Легко убедиться в корректности *алгебраического закона*

$$\{x,[y,z]\} - [\{x,y\},z] + [x,\{y,z\}] - \{[x,y],z\} - 2(x,y,z) - 2(z,y,x) = 0.$$

Здесь стандартным образом определены коммутатор и антикоммутатор

$$[x,y] = xy - yx, \{x,y\} = xy + yx.$$

Элементы в круглых скобках называются ассоциаторами:

$$(x,y,z) = x(yz) - (xy)z, (z,x,y) = z(yx) - (zy)x.$$

Такова *фундаментальная алгебра* любой расчетной модели. В частности, она применима для анализа физических теорий. Этот алгебраический закон справедлив для ассоциативных и для неассоциативных множеств.

Заметим, что фундаментальный алгебраический закон не входит непосредственно в структуру расчетных моделей. Он имеет другую функцию: утверждает алгебраическое единство разных расчетных моделей. Более того, он объединяет в единую систему разные алгебраические выражения, согласованные между собой системой аддитивных и мультипликативных операций:

$$\left\{ \underset{\times}{f_k}, \left[\underset{\times}{\varphi_p}, \underset{\times}{\theta_r} \right] \right\} - \left[\left\{ \underset{\times}{f_k}, \underset{\times}{\varphi_p} \right\}, \underset{\times}{\theta_r} \right] + \left[\underset{\times}{f_k}, \left\{ \underset{\times}{\varphi_p}, \underset{\times}{\theta_r} \right\} \right] - \left\{ \left[\underset{\times}{f_k}, \underset{\times}{\varphi_p} \right], \underset{\times}{\theta_r} \right\} - 2\left(\underset{\times}{f_k}, \underset{\times}{\varphi_p}, \underset{\times}{\theta_r} \right) - 2\left(\underset{\times}{\theta_r}, \underset{\times}{\varphi_p}, \underset{\times}{f_k} \right) = 0.$$

Выражения указанного вида обозначают некоторую функцию, подчиненную операции со «своим» индексом. Понятно, что система функций должна быть взаимно согласована.

С физической точки зрения алгебраическое единство в системе физических объектов, выраженное системой их отношений друг к другу, указывает на возможность их взаимного преобразования. Единый алгебраический объект есть математическое выражение единства системы физических объектов, в частности, физического единства электромагнетизма и гравитации. Единство предполагает взаимное преобразование электрических и гравитационных предзарядов, зарядов, «полей».

Фундаментальная группа физической теории «подсказывает» фундаментальный механизм такого преобразования. В этой группе есть антикватернион, посредством которого можно взаимно преобразовывать кватернионы и антикватернионы. Поскольку кватернионы «соответствуют» электромагнетизму, а антикватернионы «соответствуют» гравитации, нам известен математический формализм взаимного преобразования обеих сущностей.

Задача состоит в том, чтобы реализовать этот формализм технологически. Поскольку жизнедеятельность элементарных частиц, атомов и молекул, планет и Галактик основана на взаимном преобразовании электромагнетизма и гравитации, мы имеем дело с фундаментальным механизмом жизнедеятельности Вселенной. Он нам пока непонятен и недоступен. Но направление анализа и новой практики понятно.

Фундаментальная неопределенность практики расчета

Для каждого исследователя интерес представляют алгоритмы построения моделей в форме «заготовок» теории. «Заготовки» математически задают систему величин и операций, объединенных в соответствии с уровнем реализуемой практики. Под практикой следует понимать не только эксперимент, но и логические данные, и расчетные алгоритмы, в частности, решения систем уравнений, деятельность различных устройств и измерительных средств.

Не всегда понятно, и далеко не очевидно, какие величины необходимы и достаточны для решения конкретной задачи, какие математические операции следует применять в расчетной модели. Это замечание приобретает статус фундаментального положения теории, в форме фундаментальной неопределенности практики, когда мы принимаем принцип трансфинитности физической реальности. Поскольку реальность, согласно этому принципу, многогранна, многоуровневая, многофункциональна, многозначна, то и расчетная модель должна быть такой. Но реальная практика, особенно на начальной стадии, не в состоянии оценить и охватить трансфинитность. По этой причине у любой расчетной модели могут быть ростковые точки. Кроме этого, следует учесть тот факт, что многие грани и стороны объектов и явлений могут быть недоступны или искажены практикой в любом их трех базовых элементов: в эксперименте, в логике, в расчете.

Проиллюстрируем фундаментальную неопределенность практики на примере геометрии. Известно, что её основные результаты, так или иначе, укладываются в рамки дифференциальной геометрии, базирующейся на формализме дифференциальных форм и операции внешнего произведения по Грассману. Например, дифференциальные формы

$$\theta_1 = a_1 dx_1 + a_2 dx_2, \theta_2 = b_1 dx_1 + b_2 dx_2$$

при внешнем произведении, задаваемом символом Λ, есть

$$\theta_1 \Lambda \theta_2 = (a_1 b_2 - a_2 b_1) dx_1 \Lambda dx_2.$$

Внешнее произведение базируется на формальном правиле для дифференциалов координат, согласно которому

$$dx_i \Lambda dx_i = dx_j \Lambda dx_j = 0, dx_i \Lambda dx_j = -dx_j \Lambda dx_i.$$

Это же правило можно задать для некоторых матриц, реализуя так алгебру Грассмана. Оно ассоциировано с нахождением определителя

$$\det \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1.$$

Формализм дифференциальных форм применяется в механике и электродинамике, поэтому он имеет значение не только для геометрии, следуя методу Картана, но и для физики. Более того, на его основе развит формализм дифференциально-геометрического описания различных систем дифференциальных уравнений. В рамках этого подхода получены важные результаты по геометрическому представлению физических теорий.

Принимая принцип фундаментальной неопределенности практики, мы вправе расширять формализм дифференциальных форм. В частности, следует исследовать его скрытые свойства. Мы обнаруживаем их, применяя метод активизации алгебраических выражений, примером которых являются дифференциальные формы.

Согласно предлагаемому методу мы рассматриваем дифференциалы координат как активные переменные со своей алгеброй. Функции, входящие в дифференциальные формы, рассматриваемые как пассивные переменные, имеют свою алгебру. Для согласования алгебр требуется третья алгебра, применяя которую мы согласуем между собой пассивную и активную алгебры.

Рассмотрим примеры активизации дифференциальных форм. Пусть анализ проводится на плоскости. Присоединим к дифференциалам координат, заданным в касательном пространстве, пару матриц i, j, которые будем называть активаторами:

$$i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \to d\hat{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} dx_1, d\hat{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} dx_2.$$

Формально активизируем пару дифференциальных форм, заменяя исходные формы новыми

$$\hat{\theta}_1 = a_1 d\hat{x}_1 + a_2 d\hat{x}_2, \theta_2 = b_1 d\hat{x}_1 + b_2 d\hat{x}_2.$$

Определим их произведение двумя способами. Для этого рассмотрим матричное и комбинаторное произведение матриц с последующим сложением и дополнительной функциональной операцией.

Применим матричное произведение. Получим

$$i=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix},\ j=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix},ii=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\ jj=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix},ij=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix},\ ji=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},$$

$$i*i=\frac{1}{2}(ii-ii)=0,\ j*j=\frac{1}{2}(jj-jj)=0, i*j=\frac{1}{2}(ij-ji)=(-1)\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ j*i=\frac{1}{2}(ji-ij)=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},$$

$$i\Lambda i=\det(i*i)=0,\ j\Lambda j=\det(j*j)=0, i\Lambda j=\det(i*j)=1,\ j\Lambda i=\det(j*i)=-1.$$

В такой модели внешнее произведение активных дифференциальных форм будет аналогично внешнему произведению пассивных дифференциальных форм. Однако ситуация изменится, если деформируются активаторы и (или) операции согласования пассивных и активных величин. Это обстоятельство интересно с разных точек зрения. До настоящего времени все сущностные изменения рассчитывались на основе концепции пассивного касательного пространства. Теперь возможны новые варианты и новые подходы. *Активность касательного пространства* была скрыта в стандартном формализме дифференциальных форм.

Применим к этим же активаторам комбинаторное произведение. Получим

$$i=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix},\ j=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}, i\overset{k}{\times}i=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ j\overset{k}{\times}j=(-1)\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}, i\overset{k}{\times}j=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix},\ j\overset{k}{\times}i=\begin{pmatrix}0&-1\\0&-1\end{pmatrix},$$

$$i*i=\frac{1}{2}(i\overset{k}{\times}i-i\overset{k}{\times}i)=0,\ j*j=\frac{1}{2}(j\overset{k}{\times}j-j\overset{k}{\times}j)=0,$$

$$i*j=\frac{1}{2}(i\overset{k}{\times}j-j\overset{k}{\times}i)=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix},\ j*i=\frac{1}{2}(j\overset{k}{\times}i-i\overset{k}{\times}j)=\begin{pmatrix}0&-1\\0&-1\end{pmatrix},$$

$$i\Lambda i=Sp(i*i)=0,\ j\Lambda j=Sp(j*j)=0, i\Lambda j=Sp(i*j)=1,\ j\Lambda i=Sp(j*i)=-1.$$

Комбинаторное произведение и алгоритм согласования пассивных и активных величин на основе оператора $Sp(\xi)$ даёт тот же результат, что и матричное произведение с алгоритмом согласования пассивных и активных величин на основе оператора $\det(\xi)$. Мы имеем пару свойств касательного многообразия. Они дают тот же результат, что и формальный метод, если касательное многообразие «пассивно».

Понятно, что при активизации касательного пространства два указанных расширения, базирующиеся на качественно различных произведениях, будут давать разные результаты. Меняя операции для произведения активаторов, деформируя активаторы, мы получаем *спектр состояний касательного пространства*.

Особенно наглядно такое различие проявляет себя, если дифференциалы координат согласованы с некоторыми скоростями. Это согласование будет проявляться по-разному в зависимости от того, по какому коду «взаимодействует» касательное пространство с основным пространством. По сути подхода ясно, что мы имеем дело с некоторым алгоритмом согласования «внешних» и «внутренних» факторов динамики. В частности, внутренние изменения могут быть согласованы с некоторым проявлением Сознаний и Чувств физических объектов. Указанные выше примеры иллюстрируют это замечание. Мы знаем, что физические тела хорошо описываются матрицами с матричным произведением. Для описания Сознаний и Чувств требуется неассоциативное произведение. Его функции имеет комбинаторное произведение. Однако активное касательное пространство не исключает ни одну, ни другую возможности.

Объединим матричную и комбинаторную операции, а также изменим алгоритм согласования. Так, получим, например

$$i**i = ii + i\overset{k1}{\times}1i = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, j**j = jj + j\overset{k}{\times} j = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$i**j = ij + j\overset{k}{\times} i = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, j*i = ji + i\overset{k}{\times} j = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$i\Lambda j = \left(\delta_{ij}SP\right)i**j = \delta_{ij}Sp\left(i**j\right) + \left(1-\delta_{ij}\right)\det\left(i**j\right).$$

Следовательно, касательное многообразие можно по-разному согласовывать с основным многообразием посредством системы операций. Можно по-разному активизировать антисимметричные «поля».

Трехмерное касательное пространство может быть активизировано аналогичным методом на основе матричного и комбинаторного произведений. Для этого достаточно взять по три независимых репера в этом пространстве.

Три репера, подчиненные матричному произведению, могут быть реперами кватерниона. Например,

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a_1a_2 = -a_3 = -a_2a_1 = a_3, a_1a_3 = a_2 = -a_3a_1 = -a_2, a_2a_3 = -a_1 = -a_3a_2 = a_1,$$

$$a_i * a_j = \frac{1}{2}\left(a_ia_j - a_ja_i\right), a_i\Lambda a_j = \det(a_i * a_j), \ldots$$

Для комбинаторного произведения можно выбрать три репера

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\sigma_1\overset{k}{\times}\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_1\overset{k}{\times}\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2\overset{k}{\times}\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_1\overset{k}{*}\sigma_2 = \sigma_1\overset{k}{\times}\sigma_2 - \sigma_2\overset{k}{\times}\sigma_1 = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2\overset{k}{*}\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_1\Lambda\sigma_2 = Sp\left(\mp\right)(\sigma_1\overset{k}{*}\sigma_2).$$

В четырехмерном касательном пространстве можно использовать реперы фундаментальной группы или указанные выше левые идеалы. Во всех случаях из исходной пассивной модели можно получить спектр активных моделей.

Аналогичные замечания справедливы для внешнего дифференцирования дифференциальных форм. Так, из 1-формы

$$\omega^1 = b_1(x,y)\,d\hat{x} + b_2(x,y)\,d\hat{y}$$

получим

$$D\omega^1 = \left(\frac{\partial b_2}{\partial x} - \frac{\partial b_1}{\partial y}\right) d\hat{x}\Lambda d\hat{y}.$$

Это выражение совпадает с базовым выражением при каноническом выборе активаторов. Если активаторы деформированы или активны, получим в стандартной записи выражения

$$D\omega^1 = \left(f\frac{\partial b_2}{\partial x} - g\frac{\partial b_1}{\partial y}\right) dx\Lambda dy = \left(\left(\frac{\partial b_2}{\partial x} - \frac{\partial b_1}{\partial y}\right) + \left((f-1)\frac{\partial b_2}{\partial x} - (g-1)\frac{\partial b_1}{\partial y}\right)\right) dx\Lambda dy.$$

Аналогичные выражения на другой внешней операции будут получены для симметричных величин.

Рассмотрим произведение активных внешних дифференциалов от пары 1-форм, подчиненных разным внешним дифференцированиям, заданным символами $\tilde{D}(-), \tilde{D}(+)$. Активизируем множители перед производными от функций:

$$\tilde{D}(-)\omega^1 = \left(\tilde{\alpha}_1\frac{\partial b_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\right) dx\Lambda dy, \tilde{D}(+)\theta^1 = \left(\tilde{\sigma}_1\frac{\partial a_2}{\partial x} + \tilde{\sigma}_2\frac{\partial a_1}{\partial y}\right) dx\Lambda dy.$$

Зададим «произведение производных» произведением выражений перед дифференциалами:

$$\left(\tilde{\alpha}_1\frac{\partial b_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\right) * \left(\tilde{\sigma}_1\frac{\partial a_2}{\partial x} + \tilde{\sigma}_2\frac{\partial a_1}{\partial y}\right) = \left(\tilde{\alpha}_1\tilde{\sigma}_1\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2\tilde{\sigma}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_1}{\partial y}\right) + \left(\tilde{\alpha}_1\tilde{\sigma}_2\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_1}{\partial y} - \tilde{\alpha}_2\tilde{\sigma}_1\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_2}{\partial x}\right).$$

Оно зависит от алгоритма активизации. Для получения числа перед производными примем алгоритм суммирования всех элементов соответствующих матриц. Такой прием обычно не применяется. Он нетривиален по своей форме и сути. С его возможностями следует разбираться отдельно.

Рассмотрим модель со следующими параметрами:

$$\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_2 = \alpha_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\sigma}_1 = \sigma_1\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\sigma}_2 = \sigma_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix},$$

$$\tilde{\alpha}_1\cdot\tilde{\sigma}_1 = \alpha_1\cdot\sigma_1\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_2\cdot\tilde{\sigma}_2 = \alpha_2\cdot\sigma_2\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_1\cdot\tilde{\sigma}_2 = \alpha_1\cdot\sigma_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_2\cdot\tilde{\sigma}_1 = \alpha_2\cdot\sigma_1\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},$$

$$\tilde{\alpha}_1 * \tilde{\sigma}_1 = \alpha_1\cdot\sigma_1\cdot 0 = 0, \tilde{\alpha}_2 * \tilde{\sigma}_2 = \alpha_2\cdot\sigma_2\cdot 0 = 0, \tilde{\alpha}_1 * \tilde{\sigma}_2 = \alpha_1\cdot\sigma_2\cdot 1, \tilde{\alpha}_2 * \tilde{\sigma}_1 = \alpha_2\cdot\sigma_1\cdot 1.$$

Тогда

$$\left(\tilde{\alpha}_1\frac{\partial b_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\right) * \left(\tilde{\sigma}_1\frac{\partial a_2}{\partial x} + \tilde{\sigma}_2\frac{\partial a_1}{\partial y}\right) = \left(\alpha_1\sigma_2\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_1}{\partial y} - \alpha_2\sigma_1\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_2}{\partial x}\right).$$

Из частного условия

$$\alpha_1\sigma_2 = \alpha_2\sigma_1 \to \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_1} = r_0$$

следует аналог скобки Пуассона

$$\left(\alpha_1\sigma_2 \frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_1}{\partial y} - \alpha_2\sigma_1 \frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_2}{\partial x}\right) = r_0\left(\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_1}{\partial y} - \frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_2}{\partial x}\right) = r_0\left[b, a\right]_P .$$

В рассматриваемом случае она получена не из стандартного дифференцирования функции, зависящей от координат и импульсов, следуя подходу Пуассона, при согласовании его с гамильтонианом. В ней объединены свойства двух разных по качеству и сути внешних произведений, представленных в активной форме и согласованных «странным способом». Эта «странность» конструктивна. На её основе можно рассматривать разные варианты скрытых внутренних условий.

Рассмотрим такую возможность. Пусть

$$\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\alpha}_2 = \alpha_2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\beta}_1 = \beta_1\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}, \tilde{\beta}_2 = \beta_2\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix},$$

$$\tilde{\alpha}_1 * \tilde{\alpha}_2 = \alpha_1\alpha_2 Sp\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} = 0, \tilde{\beta}_1 * \tilde{\beta}_2 = \beta_1\beta_2 Sp\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix} = 0,$$

$$\tilde{\alpha}_1 * \tilde{\beta}_2 = \alpha_1\beta_2 Sp\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix} = \alpha_1\beta_2 Sp\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} = \alpha_1\beta_2,$$

$$\tilde{\alpha}_2 * \tilde{\beta}_1 = \alpha_2\beta_1 Sp\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix} = \alpha_2\beta_1 Sp\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} = \alpha_2\beta_1.$$

Если выполняется условие $\alpha_1\beta_2 = \alpha_2\beta_1$, то получим результат, аналогичный предыдущему, но с другими активаторами и условиями согласования. Другими словами, одинаковый результат может быть получен при разных «сценариях». Понятно, что возможны качественно другие активаторы и условия согласования. Они учитывают, так или иначе, различие свойств касательного пространства и алгоритмы его согласования с основным многообразием.

Мы исследуем посредством данного *метода активации* спектр скрытых свойств исследуемых многообразий или физических изделия. Динамика активации становится средством учета внутренних изменений, доступных объекту. Её следует задавать самостоятельными уравнениями и условиями.

Заметим, что алгоритм активации не отдаляет от решения физических задач, а приближает к ним. Проиллюстрируем этот тезис на примере. Для этого перепишем полученное равенство в другой форме, приняв его справедливость для пары любых переменных. В качестве таких переменных выберем координаты q_i и компоненты импульса p_j. В новых переменных произведение пары внешних производных, подчиненное алгоритму активации, получит, в частном случае выбора активаторов и схемы согласования, вид

$$r_0\left(\frac{\partial g}{\partial p_i}\frac{\partial f}{\partial q_j} - \frac{\partial g}{\partial q_j}\frac{\partial f}{\partial p_i}\right) = \left[g, f\right]^* .$$

Задавая функции g, f координатами и компонентами импульсов, получим равенства

$$\left[x_i, x_j\right]^* = \left[p_i, p_j\right]^* = 0,$$
$$\left[p_i, p_j\right]^* = \frac{1}{r_0}\delta_{ij} = \hbar\delta_{ij}.$$

Аналогичные условия применяются для операторов координат и импульса в квантовой механике. Есть принципиальные отличия метода активации от алгоритмов квантовой механики.

Во-первых, аналог скобки Пуассона получен для физических координат и импульсов, а не для операторов координат и импульсов.

Во-вторых, полученное условие является частным случаем более общего условия, в котором есть два различных выражения:

$$\left(\tilde{\alpha}_1\tilde{\sigma}_1\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_2}{\partial x} - \tilde{\alpha}_2\tilde{\sigma}_2\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_1}{\partial y}\right) + \left(\tilde{\alpha}_1\tilde{\sigma}_2\frac{\partial b_2}{\partial x}\frac{\partial a_1}{\partial y} - \tilde{\alpha}_2\tilde{\sigma}_1\frac{\partial b_1}{\partial y}\frac{\partial a_2}{\partial x}\right).$$

В-третьих, не исключается активация, при которой каждое из указанных слагаемых не равно нулю. В этом случае возможно дополнение одного указанного множителя другим множителем, равно как и некоторое соотношение между ними. Величина $\hbar$ может быть дополнена величиной $\lambda\!\!\!^{-}$. Тогда в физических задачах следует учесть, что «квантовые явления» реализуются на квантовой гиперповерхности.

В-четвертых, $\hbar$ и $\lambda\!\!\!^{-}$ могут быть переменными, активными величинами.

В-пятых, следует учитывать, что ко всем физическим задачам приложимо объединение положительных и отрицательных внешних производных. Почему это положение следует принять за основу анализа? Дело в том, что отрицательные внешние производные мы ассоциируем с электромагнетизмом, а положительные внешние производные мы ассоциируем с гравитацией. По этой причине произведение пары внешних производных, а также аналог скобки Пуассона имеют право на применение там, где есть совместные действия электромагнетизма и гравитации. А оно есть всегда и везде. Появление дополнительного слагаемого в физической теории является стимулом для более глубокого исследования проблемы квантования.

В-шестых, алгоритм активации не вступает в противоречие с методами классической физики, равно как и со средствами визуализации структуры и активности физических объектов.

Концепция творческого произведения

Внешнее произведение дифференциальных форм согласно модели Грассмана-Картана давно уже превратилось в надежный инструмент анализа ряда математических и физических задач. Оно базируется на формальном правиле для дифференциалов координат вида

$$dx_i\Lambda(-)dx_i = dx_j\Lambda(-)dx_j = 0, dx_i\Lambda(-)dx_j = -dx_j\Lambda(-)dx_i.$$

Символ «минус» после знака внешнего произведения свидетельствует об антисимметричности этого произведения. Мы можем говорить об антисимметричном внешнем произведении. Антисимметричным тензором задаются электромагнитные поля.

Есть основания полагать, что указанные два объекта неявно согласованы между собой, хотя алгоритма такого согласования мы не имеем и не понимаем его.

Физическая модель гравитации базируется на симметричных тензорах. Роль гравитации всегда важна. Более того, она фундаментальна на уровне праматерии. По этой причине желательно сконструировать симметричное внешнее произведение. Оно может базироваться на правиле для дифференциалов координат вида

$$dx_i\Lambda(+)dx_i = dx_j\Lambda(+)dx_j = 0, dx_i\Lambda(+)dx_j = dx_j\Lambda(+)dx_i.$$

Такая возможность есть. Проиллюстрируем ее на примере активаторов, указанных ранее.

Рассмотрим новый вариант активизации дифференциальных форм. Пусть анализ проводится на плоскости. Присоединим к дифференциалам координат, заданным в касательном пространстве, пару матриц i, j, которые будем называть активаторами:

$$i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \to d\hat{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} dx_1, d\hat{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} dx_2.$$

Формально активизируем пару дифференциальных форм, заменяя исходные формы новыми

$$\hat{\theta}_1 = a_1 d\hat{x}_1 + a_2 d\hat{x}_2, \theta_2 = b_1 d\hat{x}_1 + b_2 d\hat{x}_2.$$

Определим их произведение двумя способами. Для этого рассмотрим матричное и комбинаторное произведение матриц с последующим сложением и дополнительной функциональной операцией.

Введем новую операцию. Назовем её *творческой операцией*. Она соединяет в себе возможности суммирования или вычитания, зависящие от того, рассматриваются ли разные или одинаковые элементы. Определим творческую операцию выражением

$$a_i \tilde{*} a_j = \frac{1}{2}\Big(a_i a_j \big((-)\delta_{ij}, (+)(1-\delta_{ij})\big) a_j a_i\Big).$$

Тогда

$$a_i \tilde{*} a_i = \frac{1}{2}(a_i a_i - a_i a_i),$$

$$a_i \tilde{*} a_j = \frac{1}{2}(a_i a_j + a_j a_i), i \neq j.$$

В этом случае, как и ранее, возможны разные алгоритмы согласования пассивных и активных элементов рассматриваемых выражений.

Применим матричное произведение. Получим

$$i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, ii = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, jj = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, ij = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, ji = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$i \tilde{*} i = \frac{1}{2}(ii - ii) = 0, j \tilde{*} j = \frac{1}{2}(jj - jj) = 0, i \tilde{*} j = \frac{1}{2}(ij + ji) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, j \tilde{*} i = \frac{1}{2}(ji + ij) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$i\Lambda(+)i = -\det(i \tilde{*} i) = 0, j\Lambda(+)j = -\det(j \tilde{*} j) = 0, i\Lambda(+)j = -\det(i \tilde{*} j) = 1, j\Lambda(+)i = -\det(j \tilde{*} i) = 1.$$

Следуя принятому произведению, из 1-формы

$$\omega^1 = b_1(x,y)\,d\hat{x} + b_2(x,y)\,d\hat{y}$$

получим

$$D(+)\omega^1 = \left(\frac{\partial b_2}{\partial x} + \frac{\partial b_1}{\partial y}\right) dx\Lambda(+)dy.$$

Применим к этим же активаторам комбинаторное произведение. Получим

$$i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, i\overset{k}{\times} i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, j\overset{k}{\times} j = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, i\overset{k}{\times} j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, j\overset{k}{\times} i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$i \tilde{*} i = \frac{1}{2}(i\overset{k}{\times}i - i\overset{k}{\times}i) = 0,\ j \tilde{*} j = \frac{1}{2}(j\overset{k}{\times}j - j\overset{k}{\times}j) = 0,$$

$$i \tilde{*} j = \frac{1}{2}(i\overset{k}{\times}j + j\overset{k}{\times}i) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, j \tilde{*} i = \frac{1}{2}(j\overset{k}{\times}i + i\overset{k}{\times}j) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$i\Lambda(+)i = Sp(i*i) = 0,\ j\Lambda(+)j = Sp(j*j) = 0, i\Lambda(+)j = Sp(i*j) = 1,\ j\Lambda(+)i = Sp(j*i) = -1.$$

Комбинаторное произведение и алгоритм согласования пассивных и активных величин на основе оператора $Sp(\xi)$ даёт тот же результат, что и матричное произведение с алгоритмом согласования пассивных и активных величин на основе оператора $\det(\xi)$. Мы имеем пару свойств касательного многообразия.

Они дают тот же результат, что и формальный метод, если касательное многообразие «пассивно».

Рассмотрим аддитивную творческую операцию, полагая

$$a_i \tilde{\mp} a_j = \frac{1}{2}\Big(a_i\big((-)\delta_{ij},(+)(1-\delta_{ij})\big)a_j\Big).$$

Тогда

$$a_i \tilde{\mp} a_i = \frac{1}{2}(a_i - a_i) = 0, a_i \tilde{\mp} a_j = \frac{1}{2}(a_i + a_j).$$

В такой модели сложение не будет дистрибутивным.

К механизмам взаимного преобразования электромагнетизма и гравитации

Примем точку зрения, что кватернионы отображают свойства электрических предзарядов, скрывая свойства гравитационных предзарядов. Пусть, аналогично, антикватернионы отображают свойства гравитационных предзарядов, скрывая свойства электрических предзарядов. В аспекте физического моделирования эти свойства можно представить иначе.

Есть базовые объекты электрического типа, в которых электрические предзаряды находятся снаружи изделия, а гравитационные заряды находятся внутри изделия.

Есть базовые объекты гравитационного типа, в которых гравитационные предзаряды находятся снаружи, а электрические предзаряды находятся внутри изделия. Мы назвали ранее такие объекты $q-$ барон и $\mu-$ барон.

Легко видеть, что антикватернион в форме матриц $\{c_i\}$ взаимно преобразует кватернионы и антикватернионы. Но, с физической точки зрения, эти матрицы $(q \leftrightarrow \mu)-$ преобразований задают согласованную совокупность свободных объектов с положительными и отрицательными знаками. Эти ситуации могут быть реализованы при разных комбинациях в расположении предзарядов. Какие комбинации объектов возможны и каким образом они действуют? Ответ на этот вопрос пока скрыт в модели.

Подойдем к анализу ситуации с физической точки зрения. Для этого примем гипотезу, что матрицам $(q \leftrightarrow \mu)-$преобразований можно поставить в соответствие физические изделия, составленные из предзарядов.

Тогда за основу анализа можно взять систему кодонов тонкой материи: изделий, составленных из этих предзарядов. Таких кодонов 64. В их составе есть 4 кодона, содержащие одинаковые предзаряды. Присоединим к кодонам каждый предзаряд либо справа, либо слева. Учтем предыдущее замечание. Тогда число различных «линейных» изделий, изготовленных из предзарядов, задается выражением $N = 60 \cdot 4 + 4 = 244$. Учтем тот факт, что число $(q \leftrightarrow \mu)-$преобразований равно 3. По этой причине число возможных изделий, посредством которых реализуется взаимное преобразование электрических и гравитационных «полей» задается числом $P = 3N = 3 \cdot 244 = 732$. Оно задано с точностью до умножения на минус единицу. Поэтому общее количество изделий (без учета всей системы тонкостей), задается числом

$$R = 2P = 1464 = 2^2 \cdot 3 \cdot 61.$$

С формальной точки зрения есть большое количество «претендентов» на реализацию генераторов, взаимно преобразующих гравитационную энергию в электрическую энергию.

Не исключен вариант, что это возможно только при соединении данных изделий в некоторый «ключ»: применение согласованной совокупности действующих изделий. Может быть, таких «ключей» несколько и они открывают разные «замки» энергетического сейфа.

Естественно предположить, что химические связи, которые можно представить в форме «нитей», составленных из данных линейных объектов, могут быть такими «ключами».

Заметим, что в данной совокупности присутствует система нейтральных линейных объектов. Они составлены из пары положительных и отрицательных электрических предзарядов, а также из пары положительных и отрицательных гравитационных предзарядов.

В линейном изделии они отличаются друг от друга взаимным расположением. В данном случае речь идет о системе перестановок 4 различных объектов. Легко понять, что таких перестановок 24. По этой причине есть 24 нейтральных линейных изделий, изготовленных их 4 предзарядов.

Выразим перестановки матрицами. Для этого обозначим место каждого объекта его положением по диагонали матрицы: первый объект на первом месте, второй объект на втором месте и т.д. Тогда любая перестановка легко «читается». С другой стороны, мы получаем возможность анализа математических свойств в системе матриц.

Полную систему матриц можно задать в форме факторгруппы с нормальной группы, роль которой играет группа Клейна. Придадим соответствующим матрицам буквенные обозначения с индексом порядка, соответствующим расположению значимого элемента в первой строке матрицы.

Получим матрицы:

$$\{a_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{b_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{c_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{d_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{e_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\{f_i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Исследуем их свойства при матричном произведении. Получим соотношения

$$\begin{gathered} AA \to A, BB \to A, CC \to A, DD \to A, EF \to A, FE \to A, \\ BC \to F, CD \to F, DB \to F, CB \to E, DC \to E, BD \to E, \\ EE \to F, FF \to E, \\ BE \to D, CE \to B, DE \to C, EB \to C, EC \to D, ED \to B, \\ BF \to C, CF \to D, DF \to B, FB \to D, FC \to B, FD \to C. \end{gathered}$$

Здесь есть группа $A \to G_0$, предгруппы $B, C, D \to G_1$, предпредгруппы $E, F \to G_2$.

Они свидетельствуют, что система матриц имеет нормальную группу и классы элементов, у которых есть система свойств. Классы матриц E,F структурно и функционально отличаются от классов матриц B,C,D. Представим таблицу произведений рис.1.

E			$\leftrightarrow$			F
$\Downarrow$						$\Uparrow$
B	$\rightarrow$	C	$\rightarrow$	D	$\rightarrow$	B
$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$
B	$\leftarrow$	C	$\leftarrow$	D	$\leftarrow$	B
$\Downarrow$						$\Uparrow$
E			$\leftrightarrow$			F

Рис.1. Система отношений в совокупности классов элементов

Стрелки $\leftrightarrow$ указывают произведения, генерирующие элементы класса A. Стрелки $\rightarrow,\leftarrow$ указывают направление произведений элементов, согласованное с их расположением друг за другом. Стрелки $\Uparrow,\Uparrow$ указывают итог произведения или итог влияния. Так учтены связи вида

$$BB \rightarrow A, CC \rightarrow A, DD \rightarrow A, EF \rightarrow A, FE \rightarrow A,$$
$$BC \rightarrow F, CD \rightarrow F, DB \rightarrow F, CB \rightarrow E, DC \rightarrow E, BD \rightarrow E,$$
$$EE \rightarrow F, FF \rightarrow E,$$
$$BE \rightarrow D, CE \rightarrow B, DE \rightarrow C, EB \rightarrow C, EC \rightarrow D, ED \rightarrow B,$$

Другие произведения представим рис.2.

	E		E		E	
B	$\rightleftarrows$	D	$\rightleftarrows$	C	$\rightleftarrows$	B
	F		F		F	

Рис.2. Произведения в цикле элементов

Так представлены произведения

$$BE \rightarrow D, CE \rightarrow B, DE \rightarrow C,$$
$$BF \rightarrow C, CF \rightarrow D, DF \rightarrow B.$$

Они соответствуют перестановкам элементов B,C,D, расположенных по вершинам треугольника по часовой стрелке или против часовой стрелки в соответствии с рис.3.

		F		
		B		
	$\nearrow$		$\searrow$	
D		$\leftarrow$		C

,

		E		
		B		
	$\swarrow$		$\nwarrow$	
D		$\rightarrow$		C

.

Рис.3. Циклические перестановки, ассоциированные с произведениями

Можно подойти к этой ситуации формально, просто обратив на нее внимание. Но возможен другой подход: найти в этих рисунках «подсказки» о физической сущности и природе объектов, представленных такими матрицами.

Легко видеть, что у множества есть *несколько механизмов действия*, сохраняющих управляемое множество.

Так, действие элементов группы A сводится к тому, что они производят перестановку элементов *внутри смежных классов*, обозначенных $\xi \to B, C, D, \eta \to E, F$, при действии и слева, и справа *сохраняют каждый смежный класс, а также себя*. Эти условия можно отобразить рис. 4.

		A		
	$\nearrow$		$\searrow$	
A		$\leftarrow$		A

,

		A		
	$\nearrow$		$\searrow$	
ξ		$\leftarrow$		ξ

.

Рис.4. Взаимные действия множеств A, B, C, D с множеством A

Такое действие назовем параллельным действием, действием в пределах смежных классов. Сохранение структуры смежных классов реализуется на основе параллельного действия. Такое свойство имеет нормальная подгруппа группы перестановок из 4 элементов.

Элементы E, F действуют взаимно обратно за пределами *группы управления*, образованной элементами A, E, F. Они трансформируют элементы одного смежного класса в элементы другого смежного класса, перемешивают классы. Например,

$$EB \Rightarrow C, FC \Rightarrow B, BE \Rightarrow D, DF \Rightarrow E.$$

Такое действие назовем перпендикулярным действием, перпендикулярным смежным классам. Оно перемешивает классы смежности.

Расположим все классы на плоскости x, y вдоль оси Oy в форме совокупности линейных объектов, направленных по оси Ox. Тогда возможен рис. 5, иллюстрирующий терминологию параллельных и перпендикулярных действий.

						F	*	*	*	*			
						$\uparrow$	*	*	B	*	*	$\downarrow$	
$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$		$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$		$\uparrow$	*	*	D	*	*	$\downarrow$	
*	*	A	*	*		$\uparrow$	*	*	C	*	*	$\downarrow$	
$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$		$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$		$\uparrow$	*	*	B	*	*	$\downarrow$	
						$\uparrow$	*	*	D	*	*	$\downarrow$	
						$\uparrow$	*	*	C	*	*	$\downarrow$	
								*	*	*	*	E	

.

Рис.5. Иллюстрация параллельных и перпендикулярных действий на смежных классах.

Обратно, взаимные произведения элементов в своих смежных классах B, C, D генерируют матрицы класса A. Эти произведения могут быть выполнены в прямом и обратном порядке. Эти действия в своей совокупности аналогичны поступательным и колебательным движениям, представленным перемещением элементов в смежных классах.

Взаимно обратные произведения элементов разных смежных классов B, C, D генерируют элементы смежных классов E, F. Располагая смежные классы B, C, D по вершинам правильного треугольника, мы замечаем два направления «вращения», согласованные с элементами E, F.

Действия друг на друга в тройке классов A, E, F соответствует действиям в группе. Их удобно представить рис.6.

A	$\rightarrow$	E
$\uparrow$		$\downarrow$
F	$\leftarrow$	E

,

A	$\rightarrow$	F
$\uparrow$		$\downarrow$
E	$\leftarrow$	F

.

Рис.6. Действия в тройке классов A, F, E

Поскольку вся совокупность элементов согласована между собой, мы понимаем и принимаем «подсказки», инициированные анализом системы мономиальных матриц группы перестановок из 4 элементов. Во-первых, есть два типа изменений в совокупности элементов этого множества: с сохранением смежных классов при поступательном действии множеств, с изменением смежных классов при перпендикулярном, «вращательном» действии множеств. Во-вторых, следуя принятому ранее принципу соответствия структур и активностей, возможны два типа активностей: с сохранением поступательных движений и с сохранением вращательных движений. В-третьих, возможно в более сложных случаях смешение двух типов действий множеств, а также двух типов движений, дублирующих тип структурных изменений. В-четвертых, выполняется *правило согласованности действий в системе множеств*: «обратное» действие второго множества на первое аналогично действию первого множества на второе.

Дополним произведения стрелками в направлении друг друга. Тогда мы получим ассоциативную связь произведений с физическими изделиями, представленными стрелками. В зависимости от расположения элементов рассмотрим два базовых варианта. Представим их рис.7.

		α_1		
	$\nearrow$		$\searrow$	
α_4				α_2
	$\nwarrow$		$\swarrow$	
		α_3		

,

$\leftarrow$	$\leftarrow$	$\leftarrow$	$\leftarrow$
α_1	α_2	α_3	α_4
$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$

,

		α_1		
	$\swarrow$		$\nwarrow$	
α_4				α_2
	$\searrow$		$\nearrow$	
		α_3		

.

Рис.7. Ассоциативная связь произведений элементов и структурных объектов

Ранее мною был предложен принцип соответствия структур и активностей. Согласно ему, за «картиной» активности «спрятана» «картина» структуры изделия. В данном случае «картина» произведений, генерирующих нормальную подгруппу, ассоциирована с парой линейных изделий, образованных «стрелками». Сложно на этой основе принять точку зрения, что матрицы своими произведениями «подсказывают» возможность существования двух базовых физических изделий: открытых «струн» и замкнутых «струн». Однако данная гипотеза имеет право на существование даже независимо от структуры и произведения элементов некоторых множеств. В рассматриваемом случае принятие гипотезы «струн» ассоциировано с произведениями элементов в группе перестановок. Мы приняли, таким образом, новую рабочую гипотезу: анализ структуры групп и классов объектов может «подсказать» структуру физических изделий, которые мы анализируем чисто математически.

С другой стороны, классы E,F указывают еще на одну тонкость: есть цикличность в произведениях элементов, согласованная с ориентацией циклов. Произведения генерируют вращения, направленные в одну или другую сторону. Для физиков произведение «родственно» взаимодействию, а перестановка элементов в цикле есть некоторое «вращение». Следовательно, приняв соответствие активностей и структур, мы вправе принять гипотезу, что группа перестановок «подсказывает» механизм превращения поступательного движения во вращательное движение. Этот механизм физикам известен давно из теории и практики работы со светом. В данном случае группа перестановок дает математическое обоснование этой возможности. Рассмотреть ее сложно, если не обращать внимания на тонкости структуры произведения элементов группы. Поскольку групп много и они разные, желательно согласовать тонкости их структуры с тонкостями структуры и активности физических изделий.

Дополнительно к указанным закономерностям и согласованно с ними множество классов матриц подчинено закону

$$\xi \cdot \Pi(\alpha,\beta), \Pi(\alpha,\beta)\cdot \xi \Rightarrow \xi,$$
$$\Pi(\alpha,\beta) = (\alpha\beta\beta\alpha)(\beta\alpha\alpha\beta).$$

Здесь $\xi,\alpha,\beta -$ любые матрицы из рассматриваемой совокупности. Структурно зеркальные элементы имеют функцию базовой единицы множества классов. Стрелкой обозначен тот факт, что итогом указанного преобразования будет «внешний» автоморфизм класса, в котором находится элемент ξ. Базовая единица некоммутативного класса элементов в форме совокупности, обозначенной буквой A, дополнена множеством других единиц. Фактически каждая пара матриц порождает элемент базовой единицы. Другими словами, если бы базовой единицы не было, она могла бы генерироваться на основе указанного закона. Более просто базовая единица генерируется парой классов E,F в форме квадратичных произведений:

$$\xi(EF), \xi(FE), (EF)\xi, (FE)\xi \to \xi.$$

При выборе пары из разных классов B,C,D справедлив закон

$$\xi(\alpha\beta\beta\alpha), (\alpha\beta\beta\alpha)\xi \to \xi.$$

При выборе пары из одного такого класса справедлив квадратичный закон

$$\xi(\alpha\alpha), (\alpha\alpha)\xi \to \xi.$$

Следовательно, есть несколько алгоритмов формирования группы Клейна из набора других матриц степени 4.

«Искусство» матриц Клейна сохранять структуру классов элементов можно рассматривать как скрытый до сих пор *закон конструктивного управления* в физическом мире: конструктивно управляет тот класс множеств, который способен сохранять другие классы множеств (коллективы). При этом управляющий класс устроен так, что каждый не единичный элемент при произведении на себя (по своим внутренним свойствам) превращается в единичный элемент, владеющий «тривиальным управлением», управлением высшего уровня. Вершина управления в этом случае достигается за «один шаг». Мы имеем элементы второго уровня конструктивного управления.

Далее, каждый «коллектив» матриц, обладающих симметрией, порождает элементы базового управления *при взаимодействии с собой* (это свойство скрыто до произведения, до влияния на себя). Другими словами, каждый элемент классов B,C,D «способен» стать управляющим, имеет скрытые в себе свойства управления. Таковы элементы третьего уровня конструктивного управления.

Пара элементов, взятых из разных классов B,C,D, генерирует элемент, соответствующий четвертому уровню конструктивного управления. Он попадает в «команду управленцев» только после тройного произведения:

$$eee \to A,\ fff \to A.$$

Наличие иерархии тривиального управления, обнаруженное в группе перестановок, инициирует решение общей проблемы управления в системе элементов, заданных математическими средствами. Более сложной системе элементов со «своей» системой операций соответствует более сложная система управлений, ассоциированная с ней. Важно выяснить механизмы и функции управления, а также алгоритмы коррекции управления на основе изменения элементов и системы операций, которым они подчинены.

Обратим внимание на возможность анализа заданной системы элементов со «своей» системой операций, применяя к ней новую систему операций. В этом случае, естественно, генерируются новые элементы и новые законы. Если мы вводим новую операцию в стандартное множество, мы вправе говорить об анализе скрытых свойств такой системы. Можно ввести другую терминологию: *исследование «ауры» изделия*. Эти тонкие, новые свойства («аура») могут быть полезны при анализе новых условий взаимодействия объектов.

Представим результаты анализа иерархии тривиального управления рис. 8.

Классы	k	p	σ
E	0	1	1
$A \to \xi$	1	1	2
$B,C,D \to \xi\xi$	2	1	3
$E,F \to \xi\xi\xi$	3	1	4

.

Рис.8. Иерархия тривиального управления

Здесь $k-$ степень полинома, преобразующего элемент класса в элемент управляющего класса, $p-$ число перестановок элемента при действии на элемент класса, $\sigma = k + p -$ уровень тривиального управления. Система элементов разбита на классы с разным уровнем тривиального управления. Таких уровней 4. Для более сложных множеств иерархии управления может быть другой.

Полная совокупность их свойств может быть получена на основе анализа следствий полной системы операций на множестве математических изделий, сопоставленных физическим изделиям. Понятно, что дополнительная информация содержится в алгоритмах сопоставления физических и математических изделий, физических и математических величин. Это замечание справедливо также для любых операторов, применяемых в расчетной модели, в частности, для операторов дифференцирования и интегрирования.

Ситуация становится принципиально более сложной, если принять в расчет возможности изменения операций. В настоящее время известно 8 классических операций для матриц. Их свойства изучены недостаточно. Здесь многое неясно. Полный анализ впереди. Но уже на данном этапе исследования понятно, что физические структуры и активности исследованы нами чрезмерно недостаточно.

Представим согласование произведения элементов классов и физических изделий, ассоциированных с ними, рис. 9.

			D	D			
			$\downarrow$	$\uparrow$			
			$\downarrow$	$\uparrow$			
C	$\rightarrow$	$\rightarrow$	A	A	$\leftarrow$	$\leftarrow$	B
C	$\leftarrow$	$\leftarrow$	A	A	$\rightarrow$	$\rightarrow$	B
		F	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	E		
	F	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	E	
F	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	E

.

Рис. 9. Схема согласования произведений элементов и ассоциированных изделий

Из проведенного анализа можно сделать вывод, что не только структура матриц, но и структура произведения матриц играют роль «подсказчиков» структуры физических объектов, ассоциированных с ними. Боле сложная структура произведения матриц, в рамках такого подхода, свидетельствует о сложной структуре физических изделий.

Учтем тот факт, что кватернионы и антикватернионы содержат единичную матрицу. Расположим её в центре. Заметим, что матрицы c_i по структуре близки к единичным матрицам, управляя взаимным превращением кватернионов и антикватернионов.

Учтем фундаментальность гравитации, а также ее «скрытность», располагая элементы антикватернионов e_i, f_i ближе к центру. Расположим элементы кватернионов a_i, b_i на периферии рисунка.

Представим совокупность матриц, применяемых в физической теории, рис.10.

						a_2						
						e_2						
a_3		e_3								e_1		a_1
						c_1						
						E						
				c_3				c_2				
b_3		f_3								f_1		b_1
						f_2						
						b_2						

Рис.10. Иерархическая структура фундаментальной группы

Единичная матрица «окружена» треугольником. Затем расположен шестиугольник из элементов антикватерниона. Периферию задаёт шестиугольник из элементов кватерниона. Рисунок аналогичен звезде Давида. Она дополнена внутренним треугольником. Таков «магический рисунок» фундаментальной группы. Он элегантно укладывается в рамки таблицы 13×13.

Обратим внимание на структуру и свойства оператора тривиального управления в форме единичной матрицы. Специфика ситуации в том, что она может быть представлена в форме матричного произведения двух, трех и более матриц:

$$E \to \xi\eta, \mu\theta\rho, \lambda\sigma\kappa\pi...$$

Кроме этого, она может быть применена однократно или многократно слева и справа от любой матрицы, которая есть в расчетной модели. Но тогда, *меняя операцию, мы меняем модель*.

Проиллюстрируем это обстоятельство на примере уравнений Фарадея-Ампера

$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + a_3\beta_3 + a_0\beta_0 + b_1\bar{\beta}_1 + b_2\bar{\beta}_2 + b_3\bar{\beta}_3 + b_0\bar{\beta}_0 = 0.$$

Здесь $\beta_i = \partial_i\psi, \bar{\beta}_i = \partial_i\bar{\psi} -$ частные производные от волновой функции, $a_i, b_i -$ матрицы степени 4, ассоциированные с единицами пары кватернионов.

Их можно представить иначе. Умножим матрицы этого выражения слева и справа на «свои» единичные матрицы. Для удобства записи будем единичным матрицам, расположенным слева, придадим нижние индексы, учитывая номер кватерниона и индекс элемента кватерниона. Единичным матрицам, расположенным справа, аналогично придадим верхние индексы. Получим выражение

$$\begin{aligned}&(E_{11}a_1E^{11})\beta_1 + (E_{12}a_2E^{12})\beta_2 + (E_{13}a_3E^{13})\beta_3 + (E_{10}a_0E^{10})\beta_0 + \\ &+(E_{21}b_1E^{21})\bar{\beta}_1 + (E_{22}b_2E^{22})\bar{\beta}_2 + (E_{23}b_3E^{23})\bar{\beta}_3 + (E_{20}b_0E^{20})\bar{\beta}_0 = 0.\end{aligned}$$

Здесь каждая единичная матрица может иметь разное мультипликативное представление, выбор которого не меняет уравнений при «сохранении» матричного произведения «внутри» элементов E_{ij}, E^{ij} и матричного произведения и базовой матрицей.

Однако оба указанных произведения в общем случае могут быть другими. Например, «внутри» элементов E_{ij}, E^{ij} может быть применено комбинаторное произведение. Тогда единичные матрицы модифицируются по-разному в зависимости от структуры и количества матриц, которыми они представлены на матричном произведении. Кроме этого, возможно изменение их произведений с базовой матрицей уравнений, так как в расчетной модели теперь «взаимодействуют» разные объекты.

Следовательно, из одной расчетной модели можно получить спектр расчетных моделей. Изменение операций, кроме способности генерировать скрытые модели явлений, становится регулятором свойств системы уравнений.

В простейших случаях элементы E_{ij}, E^{ij} могут быть одинаковыми для всех или почти для всех слагаемых расчетной модели. Но и в этом случае новые системы уравнений могут быть качественно другими.

Понятно, что возможны динамические уравнения для элементов E_{ij}, E^{ij}. В частности, они могут быть представлены алгебраическим выражением с весовыми множителями, согласованными между собой. Тогда решения новых уравнений будут зависеть от структуры и формы такого согласования. Выбор представлений вида

$$E_{ij} \to \xi_i\eta_j, \mu_i\theta\rho_j, \lambda_i\sigma_j\kappa^p\pi_p....E^{ij} \to \xi^i\eta^j, \mu\theta^i\rho^j, \lambda^s\sigma_s\kappa^i\pi^j...$$

подтверждает сложность и конструктивность такого алгоритма расширения физических моделей. Заметим также, что уравнения Фарадея-Ампера инвариантны относительно произведения слева на мономиальную матрицу. Она тоже может быть представлена в форме произведения двух и более матриц. По этой причине есть дополнительная возможность расширения физических моделей. Запишем это условие в функциональной форме:

$$Q\left[(E_{11}a_1E^{11})\beta_1+(E_{12}a_2E^{12})\beta_2+(E_{13}a_3E^{13})\beta_3+(E_{10}a_0E^{10})\beta_0\right]+$$
$$+Q\left[(E_{21}b_1E^{21})\overline{\beta}_1+(E_{22}b_2E^{22})\overline{\beta}_2+(E_{23}b_3E^{23})\overline{\beta}_3+(E_{20}b_0E^{20})\overline{\beta}_0\right]=0.$$

Таков в общем виде *алгоритм трансфинитного расширения* расчетных моделей.

Физические модели на модифицированной группе подстановок 4 элементов

Мы рассматривали ранее расчетные физические модели заданные на фундаментальной физической группе. Она образована расширением группы Клейна на основе знаковой группы. Группа Клейна, как известно, есть нормальная группа группы подстановок. По этой причине естественно проанализировать физические модели на основе группы подстановок из 4 элементов, модифицированной знаковой группой.

Такая возможность может быть реализована на основе известного факта, что матричные уравнения не меняют своего вида при умножении их слева на мономиальную матрицу. Поэтому мы можем выполнить модификацию любой физической модели, переходя от её записи на основе модифицированной группы Клейна к записи на смежном классе группы подстановок.

Заметим, что при произведении слева элементы группы Клейна трансформируются в элементы смежного класса двумя способами: реализуется циклическая замена одних матриц другими либо влево от начальной матрицы, либо вправо от неё. Так, получим, например

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Мы знаем, что структура этих матриц зависит от 8 матриц фундаментальной группы, матрицы секторов с поперечным управлением зависят от 12 матриц фундаментальной группы. По этой причине появляется новая возможность расширения физических моделей. Мы вправе рассматривать каждый элемент матрицы как сумму базовых элементов фундаментальной группы. В свою очередь, рассматривая элементы фундаментальной группы как элементы алгебры с некоторым базисом, мы представим их в форме двойных, тройных, четверных произведений элементов базиса. Поэтому появляется возможность, выполнив такую повторную модификацию уравнений физической модели, применить к произведению другие операции. Новые операции модифицируют взаимные произведения матриц в новую форму, будет выполнено операционное расширение моделей. Одна модель превращается в систему моделей. До данного подхода эти системы уравнений были скрыты, равно как и их решения.

Обратим внимание на тонкости подхода по расширению физических моделей с фундаментальной группы на группу подстановок. Нужно проанализировать стандартные элементы математической теории с конструктивной точки зрения: сколько и каких элементов требуется для группы и как этим пользоваться при моделировании реальных физических объектов?

Примем графическое представление результатов произведения элементов множества. Пусть стрелка от элемента есть обозначение произведения этого элемента на последующий. Пусть следующая стрелка указывает полученный результат. Тогда группу образует тройка единичных матриц, соответствующая рис. 11.

		E		
	$\nearrow$		$\searrow$	
E		$\leftarrow$		E

.

Рис.11. Графическое представление группы единичных матриц

В группе Клейна есть еще три подгруппы. Они образованы парой, состоящей из единичной матрицы и одной из матриц группы Клейна. Эти подгруппы имеют единое графическое представление, соответствующее рис.12.

E		$\rightarrow$		E
	$\nwarrow$		$\swarrow$	
		E		
	$\nearrow$		$\searrow$	
a		$\leftarrow$		a

.

Рис.12. Графическое представление подгрупп Клейна

Легко видеть, что группа Клейна совместно с указанными смежными классами генерирует ещё 4 группы:

$$(A,B),(A,C),(A,D),(A,E,F).$$

Понятно, что на этой основе можно выполнять 8-мерное и 12-мерное расширение физических моделей, дополняя координаты пространства и времени новыми «внутренними» координатами. Если их нет, мы имеем дело с частичной моделью физического явления.

У нормальной группы и трех смежных классов обратные элементы совпадают с элементами своего класса. Два смежных класса взаимно обратны. Это замечание представим рис.13.

A		B		C		D		E		F
A		B		C		D		F		E

.

Рис.13. Соотношение прямых и обратных элементов

Проанализируем с «конструкторской» точки зрения структуру и возможности факторгруппы: с какими структурными изделиями и какими связями между ними мы имеем дело? Делается это для того, чтобы корректно применять смежные классы в расчетных физических моделях. Кроме этого, следуя принципу соответствия физики и математики, этот анализ может оказаться полезным при конструировании новых реальных устройств, изготовленных из системы базовых элементов.

Следуя стандартному подходу, смежный класс получается при произведении некоторого элемента группы перестановок на элемент, не принадлежащий нормальной группе, роль которой играет группа Клейна. Так, например, получим преобразование, которое принято называть операторным гомоморфизмом вида

$$\theta(e_1) = e_1 \cdot A \to e_1, e_2, e_3, e_4.$$

Аналогичная система матриц, с точностью до перестановки элементов, получится при произведении справа. Разбиение группы перестановок на нормальную группу и совокупность смежных классов, как известно, выполняется однозначно. Операторный гомоморфизм можно рассматривать как операцию, которая одному элементу ставит в соответствие систему элементов, формирует класс элементов, называемый смежным классом.

Основное условие, накладываемое на операторный гомоморфизм, состоит в том, что произведению элементов группы ставится в соответствие произведение операторных гомоморфизмов. В математической форме это значит, что есть «операторное равенство»

$$\theta(a \cdot b) \doteq \theta(a) \cdot \theta(b).$$

Так принято отображать «равенство» с точностью до различия элементов в двух системах множеств. Таков типичный гомоморфизм. Если элементы совпадают, с точностью до перестановки, мы имеем дело с операторным изоморфизмом.

Конкретизируем данное условие на примере группы подстановок. Таким способом мы обнаружим, что операторный гомоморфизм имеет три грани при самодействии элементов смежных классов или нормальной подгруппы и имеет две грани при взаимном действии.

Действительно, рассмотрим произведения элементов нормальной подгруппы. Тогда, например, получим

$$a_2 \cdot a_3 = a_4 \to \theta(a_2 \cdot a_3) = \theta(a_2) \cdot \theta(a_3) \to$$

$$\to (a_2, a_1, a_4, a_3) \cdot (a_3, a_4, a_1, a_2) = \begin{pmatrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\ a_3 & a_4 & a_1 & a_2 \\ a_2 & a_1 & a_4 & a_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} \doteq \theta(a_4) = \begin{pmatrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \end{pmatrix}.$$

Операторный гомоморфизм при самодействии «размножает» элементы нормальной подгруппы.

Введем упорядоченный операторный гомоморфизм, приняв дополнительное условие, что их произведении выполняется на паре упорядоченных наборов элементов. Тогда проще находить итог произведения. Пусть

$$\tilde{\theta}(a \cdot b) \doteq \tilde{\theta}(a) \cdot \tilde{\theta}(b).$$

Рассмотрим упорядоченный операторный гомоморфизм для пары элементов, принадлежащих одному смежному классу.

Получим

$$\tilde{\theta}(b_3) = (a_3 \quad a_4 \quad a_1 \quad a_2) \doteq \tilde{\theta}(b_1) \cdot \tilde{\theta}(b_2) = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_2 & a_3 & a_4 & a_1 \\ a_3 & a_4 & a_1 & a_2 \\ a_4 & a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix} =$$

$$= a_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + a_4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В этом варианте операторный гомоморфизм «размножает» элементы нормальной подгруппы на трех смежных классах.

Ситуацию третьего типа мы обнаруживаем при самодействии на паре других смежных классов. Получим, например, соотношения

$$\theta(e_1 \cdot e_2) \doteq \theta(f_2) \to (f_2 \quad f_1 \quad f_4 \quad f_3) = \theta(e_1) \cdot \theta(e_2) =$$

$$= \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \\ f_3 & f_4 & f_1 & f_2 \\ f_4 & f_3 & f_2 & f_1 \\ f_2 & f_1 & f_4 & f_3 \end{pmatrix} = f_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + f_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + f_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + f_4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, операторный гомоморфизм данного типа имеет три грани при произведении элементов, принадлежащих одному смежному классу. Операторное in-произведение (произведение элементов внутри смежного класса) имеет три аспекта (три грани).

Другие свойства есть у операторного гомоморфизма при произведении элементов из разных смежных классов.

Рассмотрим произведение элемента нормальной группы и элемента из любого другого смежного класса. Оно обеспечивает «размножение» элементов смежного класса, на который влияет нормальная подгруппа. Получим

$$a_2 \cdot b_3 = b_2 \to \theta(a_2 \cdot b_3) = \theta(a_2) \cdot \theta(b_3) \doteq \theta(b_2) \to \theta(b_2) = (b_2 \quad b_1 \quad b_4 \quad b_3),$$
$$\theta(a_2) \cdot \theta(b_3) = (a_2 \quad a_1 \quad a_3 \quad a_4)(b_3 \quad b_4 \quad b_1 \quad b_2),$$
$$a_2 \cdot e_1 = e_3 \to \theta(a_2 \cdot e_1) \doteq \theta(a_2) \cdot \theta(e_1) \doteq \theta(e_3) \to \theta(e_3) = (e_3 \quad e_4 \quad e_1 \quad e_2),$$
$$\theta(a_2) \cdot \theta(e_1) = (a_2 \quad a_1 \quad a_3 \quad a_4)(e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad e_4).$$

Таков первый тип действия операторного гомоморфизма на элементах разных классов: нормальная подгруппа «размножает» смежный класс.

Второй тип действия операторного гомоморфизма получается при произведении элементов, принадлежащих разным смежным классам. «Размножается» тот класс, элементы которого получаются при произведении элементов исходных классов. Например,

$$b_1 \cdot c_1 = f_1 \to \{f_i\}^4, c_1 \cdot b_1 = e_1 \to \{e_i\}^4, e_1 \cdot b_1 = d_1 \to \{d_i\}^4 \ldots$$

Третий тип действия операторного гомоморфизма получается при произведении пары смежных классов с взаимно обратными элементами. Тогда, например, получим

$$e_1 \cdot f_2 = a_2 \to \{a_i\}^4 ,\ f_1 \cdot e_3 = a_3 \to \{a_i\}^4 ,...$$

Мы имеем три типа out-произведений (взаимных произведений) для смежных классов.

Следовательно, факторгруппа группы перестановок из 4 элементов имеет 3 типа (уровня) in-действий и 3 (уровня) типа out-действий операторного гомоморфизма.

Аналогично можно проанализировать факторгруппы других подгрупп группы перестановок. Они имеют более низкие уровни действия операторного гомоморфизма. Получим таблицу уровней действия согласно рис.14.

θ	$(A,B),(A,C),(A,D)$	A,E,F	A,B,C,D,E,F
$in-$	1	2	3
$out-$	1	2	3

.

Рис.14. Таблица уровней действия операторного гомоморфизма

Возможно, это случайность. Но в данном случае выполняется *закон*: сумма уровней действия операторного гомоморфизма на подгруппах равна уровню его действия на всей группе. Таблица иллюстрирует возможность классификации других факторгрупп.

Рассмотрим факторгруппу над факторгруппой, объединяя в один класс «родственные» смежные классы базовой факторгруппы. Сохраняем нормальную группу в качестве элемента новой факторгруппы. Дополняем её парой новых смежных классов. Один смежный класс состоит из матриц, для которых обратные матрицы равны исходным матрицам. Другой смежный класс образуем из матриц, обратные матрицы для которых взаимны.

Действия операторного гомоморфизма реализуем по его определению. Получим систему смежных классов и действий операторного гомоморфизма:

$$A, \tilde{B}(B,C,D), \tilde{E}(E,F)$$

$$in: \begin{array}{|c|c|c|}\hline AA & \to & A \\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & A \\ \hline & \nearrow & \\ \hline \tilde{B}\tilde{B} & & \\ \hline & \searrow & \\ \hline & & \tilde{E} \\ \hline\end{array},\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & A \\ \hline & \nearrow & \\ \hline \tilde{E}\tilde{E} & & \\ \hline & \searrow & \\ \hline & & \tilde{B} \\ \hline\end{array},out: \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|}\hline A\tilde{B} & \to & \tilde{B} \\ \hline\end{array} \\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline A\tilde{E} & \to & \tilde{E} \\ \hline\end{array} \end{array},\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \tilde{E} \\ \hline & \nearrow & \\ \hline \tilde{B}\tilde{E} & & \\ \hline & \searrow & \\ \hline & & \tilde{B} \\ \hline\end{array}.$$

Внутренние и внешние действия операторного гомоморфизма на факторгруппе от факторгруппы различны. На основе предыдущего анализа легко показать, что они характеризуются показателем действия

$$\kappa = \frac{n(in)}{n(out)} = \frac{3}{2}.$$

Для стандартных факторгрупп, указанных выше, это отношение задается целым числом, равным единице. Таких единиц три. Следовательно, система показателей действий операторного гомоморфизма на системе факторгрупп задается группой, состоящей из единиц.

Проанализируем связи подгрупп для группы подстановок из 4 элементов. Применим предыдущие обозначения. Получим последовательность подгрупп, которая имеет фундаментальное значение, так как широко применяется в разных разделах математики. Расположим подгруппы в порядке, иллюстрирующем последовательное расширение подгрупп от исходной группы, состоящей из единичных матриц, до группы, содержащей все элементы. Получим в данном случае четыре «ступени» согласования подгрупп:

$$G_4 \to E \boxed{ee = ee}, \{G_3\}^3 \to a_i E, i = 1,2,3, \begin{array}{|c|}\hline a_1a_2 = a_2a_1 = a_3 \\ \hline a_1a_3 = a_3a_1 = a_2 \\ \hline a_2a_3 = a_3a_2 = a_1 \\ \hline a_iE = Ea_i \\ \hline \end{array}, G_2 \to A(a_1, a_2, a_3, E) \begin{array}{|c|}\hline AB = BA \\ \hline AC = CA \\ \hline AD = DA \\ \hline AE = EA \\ \hline AF = FA \\ \hline \end{array},$$

$$\{G_1\}^4 \to \big(A, (A,B), (A,C), (A,D), (A,E,F)\big) \begin{array}{|c|}\hline A(A,B) = (A,B)A \\ \hline A(A,C) = (A,C)A \\ \hline A(A,D) = (A,D)A \\ \hline A(A,E,F) = (A,E,F)A \\ \hline AA = AA \\ \hline \end{array} \to G_0(A,B,C,D,E,F).$$

В форме таблиц представлены произведения элементов, принадлежащих разным подгруппам. Их принято называть факторами подгрупп. Если взаимные произведения совпадают (например, в операторном смысле), говорят, что факторы абелевы.

В соответствии с данной последовательностью подгрупп конструируется последовательность факторгрупп. Она имеет вид

$$\left\{ {G_{i-1}}/{G_i} \right\} : {G_0}/{G_1}, {G_1}/{G_2}, {G_2}/{G_3}, {G_3}/{G_4}.$$

Анализ расчетных физических моделей показал, что они могут быть записаны на нормальных подгруппах и на смежных классах. По этой причине последовательность факторгрупп иллюстрирует фундаментальную систему связей для подгрупп и предлагает возможности фундаментального расширения физических моделей в соответствии со структурой групп.

Фундаментальное расширение физических моделей имеет при таком подходе несколько ростковых точек.

Во-первых, понятно, что *абелевы факторы* (и не только они) есть некоторые данные о свойствах анализируемых физических изделий. Так как их достаточно много и они различны, следует принять факт, что есть «грубые» и «тонкие» свойства изделий. Они могут быть совсем не просты и не очевидны. Чтобы разобраться в проблеме, требуется учесть структуру факторов подгрупп и законы, которым они подчинены.

Во-вторых, понятно, что применяя расчетную модель в рамках одной факторгруппы, мы не в состоянии учесть всю совокупность сторон и свойств анализируемого изделия. Требуется алгоритм расширения моделей на *всю систему факторгрупп.*

В-третьих, фундаментальные расчетные модели (механика, электродинамика, массодинамика…) допускают запись на нормальной подгруппе и на смежных классах. Различие их матричных форм предполагает наличие скрытых сторон и свойств анализируемых физических изделий и явлений, ассоциированных с ними.

Произведение графов на группе перестановок

Представим элементы группы перестановок графами: совокупностью «звездочек» и стрелок, иллюстрирующих отношения в системе объектов.

$$A \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline *4* & & *1* \\ \hline & & \\ \hline *3* & & *2* \\ \hline & a_1 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & a_2 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \nwarrow\!\!\!\searrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & a_3 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \swarrow\!\!\!\nearrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & a_3 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \leftrightarrow & 1 \\ \hline & & \\ \hline 3 & \leftrightarrow & 2 \\ \hline & a_4 & \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B \Rightarrow, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & *1* \\ \hline & \nwarrow\!\!\!\searrow & \\ \hline *3* & & 2 \\ \hline & b_1 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \rightarrow & 1 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline & b_2 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline *4* & & 1 \\ \hline & \swarrow\!\!\!\nearrow & \\ \hline 3 & & *2* \\ \hline & b_3 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \leftarrow & 1 \\ \hline \downarrow & & \uparrow \\ \hline 3 & \rightarrow & 2 \\ \hline & b_4 & \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline *4* & & *1* \\ \hline & & \\ \hline 3 & \leftrightarrow & 2 \\ \hline & c_1 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \nwarrow & \downarrow \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & c_2 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline \downarrow & \nearrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & c_2 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \swarrow & \uparrow \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & c_3 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline \uparrow & \searrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & c_3 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \leftrightarrow & 1 \\ \hline & & \\ \hline *3* & & *2* \\ \hline & c_4 & \\ \hline \end{array},$$

$$D \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & *1* \\ \hline \updownarrow & & \\ \hline 3 & & *2* \\ \hline & d_1 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline *4* & & 1 \\ \hline & & \Updownarrow \\ \hline *3* & & 2 \\ \hline & d_2 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \rightarrow & 1 \\ \hline & \swarrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & d_3 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \nwarrow & \\ \hline 3 & \rightarrow & 2 \\ \hline & d_3 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \leftarrow & 1 \\ \hline & \searrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & d_4 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \nearrow & \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline & d_4 & \\ \hline \end{array},$$

$$E \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & *1* \\ \hline \uparrow & \searrow & \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline & e_1 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \rightarrow & 1 \\ \hline & \nwarrow & \downarrow \\ \hline *3* & & 2 \\ \hline & e_2 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline *4* & & 1 \\ \hline & \swarrow & \uparrow \\ \hline 3 & \rightarrow & 2 \\ \hline & e_2 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \leftarrow & 1 \\ \hline \downarrow & \nearrow & \\ \hline 3 & & *2* \\ \hline & e_2 & \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$F \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & *1* \\ \hline \downarrow & \nwarrow & \\ \hline 3 & \rightarrow & 2 \\ \hline & f_1 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline *4* & & 1 \\ \hline & \nearrow & \downarrow \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline & f_2 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \rightarrow & 1 \\ \hline \uparrow & \swarrow & \\ \hline 3 & & *2* \\ \hline & f_3 & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \leftarrow & 1 \\ \hline & \searrow & \uparrow \\ \hline *3* & & 2 \\ \hline & f_4 & \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

«Звездочки» указывают, что объект расположен на диагонали и имеет отношение только к себе, занимает «собственное» место в системе других объектов. Стрелки указывают, на каком «несобственном» месте находится объект с номером, соответствующим началу стрелки.

Выполним условное суммирование графов, располагая их в одну «стопку» с последующей «компенсацией» стрелок, идущих в разном направлении. Смежные классы будут отличаться суммой оставшихся стрелок. Для группы Клейна компенсации нет, для смежных классов, содержащих циклы стрелок, имеет место полная компенсация. У остальных смежных классов компенсация одинакова: остается пара диагональных стрелок. Следовательно, графы отношений могут применяться для классификации смежных классов, а также для их объединения.

Графы позволяют выполнить произведение матриц группы перестановок, не применяя математические операции. Для этого достаточно рассмотреть последовательность стрелок в первой и второй матрице. Так, получим

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \rightarrow & 1 \\ \hline \uparrow & & \downarrow \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline & b_2 & \\ \hline \end{array} \overset{\leftrightarrow}{\times} \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \rightarrow & 1 \\ \hline \uparrow & \swarrow & \\ \hline 3 & & *2* \\ \hline & f_3 & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline & \nwarrow & \downarrow \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & c_2 & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & & 1 \\ \hline \downarrow & \nearrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & c_2 & \\ \hline \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Исследование в таком направлении кажется полезным для нового моделирования взаимодействия объектов. Мы приняли точку зрения, что объекты аналогичны матрицам и могут быть представлены совокупностью базовых изделий и связей между ними. Тогда их взаимодействие между собой можно рассматривать как согласованное, последовательное изменение «стрелок» (отношений). В итоге генерируется пара новых объектов с одинаковыми «свойствами», соответствующими произведениям матриц.

Обратим внимание на различие программ (кодов) взаимодействия строк и столбцов матричной алгебры, представляющей группу перестановок при изменении операций.

Произведения на комбинаторной операции согласованы с мономиальной структурой матриц, произведения на матричной операции согласованы с идеалами. Так, получим

$\overset{k}{\times}$	1000	0100	0010	0001
1000	1	2	3	4
0100	4	1	2	3
0010	3	4	1	2
0001	2	3	4	1

$$=1\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$\overset{m}{\times}$	1000	0100	0010	0001
1000	1	2	3	4
0100	1	2	3	4
0010	1	2	3	4
0001	1	2	3	4

$$=1\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь числа в таблице указывают места, в которых располагаются результаты произведения указанных в таблице строк и столбцов. Для комбинаторного произведения характерно «вращение» элементов и аналогия с гравитационными предзарядами. Для матричного произведения характерно объединение элементов и аналогия с электрическими предзарядами.

Обобщим полученные результаты. Примем *гипотезу*, что совокупность мономиальных матриц в форме нормальной группы или смежного класса есть представитель типа взаимодействий, которые имеют место в системе, состоящей из 4 объектов. Исследуем свойства таких матриц, рассматривая таблицу как код взаимодействия, алгоритм генерации из пары объектов (одинаковых или разных) пары одинаковых объектов, соответствующих анализируемому коду. Так представлена идея, согласно которой взаимодействующие объекты не производят аналитические расчеты, а трансформируются в соответствии с кодом, который им задан как внутреннее свойство. Заметим, что при всём упрощении подхода, здесь на первый план выдвигаются задачи нового типа. Действительно, анализируемые объекты рассматриваются не только как некоторые пассивные «матрицы», но как активные изделия, способные к анализу информации и внутренней трансформации. Для того, чтобы реализовать на практике взаимодействие, воображаемое нами, объекты обязаны оценить себя и другой объект, равно как и управление в паре. Кроме этого, должны произойти внутренние, согласованные изменения в паре объектов, подчиненные приданному им коду. По сути дела, речь идет о свойствах реального взаимодействия активных объектов со сложной внутренней структурой, запрограммированной на оценку информации и на изменения, детерминированные заданным кодом. Такой вариант формально близок к практике.

Исследуем возможности, представляемые группой перестановок из 4 объектов (без детализации структур и активностей). В качестве источника информации применим разбиение данного множества на нормальную группу $A(a)$ и смежные классы, представленные элементами $B(b), C(c), D(d), E(e), F(f)$.

Получим такие коды:

a	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

,

b	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	3	4	1	2
4	2	1	4	3

,

c	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

,

d	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	4	3	2	1
4	3	4	1	2

,

e	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

,

f	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

.

Они различаются по коммутативности и ассоциативности. Обозначим коммутативность и ассоциативность знаком «плюс», а некоммутативность и неассоциативность обозначим знаком «минус». Если имеет место частичная коммутативность и ассоциативность, обозначим их знаком «плюс, минус». Получим таблицу 1 свойств данной совокупности матриц.

Таблица 1. Свойства системы кодов

Свойства	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*
коммутативность	+	−	±	+	−	−
ассоциативность	+	±	−	±	−	−

.

Рассмотрим произведения кодовых матриц, приняв правило сложения индексов по модулю 4. Получим выражения

	$a=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\\3&4&1&2\\4&3&2&1\end{pmatrix}$	$b=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\\3&4&1&2\\2&1&4&3\end{pmatrix}$	$c=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&4&1&2\\2&1&4&3\\4&3&2&1\end{pmatrix}$
$a=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\\3&4&1&2\\4&3&2&1\end{pmatrix}$	$aa=\begin{pmatrix}1&3&1&3\\3&1&3&1\\1&3&1&3\\3&1&3&1\end{pmatrix}$	$ab=\begin{pmatrix}1&3&1&3\\1&3&1&3\\1&3&1&3\\1&3&1&3\end{pmatrix}$	$ac=\begin{pmatrix}1&3&1&3\\4&4&4&4\\4&4&4&4\\3&1&3&1\end{pmatrix}$

,

	$d=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\\4&3&2&1\\3&4&1&2\end{pmatrix}$	$e=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&4&1&2\\4&3&2&1\\2&1&4&3\end{pmatrix}$	$f=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\\2&1&4&3\\3&4&1&2\end{pmatrix}$
$a=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\\3&4&1&2\\4&3&2&1\end{pmatrix}$	$ad=\begin{pmatrix}1&3&1&3\\3&1&3&1\\2&2&2&2\\2&2&2&2\end{pmatrix}$	$ae=\begin{pmatrix}1&3&1&3\\4&4&4&4\\2&2&2&2\\1&3&1&3\end{pmatrix}$	$af=\begin{pmatrix}1&3&1&3\\1&3&1&3\\4&4&4&4\\2&2&2&2\end{pmatrix}$

.

Возведем полученные выражения в квадрат. Получим единое выражение

$$\xi\eta\cdot\xi\eta=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Принимая, с физической точки зрения, единицу за «свободный объект», мы обнаружили свойство «освобождения» от связей при «вторичном» бинарном произведении одинаковых кодов.

Вторичные произведения (произведения «квадратов» и «кубические произведения») разных кодов дают систему результатов. В частности, получим

$$ad\cdot ae=ae\cdot ad=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\2&4&2&4\\3&3&3&3\\2&4&2&4\end{pmatrix},aa\cdot af=af\cdot aa=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\4&2&4&2\\4&2&4&2\end{pmatrix},ad\cdot a=\begin{pmatrix}1&4&3&2\\4&1&2&3\\4&1&2&3\\1&4&3&2\end{pmatrix}.$$

Этот результат косвенно свидетельствует о том, что полезна смена управления (суммирование кодов), если нужно сохранить элементы системы. Результат зависит от элементов, реализующих вторичные произведения. Соединение линейного и квадратичного кода генерирует третичный код с *новым качеством управления*.

Генерация системы абелевых групп

Для конструирования расчетных физических моделей требуется, согласно всей предыдущей практике, иметь *набор базовых матриц*, образующих основание («позвоночник») модели. Обычно такой набор задается группой или смежными классами некоторой группы. По этой причине есть потребность в конструировании системы групп. Более того, было бы желательно, чтобы многообразие групп имело систему различных свойств, на основе которых можно исследовать или предсказывать структуры и активности различных изделий. Покажем, что такая возможность есть. Для этого применим логическое произведение, ассоциированное с группой Клейна:

$*^2$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

.

Звездочка в квадрате указывает на то, что логическая операция трансформирует каждую пару элементов двух исходных матриц, представленных в виде столбцов цифр, задающих положение значимых элементов в соответствующих строках, в пару элементов, ассоциированных с таблицей логического произведения. В итоге получаются два новых столбца цифр, которые могут быть представлены парой одинаковых матриц.

Проиллюстрируем алгоритм на конкретных примерах.

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}3\\1\\2\\4\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}3\\2\\4\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\4\\3\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\2\\3\\3\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}1\\4\\3\\2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\3\\4\\1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Потребность в таком произведении ощущалась давно. Более 30 лет назад выдвинута гипотеза, что электромагнетизм и гравитация едины в структурном смысле слова. Электрические заряды в предлагаемом подходе конструируются из положительных и отрицательных электрических предзарядов. Гравитационные заряды, среди которых есть отрицательная масса, конструируются из положительных и отрицательных гравитационных предзарядов. Предварительный анализ показал возможность представления гравитационных предзарядов мономиальными матрицами, а электрических предзарядов – столбцами или строками матриц. Стремление описывать электромагнетизм и гравитацию единым образом может быть доведено до расчетной модели лишь тогда, когда будет сконструирована математическая модель, в которой «естественно» объединены мономиальные матрицы и матрицы в форме строк и столбцов, а также реализуется их взаимное превращение.

Мы замечаем, что данное логическое произведение, базирующееся на структуре группы Клейна, имеет искомые свойства.

Они интересны с физической точки зрения:

а) произведение способно разрушить отношения между элементами в паре исходных объектов, превращая их в пару «свободных» объектов,

б) пара объектов, которые мы ассоциируем с гравитационными предзарядами, способна превратиться в пару объектов, которые мы ассоциируем с электрическими предзарядами,

в) электрический предзаряд «способен» при взаимодействии со свободным объектом превратиться в свободный объект,

г) электрический предзаряд совместно с гравитационным предзарядом «способен» генерировать пару гравитационных предзарядов.

Это произведение имеет уникальную систему общих свойств. Из таблицы следует вывод о коммутативности логического произведения

$$a *^2 b = b *^2 a.$$

Выполняется закон «зеркала»:

$$a *^2 \left(a *^2 b\right) = a *^2 \left(b *^2 a\right) = \left(b *^2 a\right) *^2 a.$$

Докажем ассоциативность логического произведения. Это удобно сделать, представив таблицу ассоциативности системой «кодонов»: совокупностью троек чисел в системе из четырех чисел. Для удобства анализа сопоставим числам буквы:

$*^2$	a 1	b 2	c 3	d 4
a 1	1	2	3	4
b 2	2	1	4	3
c 3	3	4	1	2
d 4	4	3	2	1

.

Получим, что для всех троек чисел логическая операция ассоциативна:

$$\alpha(\beta\gamma) = (\alpha\beta)\gamma.$$

Этот вывод следует из прямого анализа всех комбинаций троек. Так, например,

$$a(aa) = (aa)a, a(ba) = (ab)a, b(da) = (bd)a ... a(ca) = (ac)a,$$

$$...,$$

$$d(ab) = (da)b, d(db) = (dd)b, d(cb) = (dc)b ... d(cd) = (dc)d.$$

Для доказательства выполнимости групповых условий требуется наличие единицы и обратных матриц.

Согласно таблице логических произведений функцию единицы (при произведении как слева, так и справа) в рассматриваемом множестве выполняет матрица

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}.$$

Каждая рассматриваемая матрица обратна себе

$$g=g^{-1}.$$

Следовательно, логическая операция «наделяет» многообразие матриц, в каждой строке которых есть один ненулевой элемент, групповыми свойствами. Мы получили математический инструмент для единого рассмотрения системы гравитационных и электрических предзарядов. Это многообразие допускает их разнообразные взаимные превращения.

В частности, многообразие генерирует изделия, «промежуточные» между электрическими и гравитационными предзарядами. Так, например,

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1\\4\\3\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}4\\3\\2\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix}*^2\begin{pmatrix}2\\3\\1\\4\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\4\\4\\1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Многообразие содержит типовые гравитационные предзаряды в форме «циклов»:

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&\to&1\\\hline \uparrow& &\downarrow\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline &\searrow&\uparrow\\\hline & &2\\\hline\end{array}\ \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline \uparrow&\swarrow& \\\hline 3& & \\\hline\end{array},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline \uparrow&\searrow& \\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array}.$$

Многообразие содержит типовые электрические предзаряды в форме идеалов:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&\to&1\\\hline &\nearrow&\uparrow\\\hline 3& &2\\\hline\end{array},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4& &1\\\hline &\searrow&\downarrow\\\hline 3&\to&2\\\hline\end{array},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 1 \\ \hline \downarrow & \swarrow & \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline \end{array}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & \leftarrow & 1 \\ \hline \uparrow & \nwarrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Для удобства анализа произведения матриц запишем таблицу 2 значений пар чисел, которые генерируют одинаковые числа.

Таблица 2. Алгоритм генерирования чисел

1	1,1	2,2	3,3	4,4
2	1,2	2,1	3,4	4,3
3	1.3	3,1	2,4	4,2
4	1,4	4,1	2,3	3,2

.

Легко показать, что матрицы смежных классов E, F в группе перестановок из 4 элементов имеют пару принципиально различных свойств. Их произведения внутри класса смежности («параллельные произведения») генерируют идеалы. Так, получим

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Взаимные произведения элементов этих смежных классов («перпендикулярные произведения») генерируют элементы нормальной подгруппы A. Получим

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Аналогичный результат следует при «поперечном произведении» на основе матричной операции. Другими словами, смежные классы E, F инвариантны относительно логической и матричной операций с точки зрения генерации элементов нормальной подгруппы.

«Параллельные произведения» в нормальной подгруппе A по своим свойствам аналогичны смежным классам E, F. Ранее мы сравнивали их по другим критериям, но также обнаружили их сходство в многообразии как классов управления.

Проанализируем свойства групп, которые получаются при произведении любой пары из семейства матриц, соответствующих группе подстановок из 4 элементов. Рассмотрим, например, тройку элементов:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} *^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В группу на логической операции объединены матрицы

$$i(1)=E^*=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},e_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},e_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},i(2)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

В этой модели объединена пара электрических предзарядов с парой гравитационных предзарядов, которые относятся к классу «циклов».

Группу можно представить как фактор группу с нормальной подгруппой $i(1),e_1$, группа не является простой группой.

Общее количество абелевых групп с логической операцией, ассоциированной с группой перестановок из 4 элементов, задается условием

$$C_{16}^2=\frac{24\cdot 23}{2}=276.$$

Легко проверить, что пары элементов из группы подстановок генерируют группы с разными наборами элементов: все третьи элементы различны. Следовательно, группа подстановок дополняется 276 элементами. Их общее количество равно 300.

Введем условие эквивалентности элементов, полагая, что к одному кассу относятся элементы, получаемые «зеркальным отражением» относительно вертикальной оси, проходящей через центр матрицы (четная перестановка). Например, эквивалентны пары

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Тогда количество классов элементов, генерируемых парами их элементов на основе логической операции, будет равно

$$\sigma=\frac{276}{2}=138.$$

Обратное ему число есть аналог постоянной тонкой структуры, полученной в экспериментах с электромагнетизмом

$$\alpha=\frac{1}{\sigma}=\frac{1}{138}.$$

Так или иначе, это совпадение интересно. Оно может иметь фундаментальное значение, если будет эмпирически подтвержден тот факт, что единая модель электромагнетизма и гравитации базируется на совокупности абелевых групп, конструируемых из группы перестановок 4 элементов с применением логической операции. Тогда логическая операция принимает на себя статус программы моделирования изделий из праматерии.

Поскольку логическая операция самостоятельна и может быть применена для любых объектов, её статус может быть расширен. Но для этого требуются значительные теоретические и экспериментальные исследования.

Спектр логических операций и их свойства

На основе структуры фактор группы по группе Клейна для группы перестановок из 4 элементов конструируются 6 типов логических операций. Запишем их единым образом:

A	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

,

E	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

,

F	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

,

B	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	3	4	1	2
4	2	1	4	3

,

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

,

D	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	4	3	2	1
4	3	4	1	2

.

Логические операции распределены так, что более простые частные законы соответствуют матрицам, расположенным выше.

Частные законы для логической операции типа A имеют вид

$$ab = ba, \left(ab\right)^2 = (ba)^2, ab \cdot ba = \left(ab\right)^2 \cdot (ba)^2.$$

Частный закон для элементов типов B, C, D таков

$$\left(\left(ab\right) \cdot (ba)^2\right)^2 = \left((ba) \cdot \left(ab\right)^2\right)^2.$$

Для элементов классов E, F справедлив закон

$$\boxed{ab \cdot ba = \left(ab\right)^3 \cdot \left(ba\right)^3}.$$

Анализ показал, что **этот закон** выполняется на всей совокупности логических операций: *единый закон* генерирует *скрытая группа управления* в группе перестановок из 4 элементов.

Заметим, что полиномиальные законы на матричной операции аналогичны законам на системе логических операций. Логические операции генерируют более простые законы. Возможно, так происходит потому, что они «проще» матричной операции.

Уровни ассоциативности логических операций

Применение алгебр в физике обычно основано на некоторой замкнутой системе свойств. Одним из таких свойств является ассоциативность элементов в форме условия

$$\alpha = a(bc) = (ab)c = \beta.$$

В неассоциативных алгебрах этот закон не выполняется. Естественно найти аналоги ассоциативности для таких алгебр. Алгебра логических операций, как будет показано, может быть неассоциативной. Проанализируем свойства одной из таких алгебр.

Рассмотрим таблицу произведений в форме логической алгебры, ассоциированной со смежным классом C группы перестановок из четырех элементов. Она имеет вид

$$1\cdot c_1 + 2\cdot c_2 + 3\cdot c_3 + 4\cdot c_4 = \left(\begin{array}{c|cccc} C & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right).$$

Ей соответствуют два блока матриц

$$A: \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0 \end{pmatrix},$$

$$C_A: \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0 \end{pmatrix}.$$

Вместе они задают фактор группу группы перестановок из 4 элементов. Подгруппа A нормальна. Её спецификой является независимость от 4 типов матричных операций, генерируемых комбинаторикой произведения строк и столбцов.

Рассмотрим транспонированную матрицу в качестве таблицы логических операций.

$$\left(\begin{array}{c|cccc} C & a\to 1 & b\to 2 & c\to 3 & d\to 4 \\ \hline a\to 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ b\to 2 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ c\to 3 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ d\to 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right).$$

Логическая операция неассоциативна:

$$b(db) \ne (bd)b \Rightarrow 2(42) \ne (24)2 \Rightarrow 4 \ne 1,\;\; c(cb) \ne (cc)b \Rightarrow 3(32) \ne (33)2 \Rightarrow 3 \ne 2, \ldots$$

Анализ показал, что в данном случае есть *неассоциативность второго уровня* (квадратичная неассоциативность), реализованная на произведении элементов ассоциативного множества.

Закон неассоциативности имеет вид

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha,$$
$$\big(a(bc)\big)\cdot\big((ab)c\big) = \big((ab)c\big)\cdot\big(a(bc)\big).$$

Он обобщает обычно применяемый закон ассоциативности. Следовательно, можно предположить, что логические операции генерируют полиномиальные законы неассоциативности. Понятно, что в этих случаях исследование структуры изделий и их свойств затруднено.

Заметим, что неассциативность мы ассоциируем с проявлением Сознаний и Чувств. По этой причине появляются дополнительные аргументы в пользу гипотезы, что структуры и свойства Сознаний и Чувств могут быть существенно более сложными, чем свойства физических тел.

Заметим, что в системе с логическими операциями ассоциативных элементов значительно больше, чем неассоциативных. Это обстоятельство косвенно свидетельствует о существенном единстве законов для физических тел и тел Сознаний и Чувств.

Рассмотрим абелевы (коммутативные) произведения элементов в смежных классах группы подстановок из 4 элементов, а также те, которые генерируют единицы. Нормальная группа A имеет систему таких свойств. Запишем их в числовом виде на основе таблицы логических произведений, а также представим их графически. Получим соответствия

$$\begin{Bmatrix} 1^2 = 1 \\ 2^2 = 1 \\ 3^2 = 1 \\ 4^2 = 1 \end{Bmatrix} \to \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1\cdot 1 & & 2\cdot 2 \\ \hline & & \\ \hline 3\cdot 3 & & 4\cdot 4 \\ \hline \end{array}, \begin{Bmatrix} 2\cdot 4 = 3, 4\cdot 2 = 3 \\ 2\cdot 3 = 4, 3\cdot 2 = 4 \\ 3\cdot 4 = 2, 4\cdot 3 = 2 \end{Bmatrix} \to \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & 2 & \\ \hline & \swarrow\!\!\!\!\nearrow & & \nwarrow\!\!\!\!\searrow \\ \hline 4 & & \leftrightarrow & 3 \\ \hline \end{array}, 1\cdot p = p\cdot 1, \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & \leftrightarrow & 1 \\ \hline & \swarrow\!\!\!\!\nearrow & \updownarrow \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Из приведенных графических представлений следует аналогия с фундаментальной физической идеей о наличии системы свободных объектов, а также гравитационных (в форме циклов) предзарядов и электрических предзарядов (в форме «ежиков»). Следовательно, есть смысл в конструктивном графическом представлении результатов произведения матриц (или других математических объектов). Они могут «подсказывать» структуру фундаментальных физических изделий.

Для смежных классов B, C, D аналогичные графические представления имеют вид

$$B \to \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 1\cdot 1 \\ \hline & \nwarrow\!\!\!\!\searrow & \\ \hline 3\cdot 3 & & 2 \\ \hline \end{array}, C \to \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4\cdot 4 & & 1\cdot 1 \\ \hline & & \\ \hline 3 & \leftrightarrow & 2 \\ \hline \end{array}, B \to \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 1\cdot 1 \\ \hline \updownarrow & & \\ \hline 3 & & 2\cdot 2 \\ \hline \end{array}.$$

Они соответствуют законам ассоциативности второго уровня.

Качественно иные графические представления следуют из анализа произведения элементов смежных классов E, F. Они таковы

$$E \to \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 1\cdot 1 \\ \hline \uparrow & \searrow & \\ \hline 3 & \leftarrow & 2 \\ \hline \end{array}, F \to \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 1\cdot 1 \\ \hline \downarrow & \nwarrow & \\ \hline 3 & \to & 2 \\ \hline \end{array}.$$

Из них следуют законы неассоциативности третьего уровня.

Спектр матричных операций, генерируемых логической операцией

Рассмотрим произведения матриц смежного класса C в соответствии с указанной таблицей на основе совокупности произведений строк на столбцы и столбцов на строки, рассматривая их как в прямом, так и в обратном порядке.

Если порядок обратный, строку l или столбец C будем обозначать звездочкой внизу:

$$l_*, C_*.$$

Получим такую структуру и распределение матричных операций:

$$1\cdot 1\to\begin{pmatrix} ll \\ lC_* \\ lC_* \\ ll \end{pmatrix}, 1\cdot 2\to\begin{pmatrix} ll \\ CC \\ CC \\ ll \end{pmatrix}, 1\cdot 3\to\begin{pmatrix} ll \\ CC \\ CC \\ ll \end{pmatrix}, 1\cdot 4\to\begin{pmatrix} ll \\ lC_* \\ lC_* \\ ll \end{pmatrix}, 2\cdot 1\to\begin{pmatrix} CC \\ ll \\ ll \\ CC \end{pmatrix}, 2\cdot 2\to\begin{pmatrix} lC \\ ll \\ ll \\ lC \end{pmatrix}, 2\cdot 3\to\begin{pmatrix} lC \\ ll \\ ll \\ lC \end{pmatrix}, 2\cdot 4\to\begin{pmatrix} CC \\ ll \\ ll \\ CC \end{pmatrix},$$

$$3\cdot 1\to\begin{pmatrix} CC \\ ll \\ ll \\ CC \end{pmatrix}, 3\cdot 2\to\begin{pmatrix} lC \\ ll \\ ll \\ lC \end{pmatrix}, 3\cdot 3\to\begin{pmatrix} lC \\ ll \\ ll \\ lC \end{pmatrix}, 3\cdot 4\to\begin{pmatrix} CC \\ ll \\ ll \\ CC \end{pmatrix}, 4\cdot 1\to\begin{pmatrix} ll \\ lC_* \\ lC_* \\ ll \end{pmatrix}, 4\cdot 2\to\begin{pmatrix} ll \\ CC \\ CC \\ ll \end{pmatrix}, 4\cdot 3\to\begin{pmatrix} ll \\ CC \\ CC \\ ll \end{pmatrix}, 4\cdot 4\to\begin{pmatrix} ll \\ lC_* \\ lC_* \\ ll \end{pmatrix}.$$

Поясним её происхождение на конкретном примере, когда $1*1=1$. Получим модели вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} ll \\ lC_* \\ lC_* \\ ll \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} lC \\ Cl \\ lC \\ Cl \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} CC \\ ll_* \\ ll_* \\ CC \end{pmatrix}, \ldots$$

В данном случае для построения спектра логических операций достаточно 4 блоков матричных произведений нового типа.

Понятно, что есть алфавит матричных операций. Его удобно представить в форме системы, которая содержит 16 элементов

$$\begin{pmatrix} ll & l_*l & ll_* & l_*l_* \\ lC & l_*C & lC_* & l_*C_* \\ C_*l & C_*l & C_*l_* & C_*l_* \\ CC & C_*C & CC_* & C_*C_* \end{pmatrix}.$$

В варианте, рассматриваемом нами, из алфавита операций сконструированы 4 операторные изделия. Они применены к конкретной системе матриц согласованно с логической операцией. Логическая операция выступила в роли средства генерации операторных изделий.

Понятно, что при выборе других операторных изделий мы получим другие матрицы и другие логические операции. Этот подход есть обратная генерация: получение логических операций на основе системы матриц и системы операторных изделий.

Операторных изделий много. В частности, простые операторные изделия содержат пары одинаковых элементов.

В этом случае их количество определяется формулой

$$C_{16}^{2} = \frac{16 \cdot 15}{1 \cdot 2} = 120.$$

Обратим внимание на свойства «взаимодействия» матриц с операторными изделиями. Для этого применим к матрицам группы Клейна полученные операторные изделия:

$$i = 1 \to \begin{pmatrix} ll \\ lC_{*} \\ lC_{*} \\ ll \end{pmatrix}, i = 2 \to \begin{pmatrix} ll \\ CC \\ CC \\ ll \end{pmatrix}, i = 3 \to \begin{pmatrix} lC \\ ll \\ ll \\ lC \end{pmatrix}, i = 4 \to \begin{pmatrix} CC \\ ll \\ ll \\ CC \end{pmatrix}.$$

Получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{i=2,3,4}{*} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underset{i=2,3,4}{*} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underset{i=2,3,4}{*} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underset{i=2,3,4}{*} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Три различных операторных изделия дают тот же результат, который следует из стандартного матричного произведения. Результат не зависит от порядка сомножителей.

Это обстоятельство интересно с физической точки зрения. Оно иллюстрирует операционную независимость матриц определенного вида. С практической точки зрения этот факт свидетельствует о том, что физические модели, ассоциированные с матрицами Клейна, отображают *«устойчивость» фундаментальных физических объектов (системы предзарядов) по отношению к разным видам и типам взаимодействий*.

Ситуация выглядит иначе, если к этим матрицам применить первое операционное изделие. Получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{i=1}{*} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underset{i=1}{*} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Мы получили *операционное взаимодействие нового качества*: элементы нормальной группы генерируют элементы смежного класса.

Произведения элементов смежного класса с элементами нормальной подгруппы генерируют как одни, так и другие элементы.

Например, получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\underset{i=1,2,3,4}{*}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\Rightarrow\left\{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Алфавит матричных произведений, равно как и операторные изделия, сконструированные из них, есть инструмент анализа широкого спектра отношений между элементами любого множества, представленного матрицами.

Операторные изделия «способны» на перестановку элементов в одном множестве. Они также могут «перемешивать» элементы разных множеств, которые могут качественно отличаться друг от друга по своим свойствам.

В частности, свойства операторных изделий дублируют свойства двух «центров управления» в группе перестановок из 4 элементов. Нормальная группа A имеет функции перестановки элементов в пределах смежного класса, с которым есть «взаимодействие». Согласованный дубль смежных классов E, F имеет функцию перестановки элементов для разных смежных классов.

Две функции управления дополнительны друг другу. Более того, они образуют, с физической точки зрения, *полную систему управлений*: есть перестановки в пределах одного множества (внутренние изменения) и перестановки из одного множества в другие (внешние изменения).

Алфавит матричных операций «охватывает» отношения между объектами в форме *спектра отношений*. Он имеет несколько граней.

Во-первых, одна и та же матрица может быть получена из разных пар матриц на основе применения системы операторных изделий. С физической точки зрения матрицам соответствуют изделия с определенной структурой и некоторыми свойствами. Из практики следует, что одно и то же изделие (или свойства) могут быть получены из разных «материалов» и по разным технологиям. Аналогично, можно из одной точки попасть в другую по разным путям и с преодолением разных препятствий. Система свойств матричных операций близка к понятной нам эмпирической практике.

Во-вторых, пары матриц (объектов) по-разному реагируют на систему операций: одни могут быть независимы от них, а другие могут существенно зависеть. Мы знаем, что аналогичная реакция имеет место при воздействии информации на социум: на одних людей «эта» информация никак не повлияет, а для других она может приводить к экстремальному изменению и поведению.

В-третьих, наличие совокупности операторных изделий позволяет рассматривать многократные операции. Они могут быть заданы в форме системы (программы, кода), элементы которой соединены последовательно и параллельно. Если теория и практика применяет только однократные операции, будут «скрыты» от наблюдения и практического применения те стороны и свойства, которые дают многократные операции. Ситуация напоминает питание человека на основе воздуха, воды, хлеба. Есть и другие продукты, которыми нужно пользоваться.

Система операторных изделий открывает новые возможности для научного творчества, проектирования и конструирования новых устройств.

Естественно проанализировать возможности, которые дает система матричных операций, для конструирования изделий с ожидаемыми свойствами из изделий, доступных практики, но не обладающих желаемыми качествами. Такой анализ на основе операторной деформации может стать основным инструментом прогнозирования будущей практики. Он может быть полезен для анализа изменений Сознаний и Чувств.

Обратим внимание на *координацию пар*, соответствующих каждому из указанных выше операторных изделий. Она может быть представлена таблицами

$$
\begin{pmatrix} ll \\ lC_* \\ lC_* \\ ll \end{pmatrix} \to
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
i=1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline
1 & * & & & * \\ \hline
2 & & & & \\ \hline
3 & & & & \\ \hline
4 & * & & & * \\ \hline
\end{array},
\begin{pmatrix} ll \\ CC \\ CC \\ ll \end{pmatrix} \to
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
i=1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline
1 & & * & * & \\ \hline
2 & & & & \\ \hline
3 & & & & \\ \hline
4 & & * & * & \\ \hline
\end{array},
$$

$$
\begin{pmatrix} lC \\ ll \\ ll \\ lC \end{pmatrix} \to
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
i=1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline
1 & & & & \\ \hline
2 & * & & & * \\ \hline
3 & * & & & * \\ \hline
4 & & & & \\ \hline
\end{array},
\begin{pmatrix} CC \\ ll \\ ll \\ CC \end{pmatrix} \to
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
i=1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline
1 & & & & \\ \hline
2 & & * & * & \\ \hline
3 & & * & * & \\ \hline
4 & & & & \\ \hline
\end{array}.
$$

Сравним эти таблицы со структурой смежных классов подгруппы C фундаментальной группы физической теории: группой перестановок Клейна, модифицированной знаковой группой. Подгруппа C фундаментальной группы задана диагональными матрицами

$$
c_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},
c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},
c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},
c_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
$$

Структура фундаментальной группы задана матрицами, которые обозначены буквами и индексами

$$
G_f \Rightarrow
\begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
E & e_3 & b_3 & c_1 \\ \hline
e_2 & e_1 & a_1 & f_2 \\ \hline
a_2 & b_1 & f_1 & b_2 \\ \hline
c_2 & f_3 & a_3 & c_3 \\ \hline
\end{array}.
$$

Подгруппа C и её смежные классы имеют следующие морфологические и графические представления:

$$
\begin{array}{|c|} \hline c_0 \\ \hline c_1 \\ \hline c_2 \\ \hline c_3 \\ \hline \end{array} \to
\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline * & & & * \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline * & & & * \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|} \hline a_1 \\ \hline b_1 \\ \hline e_1 \\ \hline f_1 \\ \hline \end{array} \to
\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & * & * & \\ \hline & * & * & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|} \hline a_2 \\ \hline b_2 \\ \hline e_2 \\ \hline f_2 \\ \hline \end{array} \to
\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline * & & & * \\ \hline * & & & * \\ \hline & & & \\ \hline \end{array},
\begin{array}{|c|} \hline a_3 \\ \hline b_3 \\ \hline e_3 \\ \hline f_3 \\ \hline \end{array} \to
\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & * & * & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & * & * & \\ \hline \end{array}.
$$

Указанное соответствие можно считать случайным. Однако возможна и другая точка зрения. Анализ показал, что подгруппа C фундаментальной группы взаимно преобразует кватернионы в антикватернионы. С физической точки зрения ему соответствует взаимное преобразование электромагнетизма и гравитации. Соответствие графов может «свидетельствовать» *о фундаментальной значимости операторных изделий* для теории электромагнетизма и гравитации, а также практики с ними.

Намерения и их следствия

Примем гипотезу: намерения есть согласованная система операторных изделий. Она конструктивна при наличии алфавита операторов, а также правил их объединения и применения на практике.

В границах математической практики описание намерений (интенций) и их следствий в приложении к анализируемому объекту или системе объектов сводится к выполнению математических операций, индуцируемых интенциями.

Проанализируем сначала несколько простых ситуаций.

Мы знаем, что совокупность объектов, подчиненных логической операции в соответствии с указанным выше правилом, есть группа второго уровня. Примем логическую интенцию в форме задачи преобразования данной совокупности элементов (объектов) из группы второго уровня в группу первого уровня.

Реализуем данную интенцию на основе операторного изделия. Заменим проанализированное ранее бинарное произведение пары элементов, подчиненных логической операции в форме таблицы произведений, на обобщенное произведение

$$a * b = (a \cdot b) \cdot (b \cdot a).$$

Получим таблицу 3 для обобщенного логического произведения.

Таблица 3. Обобщенное логическое произведение

$*$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1

.

В данном случае каждый объект обратен себе. Более того, в результате каждого парного «взаимодействия» получается один и тот же объект. Понятно, что данная операция ассоциативна, что трансформировало группу второго уровня в нетривиальную группу первого уровня. Предложенную операцию можно назвать операцией стандартизации. Разные объекты, «подчинившись» функциональной интенции на привычной логической операции, превратились в систему одинаковых объектов. Если провести аналогию с одеждой, то объекты оделись в одинаковую одежду. Если провести аналогию с различием точек зрения, то все объекты приняли в результате «взаимодействия» одну точку зрения.

Процессы такого типа мы наблюдаем в реальной практике. Теперь появляется математический инструмент для описания превращений неоднородного множества в однородное множество. Одна операция на множестве генерирует разные результаты. Они зависят от интенций, которым подчинено данное многообразие.

Мы проанализировали модель трансформации множества при условиях, что исходные элементы множества не менялись, не менялась и логическая операция.

Рассмотрим другую возможность в рамках логической интенции построения математической модели иерархических систем. Примем точку зрения, что номер объекта есть показатель статуса данного объекта в конечной иерархической системе. Если номеров четыре, число уровней иерархии равно четыре.

Изменение логической операции есть изменение статуса объектов в иерархической системе. Возможны разные модели таких изменений. Проанализируем несколько ситуаций, соответствующих обобщенному логическому произведению при условии дискретного единого изменения статуса.

Аддитивно изменим каждый элемент логического произведения на единицу, сохраняя структуру иерархии. Это возможно при аддитивной операции по модулю 4. Рассмотрим цикл трансформаций. Найдем матрицы обобщенных логических произведений, ассоциированных с ним. Получим соответствия вида

C_1	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1
		$\updownarrow$		
$*_1$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1

,

C_2	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	4	1	2	3
3	3	2	1	4
4	1	4	3	2
		$\updownarrow$		
$*_2$	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	3	2	1	4
3	4	1	2	3
4	2	3	4	1

,

C_3	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	1	2	3	4
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3
		$\updownarrow$		
$*_3$	1	2	3	4
1	2	2	2	2
2	2	2	2	2
3	2	2	2	2
4	2	2	2	2

,

C_4	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	2	3	4	1
3	1	4	3	2
4	3	2	1	4
		$\updownarrow$		
$*_4$	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	2	3	4	1
3	1	4	3	2
4	3	2	1	4

.

Цикл трансформаций произведений, ассоциированных с аддитивным изменением статуса произведений в иерархической системе, имеет ряд свойств. Есть модели превращения иерархической системы с системы без иерархии. В рассматриваемом случае таких уровней два. Есть превращения статуса элементов в логической системе, которые аналогичны исходной логической схеме. Они не дают перемен качества, хотя иерархические изменения существенны. Есть изменения статуса, согласно которым произведения переставляют строки и столбцы исходной логической системы.

Есть зависимость произведения от модели интенций в форме функциональных выражений. Рассмотрим действия трех функциональных интенций, применяя первичную логическую операцию. Получим такие результаты:

$\boxed{a*b=(a\cdot b)\cdot b\cdot(ba)}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	4	3	2	1
4	1	2	3	4

,

$\boxed{a\overset{t}{*}b=\langle b\cdot b\cdot b...\rangle^{a}}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	4	1
3	1	3	2	4
4	1	1	1	1

,

$\boxed{a*b=a\cdot b\cdot b\cdot a}$

*	1	2	3	4
1	1	4	4	1
2	4	1	1	4
3	4	1	1	4
4	1	4	4	1

.

Одна из таблиц представлена следующими матрицами:

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	4	3	2	1
4	1	2	3	4

$$=1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Такой тип матриц обычно соответствует комбинаторному произведению, что косвенно свидетельствует о связи логического и комбинаторного произведений.

Обратим внимание на структуру и действия логической операции сектора E. Таблица логического произведения в данном случае такова

$C*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	4	3	2	1
4	2	1	4	3

.

Анализ тройных произведений показал их согласованность с группой Клейна:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1(1i) & = & (11)i \\ \hline 1(2i) & = & (12)i \\ \hline 1(3i) & = & (13)i \\ \hline 1(4i) & = & (14)i \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 2(1i) & = & (21)i \\ \hline 2(2i) & = & (22)i \\ \hline 2(3i) & = & (23)i \\ \hline 2(4i) & = & (24)i \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 3(1i) & = & (31)i \\ \hline 3(2i) & = & (32)i \\ \hline 3(3i) & = & (33)i \\ \hline 3(4i) & = & (34)i \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline 4(1i) & = & (41)i \\ \hline 4(2i) & = & (42)i \\ \hline 4(3i) & = & (43)i \\ \hline 4(4i) & = & (44)i \\ \hline \end{array} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, анализ ассоциативных свойств многообразия, которое не является группой, может генерировать на основе равенств в системе тройных произведений качественно новый объект. В данном случае *генерируется группа* перестановок Клейна.

Поскольку тройные произведения принадлежат исходной системе, анализ их произведений позволяет найти закон для ассоциативности. В рассматриваемом случае куб каждого элемента есть единичный элемент. По этой причине для сектора C выполняется обобщенное правило ассоциативности

$$\left(a(bc)\right)^3 - \left((ab)c\right)^3 = 0.$$

Для сектора B выполняется закон

$$\left(a(bc)\right)^4 - \left((ab)c\right)^4 = 0.$$

Логическая операция сектора C имеет симметричные функциональные свойства. Проиллюстрируем это замечание таблицами произведений. Получим

$*$	1	2	3	4
1	1	3	4	2
2	1	3	4	2
3	1	3	4	2
4	1	3	4	2

,

$*$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	3	3	3	3
3	4	4	4	4
4	2	2	2	2

,

$*$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4

,

$*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4

,

$$\boxed{a*b=(ba)(ab)},\ \boxed{a*b=(ba)(ab)},\ \boxed{a*b=baab},\ \boxed{a*b=abba}.$$

Связь законов взаимодействия и логических произведений

Логические произведения, предложенные ранее, базировались на структуре системы матриц, которые некоторым способом согласованы между собой. Их элементы заполняют всю таблицу произведений. Поскольку произведениям матриц мы ставим в соответствие некоторое физическое взаимодействие, естественно рассмотреть ряд аспектов их согласования между собой.

Рассмотрим вариант конструирования новых логических операций по некоторой исходной операции, принимая разные законы произведения для элементов, подчиненных этой логической операции. Другими словами, будем моделировать новые логические операции по закону произведения элементов на основе исходной логической операции.

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

$\Rightarrow \quad a*b=bba\to$

*	1	2	3	4
1	2	4	4	1
2	2	3	3	2
3	3	2	2	3
4	4	1	1	4

$, \quad a*b=aab\to$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	4	3	2	1
4	1	2	3	4

,

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

$\Rightarrow a*b=b(ba)\to$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4

$, a*b=a(ab)\to$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4

,

C	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	4	3	2	1

$\Rightarrow \quad a*b=aba\to$

*	1	2	3	4
1	1	3	2	4
2	1	3	2	4
3	1	3	2	4
4	1	3	2	4

$, \quad a*b=bab\to$

*	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	3	3	3	3
3	2	2	2	2
4	4	4	4	4

,...

Следовательно, закон произведения генерирует логическую операцию. С физической точки зрения произведению матриц соответствует некоторый вариант взаимодействия. Поэтому можно принять точку зрения, что у каждого взаимодействия (в рамках некоторой системы условий) есть своя «логика».

Исследование условия ассоциативности на основе логической операции показывает ещё одну сторону взаимосвязи математики и физики.

Анализ даёт разные законы, индуцированные анализом ассоциативности. Например, получим соответствия

*	1	2	3	4
1	1	3	2	4
2	1	3	2	4
3	1	3	2	4
4	1	3	2	4

$$\to\left\{\begin{matrix} a(bc)=\left((ab)c\right)^2 \\ a(bc)=\left((ab)c\right)c^2 \end{matrix}\right\},$$

*	1	2	3	4
1	1	4	3	2
2	1	2	3	4
3	1	4	3	2
4	1	2	3	4

$$\to a(bc)=(ab)c(a(bc)),$$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	3	4	1	2
4	1	4	3	2

$\rightarrow \left(a\left(bc\right)\right)\left(\left(ab\right)c\right)^2 = \left(\left(ab\right)c\right)^2\left(a\left(bc\right)\right),...$

Закону

$$a\left(bc\right) = \left(ab\right)c(a\left(bc\right))$$

соответствует комбинаторное произведение матриц группы Клейна на себя.

Во всех случаях, так или иначе, мы получаем для описания неассоциативности полиномиальные законы на элементах, представленных тройками чисел. Следовательно, имеет смысл анализ аспектов ассоциативности. Законы, индуцированные ассоциативностью, можно использовать для классификации неассоциативных многообразий.

Обратим внимание на структуру матриц логического произведения, генерирующих ассоциативный закон

$$a\left(bc\right) = \left(ab\right)c.$$

Проанализированы три ситуации, для которых справедлив этот закон. Они представлены матрицами вида

$\hat{A} =$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

$, \hat{B} =$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

$, \hat{C} =$

*	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

.

Во всех этих случаях транспонированные матрицы равны обратным матрицам:

$$\hat{\xi} = \hat{\xi}^T.$$

Возникает предположение, что ассоциативность согласована с условием транспонирования матриц логического произведения.

Оно косвенно подтверждается примером неассоциативности на логическом произведении вида

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

.

Неассоциативность в данном случае управляется неравенствами $1 \neq 3, 2 \neq 4,$ которые генерируют квадратичную ассоциативность. Отклонения транспонированных матриц от исходных матриц указывают на элементы, которые не совпадают в законе ассоциативности.

Аналог фактормножества для неассоциативных многообразий

Ассоциативные и неассоциативные многообразия кажутся принципиально разными. Однако это не так. У них есть аналогии, которые нужно знать и применять в расчетах и на практике. Рассмотрим простой пример.

В группе перестановок из 4 элементов есть подгруппа, состоящая из нормальной подгруппы A и смежного класса B. Их элементы можно получить на основе операции циклической перестановки значимых элементов в матрице:

$$A:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$B:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Матрица B получена из матрицы A на основе скомпенсированной перестановки второго и четвертого значимых элементов единичной матрицы. Применена одна операция перестановки. Известно, что мы имеем дело (при использовании матричной операции) с ассоциативной системой, которая образует группу. Матрицы указанного вида соответствуют, согласно развиваемой точке зрения, модели гравитационных предзарядов.

С физической точки зрения необходимо дополнительно рассмотреть систему электрических предзарядов. Они моделируются заполненными столбцами матриц. Проанализируем такую возможность по аналогии с предыдущим примером. Рассмотрим систему матриц

$$A^{*}:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$B^{*}:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1\text{`}&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Комбинаторные произведения строк на строки матриц B^{*} генерируют матрицы A^{*}. Комбинаторные произведения строк на строки матриц A^{*} генерируют матрицы A^{*}. Есть взаимные влияния этих многообразий друг на друга. Данная пара многообразий не образует группу ни на матричном, ни на комбинаторном произведении. Однако эта пара *аналогична фактор группе*, указанной выше.

На данной стадии инициируется проблема конструирования групп на системе матриц, объединяющей мономиальные и немономиальные матрицы.

Алгебра праматерии

Исследуем возможность существования системы матриц с парой фундаментальных признаков: а) она объединяет мономиальные и немономиальные матрицы, б) она замкнута на некоторой системе операций.

На начальной стадии анализа ограничимся исследованием многообразия с парой операций: матричной и комбинаторной операциями с произведением строк на строки.

Потребность в решении этой задачи инициирована попытками построения единой модели гравитационных и электромагнитных явлений. С физической точки зрения единство возможно на основе системы гравитационных и электрических предзарядов. Оно частично обосновано построением фундаментальной группы, которая содержит пару кватернионов и тройку антикватернионов. На кватернионах удобно записывать антисимметричные поля. По этой причине их достаточно для математического представления теории электромагнитных явлений. На антикватернионах удобно записывать гравитацию, рассматриваемую как симметричное тензорное поле. Тот факт, что кватернионы и антикватернионы объединены в одной группе, является математическим аргументом в пользу единой природы гравитации и электромагнетизма. Есть и другие основания для такого единства. Тема предлагаемого исследования инициирована гипотезой, что гравитационным предзарядам соответствуют мономиальные матрицы, а электрическим предзарядам соответствуют немономиальные матрицы, в частности, идеалы. Фундаментальная группа базируется только на мономиальных матрицах.

Для понимания единства электромагнетизма и гравитации на уровне гипотезы о различии структуры их предзарядов желательно найти математический объект, объединяющие столь различные структуры.

Задача не является простой. Дело в том, что мономиальных матриц значительно меньше, чем немономиальных матриц. По этой причине непонятно, какие мономиальные матрицы следует объединять с каким набором немономиальных матриц?

Подсказкой будем считать набор матриц, указанный выше. Рассмотрим матричные и комбинаторные произведения в этой системе матриц. Введем обозначения:

$$A_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, A_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, A_3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, A_4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$B_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, B_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}, B_3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, B_4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$A_1^*=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, A_2^*=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, A_3^*=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, A_4^*=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$B_1^*=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, B_2^*=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, B_3^*=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1`&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, B_4^*=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Рассмотрим матричные и комбинаторные произведения строк на строки в этой системе матриц. Получим пару таблиц.

Таблица 4. Матричные произведения

$\overset{m}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	A_1	A_2	A_3	A_4
A_2	A_2	A_1	A_4	A_3
A_3	A_3	A_4	A_1	A_2
A_4	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{m}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	B_1	B_2	B_3	B_4
A_2	B_4	B_3	B_2	B_1
A_3	B_3	B_4	B_1	B_2
A_4	B_2	B_1	B_4	B_3

,

$\overset{m}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_1	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_2	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
A_3	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_4	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*

,

$\overset{m}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_1	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_2	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
A_3	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_4	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*

,

$\overset{m}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1	B_1	B_2	B_3	B_4
B_2	B_2	B_1	B_4	B_3
B_3	B_3	B_4	B_1	B_2
B_4	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{m}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
B_1	A_1	A_2	A_3	A_4
B_2	A_4	A_3	A_2	A_1
B_3	A_3	A_4	A_1	A_2
B_4	A_2	A_1	A_4	A_3

,

$\overset{m}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_1	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
B_2	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_3	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
B_4	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*

,

$\overset{m}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_1	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_2	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
B_3	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_4	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*

,

$\overset{m}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_4^*	A_4^*	B_3^*	A_2^*	B_1^*
A_3^*	A_3^*	B_4^*	A_1^*	B_2^*
A_2^*	A_2^*	B_2^*	A_4^*	B_3^*

,

$\overset{m}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_2^*	A_4^*	B_3^*	A_2^*	B_1^*
A_3^*	A_3^*	B_4^*	A_1^*	B_2^*
A_4^*	A_2^*	B_1^*	A_4^*	B_3^*

,

$\overset{m}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_2^*	A_2^*	B_4^*	A_4^*	B_2^*
A_3^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*
A_4^*	A_4^*	B_4^*	A_2^*	B_2^*

,

$\overset{m}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_2^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*
A_3^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
A_4^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*

,

$\overset{m}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1^*	B_1^*	A_2^*	B_3^*	A_4^*
B_2^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*	A_3^*
B_3^*	B_3^*	A_4^*	B_1^*	A_2^*
B_4^*	B_4^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*

,

$\overset{m}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
B_1^*	B_1^*	A_2^*	B_3^*	A_4^*
B_2^*	B_4^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*
B_3^*	B_3^*	A_4^*	B_1^*	A_2^*
B_4^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*	A_3^*

,

$\overset{m}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
B_2^*	A_1^*	B_4^*	A_3^*	B_2^*
B_3^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
B_4^*	A_1^*	B_4^*	A_3^*	B_2^*

,

$\overset{m}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_1^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
B_2^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*
B_3^*	A_1^*	B_2^*	A_3^*	B_4^*
B_4^*	A_3^*	B_2^*	A_1^*	B_4^*

.

Таблица 5. Комбинаторные произведения

$\overset{k}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_2	A_2^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*
A_3	A_3^*	A_4^*	A_1^*	A_2^*
A_4	A_4^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	B_1^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*
A_2	B_2^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*
A_3	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
A_4	B_4^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_1	A_1	A_4	A_3	A_2
A_2	A_2	A_1	A_4	A_3
A_3	A_3	A_2	A_1	A_4
A_4	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{k}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_1	B_1	B_2	B_3	B_4
A_2	B_2	B_1	B_4	B_3
A_3	B_3	B_4	B_1	B_2
A_4	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{k}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1	B_1^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*
B_2	B_2^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*
B_3	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
B_4	B_4^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
B_1	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
B_2	A_2^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*
B_3	A_3^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*
B_4	A_4^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_1	B_1	B_4	B_3	B_2
B_2	B_2	B_1	B_4	B_3
B_3	B_3	B_2	B_1	B_4
B_4	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{k}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_1	A_1	A_4	A_3	A_2
B_2	A_2	A_1	A_4	A_3
B_3	A_3	A_2	A_1	A_4
B_4	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{k}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1^*	B_1	B_4	B_3	B_2
A_2^*	B_2	B_1	B_4	B_3
A_3^*	B_3	B_2	B_1	B_4
A_4^*	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{k}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1^*	A_1	A_4	A_3	A_2
A_2^*	A_2	A_1	A_4	A_3
A_3^*	A_3	A_2	A_1	A_4
A_4^*	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{k}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
A_1^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
A_2^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*
A_3^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*
A_4^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
A_1^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*
A_2^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*
A_3^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
A_4^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1^*	A_1	A_4	A_3	A_2
B_2^*	A_2	A_1	A_4	A_3
B_3^*	A_3	A_2	A_1	A_4
B_4^*	A_4	A_3	A_2	A_1

,

$\overset{k}{\times}$	B_1	B_2	B_3	B_4
B_1^*	B_1	B_4	B_3	B_2
B_2^*	B_2	B_1	B_4	B_3
B_3^*	B_3	B_2	B_1	B_4
B_4^*	B_4	B_3	B_2	B_1

,

$\overset{k}{\times}$	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
B_1^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*
B_2^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*	B_3^*
B_3^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*	B_4^*
B_4^*	B_4^*	B_3^*	B_2^*	B_1^*

,

$\overset{k}{\times}$	B_1^*	B_2^*	B_3^*	B_4^*
B_1^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*
B_2^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*	A_3^*
B_3^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*	A_4^*
B_4^*	A_4^*	A_3^*	A_2^*	A_1^*

.

Цель достигнута: действительно есть многообразия с требуемой нами парой фундаментальных свойств. Обратим внимание на принципиально разное поведение системы матриц при матричном и комбинаторном произведениях. В первом случае мономиальные и немономиальные матрицы замкнуты в своих подсистемах. Во втором случае этого нет. Однако вместо этого реализован вариант перемешивания «состояний».

Группа на структурной операции

В теории групп и алгебр математики начинают анализ с задания некоторой системы элементов и системы операций. Обе составляющие следуют обычно из предыдущей практики, а также из целевой установки на достижение новых результатов. Часто элементы теории априорны не потому, что они абсолютны в смысле истины, а потому что отсутствуют подходы и средства для доказательства границ и меры принятой априорности.

Аналогично действуют физики: они создают новые конструкции и новые свойства на основе применения элементов предыдущей практики и ожидаемых перспектив новой практики.

Для достижения нового качества теории и эксперимента требуются новые элементы и новые операции. Рассмотрим одну возможность, которая представляется конструктивной. Определим структурную сигнатуру матриц.

Определение: структурная сигнатура матрицы есть набор чисел, последовательно характеризующий места значимого элемента матрицы по отношению к значимым элементам другой матрицы, применяемой в качестве элемента с нулевой сигнатурой.

Проиллюстрируем определение на примере четверной группы Клейна, применяя единичную матрицу в качестве элемента с нулевой сигнатурой. Получим соответствия вида

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$
$a_1 \to (0,0,0,0)$	$a_2 \to (1,-1,1,-1)$	$a_3 \to (2,2,-2,-2)$	$a_4 \to (3,1,-1,-3)$

Положительное число указывает число «шагов» вправо, требуемых для трансляции элемента опорной матрицы на место элемента исследуемой матрицы. Отрицательное число указывает число шагов влево, требуемых для трансляции элемента опорной матрицы на место элемента исследуемой матрицы.

Сигнатуру можно рассматривать как совокупность координат точки в четырехмерном пространстве, отсчитываемых по отношению к «точке», принятой в качестве нулевой точки.

Заметим фундаментальное свойство структурной сигнатуры матриц, состоящее в том, что суммирование и вычитание сигнатур генерирует новую сигнатуру:

$$(1,-1,1,-1)+(2,2,-2,-2)=(3,1,-1,-3)\to a_2 \overset{m}{\times} a_3 = a_4,$$
$$(3,1,-1,-3)-(1,-1,1,-1)=(2,2,-2,-2)\to a_4 \overset{m}{\times} a_2 = a_3,\ldots$$

Следовательно, операции со структурными сигнатурами матриц можно рассматривать как пример бинарных операций.

Обратные элементы для исследуемых матриц определим условием, что сумма сигнатур такой пары матриц есть нулевая сигнатура:

$$(1,-1,1,-1)\overset{st}{+}(-1,1,-1,1)=(0,0,0,0)\to a \overset{m}{\times} a^{-1} = E.$$

Следовательно, перемена знаков в элементах структурной сигнатуры есть генерация обратного элемента матрицы.

Понятно, что матрица с нулевой сигнатурой есть аналог единичной матрицы в теории групп. Эта аналогия не однозначна и она не так проста, как может показаться вначале.

Поскольку операция суммирования ассоциативна, операция сложения сигнатур есть средство для конструирования новых групп. Для этого требуется применить операцию на некотором семействе матриц, достигая замкнутости семейства относительно действия сигнатурной операции.

Семейство матриц, замкнутое на сигнатурной операции, *может быть группой*.

Заметим, что структурная сигнатура задается системой чисел неоднозначно: возможно разное числовое представление одних и тех же матриц. По этой причине желательно «восстанавливать» явный вид матриц по разным её сигнатурам, достигая навыков обращения с ними.

Заметим, что в данном случае суммирование сигнатур есть аналог суммирования по модулю 4. Числу 4 соответствует число 0. Выход значимого элемента «за пределы» матрицы реализуется переходом от начала к концу строки и обратно при большом числе шагов влево.

Выберем в качестве опорной матрицы единичную матрицу. Рассмотрим действия на ней группы трансляций, формируя массив матриц *с элементами первого уровня*. Обозначим структурные сигнатуры этих матриц.

Получим *базовую систему* матриц:

$$\begin{array}{|c|}\hline (0,0,0,0) \\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (1,1,1,1) \\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (2,2,-2,-2) \\ \hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (-1,-1,-1,-1) \\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline (0,0,0,0) \\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (1,-1,1,-1) \\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (2,2,-2,-2) \\ \hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (-1,1,-1,1) \\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline (0,0,0,0) \\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (1,-1,-1,1) \\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (2,2,-2,-2) \\ \hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (-1,1,1,-1) \\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline (0,0,0,0) \\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (1,1,-1,-1) \\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (2,2,-2,-2) \\ \hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array} \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \rightarrow\\ \hline \rightarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline \leftarrow\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline (-1,-1,1,1) \\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix} \\ \hline\end{array}.$$

На основе группы трансляций, примененной в качестве системы операций, и единичной матрицы как начального элемента конструируемого многообразия, обеспечено объединение мономиальных и немономиальных матриц.

Оно соответствует физической интуиции конструирования изделий и отношений (взаимодействий) между ними. И изделия, и отношения формируются не на числовом расчете, а либо на перемещении значимых элементов, либо на основе изменения значений (отношений) элементов.

Элемент со структурной сигнатурой $(2,2,-2,-2)$ повторяется 4 раза, имеет *структурную кратность*, равную 4. Структурная кратность, вероятно, «указывает» на эмпирическую значимость объектов, которые содержат в сигнатурных элементах числа, равные двойке.

Продолжим конструирование системы матриц, применив на следующем этапе конструирования многообразия суммирование структурных сигнатур. Получим таблицу

$\overset{st}{+}$	1111	$1-11-1$	$11-1-1$	$1-1-11$
1111	2222	2020	2200	2002
$1-11-1$	2020	$2-22-2$	$200-2$	$2-200$
$11-1-1$	2200	$200-2$	$22-2-2$	$20-20$
$1-1-11$	2002	$2-200$	$20-20$	$2-2-22$

.

Она генерирует элементы второго уровня

$(2-200)$	(2002)	(2020)
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Выполним суммирование структурных сигнатур элементов первого и второго уровней. Они соответствуют таблице

$\overset{st}{+}$	$2-200$	2002	2020
1111	$3-111$	3113	3131
$1-11-1$	$3-31-1$	$3-111$	$3-13-1$
$11-1-1$	$3-1-1-1$	$31-11$	$311-1$
$1-1-11$	$3-3-11$	$3-1-13$	$3-111$
$2-200$	0000	$0-202$	$0-220$
2002	$0-202$	0000	0022
2020	$0-220$	0022	0000

.

Элементы, содержащие тройки, эквивалентны элементам с единицами. Например, получим

$$3-111 \Rightarrow -1-111, \ldots$$

Простой анализ показывает генерацию элементов третьего уровня. Они таковы

$(00-22)$	$(02-20)$	(0202)
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$.

Заметим, что эти же матрицы получаются в данном случае на основе матричного произведения базовых матриц. Другими словами, элементы второго и третьего уровней могут быть получены на основе разных операций.

Структурная сигнатура ассоциирована со знаковой группой и группой трансляций, реализуемой в форме последовательной смены мест значимого элемента матрицы:

$$\begin{pmatrix}+&+&+&+\\+&-&+&-\\+&+&-&-\\+&-&-&+\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&-1&1&-1\\1&1&-1&-1\\1&-1&-1&1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}\rightarrow&\rightarrow&\rightarrow&\rightarrow\\\rightarrow&\leftarrow&\rightarrow&\leftarrow\\\rightarrow`&\rightarrow&\leftarrow&\leftarrow\\\rightarrow&\leftarrow&\leftarrow&\rightarrow\end{pmatrix}.$$

Данный пример иллюстрирует *дополнительность и конструктивность действия* на элементы анализируемого массива системы операций, согласованных между собой.

Один элемент в форме единичной матрицы на основе действия группы трансляций значимых элементов «породил» 9 новых элементов. Эта ситуация фундаментальна в модели конструирования массива матриц из одного элемента. Эта «снежинка» есть плюс физического моделирования, который можно представить рисунком:

				$(2,2,-2,-2)$				
			$(1,1,1,1)$		$(-1,-1,-1,-1)$			
		$(-1,-1,1,1)$				$(1,-1,1,-1)$		
$(2,2,-2,-2)$				$(0,0,0,0)$				$(2,2,-2,-2)$
		$(1,1,-1,-1)$				$(-1,1,-1,1)$		
			$(-1,1,1,-1)$		$(1,-1,-1,1)$			
				$(2,2,-2,-2)$				

.

Анализ, который легко выполнить, показал, что так сконструированный массив матриц замкнут по матричному произведению. Элементы второго и третьего уровней получаются на основе матричного произведения элементов «снежинки». В данном случае оно достаточно для конструирования системы, удовлетворяющей исходным посылкам конструирования.

Суммирование структурных сигнатур, указанное нами, есть дополнительный прием построения операционного замкнутых многообразий.

Полная в операционном смысле система матриц не образует группу по матричному произведению, так как содержит матрицы, не имеющие обратных матриц на этом произведении.

Операция суммирования структурных сигнатур придает рассматриваемому множеству свойства группы. Множество имеет единицу в форме матрицы с нулевой сигнатурой, суммирование с которой не меняет любую другую сигнатуру. Множество на этой операции ассоциативно, потому что ассоциативна операция суммирования по модулю.

Единственный пункт, который нужно обосновать, если множество замкнуто по операции суммирования структурных сигнатур, состоит в обосновании наличия обратных элементов. В данном случае это легко проверить прямым изменением знаков сигнатур.

Операционно замкнутая система матриц такова:

$$(0000)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}^{*},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}(2222),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Зададим индекс мономиальности множества в форме отношения σ количества мономиальных матриц в системе $n(мн)$ к количеству немономиальных матриц $n(нмн)$. В рассматриваемом случае

$$\sigma=\frac{n(мн)}{n(нмн)}=1.$$

Подгруппу на операции суммирования структурных сигнатур образует совокупность матриц, состоящая из единичной матрицы и элементов третьего уровня:

$$(0,0,0,0)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\left(0,0,2,2\right)\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\left(0,2,2,0\right)\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\left(0,2,0,2\right)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Эта подгруппа не выходит за рамки принятой классификации простых групп. Она не принадлежит группе подстановок, она не имеет аналога с группами Ли, она не циклична, она не спорадична. Однако объединение единичной матрицы с одной из оставшихся трёх матриц задаёт нормальную подгруппу по операции структурного суммирования, она не является простой группой.

Рассматриваемая группа на структурной операции имеет систему нормальных подгрупп. Сложна система отношений в совокупности матриц. Представим отношения схемой, следующей из анализа суммирования структурных сигнатур. Получим модель, аналогичную модели точной последовательности, когда элементы «последовательно» согласованы друг с другом по операции или системе операций. Удобно записать данные *структурного суммирования* в форме последовательности блоков структурных сигнатур:

$$\alpha\to\begin{pmatrix}0022\\0220\\0202\\0000\end{pmatrix},\alpha^{*}\to\begin{pmatrix}2002\\2020\\2200\\0000\end{pmatrix},1\to\begin{pmatrix}1111\\1-1-11\\11-1-1\\1-11-1\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}2222\\2-2-22\\22-2-2\\2-22-2\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}3333\\3-3-33\\33-3-3\\3-33-3\end{pmatrix}.$$

Отношения между указанными массивами матриц имеют свой портрет. Укажем некоторые его черты. Только один блок α^{*} при взаимных произведениях генерирует блок α. Блок 1 генерирует блок α^{*} и блок 2. Блок 2 с блоком 1 генерирует блок 2 , а с блоком α^{*} он генерирует блок α. Блок 3 генерирует блок 2, а вместе с блоком 1 он генерирует блок α.

Ситуацию можно трактовать так: группе анализируемых матриц на операции структурного суммирования соответствует иерархия «смежных» классов.

Проанализируем ситуацию с целью развития данного подхода и алгоритма. Мы применили систему операций к одному элементу в форме единичной матрицы. Этот подход позволил получить совокупность, состоящую из 16 матриц. Совокупность замкнута относительно действия матричной операции, равно как и относительно операции суммирования структурных сигнатур. Совокупность имеет индекс мономиальности, равный единице. Принимая точку зрения, что им соответствуют гравитационные и электрические предзаряды, мы получили совокупность матриц, которая «сохраняет себя» при действии матричной операции, а также при действии операции суммирования структурных сигнатур. С физической точки зрения это означает устойчивость физических систем, ассоциированных с ними, к паре взаимодействий. Есть ли другие операции, относительно которых система замкнута?

Естественно продолжить анализ других алгоритмов конструирования многообразий элементов. Возможно последовательное действие системы операций: другая операция применяется после выполнения первой операции для всего множества элементов или его части. Возможно параллельное действие системы операции: на одни и те же элементы действует пара или более операций с объединением результатов действий.

Мы применили смешанный алгоритм. Понятно, что иногда он может быть более удобен и прост.

Ранее нами рассматривалась другая возможность. Исходным пунктом конструирования многообразия элементов были 4 объекта: мономиальная и немономиальная матрицы и элементы, полученные из них деформацией на основе операции суммирования структурных сигнатур. Эта система была расширена действием группы трансляций в форме перестановки значимых элементов в исходных матрицах. Анализ показал, что такая система замкнута относительно матричного произведения, а также относительно комбинаторного произведения строк на строки.

Следовательно, есть *два принципиально разных алгоритма* конструирования новых многообразий: с одним исходным элементом и системой операций или с системой исходных элементов и одной операцией.

Структура конструируемого многообразия зависит от выбора начального элемента. Проиллюстрируем это замечание набором матриц, которые получаются по указанному выше алгоритму из матриц в форме левого идеала. Многообразие матриц имеет, например, вид

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Принципиальное его различие от предыдущей модели в том, что многообразие не содержит мономиальных матриц. Его индекс мономиальности равен нулю

$$\sigma = \frac{n(мн)}{n(нмн)} = 0.$$

В других случаях индекс мономиальности будет меняться в широком диапазоне значений. Он характеризует, прямо или косвенно, топологические свойства конструируемых многообразий. Они будут согласованы с метрическими свойствами многообразия матриц.

С физической точки зрения многообразие матриц есть аналог физического ансамбля. Поскольку есть 1820 исходных матриц с 4 значимыми элементами, таких ансамблей достаточно много. Их свойства следует изучить полностью, если мы желаем не только применять взаимодействия, но и управлять ими.

Физические аспекты конструирования групп на структурной операции

Группа на структурной операции объединяет матрицы разной структуры в единое многообразие. Естественно проанализировать механизмы такого объединения. Они могут и должны иметь физическое обоснование. Философский анализ предполагает возможность конструирования системы согласованных изделий на базе совокупности свободных объектов. С математической точки зрения они представляются единичной матрицей. Она симметрична, что означает принятие гравитационного начала в качестве первопричины физической реальности. Тогда естественно ввести механизм «рождения» «из гравитации» первичных объектов, эволюция которых формирует замкнутую систему объектов. Примем в качестве начального механизма формирования физических изделий образование группы на структурной операции, задающей *программу поведения* свободных объектов, вида

$$\underset{(0000)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(2200)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(2002)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(0202)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}}.$$

Применим эту систему «объектов» в качестве базовых элементов однородной трансляции. Получим матрицы:

$$A\to\underset{(0000)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(1111)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(2222)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(-1-1-1-1)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},$$

$$B\to\underset{(2002)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(-111-1)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\ \underset{(0220)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(1-1-11)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},$$

$$C\to\underset{(2200)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(-1-111)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(0022)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(11-1-1)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},$$

$$D\to\underset{(0202)}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{(1-11-1)}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\ \underset{(2020)}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{(-11-11)}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}}.$$

Получен набор матриц, большинство которых не имеют обратных матриц по матричному произведению. Это обстоятельство можно трактовать как аргумент в пользу «устойчивости» таких объектов: отсутствуют другие объекты в данной системе, взаимодействие с которыми превращает изделия в систему свободных слагаемых. Такая устойчивость интересна и конструктивна с физической точки зрения, утверждая новое понимание концепции частиц и античастиц.

Данная система матриц замкнута по структурной операции. Следовательно, мы имеем группу. Система ассоциативна, она содержит единицу, у каждого элемента есть обратный элемент.

4 блока матриц, согласованных друг с другом, могут быть применены для моделирования и единого описания структуры и динамики Тел, Сознаний и пары Чувств, которые их взаимно соединяют.

Этих наборов много, они имеют разные свойства. По этой причине удача действий в указанном направлении обоснует наличие спектра Тел, Сознаний, Чувств.

Сравним, в частности, два набора, полученные по одному алгоритму. Система матриц

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}. \\ \hline (0000) & (2200) & (2002) & (0202) \\ \hline \end{array}$$

замкнута по матричному произведению и по структурному произведению. Система матриц

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, & \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix} \\ \hline (0000) & (2200) & (2002) & (0202) \\ \hline \end{array}$$

замкнута по комбинаторному произведению (строка на строку) и структурному произведению.

Идеалы, с физической точки зрения, соответствуя электрическим предзарядам, формируют «электрическое начало» объектов физической реальности. Мы замечаем, что это начало базируется не на матричной, а на комбинаторной операции.

Этот пример косвенно подтверждает потребность системы операций для формирования базовых объектов реальности. Другими словами, система предзарядов может и должна быть дополнена системой операций. Только при наличии и применении такого «набора» можно реально конструировать изделия с разной структурой и разными свойствами.

Анализ применяемых на практике расчетных моделей показал, что фундаментальные физические модели в основном могут описываться на четверной группе перестановок Клейна. Эта группа расширена до уровня фундаментальной группы на основе знаковой группы в том смысле, что её алгебра генерирует матричную алгебру. Поскольку каждый элемент матричной алгебры выражается через элементы алгебры фундаментальной группы, мы фактически представляем расчетные модели в форме слов, составленных из букв.

Эти слова становятся содержательными, если они дополнены системой величин и системой дифференциальных операторов. Однако «позвоночник» модели формирует алгебра фундаментальной группы.

Отметим наличие системы механизмов формирования групп на структурной операции. Из одной матрицы может быть получена система, состоящая из 4 матриц, если применить *программу изменений* начального элемента в форме системы трансляций, ассоциированных со знаковой группой. Получим, например, матрицы

$$T(1111) \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T(1-11-1) \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T(1-1-11) \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T(11-1-1) \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Все указанные «квартеты» матриц есть группы по структурному произведению. Ни у матричного произведения, ни у комбинаторного произведения нет таких свойств. Поэтому естественно предположить, что структурное произведение относится к категории первичных произведений. Ему аналогична группа трансляций и знаковая группа.

Естественно расширение каждого квартета на основе придания значимым элементам знаков в соответствии с системой знаков. Тогда можно выразить элементы матричной алгебры на основе элементов группы на сигнатурной операции. Таких систем много, они обладают разными свойствами.

Поскольку групп на матричной операции значительно меньше, чем групп на структурной операции, естественно предположить, что именно структурные группы являются первоначалом любых расчетных моделей.

Данный квартет матриц можно применять для моделирования единой системы Тел, Сознаний и Чувств, ассоциированных с исходным элементом, который играет роль их первоисточника. Есть удивительное богатство вариантов и возможностей.

Среди 1820 матриц, содержащих 4 значимых элемента, более всего тех элементов, которые не являются ни мономиальными матрицами, ни идеалами. По физической идеологии эти объекты есть предпредзаряды. С другой стороны, предзаряды, следуя физической аргументации, образуются из ориентированных струн. В данном подходе препредзаряды выполняют функции ориентированных струн.

Следовательно, расчетные модели, базирующиеся на матрицах, ассоциированных с предпредзарядами, могут быть полезны для понимания структуры и функций системы ориентированных струн.

Операционная анизотропия многообразия матриц

Мы исследовали ранее набор матриц группы перестановок из 4 элементов. Он образован из матриц нормальной подгруппы Клейна A и смежного класса, обозначенного буквой B, а также из их деформации одного типа, обозначенных A^*, B^*. К набору применялась трансляция одного типа. В итоге получен набор матриц, который операционно замкнут относительно матричного произведения, а также относительно комбинаторного произведения строк на строки. Назовем такой набор матриц продольной базой исходного многообразия: в конструировании нового многообразия применяются матрицы из нормальной подгруппы и одного смежного класса. Будем считать, что новые многообразия характеризуют продольные свойства исходного многообразия (по одному смежному классу).

Известно, что есть группа матриц в группе перестановок из 4 элементов, которая задается совокупностью элементов, по одному взятых из каждого смежного класса. Такой набор матриц назовем поперечной базой исходного многообразия. Естественно изучить структуру его расширения. Новое многообразие будет характеризовать поперечные свойства исходного многообразия (по совокупности элементов из разных смежных классов).

Если рассматриваемые свойства одинаковы, будем говорить, что исходное многообразие операционно изотропно. Если «продольные» и «поперечные» свойства различны, будем говорить, что многообразие анизотропно.

С физической точки зрения замкнутое многообразие матриц соответствует некоторому реальному изделию: такова его математическая форма в одном из вариантов возможного описания. Разные операции характеризуют изменения этого изделия под некоторым внутренним или внешним воздействием. Речь может идти не только об изменении структуры изделия, но и об изменении его свойств. Тогда различие «продольных» и «поперечных» свойств многообразия есть косвенное исследование продольных и поперечных свойств физического изделия.

Дополним анализ «продольных» свойств группы перестановок из 4 элементов примером расширения группы, характеризующей «поперечные» свойства группы перестановок.

Структура исходной группы такова:

$$\begin{array}{c}(0000)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\end{array},\quad \begin{array}{c}(0202)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\end{array},\quad \begin{array}{c}(01-10)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\end{array},\quad \begin{array}{c}(001-1)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\end{array},\quad \begin{array}{c}(02-1-1)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\end{array}.$$

Применим к ее элементам операцию суммирования структурных сигнатур. Получим таблицу

$\overset{st}{+}$	0202	$01-10$	$001-1$	$011-2$	$02-1-1$
0202	0000	$03-12$	0211	0310	$00-11$
$01-10$		$02-20$	$010-1$	$020-2$	$03-2-1$
$001-1$			$002-2$	$012-3$	$020-2$
$011-2$				0220	$030-3$
$02-1-1$					$00-2-2$

.

Она генерирует 10 новых матриц:

$$\begin{array}{c}(03-12)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\end{array},\ \begin{array}{c}(0211)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\end{array},\ \begin{array}{c}(0310)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\end{array},\ \begin{array}{c}(00-11)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\end{array},\ \begin{array}{c}(010-1)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\end{array},$$

$$\begin{array}{c}(02-20)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\end{array},\ \begin{array}{c}(03-2-1)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\end{array},\ \begin{array}{c}(00-2-2)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\end{array},\ \begin{array}{c}(012-3)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\end{array},\ \begin{array}{c}(030-3)\\ \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\end{array}.$$

Получены 16 матриц. Они замкнуты относительно суммирования структурных сигнатур. Для доказательства требуется проанализировать все суммы. Покажем часть из них. Получим, например, соответствия

$\overset{st}{+}$	03−12	0211	0310	00−11	010−1
0202	01−10	0013	0112	02−13	0301
01−10	00−22	0301	0000	01−21	02−1−1
001−1	0301	0220	032−1	0000	011−2
011−2	0000	032−1	002−2	010−1	021−3
02−1−1	01−21	0000	010−1	02−20	03−1−2

,

$\overset{st}{+}$	03−12	0211	0310	00−11	010−1
03−12	02−20	0103	0202	03−23	00−11
0211		0000	0121	0202	0310
03−11			0220	0301	001−1
00−11				00−22	01−10
011−1					020−2

,...

Прямая проверка подтверждает предположение, что новое многообразие замкнуто относительно операции суммирования структурных сигнатур.

Однако оно не замкнуто относительно матричной операции. Так, например, получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},...$$

Следовательно, новое многообразие можно расширить на основе матричной операции.

Алгоритмы генерации новых многообразий из базовой группы

Наличие семейства различных операций инициирует исследование их соотношения друг с другом, сравнение их свойств. Анализ удобно проводить, применяя матричную, комбинаторную, логическую и сигнатурную операции. Сделаем это на примере четверной группы Клейна. Она представлена матрицами

$$\alpha=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\gamma=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\delta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Таблица её матричных произведений дублирует структуру базовых матриц:

$\overset{m}{\times}$	α	β	γ	δ
α	α	β	γ	δ
β	β	α	δ	γ
γ	γ	δ	α	β
δ	δ	γ	β	α

$$\Rightarrow\alpha\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+\gamma\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\delta\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Матричное произведение в этом случае есть частный вариант логического произведения, в котором перемножаемые матрицы тождественны матрицам произведений:

$\overset{l}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

.

Структурные сигнатуры матриц четверной группы Клейна имеют представление:

$$\alpha\to(0000),\beta\to(1-11-1),\gamma=(22-2-2),\delta=(-11-11).$$

Таблица произведений структурных сигнатур отличается от аналогичной таблицы для матричных произведений:

$\overset{m}{\times}$	α	β	γ	δ
α	α	β	γ	δ
β	β	γ	δ	α
γ	γ	δ	α	β
δ	δ	α	β	γ

.

Мы получили сигнатурную группу на той же системе матриц, на которой основана матричная группа. Поскольку таблицы произведений различны, эти *две группы неизоморфны*.

Подчиним элементы четверной группы Клейна комбинаторной операции в форме произведения строк на строки. Обозначим матрицы буквой A. Получим последовательными произведениями справа новые матрицы:

$$A^2 = A \overset{k}{\times} A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A^3 = A^2 \overset{k}{\times} A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A^4 = A^3 \overset{k}{\times} A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таблица комбинаторных произведений классов элементов такова:

$\overset{k}{\times}$	A	A^2	A^3	A^4
A	A^2	A	A^4	A^3
A^2	A^3	A^2	A	A^4
A^3	A^4	A^3	A^2	A
A^4	A	A^4	A^3	A^2

$$= A\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + A^2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + A^3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + A^4\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассматриваемое многообразие неассоциативно. Оно не имеет обратных единиц. Аналогичное семейство матриц исследовано ранее на основе другого алгоритма. Рассматривались 4 матрицы, к которым *циклически применен* один элемент группы трансляций. Получено семейство, состоящее из 16 матриц. Они тождественны матрицам, указанным выше. Более того, доказано, что эта система матриц инвариантна также относительно матричных произведений.

Заметим, что таблица произведения классов этих элементов генерирует матрицы, подчиненные логической операции. В рассматриваемом случае это семейство классов неассоциативно.

Базовые элементы логической операции в форме указанных матриц образуют группу по матричному произведению. Другими словами, данное неассоциативное многообразие генерирует *матричную группу, ассоциированную с действием логической группы на классах элементов.*

Ассоциированная группа в равной мере содержит элементы, принадлежащие группе Клейна и её смежному классу, обозначенному буквой *B*. Группа имеет нормальную подгруппу, состоящую из пары элементов, принадлежащих группе Клейна.

Рассмотрим произведения структурных сигнатур для этой системы матриц. Примем в качестве базовой матрицы единичную матрицу. Имеет место представление

$a=(0000)$	$b=(1111)$	$c=(22-2-2)$	$d=(-1-1-1-1)$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$.

Таблица сигнатурных произведений такова:

$\overset{st}{\times}$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Она совпадает с таблицей сигнатурных произведений группы Клейна: пара рассматриваемых групп изоморфна друг другу.

Следовательно, разные множества матриц на сигнатурной операции могут быть изоморфны. Это обстоятельство «приближает» модель групп на сигнатурной операции к моделям групп на матричной операции.

Рассмотрим комбинаторное произведение матриц, ассоциированных с таблицей произведения классов элементов. Получим систему идеалов:

$$aa\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},ab\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},ac\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},ad\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

С физической точки зрения мы получили подтверждение идеи, что «игра» классов элементов генерирует объекты (в данном случае это ассоциированные матрицы), взаимные произведения которых проявляют себя в форме электрических предзарядов.

С позиции теоретической психологии это означает, что взаимодействия классов элементов (социумы) могут иметь аналогию с взаимодействиями электрических зарядов и предзарядов.

Рассмотрим логическое произведение для анализируемых матриц. Оно ассоциативно, потому что транспонированная матрица совпадает с исходной матрицей. Таблица произведений такова:

$\overset{l}{\times}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

Структурная геометрия с возможностью управления расстояниями между объектами

Фундаментальным фактом всей практики физиков следует считать взаимосвязь взаимодействия объектов с их структурой. От того, как устроены объекты, и какая их внутренняя и взаимная активность, зависит многое в равновесиях, в динамике, в эволюции анализируемых систем.

В математике почти отсутствуют приемы и алгоритмы конструктивного описания указанной взаимосвязи. Поскольку структура объектов может быть задана системой матриц, желательно найти алгоритмы их геометрического описания. На начальном этапе следует корректно определить расстояния между объектами, представленными матрицами. Этот шаг позволит отобразить систему матриц в форме геометрического объекта. Затем нужно изучать изменения этой геометрической фигуры (симплекса), её зависимость от внутренних и внешних условий и обстоятельств. Далее на этой основе требуется классификация систем объектов, а также их взаимодействий друг с другом.

Рассмотрим реализацию указанных идей на примере четверной группы Клейна. Заметим, что спектр структурной сигнатуры в данном случае не зависит от выбора опорного объекта. Проиллюстрирует это обстоятельство. Получим распределение структурных сигнатур:

(0000)	$(1-11-1)$	$(22-2-2)$	$(-11-11)$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,
(0000)	$(1-11-1)$	$(22-2-2)$	$(-11-11)$
$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,
(0000)	$(1-11-1)$	$(22-2-2)$	$(-11-11)$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,
(0000)	$(1-11-1)$	$(22-2-2)$	$(-11-11)$
$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$.

Спектр его слагаемых один и тот же, хотя опорные матрицы разные. Однако структурные сигнатуры в каждом случае распределены по-разному. Можно принять точку зрения, что есть определенная система отношений в системе матриц, которая меняется при изменении управления: придания одной из матриц статуса матрицы с нулевой структурной сигнатурой.

В рассматриваемом случае система сигнатур представлена матрицами в форме идеалов.

Примем за основу анализа модель представления матриц системой чисел, названной структурной сигнатурой. В этом представлении каждой матрице ставится в соответствие набор «координат», с которым ассоциируется некоторое пространство. Оно может быть разным в зависимости от состава и структуры *дополнительных условий*.

Модель системы матриц (объектов) в ассоциированном с ними пространстве есть предмет исследования новой математической дисциплины, которую назовем *структурной геометрией*.

По аналогии с разностью координат (и по той же математической схеме) зададим разность структурных сигнатур для определения расстояния между матрицами:

$$\theta_{ij} = \sigma_j - \sigma_i.$$

Назовем эти разности относительными индексами структурных сигнатур. Определим расстояние согласно модели евклидовой геометрии. Получим для квадрата расстояния между объектами, представленными матрицами, выражение

$$l_i^2 = \sum_j \theta_{ij}^2.$$

Анализ изменений в модели структурной геометрии естественно согласовывать с изменением объектов и их внутренних и внешних отношений. В частности, так можно учесть деформацию структур и активностей.

Представим систему сигнатур таблицей, ассоциированной с мономиальными матрицами. Введем обозначения матриц:

$$1 \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблица структурных сигнатур и ассоциированных квадратов расстояний между матрицами имеет вид:

θ_{ij}	1	2	3	4
1	0000	$1-11-1$	$22-2-2$	$-11-11$
2	$-11-11$	0000	$1-11-1$	$22-2-2$
3	$22-2-2$	$-11-11$	0000	$1-11-1$
4	$1-11-1$	$22-2-2$	$-11-11$	0000

$\Leftrightarrow$

l_i^2	1	2	3	4
1	0	4	16	4
2	4	0	4	16
3	16	4	0	4
4	4	16	4	0

.

Из таблицы следует вывод, что «объекты» 1 и 3 *взаимно и одинаково* «отталкивают» друг друга при передаче им управления в системе. Аналогичные отношения имеет пара объектов 2 и 4. Однако при других управлениях «враждующие» объекты «дружны» между собой. Общая сумма расстояний одинакова, она не зависит от выбора управляющего объекта.

Мы получили на основе представления матриц структурными сигнатурами математические средства для геометрического описания систем с управлением. Структурная геометрия, в силу отмеченного факта, относится к *категории геометрий управления*.

Она может быть согласована с дискретной геометрией, в которой координатами являются целые числа.

Расстояния есть корень квадратный из квадрата расстояния. Получим спектр чисел

$$-4, -2, 0, 2, 4.$$

Эти числа образуют группу при их суммировании по модулю 4. Группу можно задать системой идеалов:

$$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 0 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Четверная группа Клейна на основе модели структурной геометрии генерирует группу чисел при суммировании по модулю 4. С ней ассоциирована группа матриц в форме идеалов с числом элементов, равным 9.

Отрицательные расстояния в данном случае позволяют рассматривать геометрию с положительной и отрицательной ориентацией. Другими словами, объекты могут быть расположены относительно заданного (управляющего) объекта с одной или с другой стороны, могут находиться «слева» и «справа». Это обстоятельство можно трактовать также как характеристику положительного или отрицательного отношения одного объекта к другому. По этой причине имеет место *6 фазовых состояний* в системе отношений. Их удобно представить в форме зеркальных «шестерок» рис. 15:

	−	−				+
−		−			+	
−	−			+		
−				+	+	
	−			+		+
		−			+	+
3	2	1	0	1	2	3

Рис. 15. Фазовые состояния в структурной геометрии

Другие геометрические свойства имеет подгруппа на операции суммирования структурных сигнатур, которая состоит из следующих матриц:

$$(0,0,0,0)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$(0,0,2,2)\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},(0,2,2,0)\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},(0,2,0,2)\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Для нее все расстояния от любого управляющего объекта до других объектов одинаковы. Они расположены на сфере одного радиуса с иррациональным значением

$$R=2\sqrt{2}.$$

С физической точки зрения мы рассматриваем систему, в которой присутствуют два скомпенсированных начала: пара гравитационных предзарядов и пара электрических предзарядов. Их следует трактовать как объекты, дополнительные друг другу.

Это удобно сделать на основе геометрического алгоритма. Расположим каждую пару предзарядов по «своим» осям *Ox* и *Oy* системы координат на евклидовой плоскости. Сопоставим каждому из них геометрический образ в форме отрезка единичной длины. Тогда получим прямоугольный треугольник, гипотенуза которого будет равна указанному значению расстояния в структурной геометрии.

В приложении к психологии мы можем говорить об описании гармонии двух семейных пар, демократично управляющих структурами и ситуациями.

Проанализируем расстояния в рамках структурной геометрии для 4 электрических предзарядов (мужских начал). Исходным объектом является система матриц

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Пусть опорной матрицей будет первая матрица. Тогда относительно ее соответственно получим следующие структурные сигнатуры:

$$(0000),(1111),(2222),(3333).$$

Спектр расстояний имеет вид

$$-6,-4,-2,0,2,4,6.$$

Каждый объект занимает место на своей гиперсфере. Это распределение не зависит от того, какой объект управляет ситуацией.

Геометрия с управлением для объектов, имеющих структуру

Динамическая модель геометрии в зрелом виде стала предметом и целью исследования с момента построения теории гравитации Эйнштейна. Впервые геометрические характеристики риманова многообразия были согласованы с параметрами физических объектов в форме тензора энергии-импульса.

Идея *взаимного динамического управления* в системе объектов генерирует задачу построения расчетных моделей, которые содержат не только данные о структуре и свойствах объектов, но и характеристики их взаимного динамического управления.

Рассмотрим алгоритм, следуя которому можно моделировать задачи такого типа. Конструктивно применим информацию о наличии и свойствах управления в конечных системах, базирующихся на операции структурного суммирования. Согласно этой операции выполняется представление матрицы с единичными элементами (*пассивной решетки*) в форме совокупности элементов, сумма которых равна исходной матрице. Так, например, получим модель управления, ассоциированную с пассивными элементами группы Клейна:

$$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Сигнатурное представление элементов группы Клейна позволило ввести расстояние между этими матрицами, а также сконструировать спектральный состав геометрической картины их отношений друг с другом. Анализ показал также их взаимные «симпатии» и «антипатии», которые зависят от того, какая матрица принимается в качестве управляющей (опорной) матрицы. При выборе другого распределения элементов пассивной решетки расстояния между матрицами и спектр их отношений меняются.

Ситуация усложняется и становится более интересной при рассмотрении активной решетки, в которой каждый элемент динамичен, задавая матрицу активного управления. В этом случае, следуя предыдущему рассмотрению, получим активные матрицы Клейна:

$$\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}&a_{14}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}&a_{24}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}&a_{34}\\a_{41}&a_{42}&a_{43}&a_{44}\end{pmatrix}=\tilde{\pi}_1+\tilde{\pi}_2+\tilde{\pi}_3+\tilde{\pi}_4=$$

$$=\begin{pmatrix}a_{11}&0&0&0\\0&a_{22}&0&0\\0&0&a_{33}&0\\0&0&0&a_{44}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&a_{12}&0&0\\a_{21}&0&0&0\\0&0&0&a_{34}\\0&0&a_{43}&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&a_{13}&0\\0&0&0&a_{24}\\a_{31}&0&0&0\\0&a_{42}&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&a_{14}\\0&0&a_{23}&0\\0&a_{32}&0&0\\a_{41}&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Активные матрицы Клейна можно рассматривать в качестве самостоятельных элементов модели управления. В этом случае каждая такая матрица может иметь свою систему «носителей» информации, а также алгоритм конструирования отдельного элемента управления. Итоговая матрица активного управления может иметь сложную структуру. Она зависит также от алгоритма объединения базовых элементов управления в единую систему.

Естественно дополнить начальный анализ идеей применения системы динамических законов для элементов управления.

В известной мере эта задача самостоятельна и имеет свою специфику.

Исследуем возможности конструирования взаимодействия пары объектов, представленных матрицами, предполагая, что каждый объект располагает своим законом управления. Исходной точкой анализа становится система из 4 элементов: одна пара элементов (a_{ij}, b_{ij}) задаёт характеристики объектов, другая пара элементов $(\alpha_{ij}, \beta_{ij})$ задаёт характеристики взаимного управления. Конечно, более корректно рассматривать эту задачу с учетом воздействия на себя в процессе управления. Это воздействие может менять как структуру объекта, так и элементы его управления.

Например, рассмотрим представление свободной (без взаимодействия) физической системы матрицами:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \alpha \Leftrightarrow \beta \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix}, \alpha \to \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{pmatrix}, \beta \to \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \varphi_{14} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} & \beta_{34} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & \beta_{43} & \beta_{44} \end{pmatrix}.$$

Примем *основную гипотезу*: взаимодействие пары объектов можно представить суммой свободных элементов с весовыми множителями, ассоциированными с алгоритмом управления. Назовём получаемые выражения *суммами с управлением*.

По-прежнему, будем применять алгоритм управления в соответствии с базовыми элементами управления, имеющими структуру группы Клейна. Получим выражения для описания взаимного воздействия объектов друг на друга с алгоритмом управления от первого объекта:

$$\Xi_{ij}^{\alpha}(1,2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha_{11}(a_{11}+b_{11}) & \alpha_{12}(a_{12}+b_{12}) & \alpha_{13}(a_{13}+b_{13}) & \alpha_{14}(a_{14}+b_{14}) \\ \alpha_{21}(a_{21}+b_{21}) & \alpha_{22}(a_{22}+b_{22}) & \alpha_{23}(a_{23}+b_{23}) & \alpha_{24}(a_{24}+b_{24}) \\ \alpha_{31}(a_{31}+b_{31}) & \alpha_{32}(a_{32}+b_{32}) & \alpha_{33}(a_{33}+b_{33}) & \alpha_{34}(a_{34}+b_{34}) \\ \alpha_{41}(a_{41}+b_{41}) & \alpha_{42}(a_{42}+b_{42}) & \alpha_{43}(a_{43}+b_{43}) & \alpha_{44}(a_{44}+b_{44}) \end{pmatrix},$$

$$\Xi_{ij}^{\beta}(2,1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \beta_{11}(a_{11}+b_{11}) & \beta_{12}(a_{12}+b_{12}) & \beta_{13}(a_{13}+b_{13}) & \beta_{14}(a_{14}+b_{14}) \\ \beta_{21}(a_{21}+b_{21}) & \beta_{22}(a_{22}+b_{22}) & \beta_{23}(a_{23}+b_{23}) & \beta_{24}(a_{24}+b_{24}) \\ \beta_{31}(a_{31}+b_{31}) & \beta_{32}(a_{32}+b_{32}) & \beta_{33}(a_{33}+b_{33}) & \beta_{34}(a_{34}+b_{34}) \\ \beta_{41}(a_{41}+b_{41}) & \beta_{42}(a_{42}+b_{42}) & \beta_{43}(a_{43}+b_{43}) & \alpha_{44}(a_{44}+b_{44}) \end{pmatrix}.$$

Воздействие на себя со «своим» алгоритмом управления даёт пару выражений:

$$\Xi_{ij}^{\alpha}(1,1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha_{11}(a_{11}+a_{11}) & \alpha_{12}(a_{12}+a_{12}) & \alpha_{13}(a_{13}+a_{13}) & \alpha_{14}(a_{14}+a_{14}) \\ \alpha_{21}(a_{21}+a_{21}) & \alpha_{22}(a_{22}+a_{22}) & \alpha_{23}(a_{23}+a_{23}) & \alpha_{24}(a_{24}+a_{24}) \\ \alpha_{31}(a_{31}+a_{31}) & \alpha_{32}(a_{32}+a_{32}) & \alpha_{33}(a_{33}+a_{33}) & \alpha_{34}(a_{34}+a_{34}) \\ \alpha_{41}(a_{41}+a_{41}) & \alpha_{42}(a_{42}+a_{42}) & \alpha_{43}(a_{43}+a_{43}) & \alpha_{44}(a_{44}+a_{44}) \end{pmatrix},$$

$$\Xi_{ij}^{\beta}(2,2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \beta_{11}(b_{11}+b_{11}) & \beta_{12}(b_{12}+b_{12}) & \beta_{13}(b_{13}+b_{13}) & \beta_{14}(b_{14}+b_{14}) \\ \beta_{21}(b_{21}+b_{21}) & \beta_{22}(b_{22}+b_{22}) & \beta_{23}(b_{23}+b_{23}) & \beta_{24}(b_{24}+b_{24}) \\ \beta_{31}(b_{31}+b_{31}) & \beta_{32}(b_{32}+b_{32}) & \beta_{33}(b_{33}+b_{33}) & \beta_{34}(b_{34}+b_{34}) \\ \beta_{41}(b_{41}+b_{41}) & \beta_{42}(b_{42}+b_{42}) & \beta_{43}(b_{43}+b_{43}) & \alpha_{44}(b_{44}+b_{44}) \end{pmatrix}.$$

Воздействие на себя с «чужим» алгоритмом управления даёт новую пару выражений:

$$\Xi_{ij}^{\beta}\left(1,1\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \alpha_{11}(b_{11}+b_{11}) & \alpha_{12}(b_{12}+b_{12}) & \alpha_{13}(b_{13}+b_{13}) & \alpha_{14}(b_{14}+b_{14}) \\ \alpha_{21}(b_{21}+b_{21}) & \alpha_{22}(b_{22}+b_{22}) & \alpha_{23}(b_{23}+b_{23}) & \alpha_{24}(b_{24}+b_{24}) \\ \alpha_{31}(b_{31}+b_{31}) & \alpha_{32}(b_{32}+b_{32}) & \alpha_{33}(b_{33}+b_{33}) & \alpha_{34}(b_{34}+b_{34}) \\ \alpha_{41}(b_{41}+b_{41}) & \alpha_{42}(b_{42}+b_{42}) & \alpha_{43}(b_{43}+b_{43}) & \alpha_{44}(b_{44}+b_{44}) \end{pmatrix},$$

$$\Xi_{ij}^{\beta}\left(2,2\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \beta_{11}(a_{11}+a_{11}) & \beta_{12}(a_{12}+a_{12}) & \beta_{13}(a_{13}+a_{13}) & \beta_{14}(a_{14}+a_{14}) \\ \beta_{21}(a_{21}+a_{21}) & \beta_{22}(a_{22}+a_{22}) & \beta_{23}(a_{23}+a_{23}) & \beta_{24}(a_{24}+a_{24}) \\ \beta_{31}(a_{31}+a_{31}) & \beta_{32}(a_{32}+a_{32}) & \beta_{33}(a_{33}+a_{33}) & \beta_{34}(a_{34}+a_{34}) \\ \beta_{41}(a_{41}+a_{41}) & \beta_{42}(a_{42}+a_{42}) & \beta_{43}(a_{43}+a_{43}) & \alpha_{44}(a_{44}+a_{44}) \end{pmatrix}.$$

При таком подходе пассивное управление есть нормированное суммирования матриц. Нормировочный множитель, введенный в рассмотрение, позволяет математически выразить тот физический факт, что пассивное управление не меняет управляемый объект. С математической точки зрения мы замечаем две грани ситуации. С одной стороны, определитель матрицы, посредством которой задается пассивное управление, равен нулю. Поэтому *меру управления* можно задавать величиной определителя матрицы управления:

$$\Sigma\left(\alpha\right)=\det\left|\alpha_{ij}\right|,\Sigma\left(\beta\right)=\det\left|\beta_{ij}\right|.$$

С другой стороны, матрицы управления образуют группу при их умножении по Даламберу: каждый элемент одной матрицы умножается на элемент этого же места из другой матрицы. Мы имеет дело с *информационной группой управления*.

При других произведениях естественны объекты с другими свойствами. Этот вариант соответствует некоторой одной или другой модели «пересечения» информационных потоков.

В исходной постановке задачи заложен не только механизм наличия и согласования динамики объектов и информации, но и *механизм деформирования* объектов и информации.

Для построения геометрии взаимодействующих объектов, управляющих друг другом, примем дополнительную *гипотезу*: геометрия взаимодействующих объектов с управлением базируется на метрическом тензоре g_{ij}, ассоциированном с выражением для суммы с управлением Ξ_{ij}.

В простейшем случае

$$g_{ij}=const\cdot\Xi_{ij}.$$

Тогда появляется возможность анализа взаимодействий с управлением в модели римановой геометрии. В ней исходным элементом является квадрат расстояния

$$ds^2=g_{ij}\left(x^k\right)dx^i dx^j.$$

Если сумма с управлением зависит от внутренних координат, они будут учитываться в обобщениях римановой геометрии.

Теперь стандартными математическими средствами можно анализировать тензоры кривизны и кручения, ассоциированные с выражениями для сумм с управлением.

Предложенный *алгоритм применим для любого количества объектов*, у которых есть структура, заданная величинами, объектов, владеющих пассивным или активным управлением.

Физические модели, индуцированные геометрией с управлением

Геометрия тогда полезна, когда её модели и следствия приближены к практике. Расчетная практика физиков базируется чаще всего на решении систем дифференциальных уравнений. По этой причине желательно указать место физических моделей в геометрии с управлением, согласовать два алгоритма, которые на первый взгляд кажутся принципиально разными.

Легко понять, что это не так. Пусть есть многообразие размерности единица. Рассмотрим допустимую для него систему величин, применяемую в физике:

- безразмерные эталоны длины и времени, заданные, соответственно, числами 1,1,
- масса m точечного объекта,
- скорость в форме производной от координаты по времени в форме $\frac{dx}{dt}$,
- производная по времени $\frac{d}{dt}$ как самостоятельная величина,
- фактор внешнего влияния на массу в форме «силы» f,
- алгоритм «равновесия» в форме применения оператора равенства $\equiv$ для пары функциональных объектов.

Тогда есть две «метрики» в одномерном пространстве с управлением, которые находятся в равновесии в форме закона

$$m \cdot \frac{d}{dt} \cdot \frac{dx}{dt} - 1 \cdot 1 \cdot f = 0.$$

Величина $\frac{dx}{dt}$, которая характеризует объект, структурно умножена на величину $\frac{d}{dt}$ слева. Так отображено влияние внешних условий на исследуемый объект при их согласовании на основе единицы. Применён также *фактор управления*: масса m. По аналогичной модели сконструирована вторая часть выражения. В ней применены единичные эталоны для силы f. Данный алгоритм аналогичен указанному выше алгоритму. Он генерирует по паре метрик и паре управлений новую метрику, относящуюся к геометрии с управлением.

Аналогично легко представить в форме метрики для геометрии с управлением механику идеальной жидкости по Эйлеру. Для этого требуется рассмотреть два блока величин и один блок дифференциальных операторов. Рассмотрим

$$\begin{pmatrix} u^1 & u^1 & u^1 & u^1 \\ u^2 & u^2 & u^2 & u^2 \\ u^3 & u^3 & u^3 & u^3 \\ u^0 & u^0 & u^0 & u^0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \partial_1 & \partial_1 & \partial_1 & \partial_1 \\ \partial_2 & \partial_2 & \partial_2 & \partial_2 \\ \partial_3 & \partial_3 & \partial_3 & \partial_3 \\ \partial_0 & \partial_0 & \partial_0 & \partial_0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 & u^0 \\ u^2 & u^1 & u^0 & u^3 \\ u^3 & u^0 & u^1 & u^2 \\ u^0 & u^3 & u^2 & u^1 \end{pmatrix}.$$

Умножим их, применяя структурную операцию согласно группе Клейна. Получим метрику геометрии с управлением:

$$\Xi_{ij} = \begin{pmatrix} u^1\partial_1 u^1 & u^1\partial_1 u^2 & u^1\partial_1 u^3 & u^1\partial_1 u^0 \\ u^2\partial_2 u^2 & u^2\partial_2 u^1 & u^2\partial_2 u^0 & u^2\partial_2 u^3 \\ u^3\partial_3 u^3 & u^3\partial_3 u^0 & u^3\partial_3 u^1 & u^3\partial_3 u^2 \\ u^0\partial_0 u^0 & u^0\partial_0 u^3 & u^0\partial_0 u^2 & u^0\partial_0 u^1 \end{pmatrix}.$$

Эта величина имеет самостоятельное геометрическое значение. Его смысл пока неясен.

Выразим через данную метрику систему дифференциальных уравнений. Применим алгоритм суммирования элементов, ассоциированных с элементами управления, применяемыми при конструировании метрики геометрии с управлением. В данном случае такую функцию выполняют элементы группы Клейна. Применим, аналогично указанной выше ситуации, условие «равновесия» с внешними факторами. Получим систему уравнений

$$u^1\partial_1 u^i + u^2\partial_2 u^i + u^3\partial_3 u^i + u^0\partial_0 u^i = f^i, i = 1,2,3,0.$$

Уравнения для электромагнитного поля можно выразить аналогично на основе структуры

$$\begin{pmatrix} \partial_x & \partial_x & \partial_x & \partial_x \\ \partial_y & \partial_y & \partial_y & \partial_y \\ \partial_z & \partial_z & \partial_z & \partial_z \\ \partial_0 & \partial_0 & \partial_0 & \partial_0 \end{pmatrix} \overset{st}{\times} \begin{pmatrix} 0 & -E_z & E_y & B_x \\ 0 & E_z & B_y & -E_x \\ 0 & B_z & -E_y & E_x \\ 0 & B_z & B_y & B_x \end{pmatrix}.$$

Суммирование компонент по группе Клейна генерирует известную систему уравнений. Заметим, что уравнения электродинамики явно указывают на объединение в единую систему пары величин. При этом часть величин скрыта.

Проясним проблему скрытости на примере уравнений квантовой механики в форме Шредингера. В нем есть частные производные первого порядка и частные производные второго порядка. Для их конструирования требуются однократные или многократные *суммирования с управлением* для пары расчетных конструкций

$$\begin{pmatrix} \alpha_1\partial_1 & \beta_1\partial_1 & \gamma_1\partial_1 & \delta_1\partial_1 \\ \beta_2\partial_2 & \alpha_2\partial_2 & \delta_2\partial_2 & \gamma_2\partial_2 \\ \gamma_3\partial_3 & \delta_3\partial_3 & \alpha_3\partial_3 & \beta_3\partial_3 \\ \delta_0\partial_0 & \gamma_0\partial_0 & \beta_0\partial_0 & \alpha_0\partial_0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_1\psi_1 & b_1\psi_1 & c_1\psi_1 & d_1\psi_1 \\ b_2\psi_2 & a_2\psi_2 & d_2\psi_2 & c_2\psi_2 \\ c_3\psi_3 & d_3\psi_3 & a_3\psi_3 & b_3\psi_3 \\ d_0\psi_0 & c_0\psi_0 & b_0\psi_0 & a_0\psi_0 \end{pmatrix}.$$

В зависимости от того, какие весовые функции учтены в модели, система уравнений будет более или менее сложной. Уравнение Шрёдингера есть элемент данной системы дифференциальных уравнений. Оно соответствует простейшим ситуациям. Скрытость означает ограничение модели частными значениями весовых величин без анализа их динамики и связей друг с другом.

Самостоятельные функции и значение имеет метрический тензор геометрии с управлением, ассоциированный с данными величинами. Он имеет вид

$$\Xi_{ij}(\hbar) = \begin{pmatrix} \alpha_1\partial_1 a_1\psi_1 & \beta_1\partial_1 b_1\psi_1 & \gamma_1\partial_1 c_1\psi_1 & \delta_1\partial_1 d_1\psi_1 \\ \beta_2\partial_2 b_2\psi_2 & \alpha_2\partial_2 a_2\psi_2 & \delta_2\partial_2 d_2\psi_2 & \gamma_2\partial_2 c_2\psi_2 \\ \gamma_3\partial_3 c_3\psi_3 & \delta_3\partial_3 d_3\psi_3 & \alpha_3\partial_3 a_3\psi_3 & \beta_3\partial_3 b_3\psi_3 \\ \delta_0\partial_0 d_0\psi_0 & \gamma_0\partial_0 c_0\psi_0 & \beta_0\partial_0 b_0\psi_0 & \alpha_0\partial_0 a_0\psi_0 \end{pmatrix}.$$

Квантовая механика получает геометрическую трактовку при рассмотрении геометрии с управлением.

Следовательно, есть прямая связь геометрий с управлением и расчетных физических моделей. Понятно, что она раскрыта пока только частично. Скорее всего, у нее есть еще достаточно много новых, неожиданных следствий и приложений.

Система операций для расчетных моделей

При анализе расчетных моделей и при получении решений обычно применяется фиксированная, общепринятая система математических операций, дополнительное исследование которой не проводится. Этот подход прагматичен и достаточен для решения большинства конкретных частных задач.

Он не пригоден и не последователен при рассмотрении общих вопросов теории и практики. Математические операции аналогичны, с физической точки зрения, инструментам экспериментальной практики. Они имеют разные формы и структуру. Операции не проще величин. Но ещё сложнее их соединение с величинами, реализующееся в форме расчетной модели. Применение новых операций в известной прикладной задаче есть инструмент для достижения новых сведений о структуре и свойствах исследуемых объектов и явлений.

В силу указанных обстоятельств и системы условий, анализируемых нами, фрагментарно рассмотрим структуру *системы новых операций*, доступных к применению в анализе проблем и конструировании расчетных моделей.

Операции представим в форме симплексов, иллюстрирующих уровни операций. Ограничим анализ парой «квадратов», ассоциированных с операциями, в форме таблиц

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline a_4 & & a_1 \\ \hline & & \\ \hline a_3 & & a_2 \\ \hline \end{array}\;,\;\begin{array}{|c|c|c|}\hline b_4 & & b_1 \\ \hline & & \\ \hline b_3 & & b_2 \\ \hline \end{array}$$

Буквы обозначают уровень операций, выражающий факт их фундаментальности. Индексы соответствуют перечислению операций и удобны для их формальной записи.

На первом уровне системы операций находятся такие операции:

а) перемещение значимого элемента из одного места в другое, образуя систему трансляций, в частности, группу трансляций,

б) наделение элемента и их системы знаками плюс или минус, образуя систему знаков, в частности, знаковую группу,

в) суммирование как бинарный оператор, сопоставляющий паре величин одну величину с вычитанием в форме отрицания суммирования,

г) придание элементу или их системе ориентации или других дополнительных свойств, которые выходят за границы указанных свойств операций первого уровня.

На втором уровне системы операций (ограничимся анализом матриц) находятся следующие операции:

а) система *матричных операций* в форме комбинации произведений и суммирований строк и столбцов матриц,

б) система *комбинаторных операций* в вариантах, принятых для матричных произведений,

в) система *логических произведений* в указанной комбинаторике,

г) система *структурных произведений*, дополняющих матричные, комбинаторные, логические произведения.

На более высоком уровне в системе операций находятся операции дифференцирования и интегрирования, имеющие структуру функциональных комплексов.

На еще более высоком уровне находятся гомологические и когомологические операции, а также операции в топологии и логике.

На каждом из указанных уровней операций действует «своя» система их обоснования и применения. Обычно система операций имеет базис, на основе которого конструируется алгебра операторов. Операторы могут быть динамичными, активными, они могут быть сложно согласованы друг с другом. Везде и всегда в многообразии операций есть ростковые точки, способные увлечь исследователя и обеспечить успех в расчетных моделях.

Дополнительность матричных и структурных произведений матриц

Матричные и комбинаторные произведения матриц различны. Сравнительный анализ матричных и структурных произведений дает тройной спектр ситуаций.

А) Матричные и структурные произведения дают одинаковый результат.

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to 020-2,$$

$$(22-2-2)\overset{st}{+}(2020)=(020-2),(22-2-2)\overset{st}{-}(2020)=(020-2).$$

Сумма и разность структурных сигнатур по модулю 4 имеют одинаковое значение.

Б) Матричные и структурные произведения не согласованы друг с другом.

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$(02-1-1)\overset{st}{+}\left(01-10\right)=\left(03-2-1\right)\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\leftarrow\left(010-1\right)=(02-1-1)\overset{st}{-}\left(01-10\right).$$

В) Матричные и структурные произведения взаимно согласованы друг с другом.

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\left(020-2\right)\overset{st}{+}\left(1111\right)=\left(1313\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\left(020-2\right)\overset{st}{-}\left(1111\right)=\left(-11-11\right).$$

Неассоциативный аналог группы перестановок

Аналогия фактор множеств ассоциативного и неассоциативного множеств на примере подгруппы группы перестановок инициирует проблему построения неассоциативного аналога группы перестановок. Покажем, что возможно её решение.

Сравним 6 матриц ассоциативного многообразия и 6 матриц неассоциативного многообразия. Они сконструированы по единому алгоритму скомпенсированной перестановки значимых элементов в матрицах. Они таковы

$$\boxed{A},\quad \boxed{B},\quad \boxed{C},\quad \boxed{D},\quad \boxed{E},\quad \boxed{F}$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{pmatrix},$$

$$\boxed{A^*},\quad \boxed{B^*},\quad \boxed{C^*},\quad \boxed{D^*},\quad \boxed{E^*},\quad \boxed{F^*}$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{pmatrix}.$$

На основе указанных схем перестановки значимых элементов получена вся группа перестановок из 4 элементов, которая задана мономиальными матрицами. Аналогично сконструируем систему немономиальных матриц.

Изначально сложно понять, какое многообразие и зачем мы конструируем. Ясно одно, что его свойства могут существенно превосходит свойства группы перестановок. Причина проста: мономиальных матриц всего 24. Остальные 1796 матриц немономиальны. Понятно, что они могут быть по-разному объединены в «блоки». Поскольку эти матрицы не образуют групп, их естественно назвать «блоками».

Для моделирования свойств Сознаний и Чувств мы предлагаем применять неассоциативную математику. Тогда немономиальные матрицы в сочетании с разными возможными произведениями есть основа для таких моделей. Однако уже на данной стадии нужно решить проблему объединения матриц в блоки. Рассматриваемый вариант, базирующийся на аналогии с ассоциативной математикой, есть алгоритм выбора блоков. Он может быть применен в теории и на практике в качестве системы базовых блоков. Другие блоки будут конструироваться из произведений внутри блоков и между блоками.

Получим систему немономиальных матриц:

$$A^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$B^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1\text{`}&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$C^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$D^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{array}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$E^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$F^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\rightarrow\\\leftarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{array}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Им соответствует система логических произведений:

A^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	1	2	3	4
4	1	4	3	2

,

B^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	2	1	4
3	1	2	3	4
4	3	2	1	4

,

C^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	4	3	2	1
4	1	4	3	2

,

D^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	2	1	4	3
4	2	3	4	1

,

E^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	2	1	4	3
4	3	2	1	4

,

F^*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	2	1	4
3	4	3	2	1
4	2	3	4	1

.

Проанализируем некоторые свойства этих матриц. Так, матричные произведения матриц A^* генерируют матрицы типа B^*:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ldots$$

Такого свойства нет у фактормножеств для ассоциативных многообразий.

Рассмотрим взаимные комбинаторные произведения матриц типа C^*. Запишем явный вид такого произведения на паре примеров. Получим генерацию матриц трех разных блоков:

1	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

,

0	1	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
1	0	0	0

,

0	0	0	1
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	0	0

,

1	0	0	0
1	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0

,

0	1	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
1	0	0	0

,

0	0	1	0
0	0	1	0
0	0	0	1
1	0	0	0
0	1	0	0

,

0	0	1	0
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	0	1

,

0	0	0	1
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	0	0

,...

Генерация первого типа следует из структуры матриц, расположенных под первичными строками. Они задают мономиальные матрицы группы перестановок Клейна и смежного класса B.

Генерация второго и третьего типов следует из комбинаторных произведений, ассоциированных с указанными схемами произведений. Комбинаторное произведение генерирует матрица типа A^*, а также новые матрицы (матрицы с усложненным типом совпадения элементов). Получим, что исходные блоки генерируют новые блоки и новые логические операции:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Представление информации симметриями

Из практики следует, что визуальную информацию о физической реальности мы получаем из её геометрии. Следуя идее Клейна, каждая геометрия характеризуется «своей» группой. Тип геометрии определяется типом группы, которая задает симметричные свойства объектов геометрии.

Естественно предположить, что информации может и должна быть поставлена в соответствие симметрия, которая в частном случае задается группой. Поскольку мы приняли точку зрения, что информационный обмен описывается неассоциативными множествами и неассоциативными операциями, групп недостаточно для полного задания и описания информации. Нужны неассоциативные множества и неассоциативные структуры для их задания, классификации, оптимального применения на практике.

Простейшие информации могут и должны описываться группами. Покажем фундаментальный пример такого соответствия.

Рассмотрим два блока матриц, применяемых, соответственно, для моделирования гравитационных и электрических предзарядов. Они имеют вид

$$A^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$A:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Представим в матричном виде информацию о совпадении значимых элементов указанных матриц при наложении их друг на друга. Пусть число есть номер строки, на которой элементы совпадают. Получим информационную модель в форме логического произведения

$$\hat{B}=\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline *&1&2&3&4\\\hline 1&1&2&3&4\\\hline 2&2&3&4&1\\\hline 3&3&4&1&2\\\hline 4&4&1&2&3\\\hline\end{array}.$$

Это произведение ассоциативно. Оно имеет одинаковый вид при прямом и обратном соответствии указанных блоков матриц. Его структура задается новым блоком матриц вида

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1`&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Эти матрицы не образуют группу по матричному произведению, хотя произведение ассоциативно.

Рассмотрим данный блок матриц в качестве источника логического произведения, пригодного для конкретной задачи. Пусть

$$1\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1`&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Получим таблицу логического произведения

∗	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

.

Ей соответствует задача образования *новых объемов жидкости* при разливании её по емкостям с фиксированным объемом, равным 4.

Дополним указанные новые объемы объемами, которые задаются цифрами 1,2,3, по-прежнему фиксируя только новые объемы. Получим таблицы

∗1+	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

,

∗2+	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	1	2	3	4
3	2	3	4	1
4	3	4	1	2

,

∗3+	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

.

Формальные схемы логического произведения дополнены физической моделью анализа информации определенного вида с дополнительным условием, что таблица учитывает новые элементы. Обратим внимание на тот факт, что все полученные матрицы логических произведений ассоциативны. Мы имеем дело с конечными простыми циклическими группами.

Изменим порядок расположения матриц в первой строке указанных выше блоков матриц. Тогда

$$A^*:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{array}{c}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{array}{c}\to\\\leftarrow\\\to\\\leftarrow\end{array}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$A:\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Следуя указанному алгоритму, получим информационную модель

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

.

Перестановка элементов в блоке привела к перестановке строк в таблице соответствий. Это логическое произведение неассоциативно. В нем транспонированная матрица не равна обратной матрице.

Структура логического (информационного) произведения задана группой Λ вида

$$\Lambda \Rightarrow \left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Следовательно, информация может быть ассоциирована с группой. Однако также есть её соответствие с другими математическими структурами.

Укажем модели логических произведений для исходной ситуации, изменив информационную цель. Пусть число в матрице указывает номер столбца матрицы, в котором есть совпадение с накладываемой матрицей.

Получим два логических произведения

$\hat{\alpha} =$

*	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	2	4	2	4
3	3	3	3	3
4	4	2	4	2

$, \hat{\alpha}^T =$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	1	2	3	4
4	1	4	3	2

.

Они неассоциативны. Их структура задает блок немономиальных матриц. В этом случае, а также в других ситуациях, следует проанализировать произведения структурных матриц. Они могут иметь свойства, интересные с практической точки зрения, так как указывают на наличие системы согласованных объектов. Проанализируем этот тезис. Обозначим структурные матрицы цифрами.

$$1\to\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&1&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Составим таблицу матричных произведений. Она имеет вид

$*$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	$2a$	$4a$	$2a$	$4a$
3	3	3	3	3
4	$4a$	$2a$	$4a$	$2a$

$$,2a\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},4a\to\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Так задано матричное произведение матриц, строки которых заполнены единицами, а номер строки обозначен соответствующей цифрой. Ему ставится в соответствие аналог взаимодействия электрических предзарядов и предпредзарядов. При взаимодействии предзарядов в каждой строке произведения будет одинаковый номер.

Рассмотрим более сложную ситуацию. Зададим два блока матриц

$$1\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$1\to\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},2\to\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},3\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},4\to\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Сопоставим им таблицу совпадения элементов для двух блоков матриц, анализируемую по совпадению элементов в строках. Получим таблицу логических произведений

$*$	1	2	3	4
1	$(1,2)$	0	$(3,4)$	0
2	0	$(1,3)$	0	$(2,4)$
3	$(3,4)$	0	$(1,2)$	0
4	0	$(2,4)$	0	$(1,3)$

.

С ней ассоциированы матрицы

$$\alpha=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\gamma=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},\delta=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Они задают полугруппу, которая аддитивно генерирует группу с элементами

$$E=\alpha+\beta, g_1=\alpha+\delta, g_2=\beta+\gamma, g_3=\delta+\gamma.$$

Следовательно, формальная схема информационного соответствия может быть полезна для практических приложений. Каждую из них можно по-разному обосновать и по-разному интерпретировать.

Информационное соответствие, с физической точки зрения, обеспечивается совокупностью некоторых изделий и взаимодействий между ними. Его не так просто понять и расшифровать.

Деформация кодов

Произведение кодов можно интерпретировать как их деформацию. Деформация имеет много форм. В простейшем случае её можно рассматривать как получение нового кода из известного кода на основе операции произведения матриц.

Проанализируем простой пример. Рассмотрим соотношения

$$ad\cdot a=\begin{pmatrix}1&4&3&2\\4&1&2&3\\4&1&2&3\\1&4&3&2\end{pmatrix}=1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$ad\cdot a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\left\{1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Из них следует вывод, что произведение $ad\cdot a$ аналогично матричной деформации базового кода a, заданного в «транскрипции» 1432. Изменение стандартного порядка элементов соответствует матрице смежного класса B

$$b_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Объединение произведений кодов «подсказывает» один из алгоритмов деформации кодов. На первом шаге следует изменить стандартный порядок матриц одного из базовых кодов. Затем можно умножить эти матрицы (слева или справа) на некоторую другую матрицу. Она может быть мономиальной, но это условие не обязательно. В итоге получается новый вариант кода, который ассоциирован с системой базовых матриц.

Из общих соображений для деформации кода мы вправе применять не только матричное произведение. Умножим матрицы a в указанной транскрипции на деформационную матрицу.

Получим новый код

$$\left(ad\cdot a\right)_{\times}^{k}=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&2&1&4\\1&2&3&4\\3&2&1&4\end{pmatrix}=1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Рассмотрим произведение пары новых кодов. Оно генерирует все элементы:

$$\left(ad\cdot a\right)_{\times}^{m}\left(ad\cdot a\right)_{\times}^{k}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\2&2&2&2\\4&2&4&2\\3&1&3&1\end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что возможна кодовая форма расчетных физических моделей. Покажем это на примере уравнений электродинамики для полей. Они запишутся в форме

$$\begin{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_t&\partial_z&-\partial_y&-\partial_x\\-\partial_z&\frac{(-i)}{c}\partial_t&\partial_x&-\partial_y\\\partial_y&-\partial_x&\frac{(-i)}{c}\partial_t&-\partial_z\\\partial_x&\partial_y&\partial_z&\frac{(-i)}{c}\partial_t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}E_x-iB_x&E_y-iB_y&E_z-iB_z&E_0-iB_0\\E_x-iB_x&E_y-iB_y&E_z-iB_z&E_0-iB_0\\E_x-iB_x&E_y-iB_y&E_z-iB_z&E_0-iB_0\\E_x-iB_x&E_y-iB_y&E_z-iB_z&E_0-iB_0\end{pmatrix}+$$

$$+\begin{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_t&\partial_z&-\partial_y&\partial_x\\-\partial_z&\frac{i}{c}\partial_t&\partial_x&\partial_y\\\partial_y&-\partial_x&\frac{i}{c}\partial_t&\partial_z\\-\partial_x&-\partial_y&-\partial_z&\frac{i}{c}\partial_t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}E_x+iB_x&E_y+iB_y&E_z+iB_z&E_0+iB_0\\E_x+iB_x&E_y+iB_y&E_z+iB_z&E_0+iB_0\\E_x+iB_x&E_y+iB_y&E_z+iB_z&E_0+iB_0\\E_x+iB_x&E_y+iB_y&E_z+iB_z&E_0+iB_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Эта форма стандартна для кодового произведения. В рассматриваемой структуре представлены два кода

$$A-код\Rightarrow1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$B-код \Rightarrow 1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Следуя принятой физической интерпретации, мы вправе говорить о том, что электродинамика еще с одной стороны «подсказывает», что она базируется на системе гравитационных предзарядов (представленных мономиальными матрицами) и на системе электрических предзарядов (представленных идеалами матричной алгебры).

Все фундаментальные уравнения физики могут быть представлены в кодовой форме. Это обстоятельство позволяет считать кодовую форму уравнений физики фундаментальной формой.

Кодовая форма уравнений открывает новые возможности для построения новых расчетных моделей. Действительно, при умножении этих уравнений слева на некоторую кодовую матрицу, мы приходим к *нетривиальной деформации* стандартной модели явления. Тривиальной деформации соответствует умножение на матрицу единиц: сумму идеалов.

Система кодов для произведения матриц

Ранее был проведен анализ 4 матричных и 4 комбинаторных произведений. Они не исчерпывают всех возможных произведений. Более того, при внимательном рассмотрении мы вправе выдвинуть гипотезу о наличии бесконечной системы произведений, которая может быть пассивной, но может быть также активной, подчиняться дополнительным динамическим условиям.

Проиллюстрируем эту гипотезу на примере произведения матриц группы перестановок. Стандартное матричное произведение, как и другие варианты, представим в форме, удобной для обобщения и анализа. Запишем мономиальные матрицы группы перестановок в «информационной» форме: совокупности нулей и единиц, представленных в форме кода. Выполним матричное и комбинаторное произведения двух матриц

$$b_2 \overset{m}{\times} f_3 = \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix} = c_2, \quad b_2 \overset{k}{\times} f = \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Запишем произведение в другой форме, расположив в виде числового кода последовательность строк первой матрицы и дополнив его числовым кодом столбцов второй матрицы. Получим

0	1	0	0	1(2)	0	0	1	0	2(3)	0	0	0	1	3(4)	1	0	0	0	4(1)
0	0	0	1	(4)1	0	1	0	0	(2)2	1	0	0	0	(1)3	0	0	1	0	(3)4
0	1	0	0	1(2)	0	0	0	1	2(4)	1	0	0	0	3(1)	0	0	1	0	4(3)

,

$$a(b)(b)c = a(c).$$

Матричное произведение реализует себя на основе выборки из представленной совокупности сходных элементов. Это произведение закрытого типа.

Выполним по аналогичной методике комбинаторное произведение. Получим алгоритм другого вида:

0	1	0	0	1(2)	0	0	1	0	2(3)	0	0	0	1	3(4)	1	0	0	0	4(1)
0	0	1	0		0	1	0	0		0	0	0	1	(4)1	1	0	0	0	(1)1
0	0	0	1		0	0	1	0	(3)2	1	0	0	0		0	1	0	0	
1	0	0	0		0	0	0	1		0	1	0	0		0	0	1	0	
0	1	0	0	(2)4	1	0	0	0		0	0	1	0		0	0	0	1	
↓					↓					↓					↓				
0	0	0	1	1(4)	0	1	0	0	2(2)	1	0	0	0	3(1)	1	0	0	0	4(1)

,

$$a(b)(b)c = a(c).$$

Его можно назвать произведением открытого типа, так как оно базируется не только на исходных элементах. Для его получения привлекаются элементы циклической группы. Выборка проводится по расширенной совокупности элементов, хотя *закон един*. Эти же элементы при операции информационного суммирования дают другой результат. Согласно стандартной методике получим для матричного произведения таблицу:

0	1	0	0	1(2)	0	0	1	0	2(3)	0	0	0	1	3(4)	1	0	0	0	4(1)
0	0	0	1	(4)1	0	1	0	0	(2)2	1	0	0	0	(1)3	0	0	1	0	(3)4
0	1	0	1	1(2),1(4)	0	1	1	0	2(2),2(3)	1	0	0	1	3(1),3(4)	1	0	1	0	4(1),4(3)

.

Комбинаторное сложение дает другой результат:

0	1	0	0	1(2)	0	0	1	0	2(3)	0	0	0	1	3(4)	1	0	0	0	4(1)
0	0	1	0	(3)1	0	1	0	0	(2)2	0	0	0	1	(4)3	1	0	0	0	(1)4
0	1	1	0	1(2),1(3)	0	1	1	0	2(2),2(3)	0	0	0	0	3(0)	0	0	0	0	4(0)

.

Естественны расширения операций матричного типа и комбинаторного типа. В частности, мы можем дополнить анализ не только расчетом совпадений для элементов кода, но и учетом расположения элементов в строке. Например, дополним номер стандартного ряда в комбинаторном произведении числом нулей, которые стоят после значимой единицы в элементах кода первой матрицы. Номер расположения в итоговом столбце рассчитаем по модулю 4. Так, например, получим

0	1	0	0	1(2)	0	0	1	0	2(3)	0	0	0	1	3(4)	1	0	0	0	4(1)
0	0	1	0		0	1	0	0		0	0	0	1	(4)1	1	0	0	0	(1)1+3
0	0	0	1		0	0	1	0	(3)2+1	1	0	0	0		0	1	0	0	
1	0	0	0		0	0	0	1		0	1	0	0		0	0	1	0	
0	1	0	0	(2)4+2	1	0	0	0		0	0	1	0		0	0	0	1	
↓					↓					↓					↓				
0	1	0	0	1(2)	0	0	1	0	2(3)	1	0	0	0	3(1)	0	0	0	1	4(4)

.

Дополним номер стандартного ряда в комбинаторном произведении числом нулей, которые стоят перед значимой единицей в элементах кода первой матрицы. Номер расположения в итоговом столбце рассчитаем по модулю 4. Получим

0	1	0	0	$1(2)$	0	0	1	0	$2(3)$	0	0	0	1	$3(4)$	1	0	0	0	$4(1)$
0	0	1	0		0	1	0	0		0	0	0	1	$(4)1+3$	1	0	0	0	$(1)1$
0	0	0	1		0	0	1	0	$(3)2+2$	1	0	0	0		0	1	0	0	
1	0	0	0		0	0	0	1		0	1	0	0		0	0	1	0	
0	1	0	0	$(2)4+1$	1	0	0	0		0	0	1	0		0	0	0	1	
$\downarrow$					$\downarrow$					$\downarrow$					$\downarrow$				
1	1	0	0	$1(1)$	0	0	0	1	$2(4)$	0	0	0	4	$3(4)$	1	0	0	0	$4(1)$

.

Принимая гипотезу, что взаимодействие объектов, а также оценка и реакция на информационное воздействие может быть искажена, мы обязаны рассматривать указанные варианты как возможности, реализуемые на практике. Единые правила и законы можно реально дополнить частными правилами и законами, согласовав их с системой условий.

Понятно, что эти условия могут меняться, а потому будут меняться операции.

Сравнение законов матричного и кодового произведений

Сравним кодовое взаимодействие, введенное нами, со стандартным матричным произведением. Выполним сравнение по системе законов, которым подчинены эти произведения в группе перестановок из 4 элементов. Матричное произведение представим таблицей 6.

Таблица 6. Матричное произведение в группе перестановок 4 элементов

$\xi\cdot\eta$	a	b	c	d	e	f
a	a	b	c	d	e	f
b	b	a	f	e	d	c
c	c	e	a	f	b	d
d	d	f	e	a	c	b
e	e	c	d	b	f	a
f	f	d	b	c	a	e

.

Оно подчинено паре законов, справедливых для любой пары элементов. Q_1- закон имеет вид

$$\delta_{ab,ba}\left(\sigma_1^2-\kappa_1^2\right)+\left(1-\delta_{ab,ba}\right)\left(\sigma_2^2-\kappa_2^2\right)=0.$$

Здесь

$$\sigma_1=(ab)(ba)^2,\kappa_1=(ba)(ab)^2,\sigma_2=(ab)^2(ba)^2,\kappa_2=(ba)^2(ab)^2,\delta_{ab,ba}=\begin{cases}1, ab=ba,\\ 0, ab\neq ba.\end{cases}$$

Q_2- закон имеет вид

$$\alpha^6-\beta^6=0,$$
$$\alpha=ab\cdot ba,\beta=ba\cdot ab.$$

Есть также система более простых законов для подмножеств.

Кодовая алгебра подчинена другой паре законов. Для кодов A, E, F закон имеет вид

$$\left((ab)^2 (ba)\right)^2 - \left((ba)^2 (ab)\right)^2 = 0.$$

Для кодов B, C, D закон имеет вид

$$\left((ab)^2 (ba)^2\right)^2 - \left((ba)^2 (ab)^2\right)^2 = 0.$$

Пара различных произведений имеет законы, полиномиальные по элементам $ab, ba.$

Матричное произведение «демократично» генерирует элементы группы подстановок. Кодовое произведение генерирует элементы избирательно, соответствуя таблице 7.

Таблица 7. Избирательная генерация элементов кодовой операцией

$\overset{*}{\times}$	A	B	C	D	E	F
$\xi \cdot \eta$	223344	133333	144444	12222	233344	233344

.

Произведения кодов

Примем модель произведения кодовых матриц (матриц управления генерацией) на основе суммирования сходных элементов (стоящих в матрицах кодов на одинаковом месте) по формуле, выражающей код взаимодействия кодов. Пусть

$$\sigma(\alpha, \beta) = (\alpha + \beta - 1)_{\text{mod}\,4}.$$

Получим матрицу взаимодействия кодов с операцией $(\hat{+})$ и ее квадрат $(\hat{+})^2$:

$(\hat{+})$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

,

$(\hat{+})^2$	1	2	3	4
1	1	3	1	3
2	3	1	3	1
3	1	3	1	3
4	3	1	3	1

.

Структура матрицы взаимодействия кодов ассоциирована с системой матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их взаимные произведения 4-кратно генерируют $\Lambda -$ группу

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Получим матрицу кодов $\Lambda-$группы и её квадрат

λ	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

,

λ^2	1	2	3	4
1	1	3	1	3
2	3	1	3	1
3	1	3	1	3
4	3	1	3	1

.

Сумма матрицы суммирования кодов и матрицы кодов $\Lambda-$группы задается идеалами:

$\left(\hat{+},\lambda\right)=\left(\lambda,\hat{+}\right)$	1	2	3	4
1	1	3	1	3
2	1	3	1	3
3	1	3	1	3
4	1	3	1	3

.

Алгоритм логических операций

Есть важное свойство графов, на которое следует обратить внимание и научиться применять его на практике. Подойти к нему удобно, приняв идею, что таблицы произведения мономиальных матриц есть правила суммирования в конечной системе объектов.

Таблицу комбинаторных произведений запишем в виде суммы с нарушением коммутативности и нарушением дистрибутивности:

$\overset{*}{+}$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

$$,\begin{cases}1\overset{*}{+}1=1,1\overset{*}{+}2=2,1\overset{*}{+}3=3,1\overset{*}{+}4=4,\\2\overset{*}{+}1=4,2\overset{*}{+}2=1,2\overset{*}{+}3=2,2\overset{*}{+}4=3,\\3\overset{*}{+}1=3,3\overset{*}{+}2=4,3\overset{*}{+}3=1,3\overset{*}{+}4=2,\\4\overset{*}{+}1=2,4\overset{*}{+}2=3,4\overset{*}{+}3=4,4\overset{*}{+}4=1.\end{cases}\qquad\begin{cases}2\overset{*}{+}3=2,\\3\overset{*}{+}2=4,\end{cases}\qquad\begin{cases}\left(4\overset{*}{+}4\right)\overset{*}{+}2=1\overset{*}{+}2=2,\\4\overset{*}{+}\left(4\overset{*}{+}2\right)=4\overset{*}{+}3=4.\end{cases}$$

Она представлена системой матриц и системой графов:

$$1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline *4* & & *1*\\\hline & 1 & \\\hline *3* & & *2*\\\hline & a_1 & \\\hline\end{array},2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \rightarrow & 1\\\hline \uparrow & 2 & \downarrow\\\hline 3 & \leftarrow & 2\\\hline & b_2 & \\\hline\end{array},$$

$$3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 1 \\ \hline & \nwarrow\!\!\searrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & a_3 & \\ \hline \end{array} \; \boxed{3} \; \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 1 \\ \hline & \swarrow\!\!\nearrow & \\ \hline 3 & & 2 \\ \hline & a_3 & \\ \hline \end{array}, 4\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & \leftarrow & 1 \\ \hline \downarrow & 4 & \uparrow \\ \hline 3 & \rightarrow & 2 \\ \hline & b_4 & \\ \hline \end{array}.$$

Суммирование со «звездочкой» можно выразить аналитически в виде многоуровневой формулы, учитывающей, например, четность или нечетность суммы номеров объектов и т.д. Однако аналитический алгоритм хорош для численного счета, но вряд ли он «близок» к алгоритмам практического взаимодействия объектов. Укажем вариант, когда кажется возможным приближение к реальной картине взаимодействия. Примем точку зрения, многократно подтвержденную практикой, что наше участие в происходящих явлениях базируется на определенной запрограммированной реакции на ситуацию. Рассмотрим с этой точки зрения таблицу суммирования со «звездочкой».

Суммирование со «звездочкой» предполагает начальную *оценку ситуации* с двух сторон: а) какие объекты взаимодействуют, б) какой объект управляет ситуацией (влияет)? Понятно, что это возможно лишь при наличии третьего объекта, способного выполнить такую оценку. Поэтому минимальное количество объектов информационного обмена равно трем. Кроме этого, требуется учесть еще две стороны исследуемого явления: а) наличие *разрешённого набора* объектов, соответствующих итогу взаимодействия, б) наличие алгоритма выбора *итогового объекта* в данной совокупности условий.

Пусть разрешенный набор объектов, соответствующий итогам взаимодействия, известен, а также известна графическая диаграмма, сопоставленная ему. Тогда указанная таблица суммирования укладывается в рамки отношений в системе графов, сопоставленных каждому объекту. Их можно конструировать по-разному, что меняет *динамику отношений*.

Алгоритмы расширения групп и следствия из них

Термин расширение для любого множества означает, в широком смысле слова, увеличение количества элементов или их качества (свойств), а также не исключается увеличение и количества, и качества. Потребность в расширении обычно согласуется с конкретной практикой, инициируется потребностью реализации новых сторон и свойств объектов и явлений. Однако расширение моделей имеет также мотивацию, индуцированную стремлением к творчеству, соответствует потребностям развивающегося интеллекта.

Расчетные физические модели, прямо или косвенно, базируются на одной или нескольких математических структурах: математических изделиях с системой свойств. Таковы кольца, поля, тела, группы, группоиды, алгебры и т.д. Изменение расчетных моделей обусловлено возможностями изменения математических конструкций. Естественен принцип согласованности (соответствия) математических и физических изделий. По этой причине анализ математических изделий позволяет проникнуть в тайны структур и активностей реальных физических изделий. Они могут быть доступны эксперименту, но могут быть и недоступны ему.

Поскольку одним из главных элементов физической теории являются матрицы, следует внимательно изучить именно эти объекты и их свойства. Поскольку принята гипотеза, что фундаментальные физические явления ассоциированы с 4 предзарядами, на первый план выдвигаются задачи анализа матриц степени 4, выражающих отношения между 4 объектами. Группа перестановок для 4 объектов дает разнообразную информацию о связях в такой системе. Покажем, что проблема анализа системы отношений между 4 объектами непосредственно связана с проблемой расширения групп.

Рассмотрим подгруппы группы подстановок из 4 элементов, для которых транспонированные матрицы равны исходным матрицам и равны обратным матрицам

$$a = a^t = a^{-1}.$$

$$E, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E, a_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to A,$$

$$E, b_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E, c_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E, d_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to B, C, D,$$

$$E, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E, c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E, d_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to B, C, D.$$

Каждая из этих групп имеет кратность 2, так как это есть пара указанных пар. Они подчинены паре законов

$$ab = ba, (ab)^2 = (ba)^2 = E,$$

а также системе полиномиальных законов, ассоциированных с ним. В частности, выполняются законы

$$ab \cdot ba = ba \cdot ab,$$
$$\left((ab)^{2p}(ba)\right)^{2r} - \left((ba)^{2s}(ab)\right)^{2r} = 0,$$
$$\left((ab)(ba)\right)^2 - \left((ba)(ab)\right)^2 = 0.$$

В классе подгрупп сектора A мультипликативная операция на любой паре групп генерирует третью группу из этого же сектора. Система подгрупп замкнута на мультипликативной операции. Такой первый тип мультипликативного расширения. Объединение («суммирование») пары групп не дает группы, требуется объединение в одно целое всего семейства этих подгрупп. Имеет место *аддитивное собственное расширение*. Так генерируется группа Клейна, в которой есть 4 элемента кратности 2.

Мультипликативное объединение подгрупп для пары секторов B, C, D некоммутативно $ab \neq ba.$ По этой причине *мультипликативное несобственное расширение* генерирует пару матриц, согласованных друг с другом.

Получим систему матриц, которая не образует группу:

$$E,b=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},bc=f=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},cb=e=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Однако они подчинены паре законов. Законы «подчеркивают» особое отношение единичной матрицы к матрицам сектора E,F. Получим

$$(ab\cdot ba)\cdot(ba\cdot ab)=E,\ (Eb\cdot bE)\cdot(bE\cdot Eb)=b,b\to e,f.$$

На данном этапе обнаруживается потребность исследования специальных отношений на системе множеств. Это обстоятельство проанализировано ранее в аспекте анализа двух алгоритмов управления в группе перестановок из 4 элементов.

На простых примерах показано, что наличия подгрупп, как условия расширения групп, может быть недостаточно как при собственном, так и при несобственном, аддитивном или мультипликативном расширении групп.

Ситуация становится более сложной при использовании приема деформации групп. Например, рассматривается параметрическое изменение одного или нескольких элементов в структуре группы. Это могут быть параметрические изменения матриц. Однако не исключаются частичные изменения операций с матрицами, подчиненные дополнительным условиям. Алгоритмы деформации сложны. Однако они соответствуют реальной практике, когда изменения структуры изделия или его свойств локальны, частичны. Их сложно исследовать экспериментально. Их сложно описать математически.

Пример усложнения группы мы получаем при генерации сигруппы Галилея-Лорентца из группы Лорентца. Новый объект содержит в себе пару неизоморфных групп, усложняя теорию представлений симметрий. Но именно этот объект описывает процесс преобразования скорости в частоту в электродинамике движущихся сред.

Аналог ассоциативности для неассоциативной операции

Простым расчетом легко убедиться в том, что комбинаторное произведение строк на строки (столбцов на столбцы) матриц степени 4 неассоциативно. Покажем, что в этих случаях есть аналог ассоциативного закона. Для этого запишем комбинаторное произведение строк на строки в форме, удобной для сравнений.

Получим для элементов первой строки выражения

$$a(b\vec{c})\to\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}A_1&A_4&A_3&A_2\\A_2&A_1&A_4&A_3\\A_3&A_2&A_1&A_4\\A_4&A_3&A_2&A_1\end{pmatrix},\begin{matrix}A_1=b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3+b_4c_4,\\A_2=b_1c_4+b_2c_1+b_3c_2+b_4c_3,\\A_3=b_1c_3+b_2c_4+b_3c_1+b_4c_2,\\A_4=b_1c_2+b_2c_3+b_3c_4+b_4c_1.\end{matrix}$$

В частности, первый элемент в первой строке, записанный в форме $\alpha(1)$ есть

$$\alpha(1)=a_1(b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3+b_4c_4)+a_2(b_1c_4+b_2c_1+b_3c_2+b_4c_3)+$$
$$+a_3(b_1c_3+b_2c_4+b_3c_1+b_4c_2)+a_4(b_1c_2+b_2c_3+b_3c_4+b_4c_1).$$

Получим для элементов первой строки аналогичные выражения на основе произведения вида

$$(b\vec{a})c \to \left\{\begin{aligned} B_1 &= b_1a_1 + b_2a_2 + b_3a_3 + b_4a_4, \\ B_2 &= b_1a_4 + b_2a_1 + b_3a_2 + b_4a_3, \\ B_3 &= b_1a_3 + b_2a_4 + b_3a_1 + b_4a_2, \\ B_4 &= b_1a_2 + b_2a_3 + b_3a_4 + b_4a_1. \end{aligned}\right\} * \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_2 & c_3 & c_4 & c_1 \\ c_3 & c_4 & c_1 & c_2 \\ c_4 & c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}.$$

Первый элемент в первой строке, записанный в форме $\beta(1)$ есть

$$\beta(1) = (b_1a_1 + b_2a_2 + b_3a_3 + b_4a_4)c_1 + (b_1a_4 + b_2a_1 + b_3a_2 + b_4a_3)c_2 +$$
$$+(b_1a_3 + b_2a_4 + b_3a_1 + b_4a_2)c_3 + (b_1a_2 + b_2a_3 + b_3a_4 + b_4a_1)c_4.$$

Следовательно, оба выражения совпадают, генерируя аналог закона ассоциативности для неассоциативного множества в форме

$$a(b\vec{c}) = (b\vec{a})c.$$

Проанализируем структуру этого закона. Он имеет несколько специфических сторон:

а) произведения слева и справа от скобки выполняются с разным «вращением» элементов, которое указано в матричных схемах произведения,
б) согласованно переставлены элементы и «скобки»,
в) «компенсация» произведения элементов согласована с «компенсацией» направлений «вращения» элементов.

Следовательно, многообразия, неассоциативные в стандартном виде и в стандартном смысле слова, могут быть подчинены «своим» законам, имеют функции, аналогичные закону ассоциативности для стандартного матричного произведения матриц.

Концепция активных групп

Стремление объединить алгебру и физику представляется конструктивным элементом научного творчества. Покажем это, несколько по-другому проанализировав сущность математической концепции группы. Понятно, что она «выстрадана» в длительном историческом процессе интеллектуальной и экспериментальной практики и доказала свою полезность и эффективность. Однако группу мы не вправе рассматривать как «застывшую», абсолютную конструкцию. Есть у группы несколько ростковых точек. Они инициированы, с одной стороны, потребностями математики. С другой стороны, обобщение концепции группы естественно с физической точки зрения.

Примем во внимание, в первую очередь, аналогии, которые имеют место при сравнении математической модели группы с физической моделью системы взаимодействующих физических объектов.

В обоих случаях речь идет о рассмотрении системы «сходных» объектов, способных к взаимному превращению. В частности, допускаются «частицы» и «античастицы». Есть механизм их «компенсации» в форме «нейтрального» объекта. Бинарная операция на группе аналогична некоторому механизму взаимодействия.

Обратим внимание на ряд тонкостей в модели группы, которые важны с физической точки зрения.

Принято записывать результат бинарной операции в форме равенства

$$a \cdot b = c.$$

Указанные объекты имеют скрытое свойство: они должны иметь дополнительные параметры, на основе которых оценивается их принадлежность к анализируемому множеству элементов (типу физических объектов). Более корректно заменить равенство отношением принадлежности в форме закона

$$a \cdot b \doteq c.$$

Более того, произведение скрывает факт принадлежности указанных элементов к классу эквивалентных элементов с условием эквивалентности в форме их тождественности: есть «много» «одинаковых» элементов. В частности, на группе рассматривается произведение одинаковых элементов. Для физиков такой подход недостаточен, так как недостаточно определены и зафиксированы понятия «много» и «эквивалентны».

Наличие и функции единичного элемента группы имеют, с физической точки зрения, две грани. Элементы группы и обратные им элементы могут рассматриваться как «частицы» и «античастицы». Тогда генерация из них единичного элемента аналогична их «компенсации» с изменением качества взаимодействия: прекращения влияния на другие объекты. Но тогда единичные элементы могут рассматриваться как аналог нейтральной физической среды, имеющей, в частности форму скомпенсированных «частиц» и «античастиц». Если же это так, нужно знать спектр таких частиц. Кроме этого, естественно задать некий механизм «декомпенсации». Он частично задан в системе логических операций, когда разные результаты получаются при произведениях «единиц» слева и справа от рассматриваемого элемента (объекта).

Не учтена в стандартной концепции группы та специфика взаимодействия физических объектов, что они никогда не бывают строго тождественны друг другу. По этой причине следует рассмотреть варианты обобщения концепции группы, когда под действием бинарной операции оба объекта меняются. В итоге генерируется объект, который «выходит за границы» свойств базового многообразия. Задача состоит в том, чтобы проанализировать меру и значимость выхода за эти границы.

Скрыта от физического анализа информация о том, что обычно пара объектов, если взаимодействие «неупругое», превращается в пару объектов с измененными свойствами. В концепции группы на основе бинарного произведения генерируется «как-бы» один новый объект. Фактически нужно рассматривать пару объектов. Другими словами, следует учесть механизм вида

$$a \cdot b \Rightarrow c \hat{+} c \doteq 2c.$$

Понятно, что при анализе бинарного произведения *с точностью до* числа одинаковых элементов в группе, мы не получим полной и реалистичной картины явлений, равно как и данных о структуре объектов.

Бинарная операция не меняется при изменении порядка сомножителей. В модели группы отсутствует анализ физической сущности различий «ведущего» и «ведомого» элементов. В реальной практике, особенно в задачах передачи информации и в динамике социума, этот аспект проблемы, равно как и специфика взаимодействия, очень важны и могут быть главными звеньями теории и практики.

Новую грань в концепции группы мы обнаруживаем, переходя к проблеме ассоциативности. Закон ассоциативности в форме $a(bc) = (ab)c$ фиксирует порядок выполнения бинарных операций. Однако он не так прост с физической точки зрения. В рассматриваемом случае мы имеем дело с ситуацией, которую можно считать качественно новой. Один элемент «взаимодействует» с парой элементов, согласованных (связанных некоторым условием) друг с другом. Более того, операции выполняются слева и справа, что меняет тип управления в бинарной операции. При анализе ассоциативности на паре объектов получим закон $a(ab)=(aa)b.$ С физической точки зрения есть качественное различие пары указанных законов. В первом случае могут различаться все элементы (объекты). Во втором случае одинаковые элементы (объекты) могут находиться в скобке или быть по разные стороны от неё. Это отличие не учтено в модели группы.

Рассмотрим модель активной группы. Введем для элементов множества дополнительную, логическую операцию. Пусть «произведение» одинаковых элементов сопоставляет этой паре один её элемент. «Произведение» разных элементов подчиним стандартным правилам произведения чисел.

Получим таблицу 8 произведений на логической операции соответствия.

Табл.8. Произведения на логической операции соответствия

$*$	1	a	a^{-1}
1	1	a	a^{-1}
a	a	a	1
a^{-1}	a^{-1}	1	a^{-1}

.

Эта операция неассоциативна при стандартном применении скобок:

$$a^{-1}\left(a^{-1}a\right)=a^{-1}\neq\left(a^{-1}a^{-1}\right)a=1,\quad a^{-1}\left(aa\right)=1\neq(a^{-1}a)a=a...$$

С учетом сделанных замечаний «активизируем» скобку, полагая, что при проведении бинарной операции элемента со скобкой, в которой есть совпадающие элементы, один из них «выходит» из скобки и образует новую скобку с одиночным элементом. Тогда будет выполнено обобщенное условие ассоциативности: *ассоциативность на активной скобке.*

Специфика творческого внимания

Определим творческое внимание как глубокое, конструктивное отношение к элементам практики и информации. Это определение применимо к эксперименту, логике, расчету. То, что известно и доступно, может быть по-разному понято, представлено, применено, развито. У исследователя Реальности необходимо развивать ощущение полноты понимания и применения практики и информации, а также стремление улучшать то, что достигнуто в количественном или в качественном плане.

Проиллюстрируем аспекты творческого внимания на примерах.

Пусть свободное физическое тело с ненулевой массой m_0 движется по прямой линии на плоскости, горизонтальной поверхности Земли, (по оси координат Ox) с постоянной скоростью u_0: за равные промежутки времени dt проходит одинаковые расстояния dx. Задача состоит в том, чтобы понять, как и почему это происходит, а также математически описывать такое движение и предсказывать его результат.

На данном этапе исследования есть множество вопросов, на которые нужно дать ответы. Укажем некоторые из них. Они не образуют полной системы вопросов, но достаточно характерны для любого исследования.

Какие величины с достаточной полнотой характеризуют исследуемый физический объект? Какую роль играют размеры объекта, его форма, фазовое состояние (твердое тело, жидкое тело или газообразное тело)? Как учесть связи данного объекта с другими объектами и их влияние на данный объект? Если принимается гипотеза о том, что объект свободен, не учитываются ни эти связи, ни влияние других объектов. Но этого не может быть для объекта с ненулевой массой, так как он находится под влиянием Земли, а также под влиянием плоскости, по которой он движется. В рассматриваемом случае эта пара влияний может давать эффект, равный нулю.

Если мы говорим о движении по прямой линии, то нужны измерения, подтверждающие, что движение именно такое. Расчет неотделим от определения прямой линии. Кроме этого, нужно учесть, что движение есть направленное перемещение, а у прямой линии нет направления.

Если физическое тело есть гладкий шар, изготовленный из твердого материала, то его движение обычно сопровождается вращением. Как влияет вращение шара на движение его по плоскости? Как согласованы между собой прямолинейное и вращательное движения?

Как будет меняться движение, если шар проводит тепло, и он движется по плоскости с распределением температуры? Зависит ли движение от распределения температуры внутри тела?

Насколько важно учитывать шероховатость шара и той поверхности, по которой он движется?

Зависит ли движение и внутреннее состояние объекта от света, который падает на него?

Есть ли какая-либо разница в движении живого и неживого объектов? Можно ли их описывать одной и той же математикой?

Зависит ли движение и его законы от измерения? Как и каким способом измерение способно повлиять на явление, как это учесть?

Одинаковы ли законы состояния и движения одного и того же объекта для разных наблюдателей, движущихся относительно друг друга? Зависят ли состояния объекта и законы его поведения от движения Земли и движения Солнечной системы в Галактике?

Могут ли быть объекты с нулевой массой? Как тогда они ведут себя? Как экспериментировать с ними?

Зависит ли динамика механического движения от предистории состояний и динамики исследуемого объекта?

Нужно ли учитывать информацию, которой владеет объект, а также состояние его Чувств при описании механического движения и его законов?

Какие экспериментальные и математические средства, какая логика необходимы и достаточны для описания свойств объекта и его движений? В какой мере полученные знания могут быть полны? В каком смысле можно ограничиваться только тем, что непосредственно применяется на практике?

Имеет ли объект некоторые скрытые свойства, недоступные нашей практике? Чем и как их обнаружить? Насколько это полезно и опасно?

Ответы на эти вопросы, так или иначе, прямо или косвенно, содержатся в каждой расчетной модели. Иногда эти ответы очевидны или достаточно обоснованы практикой. Иногда они раскрываются расчетной моделью с необычной и неожиданной стороны. Однако всегда расчетная модель есть некоторая идеализация реальной ситуации. Конкретная задача заменяется абстрактной. Её «прелесть» в том, что она учитывает возможности математики, данные экспериментов и логических схем, а также обладает предсказательной силой. Хорошая расчетная модель допускает семейство решений, проясняющих и конкретизирующих эксперимент. При всем многообразии подходов, моделей, схем у каждой расчетной модели есть общие черты. Их можно свести в некоторую аксиоматическую «корзину». Понимание и принятие такой «корзины» достигается обычно на основе обучения и конкретной самостоятельной работы с объектами и их свойствами.

Решающую роль в постановке абстрактной задачи, следуя многолетней практике, играет *концепция структурности физической реальности*.

Согласно ей, во-первых, объект рассматривается как некоторое изделие в форме системы взаимосвязанных базовых, «неделимых» объектов. Они «неделимы» в том смысле, что их свойства прямо или косвенно задаются на основе постулатов или феноменологически (на основе показаний некоторых приборов). Такова концепция материальной точки: это объект с точечным размером, обладающий массой и возможностью перемещения и взаимодействия. Такова концепция кинематической и динамической вязкости жидкости и т.д.

Во-вторых, принимается точка зрения, что движение сложного изделия можно описать на основе знаний о движениях базовых объектов и некоторого алгоритма суммирования.

В-третьих, считается, что измерения не искажают структуры и параметров движения исследуемых объектов. Такова классическая теория измерений.

Исходной точкой моделирования структуры и активности физических объектов является постулат познания и практики: структура и активность объектов может быть познана нами корректно и с достаточной полнотой на основе сочетания эксперимента, расчета, логики. Понятно, что при изменении указанных средств и корректность, и полнота практики могут меняться.

Вернемся к исходной задаче с математической точки зрения. Выражением

$$dx - u_0 dt = 0$$

зададим постоянную скорость точки u_0, рассматривая её смещение на расстояние dx за время dt. Внимательно рассмотрим это выражение. Мы замечаем в нем произведение и суммирование. Следовательно, модель базируется на элементе алгебры.

Выражение, очень простое в записи, странно с логической точки зрения. Действительно, скорость определяется делением отрезка пути на отрезок времени. Эта «процедура» логически не так проста, как деление яблока ножом на несколько частей. Но и в этом случае яблоко и нож есть две разных физических сущности, при «взаимодействии» которых происходит деление. Поэтому скорость, с философской точки зрения, есть результат деления пространства временем. Ни структура, ни свойства пространства и времени здесь не заданы. Мы представили математически лишь показания измерительных приборов в форме линейки и часов, а также согласовали их с анализом поведения исследуемого точечного объекта.

Запишем скорость в глобальных координатах, применив в качестве интервала времени некоторый период T. Дополнительно запишем исходное равенство на основе обратной скорости. Формально получим из одного соотношения пару «новых» соотношений

$$u_0 = \frac{x}{T} = \frac{2\pi}{T}\frac{x}{2\pi} = \frac{\omega}{k_x} \to \left(dx - u_0 dt = 0\right) \to \begin{cases} k_x dx - \omega dt = 0, \\ dt - \dfrac{1}{u_0} dx = 0. \end{cases}$$

Слово «новых» выбрано потому, что эти формы исходного уравнения аналогичны исходной форме. Однако внимательный исследователь не упускает даже формальных тонкостей. Покажем, что в этом есть смысл.

Представим указанные выражения иначе, активизируя их дополнительными условиями и свойствами. Мы делаем это для иллюстрации эмпирического факта, что «простое» может быть не таким простым, если быть внимательным к нему и корректно дополнить его новыми элементами.

Действительно, пусть выполнена активизация вида

$$k_x dx - \omega dt = 0 \to k_x dx - \omega dt = const,$$
$$dt - \frac{1}{u_0} dx = 0 \to dt - w\frac{v}{c^2} dx = dt'.$$

Первое выражение есть фаза электромагнитного поля, на инвариантности которой базируются выводы специальной теории относительности. Второе выражение задает соотношение времен для разных наблюдателей, что также присуще теории относительности. В соотношении времен есть величина w. Если $w = 0$, мы получаем стандартное требование классической механики об одинаковости хода часов для разных инерциальных наблюдателей.

С учетом сделанных замечаний можно сказать, что теория относительности неявно активизировала определение скорости материальной точки.

Активизация стандартных выражений может быть полезна для соединения в единую систему разных понятий и положений. Выполним это соединение. Пусть, например, реализуется связь дифференциалов координат и времени, соответствующая условию инвариантности интервала

$$ds^2 = dx^2 - \frac{c^2}{w} dt^2.$$

Тогда получим соотношения

$$dx' = \frac{dx - u_0 dt}{\sqrt{1 - w\frac{u_0^2}{c^2}}}, dt' = \frac{dt - w\frac{u_0}{c^2} dx}{\sqrt{1 - w\frac{u_0^2}{c^2}}}.$$

Их можно вывести другими способами. Его можно трактовать как формальное соотношение дифференциалов координат и времени в соответствии с данными экспериментов. Оно является следствием закона сложения скоростей такого вида:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - u_0 dt}{dt - w\frac{u_0}{c^2} dx} \to u' = \frac{u - u_0}{1 - w\frac{u_0}{c^2} u}.$$

При $w = 0$ имеем суммирование скоростей по Евклиду. При $w = 1$ сложение скоростей соответствует неевклидовой геометрии. Этот результат согласуется с классической специальной теорией относительности. Если эти факты взять за основу, легко получить указанное выше единое выражение для разных ситуаций. Заметим, что для этого достаточно рассмотреть преобразования

$$dx' = dx - u_0 dt, dt' = dt - w\frac{u_0}{c^2} dx.$$

Применяя это преобразование дифференциалов координат к выражению для фазы, получим соотношение компонент волнового вектора и частот для разных инерциальных наблюдателей.

Следовательно, внимательное отношение к исходным посылкам и положениям теории в сочетании с разнообразными способами активизации исходных выражений может быть конструктивным приемом для расширения теории, а также для получения новых следствий.

Рассмотрим другой пример, иллюстрирующий важность внимательного отношения к основаниям теории. Фундаментальный закон динамики материальной точки в форме

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} - \vec{f} = 0$$

есть элемент алгебры, так как в нем сконцентрированы произведения величин и их сумма. Логическая ситуация аналогична той, которую мы имели при рассмотрении определения скорости материальной точки: ускорение есть деление силы на массу. Этот факт, как и соответствующую ему математическую форму не так просто понять и принять. Ясно одно, в выражении присутствуют качественно разные величины. Поэтому для них допустимы разные алгебры, а также разные условия согласования их между собой. Следовательно, алгоритм активизации динамических уравнений механики может быть полезен для обобщения этой теории, получения новых результатов и выводов.

Запишем уравнения через частные производные, следуя Эйлеру. Тогда, например, есть пара матричных волновых функций на группе перестановок трех элементов S_3:

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3\\u^3&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^1\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^2&u^1\\u^2&u^1&u^3\\u^1&u^3&u^2\end{pmatrix}.$$

Обобщим уравнения механики, дополнив их новыми слагаемыми в двумерном пространстве со своими функциями и переменными. Получим модель

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_1\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_2\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^3\\0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_3\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^1\\0\end{pmatrix}+$$

$$+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_0\begin{pmatrix}0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+\xi\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_\alpha\begin{pmatrix}0\\u^2\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+\eta\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_\beta\begin{pmatrix}0\\u^1\\u^3\\u^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}f^1\\f^2\\f^3\\f^0\end{pmatrix}.$$

Дополнительное пространство предназначено для учёта внутренних степеней свободы в механике. В частности, так можно учитывать некоторые аспекты «Сознания и Чувств» идеальной жидкости, которые скрыты от стандартного измерения, но присутствуют в экспериментах. Алгоритмы расширения моделей позволяют учитывать информационное влияние на идеальную жидкость. Для реальной жидкости модель будет сложнее: требуется менять коэффициенты в этих уравнениях, а также граничные и начальные условия. Однако можно менять и систему уравнений. Возможна классификация систем уравнений по их устойчивости к операционным деформациям.

Алгебраическое представление топологии пересечений кривых

Произведение координаты x с кривой степени 4 на проективной плоскости генерирует уравнение степени 5 с 4 корнями. Топологический анализ этой ситуации выполнен Арнольдом. Он показал, что в этом варианте есть 5 типов топологически различных кривых. Поскольку критические точки этих полиномов расположены по-разному на осях координат, мы вправе обозначить их номерами и сопоставить полиномам матрицы. Матрицы будут зависеть от принятой нормировки. Их свойства представляют интерес сами по себе.

Примем обозначения матриц согласно ранее проведенному анализу. Получим, например два набора матриц. Есть частично коммутативный набор. Он состоит из абелевой группы и дополнительной матрицы:

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},a_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},d_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},d_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},[f_2]=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Четыре первых матрицы задают коммутативную группу. Матрица f_2 генерирует некоммутативность. Взаимные парные произведения этих матриц генерируют 6 новых элементов

$$(b_2,b_3,c_1,c_2,f_1,f_2).$$

Есть некоммутативный набор. Он состоит из матриц

$$(a_1,c_1,f_3,e_1,e_3).$$

Взаимные парные произведения этих матриц генерируют 10 новых элементов. Каждый из этих наборов можно рассматривать как базис алгебры, генерирующей все элементы группы подстановок 4 элементов. Мы замечаем, что некоммутативный базис по свойствам парной генерации «сильнее» частично коммутативного базиса. Фактически, с информационной точки зрения, есть более удобные и менее удобные выражения одной и той же информации.

Естественно найти алгебру, которой подчиняются матричные представления топологически различных полиномов. Эта задача интересна для многих приложений, когда есть зависимость представлений результатов от выбора нормировки.

Анализ показал, что любое представление топологически различных полиномов 5 степени матрицами группы подстановок S_4 подчинено алгебре

$$\left((ab)^2(ba)^4\right)^2-\left((ab)^4(ba)^2\right)^2=0.$$

Это выражение можно рассматривать как произведение стандартного и симметричного детерминантов:

$$\det\begin{vmatrix}(ab)^2&(ba)^2\\(ab)^4&(ba)^4\end{vmatrix}\mathrm{d}\,a\,\mathrm{t}\begin{vmatrix}(ab)^2&(ba)^2\\(ab)^4&(ba)^4\end{vmatrix}=\left((ab)^2(ba)^4-(ab)^4(ba)^2\right)\left((ab)^2(ba)^4+(ab)^4(ba)^2\right).$$

Матрицы подчинены также выражению

$$\left((ab)(ba)^2\right)^2-\left((ab)^2(ba)\right)^2=0.$$

Его можно рассматривать как произведение стандартного и симметричного детерминантов для более простых выражений:

$$\det\begin{vmatrix}(ab) & (ba)\\ (ab)^2 & (ba)^2\end{vmatrix}\mathrm{d}a\mathrm{t}\begin{vmatrix}(ab) & (ba)\\ (ab)^2 & (ba)^2\end{vmatrix}=\Big((ab)(ba)^2-(ab)^2(ba)\Big)\Big((ab)(ba)^2+(ab)^2(ba)\Big).$$

Недостаток полученных законов в том, что они справедливы для любой пары матриц, принадлежащих группе подстановок 4 элементов, но специфика анализируемых кривых скрыта.

Ситуация несколько меняется при представлении топологически различных кривых посредством системы отношений. Например, последовательность расположения точек

$$(3,4,1,2)$$

рассматривается как картина отношений в цикле:

$$3\to 4, 4\to 1, 1\to 2, 2\to 4.$$

Циклу сопоставляется рисунок и матрица. Получим

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & \to & 1\\ \hline \uparrow & & \downarrow\\ \hline 3 & \leftarrow & 2\\ \hline\end{array}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}=b_2.$$

Следуя такому алгоритму, получим 5 матриц:

$$b_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},c_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},d_4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},c_3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},d_3=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Такая система матриц имеет более простые свойства, так как подчинена закону

$$\big((ab)(ba)\big)^2-\big((ba)(ab)\big)^2=0.$$

Запишем его в форме произведения коммутатора и антикоммутатора. Получим

$$\big((ab)(ba)\big)^2-\big((ba)(ab)\big)^2=(\xi\eta\cdot\eta\xi-\eta\xi\cdot\xi\eta)(\xi\eta\cdot\eta\xi+\eta\xi\cdot\xi\eta)=[\xi\eta,\eta\xi]\cdot\{\xi\eta,\eta\xi\}=$$

$$=\big((ab)(ba)-(ba)(ab)\big)\big((ab)(ba)+(ba)(ab)\big).$$

Модель косвенно подтверждает факт, что топологические свойства кривых, отображающие свойства реальных изделий, имеют черты электромагнетизма и гравитации, поскольку коммутаторы и антикоммутаторы, а также указанные детерминанты применяются в этих разделах физики.

Не прямо, не очевидно, но убедительно топология предлагает свои методы для описания единства электромагнетизма и гравитации. Более того, она применяет для этого только группу перестановок, не учитывает тонкости, ассоциированные со знаками.

Анализируемый вариант относится к ситуации, интересной в практическом применении. Топологически различные кривые ассоциированы с пересечением пары «согласованных» овалов с прямой линией. Математически это означает исследование полинома

$$x\left(x^4+ax^3+bx^2+cx+d\right)=p.$$

Полином степени 5 исследован математически, как известно, с разных точек зрения. Однако есть дополнительные варианты его анализа. Четыре корня этого уравнения можно найти, приняв модель «расщепления» решений. Зафиксируем искомое решение и обозначим его символом $x_i, i=1,2,3,4.$ Перепишем исходное уравнение в виде

$$x^4+ax^3+bx^2+cx+(d-\frac{p}{x_i})=0.$$

Его решения запишутся в форме, которая содержит x_i как постоянную величину. Когда явный вид решения получен, задача состоит в том, чтобы согласовать величины между собой. Если это возможно, мы получаем четыре решения. Пятое решение можно найти из исходного уравнения, представив его в форме произведения мономов.

Рассмотрим простые примеры. Найдем по этому методу решение квадратного уравнения.

$$x^2+2x-3=0\to x_i\left(x+2\right)=3\to x+2=\frac{3}{x_i}\to x=-2+\frac{3}{x_i}\to x_1=1, x_2=-3.$$

Квадратное уравнение сведено к условно линейному уравнению. Решения находятся не по формуле корней, а на основе «подборки» значений $x=x_i$, при которых возможно равенство.

Найдем по этому методу решение кубического уравнения. Получим цепочку соотношений

$$2x^3-3x^2-3x+2=0\to 2x^2-3x-3=-\frac{1}{x_i}\to x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{33-\frac{16}{x_i}}}{4}\to\frac{4x-3}{\sqrt{33-\frac{16}{x_i}}}=\pm1\Rightarrow x_1=-1.$$

Следовательно,

$$2x^3-3x^2-3x+2=\left(x+1\right)\left(2x^2-5x+2\right)=0\to 2x-5=-\frac{2}{x_i}\to x_2=2,$$

$$2x^2-5x+2=\left(x-2\right)\left(2x-1\right)=0\to x_3=\frac{1}{2}.$$

Корни уравнения третьего порядка найдены на основе решения уравнения второго порядка и алгоритма «подборки» первого решения. В данном алгоритме отсутствует намерение найти алгебраическое выражение для корней через коэффициенты этого уравнения. Не проводится также анализ симметрии этих коэффициентов, на основе которого конструируется группа Галуа. Есть расчетный алгоритм, на основе которого уравнения, неразрешимые в радикалах, решаются на основе подборки одного корня и сведения системы к уравнению более низкой степени.

Алгебраическая модель взаимодействия предзарядов

Применим математический анализ алгебраических выражений для анализа фундаментальных проблем физики.

Мы имеем в настоящее время достаточно аргументов в пользу гипотезы, что фундамент физики задает система из 4 предзарядов. Есть пара положительных и отрицательных гравитационных предзарядов. Есть пара положительных и отрицательных электрических предзарядов. Они едины в том смысле, что могут быть изготовлены из одних и тех же составляющих. С топологической точки зрения, они по-разному изготовлены из одних и тех же объектов в форме ориентированных струн, структурных на уровне праматерии, имеющей «ядерные» размеры от стандартных ядерных размеров. С физической точки зрения «овалы» соответствуют гравитационным предзарядам, а «отрезки» в форме прямой линии соответствуют электрическим предзарядам. Поэтому, прямо или косвенно, топологический анализ может раскрыть свойства их взаимодействия.

Паре пересекающихся «овалов» поставим в соответствие пару взаимодействующих гравитационных предзарядов, записывая «овал» алгебраическим уравнением второго порядка. Другими словами, взаимодействию гравитационных предзарядов, рассматриваемому с топологической точки зрения, поставим в соответствие алгебраическое произведение уравнений. Получим

$$y^4(1,2) = y^2(1)\,y^2(2) = \left(a_1x^2 + a_2x + a_3\right)\left(b_1x^2 + b_2x + b_3\right) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e.$$

«Отрезок», моделирующий электрический предзаряд, зададим уравнением

$$y = kx + p.$$

Их математическое «пересечение» в форме произведения указанных выражений будем интерпретировать как топологическое представление взаимодействия пары гравитационных предзарядов с одним электрическим предзарядом.

Оно базируется на анализе структуры решений алгебраического выражения, полученного при «пересечении» базовых выражений. Получим исходное выражение

$$\begin{gathered} y(3,1,2) = y(3)\,y^2(1)\,y^2(2) = \\ = (kx + p)\left(a_1x^2 + a_2x + a_3\right)\left(b_1x^2 + b_2x + b_3\right) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f. \end{gathered}$$

Зададим алгебраический «закон взаимодействия», полагая, что полученное алгебраическое выражение может быть равно другому алгебраическому выражению. Например,

$$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = \left\{\begin{array}{|c|}\hline g \\ \hline \alpha x + \beta \\ \hline \alpha x^2 + \beta x + \gamma \\ \hline \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta \\ \hline \alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 + \delta x + \varepsilon \\ \hline \end{array}\right\}.$$

Анализируемое выше условие

$$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$$

является *скрытой формой семейства условий*. С физической точки зрения они соответствуют топологическому взаимодействию тройки исходных объектов в « присутствии» других объектов. В зависимости от того, какова структура (степень и коэффициенты алгебраических выражений), «взаимодействие» будет разным. По этой причине естественно предполагать, а также находить и анализировать скрытые решения. Они отображают не только «свободное взаимодействие» (при отсутствии дополнительных условий), но и «взаимодействие» при разных условиях. Задачи такого типа выходят на стадию предсказаний взаимодействий, если коэффициенты алгебраических выражений подчинены согласованным динамическим уравнениям. Не исключен вариант, что топологическая модель взаимодействия «ближе» к реальным его механизмам.

Подойдем к анализу полинома степени 5 несколько иначе. Известно, что если задача сложна, и трудно найти её решение, её можно, следуя Гильберту, усложнить. Тогда возможно решение более сложной задачи, из которого следует решение предыдущей задачи.

Умножим уравнение степени 5 на x. Получим уравнение степени 6. Преобразуем его таким образом, чтобы можно было выразить решение в радикалах с подкоренными выражениями степени 3 и 2. Это возможно.

Действительно, получим цепочку соотношений.

$$x\left(x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\right)=0,$$
$$x^6+ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+mx^2-mx^2=0.$$

Из неё следует тройка уравнений

$$x^6+bx^4+(d-m)x^2=0,$$
$$x\left(ax^4+cx^2+mx+e\right)=0.$$

Параметр m нужно найти из решения уравнения степени 4, как и корни этого уравнения. Получим конкретные формулы. Иначе обозначим коэффициенты, приведя уравнения к форме Декарта-Эйлера

$$x^4+\frac{c}{a}x^2+\frac{m}{a}x+\frac{e}{a}=x^4+px^2+qx+r=0.$$

Известно, что его решение может быть задано на основе выбора корней кубического уравнения

$$\pm\sqrt{z_1},\pm\sqrt{z_2},\pm\sqrt{z_3},$$

если корни согласованы по правилу

$$\left(\pm\sqrt{z_1}\right)\left(\pm\sqrt{z_2}\right)\left(\pm\sqrt{z_3}\right)=-\frac{q}{8}.$$

Кубическое уравнение имеет вид

$$z^3+\frac{p}{2}z^2+\frac{p^2-4r}{16}z-\frac{q^2}{64}=z^3+b_1z^2+b_2z+b_3=0.$$

Подстановкой

$$z=y-\frac{a_1}{3}$$

оно трансформируется к виду

$$y^3+\sigma y+\kappa=0,$$
$$\sigma=b_2-\frac{b_1^2}{3},\kappa=b_3-\frac{b_1b_2}{3}+\frac{2}{27}b_1^3.$$

Его корни задаются выражением

$$y_{1,2,3}=\sqrt[3]{-\frac{\kappa}{2}+D}+\sqrt[3]{-\frac{\kappa}{2}-D},$$

$$D=\sqrt{\frac{\kappa^2}{4}+\frac{\sigma^3}{27}}.$$

Для выбора конкретного значения параметра m нужно принять дополнительное условие. Пусть, например

$$D=\sqrt{\frac{\kappa^2}{4}+\frac{\sigma^3}{27}}=0\to\frac{\kappa^2}{4}+\frac{\sigma^3}{27}=0.$$

Подставляя указанные выше соотношения, получим

$$\sigma=\frac{c^2-4ea}{16a^2}-\frac{c^2}{12a^2}=A,\kappa=-\frac{m^2}{64a^2}+\frac{c}{2a}\left(\frac{c^2-4ea}{16a^2}\right)+\frac{2}{27}\frac{c^3}{8a^3}=\alpha m^2+B.$$

Параметр m задается алгебраическим биквадратным уравнением степени 4. Следовательно, его решение выражается формулами Виета. Мы получим 4 значения для величины m. По этой причине решения уравнений степени 6 имеют *спектр решений уровня 4.* Наличие спектра решений разного уровня отображает новое качество алгебраических уравнений. Во всех случаях нахождения решений для алгебраических уравнений меньших степеней мы имели аналогичную ситуацию: из спектра решений выбирались некоторые решения, согласовывающиеся между собой. Однако можно принять идею о расширении пространства решений. Примем гипотезу, что пространство решений задается всем спектром решений. Тогда известные решения дополняются скрытыми решениями, которые, так или иначе, «показывают» «внутренние свойства» алгебраического уравнения. В анализируемом подходе мы проводим параметрическое расширение пространства решений.

Эти и другие выражения иллюстрируют сложность структуры решений даже алгебраических уравнений. Естественно ожидать существенно большей сложности, когда рассматривается система дифференциальных уравнений. Здесь непросто получать решения, но еще сложнее разобраться в том, что получено. Смысл и содержание скрытых решений желательно согласовать с практикой: найти эмпирическое подтверждение таких реализаций и таких возможностей. Глубинная сущность предлагаемого расширения уже давно подсказана математикой. С принятием комплексных, двойных, дуальных чисел, «требуемых» структурой решений алгебраических уравнений мы приняли также точку зрения, что эти уравнения имеют явные и скрытые стороны и свойства. Их нужно учесть.

Этот подход естественен для физиков, которые по внешним проявлениям изделий и их свойств пытаются понять и учесть их скрытые, внутренние структуры и свойства.

В приложении к психологии и теории отношений пара овалов и прямая линия могут быть ассоциированы с парой женщин и одним мужчиной. С этой точки зрения интересны 5 типов кривых с различной топологией, так как их изменение означает изменение отношений в указанном коллективе.

То обстоятельство, что ситуацию можно анализировать на основе мономиальных матриц, утверждает развиваемую точку зрения, что изделия из предзарядов структурны, и что каждому базовому объекту соответствует его место и его отношения с другими базовыми объектами.

То обстоятельство, что матрицы подчинены алгебре, является основанием для конструирования расчетных моделей с элементами алгебры. Более того, уже на этом этапе анализа математика «подсказывает» коммутатор и антикоммутатор, детерминант и антидетерминант.

Так утверждается некоторое равноправие симметричных и антисимметричных элементов в расчетной теории, их единство при описании изделий и их свойств.

Алгебраическое представление кривых с различной топологией задает не один закон, а *систему законов*, которым подчинены матрицы, выражающие расположение критических точек этих кривых. Естественно возникает вопрос о полноте системы законов, а также об алгебре базиса для таких законов.

Генерация множества парой объектов

Примем в качестве исходного пункта анализа группу подстановок 4 объектов. С физической точки зрения этот подход фундаментален, если верна гипотеза, что структура и активность объектов физической реальности, доступных нашей практике, базируется на паре положительных и отрицательных электрических предзарядов и на паре положительных и отрицательных электрических предзарядов. Рассматривая всю совокупность матриц, ассоциированных с перестановками 4 объектов, мы анализируем все возможности их мономиальных отношений, которые образуют *фундаментальную группу отношений*.

Фундаментальная группа физической теории базируется только на нормальной подгруппе этой группы, группе Клейна. Нужно понять, почему это так и есть ли другие возможности.

Отметим специальные свойства группы Клейна. Её матрицы таковы, что трансформированные матрицы равны исходным матрицам. По этой причине 4 типа матричных произведений: строка на столбец, строка на строку, столбец на строку, столбец на столбец дают одинаковый результат. Есть эффект независимости результата произведения матриц от типа матричной операции. У смежных классов этого свойства нет. Аналогично проверяется независимость произведения пары матриц от системы комбинаторных произведений: все произведения дают одинаковый результат. Мы знаем, что 4 типа произведений матриц неассоциативны, 4 типа произведений матриц ассоциативны. У матриц группы Клейна неассоциативность скрыта.

Матричные произведения группы Клейна, не меняя структуры матриц, подчинены закону

$$(ab)(ba)=(ba)(ab).$$

Комбинаторные произведения, меняя структуру матриц, подчинены более сложному закону

$$(ab)(ba)=((ba)(ab))\cdot((ab)(ba)).$$

Дополнительно возникает множество вопросов. Возможна ли генерация фундаментальной группы отношений, исходя из произведения *пары объектов* (аналога Адама и Евы в человеческом обществе) с мономиальными отношениями? В каком смысле и как свойства этой пары могут и должны дополнять друг друга для решения поставленной задачи? Откуда «им» известно, что вообще может получиться из их взаимодействия? Что происходит, если взаимодействие (в данном случае это произведение) меняется?

Рассмотрим конкретный пример, дающий нетривиальные ответы на поставленные вопросы. На начальном этапе исследования выберем пару объектов таким образом, чтобы они принадлежали двум смежным классам факторгруппы по группе Клейна.

Пусть

$$a=c_1=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},b=d_4=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Обозначения матриц соответствуют варианту, принятому ранее. У него есть определенные удобства. Выполним произведения. Получим таблицу 9.

Табл. 9. Парные генерации матриц на системе матричных операций

$\overset{m}{\times}$	lc	ll	cc	cl
ab	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$
ba	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$ab\cdot ba=\xi$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$
$ba\cdot ab=\eta$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\xi\cdot\eta=\xi_1$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=b$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=a$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\eta\cdot\xi=\eta_1$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=a$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=b$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\xi_1\cdot\eta_1$	E	*цикл*	*цикл*	E

Выполнена генерация новых матриц, применяя 4 типа матричных произведений и алгоритм, согласно которому рассматриваются только произведения предыдущих генераций.

Исходные матрицы задают нулевую генерацию: пара «рождает» пару (с точностью до количества различных произведений).

Анализируемый алгоритм позволяет сделать выводы о соотношении генераций. Представим результаты генераций в буквенных обозначениях, оценив пропорции совпадения новых объектов на каждом уровне их генерации, а также знаком плюс восстановление исходной генерации. Получим таблицу 10.

Таблица 10. Сравнительный анализ уровней генерации и «генофонда» матриц

$\overset{m}{\times}$	cl	cc	ll	lc	%	$\pm$
ab	f_3	f_4	e_4	e_3	$0,5$	$-$
ba	e_3	e_2	f_1	f_3	$0,5$	$-$
$ab\cdot ba=\xi$	a_2	e_2	f_4	a_2	$2/3$	$-$
$ba\cdot ab=\eta$	a_4	f_4	e_2	a_4	$2/3$	$-$
$\xi\cdot\eta$	a_3	d_4	c_1	a_3	1	$+$
$\eta\cdot\xi$	a_3	c_1	d_4	a_3	1	$+$

В данном случае «восстановление генофонда» происходит на третьем уровне генерации. На первом и втором уровне совпадений меньше, чем на третьем уровне. На третьем уровне в качестве исходного базиса генераций можно применять три объекта: первичную пару и новый объект, принадлежащий группе Клейна, которую можно принять в качестве *группы управления множеством.* Тогда следует считать, что управление как исходный объект генерации появляется на третьем уровне генерации. Заметим, что данная исходная пара генерирует три матрицы управления: a_2, a_3, a_4. Совокупность полученных матриц порождает также группу матриц E. При выполнении взаимных произведения получим всю группу подстановок их 4 элементов. Пара матриц c_1, d_4 «породила» 10 новых элементов.

Она генерирует матрицы $e_2, e_3, e_4, f_1, f_3, f_4,$ которые имеют самую сложную структуру с точки зрения фундаментальной группы: образуются из всей совокупности её элементов. Поясним этот тезис. Фундаментальная группа имеет пять подгрупп. Они обозначены, соответственно буквами с индексами:

$$a_i, b_i, c_i, e_i, f_i, i = 1,2,3.$$

Элемент, стоящий на диагонали, конструируется из матриц E, c_i при использовании группы знаков. Остальные элементы выражаются через набор других матриц с одинаковыми индексами. Например, получим соответствия:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to (a_3, b_3, e_3, f_3), \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{Bmatrix} c_1, c_2, c_3, E \\ a_2, b_2, e_2, f_2 \end{Bmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{Bmatrix} c_1, c_2, c_3, E \\ a_1, b_1, e_1, f_1 \\ a_2, b_2, e_2, f_2 \\ a_3, b_3, e_3, f \end{Bmatrix}.$$

Следовательно, матрицы смежных классов E, F имеют самую сложную структуру с точки зрения фундаментальной группы.

Во всех рассматриваемых случаях каждый тип матричной операции сохраняет структуру матриц: матрицы остаются мономиальными. Однако произведения будут разными, как и условия их замыкания, в том смысле, что они порождают свои исходные матрицы.

Ситуация меняется, если мы рассмотрим систему комбинаторных операций. В этом случае мономиальные матрицы превращаются в немономиальные. Следовательно, эти

операции расширяют множество элементов. Более того, многократные комбинаторные операции имеют качественно новые свойства: могут самоуничтожаться. Получим таблицу 11
.
Таблица 11. Парные генерации матриц на системе комбинаторных операций

$\overset{л}{\times}$	lc	ll	cc	cl
ab	$\begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$
ba	$\begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$
$ab \cdot ba = \xi$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&0&1&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&0&1&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&1&0\\ 0&0&0&0\\ 0&1&0&1\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&1&1\\ 0&0&0&0\\ 1&0&0&1\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$
$ba \cdot ab = \eta$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ 0&0&1&0\\ 1&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&0&1&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&0&1&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&1&1&0\\ 0&0&0&0\\ 1&1&0&0\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$.
$\xi \cdot \eta = \xi_1$	$\begin{pmatrix} 1&1&0&0\\ 0&0&0&0\\ 1&0&0&1\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&0&0&0\\ 1&0&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&0&1&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&1&0&0\\ 0&0&0&0\\ 1&0&0&1\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$
$\eta \cdot \xi = \eta_1$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&1\\ 0&0&0&0\\ 1&1&0&0\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&0&0&0\\ 1&0&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&0&1&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&1\\ 0&0&0&0\\ 1&1&0&0\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$
$\xi_1 \cdot \eta_1 = \eta_1 \cdot \xi_1$	$\begin{pmatrix} 1&1&1&1\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$	*цикл*	$\begin{pmatrix} 1&0&1&0\\ 1&0&1&0\\ 1&0&1&0\\ 1&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&1&1&1\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0\\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$

Комбинаторные операции генерируют принципиально новую совокупность матриц. Она выходит за границы группы перестановок. С одной стороны, важно отметить, что такая генерация порождает идеалы (заполненные строки или столбцы). Такие объекты, согласно основной физической гипотезе, ассоциированы с гравитационными предзарядами. Указанные ранее мономиальные матрицы ассоциированы с электрическими предзарядами.

Эффект самурая (самоуничтожения) в системе матриц

Рассмотрим многократные произведения пары мономиальных матриц и их результатов согласно комбинаторному произведению столбцов на строки. Пусть

$$a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Тогда

$$ab=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}, ba=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&1&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}, ab\cdot ba=\xi=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}, ba\cdot ab=\eta=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi\cdot\eta=\xi_1, \eta\cdot\xi=\eta_1, \xi_1\cdot\eta_1=\xi_2, \eta_1\cdot\xi_1=\eta_2,$$

$$\xi_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, \eta_1=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}, \xi_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}, \eta_2=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi_2\cdot\eta_2=\xi_3, \eta_2\cdot\xi_2=\eta_3, \xi_3\cdot\eta_3=\xi_4, \eta_3\cdot\xi_3=\eta_4,$$

$$\xi_3=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}, \eta_3=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}, \xi_4=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}, \eta_4=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi_4\cdot\eta_4=\xi_5, \eta_4\cdot\xi_4=\eta_5, \xi_5\cdot\eta_5=\xi_6, \eta_5\cdot\xi_5=\eta_6,$$

$$\xi_5=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}, \eta_5=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, \xi_6=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, \eta_6=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\xi_6\cdot\eta_6=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\eta_6\cdot\xi_6.$$

На этом примере прослеживается аналогия с фактом, известным из генетики, что «рождение детей» родственниками приводит к вырождению рода. Заметим, однако, что такой эффект наблюдается при «взаимодействии» элементов, принадлежащих «продольному» и «поперечному» механизму управления . В других случаях идет, например, генетическая устойчивость в форме цикла «перерождения»: циклично генерируется одна и та же система элементов. Понятно, что ситуация меняется при изменении операции произведения, что подсказывает общий алгоритм операционной коррекции генных дефектов.

Система законов для матриц на системе операций

Обычно анализ множеств выполняется без детального учета законов, которым подчиняются элементы исследуемого множества. Мы выполним 8 произведений элементов группы перестановок, выбирая элементы из одного или разных смежных классов и анализируя законы совпадения этих произведений.

На системе матричных произведений получим таблицу 12.

Таблица 12. Законы совпадения произведений на системе матричных операций

$\overset{m}{\times}$	законы	lc	cc	cl	ll
AD	$ab = ba$	+	+	+	+
AE	$ab \cdot ba = ba$	+	+	+	+
DE	$ab = ba$	−	+	−	+
	$\xi_1 \cdot \eta_1 = \eta_1 \cdot \xi_1$	+	−	+	−
BB	$ab \cdot ba = ba$	+	−	+	−
	$ab = ba$	−	+	−	+
EE	$ab \cdot ba = b$	+	−	+	−
	$ab = ba$	−	+	−	+

.

На системе комбинаторных произведений получим таблицу 13.

Таблица 13. Законы совпадения произведений на системе комбинаторных операций

$\overset{k}{\times}$	законы	lc	cc	cl	ll
AD	$\xi_2\eta_2 = \eta_2\xi_2$	+	−	−	−
	$ab \cdot ba = ba \cdot ab$	−	+	−	+
	$\xi_3\eta_3 = \eta_3\xi_3$	−	−	+	−
AE	$\xi_6\eta_6 = \eta_6\xi_6 = 0$	−	−	+	−
	$ab \cdot ba = ba \cdot ab$	−	+	−	+
	$\xi_3\eta_3 = \eta_3\xi_3$	+	−	−	−
DE	$ab = ba$	−	+	−	−
	$\xi_2\eta_2 = \xi_1, \eta_2\xi_2 = \eta_1$	−	−	−	+
	$\xi_4\eta_4 = \xi\eta, \eta_4\xi_4 = \eta\xi$	+	−	−	−
	$\xi_5\eta_5 = \xi_2, \eta_5\xi_5 = \eta_2$	−	−	+	−
BB	$ab = ba$	+	−	+	−
	$ab \cdot ba = ba \cdot ab$	−	+	−	+
EE	$\xi_2\eta_2 = \eta_2\xi_2 = 0$	+	−	−	−
	$ab \cdot ba = ba \cdot ab$	−	−	−	+
	$ab = ba$	−	+	−	+

.

Эти законы дополнительны полученным ранее законам. В них учтено изменение индивидуальных свойств в системе матриц, обусловленное системой произведений.

Фундаментальные свойства алгебр физической теории

Мы нашли ранее единую алгебру, применив модель 3-компенсатора

$$\|x,y,z\| = (xy)z - (zy)x.$$

Она подчинена закону

$$\|x,y,z\| + \|z,y,x\| = 0.$$

Его можно рассматривать как *алгебраическое* «условие равновесия в тройке элементов» (при любой операции произведения и любых элементах). В нем задана *перестановка пары элементов* при сохранении положения третьего элемента. Если трактовать тройку элементов как иерархическую систему, в которой первый элемент управляет системой, то закон равновесия фиксирует принципиальное различие пары управлений:

$$\|x,y,z\| = -\|z,y,x\|.$$

Это условие аналогично закону Ньютона, согласно которому сила противодействия противоположна силе действия и равновесие наступает тогда, когда они равны друг другу. В этом физическом законе третий элемент (а его роль выполняет для пары объектов весь остальной мир) не задан, он только предполагается. Принято говорить, что третий элемент задан неявно. В алгебраическом законе третий элемент необходим и он явно присутствует в законе равновесия. Мы можем трактовать данный закон равновесия в качестве правила управления в иерархической системе из трех элементов, в которой есть ведущий и ведомый элемент, а также «пассивный» элемент.

Принцип реализации всех возможностей, который принят нами как основной закон физической Реальности, требует рассмотрения всех вариантов размещения и перестановки в системе из трёх элементов. В данном случае эта возможность порождает алгебраический (на паре операций) закон

$$\|x,y,z\| + \|y,z,x\| + \|z,x.y\| + \|y,x,z\| + \|x,z,y\| + \|z,y,x\| = 0.$$

Он базируется на введенном ранее «алгебраическом условии равновесия»:

$$(\|x,y,z\| + \|z,y,x\|) + (\|y,z,x\| + \|x,z,y\|) + (\|z,x.y\| + \|y,x,z\|) = 0.$$

С другой стороны, так соединены два «цикла»

$$(\|x,y,z\| + \|y,z,x\| + \|z,x.y\|) + (\|y,x,z\| + \|x,z,y\| + \|z,y,x\|) = 0.$$

Закон задает условие равновесия «циклов»

$$(\|x,y,z\| + \|y,z,x\| + \|z,x.y\|) = -(\|y,x,z\| + \|x,z,y\| + \|z,y,x\|).$$

В частном случае возможен такой выбор элементов и операций, что отдельный цикл может быть равен нулю

$$(\|x,y,z\| + \|y,z,x\| + \|z,x.y\|) = 0,$$
$$(\|y,x,z\| + \|x,z,y\| + \|z,y,x\|) = 0.$$

Так выглядит алгебраическое условие Якоби (оно ассоциировано с определением компенсатора):

$$\left[x,\left[y,z\right]\right]+\left[y,\left[z,x\right]\right]+\left[z,\left[x,y\right]\right]=0,$$
$$\left[x,y\right]=xy-yx\to\left\|x,e,y\right\|=\left(xe\right)y-\left(ye\right)x=xy-yx.$$

К рассматриваемой ситуации можно подойти иначе. Укажем её начало и возможности продолжения анализа алгебры равновесий. Введем в рассмотрение 2-компенсатор на паре элементов

$$\left\|x,y\right\|=xy-yx,\left\|x,y\right\|+\left\|y,x\right\|=0,\left\|x,y\right\|=-\left\|y,x\right\|.$$

В этом варианте мы анализируем некоммутативность произведения, представив это условие в форме алгебраического условия равновесия. Введем операцию конструирования компенсаторов, расширяя количество анализируемых объектов. Пусть новый объект «входит» в предыдущий компенсатор справа в первое произведение и слева во второе произведение, *модифицируя скобку*. Так реализуется частичное (компенсационное, логическое) произведение. Так получим

$$\left\|x,y\right\|_z=\left\|x,y,z\right\|=\left(xy\right)z-\left(zy\right)x.$$

Его свойства частично указаны выше. Применим аналогичный прием для четырех элементов. Получим условия

$$\left\|x,y,z,t\right\|=\left(xy\right)\left(zt\right)-\left(tz\right)\left(yx\right),\left\|t,z,y,x\right\|=\left(tz\right)\left(yx\right)-\left(xy\right)\left(zt\right),$$
$$\left\|x,y,z,t\right\|+\left\|t,z,y,x\right\|=0,$$
$$\left\|x,y,z,t\right\|=-\left\|t,z,y,x\right\|.$$

Для этого 4-компенсатора выполняется циклическое условие

$$\left\|x,y,z,t\right\|+\left\|y,z,t,x\right\|+\left\|z,t,x,y\right\|+\left\|t,x,y,z\right\|+\left\|t,z,y,x\right\|+\left\|z,y,x,t\right\|+\left\|y,x,t,z\right\|+\left\|x,t,z,y\right\|=0.$$

Оно очевидно, так как содержит пары компенсирующихся слагаемых

$$(\left\|x,y,z,t\right\|+\left\|t,z,y,x\right\|)+(\left\|y,z,t,x\right\|+\left\|x,t,z,y\right\|)+(\left\|z,t,x,y\right\|+\left\|y,x,t,z\right\|)+(\left\|t,x,y,z\right\|+\left\|z,y,x,t\right\|)=0.$$

В частных случаях возможно выполнение условий

$$(\left\|x,y,z,t\right\|+\left\|t,z,y,x\right\|)+(\left\|y,z,t,x\right\|+\left\|x,t,z,y\right\|)=0,$$
$$(\left\|z,t,x,y\right\|+\left\|y,x,t,z\right\|)+(\left\|t,x,y,z\right\|+\left\|z,y,x,t\right\|)=0.$$

Рассматриваемые условия интересны не только с математической точки зрения. Известно, что системы фундаментальных уравнений физики записываются в форме циклических условий для функций и частных производных. В частности, уравнения электродинамики для полей есть циклические уравнения по тройке индексов, учитывающих частные производные и компоненты потенциалов. Объединение электромагнетизма и гравитации в настоящее время реализовано на циклическом уравнении по четырем индексам. По этой причине естественно ожидать связи двух различных дисциплин. Поскольку результаты алгебры фундаментальны, её приложения в физике тоже будут фундаментальны. Важно установить алгоритм соответствия между алгебрами и физическими моделями. Принимая принцип реализации всех возможностей в качестве главного принципа конструирования моделей, а также анализа и предсказания практических шагов, мы изначально принимаем возможность построения *системы алгоритмов* для связи алгебры и физики.

Конечно, во многих отношения интересны циклические уравнения алгебры и физики для большего числа переменных. Так, возможен 5-компенсатор

$$\|x,y,z,t,\alpha\| = x(yz)(t\alpha) - \alpha(tz)(yx), \|\alpha,t,z,y,x\| = \alpha(tz)(yx) - x(yz)(t\alpha).$$

Для него есть «свои» условия равновесия. На таком уравнении могут быть сконструированы физические модели в пространстве с пятью независимыми переменными.

Легко проверить выполнение условия в форме алгебраического 3-закона

$$\{x,[y,z]\} - [\{x,y\},z] + [x,\{y,z\}] - \{[x,y],z\} - 2(x,y,z) - 2(z,y,x) = 0.$$

Здесь стандартным образом заданы величины в форме коммутатора и антикоммутатора

$$[x,y] = xy - yx, \{x,y\} = xy + yx,$$

а также ассоциаторы

$$(x,y,z) = x(yz) - (xy)z, (z,x,y) = z(yx) - (zy)x.$$

Закон зависит от двух ассоциаторов. Он выполняется на любых элементах и произвольных операциях умножения элементов. Элементами могут быть также функции от других элементов, заданные на основе нового умножения. Другими словами, алгебра допускает пару умножений: явное и скрытое. Условие на коммутаторах сложнее, так как

$$[x,[y,z]] + [y,[z,x]] + [z,[x,y]] = (x,y,z) + (y,z,x) + (z,x,y) - ((x,z,y) + (z,y,x) + (y,x,z)).$$

Цикл на коммутаторах есть разность пары циклов по ассоциаторам.

Рассмотрим цикл, ассоциированный со «смешанным» алгебраическим 3-законом. Получим

$$\langle x,y,z\rangle = \{x,[y,z]\} - [\{x,y\},z] + [x,\{y,z\}] - \{[x,y],z\} = 2(x,y,z) + 2(z,y,x),$$
$$\langle y,z,x\rangle = \{y,[z,x]\} - [\{y,z\},x] + [y,\{z,x\}] - \{[y,z],x\} = 2(y,z,x) + 2(x,z,y),$$
$$\langle z,x,y\rangle = \{z,[x,y]\} - [\{z,x\},y] + [z,\{x,y\}] - \{[z,x],y\} = 2(z,x,y) + 2(y,x,z).$$

Сумма трех выражений («смешанный» цикл) задан суммой двух циклов по ассоциаторам:

$$\frac{1}{2}(\langle x,y,z\rangle + \langle y,z,x\rangle + \langle z,x,y\rangle) = ((x,y,z) + (y,z,x) + (z,x,y)) + ((x,z,y) + (z,y,x) + (y,x,z)).$$

Объединим пару указанных циклов в форме суммы «смешанного» цикла и цикла на коммутаторах.

Она равна трём циклам на ассоциаторах:

$$([x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]])+(\langle x,y,z\rangle+\langle y,z,x\rangle+\langle z,x,y\rangle)=3((x,y,z)+(y,z,x)+(z,x,y)).$$

Запишем «смешанный» алгебраический 3-закон иначе, применив функции с индексами. Он получит вид

$$\{f^i,[f_j,f_k]\}-[\{f^i,f_j\},f_k]+[f^i,\{f_j,f_k\}]-\{[f^i,f_j],f_k\}=\Gamma^i_{jk},$$

$$0{,}5\Gamma^i_{jk}=(f^i,f_j,f_k)+(f_k,f_j,f^i)=f^i(f_jf_k)-(f^if_j)f_k+f_k(f_jf^i)-(f_kf_j)f^i.$$

Поскольку алгебраический закон допускает возможность применения любых вычислимых функций, мы получим законы для четырёх элементов, если заменим одну из функций функцией от пары переменных.

Введем функцию с двумя индексами

$$f^{ij}=\varphi(a^i,b^j)\Rightarrow a^ib^j,[a^i,b^j],[pa^i,sb^j]...\{a^i,b^j\},\{\alpha a^i,\beta b^j\},[a^i,\{\alpha a^i,\beta b^j\}]...$$

Зададим для неё закон

$$\{f^{ij},[f_k,f_l]\}-[\{f^{ij},f_k\},f_l]+[f^{ij},\{f_k,f_l\}]-\{[f^{ij},f_k],f_l\}=R^{ij}_{kl},$$

$$0{,}5R^{ij}_{kl}=(f^{ij},f_k,f_l)+(f_k,f_l,f^{ij})=f^{ij}(f_kf_l)-(f^{ij}f_k)f_l+f_k(f_lf^{ij})-(f_kf_l)f^{ij}.$$

Мы получили формальные выражения для величин, ассоциированных с тремя и четырьмя элементами алгебры. Если данные выражения равны нулю, мы имеем дело с «простыми» ситуациями. Так характеризуются обычно алгебры, на которых описываются структуры и поведение физических тел. Если они не равны нулю, имеет место неассоциативность. Мы гипотетически ассоциируем их с Сознанием и Чувствами. По этой версии мы можем попытаться рассматривать указанные выражения как величины, характеризующие «кривизну» и «кручение» многообразий, ассоциированных с Сознанием и Чувствами. Два других алгебраических 4-закона, соответствующие заменам других элементов, таковы:

$$\{f^i,[f_{jl},f_k]\}-[\{f^i,f_{jl}\},f_k]+[f^i,\{f_{jl},f_k\}]-\{[f^i,f_{jl}],f_k\}=P^i_{jlk},$$

$$0{,}5P^i_{jlk}=(f^i,f_{jl},f_k)+(f_k,f_{jl},f^i)=f^i(f_{jl}f_k)-(f^if_{jl})f_k+f_k(f_{jl}f^i)-(f_kf_{jl})f^i.$$

$$\{f^i,[f_j,f_{kn}]\}-[\{f^i,f_j\},f_{kn}]+[f^i,\{f_j,f_{kn}\}]-\{[f^i,f_j],f_{kn}\}=Q^i_{jkn},$$

$$0{,}5Q^i_{jk}=(f^i,f_j,f_{kn})+(f_{kn},f_j,f^i)=f^i(f_jf_{kn})-(f^if_j)f_{kn}+f_{kn}(f_jf^i)-(f_{kn}f_j)f^i.$$

В общем случае 3-алгебра порождает три 4-алгебры. Их свойства могут быть различны, отображая систему граней физических структур и активностей. Может быть, так учитываются, прямо или косвенно, *три составляющие любого объекта: Тело, Сознание,* *Чувства.* На одних и тех же элементах и на одной и той же операции их «кручения» и «кривизны» могут иметь разные значения, по-разному отображая одну и ту же ситуацию.

Поскольку в алгоритме замены одного элемента алгебры функцией от пары и более элементов мы получаем единую алгебру, возможен спектр единых алгебра для любого конечного числа алгебраических величин. Согласно этому же алгоритму, мы получаем свойства объектов, ассоциированных с алгебрами. Они задают спектр величин, характеризующих Тела, Сознания, Чувства. Указанные величины образуют только малую часть полного спектра величин, которые не исчерпываются величинами, ассоциированными с алгебрами. Понятно, что чем больше элементов» охватывает» алгебра, тем больше у неё свойств и эти свойства могут быть очень «тонкими».

Минимальна в рассматриваемом подходе пара характеристик, ассоциированная с тремя или четырьмя объектами. Дело в том, что физическая модель обычно конструируется на конечной системе матриц. Эти 3 или 4 матрицы образуют достаточную основу для физической модели. С другой стороны, они достаточны для расчета величин

$$0,5\Gamma^i_{jk} = \left(f^i, f_j, f_k\right) + \left(f_k, f_j, f^i\right) = f^i\left(f_j f_k\right) - \left(f^i f_j\right) f_k + f_k\left(f_j f^i\right) - \left(f_k f_j\right) f^i,$$

$$0,5R^{ij}_{kl} = \left(f^{ij}, f_k, f_l\right) + \left(f_k, f_l, f^{ij}\right) = f^{ij}\left(f_k f_l\right) - \left(f^{ij} f_k\right) f_l + f_k\left(f_l f^{ij}\right) - \left(f_k f_l\right) f^{ij}.$$

Заметим, что тройкам и четверкам базовых объектов сопоставлены функции от них. Эти функции могут быть самые разные и по-разному согласованы друг с другом. Эта «степень свободы», допускаемая алгеброй, способна отобразить тип объекта, а также его индивидуальность. Поскольку минимальной пары недостаточно для полной характеристики любого объекта, мы всегда можем надеяться на теоретическое и эмпирическое нахождение его новых граней и свойств. Это замечание соответствует принципу трансфинитности объектов и их свойств.

Заметим, что введенные величины могут иметь функциональную связь с совокупностью конкретных физических величин. На этой основе можно проводить классификацию объектов и процессов. Развиваемый подход основан на единой алгебре. Она допускает в силу её свойств возможность единого рассмотрения Тел, Сознаний и Чувств.

Заметим, что рассматриваемые элементы обычно подчинены дополнительно системе *индивидуальных законов*. В зависимости от того, каковы эти законы, можно по-разному оценивать изделия и практиковать с ними. Соединение системы единых алгебраических законов с системой индивидуальных законов становится не только предметом моделирования, но и средством постижения новой практики. У объектов обязательно будут единые и «свои» стороны и свойства. Так учитывается индивидуальность структуры и поведения объектов.

Заметим, что в рассматриваемом варианте связываются кривизна и кручения многообразий со структурой объектов, заданных матрицами. Совокупность величин, описывающих «кривизну» и «кручение» слагаемых модели: Тел, Сознаний, Чувств будет разной. Она зависит от того, какие это матрицы, а также от того, какие применяются операции. Важно не только установить систему величин. Важно разобраться в связях между ними.

Обобщенные условия равновесия и триединые уравнения динамики объектов

Для описания обобщенных условий равновесия в системе из трёх объектов ранее была предложена система функциональных уравнений. Она имеет вид

$$g_i f\left(g_j, g_k\right) + g_j f\left(g_k, g_i\right) + g_k f\left(g_i, g_j\right) = 0,$$
$$f\left(g_i g_j, g_k\right) + f\left(g_j g_k, g_i\right) + f\left(g_k g_i, g_j\right) = 0,$$
$$f\left(g_i, g_j g_k\right) + f\left(g_j, g_k g_i\right) + f\left(g_k, g_i g_j\right) = 0,$$
$$f\left(g_i, g_j\right) g_k + f\left(g_j, g_k\right) g_i + f\left(g_k, g_i\right) g_j = 0.$$

В этом варианте согласованы между собой свойства объектов в форме величин g_ξ и функции их взаимных влияний в форме $f\left(g_\xi, g_\eta\right)$. С другой стороны, альтернированная сумма элементов, взятых последовательно по одному из каждой строки, порождает функциональное уравнение когомологий Хохшильда (если функции каждой строки одни и те же) вида

$$g_i f\left(g_j, g_k\right) - f\left(g_i g_j, g_k\right) + f\left(g_i, g_j g_k\right) - f\left(g_i, g_j\right) g_k = 0.$$

Оно задает класс общих условий, характеризующих ассоциативные алгебры. На этих алгебрах обычно реализуются физические модели явлений.

Оба указанные выше подхода не имеют прямой связи с динамикой физических явлений. Поставим задачу конструирования алгоритма, связывающего обобщенные условия равновесия и систему когомологий с системами дифференциальных уравнений, описывающих физические явления. Найдем приложения и следствия такого алгоритма.

Примем точку зрения, что каждому обобщенному условию равновесия можно поставить в соответствие систему дифференциальных уравнений. Поскольку анализируется система условий равновесия, мы получим набор систем дифференциальных уравнений, учитывающий разные грани физического явления.

Так как обобщенных условий равновесия четыре, то могут быть четыре системы дифференциальных уравнений. Этот вариант интересен с общих позиций физического моделирования. Принимая *фундаментальный постулат о наличии у каждого физического объекта его Тела, Сознания и Чувств*, мы вправе задавать их свойства «своими» дифференциальными уравнениями. Такой подход соответствует принципу трансфинитного соответствия Тел, Сознаний, Чувств. Аналогично могут задаваться и связи между этими общими слагаемыми. Тогда четыре системы уравнений соответствуют четырём обязательным слагаемым модели триединого объекта, в котором Тело и Сознание объединены парой связей в форме Чувств.

Примем **постулат**: *на основе обобщенных условий равновесия и теорий когомологий могут быть сконструированы согласованные, триединые модели Тел, Сознаний и Чувств физических объектов*.

Примем электрические и гравитационные свойства материи в качестве их фундаментальных свойств. Тогда с электродинамикой Максвелла и моделью массодинамики следует согласовать систему ассоциированных уравнений. Полная система уравнений будет индуцирована обобщенными условиями равновесия. Поскольку электродинамика и массодинамика описываются на основе потенциалов, заданных в четырехмерном пространстве, свойства Сознания и Чувств будем также «своими» потенциалами. Мы принимаем, таким образом, предположение, что аналогия с фундаментальными физическими свойствами Тел материи позволяет обнаружить и применить на практике фундаментальные законы и свойства их Сознаний и Чувств**.**

На данной стадии анализа важно сконструировать начальную модель. Она может иметь некоторые общие свойства, которые нужно исследовать. Требуется не только найти систему уравнений. Нужно найти их согласования между собой, проанализировать возможные решения и следствия такой модели.

Рассмотрим вначале алгоритм ассоциирования для согласования обобщенных уравнений равновесия с уравнениями электродинамики Максвелла для электрических и магнитных полей.

Свободному симметричному элементу поставим в соответствие частную производную (или производную от функции). Функциям от симметричных элементов сопоставим дифференциальные выражения, зависящие от частных производных и присоединенных к ним функциям.

Примем сопоставление «электрического» типа, базирующееся на выражении функций антисимметричным тензором, выраженным через производные от 4-потенциала. Рассмотрим замену величин в обобщенных условиях равновесия по такому алгоритму сопоставления:

$$g_i \to \partial_i,\ f\left(g_j g_k\right) \to \partial_j A_k - \partial_k A_j = F_{jk}.$$

Тогда с циклическим уравнением

$$g_i f\left(g_j, g_k\right) + g_j f\left(g_k, g_i\right) + g_k f\left(g_i, g_j\right) = 0$$

ассоциируется система уравнений Фарадея-Ампера

$$\partial_i F_{jk} + \partial_j F_{ki} + \partial_k F_{ki} = 0 \to \partial_j A_k - \partial_k A_j = F_{jk}.$$

В физике анализ не ограничивается ею. Уравнения для полей дополняются уравнениями для индукций. По своей структуре они аналогичны уравнениям для полей. Их можно трактовать как циклические неоднородные уравнения. Кроме этого, для любой конкретной задачи требуется задать связи между полями и индукциями. Этот элемент модели имеет наибольшую сложность, так как на его основе требуется учитывать сложную конкретику физических условий. Известно, что структура связей для полей и индукций задается системой кодифференциальных уравнений, структура которых аналогична структуре дифференциальных уравнений для полей и индукций. В силу указанных обстоятельств конструирование дифференциальных уравнений для электромагнитного поля на основе циклического уравнения можно рассматривать как аргумент в пользу практичности предлагаемого алгоритма сопоставления.

Первое обобщенное условие равновесия порождает другие системы уравнений *при изменении алгоритма ассоциирования*. Так, ели мы зададим функцию $f\left(g_i, g_j\right)$ симметричным тензором

$$f\left(g_i, g_j\right) = \partial_i R_j + \partial_j R_i,$$

получим систему уравнений

$$\partial_i \partial_j R_k + \partial_j \partial_k R_i + \partial_k \partial_i R_j = 0.$$

Алгоритм вида $g_i \to \partial_i\sigma,\ f\left(g_j, g_k\right) \to Q_{jk}$ порождает пару систем уравнений вида

$$\partial_i\sigma \cdot Q_{jk} + \partial_j\sigma \cdot Q_{ki} + \partial_k\sigma \cdot Q_{ki} = Q_{jk}\partial_i\sigma + Q_{ki}\partial_j\sigma + Q_{ki}\partial_k\sigma = 0$$

в соответствии с симметричным или антисимметричным выбором *представляющих функций*.

Другие циклические уравнения порождают новые системы уравнений. Их свойства и практическую полезность можно будет прояснить на основе решения полученных уравнений.

Из уравнения равновесия

$$f\left(g_i g_j, g_k\right) + f\left(g_j g_k, g_i\right) + f\left(g_k g_i, g_j\right) = 0$$

получим в «электрическом» представлении на 4-потенциале B_k систему уравнений

$$\sigma_{ijk} = \partial_i\partial_j B_k - \partial_k B_{ij} + \partial_j\partial_k B_i - \partial_i B_{jk} + \partial_k\partial_i B_j - \partial_j B_{ki} = 0.$$

Рассмотрим «электрический» и «гравитационный» варианты задания *смешанных величин*:

$$B_{ij}\left(-\right) = \partial_i B_j - \partial_j B_i, B_{ij}\left(+\right) = \partial_i B_j + \partial_j B_i.$$

Тогда

$$\sigma_{ijk} = \partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j - \left(\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j\right) \mp \left(\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j\right) = 0.$$

Рассмотрим «гравитационное» представление этих уравнений равновесия. Изменим алгоритм сопоставления: смешение величин зададим симметричным тензором. Получим

$$\partial_i\partial_j B_k + \partial_k B_{ij} + \partial_j\partial_k B_i + \partial_i B_{jk} + \partial_k\partial_i B_j + \partial_j B_{ki} = 0.$$

Отсюда следует выражение

$$\sigma_{ijk} = \partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j + \left(\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j\right) \mp \left(\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j\right) = 0.$$

В обоих случаях *система ассоциированных уравнений*, индуцированная на данной системе циклических уравнений равновесия, имеет вид

$$\begin{gathered}\partial_i\partial_j B_k + \partial_j\partial_k B_i + \partial_k\partial_i B_j = 0,\\ i, j, k \to 1, 2, 3, 0.\end{gathered}$$

В векторном представлении система уравнений выглядит так:

$$\begin{aligned}&\partial_0\left(\partial_x B_y + \partial_y B_x\right) + \partial_x\partial_y B_0 = 0,\\ &\partial_0\left(\partial_x B_z + \partial_z B_x\right) + \partial_x\partial_z B_0 = 0,\\ &\partial_0\left(\partial_y B_z + \partial_z B_y\right) + \partial_y\partial_z B_0 = 0,\\ &\partial_x\partial_y B_z + \partial_y\partial_z B_x + \partial_z\partial_x B_y = 0.\end{aligned}$$

Ранее в модели массодинамики была введена величина

$$rat\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \partial_x & \partial_y & \partial_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}=\vec{i}\,\sigma_x+\vec{j}\sigma_y+\vec{k}\sigma_z,$$

$$\sigma_x=\partial_y B_z+\partial_z B_y,\sigma_y=\partial_x B_z+\partial_z B_x,\sigma_z=\partial_x B_y+\partial_y B_x.$$

В таких обозначениях полученная система уравнений имеет вид

$$\partial_0\sigma_x=-\partial_y\partial_z B_0,\partial_0\sigma_y=-\partial_x\partial_z B_0,\partial_0\sigma_z=-\partial_x\partial_y B_0,$$
$$\partial_x\sigma_x+\partial_y\sigma_y+\partial_z\sigma_z=div\vec{\sigma}=0,$$

так как

$$\partial_x\partial_y B_z+\partial_y\partial_z B_x+\partial_z\partial_x B_y=\partial_x\sigma_x+\partial_y\partial_z B_x=\partial_y\sigma_y+\partial_x\partial_z B_y=\partial_z\sigma_z+\partial_x\partial_y B_z.$$

Эти уравнения «ближе» по форме и структуре не к уравнениям электродинамики, а к полученным ранее полевым уравнениям массодинамики без учета конвективных слагаемых. Это обстоятельство кажется естественным, если алгоритм сопоставления основан на симметричном тензоре.

Принимая данный вариант в качестве модели Сознания для электромагнетизма, *мы принимаем предположение о наличии у Сознания свойств, которые свойственны гравитации.*

Те же уравнения получаются при использовании алгоритма вывода ассоциативных уравнений, основываясь на «смешанных величинах» в форме антисимметричного тензора. Мы можем предположить, что электромагнетизм на основе циклических уравнений «подтверждает» наличие у Сознания гравитационных свойств. Заметим, как будет показано ниже, что электромагнитные свойства Сознания проявляют себя на основе решений уравнений для Сознания.

Новая система ассоциированных уравнений инвариантна относительно выбора формы представления. «Электрическое» и «гравитационное» представления порождают одну систему ассоциированных уравнений при «электрическом» и «гравитационном» задании смешанных величин.

Следующая система циклических уравнений

$$f\left(g_i,g_jg_k\right)+f\left(g_j,g_kg_i\right)+f\left(g_k,g_ig_j\right)=0$$

порождает аналогичную систему ассоциированных уравнений для описания Сознания. Другими словами, *ассоциированная система уравнений для Сознания* **дублируется** в данной системе циклических уравнений равновесия.

Заметим, что в сложных технических устройствах принято выполнять дублирование некоторых изделий или функций, если они особо важны для функционирования изделия. В данном случае система циклических уравнений равновесия, рассматриваемая как математическое изделие, выполняет ту же функцию. Она дублирует вывод (обеспечивает существование) уравнений для Сознания, подтверждая особую роль Сознания в функционировании объектов.

Уравнения для Сознания в электродинамике имеют непривычную структуру. Возможно, они необычны и по решениям. Трехмерный вектор «Сознания» $\vec{B}\left(B_x,B_y,B_z\right)$ задается динамическими уравнениями, указанными выше. Из системы уравнений следует, что

$$\partial_0 div\vec{\sigma} = -3\partial_x\partial_y\partial_z B_0 = 0.$$

Величина B_0 «динамически» зависит от «своих» пространственных координат. Данное условие порождает семейства решений. В частности, возможны варианты:

$$B_0(0) = \alpha x + \beta y + \gamma z,$$

$$B_0(1) = \alpha\left(a(x+\sigma_1)(y+\theta_1) + b(x+\sigma_2)(z+\eta_1) + c(y+\theta_1)(z+\eta_1)\right),$$

$$B_0(2) = \alpha\left(a_1x + a_2y\right)\left(b_1x + b_2z\right)\left(c_1y + c_2z\right)\cdot\Sigma,$$

$$\Sigma = \left(\frac{1}{\left(b_1x+b_2z\right)\left(c_1y+c_2z\right)} + \frac{1}{\left(a_1x+a_2y\right)\left(c_1y+c_2z\right)} + \frac{1}{\left(a_1x+a_2y\right)\left(b_1x+b_2z\right)}\right),$$

$$B_0(3) = \alpha\left(a_1x + a_2y + b_1x + b_2z + c_1y + c_2z\right)...$$

Принимая координаты x, y, z в качестве параметров, характеризующих грани пространства Сознания, мы вводим математические характеристики Сознания в форме слагаемых с «весами», которые задаются совокупностью коэффициентов $(\alpha,\beta,\gamma),(a_i,b_i,c_i)$ в трехмерном пространстве. В частности, это могут быть координаты, характеризующие «зрительные», «осязательные», «акустические» каналы приема и хранения информации. Заметим, что величина B_0 характеризует сознание в «своем» пространстве, со «своими» весовыми функциями. Они могут зависеть от координат других пространств. Тогда принимается вариант динамического согласования элементов триединого объекта. Это согласование трансфинитно.

В рассматриваемом случае

$$\begin{aligned}
\partial_y\partial_0 B_z + \partial_z\partial_0 B_y &= a_x(y,z,t) + \vartheta_{x0},\\
\partial_x\partial_0 B_z + \partial_z\partial_0 B_x &= a_y(x,z,t) + \vartheta_{y0},\\
\partial_x\partial_0 B_y + \partial_y\partial_0 B_x &= a_z(x,y,t) + \vartheta_{z0}.
\end{aligned}$$

Продифференцируем эти уравнения соответственно по частным производным $\partial_z, \partial_y, \partial_x$. Получим систему условий:

$$\partial_x\partial_y\partial_0 B_z + \partial_x\partial_z\partial_0 B_y = 0, \partial_x\partial_y\partial_0 B_z + \partial_y\partial_z\partial_0 B_x = 0, \partial_x\partial_z\partial_0 B_y + \partial_y\partial_z\partial_0 B_x = 0.$$

Из нее следуют выражения для компонент ротора вектора $\partial_0\vec{B}$:

$$\begin{aligned}
\partial_0 R_x &= \partial_y\partial_0 B_z - \partial_z\partial_0 B_y = \varphi_x(y,z,t),\\
-\partial_0 R_y &= \partial_x\partial_0 B_z - \partial_z\partial_0 B_x = \varphi_y(x,z,t),\\
\partial_0 R_z &= \partial_x\partial_0 B_y - \partial_y\partial_0 B_x = \varphi_z(x,y,t).
\end{aligned}$$

В этой модели каждая компонента ротора $\vec{B}$ зависит от функций, которые независимы от координаты данной компоненты. Задание указанных функций конкретизирует задачу. Рассмотрим вариант решения, приняв линейную зависимость компонент вектора $\vec{B}$ от трёх функций

$$\alpha(x,t), \beta(y,t), \gamma(z,t).$$

Пусть, например,

$$\begin{pmatrix} \partial_0 B_x \\ \partial_0 B_y \\ \partial_0 B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha(x,t) \\ \beta(y,t) \\ \gamma(z,t) \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\partial_x \partial_0 B_y - \partial_y \partial_0 B_x = a_{21} \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial x} - a_{12} \frac{\partial \beta(y,t)}{\partial y} = \varphi_1(x,y,t),$$

$$\partial_x \partial_0 B_z - \partial_z \partial_0 B_x = a_{31} \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial x} - a_{13} \frac{\partial \gamma(z,t)}{\partial z} = \varphi_2(x,z,t),$$

$$\partial_y \partial_0 B_z - \partial_z \partial_0 B_y = a_{32} \frac{\partial \beta(y,t)}{\partial y} - a_{23} \frac{\partial \gamma(z,t)}{\partial z} = \varphi_3(y,z,t).$$

Пусть, например, зависимость от координат такова:

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11}(x) & \tilde{a}_{12}(x,y) & \tilde{a}_{13}(x,z) \\ \tilde{a}_{21}(x,y) & \tilde{a}_{22}(y) & \tilde{a}_{23}(y,z) \\ \tilde{a}_{31}(x,z) & \tilde{a}_{32}(y,z) & \tilde{a}_{33}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha(x) \\ \beta(y) \\ \gamma(z) \end{pmatrix}.$$

«Волной» обозначена зависимость от времени. Тогда

$$\partial_x B_y - \partial_y B_x = \varphi_1(x,y) = \tilde{a}_{21}(x,y) \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} + \alpha(x) \frac{\partial \tilde{a}_{21}(x,y)}{\partial x} - \tilde{a}_{12}(x,y) \frac{\partial \beta(y)}{\partial y} - \beta(y) \frac{\partial \tilde{a}_{12}(x,y)}{\partial y},$$

$$\partial_x B_z - \partial_z B_x = \varphi_2(x,z) = \tilde{a}_{31}(x,z) \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} + \alpha(x) \frac{\partial \tilde{a}_{31}(x,z)}{\partial x} - \tilde{a}_{13}(x,z) \frac{\partial \gamma(z)}{\partial z} - \gamma(z) \frac{\partial \tilde{a}_{13}(x,z)}{\partial z},$$

$$\partial_y B_z - \partial_z B_y = \varphi_3(y,z) = \tilde{a}_{32}(y,z) \frac{\partial \beta(y)}{\partial y} + \beta(y) \frac{\partial \tilde{a}_{32}(y,z)}{\partial y} - \tilde{a}_{23}(y,z) \frac{\partial \gamma(z)}{\partial z} - \gamma(z) \frac{\partial \tilde{a}_{23}(y,z)}{\partial z}.$$

Модель допускает систему возможностей. В ней не ограничиваются значения диагональных элементов матрицы $A \to \{a_{ii}\}$. Они могут быть подчинены, как и другие коэффициенты, самостоятельным динамическим уравнениям. *Внешняя динамика Сознания дополняется внутренней динамикой Сознания.* Следовательно, есть нетривиальные решения в системе ассоциированных уравнений, отождествляемых с функциями и проявлениями Сознания. Вектор $\vec{B}$ совместно с величиной B_0 задает 4-потенциал Сознания. На данной стадии и в данной модели эти величины пока не связаны с 4-потенциалами, которыми характеризуются Тела и Чувства.

Заметим, что представление решений в матричном виде допускает применение всей системы операций, которая допустима с математической точки зрения. По этой причине *явные матричные решения могут быть дополнены скрытыми решениями.* Другими словами, деформируя решения в обычной системе уравнений, мы приходим к системе решений.

Заключительное обобщенное условие равновесия

$$f\left(g_i,g_j\right)g_k+f\left(g_j,g_k\right)g_i+f\left(g_k,g_i\right)g_j=0$$

порождает *пару новых систем ассоциированных уравнений*. Они имеют вид

$$\begin{aligned}&\left(\partial_i P_j+\partial_j P_i\right)\partial_k\Pi^+ +\left(\partial_j P_k+\partial_k P_j\right)\partial_i\Pi^+ +\left(\partial_k P_i+\partial_i P_k\right)\partial_j\Pi^+=0,\\&\left(\partial_i P_j-\partial_j P_i\right)\partial_k\Pi^- +\left(\partial_j P_k-\partial_k P_j\right)\partial_i\Pi^- +\left(\partial_k P_i-\partial_i P_k\right)\partial_j\Pi^-=0.\end{aligned}$$

Возможен вариант описания уравнений на основе ротора векторных полей и на основе аналогичной величины в массодинамике, обозначенной символом $rat\left(\vec{a}\right)$. Примем вариант согласования «полей» для физического Тела A_i и «полей» для тела Сознания B_i. Пусть, например,

$$P_i=g^{jk}\left(A\right)\Lambda_{ki}\left(A\right)A_j+g^{jk}\left(B\right)\Lambda_{ki}\left(B\right)B_j.$$

В этом случае система уравнений порождает *два варианта их согласованной динамики,* управляемые функциями Π^+,Π^-. При задании их свертками вида

$$\Pi^+=\alpha^p\left(+\right)\beta_p\left(+\right),\Pi^-=\alpha^p\left(-\right)\beta_p\left(-\right),$$

мы усложняем *модель управления* в системе, образованной Телами и Сознаниями.

Для нахождения замкнутой системы уравнений требуется задать связи между величинами. Они могут быть самыми разными, соответствуя концепции трансфинитности связей между физическими телами, Сознаниями и Чувствами. Так, например, есть вариант, когда

$$\Pi=\sigma^i A_i+\sigma^{ij}A_i B_j,\;\; B_k=\partial_k\left(\pi^{ij}P_i P_j\right)+\alpha A_k.$$

Коэффициенты и функции могут быть самыми разными. В частности, они могут быть подчинены динамическим уравнениям. Не исключен вариант, когда некоторые коэффициенты входят в модель только из эмпирических соображений.

Анализируемые уравнения «цикличны» в такой форме записи:

$$(\partial_i P_j\partial_k\Pi^\xi+\partial_j P_k\partial_i\Pi^\xi+\partial_k P_i\partial_j\Pi^\xi)\pm\left(\partial_j P_i\partial_k\Pi^\xi+\partial_i P_k\partial_j\Pi^\xi+\partial_k P_j\partial_i\Pi^\xi\right)=0.$$

Меняя порядок следования индексов в данной системе уравнений, мы обнаруживаем наличие согласованных между собой «циклов» по трём индексам. Они порождают одинаковые уравнения. Циклы имеют левую и правую ориентацию.

Обозначим компоненты этих величин символами $\kappa_{\xi}^{1,2}$. Тогда новые системы уравнений получат вид

$$\kappa_{x\xi}^{1,2}\partial_x\Pi^{\xi}+\kappa_{y\xi}^{1,2}\partial_y\Pi^{\xi}+\kappa_{z\xi}^{1,2}\partial_z\Pi^{\xi}=0.$$

Триединая система уравнений, которые по циклическим уравнениям равновесия ассоциированы с уравнениями Фарадея-Ампера, такова:

$$\begin{gathered}\partial_j A_k-\partial_k A_j=F_{jk},\\ \partial_i F_{jk}+\partial_j F_{ki}+\partial_k F_{ki}=0,\\ \partial_i\partial_j B_k+\partial_j\partial_k B_i+\partial_k\partial_i B_j=0,\\ (\partial_i P_j\partial_k\Pi^{\xi}+\partial_j P_k\partial_i\Pi^{\xi}+\partial_k P_i\partial_j\Pi^{\xi})\pm\left(\partial_j P_i\partial_k\Pi^{\xi}+\partial_i P_k\partial_j\Pi^{\xi}+\partial_k P_j\partial_i\Pi^{\xi}\right)=0,\\ i,j,k\to 1,2,3,0.\end{gathered}$$

В исходной постановке задачи речь шла о построении алгоритма, на основе которого можно было бы моделировать триединые свойства объектов: физические тела, Сознания и Чувства. В данном варианте формальная модель такого типа построена на единой основе. Она базируется на циклических обобщенных условиях равновесия. Равновесия заданы разными уравнениями для разных свойств физических объектов.

Решения данной системы уравнений позволят описывать единым образом триединый физический объект. Так, например, возможно выражение совокупности свойств Тел, Сознаний, Чувств потенциалами и дополнительными функциями: $A_i,B_j,P_k,\Pi^{\pm}$... Данное предположение предполагает единство физической природы Тел, Сознаний, Чувств. Следуя фундаментальным данным, базирующимся на электродинамике, мы обязаны задавать для Тел электрический и магнитный векторы. Их выражение в электродинамике задается на основе потенциала поля. Аналогичным образом можно описывать гравитацию. Принимая трансфинитное соответствие Тел с Сознаниями и Чувствами, мы вправе задавать их «своими» потенциалами.

С другой стороны, механическая модель электромагнитных явлений согласуется с механикой при выражении потенциалов через скорости праматерии. При описании Сознаний и Чувств электромагнитного поля «своими» потенциалами, мы изначально предполагаем возможность построения механической модели их структуры и динамики.

Динамические уравнения, ассоциированные с когомологиями Хохшильда

Хохшильд вывел функциональное уравнение для комплекса когомологий вида

$$g_i f\left(g_j,g_k\right)-f\left(g_i g_j,g_k\right)+f\left(g_i,g_j g_k\right)-f\left(g_i,g_j\right)g_k=0.$$

Оно следует из системы обобщенных функциональных условий равновесия, введенных ранее, при альтернированном сложении «поперечных компонент» соответствующих циклических уравнений.

Циклические уравнения равновесия задают триединую систему уравнений, на основе которой можно согласованно описывать обобщенную физическую систему. В ней есть «место» для Тел, Сознаний, Чувств. Таковы модели, «продольно ассоциированные» с циклическими уравнениями равновесия. Их можно применить к разным объектам.

Естественно проанализировать системы уравнений, которые «поперечно ассоциированы» с ними. Уравнение Хохшильда обеспечивает реализацию такой возможности. В этом случае мы рассматриваем модель согласования между собой разных элементов в системах уравнений, описывающих выполнение объектом разных функций.

Такой вариант, с формальной точки зрения, соответствует *конструированию моделей управления* в триединой динамической системе. Если это так, то следует рассмотреть все «сценарии» такого управления. Возможно, они имеют право на реализацию в разных условиях и при разных обстоятельствах. Задача состоит в том, чтобы исследовать полную систему управлений, согласовав анализ с теорией деформаций объектов и явлений. На начальной стадии анализа рассмотрим модель, ассоциированную с когомологиями Хохшильда.

Примем, как и ранее, сопоставление вида

$$g_i \to \partial_i,\; f\left(g_j g_k\right) \to \partial_j G_k - \partial_k G_j = G_{ij}.$$

Получим систему уравнений

$$\partial_i\left(\partial_j G_k - \partial_k G_j\right) - \partial_i\partial_j G_k + \partial_k G_{ij} + \partial_i G_{jk} - \partial_j\partial_k G_i - \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi =$$
$$= \partial_i\left(\partial_j G_k - \partial_k G_j\right) - \partial_i\partial_j G_k + \partial_k\left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right) + \partial_i\left(\partial_j G_k - \partial_k G_j\right) - \partial_j\partial_k G_i - \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi =$$
$$= \partial_i\partial_j G_k - \partial_i\partial_k G_j - \partial_i\partial_j G_k + \partial_k\partial_i G_j - \partial_k\partial_j G_j + \partial_i\partial_j G_k - \partial_i\partial_k G_j - \partial_j\partial_k G_i - \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi = 0.$$

Тогда

$$-\partial_k\partial_j G_i + \partial_i\partial_j G_k - \partial_i\partial_k G_j - \partial_j\partial_k G_i - \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi = 0.$$

Преобразовав, получим систему уравнений

$$\partial_j(\partial_i G_k - \partial_k G_i) = \partial_k\left(\partial_i G_j + \partial_j G_i\right) + \left(\partial_i G_j - \partial_j G_i\right)\partial_k \Pi.$$

Ситуация меняется при введении другой совокупности величин, которые функционально ассоциированы с циклическим уравнением по предыдущему алгоритму, но для величин, подчиненных закону

$$\partial_j Q_k + \partial_k Q_j = Q_{ij}.$$

Получим систему уравнений вида

$$\partial_i(\partial_j Q_k + \partial_k Q_j) = \left(\partial_i Q_j - \partial_j Q_i\right)\partial_k P.$$

Следовательно, с уравнением Хохшильда ассоциированы новые системы уравнений. В них объединены симметричные и антисимметричные тензоры, ассоциированные со «своими» потенциалами. Возможно, так задаются *уравнения для управления явлениями*.

Обобщение модели Сознаний и Чувств электромагнитных объектов

Мы обнаружили возможность конструирования уравнений для Сознания и Чувств в электродинамике на основе одного циклического уравнения

$$g_i f\left(g_j, g_k\right) + g_j f\left(g_k, g_i\right) + g_k f\left(g_i, g_j\right) = 0.$$

Для этого нужно незначительно модифицировать алгоритмы ассоциирования. Поскольку это так, мы вправе применить данные приемы для обобщенных уравнений электродинамики, которые базируются на дифференциальных уравнениях для 4-потенциалов второго порядка. В этой модели базовым становится уравнение

$$g_i g_j f\left(g_k, g_l\right) + g_j g_k f\left(g_l, g_i\right) + g_k g_l f\left(g_i, g_j\right) + g_l g_i f\left(g_j, g_k\right) = 0.$$

Из него по принятой методике следует система уравнений, описывающая, соответственно Тело, Сознание, Чувства электромагнетизма. Она состоит из трех «блоков»:

$$\partial_i \partial_j F_{kl} + \partial_j \partial_k F_{li} + \partial_k \partial_l F_{ij} + \partial_l \partial_i F_{jk} = 0 \to F_{ij} = \partial_i A_j - \partial_j A_i,$$

$$\partial_i \partial_j B_{kl} + \partial_j \partial_k B_{li} + \partial_k \partial_l B_{ij} + \partial_l \partial_i B_{jk} = 0 \to B_{ij} = \partial_i B_j + \partial_j B_i,$$

$$\partial_i \sigma \partial_j \sigma Q_{kl} + \partial_j \sigma \partial_k \sigma Q_{li} + \partial_k \sigma \partial_l \sigma Q_{ij} + \partial_l \sigma \partial_i \sigma Q_{jk} = 0 \to Q_{ij} = Q_{ij}\left(A_i, B_j\right),$$

$$\partial_i \sigma \partial_j \pi P_{kl} + \partial_j \sigma \partial_k \pi P_{li} + \partial_k \sigma \partial_l \pi P_{ij} + \partial_l \sigma \partial_i \pi P_{jk} = 0 \to P_{ij} = P_{ij}\left(A_i, B_j\right).$$

Модифицируя известным способом обобщенные уравнения электродинамики, мы приходим к обобщенной системе, на основе которой можно описывать Тела, Сознания, Чувства электромагнитных и гравитационных объектов. В частном случае система уравнений выглядит так:

$$\partial_i \partial_j \Pi_{kl} - \partial_j \partial_k \Pi_{li} + \partial_k \partial_l \Pi_{ij} - \partial_l \partial_i \Pi_{jk} = 0 \to \Pi_{ij} = a(\partial_i A_j - \partial_j A_i) + b(\partial_i B_j + \partial_j B_i),$$

$$\partial_i \partial_j R_{kl} - \partial_j \partial_k R_{li} + \partial_k \partial_l R_{ij} - \partial_l \partial_i R_{jk} = 0 \to R_{ij} = \alpha\left(\partial_i A_j + \partial_j A_i\right) + \beta(\partial_i B_j + \partial_j B_i),$$

$$\partial_i \sigma \partial_j \sigma Q_{kl} - \partial_j \sigma \partial_k \sigma Q_{li} + \partial_k \sigma \partial_l \sigma Q_{ij} - \partial_l \sigma \partial_i \sigma Q_{jk} = 0 \to Q_{ij} = Q_{ij}\left(A_i, B_j\right),$$

$$\partial_i \sigma \partial_j \pi P_{kl} - \partial_j \sigma \partial_k \pi P_{li} + \partial_k \sigma \partial_l \pi P_{ij} - \partial_l \sigma \partial_i \pi P_{jk} = 0 \to P_{ij} = P_{ij}\left(A_i, B_j\right).$$

В такой модели уравнения для Тел и Сознаний идентичны. Их отличие друг от друга задается с точностью до различия системы эмпирических коэффициентов. Можно сказать, другими словами, что Тела и есть Сознания, а Сознания – это Тела.

В модели есть несколько вариантов согласования Тел и Сознаний между собой. Они могут задавать спектр состояний, формируя отдельный объект исследований. На паре «близких между собой» Тел и Сознаний способна существовать система Чувств.

Формы и алгоритмы конструирования неассоциативности

В настоящее время известно несколько алгоритмов конструирования неассоциативности.

Вариант 1. Относительно новым элементом конструирования является алгоритм изменения операции на множестве матриц. Он позволяет легко получать разные неассоциативные алгебры. Мы убедились в этом на основе анализа произведения матриц в форме произведения столбцов на столбцы и т.п. Неассоциативность естественно возникает при применении комбинаторных операций. Аналогичными средствами достигается деформация дистрибутивности.

Вариант 2. Классические алгоритмы конструирования неассоциативности базируются на применении элементов, которые принадлежат алгебре Ли или алгебре Йордана. Соответственно, их элементы таковы (с точностью до множителей):

$$a \hat{\times} b = ab - ba, a \check{\times} b = ab + ba.$$

Проанализируем некоторые свойства совокупности таких элементов. Согласно произведению, принятому в алгебре Ли, получим систему свойств:

$$\begin{aligned}
(a \hat{\times} b) \hat{\times} c &= (ab - ba)c - c(ab - ba) = (ab)c - (ba)c - c(ab) + c(ba),\\
a \hat{\times} (b \hat{\times} c) &= a(bc - cb) - (bc - cb)a = a(bc) - a(cb) - (bc)a + (cb)a,\\
(c \hat{\times} b) \hat{\times} a &= (cb - bc)a - a(cb - bc) = (cb)a - (bc)a - a(cb) + a(bc),\\
c \hat{\times} (b \hat{\times} a) &= c(ba - ab) - (ba - ab)c = c(ba) - c(ab) - (ba)c + (ab)c.
\end{aligned}$$

Если произведения ассоциативны, получим условия

$$\begin{aligned}
\langle a,b,c \rangle_{as} &= (a \hat{\times} b) \hat{\times} c - a \hat{\times} (b \hat{\times} c) = -(ba)c - c(ab) + a(cb) + (bc)a,\\
\langle b,c,a \rangle_{as} &= (b \hat{\times} c) \hat{\times} a - b \hat{\times} (c \hat{\times} a) = -(cb)a - a(bc) + b(ac) + (ca)b,\\
\langle c,a,b \rangle_{as} &= (c \hat{\times} a) \hat{\times} b - c \hat{\times} (a \hat{\times} b) = -(ac)b - b(ca) + c(ba) + (ab)c,\\
\langle c,b,a \rangle_{as} &= (c \hat{\times} b) \hat{\times} a - c \hat{\times} (b \hat{\times} a) = -(bc)a - a(cb) + c(ab) + (ba)c.
\end{aligned}$$

Согласно произведению, принятому в алгебре Йордана, получим равенства:

$$\begin{aligned}
(a \check{\times} b) \check{\times} c &= (ab + ba)c + c(ab + ba) = (ab)c + (ba)c + c(ab) + c(ba),\\
a \check{\times} (b \check{\times} c) &= a(bc + cb) + (bc + cb)a = a(bc) + a(cb) + (bc)a + (cb)a,\\
(c \check{\times} b) \check{\times} a &= (cb + bc)a + a(cb + bc) = (cb)a + (bc)a + a(cb) + a(bc),\\
c \check{\times} (b \check{\times} a) &= c(ba + ab) + (ba + ab)c = c(ba) + c(ab) + (ba)c + (ab)c.
\end{aligned}$$

Если произведения ассоциативны, получим условия

$$\begin{aligned}
\langle a,b,c \rangle_{as} &= (a \check{\times} b) \check{\times} c - a \hat{\times} (b \hat{\times} c) = (ba)c + c(ab) - a(cb) - (bc)a,\\
\langle b,c,a \rangle_{as} &= (b \check{\times} c) \check{\times} a - b \hat{\times} (c \hat{\times} a) = (cb)a + a(bc) - b(ac) - (ca)b,\\
\langle c,a,b \rangle_{as} &= (c \check{\times} a) \check{\times} b - c \hat{\times} (a \hat{\times} b) = (ac)b + b(ca) - c(ba) - (ab)c,\\
\langle c,b,a \rangle_{as} &= (c \check{\times} b) \check{\times} a - c \hat{\times} (b \hat{\times} a) = (bc)a + a(cb) - c(ab) - (ba)c.
\end{aligned}$$

Общее выражение для ассоциаторов становится более сложным, если произведение неассоциативно.

Для обеих ситуаций, независимо от ассоциативности произведения в паре элементов, выполняется закон

$$\langle a,b,c \rangle_g + \langle c,b,a \rangle_g = 0.$$

Если произведения элементов ассоциативны, ассоциаторы как в алгебре Ли, так и в алгебре Йордана подчинены единому частному закону

$$\langle a,b,c\rangle_a + \langle b,c,a\rangle_a + \langle c,a,b\rangle_a = 0.$$

Если произведения в паре элементов неассоциативны, выполняется общий закон

$$\langle a,b,c\rangle_g + \langle b,c,a\rangle_g + \langle c,a,b\rangle_g + \langle b,a,c\rangle_g + \langle a,c,b\rangle_g + \langle c,b,a\rangle_g = 0.$$

Возможна алгебра, в которой соединены свойства алгебры Ли и алгебры Йордана. Она подчинена произведению вида

$$a * b = \vec{i}\left(ab - ba\right) + \vec{j}\left(ab + ba\right) = \left(\vec{i} + \vec{j}\right)ab + \left(\vec{i} - \vec{j}\right)ba.$$

Данные алгебры могут непосредственно применяться в физических моделях. Известно, что алгебра Ли нетривиальна на кватернионах. По этой причине *физические теории, представленные на группах* в форме кватернионов, могут быть записаны на элементах алгебры Ли, сконструированной на данных кватернионах. Тогда деформацию этих уравнений (а это и механика, и теория света) можно выполнить элементами алгебры Ли, реализуя возможность неассоциативной деформации. С аналогичной ситуацией мы имеем дело при рассмотрении теорий, базирующихся на группах, представленных антикватернионами. В этом случае нетривиальна алгебра Йордана. Физические модели на кватернионах могут быть записаны в форме уравнений на алгебре Йордана. По этой причине становится возможной новая неассоциативная деформация соответствующих уравнений. Она ориентирована на информационное моделирование.

Вариант 3. Рассмотрим произведение пары элементов «в присутствии третьего элемента». Пусть третьим элементов будет скаляр с условием его действия только на первый элемент произведения. Например, $a \overset{p}{\times} b = pab - ba.$ Тогда получим

$$(a \overset{p}{\times} b) \overset{p}{\times} c = p\left(pab - ba\right)c - c\left(pab - ba\right) = p^2\left(ab\right)c - p\left(ba\right)c - pc\left(ab\right) + c\left(ba\right),$$

$$a \overset{p}{\times} (b \overset{p}{\times} c) = pa\left(pbc - cb\right)c - \left(pbc - cb\right)a = p^2 a\left(bc\right) - pa\left(cb\right) - p\left(bc\right)a + \left(cb\right)a,$$

$$(c \overset{p}{\times} b) \overset{p}{\times} a = p\left(pcb - bc\right)a - a\left(pcb - bc\right) = p^2\left(cb\right)a - p\left(bc\right)a - pa\left(cb\right) + a\left(bc\right),$$

$$c \overset{p}{\times} (b \overset{p}{\times} a) = pc\left(pba - ab\right) - \left(pba - ab\right)c = p^2 c\left(ba\right) - pc\left(ab\right) - p\left(ba\right)c + \left(ab\right)c.$$

В этом варианте расчета

$$\Delta_{1p} = \langle a,b,c\rangle_p \neq \langle c,b,a\rangle_p = \Delta_{2p},$$

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \left(p^2 - 1\right)\left(\langle a,b,c\rangle_{st} + \langle c,b,a\rangle_{st}\right).$$

Для ассоциативных множеств эта величина равна нулю. Она отлична от нуля для неассоциативных множеств. Следовательно, ассоциаторы в неассоциативном множестве обладают *свойством «слежения» за действиями «третьего лица».* В данном случае такое «слежение» задается одним параметром. Ситуация усложняется, если параметр задается матрицей или элементом некоторой алгебры. Он может иметь разные свойства по умножению при действии на себя или на элементы другого множества.

Заметим, что *неассоциативность согласована с структурой произведения*. Можно сказать так: формы неассоциативности есть проявления форм произведения. Поскольку произведениям физики ставят в соответствие взаимодействия, мы такими математическими средствами анализируем взаимодействия. Более того, складывается впечатление, что неассоциативность «властвует», прежде всего, в алгоритмах передачи, анализа и приема информации. По этой причине, приняв во внимание трансфинитность информации, мы ожидаем трансфинитности форм и проявлений неассоциативности. На этой стадии анализа понятно, что желательно выполнить классификацию неассоциативностей. Она позволит классифицировать взаимодействия, базирующиеся на обмене информацией. С геометрической точки зрения это могут быть формы неевклидовости геометрий. Они могут и должны проявляться на метрической и «связевой» структуре многообразий. С алгебраической точки зрения мы будем иметь дело с разными алгебрами. Для их классификации используются варианты анализа «корневых диаграмм». Скорее всего, этих алгоритмов недостаточно для полного и глубокого анализа. Аналогичные проблемы появляются и в топологии. Поэтому актуальна задача анализа алгебр, геометрий, топологий неассоциативных многообразий. Более того, понимание этой совокупности вопросов предполагает их применение на практике. По этой причине следует рассматривать вопросы управления неассоциативностями. С физической точки зрения речь будет идти об управлении взаимодействиями. Такое управление, так или иначе, ассоциировано с алгоритмами и формами деформации многообразий. В частности, речь может идти о деформации неассоциативности.

Анализ, проведенный ранее, показал, что обобщенные условия равновесия зависят от количества объектов, участвующих в конструкции равновесной системы. Принимая софистатность физики и математики, мы вправе ожидать, что могут быть разными законы операций на разном количестве объектов. С математической точки зрения это обстоятельство, в простом случае, выражается алгоритмом изменения законов произведения. Покажем, что с изменениями законов взаимодействия в тройке объектов ассоциировано изменение законов неассоциативности.

Вариант 4. Рассмотрим простую модель построения «инвариантных» ассоциаторов на основе изменения закона произведения в тройке элементов.

Левая инвариантность ассоциаторов может быть реализована на алгоритме изменения закона взаимодействия объектов, согласованном с управлением. Этот вариант в математической форме означает построение закона произведения (алгебраического типа), зависящего от расположения скобок. Рассмотрим такую возможность. Пусть, например,

$$\begin{gathered}(a*b)*c \Rightarrow (ab+ba)c-b(ac),\\ a*(b*c) \Rightarrow a(bc+cb)+b(ca),\\ (b*a)*c \Rightarrow (ba+ab)c-a(bc),\\ b*(a*c) \Rightarrow b(ac+ca)+a(cb).\end{gathered}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{gathered}\langle a,b,c\rangle^{*} = (a*b)*c-a*(b*c) = (ab+ba)c-a(bc+cb)-b(ac+ca) = \langle b,a,c\rangle^{*},\\ \langle a,b,c\rangle^{*} = \langle b,a,c\rangle^{*}.\end{gathered}$$

Мы приходим к модели ассоциатора, инвариантного слева. «Симметричная» часть произведения дополнена «несимметричной» частью с произведением среднего элемента слева.

Правая инвариантность ассоциаторов также может быть реализована на алгоритме изменения закона взаимодействия объектов, согласованном с управлением. Этот вариант в математической форме означает построение закона произведения (алгебраического типа), иначе зависящего от расположения скобок.

Рассмотрим такую возможность. Пусть, например,

$$(a\hat{*}b)\hat{*}c \Rightarrow (ab+ba)c+(ac)b, a\hat{*}(b\hat{*}c) \Rightarrow (ac+ca)b+(ab)c,$$
$$(a\hat{*}c)\hat{*}b \Rightarrow (ac+ca)b+(ab)c, a\hat{*}(c\hat{*}b) \Rightarrow (ab+ba)c+(ac)b.$$

Отсюда следует, что

$$\langle a,b,c\rangle^{\hat{*}} = (a\hat{*}b)\hat{*}c - a\hat{*}(b\hat{*}c) = -(a\hat{*}c)\hat{*}b + a\hat{*}(c\hat{*}b) = -\langle a,c,b\rangle^{\hat{*}},$$
$$\langle a,b,c\rangle^{\hat{*}} = -\langle a,c,b\rangle^{\hat{*}}.$$

Мы приходим к модели ассоциатора, инвариантного справа. «Симметричная» часть произведения дополнена, как и ранее, «несимметричной» частью.

Возможно обобщение, в котором симметричная и несимметричная части представлены в виде канонических многочленов:

$$(a\hat{*}b)\hat{*}c \Rightarrow ((ab)c+(ba)c)^p+((ac)b)^q,$$
$$a\hat{*}(b\hat{*}c) \Rightarrow ((ac)b+(ca)b)^r+((ab)c)^s,$$
$$(a\hat{*}c)\hat{*}b \Rightarrow ((ac)b+(ca)b)^r+((ab)c)^s,$$
$$a\hat{*}(c\hat{*}b) \Rightarrow ((ab)c+(ba)c)^p+((ac)b)^q.$$

В этом случае выполняется закон, аналогичный предыдущему в виде

$$\langle a,b,c\rangle^{\hat{*}} = -\langle a,c,b\rangle^{\hat{*}}.$$

Следовательно, закон может «скрывать» конкретику отношений между элементами.

Деформация операций обеспечивает конструирование «граней» в произведении пары элементов. Результат будет зависеть от того, на каком месте находится единичный элемент, проявляющий себя в паре с исходными элементами. Произведение элементов в общем случае не задается одним значением, а образует систему из 6 значений. В частности, некоторые значения могут совпадать. Запишем эти «странности» произведений в паре элементов, обусловленные структурой рассматриваемого произведения в тройке элементов, таблицей 14.

Таблица 14. Свойства $(*),(\hat{*})$. произведений пары элементов.

$(ab)c$	$*$	$\hat{*}$
$a=1$	bc	$3bc+(cb-bc)$
$b=1$	ac	$3ac$
$c=1$	ab	$3ab$

,

$a(bc)$	$*$	$\hat{*}$
$a=1$	$3bc+(cb-bc)$	$bc-(cb-bc)$
$b=1$	$3ac+(ca-ac)$	$ac-(ca-ac)$
$c=1$	$3ab$	ab

.

Из таблицы следует гипотеза, что систему неассоциативностей можно характеризовать на основе «спектра произведений» для пары элементов. «Спектр произведений» различен для коммутативных и некоммутативных ситуаций. Он зависит также от типа операции произведения. Отдельная операция задает «срез» из совокупности всех возможных ситуаций (состояний). «Операционные сечения» многообразия на уровне произведения пар элементов могут быть элементами для построения геометрий, алгебр, топологий неассоциативных многообразий.

Вариант 5. Рассмотрим другой алгоритм произведения в тройке элементов. Пусть «скобка» произведения переносится на свободный элемент и «превращает» произведение в скобке в сумму. Кроме этого, после переноса может поменяться алгоритм произведения. Тогда получим равенства

$$
\begin{gathered}
(a \circ b) \circ c \Rightarrow a * (b + c) = a * b + a * c, \\
a \circ (b \circ c) \Rightarrow (a + b) * c = a * c + b * c, \\
\langle a, b, c \rangle^{\circ} = (a \circ b) \circ c - a \circ (b \circ c) = a * b - b * c, \\
\langle b, c, a \rangle^{\circ} = b * c - c * a, \langle c, a, b \rangle^{\circ} = c * a - a * b, \\
\langle a, b, c \rangle^{\circ} + \langle b, c, a \rangle^{\circ} + \langle c, a, b \rangle^{\circ} = 0.
\end{gathered}
$$

Мы выполнили $Q-$ деформацию операций. Она обеспечила наличие «циклического» закона для ассоциаторов, полученных после трансформации.

У данной деформации есть дополнительные «степени свободы». Они проявляют себя, прежде всего, системой мультипликативных множителей. Они формируют дополнительный «спектр состояний» для тройки элементов. Однако он подчинен полученному ранее циклическому закону для системы ассоциаторов. Так, рассмотрим модель вида

$$
\begin{gathered}
(a \circ b) \circ c \Rightarrow a ** (b + c) = p(a, b, c)(a * b + a * c), \\
a \circ (b \circ c) \Rightarrow (a + b) ** c = p(a, b, c)(a * c + b * c), \\
\langle a, b, c \rangle^{\circ *} = (a \circ b) \circ c - a \circ (b \circ c) = p(a, b, c)(a * b - b * c), \\
\langle b, c, a \rangle^{\circ *} = p(a, b, c)(b * c - c * a), \langle c, a, b \rangle^{\circ *} = p(a, b, c)(c * a - a * b), \\
\langle a, b, c \rangle^{\circ *} + \langle b, c, a \rangle^{\circ *} + \langle c, a, b \rangle^{\circ *} = 0.
\end{gathered}
$$

Функция $p(a, b, c)$ может быть разной и зависеть от 1,2,3 элементов. Аналогично можно рассмотреть модель с произведением справа. Следовательно, закон для ассоциаторов может характеризовать класс множеств с данным свойством. Различие свойств произведения не исключает возможность существования единого закона для рассматриваемой системы элементов. Однако данная модель обеспечивает реализацию разных спектров для пар элементов. Эти «спектры пар» конкретизируют свойства рассматриваемого произведения. Циклический закон скрывает эти свойства.

Деформация операций выступила в роли *фактора управления* свойствами множества. С физической точки зрения ***операционный анализ*** *предполагает наличие у одних и тех же объектов* ***системы свойств***.

Выразим свойства произведений пар элементов, индуцированных ассоциаторами, а также сами ассоциаторы числами, задавая соответствующим функциям значения $a = b = c = 1$.

Представим данные таблицей 15.

Таблица 15. Числовое представление пар элементов и ассоциаторов

	$(ab)c$	$(ab)c$	$(ab)c$	$a(bc)$	$a(bc)$	$a(bc)$	$\langle a,b,c\rangle$
	$a=1$	$b=1$	$c=1$	$a=1$	$b=1$	$c=1$	–
Ли	0	0	0	0	0	0	0
Йордан	4	4	4	4	4	4	0
$R-$*инвар.*	3	3	3	1	1	1	2
$L-$*инвар.*	1	1	1	3	3	3	–2
$Q-$*инвар.*	2	2	2	2	2	2	0

С аналогичной ситуацией мы имеем дело при анализе других произведений. Они заданы с точностью до умножения слева или справа, а иногда и слева, и справа на функции, которые могут зависеть от анализируемых элементов. Однако эти функции могут быть независимы от них и задаваться через дополнительные элементы. На этой основе возможно задание динамических уравнений для мультипликативных функций, управляющих спектром произведений в паре элементов. При зависимости их от координат и времени, мы «приходим» к динамическим произведениям. Становится возможной динамика операций. Она не проявляет себя в циклическом законе. Однако она задает динамику произведений в паре. Чаще всего экспериментальные данные получаются при взаимодействии объекта и измерительного устройства. Поэтому динамика «спектра произведений пары элементов» может стать дополнительным математическим средством исследования физического процесса измерения.

Деформации проявляют себя по-разному, потому что они различны, равно как условия их проявления и обнаружения. Фактически речь идет о совокупности потенциальных возможностей совокупности объектов, скрытых при применении к ним только одной системы операций. Принимая такую точку зрения, мы получаем алгоритм классификации объектов по наличию у них системы операций, проявляющейся при определенных условиях существования. Другими словами, появляются основания «приписывать» объектам совокупность скрытых свойств, которые могут быть проанализированы математически и могут быть проявлены в эксперименте при условиях, которые отличаются от обычных условий практики. Естественно возникает *проблема построения полной системы условий существования*, которые может иметь совокупность объектов. Она ассоциирована с анализом полной системы условий существования. При таком подходе объект следует описывать совокупностью геометрий, алгебр, топологий. Кроме этого, важно принять во внимание согласованность или противоречивость объединения разных объектов в одну систему. От такого объединения конструкция может улучшаться, а может и ухудшаться. Есть некий *оптимум конструирования и действий*, который нужно знать для практики.

Деформации операций могут быть согласованы между собой по системе их ассоциаторов. Проиллюстрируем эту возможность. Обозначим ассоциаторы, инвариантные относительно левой перестановки пары элементов буквами α,β,γ:

$$\alpha=\langle a,b,c\rangle^{*}=(ab+ba)c-a(bc+cb)-b(ac+ca),$$

$$\beta=\langle b,c,a\rangle^{*}=(bc+cb)a-b(ac+ca)-c(ab+ba),$$

$$\gamma=\langle c,a,b\rangle^{*}=(ac+ca)b-c(ab+ba)-a(bc+cb).$$

Обозначим ассоциаторы, инвариантные относительно правой перестановки пары элементов буквами A,B,C:

$$A=\langle a,b,c\rangle^{\hat{*}}=(ab+ba)c+(ac+ca)b-a(bc+cb),$$

$$B=\langle b,c,a\rangle^{\hat{*}}=(bc+cb)a+(ab+ba)c-b(ac+ca),$$

$$C=\langle c,a,b\rangle^{\hat{*}}=(ac+ca)b+(bc+cb)a-c(ab+ba).$$

В соответствии со структурой ассоциаторов получим их связи между собой:

$$\alpha-\gamma=B-C,\gamma-\beta=A-B,\beta-\alpha=C-A.$$

Рассмотрим другую возможность. Сравним между собой три системы ассоциаторов. Первая пара систем указана выше в форме ассоциаторов, соответсвующих левой и правой инвариантности по перестановке пары элементов. Третью систему ассоциаторов сконструируем на основе введенного ранее $Q-$произведения. Согласно ему

$$\langle \xi,p,p\rangle_Q=\xi p-pp,\langle p,p,\xi\rangle_Q=pp-p\xi,$$

$$\langle \xi,p,p\rangle_Q-\langle p,p,\xi\rangle_Q=\xi p+p\xi.$$

Тогда получим связи

$$\alpha-A=\langle (ac+ca),b,b\rangle_Q-\langle b,b,(ac+ca)\rangle,$$

$$\beta-B=\langle (ab+ba),c,c\rangle_Q-\langle c,c,(ab+ba)\rangle,$$

$$\gamma-C=\langle (bc+cb),a,a\rangle_Q-\langle a,a,(bc+cb)\rangle.$$

Их невозможно было выразить на основе исходных ассоциаторов и операций, принятых для них. Новые ассоциаторы имеют свойства указанных разностей.

Следовательно, мы убедились в том, что ассоциаторы имеют не только «внутренние» свойства, индуцированные структурой элементов множества и системой операций для них. Ассоциаторы могут иметь *«внешние» свойства*, посредством которых они согласуются с другими ассоциаторами.

Для приложений в физических теориях нам необходимо найти место для ассоциаторов в них, а также разобраться в их свойствах, важных для практики. В настоящее время ни первый, ни второй аспект этих проблем в указанной постановке не имеет реализации. Принимая зависимость элементов ассоциаторов от координат и времени, мы вправе рассматривать динамические уравнения на системе ассоциаторов. Эта грань исследования и описания явлений может найти применение в любых моделях явлений.

Совокупность неассоциативных операций превосходит «мощность» ассоциативных операций. Их значительно проще сконструировать, чем найти новые ассоциативные операции. По этой причине они, с практической точки зрения, чаще реализуются при процессах информационного взаимодействия. Однако это обстоятельство далеко не всегда понятно и доступно для анализа. С другой стороны, неассоциативные операции позволяют учесть «тонкости» изделий и их свойств, потому что сами по себе они «тонкие» по структуре и свойствам. Понятно, что для владения этими «тонкостями», для их теоретической и экспериментальной верификации требуются «тонкие» алгоритмы и средства. Таковы могут быть грани визуального или акустического взаимодействия. Однако в значительно большей мере данное замечание относится к тонкостям усвоения информации, её сохранению, реакции на информацию. Неассоциативность следует рассматривать как «сестру» нелинейности. Они естественно дополняют друг друга.

На первый план в анализе неассоциативности выдвинулась проблема построения фундаментальной системы операций, на основе которой можно сконструировать любую неассоциативную модель. Этот элемент анализа важен до построения полной системы деформаций для изделий и их свойств. Кажется естественной *гипотеза*, что классификация системы деформаций может быть успешной только после классификации системы фундаментальных операций.

Неассоциативные матричные и комбинаторные операции могут применяться во всех тех моделях неассоциативности, которые рассматривались нами, так как они базируются на произведении элементов. Если такими элементами являются матрицы, к ним мы вправе применять всю возможную систему операций. По этой причине с общих позиций обнаруживается *двойная неассоциативность*: неассоциативность некоторой алгебры дополняется неассоциативностью произведения элементов этой алгебры.

Единые законы для ассоциативных и неассоциативных алгебр

Анализ группы заполнения физических моделей показал, что её групповая алгебра базируется на объединении в единую систему коммутаторов (алгебры Ли), антикоммутаторов (алгебра Йордана), а также ассоциаторов:

$$(a,b,c)=(ab)c-a(bc),\langle a,b,c\rangle=a(bc)-(ab)c=-(a,b,c),$$

$$\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x,y],z\}+2(x,y,z)+2(z,y,x)=0.$$

Преобразуем данное выражение к более простому виду, так как

$$\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]=2(x(yz)-(zy)x)=2|x,y,z|,$$
$$[\{x,y\},z]+\{[x,y],z\}=2(z(yx)-(xy)z)=2|z,y,x|.$$

Назовем введенные величины $|x,y,z|=x(yz)-(zy)x$ термином «зеркало». Тогда универсальный алгебраический закон получает новый вид

$$|x,y,z|+|z,y,x|+(x,y,z)+(z,y,x)=0.$$

Рассмотрим разность от величины, названной «зеркалом» и величины обратного ассоциатора. Получим новую величину. Назовем её *компенсатором*. Она имеет вид

$$\|x,y,z\|=|x,y,z|-\langle x,y,z\rangle=(xy)z-(zy)x.$$

Двойные скобки применены для формального обозначения пары двух разных операций, соединенных между собой для формирования новой величины, характеризующей алгебраическое многообразие. В данном случае $\|z,y,x\|=(zy)x-(xy)z$. Отсюда следует универсальный закон для произвольного алгебраического многообразия

$$\|x,y,z\|+\|z,y,x\|=0.$$

Рассмотрим на данной совокупности величин круговой цикл с положительной ориентацией (по схеме расположении элементов в вершинах треугольника). Их сумму обозначим символом $(x,y,z)_2^+$. В данном цикле первыми элементами являются произведения пары элементов. Рассмотрим аналогично круговой цикл с отрицательной ориентацией. Их сумму обозначим символом $(x,y,z)_2^-$. Этот цикл можно назвать «зеркальным», так как в схеме стандартного расположения один элемент остаётся на месте, а два других меняются местами. Суммы трёх элементов положительного кругового цикла и суммы трёх элементов отрицательного цикла соответственно таковы:

$$\|x,y,z\|_2^+ \Rightarrow (\|x,y,z\|=(zy)x-(xy)z)+(\|y,z,x\|=(xz)y-(yz)x)+(\|z,x,y\|=(yx)z-(zx)y),$$
$$\|x,y,z\|_2^- \Rightarrow (\|z,y,x\|=(xy)z-(zy)x)+(\|x,z,y\|=(yz)x-(xz)y)+(\|y,x,z\|=(zx)y-(yx)z).$$

Каждый цикл не равен нулю. Однако их величины противоположны по знаку. По этой причине общая их сумма тождественно равна нулю:

$$\|x,y,z\|^{(2)}=\|x,y,z\|_2^-+\|x,y,z\|_2^+=0.$$

Такому закону подчинены многообразия с произвольной операцией умножения для элементов. Он имеет место для ассоциативных и неассоциативных множеств. Закон тождества имеет место для пары циклов на *компенсаторах*.

Этот закон не единственный. Рассмотрим новую формулу для компенсаторов, в которой произведения пары элементов расположены на втором месте. Получим суммы

$$\|x,y,z\|_1^+=(x(yz)-z(yx))+\big(y(zx)-x(zy)\big)+\big(z(xy)-y(xz)\big),$$
$$\|x,y,z\|_1^-=\big(z(yx)-x(yz)\big)+\big(x(zy)-y(zx)\big)+\big(y(xz)-z(xy)\big).$$

Для них выполняется закон

$$\|x,y,z\|^{(1)}=\|x,y,z\|_1^-+\|x,y,z\|_1^+=0.$$

Наличие системы законов позволяет проводить их объединение. В частности, возможным становится их «весовое суммирование». Функции, применяемые для этого, могут быть разными.

В силу данного обстоятельства будет, например, выполняться обобщенный закон:

$$\|x,y,z\|^{Q(\alpha,\beta,\gamma)}=f_{(1)}(\alpha,\beta,\gamma)\|x,y,z\|^{(1)}+f_{(2)}(\alpha,\beta,\gamma)\|x,y,z\|^{(2)}.$$

Функции

$$f_{(1)}(\alpha,\beta,\gamma),\ f_{(2)}(\alpha,\beta,\gamma)$$

могут быть достаточно очень сложными и зависимыми от разных величин, которые согласованы с анализируемыми алгебрами прямо или косвенно. Так конструируется *спектр единых законов* для любой алгебры. «Весовые» функции можно подчинить динамическим уравнениям. Тогда модель явлений дополняется динамикой единых законов для алгебр. Понятно, что с ней может по-разному согласовываться *динамика структур и активностей физических объектов*.

Укажем ассоциативную связь универсальных алгебраических законов для трех элементов алгебры с группой перестановок элементов, расположенных на вершинах правильного треугольника. Для математической иллюстрации этой связи применим определенный алгоритм. Так, например, зададим элемент x единичным элементом в первой строке и расположим его на главной диагонали матрицы размерности 3×3. Аналогично элементу y поставим в соответствие единичный элемент во второй строке, а элементу z в третьей строке. Каждому «расположению» элементов ξ,η,ς сопоставим матрицу размерности 3×3. Получим соответствия вида

$$x,y,z\to\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},y,z,x\to\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},z.x.y\to\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$x,z,y\to\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},z,y,x\to\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},y,x,z\to\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Следовательно, компенсационные свойства единых законов для алгебр могут быть ассоциированы с группой перестановок элементов алгебры.

Фундаментальное пространство алгебр

При анализе алгебр естественно рассмотреть все возможности конструирования их структур и активностей. Для этого желательно проанализировать элементы, из которых моделируются алгебры.

Если алгебра конструируется на паре элементов, мы имеем два классических варианта моделирования алгебраического произведения. Они задаются выражениями

$$a\overset{-}{*}b=ab-ba,a\overset{+}{*}b=ab+ba.$$

В таком виде анализируются на базисах алгебр алгебры Грассмана и Клиффорда, на элементах алгебры такие произведения применены в алгебрах Ли и Йордана. Эти модели нашли широкое применение в физической теории.

Если алгебра конструируется на тройке элементов, имеется много возможностей. Исторически первые сочетания тройки элементов применены в алгебре в форме ассоциаторов. Заметим, что ассоциаторы, равно как и другие фундаментальные элементы пространства алгебры, задаются с точностью до множителей. В этом подходе рассмотрение ограничивается простейшими ситуациями. Дополнительные множители, а также многочлены, образованные на основе фундаментальных базовых элементов алгебры, не учитываются на начальной стадии анализа. В общем случае это необходимо делать, конструируя новые структуры и свойства у алгебры. Учитывая не только разность произведений в тройке элементов, но и их сумму, получим *фундаментальные элементы пространства ассоциаторов*.

Они таковы:

$$\left(a,b,c\right)_1^- = a\left(bc\right) - \left(ab\right)c, \left(a,b,c\right)_1^+ = a\left(bc\right) + \left(ab\right)c,$$
$$\left(a,b,c\right)_2^- = \left(ab\right)c - a\left(bc\right), \left(a,b,c\right)_2^+ = \left(ab\right)c + a\left(bc\right).$$

Фундаментальные элементы пространства ассоциаторов подчинены законам:

$$\left(a,b,c\right)_1^- + \left(a,b,c\right)_2^- = 0, \left(a,b,c\right)_1^+ - \left(a,b,c\right)_2^+ = 0,$$
$$\left(a,b,c\right)_1^\pm \mp \left(a,b,c\right)_2^\pm \neq 0, \left(a,b,c\right)_i^\pm \mp \left(a,b,c\right)_i^\pm \neq 0, i = 1,2 .$$

Сумма таких элементов, полученных при циклической перестановке исходных элементов, не равна нулю.

Иначе устроено пространство фундаментальных зеркальных элементов. Двукратно увеличено, по сравнению с ассоциаторами, количество базовых элементов:

$$\left|a,b,c\right|_1^\pm = a\left(bc\right) \pm \left(cb\right)a, \left|a,b,c\right|_2^\pm = \left(ab\right)c \pm c\left(ba\right),$$
$$\left|c,b,a\right|_1^\pm = c\left(ba\right) \pm \left(ab\right)c, \left|c,b,a\right|_2^\pm = \left(cb\right)a \pm a\left(bc\right).$$

В пространстве фундаментальных зеркальных элементов выполняется закон

$$\left|a,b,c\right|_1^\pm \mp \left|c,b,a\right|_2^\pm = 0.$$

Циклические равенства не выполняются на пространстве фундаментальных зеркальных элементов.

Есть еще пространство фундаментальных элементов, названных компенсаторами или пространство фундаментальных компенсаторов. Его размерность тождественна размерности зеркальных элементов.

Его элементы таковы:

$$\left\|a,b,c\right\|_1^\pm = a\left(bc\right) \pm c\left(ba\right), \left\|a,b,c\right\|_2^\pm = \left(ab\right)c \pm \left(cb\right)a,$$
$$\left\|c,b,a\right\|_1^\pm = c\left(ba\right) \pm a\left(bc\right), \left\|c,b,a\right\|_2^\pm = \left(cb\right)a \pm \left(ab\right)c.$$

В пространстве фундаментальных компенсаторов выполняются законы:

$$\left\|a,b,c\right\|_i^\pm \mp \left\|c,b,a\right\|_i^\pm = 0, i = 1,2.$$

В пространстве фундаментальных компенсаторов, что в частном случае показано выше, выполняются и циклические равенства. Следовательно, алгебра базируется на совокупности элементов с разными фундаментальными свойствами. *Пространство фундаментальных компенсаторов, согласно проведенному анализу, имеет самые «богатые» свойства.* Размерность пространства базовых элементов алгебры, сконструированных из тройки исходных элементов, равна 20. Дополнительно необходимо учитывать двойную цикличность исходных элементов. Мы имеем, вообще говоря, дело с тремя наборами из трёх элементов:

$$\left|a,b,c\right|, \left|b,c,a\right|, \left|c,a,b\right|.$$

По этой причине пространство фундаментальных элементов алгебры, индуцированное тройкой исходных элементов, имеет размерность, равную 60.

Алгебры имеют различные индивидуальные свойства в зависимости от того, в каком подпространстве базовых элементов и на основе какого алгоритма реализована их структура. Например, произведение трех элементов алгебры с ассоциаторами, инвариантными справа, есть вариант вырожденной деформации, образованной тремя фундаментальными элементами. Действительно, если $p = q = r = 0$, получим

$$\left|(ab)c \pm pc(ab) + (ba)c \pm q(ca)b + (ac)b \pm ra(cb)\right|_{p=q=r=0} \Rightarrow (ab+ba)c + (ac)b = (a\hat{*}b)\hat{*}c,...$$

Аналогично могут быть заданы другие алгебры. В рассматриваемых вариантах моделирования произведения трех элементов заданы в форме векторов линейного 60-мерного пространства базовых элементов алгебры. Такие алгебры, понятно, хотя они достаточно сложны, относятся к типу линейных алгебр. В реальных ситуациях естественно рассматривать многочлены, образованные из фундаментальных элементов алгебраического пространства. Они могут зависеть от расположения скобок в тройке исходных элементов, задавая свойства алгебр, дополнительные свойствам фундаментальных алгебр. Такой пример рассмотрен нами ранее в форме

$$a\hat{*}(b\hat{*}c) \Rightarrow a(bc+cb) - (ca)b.$$

Он может рассматриваться как вариант вырожденной деформации, которая аналогична случаю, указанному выше.

Во всех случаях конструирования операций на тройках элементов мы имеем дело с многочленами, образованными из *фундаментальных троек элементов*:

$$\begin{pmatrix} a(bc) & a(cb) \\ (bc)a & (cb)a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b(ca) & b(ac) \\ (ca)b & (ac)b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c(ab) & c(ba) \\ (ab)c & (ba)c \end{pmatrix}.$$

Следовательно, мы конструируем и анализируем изделия 12-мерного фундаментального пространства. Его элементы в общем случае произвольны. В частности, это могут быть элементы некоторой алгебры. По этой причине математические конструкции, которые содержат эти элементы, будут конструкциями над алгебрами. Их можно назвать алгебраическими конструкциями. Их свойства могут измениться, если в них есть тождественные элементы.

Возможна также разная деформация фундаментальных элементов и изделий, сконструированных из них. В простом случае деформация реализуется на системе скаляров, которые могут иметь динамику. В более сложных случаях деформация реализуется на системе матриц и системе операций, которые дополняют операции в алгебре. Заметим, что в большинстве случае в математике и физике применяются изделия в форме объектов, линейных по структуре фундаментальных объектов. Таковы, в частности, коммутаторы и антикоммутаторы. Таковы операции, которые простыми средствами обеспечивают левую или правую инвариантность фундаментальных конструкций: ассоциаторов, зеркальных объектов, компенсаторов. Мы вправе рассматривать алгебры над алгебрами. При этом могут применяться качественно новые операции. Одну из таких операций в форме логической трехгранной операции, мы рассмотрим ниже.

Нелинейными 3-алгебрами естественно называть алгебры, произведения трех исходных элементов в которых, зависящие в общем случае от расположения скобок, нелинейно зависят от фундаментальных элементов алгебры или от исходных фундаментальных элементов 3-алгебры.

Естественно ожидать, что *классификация конструкций над алгебрами* может быть реализована по совокупности свойств, которые имеют на операции, принятой в алгебре, фундаментальные элементы алгебры: ассоциаторы, зеркала, компенсаторы. Они могут подчиняться разным законам, равно как и всевозможные функции на этих элементах. Циклический закон является примером такой функции: это есть цикл в расположении фундаментальных элементов алгебры. Компенсаторы подчиняются этому закону потому, что равны компенсаторы, у которых центральный элемент одинаков, а первый и третий поменялись местами.

Наличие системы фундаментальных троек элементов индуцирует задачу анализа их свойств в соответствии с алгоритмами, применяемыми для других многообразий. Многообразие фундаментальных троек элементов имеет геометрические, алгебраические, топологические свойства. Их структура неразрывно связана с физикой исследуемых на практике реальных изделий и их свойств.

Модель фундаментальных изделий инициирует *три вида многообразий с логической операцией,* действующей на фундаментальных тройках элементов. Данное название учитывает новое обстоятельство: операция на множестве имеет логическое обоснование в форме алгоритма, ассоциированного с выбором свойств того или другого фундаментального изделия. Поскольку конструируется многообразие с одной логической операцией без дополнительных ограничений, мы имеем дело с логическим группоидом.

Сконструируем *логический группоид* на ассоциаторах. Дополним рассматриваемые 12 элементов элементом, образованным произведением трех нулей, который будем обозначать нулём. Определим первую грань логической операции. Введём обратные элементы для множества тройных элементов, следуя конструкции ассоциаторов. Тогда

$$a(bc)\overset{A}{-}(ab)c=0,$$
$$(ab)c=a(bc).$$

Следуя данному определению все элементы логического группоида имеют обратные элементы. Указанное выше равенство основано на оценке количества совпадающих элементов при накладывании одного выражения на второе. В данном случае оно задается числом 3. Другими словами, нет отличия элементов. По этой причине с ситуацией сравнения формально ассоциирован ноль.

Предложим вторую «грань» логической операции: при полном несовпадении наложенных друг на друга фундаментальных элементов зададим их разность (*логическую сумму*) первым слагаемым. Тогда, например, имеют место равенства

$$a(bc)\overset{A}{-}0=a(bc),\ 0\overset{A}{-}a(bc)=0,$$
$$c(ba)\overset{A}{-}a(cb)=c(ba),\ a(cb)\overset{A}{-}c(ba)=a(cb),\dots$$

Дополним указанные выше «грани» логической операции ещё одним звеном: правилом «логического суммирования» в случае, когда при наложении элементов есть совпадение только в одном звене. В этом случае зададим «логическую сумму» фундаментальным элементом в два этапа. На первое место поставим элемент, по которому есть совпадение. Умножим его на произведение пары элементов в том порядке, в котором они расположены во втором фундаментальном элементе исследуемого произведения. Так, например, получим

$$(bc)a\overset{A}{-}(cb)a=a(cb),(cb)a\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),...$$

Отсюда следует, что логическое суммирование *не коммутативно*.

Логическое суммирование *не дистрибутивно*. Например, получим

$$\left((bc)a\overset{A}{-}(cb)a\right)\overset{A}{-}a(bc)=a(cb)\overset{A}{-}a(bc)=a(bc),$$

$$(bc)a\overset{A}{-}\left((cb)a-a\overset{A}{(bc)}\right)=(bc)a\overset{A}{-}b(ac)=b(ac),$$

$$\left((bc)a\overset{A}{-}(cb)a\right)\overset{A}{-}a(bc)\neq(bc)a\overset{A}{-}\left((cb)a-a\overset{A}{(bc)}\right).$$

Логическое суммирование *неоднозначно*. Действительно, одинаковый результат может быть получен при логическом суммировании разных элементов:

$$(cb)a\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),(ab)c\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),c(ba)\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),b(ca)\overset{A}{-}(bc)a=a(bc),...$$

Следовательно, мы сконструировали *некоммутативный, неассоциативный группоид с делением и обратными элементами*. Логическая операция, действующая на множестве, имеет три грани. Если элементы группоида есть элементы алгебры, мы исследуем *алгебраический группоид*.

Аналогично может быть сконструирована новая пара многообразий на логических операциях. Она ассоциирована с зеркальными элементами и компенсаторами. Для этого достаточно изменить одно звено: определить обратные элементы в соответствии со свойствами зеркальных фундаментальных элементов или компенсаторов. Для данной пары фундаментальных объектов каждый элемент согласован с обратным элементом. На компенсаторах для их соответствия получим условия

$$a(bc)\overset{K}{-}c(ba)=0,$$
$$a(bc)=c(ba).$$

На зеркальных элементах, действуя аналогично, получим условия

$$a(bc)\overset{M}{-}(cb)a=0,$$
$$a(bc)=(cb)a.$$

У одного элемента в данной тройке многообразий есть, в общем случае, три обратных элемента:

$$a(bc)\Rightarrow\begin{cases}(cb)a\to M,\\(ab)c\to A,\\c(ba)\to K.\end{cases}$$

Эти элементы могут совпадать друг с другом или отличаться с точностью до множителя. Такой вариант обеспечивает фактическое тождество трех рассматриваемых многообразий. Возьмём, например, три элемента

$$a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

На стандартной матричной операции получим условие

$$a(bc)=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=(cb)a=(ab)c=c(ba).$$

Однако при изменении операции произведения ситуация может поменяться. Рассмотрим для указанных матриц стандартное комбинаторное произведение. Получим

$$a(bc)=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\end{pmatrix},(cb)a=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},(ab)c=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},c(ba)=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&1&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Три обратных элемента (в зеркальном, ассоциативном, компенсационном смыслах) могут применяться для классификации произведения элементов. Если операция ассоциативна, элементы, обратные в зеркальном и компенсационном многообразиях одинаковы. Если многообразие неассоциативно, возможен вариант различия трёх обратных элементов. В данном случае мы имеем дело с неассоциативным многообразием, в котором различны зеркальные и компенсационные обратные элементы. Классификация подчинена таблице 16.

Таблица 16. Классификация системы «обратных» элементов

$a(bc)\Leftrightarrow$	$\overset{m}{\times}$	$\overset{\alpha}{\times}$	$\overset{\beta}{\times}$	$\overset{\gamma}{\times}$	$\overset{\delta}{\times}$	$\overset{\varepsilon}{\times}$	$\overset{\kappa}{\times}$	$\overset{k}{\times}$
$(cb)a\rightarrow$	1	1	1	1	–1	–1	–1	–1
$(ab)c\rightarrow$	1	–1	1	–1	1	–1	1	–1
$c(ba)\rightarrow$	1	1	–1	–1	–1	1	1	–1

.

Ситуации представлены каноническими реперами трёхмерного пространства. Число единица свидетельствует о совпадении данного «обратного» элемента с исходным элементом, заданным выражением $a(bc)$. Число минус единица свидетельствует о несовпадении с ним.

8 реперов на основе простого алгоритма отображают все варианты соответствия исходного тройного произведения с системой «обратных» элементов. В таблице представлены результаты матричного произведения в форме трех единиц с плюсами, а также результаты стандартного комбинаторного произведения в форме трех единиц с минусами. Расположение 8 точек в трехмерном пространстве образует фигуру в форме куба, вершины которого симметричны относительно начала координат. До настоящего времени в теории применялся только один вариант, когда совокупность обратных элементов, роль которых выполняли матрицы, была «вырождена»: все значения были равны ассоциатору.

Три предложенных группоида отличаются только структурой обратных элементов. Их логические суммы дают одинаковые результаты. По этой причине справедливо условие

$$\left(\alpha \overset{\xi}{-} \beta\right) \overset{a}{-} p \equiv \left(\alpha \overset{a}{-} q\right) \overset{\eta}{\times} \left(\beta \overset{a}{-} r\right) \Big| p = q = r = 0 \Rightarrow c\left(\alpha \overset{\xi}{-} \beta\right) \overset{a}{-} 0 \equiv \left(\alpha \overset{a}{-} 0\right) \overset{\eta}{\times} \left(\beta \overset{a}{-} 0\right).$$

Оно указывает на тривиальную (основанную на «единице» группоида) левую изотопность (аналог изоморфизма для групп) сконструированных группоидов.

В данных многообразиях учитываются отношения элементов друг к другу. Они имеют две грани. Во-первых, построение обратных элементов базируется на свойствах фундаментальных элементов. Во-вторых, оценивается совпадение или несовпадение структурных составляющих элементов тройных произведений.

Дополнительно учитывается порядок расположения элементов в произведениях и в итоговых результатах. Так задается *косвенная упорядоченность* в данных многообразиях.

Следовательно, мы работаем в рамках концепции алгебраической системы. Систему отношений и операций в ней можно задать таблицей 17.

Таблица 17. Отношения и операции в алгебраической системе с логической операцией

Тип	*косвенная упорядоченность*	*косвенные отношения*	*логические операции*
количество граней	1	2	3

.

Дополнительные свойства алгебр

Обратим внимание на эластичность алгебр. Согласно определению, алгебра эластична, если выполняются законы на ассоциаторах и на «зеркалах», соответственно, вида

$$EA = ((xy)z - x(yz)) + ((zy)x - z(yx)) = 0,$$
$$EZ = ((xy)z - z(yx)) + ((zy)x - x(yz)) = 0.$$

Он имеет две реализации: с одной стороны, это сумма прямых и обратных ассоциаторов, с другой стороны – это сумма прямых и обратных «зеркал». Поскольку условия равенства нулю могут не выполняться, на практике будут реализовываться 4 варианта «эластичности». Их удобно выразить таблицей 18.

Таблица 18. Варианты «эластичности» алгебра

	1	2	3	4
EA	0	$\neq 0$	0	$\neq 0$
EZ	0	0	$\neq 0$	$\neq 0$

.

Заметим, что условие для одного фундаментального изделия может выполняться для другого фундаментального изделия. Ранее была введена операция, согласно которой по перестановке пары элементов ассоциатор инвариантен слева. Аналогичное условие выполняется для зеркальных элементов

$$\left|a,b,c\right|_2^+ = \left|b,a,c\right|_2^+.$$

Действительно, получим

$$\left|a,b,c\right|_2^+ = (a\times b)\times c + c\times(b\times a) = (ab+ba)c - b(ac) + c(ba+ab) + b(ac),$$
$$\left|b,a,c\right|_2^+ = (b\times a)\times c + c\times(a\times b) = (ba+ab)c - a(bc) + c(ab+ba) + a(bc).$$

На компенсаторах аналогичное условие не выполняется. Данное замечание указывает алгоритм классификации алгебр по произведениям трёх элементов: *алгебры различаются по числу и качеству законов для фундаментальных изделий.*

Новые многообразия не относятся к категории полугрупп, так как нет ассоциативности. Они не являются моноидами в форме полугруппы с единицей. Они не являются группами как полугруппы, дополненные обратными элементами. Это не квазигруппы, так как нет единственности в решении линейных уравнений с одним неизвестным. Это не лупа в стандартной форме квазигруппы с единицей.

Обратим внимание на *косвенное согласование* циклических условий в единых законах для алгебр и циклических уравнений для условий равновесия. В единых законах для алгебр «циклы» задаются либо с единичным элементом слева, либо с произведением пары элементов. Рассматривая согласованные с ними функции, мы получаем функциональные уравнения, которые трактуются нами как обобщенные условия равновесия. Например, получим условия

$$g_i f(g_j, g_k) + g_j f(g_k, g_i) + g_k f(g_i, g_j) = 0,$$

$$\varphi(g_i g_j, g_k) + \varphi(g_j g_k, g_i) + \varphi(g_k g_i, g_j) = 0.$$

Другими словами, единые законы для алгебр с произвольной мультипликативной операцией для элементов есть аналог обобщенных условий равновесия, справедливых в алгебраических системах. Эта аналогия дополнительно подтверждает тезис, что любая физическая модель есть функциональная алгебра. По этой причине законы физики будут находить математическое выражение в законах алгебры. Законы алгебры будут находить выражение в свойствах структур и активностей физических объектов.

Заметим специфику согласования обобщенных условий равновесия, ассоциированных с парой циклов в алгебре. Циклу с отрицательной ориентацией будет соответствовать система уравнений, в которой есть «зеркальное» расположение пары индексов:

$$g_i f(g_k, g_j) + g_j f(g_i, g_k) + g_k f(g_j, g_i) = 0,$$
$$\varphi(g_j g_i, g_k) + \varphi(g_k g_j, g_i) + \varphi(g_i g_k, g_j) = 0.$$

Динамические уравнения для симметричных или антисимметричных тензоров

$$F_{ij}(q) = \partial_i A_j(q) - \partial_j A_i(q), F_{ij}(m) = \partial_i A_j(m) + \partial_j A_i(m)$$

будут иметь одинаковый вид как для циклов с положительной ориентацией, так и для циклов с отрицательной ориентацией. Мы приходим к идее реализации на практике *алгебраического* *дублирования моделей*: физическая модель может быть сконструирована по отрицательному или по положительному циклу в произвольной алгебре.

Введение компенсаторов упрощает построение алгебр, в которых анализируется соотношение 4 и более элементов. Эти алгебры принято называть тернарными, кватернарными… и т.п. алгебрами. Рассмотрим, для примера, вариант тернарной алгебры. В ней указанные единые законы дополняются законами для 4 элементов. Открываются новые возможности, значимые для практики.

Так, получим

$$\|x,y,z,t\|_{2,2}=(xy)(zt)-(tz)(yx),\|y,z,t,x\|_{2,2}=(yz)(tx)-(xt)(zy),$$

$$\|z,t,x,y\|_{2,2}=(zt)(xy)-(yx)(tz),\|t,x,y,z\|_{2,2}=(tx)(yz)-(zy)(xt),$$

$$\|t,z,y,x\|_{2,2}=(tz)(yx)-(xy)(zt),\|x,t,z,y\|_{2,2}=(xt)(zy)-(yz)(tx),$$

$$\|y,x,t,z\|_{2,2}=(yx)(tz)-(zt)(xy),\|z,y,x,t\|_{2,2}=(zy)(xt)-(tx)(yz).$$

Сумма элементов двух указанных 4-циклов равна нулю. В данном случае закон выполняется на «зеркалах». Аналогичный закон будет иметь место при применении компенсаторов вида

$$\begin{gathered}\|x,y,z,t\|_{1,2,1}=x(yz)t-t(zy)x,...\\ \|t,z,y,x\|_{1,2,1}=t(zy)x-x(yz)t,...\\ \|x,y,z,t\|_{3,1}=(x(yz))t-(t(zy))x,...\\ \|t,z,y,x\|_{3,1}=(t(zy))x-(x(yz))t,...\end{gathered}$$

При увеличении числа анализируемых элементов увеличивается число законов, которым подчинено множество. Законы возможны на компенсаторах, законы возможны на «зеркалах». Этот математический результат согласуется с простой логикой: возможности социального коллектива увеличиваются при увеличении количества его членов. Однако легко понять, что не все так просто. Увеличение законов базируется на реализации циклов с увеличенным числом элементов. На практике это условие может не выполняться или быть затруднено. Поэтому ограничивается применение всей совокупности законов. Более того, каждый цикл базируется на «своих» законах. Однако для их реализации нужны условия. Эти условия не будут реализованы всегда. В силу указанных обстоятельств не следует думать, что структура и свойства изделия могут быть исследованы нами в общем объеме. Всегда будут новые возможности и новые реализации. Аналогично не следует оценивать перспективу и итог явления по совокупности знаний, полученных на конечной системе объектов.

Система законов гарантирует вариант их объединения с выполнением условий компенсации прямых и обратных циклов. Функции, которыми объединяются законы, могут быть подчинены дополнительным связям или динамическим уравнениям. В соответствии с этими возможностями будут иметь место сложные алгебраические изделия, подчиненные динамическим условиям. *Динамика алгебр, согласованная с динамикой их конструкций,* становится предметом самостоятельного исследования.

Единые алгебры обеспечивают математический базис для единого описания физических Тел, а также Сознаний и Чувств.

Ассоциированные системы уравнений

Структура физических моделей, как известно, базируется на группе заполнения. Она содержит пару кватернионов и тройку антикватернионов. В частности, уравнения Фарадея-Ампера в теории электромагнетизма имеют вид

$$(a^1\partial_1+a^2\partial_2+a^3\partial_3+a^0\partial_0)\psi+(b^1\partial_1+b^2\partial_2+b^3\partial_3+b^0\partial_0)\overline{\psi}=0.$$

Матрицы $\left(E,a^1,a^2,a^3\right),\left(E,b^1,b^2,b^3\right)$ задают пару кватернионов. Данные уравнения можно по-разному записать на основе тройных произведений.

В частности, возможен спектр физических моделей, базирующийся на тройных произведениях (с разным расположением в нём скобок) вида

$$E\to\begin{cases}(EE)E\\E(EE)\\(EE)E\\E(EE)\end{cases},a_1\to\begin{cases}a_1(EE)\\E(a_1E)\\(EE)a_1\\(a_1E)E\end{cases},a_2\to\begin{cases}a_2(EE)\\E(a_2E)\\(EE)a_2\\(a_2E)E\end{cases},a_1a_2\to\begin{cases}(a_1a_2)E,(a_2a_1)E\\(a_1E)a_2\\E(a_1a_2),E(a_2a_1)\\(a_2E)a_1\end{cases}.$$

Так можно выразить каждый элемент кватернионов и антикватернионов. Применение матричного произведения «возвращает» модель в привычное русло: есть одна система уравнений, она имеет несколько разных форм.

Ситуация принципиально меняется, когда эти же уравнения анализируются в многообразии с другой операцией. Это могут быть матричные и комбинаторные операции первого уровня, когда указанные произведения применяются на матрицах. Такие модели частично проанализированы в начальных моделях Сознаний и Чувств.

Это могут быть алгебраические операции, указанные выше. В обоих случаях из одного уравнения или системы уравнений мы конструируем *ассоциированные системы уравнений алгебраического ранга 3*. Число 3 выбрано для указания факта, что эти уравнения базируются на модели произведения трех элементов. Уравнения становятся принципиально новыми, если исходные «волновые функции» заменены на другие «волновые функции». Например, получим ассоциированные уравнения Фарадея-Ампера ранга 3 в виде

$$\begin{gathered}(E(a_1E)\partial_1+(a_2E)E\partial_2+(a_1E)a_2\partial_3+E(EE)\partial_0)\Phi+\\+(E(b_1E)\partial_1+(b_2E)E\partial_2+(b_1E)b_2\partial_3+E(EE)\partial_0)\overline{\Phi}=0.\end{gathered}$$

Система ассоциированных уравнений базируется на исходной системе уравнений как на своём «операционном источнике». На этой основе можно анализировать возможности физических объектов и явлений, скрытые применением в теории только одной операции. Мы выполняем таким способом операционное расширение физических моделей.

Дополнение алгоритма ассоциированного вывода систем уравнений новыми элементами задает дополнительные степени свободы не только физической теории. В частности, можно по-разному задать множители к частным производным.

Например, получим

$$\begin{gathered}(E(a_1E)\partial_1+(a_2E)E\partial_2+(a_1E)a_2\partial_3+E(EE)\partial_0)\Phi_1+\\+((b_1E)E\partial_1+E(b_2E)\partial_2+(b_2E)b_1\partial_3+E(EE)\partial_0)\overline{\Phi}_1=0.\end{gathered}$$

Новые модели способны дать импульс к новым экспериментам и новой практике.

Спектр ассоциированных уравнений может быть существенно расширен, если выполнить замену хотя бы одной единичной матрицы произведением пары других матриц. Например, можно выразить единичные матрицы через элементы антикватернионов:

$$E = f_1 \cdot f_1, E = e_2 \cdot e_2, ...$$

В этом случае мы анализируем ассоциированные системы алгебраического ранга 4. С увеличением количества элементов алгебраического группоида увеличивается количество и меняется качество анализируемых систем уравнений. На основе данного алгоритма, а также с применением дополнительных элементов, мы можем достичь уровня полноты анализа и практики. Аналогично в форме произведения других матриц могут быть представлены матрицы, не равные единичной матрице.

Возможным становится применение логических операций на системе фундаментальных объектов при выводе ассоциированных уравнений второго уровня. Этот алгоритм применен ранее для вывода уравнений, *мультипликативно ассоциированных* с матричными уравнениями. Для этого достаточно умножить уравнения слева на матрицу. В некоторых случаях система уравнений может сохранить свой векторный вид. Однако он меняется, если применяется произведение, не тождественное стандартному матричному произведению. В том случае, когда мы имеем ассоциированные системы уравнений алгебраического ранга 3, мы можем выполнить произведение слева на фундаментальный алгебраический объект и применить логическую операцию.

Формальный вид модели будет такой:

$$\begin{gathered}(\alpha,\beta,\gamma)(E(a_1E)\partial_1+(a_2E)E\partial_2+(a_1E)a_2\partial_3+E(EE)\partial_0)\Phi_1+\\+(\alpha,\beta,\gamma)((b_1E)E\partial_1+E(b_2E)\partial_2+(b_2E)b_1\partial_3+E(EE)\partial_0)\bar{\Phi}_1=0.\end{gathered}$$

Такие операции могут быть применены многократно, *расширяя спектр моделей*.

Логические операции обладают качественно новыми свойствами по сравнению с привычными математическими операциями. Поэтому появляются основания для моделирования качественно новых уравнений и качественно новых решений.

Применение логической операции желательно при нахождении решений систем ассоциированных уравнений, а также при их анализе. То, что дают решения, может быть недоступно приборам и методикам, применяемым в привычных экспериментах. По этой причине спектру моделей необходимо поставить в соответствие спектр методик верификации данных и методик проведения эксперимента.

Соотношение ассоциированных и стандартных уравнений

Конкретизируем анализ ассоциированных уравнений на примере деформации уравнений Фарадея-Ампера. Их структура и значимость важны для физики в такой мере, что эти уравнения можно интерпретировать как ключи к Вселенной. С одной стороны, они внешне просты. С другой стороны, их структура фундаментальна. Мы знаем, что уравнения для индукций, как и связи между полями и индукциями, аналогичны уравнениям Фарадея-Ампера. Поэтому по отдельному слагаемому полной системы мы в состоянии выяснить специфику деформации всей системы уравнений электродинамики. Поскольку уравнения гравитации аналогичны уравнениям электродинамики, при таком подходе косвенно анализируется деформация уравнений гравитации.

Представим уравнения Фарадея-Ампера в матричном виде. Он базируется на матрицах

$$a^1=\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},a^2=\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},a^3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix},a^0=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$b^1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},b^2=\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},b^3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},a^0=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Матрицы a^i,b^i согласованы между собой посредством знаковой группы с элементами

$$\begin{pmatrix}+\\+\\+\\+\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\\-\\+\\-\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\\+\\-\\+\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\\-\\-\\-\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\\+\\-\\-\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\\-\\+\\+\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\\-\\-\\+\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\\+\\+\\-\end{pmatrix}.$$

Уравнения Фарадея-Ампера таковы:

$$\left(a^1\partial_x+a^2\partial_y+a^3\partial_z+\frac{(-i)}{c}\partial_t\right)\varphi+\left(b^1\partial_x+b^2\partial_y+b^3\partial_z+\frac{i}{c}\partial_t\right)\bar{\varphi}=0,$$

$$\varphi=\begin{pmatrix}E_x-iB_x\\E_y-iB_y\\E_z-iB_z\\0\end{pmatrix},\bar{\varphi}=\begin{pmatrix}E_x+iB_x\\E_y+iB_y\\E_z+iB_z\\0\end{pmatrix}.$$

Их векторный вид таков

$$\partial_yE_z-\partial_zE_y=-\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t},\partial_zE_x-\partial_xE_z=-\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t},\partial_xE_y-\partial_yE_x=-\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t},div\vec{B}=0.$$

Проанализируем структуру ассоциированных уравнений. Будем исходить из уравнений Фарадея-Ампера в форме, которая тождественна исходной при условии матричного произведения элементов a^i,b^i на единичную матрицу E:

$$\left((a^1E)E\partial_x+(a^2E)E\partial_y+(a^1E)a^2\partial_z+\left(EE\right)E\frac{(-i)}{c}\partial_t\right)\varphi+$$

$$+\left((b^1E)E\partial_x+(b^2E)E\partial_y+(b^1E)b^2\partial_z+\left(EE\right)E\frac{(-i)}{c}\partial_t\right)\bar{\varphi}=0.$$

В простейшем случае будем применять в уравнении исходные волновые функции. В общем случае это могут быть другие величины, которые могут быть как-то согласованы с исходными величинами.

Заменим стандартные произведения матриц на комбинаторные произведения матриц. Пусть строки первой матрицы комбинаторно умножаются на столбцы второй матрицы. Получим согласно принятой модели уравнения вида

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\frac{(-i)}{c}\partial_t\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}\varphi_x\\\varphi_y\\\varphi_z\\0\end{pmatrix}+$$

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\frac{i}{c}\partial_t\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}\bar\varphi_x\\\bar\varphi_y\\\bar\varphi_z\\0\end{pmatrix}=0.$$

Модифицируем эти уравнения посредством элементов знаковой группы. Остановимся на модели

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\frac{(-i)}{c}\partial_t\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}\varphi_x\\\varphi_y\\\varphi_z\\0\end{pmatrix}+$$

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\frac{i}{c}\partial_t\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}\bar\varphi_x\\\bar\varphi_y\\\bar\varphi_z\\0\end{pmatrix}=0.$$

Она получена при первичной деформации исходных матриц посредством единичной матрицы и комбинаторного произведения, которые дополнены вторичной деформацией в форме согласованного действия комбинаторного произведения единичной матрицы и элементов знаковой группы. Другими словами, вторичная деформация имеет два уровня. Такая возможность допускается в алгоритме вывода ассоциированных уравнений. Понятно, что так можно вывести разные системы уравнений, смысл и интерпретация которых может быть верифицирована только практикой.

Получим систему уравнений вида

$$\partial_y E_z-\partial_z E_y=-\frac{1}{c}\partial_t B_x,\partial_x E_y-\partial_y E_x=-\frac{1}{c}\partial_t B_z,$$
$$div\vec{E}=\frac{1}{c}\partial_t B_y,\partial_x B_z-\partial_z B_x=0.$$

Она содержит пару стандартных уравнений электродинамики, а также пару новых уравнений, смысл и назначение которых непонятны.

Естественно дополнить эти уравнения таким образом, чтобы, с одной стороны, получилась полная система уравнений Фарадея-Ампера, с другой стороны были бы получены дополнения к новым уравнениям. Для этого желательно, в рамках развиваемого подхода, конкретизированного выше, наличие модели, базирующейся (с точностью до действия знаковой группы) на матрицах, согласованных с частными производными, которые имеют «правильное» расположение элементов в первой и третьей строках. Однако не всё так просто. Примем, например, модель вида

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_x,\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_y,\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_z,\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_t.$$

Из неё будут получены не только недостающие уравнения Фарадея-Ампера

$$\partial_x E_y-\partial_y E_x=-\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t},div\vec{B}=0,$$

но и все остальные уравнения. В данном случае при перемене расположения элементов во второй и четвёртой строках с сохранением условия мономиальности матриц получатся только известные уравнения. Следовательно, мономиальность матриц в структуре системы уравнений можно *иногда* рассматривать как фактор сохранения стабильности исходной системы уравнений.

Изменим алгоритм, иначе меняя матрицы a^i,b^i. Пусть

$$\left((a^1a^1)E\partial_x+(a^1a^2)E\partial_y+(a^1a^3)E\partial_z+\left(a^1E\right)E\frac{(-i)}{c}\partial_t\right)\varphi+$$
$$+\left((a^1b^1)E\partial_x+(a^1b^2)E\partial_y+(a^1b^3)E\partial_z+\left(a^1E\right)E\frac{(-i)}{c}\partial_t\right)\bar{\varphi}=0.$$

Получим уравнения

$$\left\{\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}\partial_z+\frac{(-i)}{c}\partial_t\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}\varphi_x\\\varphi_y\\\varphi_z\\0\end{pmatrix}+$$

$$+\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_z+\frac{i}{c}\partial_t\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}\bar{\varphi}_x\\\bar{\varphi}_y\\\bar{\varphi}_z\\0\end{pmatrix}=0.$$

Применяя второе произведение матриц в сочетании с знаковой группой, получим систему уравнений стандартного вида

$$\partial_y E_z-\partial_z E_y=-\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t},\partial_z E_x-\partial_x E_z=-\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t},\partial_x E_y-\partial_y E_x=-\frac{1}{c}\frac{\partial B_y}{\partial t},div\vec{B}=0.$$

Следовательно, уравнения Фарадея-Ампера могут быть инвариантны относительно ассоциативного действия пары комбинаторных произведении в сочетании со знаковой группой. С другой стороны, аналогичный результат получится, если стандартные уравнения Фарадея-Ампера умножить матрично слева на матрицу

$$\vartheta=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Её можно заменить другой матрицей с точностью до произведения на знаковую группу. Следовательно, каждая мономиальная матрица, посредством которой мы можем умножить уравнения Фарадея-Ампера на неё, порождает 8 видов эквивалентных векторных уравнений. При этом совокупность комбинаторных операций также имеет аналогичные свойства.

Ситуация меняется, если по-другому объединить эти же матрицы с частными производными.

Рассмотрим модель с образующими элементами

$$\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_x,\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y,\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_z,\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_t.$$

В ней матрицы, указанные выше, изменены знаковой группой и переставлены в другом порядке. Система уравнений типа Фарадея-Ампера порождает систему новых векторных уравнений:

$$\partial_x E_y \pm \partial_y E_x = \pm\frac{1}{c}\partial_t B_x, \partial_x E_x \pm \partial_z E_z = \pm\frac{1}{c}\partial_t B_y, \partial_y E_x \pm \partial_z E_y = \pm\frac{1}{c}\partial_t B_z, \partial_x E_z \pm \partial_z E_x = \pm\partial_y E_y.$$

Они кажутся непригодными для теории электромагнитных явлений. Хотя для такого вывода оснований мало. Однако ситуация меняется, если такая система уравнений предназначена для анализа некоторых других явлений, когда анализируемые величины не тождественны компонентам электромагнитного поля.

Рассматриваемые матрицы естественны для модели ассоциированных уравнений в алгоритме, допускающем *модификацию исходных матриц* ***парой*** *различных операций*. Примем модель, согласно которой первое произведение задается на основе стандартной комбинаторной операции, а второе произведение есть комбинаторное произведение строк на строки.

Тогда

$$E\underset{ss}{\overset{k}{\times}}\left(a_1\underset{sc}{\overset{k}{\times}}E\right)=\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, E\underset{ss}{\overset{k}{\times}}\left(a_2\underset{sc}{\overset{k}{\times}}E\right)=\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$a_2 \overset{k}{\underset{ss}{\times}} \left(a_1 \overset{k}{\underset{sc}{\times}} E \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E \overset{k}{\underset{ss}{\times}} \left(E \overset{k}{\underset{sc}{\times}} E \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Применим к ассоциированным уравнениям логическую операцию, заменив элементы:

$$\alpha \to \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_x, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_t.$$

$$\beta \to \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_x, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_y, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_t.$$

Получим, соответственно, дополнительные системы уравнений:

$$\alpha \to \left(\partial_x + \partial_z\right) E_x - \partial_y E_y = 0, \left(\partial_x + \partial_z\right) E_x + \partial_y E_y = 0 \Rightarrow \left(\partial_x + \partial_z\right) E_x = 0,$$
$$\beta \to \partial_x E_z - \partial_z E_x + \partial_y E_y = 0, \partial_x E_z - \partial_z E_x = \frac{1}{c} \partial_t B_x \Rightarrow \frac{1}{c} \partial_t B_x = -\partial_y E_y.$$

Модификация «порождает» некоторые связи между величинами, которые индуцированы алгоритмом вывода. Они не обязаны соответствовать эксперименту. Однако отрицать их без обоснования мы тоже не должны. То, что теперь кажется случайным и не очень нужным, может стать главным звеном моделирования в других условиях и ситуациях. Мы имеем некий «алфавит», из которого составляем слова. Сейчас трудно сказать, как это делать оптимально и с пользой для практики. Понятно пока только то, что таких слов много, смысл и их назначение неясны.

Исходные уравнения, заданные в матричной форме, можно переписать иначе. Например, рассмотрим модель $\left(\alpha \cdot \beta\right)\left(a^i \partial_i \varphi + b^i \partial_i \bar{\varphi}\right) = 0$,

$$\alpha \cdot \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

Комбинаторное произведение даёт другой результат:

$$\alpha \overset{k}{\times} \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = [1].$$

Применяя это выражение к последующим матрицам, получим

$$\overline{a}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \overline{a}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \overline{a}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \overline{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\overline{b}^1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \overline{b}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \overline{b}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \overline{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Дополняя второе произведение действием элементов знаковой группы, получим систему уравнений, в которой отсутствуют исходные уравнения.

Она имеет вид

$$\partial_y E_z - \partial_x E_y = -\frac{1}{c}\partial_t B_x, \partial_z E_x - \partial_x E_z + \partial_y E_y = 0,$$
$$\partial_z E_y - \partial_y E_x = -\frac{1}{c}\partial_t B_z, \partial_x B_x + \partial_z B_z = -\frac{1}{c}\partial_t B_y.$$

Всякий другой набор, состоящий из пары матриц, которые немономиальны или имеют немономиальную часть и для которых их матричное произведение даёт единичную матрицу, порождает указанные выше уравнения. Следовательно, есть некоторая «независимость» ассоциированных уравнений от структуры матриц, реализующих эти уравнения.

С другой стороны, как известно, уравнения Фарадея-Ампера не меняются, если их умножить слева на мономиальную матрицу или произведение мономиальных матриц. По этой причине естественно рассмотреть модель ассоциирования на паре мономиальных матриц α, β, произведение которых даёт мономиальную матрицу γ. Тогда

$$(\alpha \cdot \beta)\left(a^i \partial_i \varphi + b^i \partial_i \overline{\varphi}\right) = 0, \alpha \cdot \beta = \gamma \neq E.$$

Пусть, например,

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha \cdot \beta = \gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\alpha \overset{k}{\times} \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Комбинаторное произведение деформировало мономиальную матрицу предыдущего произведения. Применяя это выражение к последующим матрицам, получим

$$\bar{a}^1=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\bar{a}^2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\bar{a}^3=\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\bar{E}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\bar{b}^1=\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\bar{b}^2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\bar{b}^3=\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\bar{E}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

С ними могут быть ассоциированы уравнения

$$\partial_x E_y-\partial_y E_z=-\frac{1}{c}\partial_t B_x,(\partial_x-\partial_z)E_y=0,div\vec{B}=0,(\partial_x+\partial_z)E_x=\partial_y E_y.$$

«Странные» уравнения дополнены одним стандартным уравнением.

Заметим, что данная модель позволяет «просто» рассматривать комбинаторные произведения. Располагая последовательно элементы матриц a^i под элементами левой матрицы, мы замечаем, что общее их расположение выражается матрицами b^i. Аналогичное расположение элементов матриц b^i в форме матриц a^i. Мы обнаружили новую форму соотношения элементов кватернионов. Они отличаются только расстановкой знаков в матрицах, имеют лишь разную компоновку с элементами знаковой группы. Они, с другой стороны, формируют основу для комбинаторного произведения их слева на некоторые матрицы, есть их связь по комбинаторному произведению. Это обстоятельство является принципиально новым. Столбцы одного кватерниона, расположенного в форме строк есть строки другого кватерниона.

Один кватернион есть «тень» другого кватерниона по комбинаторному произведению. Следовательно, могут быть и другие «тени». Это обстоятельство косвенно указывает на наличие многих «сторон» у объекта и явления.

Одни его «стороны» проявляются при одной операции, другие же «стороны» проявляются при других операциях. Комбинаторное произведение слева на примере указанной выше матрицы выглядит так:

$\xi \overset{k}{\times} a^i$	1 0 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 0 1 0
$b^i \to$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$

,

$\overset{k}{\xi}\times b^i$	1 0 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 0 1 0
$a^i \to$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

.

Это обстоятельство облегчает визуальный анализ возможной структуры ассоциированных уравнений, так как до построения полной модели очевидны изменения, которые возможны в ней. Аналогично располагая элементы матриц гравитационного типа f^i, получим элементы «полочки» факторгруппы для этих матриц:

e^1	$-a^2$	$-b^3$	c^2
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

,

так как

$$f^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, f^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, f^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, f^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, при расчете комбинаторного произведения можно применять вместо базовых элементов их «тени». На морфологическом уровне это было понятно и сформулировано давно. Теперь у нас есть дополнительный, математический аргумент в пользу такого подхода и такой интерпретации.

Алгебры над алгебрами

Исторически сложилось так, что на первом плане математического исследования находятся числа. Уже на этой стадии исследования давно стало понятно, что числа трансфинитны по своей структуре и свойствам: они многофункциональны, многогранны, многоуровневы… Числа бывают действительные, комплексные, иррациональные, кардинальные, гиперкомплексные, скрытые… За каждым числом «стоит» реализация конкретной практики, которая тоже трансфинитна. По этой причине мы вправе всегда ожидать появления новых чисел с качественно новыми свойствами.

Однако числа сами по себе «безжизненны» без системы операций: некоторой совокупности формальных или логических правил сопоставления паре чисел некоторого третьего числа, равно как и совокупности чисел при выполнении совокупности операций. Объединение чисел с операциями обычно подчинено дополнительным условиям. Они могут быть ассоциированы со свойствами чисел и операций. Однако они могут иметь и самостоятельное значение, дополняя структуру и свойства чисел и операций. Применение не только на множестве чисел, но на множестве других объектов с заданными свойствами одной операции индуцирует структуры группоидов (оперативов), полугрупп, моноидов, квазигрупп, групп и т.д. Применение пары операций в форме произведения и суммы (которые могут задаваться по-разному) индуцирует новые математические изделия. Так сконструированы кольца, тела, поля, векторные и линейные пространства, физические модели объектов и явлений. Объекты такого типа относятся к категории алгебр.

Во всех случая, так или иначе, математика отображает практику. Она развивается также в соответствии со своими внутренними потребностями и законами. По этой причине математика способна предсказать и оценить будущую практику. Новые математические изделия и алгоритмы становятся ростковыми точками не только математики, но и любой практики, базирующейся на математике. С другой стороны, практика ставит новые задачи перед математикой. Таких задач очень много. Важнейшей фундаментальной задачей практики становится теперь моделирование Сознаний и Чувств физических объектов. На данном этапе появились основания развивать два направления для решения указанных задач. С одной стороны, требуется сконструировать модели Сознаний и Чувств по аналогии с моделями для физических объектов и их свойств. Начальная деятельность в этом направлении базируется на физических моделях гравитации и электромагнетизма. С другой стороны, достигнуто понимание, что структура и свойства информационных потоков и информационного обмена базируются на неассоциативных множествах. В частности, практика информационного моделирования инициирует модели неассоциативных, функциональных алгебр.

Алгебры можно рассматривать как аналог функций и функциональных пространств. Действительно, алгебры Грассмана и Клиффорда базируются на разности и сумме произведений пары базовых элементов анализируемых множеств, задавая $(2,2)$-алгебры. Первая двойка указывает, что анализируется произведение пары элементов. Вторая двойка указывает, что модель сконструирована на паре операций. В частности, роль элементов играют матрицы Паули и матрицы Дирака. Роль операций играют произведения и разность или сумма. Обе указанных алгебры могут быть объединены в модели 3-алгебры по операциям на группе заполнения физических моделей. В рамках 3-алгебры по операциям применяются не только коммутаторы, но и антикоммутаторы для пар произведений. Другими словами, расширена система операций для конкретного множества. В настоящее время выяснены новые свойства 3-алгебр по операциям. В частности, на основе анализа произведения трех элементов для любого множества введены три критерия его структуры и свойств: ассоциаторы, зеркальные элементы (отражатели), компенсаторы. В зависимости от того, в каком сочетании они находятся в данном множестве,оно имеет разные свойства. В ассоциативном множестве три критерия сводятся к одной ассоциативности. Фактически, мы теперь имеем дело с $(3,3)-$алгеброй: анализируются тройки элементов, применяются три операции в форме произведений элементов, а также задаются коммутаторы и антикоммутаторы. Дополнительно учитываются отношения между величинами. По этой причине в физической практике мы моделируем и анализируем алгебраическую систему. На множестве, кроме системы операций, заданы отношения. Заметим, что эта ситуация типична для физических моделей. Кроме системы операций в физических моделях присутствует сложная система отношений. С другой стороны, для физики фундаментальны свойства гравитации и электромагнетизма. Они математически задаются на основе антикоммутаторов и коммутаторов. По этой причине алгебраические системы фундаментальны для физики. Зададим алгебраическую систему тремя числами. Так $(3,3,1)-$алгебраической системе ставится в соответствие тройное произведение, тройка операций и одно отношение (например, учет расположения скобок в произведении элементов).

Алгебра Йордана и алгебра Ли базируется на произведении пары элементов, каждый из которых может быть элементом алгебры. Фактически, так задаются функции от элементов алгебры, которые интерпретируются как произведения. Для этих алгебр, как и для алгебр на группе заполнения физических моделей, справедливы законы $(3,3)-$алгебр, учитывающих коммутаторы и антикоммутаторы.

Следующий шаг в развитии алгебры понятен: нужно рассмотреть функции от функций. К категории таких моделей относится алгебра Мальцева.

В алгебре Мальцева вводится антисимметричная функция от пары элементов множества

$$g(a,b)+g(b,a)=0.$$

Для физиков понятно, что речь идет об «алгебраическом условии равновесия», аналогичном условию, что сила действия равна силе противодействия. В обобщенной теории равновесия поступают аналогично. Следующим шагом такой теории является формулировка законов равновесия для трех и более элементов. В ассоциативной алгебре Мальцева в качестве аналога такого моделирования применяются уравнения

$$J(a,b,c)=g\left(g(a,b),c\right)+g\left(g(b,c),a\right)+g\left(g(c,a),b\right)=0,$$

$$g\left(J(a,b,c),a\right)=J(a,b,c)a-aJ(a,b,c)=0.$$

Первое уравнение принято называть циклическим уравнением или циклическим условием. В данном случае очевидно равенство

$$J(a,b,c)=g\left(g(a,b),c\right)+g\left(g(b,c),a\right)+g\left(g(c,a),b\right)=g\left(J(a,b,c),a\right).$$

Другими словами, линейные функции от циклического условия равны нулю, если оно тождественно равно нулю. В неассоциативной алгебре Мальцева применено более общее условие

$$J\left(a,b,g(a,c)\right)=g\left(J(a,b,c),a\right).$$

Для его выполнения требуется найти сложные выражения для антисимметричной функции.

Проанализируем аналог алгебры Мальцева на простом примере. Пусть

$$g(a,b)=ab-ba=-g(b,a).$$

Тогда

$$\begin{gathered}
J(a,b,c)=(ab-ba)c-c(ab-ba)+(bc-cb)a-a(bc-cb)+(ca-ac)b-b(ca-ac),\\
J(c,b,a)=(cb-bc)a-a(cb-bc)+(ba-ab)c-c(ba-ab)+(ac-ca)b-b(ac-ca),\\
J(a,b,c)+J(c,b,a)=0.
\end{gathered}$$

Данные выражения тождественно равны нулю для ассоциативных элементов. Они не равны нулю для неассоциативных элементов и «компенсируют» друг друга. Аналогично получим

$$\begin{gathered}
J\left(a,b,g(a,c)\right)+J\left(g(a,c),b,c\right)=0,\\
g\left(J(a,b,c),a\right)+g\left(J(c,b,a),a\right)=0.
\end{gathered}$$

Отсюда следует закон, справедливый для ассоциативных и неассоциативных множеств с указанными условиями для функций и циклического равенства:

$$J\left(a,b,g\left(a,c\right)\right)+J\left(g\left(a,c\right),b,c\right)=g\left(J\left(a,b,c\right),a\right)+g\left(J\left(c,b,a\right),a\right).$$

Рассмотрим произведение пары элементов, управляемое третьим элементом. Пусть

$$g_p\left(a,b\right)=\left(ap\right)b-\left(bp\right)a=-g_p\left(b,a\right).$$

Тогда

$$\begin{aligned}
&J_p\left(a,b,c\right)=g_p\left(g_p\left(a,b\right),c\right)+g_p\left(g_p\left(b,c\right),a\right)+g_p\left(g_p\left(c,a\right),b\right),\\
&g_p\left(a,b\right)=\left(ap\right)b-\left(bp\right)a, g_p\left(b,c\right)=\left(bp\right)c-\left(cp\right)b, g_p\left(c,a\right)=\left(cp\right)a-\left(ap\right)c,\\
&\alpha_1\to g_p\left(g_p\left(a,b\right),c\right)=\left(\left(\left(ap\right)b-\left(bp\right)a\right)p\right)c-\left(cp\right)\left(\left(ap\right)b-\left(bp\right)a\right),\\
&\beta_1\to g_p\left(g_p\left(b,c\right),a\right)=\left(\left(\left(bp\right)c-\left(cp\right)b\right)p\right)a-\left(ap\right)\left(\left(bp\right)c-\left(cp\right)b\right),\\
&\gamma_1\to g_p\left(g_p\left(c,a\right),b\right)=\left(\left(\left(cp\right)a-\left(ap\right)c\right)p\right)b-\left(bp\right)\left(\left(cp\right)a-\left(ap\right)c\right).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&J_p\left(c,b,a\right)=g_p\left(g_p\left(c,b\right),a\right)+g_p\left(g_p\left(b,a\right),c\right)+g_p\left(g_p\left(a,c\right),b\right),\\
&g_p\left(c,b\right)=\left(cp\right)b-\left(bp\right)c, g_p\left(b,a\right)=\left(bp\right)a-\left(ap\right)b, g_p\left(a,c\right)=\left(ap\right)c-\left(cp\right)a,\\
&\alpha_2\to g_p\left(g_p\left(c,b\right),a\right)=\left(\left(\left(cp\right)b-\left(bp\right)c\right)p\right)a-\left(ap\right)\left(\left(cp\right)b-\left(bp\right)c\right),\\
&\beta_2\to g_p\left(g_p\left(b,a\right),c\right)=\left(\left(\left(bp\right)a-\left(ap\right)b\right)p\right)c-\left(cp\right)\left(\left(bp\right)a-\left(ap\right)b\right),\\
&\gamma_2\to g_p\left(g_p\left(a,c\right),b\right)=\left(\left(\left(ap\right)c-\left(cp\right)a\right)p\right)b-\left(bp\right)\left(\left(ap\right)c-\left(cp\right)a\right).
\end{aligned}$$

В этом варианте

$$\alpha_1=\beta_2,\alpha_2=\beta_1,\alpha_3=\beta_3.$$

Поэтому выполняются законы

$$\begin{gathered}
J\left(a,b,g_p\left(a,c\right)\right)+J\left(g_p\left(a,c\right),b,c\right)=0,\\
g_p\left(J\left(a,b,c\right),a\right)+g_p\left(J\left(c,b,a\right),a\right)=0,\\
J\left(a,b,g_p\left(a,c\right)\right)+J\left(g_p\left(a,c\right),b,c\right)=g_p\left(J\left(a,b,c\right),a\right)+g_p\left(J\left(c,b,a\right),a\right).
\end{gathered}$$

Управление пары третьим элементом типично для алгебраических задач управления. Оно интересно с разных сторон. Во-первых, третий элемент может действовать на базовые элементы иначе, чем они действуют друг на друга. Во-вторых, этот элемент может иметь самостоятельную динамику. В-третьих, мы получаем модель с тройкой элементов. Согласно развиваемому подходу, она приближена к моделям с логическими операциями. Во всех указанных случаях имеет место аналог алгебры Мальцева. Мы имеем алгебру для алгебры. Она базируется на циклическом уравнении, аналогичном уравнению обобщенной теории равновесия, применяемой в теории электромагнитных явлений.

Эти условия достаточны для введения закона для четырех элементов. Рассмотрим выражение

$$J_{\pm}(a,b,c,d)=g_{+}\left(J_{-}(a,b,c),d\right)+g_{+}\left(J_{-}(b,c,d),a\right)+g_{+}\left(J_{-}(c,d,a),b\right)+g_{+}\left(J_{-}(d,a,b),c\right).$$

Пусть

$$J_{-}(a,b,c)=g_{-}\left(g_{-}(a,b),c\right)+g_{-}\left(g_{-}(b,c),a\right)+g_{-}\left(g_{-}(c,a),b\right),$$
$$g_{-}(a,b)=ab-ba, g_{+}(a,b)=ab+ba.$$

Тогда выполняется закон

$$J_{\pm}(a,b,c,d)+J_{\pm}(a,d,c,b)=0.$$

Есть аналогия с алгеброй Мальцева на множестве из четырех элементов. Аналогично можно сконструировать циклические уравнения для большего числа объектов. Во всех рассматриваемых вариантах прослеживается аналогия с обобщенными условиями равновесия в физике, применяемыми для анализа конечных систем. Другими словами, алгебры выступают в роли инструмента для математического анализа условий равновесия в любом множестве. Поскольку в таком подходе единым образом описываются ассоциативные и неассоциативные множества, так алгебраически обоснована гипотеза о единстве законов равновесия для физических тел и информационных систем. Роль информационных тел, согласованную с физическими телами, выполняют тела Сознаний и Чувств. Следовательно, алгебра обосновывает и утверждает единство структуры и законов поведения для Тел, Сознаний, Чувств. Алгебра Мальцева фиксирует тип таких структур. Они подчинены дополнительным условиям, связывающим между собой разные уравнения равновесия. Именно так конструируется теория когомологий: из совокупности циклических уравнений ассоциативно моделируется связь между ними. В частности, в теории когомологий Хохшильда из конечной совокупности обобщенных условий равновесия выбирается сумма, состоящая из элементов, которые входят в данные условия равновесия. Принимается такой вариант условий, который согласуется с некоторой системой дополнительных условий. Например, эти условия ассоциированы с условиями для комплекса, индуцированного группой и алгоритмом дифференцирования этого комплекса. В общем случае возможны другие варианты. Мы не вправе их отрицать, приняв постулат трансфинитности структур и активностей. Однако не следует ожидать, что на практике нам встретятся все возможности. Кроме этого, очевидно, некоторые условия будет сложно верифицировать. Так тоже должно быть. Ведь трансфинитность истины предполагает также трансфинитность проблем и сложностей. Они могут иметь проявления не только в теории, но и в эксперименте. В частности, то, что мы можем рассчитать, может быть недостижимым для эксперимента. С другой стороны, эксперимент может выдать «сюрприз» в форме экспериментальных данных, которые никак не укладываются в модели расчета. Такова общая ситуация. Её мы изменить не можем. Её нужно творчески принять.

Алгебра для алгебры, как показано выше, выступила в роли средства для конструирования новых алгебр, элементами которой она являются. Так применено для $\left(4,3,a^{i}\right)-$алгебры циклическое уравнение теории Мальцева, равно как и выражение для антисимметричной функции, зависящей от произведения двух элементов.

Однако алгебра в её стандартном виде непригодна для практического применения в физике. Так происходит потому, что физические модели базируются на функциональных алгебрах. В их структуре содержатся дифференциальные операторы, величины, а также система дополнительных условий. Функциональные алгебры можно рассматривать как «смесь алгебр», подчиненных определенным правилам. Эти правила в формализме Гамильтона и Лагранжа имеют алгебраическую структуру. Физическое моделирование реальных изделий аналогично моделированию алгебры: берутся взаимодействующие элементы конструкции, которые соединяются между собой. Аналогично моделируется алгебра. Элементы физической модели есть объединение элементов из конечного числа алгебр. Так, дифференциальные операторы есть элементы дифференциальной алгебры. Величины есть элементы групповой алгебры. Это могут быть также элементы алгебры Ли или алгебры Йордана.

Кодифференциальные операторы дополняют модель элементами алгебры векторных пространств.

При анализе алгебр принято анализировать идеалы алгебры в форме её элементов, которые сохраняют свою структуру при умножении слева или справа на элементы алгебры. Проиллюстрируем этот прием на идеалах матричной алгебры. Запишем их в формальном виде, располагая на местах с ненулевыми элементами «звездочки».

Поскольку элемент матричной алгебры есть некоторая матрица, речь будет идти о структуре произведения одних матриц на другие. Ограничим анализ стандартным матричным произведением, когда каждая строка первой матрицы умножается на каждый столбец второй матрицы. Рассмотрим левые и правые идеалы (по умножению слева или справа) на примере матриц размерности 3×3.

В матричной алгебре с применением любого стандартного произведения всегда есть пара двухсторонних идеалов. Они не меняют своей структуры при умножении как слева, так и справа. Это матрицы

$$0_3(M)=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},1_3(M)=\begin{pmatrix}*&*&*\\*&*&*\\*&*&*\end{pmatrix}.$$

Левые идеалы заданы в форме ненулевых столбцов матрицами

$$\sigma(l)\to\begin{pmatrix}*&0&0\\*&0&0\\*&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&*&0\\0&*&0\\0&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&*\\0&0&*\\0&0&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&0\\*&*&0\\*&*&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&*&*\\0&*&*\\0&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&0&*\\*&0&*\\*&0&*\end{pmatrix},a\overset{m}{\times}\sigma(l)\to\sigma(l).$$

Правые идеалы заданы в форме ненулевых столбцов матрицами

$$\sigma(r)\to\begin{pmatrix}*&*&*\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\*&*&*\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\*&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&*\\*&*&*\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&*\\0&0&0\\*&*&*\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\*&*&*\\*&*&*\end{pmatrix},\sigma(r)\overset{m}{\times}a\to\sigma(r).$$

Операция пересечения идеалов (радикала Джекобсона) конструируется построением матриц согласно структуре совпадающих ненулевых элементов. Радикал Джекобсона определен как результат пересечения всех идеалов. В данном случае, например, получим

$$\begin{pmatrix}*&*&*\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\overset{p}{\times}\begin{pmatrix}0&0&0\\*&*&*\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}*&*&*\\*&*&*\\0&0&0\end{pmatrix}\overset{p}{\times}\begin{pmatrix}*&*&*\\0&0&0\\*&*&*\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}*&*&*\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}....$$

Пересечение левых идеалов совпадает с пересечением правых идеалов, оно даёт нулевой идеал. Следовательно, на матричных алгебрах с применением стандартного матричного произведения радикал Джекобсона есть нулевой идеал.

При анализе физических моделей мы рассматриваем конечномерную алгебру над полем комплексных чисел. В этом случае алгебра содержит минимальный правый идеал в форме ненулевого столбца. По этому признаку принято называть такие алгебры кольцом Артина или Артиновым кольцом.

Следовательно, стандартные физические модели могут быть сконструированы на матричной алгебре в форме кольца Артина с радикалом Джекобсона в форме нулевого идеала, наличие которого означает полупростоту этой алгебры.

Нами принят алгоритм конструирования физических моделей в 4-мерном пространстве-времени на основе группы заполнения физических моделей. Эта группа задана 32 матрицами. Они задают пару кватернионов и тройку антикватернионов. Эта группа достаточна для конструирования элементов матричной алгебры размерности 4×4 в форме матриц с одним единичным элементом. На этой основе все идеалы алгебры конструируются из всех элементов группы заполнения. Различие их только в том, как при такой «сборке» применены элементы знаковой группы.

Рассмотрим расположение знаков у элементов группы заполнения при формировании левых идеалов.

Поскольку каждый элемент имеет обозначение и индекс, получим таблицы:

	a	b	c	e	f	$\sum\pm$
1	−	−	+	+	+	+
2	−	−	+	+	+	+
3	−	−	+	+	+	=

$$\to \begin{pmatrix} * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

	a	b	c	e	f	$\sum\pm$
1	+	−	−	+	+	+
2	−	−	+	+	−	−
3	+	+	−	+	+	+

$$\to \begin{pmatrix} 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

	a	b	c	e	f	$\sum\pm$
1	−	+	+	+	+	+
2	+	+	−	+	+	+
3	+	−	−	+	+	+

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 \end{pmatrix},$$

	a	b	c	e	f	$\sum\pm$
1	+	+	−	+	+	+
2	+	−	−	+	−	−
3	−	+	+	+	−	+

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * \end{pmatrix}.$$

Следовательно, анализ идеалов алгебры может и должен быть согласован с анализом действия знаковой группы на множестве элементов алгебры. Знаковая группа скрытно играет роль классификатора идеалов. Её влияние на структуру и свойства алгебры фундаментально в математическом смысле слова. Оно фундаментально с физической точки зрения, так как знаковая группа играет роль группы управления идеалами. При одном выборе знаковой группы (из тех же элементов алгебры) мы получим один идеал. При другом выборе знаковой группы будет сконструирован другой идеал.

Поскольку принята точка зрения, что идеалам соответствуют электрические предзаряды, мы обязаны рассматривать знаковую группу как «указатель физического алгоритма» взаимного преобразования одного электрических предзарядов. Чтобы преобразовать электрические предзаряды, требуется соединять между собой по-разному одни и те же базовые элементы. В развиваемом подходе группа заполнения выражена совокупностью мономиальных матриц. Они представляют собой математических образ реальных объектов «гравитационного типа». По этой причине можно полагать, что гравитационные явления наиболее полно выражают свойства других физических явлений, образуют фундаментальные объекты, на которых «держится» любое взаимодействие.

Любая физическая модель устроена таким образом, что её векторный вид может быть представлен разными матричными алгебрами. Так, электродинамика может быть записана на основе групповой алгебры, элементы которой заданы только парой кватернионов в форме мономиальных матриц размерности 4×4. Возможна её запись на паре антикватернионов, а также на идеалах алгебры, согласованных с элементами знаковой группы. Эти варианты ассоциированы с применением новых операций.

По указанной причине векторная форма уравнений может рассматриваться как *радикал физической модели*: пересечения всей совокупности алгебраических моделей, названных физическими идеалами. Для этого следует принять точку зрения, что каждый алгебраический вид физической модели есть её физический идеал. Определим пересечение физических идеалов алгоритмом представления каждой алгебраической модели в векторном виде. Тогда мы получаем категорию, которую удобно назвать категорией алгебраических представлений физической модели явления. Категория задана совокупностью элементов в форме разных алгебр, представляющих эту физическую модель. Задана также совокупность морфизмов в форме отображения модели алгебраического вида в модель векторного вида. Векторной форме соответствует тождественный морфизм.

Следовательно, *векторная форма уравнений физической модели есть физический радикал категории алгебраических представлений физической модели*.

Привычка и удобство работы с физическими радикалами препятствуют анализу других граней объектов и явлений, которые скрыты в их «алгебраических одеждах». Преодоление этой скрытости можно определить как «*алгебраическое раздевание»* физических объектов и явлений.

Циклические уравнения для алгебр

Из анализа структуры алгебры Мальцева следует вывод, что алгебраические условия для этой алгебры можно рассматривать как вариант циклических уравнений, аналогичных обобщенным условиям равновесия, применяемым в физике. Естественно возникает *первая проблема*: можно ли каждому циклическому уравнению поставить в соответствие алгебру? Как это сделать? Как применить такие алгебры на практике? С другой стороны, известно, что функциональное уравнение, содержащее отдельные элементы циклических уравнений равновесия, ассоциированы с когомологиями Хохшильда. По этой причине естественна постановка *второй проблемы*: найти когомологии, которые соответствуют системе циклических алгебраических условий? В-третьих, обобщенные циклические уравнения равновесия ассоциированы с динамическими уравнениями для гравитации и электромагнетизма. Понятно, что следует найти решение *третьей проблемы*: найти динамические уравнения, ассоциированные с циклическими алгебраическими условиями?

Особый интерес представляет система циклических уравнений

$$g_i g_j f(g_k, g_l) - g_j g_k f(g_l, g_i) + g_k g_l f(g_i, g_j) - g_l g_i f(g_j, g_k) = 0.$$

С ними ассоциирована единая физическая теория гравитации и электромагнетизма. Поэтому кажется очевидным, что алгебра, базирующаяся на аналогичном условии, может быть полезна для анализа такого единства. Более того, естественно ожидать, что на этой основе могут быть найдены некоторые алгоритмы и условия нового применения на практике как электромагнетизма, та и гравитации.

Алгебраическая форма искомых циклических уравнений для алгебры может выглядеть, например, так:

$$p(a)\,p(b)\varphi(c,d) - p(b)\,p(c)\varphi(d,a) + p(c)\,p(d)\varphi(a,b) - p(d)\,p(a)\varphi(b,c) = 0.$$

Здесь заданы, соответственно, две функции на элементах алгебры, которыми представлены циклические уравнения. Понятно, что могут быть другие возможности. Они могут принадлежать одной категории циклических условий, но могут быть и принципиально другими. Понятно, что искомые алгебры конструируются на произвольном умножении элементов. Однако концепция суммы не меняется. Не применяется также концепция активных элементов алгебры, когда произведение зависит от того, какие элементы участвуют в нем. Так моделируется упрощенный вариант алгебры. В нем нет иерархии произведений, согласованных с управляющим отношением в алгебре, согласно которому элементы алгебры распределяются по иерархии уровней. Каждому уровню тогда можно поставить в соответствие «свои» произведения. Дополнительно требуется задать произведение элементов, относящихся к разным уровням. Заметим, что чем выше ранг циклического уравнения, задаваемый количеством базовых элементов его структуры, тем больше возможностей, с математической точки зрения, для учета иерархии в системе объектов. «Демократизация» *алгебры с иерархической структурой* может рассматриваться как деформация алгебраической системы, так как для этого необходимо менять систему отношений в алгебре. Такие алгебры выходят за границы универсальной алгебры.

Рассмотрим модель циклического уравнения с применением пары разных операций. В частности, одной из них может быть логическая операция, согласно которой элементы определенным образом «компонуются» из некоторых исходных элементов. Пусть, например, выполняется циклическое уравнение

$$p(a)\,p(b)*\varphi(c,d)-p(b)\,p(c)*\varphi(d,a)+p(c)\,p(d)*\varphi(a,b)-p(d)\,p(a)*\varphi(b,c)=0.$$

В нём нужно задать величины $p(\xi)\,p(\eta),\varphi(\alpha,\beta)$, а также логическую операцию для таких элементов. В результате такой компоновки часть слагаемых может компенсировать друг друга.

Рассмотрим модель вида

$$A=p(\xi)\,p(\eta)=(\xi\eta\pm\eta\xi),B=\varphi(\alpha,\beta)=(\alpha\beta\pm\beta\alpha),$$

$$p(\xi)\,p(\eta)*\varphi(\alpha,\beta)=$$
$$=((\xi\eta\pm\eta\xi)^{n_1}(\alpha\beta\pm\beta\alpha)^{n_2})(\xi\eta\pm\eta\xi)^{n_3}-((\alpha\beta\pm\beta\alpha)^{n_1}(\xi\eta\pm\eta\xi)^{n_2})(\alpha\beta\pm\beta\alpha)^{n_3}.$$

В новом «умножении» каждый элемент из пары элементов применяется три раза. В алгебрах Грассмана, Клиффорда, Ли, Йордана, Мальцева элементы применяются дважды. Новое произведение антисимметрично:

$$A\overset{n(i)}{*}B=\left(A^{n_1}B^{n_2}\right)A^{n_3}-\left(B^{n_1}A^{n_2}\right)B^{n_3}=-(\left(B^{n_1}A^{n_2}\right)B^{n_3}-\left(A^{n_1}B^{n_2}\right)A^{n_3})=-B\overset{n(i)}{*}A.$$

Тогда получим взаимную компенсацию двух членов циклического уравнения:

$$p(a)\,p(b)\overset{n(i)}{*}\varphi(c,d)=((ab\pm ba)^{n_1}(cd\pm dc)^{n_2})(ab\pm ba)^{n_3}-((cd\pm dc)^{n_1}(ab\pm ba)^{n_2})(cd\pm dc)^{n_3},$$
$$p(c)\,p(d)\overset{n(i)}{*}\varphi(a,b)=((cd\pm dc)^{n_1}(ab\pm ba)^{n_2})(cd\pm dc)^{n_3}-((ab\pm ba)^{n_1}(cd\pm dc)^{n_2})(ab\pm ba)^{n_3},$$

$$p(a)\,p(b)\overset{n(i)}{*}\varphi(c,d)+p(c)\,p(d)\overset{n(i)}{*}\varphi(a,b)=0.$$

Первый элемент циклического уравнения компенсируется третьим элементов, а второй элемент – четвёртым элементом. Циклическое уравнение имеет место при выборе любого произведения между исходными элементами. Мы получили вариант алгебры единого вида.

Она пригодна для ассоциативного и неассоциативного произведений. Компенсация имеет место при разных значениях и величинах степеней, заданных набором чисел

$$(n_1, n_2, n_3) = 1, 2, 3...$$

Следовательно, есть дискретный спектр операций, ассоциированный с данным циклическим уравнением. Алгебра из общих соображений вводит в рассмотрение *мультипликативные дискретные операции*.

Операции можно обобщить, дополняя логическое произведение выражениями, которые компенсируются только в полной сумме. Фактически это означает изменение логического произведения. Мы можем дополнить введенные произведения функцией, зависящей от расположения элементов. Так, например, введём логическую операцию

$$p(a)\,p(b)\hat{*}\varphi\left(r(c,d)\right) = p(a)\,p(b)\overset{n(i)}{*}\varphi(c,d) + \left((a+c)^r - (b+d)^r\right), r = 0,1,2....$$

Числа r натуральные. По этой причине циклическому уравнению для алгебры соответствует дополнительный, *аддитивный спектр операций*.

В такой модели полная компенсация обеспечивается только на всей совокупности слагаемых циклического уравнения. Можно принять другую точку зрения: есть другая система циклических уравнений. Она имеет вид

$$p(a)\,p(b)\varphi\left(r(c,d)\right) - p(b)\,p(c)\varphi\left(r(d,a)\right) + p(c)\,p(d)\varphi\left(r(a,b)\right) - p(d)\,p(a)\varphi\left(r(b,c)\right) = 0.$$

Новая логическая операция согласована с предыдущей операцией и ассоциирована изменением структуры циклического уравнения. Новая форма записи соответствует требованию, чтобы полная компенсация слагаемых имела место только при применении всех членов уравнения. Предыдущая запись предполагает компенсацию по парам слагаемых.

Заметим, что в единой теории гравитации и электромагнетизма применяется уравнение, которое аналогично анализируемому циклическому уравнению. Оно имеет вид

$$\partial_i \partial_j \Phi_{kl} - \partial_j \partial_k \Phi_{li} + \partial_k \partial_l \Phi_{ij} - \partial_l \partial_i \Phi_{jk} = 0.$$

Следовательно, мы получили начальное подтверждение корректности постановки проблем, указанных выше. С одной стороны, показано, что возможно циклическое уравнение на алгебре, в структуре которого содержится 4 элемента алгебры. При этом возможна «парная компенсация» слагаемых этого уравнения при определенном выборе в нём пары произведений. Возможна также компенсация в полной системе слагаемых. Более того, принятое дополнение, ассоциированное с изменением логической операции, имеет самостоятельный смысл. Элементы алгебры, согласно данному циклическому уравнению, могут «компоноваться» в соответствии со структурой аддитивной группы, присущей рассматриваемой алгебре как кольцу. Естественно принять также ассоциативную связь циклического уравнения в алгебре и системы дифференциальных уравнений, которые применяются в физике. В данном случае мы имеем дело с фундаментальными явлениями физики. Поэтому можно считать, что циклические уравнения на алгебре косвенно ассоциированы с физическими явлениями. Такой предварительный вывод был сделан ранее.

Алгоритм произведений на функциях

$$A = p(\xi)\,p(\eta) = (\xi\eta \pm \eta\xi), B = \varphi(\alpha,\beta) = (\alpha\beta \pm \beta\alpha)$$

может интерпретироваться как вариант модели циклических уравнений

$$\varphi(a,b)\bullet\varphi(c,d)-\varphi(b,c)\bullet\varphi(d,a)+\varphi(c,d)\bullet\varphi(a,b)-\varphi(d,a)\bullet\varphi(b,c)=0.$$

Исходное циклическое уравнение допускает другие возможности. В частности, сконструируем функции, ассоциированные с циклическим уравнением в виде выражений

$$p(a)\,p(b)=\phi(a,b)=(a+b)^{p}(ab-ba)^{q},\varphi(c,d)=\eta(c,d)=(cd-dc)^{r}.$$

Примем правило их произведения

$$\phi(a,b)*\eta(c,d)=\phi(a,b)\eta(c,d)-\phi(c,d)\eta(a,b),$$
$$\phi(c,d)*\eta(a,b)=\phi(c,d)\eta(a,b)-\phi(a,b)\eta(c,d).$$

В таком варианте циклическое уравнение выполняется тождественно из-за компенсации первого слагаемого с третьим слагаемым, а второго слагаемого с четвёртым слагаемым. Предложенные функции зависят от элементов a,b,c,d, которые могут принадлежать любому множеству. В частности они могут быть элементами алгебры. Тогда циклические уравнения задают алгебру над алгебрами. Структура циклических уравнений при таком выборе произведения ассоциированных с ними функций не ограничивает выбор математически корректной структуры этих функций. Ассоциированные функции имеют явную зависимость от элементов, указанных в циклическом уравнении. Дополнительно они могут зависеть от других величин и чисел, имеют скрытые степени свободы. В частности, могут применяться разные множители и показатели степеней.

На 4 элементах при их компоновке по 2 элемента реализуется число вариантов, заданное формулой

$$C_2^4=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}=6.$$

В рассматриваемом случае компоновка элементов такова:

$$(a,b)(c,d)\quad(a,b)(d,c)\quad(b,a)(c,d)\quad(b,a)(d,c)\quad(a,c)(b,d)\quad(d,b)(c,a).$$

Циклическое уравнение имеет 6 форм, на которых реализуется разная система отношений на множестве, состоящем из 4 элементов. Выразим эти отношения графически. Примем модель представления пар элементов парой стрелок, направленных от первого объекта к другому объекту. Расположим объекты по вершинам квадрата. Тогда получим графические соответствия

$$(a,b)(c,d)\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a\\\hline \uparrow & & \downarrow\\\hline c & & b\\\hline\end{array},(a,b)(d,c)\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a\\\hline \downarrow & & \downarrow\\\hline c & & b\\\hline\end{array},(b,a)(c,d)\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a\\\hline \uparrow & & \uparrow\\\hline c & & b\\\hline\end{array},$$

$$(b,a)(d,c)\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a\\\hline \downarrow & & \uparrow\\\hline c & & b\\\hline\end{array},(a,c)(b,d)\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a\\\hline & \swarrow\nwarrow & \\\hline c & & b\\\hline\end{array},(d,b)(c,a)\rightarrow\begin{array}{|c|c|c|}\hline d & & a\\\hline & \nearrow\searrow & \\\hline c & & b\\\hline\end{array}.$$

Сопоставим им матрицы. Расположение стрелок будем записывать единицей в той строке, от элемента которой идет стрелка. Если же стрелки от элемента нет, запишем это обстоятельство в строке элемента единицей, расположенной по главной диагонали. Такой вариант соответствует точке зрения, что у объекта есть отношение к себе (внутренняя стрелка).

$$(a,b)(c,d) \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (a,b)(d,c) \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, (b,a)(c,d) \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(b,a)(d,c) \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, (a,c)(b,d) \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (d,b)(c,a) \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Другие варианты начальных элементов циклического уравнения скрыты потому, что относятся к одному классу величин. Легко видеть, что они одинаковы при организации цикла в одну или другую сторону. Так, получим циклы

$$(a,b)(c,d) \Rightarrow \frac{(b,c)(d,a),(c,d)(a,b),(d,a)(b,c)}{(d,a)(b,c),(c,d)(a,b),(b,c)(d,a)},\dots$$

С одним элементом состыкованы ещё три элемента, с которых можно «начинать» циклическое уравнение. Элементы с взаимно обратным расположением пар типа

$$(a,b)(c,d) \Leftrightarrow (c,d)(a,b)$$

на принятом произведении ассоциированных функций «компенсируют» друг друга в циклическом уравнении. В некотором смысле их можно не различать.

Начальные элементы циклических уравнений согласованы с другими начальными положениями по модели цикла. Так, получим шесть наборов по четыре элемента:

$$\begin{gathered} (a,b)(c,d),(b,c)(d,a),(c,d)(a,b),(d,a)(b,c), \\ (a,b)(d,c),(b,d)(c,a),(d,c)(a,b),(c,a)(b,d), \\ (b,a)(c,d),(a,c)(d,b),(c,d)(b,a),(d,b)(a,c), \\ (b,a)(d,c),(a,d)(c,b),(d,c)(b,a),(c,b)(a,d), \\ (a,c)(b,d),(c,b)(d,a),(b,d)(a,c),(d,a)(c,b). \end{gathered}$$

Запишем указанные наборы в виде мономиальных матриц.

Применим такой алгоритм:

а) элемент a представим строкой матрицы размерности 4×4, в которой стоит единица на первом месте, если единица стоит на втором месте, она соответствует элементу b и т.д.,

б) сконструируем матрицы в соответствии с порядком расположения элементов.

Соответственно предыдущей записи получим шесть наборов по четыре матрицы:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что при заданной «демократичной» операции для произведения функций мы имеет две формы уравнений:

$$\psi(a,b)*\varphi(c,d)-\psi(b,c)*\varphi(d,a)+\psi(c,d)*\varphi(a,b)-\psi(d,a)*\varphi(b,c)=0,$$
$$\psi(a,b)*\varphi(c,d)+\psi(b,c)*\varphi(d,a)+\psi(c,d)*\varphi(a,b)+\psi(d,a)*\varphi(b,c)=0.$$

Именно такие формы циклических динамических уравнений применены в единой модели гравитации и электромагнетизма. Заметим, что «решения» таких циклических уравнений в форме зависимости от свойств пары объектов могут быть самыми разными. Для разных объектов и их свойств пригодна указанная пара циклических алгебраических уравнений. Поскольку это так, их можно назвать *едиными уравнениями жизни объектов.* Мы не ограничиваем анализ рассмотрением свойств только физических тел. Свойства Сознаний и Чувств также могут описываться данной алгебраической моделью. Это предположение очень сильное и пока что оно не подтверждено практикой. Принимая его, мы настаиваем на алгебраическом единстве законов для физических Тел, Сознаний и Чувств.

С другой стороны, фундаментальные свойства физической Реальности, следуя структурной модели света и гравитации, базируются на свойствах четырех предзарядов. Их образуют положительные и отрицательные гравитационные и электрические предзаряды. Принимая структурное единство физической реальности, мы вправе применить алгебру к анализу поведения праматерии. Четыре формальных объекта, которые записаны в циклическом уравнении, в силу его общности и фундаментальности, могут быть предзарядами. Тогда на первый план выдвигается задача конструирования динамических уравнений, описывающих поведение праматерии.

«Демократическая» операция для функций сконструирована так, что происходит независимая компенсация пар слагаемых. По этой причине возможно обобщение циклических уравнений:

$$
\begin{aligned}
&A\left(\sigma^i\right)\psi(a,b)\breve{*}\varphi(c,d)-B\left(\kappa^j\right)\psi(b,c)\breve{*}\varphi(d,a)+\\
&+A\left(\sigma^i\right)\psi(c,d)\breve{*}\varphi(a,b)-B\left(\kappa^j\right)\psi(d,a)\breve{*}\varphi(b,c)=0,\\
&C\left(\sigma^i\right)\psi(a,b)\breve{*}\varphi(c,d)+D\left(\kappa^j\right)\psi(b,c)\breve{*}\varphi(d,a)+\\
&+C\left(\sigma^i\right)\psi(c,d)\breve{*}\varphi(a,b)+D\left(\kappa^j\right)\psi(d,a)\breve{*}\varphi(b,c)=0.
\end{aligned}
$$

Мультипликативная операция может быть дополнена аддитивным слагаемым, которое компенсируется не на паре слагаемых, а на четвёрке слагаемых. Например, это может быть добавка вида

$$
\begin{aligned}
&\phi(a,b)\breve{*}\eta(c,d)=\phi(a,b)\eta(c,d)-\phi(c,d)\eta(a,b)+\sigma(k)(a+b+c+d),\\
&\phi(c,d)\breve{*}\eta(a,b)=\phi(c,d)\eta(a,b)-\phi(a,b)\eta(c,d)+\sigma(k)(a+b+c+d).
\end{aligned}
$$

Функции $\sigma^i(k)$ для первого уравнения задают единицу для каждого слагаемого. Эти же функции для второго уравнения меняют знак в зависимости от номера слагаемого. Выражения могут быть достаточно сложными. Следовательно, *циклическое уравнение «допускает» не только разные функции, но и разные операции.*

«Подсказкой» для реализации такой возможности становится выборка матриц, ассоциированная с циклическим уравнением с решениями на основе «демократической» операции. Мы применяли аналогичные «наборы» из четырех матриц в физической теории гравитации и электромагнетизма. Они базируются на одних и тех же матрицах, по-разному модифицированных знаковой группой. Это «единство матриц» даёт математическое подтверждение идее физического единства гравитации и электромагнетизма. Для моделирования матрицы нужно расположить так, чтобы производные были расположены согласованно с положением ненулевого элемента в последнем столбце матрицы. Так сконструирована теория гравитации и электромагнетизма на группе Клейна.

Наборы из четырех матриц, кроме первого набора, не образуют группы. Однако они достаточны для расположения, аналогичного мономиальным матрицам в теории электромагнетизма и гравитации. Проведем формальный анализ уравнений динамики, следующих из первого набора. Мы получим (с точностью до применения знаковой группы и сопряженной волновой функции) «заготовку» матричных уравнений (по четвёртому столбцу):

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_y\\\varphi_z\\0\end{Bmatrix}=0.$$

«Заготовка» векторного вида такова:

$$\partial_y\Phi_z\pm\partial_z\Phi_y\pm\partial_\tau\Phi_x=0,\partial_x\Phi_x\pm\partial_z\Phi_z\pm\partial_\tau\Phi_y=0,\partial_x\Phi_y\pm\partial_y\Phi_x\pm\partial_\tau\Phi_z=0,\partial_x\Phi_z\pm\partial_y\Phi_y\pm\partial_z\Phi_x=0.$$

Структура этих «виртуальных» уравнений достаточно необычна. Уравнения меняются в зависимости от того, как согласуются матрицы с частными производными. Укажем ещё три вида «виртуальных» уравнений. Расположим матрицы по четвертой строке. Получим

$$\left\{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_y\\\varphi_z\\0\end{Bmatrix}=0.$$

«Заготовка» векторного вида (по четвёртой строке) такова:

$$\partial_x\Phi_y\pm\partial_y\Phi_z\pm\partial_\tau\Phi_x=0,\partial_x\Phi_z\pm\partial_z\Phi_x\pm\partial_\tau\Phi_y=0,\partial_y\Phi_x\pm\partial_z\Phi_y\pm\partial_\tau\Phi_z=0,\partial_x\Phi_x\pm\partial_y\Phi_y\pm\partial_z\Phi_z=0.$$

Расположим матрицы по первому столбцу. Получим

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_y\\\varphi_z\\0\end{Bmatrix}=0.$$

«Заготовка» векторного вида (по первому столбцу) такова:

$$\partial_x\Phi_x\pm\partial_z\Phi_z\pm\partial_\tau\Phi_y=0,\partial_x\Phi_y\pm\partial_y\Phi_x\pm\partial_\tau\Phi_z=0,\partial_x\Phi_z\pm\partial_y\Phi_y\pm\partial_z\Phi_x=0,\partial_y\Phi_z\pm\partial_z\Phi_y\pm\partial_\tau\Phi_x=0.$$

Расположим матрицы по первой строке. Получим

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{Bmatrix}\varphi_x\\\varphi_y\\\varphi_z\\0\end{Bmatrix}=0.$$

«Заготовка» векторного вида (по первой строке) такова:

$$\partial_x\Phi_x\pm\partial_y\Phi_y\pm\partial_z\Phi_z=0,\partial_x\Phi_y\pm\partial_y\Phi_z\pm\partial_\tau\Phi_x=0,$$
$$\partial_x\Phi_z\pm\partial_z\Phi_x\pm\partial_\tau\Phi_y=0,\partial_y\Phi_x\pm\partial_z\Phi_y\pm\partial_\tau\Phi_z=0.$$

Полный набор уравнений состоит из двух блоков:

$$\partial_y\Phi_z \pm \partial_z\Phi_y \pm \partial_\tau\Phi_x = 0, \partial_x\Phi_x \pm \partial_z\Phi_z \pm \partial_\tau\Phi_y = 0, \partial_x\Phi_y \pm \partial_y\Phi_x \pm \partial_\tau\Phi_z = 0, \partial_x\Phi_z \pm \partial_y\Phi_y \pm \partial_z\Phi_x = 0,$$
$$\partial_x\Phi_y \pm \partial_y\Phi_z \pm \partial_\tau\Phi_x = 0, \partial_x\Phi_z \pm \partial_z\Phi_x \pm \partial_\tau\Phi_y = 0, \partial_y\Phi_x \pm \partial_z\Phi_y \pm \partial_\tau\Phi_z = 0, \partial_x\Phi_x \pm \partial_y\Phi_y \pm \partial_z\Phi_z = 0.$$

Их можно записать в виде пары систем уравнений. Одна система «виртуальных» уравнений «аналогична» системе уравнений Фарадея-Ампера:

$$\partial_y\Phi_z \pm \partial_z\Phi_y \pm \partial_\tau\Phi_x = 0, \partial_x\Phi_z \pm \partial_z\Phi_x \pm \partial_\tau\Phi_y = 0, \partial_y\Phi_x \pm \partial_x\Phi_y \pm \partial_\tau\Phi_z = 0, \partial_x\Phi_x \pm \partial_y\Phi_y \pm \partial_z\Phi_z = 0.$$

Дополнив эти уравнениями действиями знаковой группы и наличием сопряженной функции, мы получаем их. Для этого нужна система дополнительных предположений. В теории гравитации применяются уравнения

$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix} \Phi_x \\ \Phi_y \\ \Phi_z \\ \Phi_0 \end{pmatrix} +$$
$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix} \bar{\Phi}_x \\ \bar{\Phi}_y \\ \bar{\Phi}_z \\ \Phi_0 \end{pmatrix} = 0.$$

Из них при значении $\Phi_0 = 0$ следует система векторных уравнений

$$\partial_z\varphi_y + \partial_y\varphi_z = -\frac{1}{c}\partial_t\psi_x, \partial_x\varphi_z + \partial_z\varphi_z = -\frac{1}{c}\partial_t\psi_y, \partial_y\varphi_x + \partial_x\varphi_y = -\frac{1}{c}\partial_t\psi_z, \partial_x\psi_x + \partial_y\psi_y + \partial_z\psi_z = 0.$$

Аналогично рассмотрим электродинамику. Уравнения Фарадея-Ампера в матричном виде

$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix} \Phi_x \\ \Phi_y \\ \Phi_z \\ \Phi_0 \end{pmatrix} +$$
$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix} \bar{\Phi}_x \\ \bar{\Phi}_y \\ \bar{\Phi}_z \\ \Phi_0 \end{pmatrix} = 0$$

«порождают» их стандартный векторный вид:

$$\partial_z\varphi_y - \partial_y\varphi_z = -\frac{1}{c}\partial_t\psi_x, \partial_x\varphi_z - \partial_z\varphi_z = -\frac{1}{c}\partial_t\psi_y, \partial_y\varphi_x - \partial_x\varphi_y = -\frac{1}{c}\partial_t\psi_z, \partial_x\psi_x + \partial_y\psi_y + \partial_z\psi_z = 0.$$

Фундаментальные уравнения гравитации и электромагнетизма получаются из анализа алгебры, базирующейся на циклических уравнениях и на «демократической» операции без дополнительных физических и математических предположений. Они «вытекают» из формального алгоритма расчета при учёте всей системы взаимного расположения матриц и частных производных. Уравнения такого вида подтверждены самой разной практикой. Этот факт достаточно необычен.

Другая система «виртуальных» уравнений имеет непривычный вид:

$$\partial_x \Phi_y \pm \partial_y \Phi_z \pm \partial_\tau \Phi_x = 0, \partial_x \Phi_x \pm \partial_z \Phi_z \pm \partial_\tau \Phi_y = 0, \partial_y \Phi_x \pm \partial_z \Phi_y \pm \partial_\tau \Phi_z = 0, \partial_x \Phi_z \pm \partial_y \Phi_y \pm \partial_z \Phi_x = 0.$$

По этой причине следует ожидать некоторых необычных решений. Однако с аналогичной системой уравнений мы имели дело раньше. При моделировании Сознаний и Чувств ранее был предложен алгоритм вывода системы дифференциальных уравнений по аналогии с электродинамикой. В одном из вариантов расчета рассматривались матричные уравнения

$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix} \Phi_x \\ \Phi_y \\ \Phi_z \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\left\{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix} \bar{\Phi}_x \\ \bar{\Phi}_y \\ \bar{\Phi}_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Здесь $\Phi_x = \varphi_x - i\psi_x, \ldots \bar{\Phi}_x = \varphi_x + i\psi_x, \ldots$ Уравнения такого типа имеют вид :

$$\begin{aligned} &\partial_x \varphi_y - \partial_y \varphi_z = \frac{1}{c}\partial_t \psi_x = 0, \\ &\partial_x \varphi_x + \partial_z \varphi_z = -\frac{1}{c}\partial_t \psi_y = 0, \\ &\partial_y \varphi_x + \partial_z \varphi_y = \frac{1}{c}\partial_t \Phi_z = 0, \\ &\partial_x \varphi_z + \partial_y \varphi_y - \partial_z \varphi_x = 0. \end{aligned}$$

Он полностью совпадает с одним из элементов указанной выше системы «виртуальных» уравнений. Следовательно, алгебра «порождает» не только уравнения для физического тела, но и уравнения для Сознаний и Чувств.

Уравнения на второй группе матриц таковы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\partial_x \theta_x \pm \partial_y \theta_y \pm \partial_z \theta_z = 0, \partial_x \theta_y \pm \partial_z \theta_x \pm \partial_\tau \theta_z = 0, \partial_y \theta_z \pm \partial_z \theta_y \pm \partial_\tau \theta_x = 0, \partial_x \theta_z \pm \partial_y \theta_x \pm \partial_\tau \theta_y = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_x\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_z\theta_z = 0, \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0.$$

Поскольку уравнения повторяются, получим пару систем уравнений:

$$\begin{aligned} &\partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, && \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \\ &\partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_\tau\theta_y = 0, && \partial_x\theta_z \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \\ &\partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, && \partial_x\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \\ &\partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_z\theta_z = 0, && \partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0. \end{aligned}$$

Они дополняют уравнения для Сознания, которые другим способом получены ранее.

Уравнения на третьей группе матриц имеют вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_x\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0.$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\partial_y\theta_z\pm\partial_z\theta_x\pm\partial_\tau\theta_y=0,\partial_x\theta_y\pm\partial_z\theta_z\pm\partial_\tau\theta_x=0,\partial_x\theta_x\pm\partial_y\theta_y\pm\partial_\tau\theta_z=0,\partial_x\theta_z\pm\partial_y\theta_x\pm\partial_z\theta_y=0.$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_z\pm\partial_x\theta_x\pm\partial_\tau\theta_y=0,\partial_y\theta_z\pm\partial_z\theta_y\pm\partial_\tau\theta_x=0,\partial_x\theta_y\pm\partial_z\theta_x\pm\partial_\tau\theta_z=0,\partial_x\theta_x\pm\partial_y\theta_y\pm\partial_z\theta_z=0.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_x\pm\partial_y\theta_y\pm\partial_\tau\theta_z=0,\partial_x\theta_z\pm\partial_y\theta_x\pm\partial_z\theta_y=0,\partial_y\theta_z\pm\partial_z\theta_x\pm\partial_\tau\theta_y=0,\partial_x\theta_y\pm\partial_z\theta_z\pm\partial_\tau\theta_x=0.$$

Получим две системы уравнений:

$$\begin{aligned}&\partial_x\theta_z\pm\partial_z\theta_y\pm\partial_\tau\theta_x=0, &\quad &\partial_y\theta_z\pm\partial_z\theta_y\pm\partial_\tau\theta_x=0,\\ &\partial_x\theta_x\pm\partial_y\theta_z\pm\partial_\tau\theta_y=0, &&\partial_x\theta_z\pm\partial_y\theta_x\pm\partial_\tau\theta_y=0,\\ &\partial_y\theta_y\pm\partial_z\theta_x\pm\partial_\tau\theta_z=0, &&\partial_x\theta_y\pm\partial_z\theta_x\pm\partial_\tau\theta_z=0,\\ &\partial_x\theta_y\pm\partial_y\theta_x\pm\partial_z\theta_z=0, &&\partial_x\theta_x\pm\partial_y\theta_y\pm\partial_z\theta_z=0.\end{aligned}$$

Они тождественны уравнениям, полученным на основе второй группы матриц.

Рассмотрим уравнения на четвертой группе матриц. В этом случае из-за специального расположения матриц все варианты расположения сводятся к одному. По этой причине система уравнений будет одна. По системе матриц

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_y\theta_x \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0.$$

Рассмотрим пятую группу матриц и ассоциированные уравнения:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_x \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_x \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x = 0, \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z \pm \partial_\tau\theta_x = 0.$$

Получим две системы уравнений. Они частично совпадают с предыдущими системами уравнений. Складывается впечатление, что разные системы уравнений «вырастают» из одинаковых «начал». Образуют ли эти «начала» какую-то самостоятельную систему?

$$\begin{aligned}
&\partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, &\quad &\partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x = 0,\\
&\partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, &\quad &\partial_x\theta_z \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0,\\
&\partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, &\quad &\partial_x\theta_x \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_z = 0,\\
&\partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x = 0. &\quad &\partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z \pm \partial_\tau\theta_x = 0.
\end{aligned}$$

Рассмотрим шестую группу матриц и её следствия:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0, \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\partial_y\theta_x \pm \partial_z\theta_z \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_y = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_y = 0, \partial_y\theta_x \pm \partial_z\theta_z \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \partial_x\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \partial_x\theta_z \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0.$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} &\partial_x\theta_z \pm \partial_z\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, && \partial_x\theta_z \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_\tau\theta_x = 0, \\ &\partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_y = 0, && \partial_y\theta_x \pm \partial_z\theta_z \pm \partial_\tau\theta_y = 0, \\ &\partial_x\theta_y \pm \partial_y\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, && \partial_x\theta_y \pm \partial_z\theta_x \pm \partial_\tau\theta_z = 0, \\ &\partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_y \pm \partial_z\theta_z = 0. && \partial_x\theta_x \pm \partial_y\theta_z \pm \partial_z\theta_y = 0. \end{aligned}$$

Система «виртуальных» уравнений, следующих из циклической алгебры

[1]

$$\partial_x \varphi_y - \partial_y \varphi_z = \frac{1}{c}\partial_t \psi_x = 0,$$
$$\partial_x \varphi_x + \partial_z \varphi_z = -\frac{1}{c}\partial_t \psi_y = 0,$$
$$\partial_y \varphi_x + \partial_z \varphi_y = \frac{1}{c}\partial_t \Phi_z = 0,$$
$$\partial_x \varphi_z + \partial_y \varphi_y - \partial_z \varphi_x = 0.$$

[2]

$$\partial_x \theta_z \pm \partial_z \theta_y \pm \partial_\tau \theta_x = 0,$$
$$\partial_x \theta_x \pm \partial_y \theta_z \pm \partial_\tau \theta_y = 0,$$
$$\partial_y \theta_y \pm \partial_z \theta_x \pm \partial_\tau \theta_z = 0,$$
$$\partial_x \theta_y \pm \partial_y \theta_x \pm \partial_z \theta_z = 0,$$

[3]

$$\partial_y \theta_z \pm \partial_z \theta_y \pm \partial_\tau \theta_x = 0,$$
$$\partial_x \theta_z \pm \partial_y \theta_x \pm \partial_\tau \theta_y = 0,$$
$$\partial_x \theta_y \pm \partial_z \theta_x \pm \partial_\tau \theta_z = 0,$$
$$\partial_x \theta_x \pm \partial_y \theta_y \pm \partial_z \theta_z = 0.$$

[4]

$$\partial_x \theta_y \pm \partial_y \theta_z \pm \partial_\tau \theta_x = 0,$$
$$\partial_x \theta_z \pm \partial_z \theta_x \pm \partial_\tau \theta_y = 0,$$
$$\partial_y \theta_x \pm \partial_z \theta_y \pm \partial_\tau \theta_z = 0,$$
$$\partial_x \theta_x \pm \partial_y \theta_y \pm \partial_z \theta_z = 0.$$

[5]

$$\partial_x \theta_z \pm \partial_z \theta_y \pm \partial_\tau \theta_x = 0,$$
$$\partial_y \theta_z \pm \partial_z \theta_x \pm \partial_\tau \theta_y = 0,$$
$$\partial_x \theta_y \pm \partial_y \theta_x \pm \partial_\tau \theta_z = 0,$$
$$\partial_x \theta_x \pm \partial_y \theta_z \pm \partial_z \theta_x = 0.$$

[6]

$$\partial_x \theta_y \pm \partial_y \theta_z \pm \partial_z \theta_x = 0,$$
$$\partial_x \theta_z \pm \partial_y \theta_x \pm \partial_\tau \theta_y = 0,$$
$$\partial_x \theta_x \pm \partial_z \theta_y \pm \partial_\tau \theta_z = 0,$$
$$\partial_y \theta_y \pm \partial_z \theta_z \pm \partial_\tau \theta_x = 0.$$

[7]

$$\partial_x \theta_z \pm \partial_y \theta_y \pm \partial_\tau \theta_x = 0,$$
$$\partial_y \theta_x \pm \partial_z \theta_z \pm \partial_\tau \theta_y = 0,$$
$$\partial_x \theta_y \pm \partial_z \theta_x \pm \partial_\tau \theta_z = 0,$$
$$\partial_x \theta_x \pm \partial_y \theta_z \pm \partial_z \theta_y = 0.$$

Эти уравнения согласованы между собой в том смысле, что некоторые уравнения в них одинаковы. У первой системы три согласования: с 4,6,7 системами. Вторая система взаимно согласована с пятой системой. Третья система согласована с 4,6,7 системами. Четвертая система согласована с шестой. Шестая система согласована с 1,3,4 системами. Седьмая система согласована с 1,3 системами.

Составим таблицу согласований. Примем для этого обозначение (k, p), полагая величину k равной числу уравнений в системе, которые самостоятельны, не согласованы с другими уравнениями. Примем для величины p значение, равное числу тех уравнений, которые согласованы с другими уравнениями. Назовем величину (k, p) индексом соответствия. Зададим числом n число систем уравнений с одинаковым индексом соответствия.

Получим таблицу:

Индекс соответствия	$(3,1)$	$(2,2)$	$(1,3)$
Число систем	2	2	3

.

Связь механики жидкостей с циклической алгеброй

Механика несжимаемой жидкости содержит конвективные и волновые слагаемые в виде уравнений для скоростей

$$\partial_t \vec{u} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} + \mu\Delta\vec{u} = \vec{f}.$$

С учетом закона сохранения энергии они могут быть записаны в четырехмерном виде.

Запишем их в матричном виде, применяя матрицы, полученные из анализа структуры циклической алгебры для 4 объектов.

Примем обозначения индексов в скобках, полагая, что так учитывается факт их повторения в сумме без взаимного суммирования в отдельном выражении. Тогда конвективные слагаемые уравнения получат вид

$$u^{(i)}\partial_{(i)}a_{(i)}\Phi^{(i)}.$$

В матричном виде эти слагаемые выглядят так:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+$$

$$u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^0\\u^1\end{pmatrix}.$$

Их структура базируется на волновой функции, матрицы которой обратны матрицам дифференциального уравнения:

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^0\\u^1\end{pmatrix}.$$

Эта ситуация свидетельствует о взаимном согласовании двух циклов. Один цикл (по объектам) направлен в левую сторону, а второй цикл (по компонентам скоростей) направлен в обратную сторону.

Получим таблицу соотношения циклов:

$$\begin{pmatrix}\leftarrow\\ \rightarrow\end{pmatrix}\begin{array}{|c|c|c|c:c|c|c|c:c|c|c|c:c|c|c|c|}\hline a & b & c & d & b & c & d & a & c & d & a & b & d & a & b & c\\ \hline u^1 & u^2 & u^3 & u^0 & u^0 & u^1 & u^2 & u^3 & u^3 & u^0 & u^1 & u^2 & u^2 & u^0 & u^3 & u^1\\ \hline\end{array}.$$

Скоростям, в этом случае, следуя принятому ранее алгоритму, соответствуют матрицы:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Волновые слагаемые можно записать аналогично конвективным слагаемым, заменив компоненты скоростей частными производными. Их формальный вид

$$\partial_{(i)}\partial_{(i)}a_{(i)}\Phi^{(i)}$$

имеет матричное представление (с точностью до множителя):

$$\partial_1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+\partial_2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+$$

$$+\partial_3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+\partial_0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^0\\u^1\end{pmatrix}.$$

Общая структура уравнений движения несжимаемой жидкости есть функциональный алгебраический многочлен

$$\sigma^{(i)}a_{(i)}\Phi^{(i)}=\pi^{(i)}\partial_{(i)}a_{(i)}\Phi^{(i)}=(\rho u^{(i)}+\mu\partial_{(i)})\partial_{(i)}a_{(i)}\Phi^{(i)}=\mathrm{P}.$$

Циклическая алгебра «разрешает» конструирование таких многочленов и «подсказывает» их матричную структуру.

На первый взгляд кажется, что структура уравнений гравитации и уравнений механики несжимаемой жидкости принципиально различны. Это различие исчезает, если поля и индукции выразить на основе 4-потенциалов посредством дифференциальных выражений. Тогда дифференциальные уравнения первого порядка для гравитации и электромагнетизма превращаются в дифференциальные уравнения второго порядка. Принимая взаимосвязь 4-потенциалов с 4-скоростями материи и праматерии, мы записываем уравнения для гравитации и электромагнетизма в форме уравнений механики жидкости.

Принимая аналогию гравитации и электромагнетизма с жидкостью, мы обязаны принять также возможность и *необходимость разных фазовых состояний для гравитации и электромагнетизма.*

Принимая механическую модель гравитации и электромагнетизма, базирующуюся на движениях материи и праматерии, мы принимаем также *модели движения жидкости, исследованные на макроуровне, для моделирования поведения микрообъектов*.

Виртуальные уравнения механики

Запись уравнений механики несжимаемой жидкости на основе матриц, ассоциированных с циклической алгеброй для четырёх объектов, позволяет, аналогично моделированию в теории гравитации и электродинамике, сконструировать системы виртуальных уравнений. Для этого требуется рассмотреть все варианты расположения ассоциированных матриц по строкам и столбцам. Поскольку в механике с каждым расположением матриц в дифференциальном уравнении согласована волновая функция, конструируемая по обратным матрицам, следует учесть этот аспект моделирования. Поскольку ассоциированных матриц 6 видов, требуется рассмотреть все модели виртуальных уравнений. Мы приняли точку зрения, что уравнения, которые базируются на ассоциированных матрицах, не образующих группу, индуцируют модели Сознаний и Чувств. По этой причине виртуальные уравнения механики можно интерпретировать как механические модели Сознаний и Чувств. Примем обобщенную модель механики, в которой выражение

$$\sigma^{(i)} a_{(i)} \Phi^{(i)}$$

согласованно меняется по структурному элементу $a_{(i)}\Phi^{(i)}$. Физический фактор $\sigma^{(i)}$ анализируется формально, он применяется в форме «статиста». Этот фактор «проявляется» в конкретной модели. Из общих соображений следует, что он может быть алгебраическим полиномом сложного вида. В частности, можно анализировать модели механики на основе выражения, указанного ранее.

Рассмотрим три других варианта механики, которые следуют из ассоциированных матриц, образующих группу. Пусть матрицы расположены по правому столбцу. Тогда

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^3\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^1\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^0&u^1&u^2&u^3\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

В этом варианте компоненты скоростей «компонуются» по парам. Так, например, получим

$$\begin{aligned}&[1]\\&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^3,\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^2,\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^1,\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^0.\end{aligned}$$

Расположим матрицы по нижней строке. Получим модель вида

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}.$$

Им соответствует волновая функция

$$u^1\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^0&u^1&u^2&u^3\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

В этом варианте компоненты скоростей «компонуются» привычным способом, соответствуя уравнениям механики несжимаемой жидкости.

Рассмотрим расположение матриц в соответствии с первым столбцом:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^3\\u^2\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^1\\u^0\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}.$$

Им соответствует волновая функция

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^0&u^1\end{pmatrix}.$$

В данной модели дублируются уравнения, полученные выше для пар компонент скоростей.

Следовательно, ситуация в механике аналогична ситуации в теории гравитации и электромагнетизма, ассоциированной с циклической алгеброй. Модель «порождает» известные уравнения. Кроме этого, получена новая система уравнений, которая ранее не применялась в физике. Согласно принятой идеологии мы получили *первую виртуальную систему уравнений механики*. Она имеет вид

$$\sigma^{(1)}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+\sigma^{(2)}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^3\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+\sigma^{(3)}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+\sigma^{(0)}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^1\\u^0\end{pmatrix}=f,$$

$$\sigma^{(i)}=(\rho u^{(i)}+\mu\partial_{(i)})\partial_{(i)}.$$

Механические модели Сознаний и Чувств

Циклическая алгебра «порождает» систему уравнений для Сознаний и Чувств из аналогии с гравитацией и электродинамикой. Эти модели могут рассматриваться как модифицированные уравнения механики. Механика более фундаментальна, чем гравитация и электромагнетизм в нашем представлении об этих проявлениях материи. Поскольку это так, желательно сконструировать уравнения для Сознаний и Чувств, применяя алгоритм, указанный в механике, к матрицам, ассоциированным с циклической алгеброй. Поскольку на группе таких матриц получены нетривиальные уравнения, они могут быть еще сложнее и интереснее на других группах матриц.

Рассмотрим такой вариант. Пусть для моделирования применяется вторая группа матриц. Тогда при компоновке по первой строке получим

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}.$$

Здесь применена волновая функция

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^3&u^0&u^2\\u^2&u^1&u^3&u^0\\u^3&u^0&u^2&u^1\\u^0&u^2&u^1&u^3\end{pmatrix}.$$

Система дифференциальных уравнений такова:

$$\begin{aligned}&[2]\\&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^3,\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^1,\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^2,\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^0.\end{aligned}$$

При компоновке по последнему столбцу получим уравнения

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^3\\u^0\end{pmatrix}.$$

Волновая функция такова

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^0&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

Виртуальные уравнения соответствуют системе $[1]$. При расположении матриц по нижней строке получим модель типа $[2]$:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}.$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^0&u^2&u^1\\u^1&u^3&u^0&u^2\\u^0&u^2&u^1&u^3\\u^2&u^1&u^3&u^0\end{pmatrix}$$

Расположим матрицы по первому столбцу. Получим модель типа $[1]$:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^3&u^0&u^1&u^2\end{pmatrix}.$$

Исследуем модели на третьей группе матриц, ассоциированных с циклической алгеброй.

Тогда при расположении матриц по первой строке получим модель

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^0&u^3\\u^2&u^0&u^3&u^1\\u^3&u^1&u^2&u^0\\u^0&u^3&u^1&u^2\end{pmatrix}.$$

Получим модель

$$\begin{aligned}&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2,\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1,\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3,\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0.\end{aligned}$$

Расположим матрицы по последнему столбцу. Получим модель первого типа.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^3\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^1\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^0&u^1&u^2\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

Расположим матрицы по последней строке.

Получим модель третьего типа.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^0&u^3&u^1\\u^0&u^3&u^1&u^2\\u^1&u^2&u^0&u^3\\u^3&u^1&u^2&u^0\end{pmatrix}.$$

Расположим матрицы по первому столбцу. Получим модель первого типа:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^1\\u^0\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^3\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^3&u^0&u^1&u^2\end{pmatrix}.$$

Исследуем модели на матрицах четвертого ряда. Расположим матрицы по первой строке.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^2\\u^0\end{pmatrix}$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^0&u^3\\u^2&u^0&u^3&u^1\\u^0&u^3&u^1&u^2\\u^3&u^1&u^2&u^0\end{pmatrix}.$$

Получим модель четвертого типа:

$$\begin{aligned}&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^0,\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^2,\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^1,\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^3.\end{aligned}$$

Расположение матриц по первому столбцу тождественно расположению по первой строке. Расположим матрицы по последнему столбцу. Получим модель первого типа. Это расположение тождественно расположению по последней строке.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^3&u^0&u^1\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

Исследуем совокупность матриц пятого ряда. При распределении по первой строке получим

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^2\\u^1\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^0&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^1&u^0\\u^3&u^1&u^0&u^2\\u^0&u^2&u^3&u^1\end{pmatrix}.$$

Ей соответствует модель пятого типа:

$$\begin{aligned}&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^1,\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^3,\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^2,\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^0.\end{aligned}$$

Расположим матрицы по первому столбцу. Получим модель первого типа:

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^0&u^1\end{pmatrix}.$$

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^2\\u^0\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^2\\u^3\\u^1\end{pmatrix}.$$

Исследуем модель шестого ряда матриц. При расположении матриц по первой строке получим уравнения шестого типа:

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^1\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^3&u^2&u^0\\u^2&u^0&u^1&u^3\\u^3&u^2&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^3&u^2\end{pmatrix}.$$

Они имеют вид

$$u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^2,u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^3,$$
$$u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^1,u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^0.$$

Рассмотрим расположение матриц по первому столбцу. Получим модель первого типа вида

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\u^0\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^2&u^3\end{pmatrix}.$$

Расположим матрицы по четвертому столбцу. Получим модель первого типа вида

.

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+$$
$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^2\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\u^0\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+$$
$$+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^3&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^3&u^0&u^1&u^2\\u^1&u^2&u^3&u^0\end{pmatrix}.$$

Расположим матрицы по последней строке. Получим

$$
u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+
$$

$$
+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^2\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\u^0\end{pmatrix},
$$

$$
u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^2&u^0&u^1\\u^0&u^1&u^3&u^2\\u^2&u^0&u^1&u^3\\u^1&u^3&u^2&u^0\end{pmatrix}.
$$

Получим модель седьмого типа. Она имеет вид

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^3,\\
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^2,\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^1,\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^0.
\end{aligned}
$$

Запишем все уравнения в едином виде. Получим модели:

[1]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=u^2\partial_2(u^1-u^3)+u^0\partial_0(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=u^1\partial_1(u^2-u^0)+u^3\partial_3(u^2-u^0),\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=-u^2\partial_2(u^1-u^3)-u^0\partial_0(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0=u^1\partial_1(u^0-u^2)+u^3\partial_3(u^0-u^2).
\end{aligned}
$$

[2]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=u^3\partial_3(u^1-u^2)+u^0\partial_0(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=-u^3\partial_3(u^0-u^2)-u^0\partial_0(u^1-u^2),\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=u^3\partial_3(u^3-u^1)+u^0\partial_0(u^3-u^0),\\
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^2=u^3\partial_3(u^0-u^3)+u^0\partial_0(u^0-u^2).
\end{aligned}
$$

[3]

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=u^1\partial_1\left(u^2-u^1\right)+u^2\partial_2\left(u^2-u^0\right),\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=u^1\partial_1\left(u^1-u^3\right)+u^2\partial_2\left(u^1-u^2\right),\\
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=u^1\partial_1(u^3-u^0)+u^2\partial_2(u^3-u^1),\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0=u^1\partial_1(u^0-u^2)+u^2\partial_2(u^0-u^3).
\end{aligned}
$$

[4]

$$u^1\partial_1 u^1+u^2\partial_2 u^1+u^3\partial_3 u^1+u^0\partial_0 u^1=u^2\partial_2(u^1-u^0)+u^0\partial_0(u^1-u^0),$$
$$u^1\partial_1 u^2+u^2\partial_2 u^2+u^3\partial_3 u^2+u^0\partial_0 u^2=u^1\partial_1(u^2-u^3)+u^2\partial_2(u^2-u^3),$$
$$u^1\partial_1 u^0+u^2\partial_2 u^0+u^3\partial_3 u^0+u^0\partial_0 u^0=u^2\partial_2(u^0-u^1)+u^0\partial_0(u^0-u^1),$$
$$u^1\partial_1 u^3+u^2\partial_2 u^3+u^3\partial_3 u^3+u^0\partial_0 u^3=u^1\partial_1(u^3-u^2)+u^3\partial_3(u^3-u^2).$$

[5]

$$u^1\partial_1 u^1+u^2\partial_2 u^1+u^3\partial_3 u^1+u^0\partial_0 u^1=u^2\partial_2(u^1-u^3)+u^3\partial_3(u^1-u^0),$$
$$u^1\partial_1 u^3+u^2\partial_2 u^3+u^3\partial_3 u^3+u^0\partial_0 u^3=u^2\partial_2(u^3-u^2)+u^3\partial_3(u^3-u^1),$$
$$u^1\partial_1 u^2+u^2\partial_2 u^2+u^3\partial_3 u^2+u^0\partial_0 u^2=u^2\partial_2(u^2-u^0)+u^3\partial_3(u^2-u^3),$$
$$u^1\partial_1 u^0+u^2\partial_2 u^1+u^3\partial_3 u^2+u^0\partial_0 u^0=u^2\partial_2(u^0-u^1)+u^3\partial_3(u^0-u^2).$$

[6]

$$u^1\partial_1 u^0+u^2\partial_2 u^0+u^3\partial_3 u^0+u^0\partial_0 u^0=u^1\partial_1(u^0-u^1)+u^0\partial_0(u^0-u^2),$$
$$u^1\partial_1 u^2+u^2\partial_2 u^2+u^3\partial_3 u^2+u^0\partial_0 u^2=u^1\partial_1(u^2-u^0)+u^0\partial_0(u^2-u^3),$$
$$u^1\partial_1 u^3+u^2\partial_2 u^3+u^3\partial_3 u^3+u^0\partial_0 u^3=u^1\partial_1(u^3-u^2)+u^0\partial_0(u^3-u^1),$$
$$u^1\partial_1 u^1+u^2\partial_2 u^1+u^3\partial_3 u^1+u^0\partial_0 u^1=u^1\partial_1(u^1-u^3)+u^0\partial_0(u^1-u^0).$$

[7]

$$u^1\partial_1 u^0+u^2\partial_2 u^0+u^3\partial_3 u^0+u^0\partial_0 u^0=u^1\partial_1(u^0-u^1)+u^0\partial_0(u^0-u^3),$$
$$u^1\partial_1 u^3+u^2\partial_2 u^3+u^3\partial_3 u^3+u^0\partial_0 u^3=u^1\partial_1(u^3-u^0)+u^0\partial_0(u^3-u^2),$$
$$u^1\partial_1 u^2+u^2\partial_2 u^2+u^3\partial_3 u^2+u^0\partial_0 u^2=u^1\partial_1(u^2-u^3)+u^0\partial_0(u^2-u^3),$$
$$u^1\partial_1 u^1+u^2\partial_2 u^1+u^3\partial_3 u^1+u^0\partial_0 u^1=u^1\partial_1(u^1-u^2)+u^0\partial_0(u^1-u^0).$$

Исследуем структуру уравнений. Рассмотрим *первую систему*:

$$u^1\partial_1 u^1+u^2\partial_2 u^1+u^3\partial_3 u^1+u^0\partial_0 u^1=u^2\partial_2(u^1-u^3)+u^0\partial_0(u^1-u^3)=(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^1-u^3)=\pi^1,$$
$$u^1\partial_1 u^2+u^2\partial_2 u^2+u^3\partial_3 u^2+u^0\partial_0 u^2=u^1\partial_1(u^2-u^0)+u^3\partial_3(u^2-u^0)=(u^1\partial_1+u^3\partial_3)(u^2-u^0)=\pi^2,$$
$$u^1\partial_1 u^3+u^2\partial_2 u^3+u^3\partial_3 u^3+u^0\partial_0 u^3=-u^2\partial_2(u^1-u^3)-u^0\partial_0(u^1-u^3)=-(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^1-u^3)=\pi^3,$$
$$u^1\partial_1 u^0+u^2\partial_2 u^0+u^3\partial_3 u^0+u^0\partial_0 u^0=-u^1\partial_1(u^0-u^2)-u^3\partial_3(u^0-u^2)=-(u^1\partial_1+u^3\partial_3)(u^0-u^2)=\pi^0.$$

«Силовые» слагаемые имеют специальную структуру в форме соединения двух диагоналей с учетом ориентации. Представим эту ситуацию рисунком.

∂_0				∂_2
	u^0	$\leftrightarrow$	u^2	
	u^3	$\leftrightarrow$	u^1	
∂_3				∂_1

$$\Rightarrow \frac{\pm\left(u^1-u^3\right)}{u^2\partial_2+u^0\partial_0},\ \frac{\pm\left(u^2-u^0\right)}{u^1\partial_1+u^3\partial_3} \to \begin{cases}(u^1-u^3)(u^2\partial_2+u^0\partial_0)=\pi^1,\\ (u^2-u^0)(u^1\partial_1+u^3\partial_3)=\pi^2,\\ -(u^1-u^3)(u^2\partial_2+u^0\partial_0)=\pi^3,\\ -(u^2-u^0)(u^1\partial_1+u^3\partial_3)=\pi^0.\end{cases}$$

Согласно данной модели «силовые слагаемые» устроены в виде согласованного произведения разностей пар внутренних элементов на сумму произведения других внутренних элементов с внешними элементами. «Силовые слагаемые» применяются с разными знаками в зависимости от того, первый или второй элемент подчинен левому дифференциальному выражению.

Исследуем *вторую* систему уравнений. Получим модель

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^3\partial_3(u^1 - u^2) + u^0\partial_0(u^1 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^3\partial_3(u^2 - u^0) + u^0\partial_0(u^2 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^3\partial_3(u^3 - u^1) + u^0\partial_0(u^3 - u^0),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^2 = u^3\partial_3(u^0 - u^3) + u^0\partial_0(u^0 - u^2).
\end{aligned}
$$

«Силовые слагаемые» имеют сложную структуру. Чтобы её «понять», следует принять сложную систему отношений в «изделии», содержащем компоненты скоростей и частные производные. Рассмотрим рисунок

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline
\partial_0 & & & \\ \hline
 & u^0 & u^1 & \\ \hline
 & u^3 & u^2 & \\ \hline
\partial_3 & & & \\ \hline
\end{array}
\Rightarrow
\left\{
\begin{array}{|c|c|}\hline
u^3\partial_3 & u^0\partial_0 \\ \hline
u^1 - u^2 & u^1 - u^3 \\ \hline
u^2 - u^0 & u^2 - u^1 \\ \hline
u^3 - u^1 & u^3 - u^0 \\ \hline
u^0 - u^3 & u^0 - u^2 \\ \hline
\end{array}
\right. .
$$

Он имеет анизотропию по расположению производных. Элементы u^1, u^2 формируют свои связи с комплексами производных (по граням и по диагонали) по своему сценарию, взаимно дополняя друг друга. Элементы u^3, u^0 формируют эти связи по другому сценарию, реализуя, в некотором смысле, полный набор отношений в данной системе. Такое «поведение» типично для системы с Сознанием, подчиняющейся требованию реализации всех отношений в конечной системе с учётом её анизотропии.

Исследуем третью систему уравнений. Она имеет вид

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1\left(u^2 - u^1\right) + u^2\partial_2\left(u^2 - u^0\right),\\
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^1\partial_1\left(u^1 - u^3\right) + u^2\partial_2\left(u^1 - u^2\right),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3 - u^0) + u^2\partial_2(u^3 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0 - u^2) + u^2\partial_2(u^0 - u^3).
\end{aligned}
$$

Её «логическая структура аналогична логической структуре второй системы уравнений:

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline
 & & & \partial_1 \\ \hline
 & u^0 & u^1 & \\ \hline
 & u^3 & u^2 & \\ \hline
 & & & \partial_2 \\ \hline
\end{array}
\Rightarrow
\left\{
\begin{array}{|c|c|}\hline
u^1\partial_1 & u^2\partial_2 \\ \hline
u^1 - u^3 & u^1 - u^2 \\ \hline
u^2 - u^1 & u^2 - u^0 \\ \hline
u^3 - u^0 & u^3 - u^1 \\ \hline
u^0 - u^2 & u^0 - u^3 \\ \hline
\end{array}
\right. .
$$

Однако в этом случае избирательно действует другая пара производных.

Четвёртая система уравнений имеет вид

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1 - u^0),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = (u^1\partial_1 + u^2\partial_2)(u^2 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^0 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^3 - u^2).
\end{aligned}
$$

Ей соответствует рисунок

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & & \partial_1\\
\hline
 & u^0 & \leftrightarrow & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & \leftrightarrow & u^2 & \\
\hline
\partial_3 & & & & \partial_2\\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
u^0\partial_0 + u^2\partial_2 & u^2\partial_2 + u^1\partial_1 & u^1\partial_1 + u^3\partial_3\\
\hline
u^0 - u^1 & u^2 - u^3 & u^3 - u^2\\
\hline
-(u^0 - u^1) & & \\
\hline
\end{array}.
$$

Согласно представленной системе отношений, в ней учитывается не только требование указанного объединения компонент скоростей, когда одно изделие *со сходной производной* обязательно в модели. Дополнительно заданы *равные права* на второй дифференциальный объект у одной пары и их различие у другой пары.

С пятой системой уравнений

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^2\partial_2(u^1 - u^3) + u^3\partial_3(u^1 - u^0),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^2\partial_2(u^3 - u^2) + u^3\partial_3(u^3 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^2\partial_2(u^2 - u^0) + u^3\partial_3(u^2 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^0 = u^2\partial_2(u^0 - u^1) + u^3\partial_3(u^0 - u^2)
\end{aligned}
$$

ассоциирован рисунок, аналогичный рисунку второй модели:

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
 & & & \\
\hline
 & u^0 & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & u^2 & \\
\hline
\partial_3 & & & \partial_2\\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\left\{
\begin{array}{|c|c|}
\hline
u^2\partial_2 & u^3\partial_3\\
\hline
u^1 - u^3 & u^1 - u^0\\
\hline
u^2 - u^0 & u^2 - u^3\\
\hline
u^3 - u^2 & u^3 - u^1\\
\hline
u^0 - u^1 & u^0 - u^2\\
\hline
\end{array}
\right..
$$

Рассмотрим шестую модель. Она представлена системой уравнений

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0 - u^1) + u^0\partial_0(u^0 - u^2),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1(u^2 - u^0) + u^0\partial_0(u^2 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3 - u^2) + u^0\partial_0(u^3 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^1\partial_1(u^1 - u^3) + u^0\partial_0(u^1 - u^0)
\end{aligned}
$$

с рисунком логических связей

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & \partial_1 \\
\hline
 & u^0 & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & u^2 & \\
\hline
 & & & \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\left\{
\begin{array}{|c|c|}
\hline
u^1\partial_1 & u^0\partial_0 \\
\hline
u^1-u^3 & u^1-u^0 \\
\hline
u^2-u^0 & u^2-u^3 \\
\hline
u^3-u^2 & u^3-u^1 \\
\hline
u^0-u^1 & u^0-u^2 \\
\hline
\end{array}
\right.
.
$$

Он дополняет рисунки, полученные выше до полной схемы расположения пары производных по вершинам на квадрате компонент скоростей.

Седьмой системе уравнений

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0-u^1) + u^0\partial_0(u^0-u^3),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^3-u^0) + u^0\partial_0(u^3-u^2),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1(u^2-u^3) + u^0\partial_0(u^2-u^1),\\
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^1\partial_1(u^1-u^2) + u^0\partial_0(u^1-u^0)
\end{aligned}
$$

соответствует рисунок

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & \partial_1 \\
\hline
 & u^0 & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & u^2 & \\
\hline
 & & & \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\left\{
\begin{array}{|c|c|}
\hline
u^1\partial_1 & u^0\partial_0 \\
\hline
u^1-u^2 & u^1-u^0 \\
\hline
u^2-u^3 & u^2-u^1 \\
\hline
u^3-u^0 & u^3-u^2 \\
\hline
u^0-u^1 & u^0-u^3 \\
\hline
\end{array}
\right.
.
$$

Он «подсказывает» новую возможность компоновки компонент скоростей с частными производными.

Анализ предъявил **три модели отношений** в системе виртуальных уравнений механики.

Модель *первого* типа:

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^2-u^0),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = -(u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^0-u^2).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & & \partial_2 \\
\hline
 & u^0 & \leftrightarrow & u^2 & \\
\hline
 & u^3 & \leftrightarrow & u^1 & \\
\hline
\partial_3 & & & & \partial_1 \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|}
\hline
\pm\left(u^1-u^3\right) \\
\hline
u^2\partial_2 + u^0\partial_0 \\
\hline
\end{array}
,
\begin{array}{|c|}
\hline
\pm\left(u^2-u^0\right) \\
\hline
u^1\partial_1 + u^3\partial_3 \\
\hline
\end{array}
\to
\begin{cases}
(u^1-u^3)(u^2\partial_2 + u^0\partial_0) = \pi^1,\\
(u^2-u^0)(u^1\partial_1 + u^3\partial_3) = \pi^2,\\
-(u^1-u^3)(u^2\partial_2 + u^0\partial_0) = \pi^3,\\
-(u^2-u^0)(u^1\partial_1 + u^3\partial_3) = \pi^0.
\end{cases}
$$

Модель *второго* типа:

$$
\begin{aligned}
u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 &= u^1\partial_1(u^0 - u^1) + u^0\partial_0(u^0 - u^3),\\
u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 &= u^1\partial_1(u^3 - u^0) + u^0\partial_0(u^3 - u^2),\\
u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 &= u^1\partial_1(u^2 - u^3) + u^0\partial_0(u^2 - u^1),\\
u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 &= u^1\partial_1(u^1 - u^2) + u^0\partial_0(u^1 - u^0).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & \partial_1 \\
\hline
 & u^0 & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & u^2 & \\
\hline
 & & & \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\left\{
\begin{array}{|c|c|}
\hline
u^1\partial_1 & u^0\partial_0 \\
\hline
u^1 - u^2 & u^1 - u^0 \\
\hline
u^2 - u^3 & u^2 - u^1 \\
\hline
u^3 - u^0 & u^3 - u^2 \\
\hline
u^0 - u^1 & u^0 - u^3 \\
\hline
\end{array}
\right.
.
$$

Модель *третьего* типа:

$$
\begin{aligned}
u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 &= (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1 - u^0),\\
u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 &= (u^1\partial_1 + u^2\partial_2)(u^2 - u^3),\\
u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 &= (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^0 - u^1),\\
u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 &= (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^3 - u^2).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & & \partial_1 \\
\hline
 & u^0 & \leftrightarrow & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & \leftrightarrow & u^2 & \\
\hline
\partial_3 & & & & \partial_2 \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
u^0\partial_0 + u^2\partial_2 & u^2\partial_2 + u^1\partial_1 & u^1\partial_1 + u^3\partial_3 \\
\hline
u^0 - u^1 & u^2 - u^3 & u^3 - u^2 \\
\hline
-(u^0 - u^1) & & \\
\hline
\end{array}
.
$$

Все модели имеют ***черты логического управления***: есть система «силовых элементов» и операций, «силовые элементы» согласованы друг с другом по некоторому специальному алгоритму. Фактически, этот *алгоритм аналогичен программе*, действующей в анализируемой механической системе.

Решение виртуальных систем уравнений механики соответствует решению задач в физической системе с логическими связями. Логические связи означают наличие Сознания у системы объектов, они отображают структуру изделия и согласование их элементов по некоторым внешним и внутренним признакам. Физическая система с «программой» одного вида будет иметь поведение, которое способно существенно отличаться от поведения физической системы с «программой» другого вида. Более того, даже в границах одного алгоритма возможны разные сочетания компонент скорости и производных. Возможно также решение задач, описывающих поведение объекта не только в механическом пространстве и времени, но и в других, немеханических пространствах. В частности, можно задавать пространство Сознаний и Чувств, формально локализованное в физическом пространстве и времени.

Понятно, что у трансфинитной реальности есть трансфинитные силовые возможности. Но теперь становится понятным, что их можно анализировать на основе уравнений механики (а также других физических уравнений), по-разному моделируя «силовую часть» системы уравнений. Эта часть уравнений в некотором смысле аналогична «мозгу» физического объекта. По сути дела мы подошли к моделированию динамики с элементами Сознания и Чувств. Роль Чувств на первой стадии анализа могут выполнять динамические множители, которыми мы вправе дополнить указанные «логические слагаемые». В зависимости от того, какие это коэффициенты и какова их динамика, будет зависеть поведение системы. Понятно, что требуется корректно учитывать начальные и граничные условия в задачах такого типа.

Понятно также, что возможно конструирование и анализ моделей Сознаний и Чувств на основе замены стандартных, привычных математических блоков, применяемых в уравнениях, на некоторые нестандартные блоки. Решающую роль в таком моделировании может и должна сыграть физика и алгебра.

Новый алгоритм вывода виртуальных уравнений механики

Мы применяли ранее алгоритм моделирования виртуальных уравнений механики, состоящий из нескольких стадий:

а) применялась некоторая исходная матричная система уравнений, содержащая волновые функции в форме столбцов,

б) матрицам исходной системы ставились в соответствие обратные матрицы,

в) обратные матрицы умножались на согласованные с ними компоненты скоростей, так моделировалась матричная волновая функция,

г) столбцы начальной волновой функции менялись на столбцы матричной волновой функции,

д) новая система уравнений приводилась к виду стандартных уравнений механики с «силовыми функциями», зависящими от структуры матричной волновой функции,

е) новая система уравнений классифицировалась по структуре «силовых функций».

Обратные матрицы согласованы с первичными матрицами физической теории на основе единичной матрицы.

Примем *мономиальный способ* построения матриц для конструирования матричной волновой функции. Будем выполнять для этого умножение справа исходных матриц на некоторую мономиальную матрицу. Тогда любая система мономиальных матриц «порождает» систему виртуальных уравнений механики. Поскольку они могут иметь разные свойства, разные свойства будут иметь также новые системы виртуальных уравнений. Поскольку мономиальных матриц достаточно много, так расширяется спектральный состав виртуальных уравнений механики.

В связи с предложенным новым алгоритмом нужно решить ряд проблем:

а) исследовать, как меняется структура «силовых» функций для трёх типов силовых функций, найденных ранее,

б) изучить структуру различий виртуальных уравнений механики при умножении исходных матриц слева и справа на производящую матрицу,

в) исследовать зависимость виртуальных уравнений от типа производящих матриц.

В этом подходе к моделированию новых уравнений по исходной системе уравнений принята аналогия математического изделия с неким физическим изделием, которое «реагирует» на внешнее воздействие согласованно с внутренними свойствами данной системы. Роль внешнего воздействия выполняет матрица (или система матриц). Роль внутреннего условия выполняет алгоритм модификации исходной системы на основе выбора столбцов новой матричной волновой функции. Понятно, что возможны другие «реакции» на воздействие, обеспечивающие новые модификации исходной системы уравнений. Более того, понятно, что исходные уравнения тоже могут быть получены на основе некоторой модификации других уравнений, не тождественных им.

Проанализируем изменение «силовых функций» трех типов, найденных ранее, при правой мономиальной модификации уравнений на основе матриц, принадлежащих группе Клейна:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

1. Модификация виртуальных уравнений механики с «силовой функцией» первого типа

Исходные уравнения имеют вид

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^3\\u^2\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^1\\u^0\end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=(u^1\partial_1+u^3\partial_3)(u^2-u^0),\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=-(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^1-u^3),\\
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0=(u^1\partial_1+u^3\partial_3)(u^0-u^2).
\end{aligned}$$

∂_0				∂_2
	u^0	$\leftrightarrow$	u^2	
	u^3	$\leftrightarrow$	u^1	
∂_3				∂_1

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\pm\left(u^1-u^3\right)}{u^2\partial_2+u^0\partial_0}},\ \boxed{\frac{\pm\left(u^2-u^0\right)}{u^1\partial_1+u^3\partial_3}} \rightarrow \begin{cases}(u^1-u^3)(u^2\partial_2+u^0\partial_0)=\pi^1,\\(u^2-u^0)(u^1\partial_1+u^3\partial_3)=\pi^2,\\-(u^1-u^3)(u^2\partial_2+u^0\partial_0)=\pi^3,\\-(u^2-u^0)(u^1\partial_1+u^3\partial_3)=\pi^0.\end{cases}$$

Их мономиальная модификация единичной матрицей тривиальна, уравнения остаются неизменными.

Умножим исходные матрицы слева на вторую матрицу группы Клейна. Получим модель

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^3\\u^2\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^1\\u^0\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^0&u^3&u^2\\u^0&u^3&u^2&u^1\\u^3&u^2&u^1&u^0\\u^2&u^1&u^0&u^3\end{pmatrix}.$$

Получим базовую систему уравнений с перестановкой строк:

$$\begin{aligned}&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2,\\&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1,\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0,\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3.\end{aligned}$$

Виртуальная система уравнений превратилась в базовую систему уравнений, соответствующую нулевым значениям «силовых функций». Следовательно, есть *алгоритм превращения виртуальных уравнений в базовые уравнения, уравнения нулевого типа.*

Выполним аналогичную трансформацию посредством третьей матрицы группы Клейна. Получим модель

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^1&u^0&u^3\\u^3&u^2&u^1&u^0\\u^0&u^3&u^2&u^1\\u^1&u^0&u^3&u^2\end{pmatrix}.$$

Получим уравнения

$$\begin{aligned}&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^1-u^3),\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^2-u^0),\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^3-u^1),\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0=(u^2\partial_2+u^0\partial_0)(u^0-u^2).\end{aligned}$$

Модель первого типа превращается в упрощенную модель с «силовой функцией» второго типа:

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & & \partial_2 \\
\hline
 & u^0 & \leftrightarrow & u^2 & \\
\hline
 & u^3 & \leftrightarrow & u^1 & \\
\hline
 & & & & \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|}
\hline
u^2\partial_2 + u^0\partial_0 \\
\hline
\pm\left(u^1 - u^3\right) \\
\hline
\pm\left(u^2 - u^0\right) \\
\hline
\end{array}
\rightarrow
\begin{cases}
(u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^1 - u^3) = \pi^1, \\
(u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^2 - u^0) = \pi^2, \\
(u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^3 - u^1) = \pi^3, \\
(u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^0 - u^2) = \pi^0.
\end{cases}
$$

Исследуем влияние на «силовые функции» первого типа четвёртой матрицы группы Клейна. Получим модель

$$
u^1\partial_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^3 \\ u^2 \\ u^1 \\ u^0 \end{pmatrix} + u^2\partial_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^2 \\ u^1 \\ u^0 \\ u^3 \end{pmatrix} +
$$

$$
+u^3\partial_3 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^1 \\ u^0 \\ u^3 \\ u^2 \end{pmatrix} + u^0\partial_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^0 \\ u^3 \\ u^2 \\ u^1 \end{pmatrix},
$$

$$
u^1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + u^2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + u^3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + u^0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^3 & u^2 & u^1 & u^0 \\ u^2 & u^1 & u^0 & u^3 \\ u^1 & u^0 & u^3 & u^2 \\ u^0 & u^3 & u^2 & u^1 \end{pmatrix}.
$$

Получим базовую систему уравнений с перестановкой строк:

$$
\begin{aligned}
& u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0, \\
& u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3, \\
& u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2, \\
& u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1.
\end{aligned}
$$

Выводы: *Спектр действий* правого мономиального произведения виртуальных уравнений механики первого типа на элементы *группы Клейна имеет три компоненты*:
а) сохраняет данный тип единичная матрица,
б) меняет первый тип на упрощенный второй тип одна матрица,
в) превращают первый тип в нулевой (стандартный вид) две матрицы.

2. Модификация виртуальных уравнений механики с «силовой функцией» второго типа

$$
u^1\partial_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^2 \\ u^3 \\ u^1 \\ u^0 \end{pmatrix} + u^2\partial_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^1 \\ u^0 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix} +
$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^2\\u^3\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^1&u^0&u^3\\u^3&u^0&u^2&u^1\\u^1&u^2&u^3&u^0\\u^0&u^3&u^1&u^2\end{pmatrix}$$

Им соответствуют уравнения

$$\begin{aligned}
&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0=u^2\partial_2(u^0-u^2)+u^0\partial_0(u^0-u^1),\\
&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1=u^1\partial_1(u^1-u^3)+u^0\partial_0(u^1-u^0),\\
&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3=u^1\partial_1(u^3-u^1)+u^3\partial_3(u^3-u^2),\\
&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2=u^2\partial_2(u^2-u^0)+u^3\partial_3(u^2-u^3).
\end{aligned}$$

Схема «силовых функций» для них объединяет свойства «силовых функций» второго и третьего типов. Получим

∂_0			∂_1
	u^0	u^1	
	u^3	u^2	
∂_3			∂_2

$\Rightarrow$

$u^1\partial_1$	$u^2\partial_2$	$u^3\partial_3$	$u^0\partial_0$
$\pm(u^1-u^3)$	$\pm(u^2-u^0)$	$\pm(u^3-u^2)$	$\pm(u^0-u^1)$

.

Умножим на третью матрицу. Получим модель

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^3\\u^2\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^0\\u^1\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\u^0\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^0\\u^1\\u^3\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^0&u^3&u^1&u^2\\u^1&u^2&u^3&u^0\\u^3&u^0&u^2&u^1\\u^2&u^1&u^0&u^3\end{pmatrix}.$$

Получим уравнения

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0 - u^2) + u^3\partial_3(u^0 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^2\partial_2(u^1 - u^3) + u^3\partial_3(u^1 - u^0),\\
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^2 = u^2\partial_2(u^3 - u^1) + u^0\partial_0(u^3 - u^2),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^3 = u^1\partial_1(u^2 - u^0) + u^0\partial_0(u^2 - u^3).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline
\partial_0 & & & \partial_1 \\ \hline
 & u^0 & u^1 & \\ \hline
 & u^3 & u^2 & \\ \hline
\partial_3 & & & \partial_2 \\ \hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline
u^1\partial_1 & u^2\partial_2 & u^3\partial_3 & u^0\partial_0 \\ \hline
\pm(u^1 - u^2) & \pm(u^3 - u^1) & \pm(u^1 - u^0) & \pm(u^3 - u^2) \\ \hline
\end{array}.
$$

Умножим на четвёртую матрицу. Получим модель

$$
u^1\partial_1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^1\\u^0\end{pmatrix}+
$$

$$
+u^3\partial_3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^1\\u^0\\u^2\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^2\\u^3\\u^1\end{pmatrix},
$$

$$
u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3&u^0\\u^0&u^3&u^1&u^2\\u^2&u^1&u^0&u^3\\u^3&u^0&u^2&u^1\end{pmatrix}.
$$

Получим уравнения

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^3 = u^2\partial_2(u^3 - u^1) + u^0\partial_0(u^3 - u^2),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^2 = u^1\partial_1(u^2 - u^0) + u^0\partial_0(u^2 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^0 = u^1\partial_1(u^0 - u^2) + u^3\partial_3(u^0 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^1 = u^2\partial_2(u^1 - u^3) + u^3\partial_3(u^1 - u^0).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline
\partial_0 & & & \partial_1 \\ \hline
 & u^0 & u^1 & \\ \hline
 & u^3 & u^2 & \\ \hline
\partial_3 & & & \partial_2 \\ \hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline
u^1\partial_1 & u^2\partial_2 & u^3\partial_3 & u^0\partial_0 \\ \hline
\pm(u^2 - u^0) & \pm(u^3 - u^1) & \pm(u^1 - u^0) & \pm(u^3 - u^2) \\ \hline
\end{array}.
$$

Вывод: Действие мономиальных матриц Клейна справа на виртуальные уравнения с «силовыми функциями» второго типа не меняют типа этих уравнений. Однако такие преобразования характеризуются разными «логическими схемами», отображая детали и тонкости запрограммированного поведения объектов и явлений.

Исследуем изменение виртуальных уравнений третьего типа под действием справа матриц группы Клейна. Модель имеет вид

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^1\\u^0\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^0\\u^3\\u^2\end{pmatrix}.$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^2&u^3&u^0&u^1\\u^1&u^2&u^3&u^0\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^3&u^0&u^1&u^2\end{pmatrix}$$

Ей соответствует базовая система уравнений

$$\begin{gathered}u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^0, u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^3,\\u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^2, u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^1.\end{gathered}$$

Следовательно, уравнения третьего типа могут быть тривиально преобразованы в уравнения базового типа.

Умножим на третью матрицу. Получим

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}+$$

$$+u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^3\\u^0\\u^1\end{pmatrix}.$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^0&u^1&u^2\\u^0&u^1&u^2&u^3\\u^1&u^2&u^3&u^0\\u^2&u^3&u^0&u^1\end{pmatrix}.$$

Получим уравнения

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1 u^3 + u^2\partial_2 u^1 + u^3\partial_3 u^3 + u^0\partial_0 u^1 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^1 - u^3),\\
&u^1\partial_1 u^2 + u^2\partial_2 u^0 + u^3\partial_3 u^2 + u^0\partial_0 u^0 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^2 - u^0),\\
&u^1\partial_1 u^1 + u^2\partial_2 u^3 + u^3\partial_3 u^1 + u^0\partial_0 u^3 = (u^1\partial_1 + u^3\partial_3)(u^3 - u^1),\\
&u^1\partial_1 u^0 + u^2\partial_2 u^2 + u^3\partial_3 u^0 + u^0\partial_0 u^2 = (u^2\partial_2 + u^0\partial_0)(u^0 - u^2).
\end{aligned}
$$

Им соответствует логическая схема

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
\partial_0 & & & \partial_1 \\
\hline
 & u^0 & u^1 & \\
\hline
 & u^3 & u^2 & \\
\hline
\partial_3 & & & \partial_2 \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{|c|c|}
\hline
(u^1\partial_1 + u^3\partial_3) & (u^2\partial_2 + u^0\partial_0) \\
\hline
\pm(u^1 - u^3) & \pm(u^2 - u^0) \\
\hline
\end{array}.
$$

Умножим на виртуальные уравнения третьего типа четвёртую матрицу Клейна. Получим

$$
u^1\partial_1 \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u^0\\ u^3\\ u^2\\ u^1 \end{pmatrix} + u^2\partial_2 \begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u^1\\ u^0\\ u^3\\ u^2 \end{pmatrix} + + u^3\partial_3 \begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u^2\\ u^1\\ u^0\\ u^3 \end{pmatrix} + u^0\partial_0 \begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u^3\\ u^2\\ u^1\\ u^0 \end{pmatrix},
$$

$$
u^1 \begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix} + u^2 \begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0 \end{pmatrix} + u^3 \begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix} + u^0 \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^0&u^1&u^2&u^3\\ u^3&u^0&u^1&u^2\\ u^2&u^3&u^0&u^1\\ u^1&u^2&u^3&u^0 \end{pmatrix}.
$$

Снова получим базовую систему уравнений с *нулевыми виртуальными силами*.

Обратим внимание на структуру виртуальных уравнений механики на группе Клейна. В этом случае обратные матрицы совпадают с прямыми матрицами. По этой причине структура уравнений упрощена. Более того, из четырех возможных вариантов расположения элементов по строкам и столбцам остаются два варианта. Они таковы:

u^1, ∂_1	u^2, ∂_2	u^3, ∂_3	u^0, ∂_0
$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}$

.

Во всех вариантах конструируются виртуальные уравнения с нулевыми виртуальными силами. Так не бывает при выборе других наборов матриц. В отсутствие симметрии прямых и обратных матриц «рождается» набор различных виртуальных систем уравнений. Другими словами, уравнения механики, конструируемые на группе Клейна, устойчивы к алгоритму перестановки ведущих элементов матриц по строкам или столбцам. Легко видеть, что эти уравнения не меняются при умножении уравнений слева на мономиальную матрицу, так как это умножение сводится только (при согласованном изменении волновой функции) к перестановке строк в системе уравнений. Так, например, набору матриц и соответствующим им волновых функций в виде

∂_1	∂_2	∂_3	∂_0		1	2	3	0
$\begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0 \end{pmatrix}$	$\Leftrightarrow$	$\begin{pmatrix} u^2\\ u^1\\ u^0\\ u^3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u^1\\ u^2\\ u^3\\ u^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u^0\\ u^3\\ u^2\\ u^1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u^3\\ u^0\\ u^1\\ u^2 \end{pmatrix}$

Соответствует виртуальная система с нулевыми значениями виртуальных сил. Принимая для виртуальных сил функции Сознания и Чувств, мы начинаем понимать, что экспериментальные данные о механическом движении мы анализировали ранее без учёта Сознаний и Чувств исследуемых объектов (с нулевым Сознанием и Чувствами). Принимая наличие Сознаний и Чувств на уровне механических моделей, мы обязаны дополнить исследование анализом системы виртуальных уравнений, ассоциированных со стандартным виртуальным уравнением.

2-уровневая деформация виртуальных уравнений механики

Мы анализировали ранее изменения уравнений, обусловленные влиянием одного фактора: нахождением обратных матриц или произведением на исходные матрицы. Сейчас поступим иначе: применим алгоритм изменений на основе двух матриц. Если применяется единичная матрица, то изменения будут нулевые. По этой причине возможны три типа 2-уровневых деформаций на произведениях матриц: (0;0,5), (0,5;0),(0,5;0,5).

Рассмотрим вариант (0,5;0,5) изменений уравнений стандартного вида. Тогда исходными матрицами будут матрицы группы Клейна. Они представлены формальными таблицами:

∂_1	∂_2	∂_3	∂_0		1	2	3	0
$\begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&0&1\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0 \end{pmatrix}$	$\Leftrightarrow$	$\begin{pmatrix} u^2\\ u^1\\ u^0\\ u^3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u^1\\ u^2\\ u^3\\ u^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u^0\\ u^3\\ u^2\\ u^1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u^3\\ u^0\\ u^1\\ u^2 \end{pmatrix}$.

Пусть новые матрицы получены из указанных на основе двух мономиальных матриц:

$$\begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}.$$

Получим структуру дифференциальных уравнений и волновой функции в виде

$$(u^1\partial_1+u^3\partial_3)\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+(u^2\partial_2+u^0\partial_0)\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$(u^1+u^3)\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+(u^2+u^0)\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}(u^1+u^3)&(u^2+u^0)&0&0\\(u^2+u^0)&(u^1+u^3)&0&0\\(u^1+u^3)&(u^2+u^0)&0&0\\(u^2+u^0)&(u^1+u^3)&0&0\end{pmatrix}.$$

Они порождают уравнения

$$((u^1\partial_1+u^3\partial_3)+(u^2\partial_2+u^0\partial_0))(u^1+u^3),$$

$$((u^1\partial_1+u^3\partial_3)+(u^2\partial_2+u^0\partial_0))(u^2+u^0).$$

Их структура аналогична структуре стандартных слагаемых виртуальных уравнений механики. В них входят привычные «комплексы» с дифференциальными операторами, а также сумма компонент скоростей. Мы получили два уравнения для четырёх неизвестных. Они имеют бесконечное множество решений, допуская возможность разных значений для любой пары компонент скоростей. Механика в такой форме удовлетворяет требованию наличия неограниченных возможностей.

Можно предположить, что условия такого вида, найденные математически, могут быть реализованы при некоторых физических условиях на практике. Этот вариант достаточно необычен. Он приоткрывает завесу тайны над возможностями механики. Ведь понятно, что экспериментальная техника ограничена в своих возможностях. Более того, она способна принципиально искажать факты, предоставляя из спектра состояний только одно или несколько более вероятных состояний.

Расширение спектра состояний физической системы, которое допускает математика, может иметь не только математическую природу. В этот варианте могут быть обнаружены физические эффекты, до которой было невозможно «дотянуться» в рамках стандартных моделей описания механики.

Аналогично рассмотрим виртуальную модель механики вида

$$u^1\partial_1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^0\\u^3\end{pmatrix}+u^2\partial_2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}++u^3\partial_3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^3\\u^0\end{pmatrix}+u^0\partial_0\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^3\\u^0\\u^1\\u^2\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+u^0\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^0&u^2&u^3\\u^2&u^3&u^1&u^0\\u^0&u^2&u^3&u^1\\u^3&u^1&u^0&u^2\end{pmatrix}.$$

Получим матрицы

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$$

Без изменения волновой функции получим стандартные виртуальные уравнения

$$\begin{aligned}&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^3,\\&u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^0,\\&u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^1,\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^2.\end{aligned}$$

С изменением волновой функции получим аналогичные виртуальные уравнения

$$\begin{aligned}&u^1\partial_1u^1+u^2\partial_2u^3+u^3\partial_3u^0+u^0\partial_0u^1,u^1\partial_1u^3+u^2\partial_2u^2+u^3\partial_3u^1+u^0\partial_0u^3,\\&u^1\partial_1u^2+u^2\partial_2u^0+u^3\partial_3u^3+u^0\partial_0u^2,u^1\partial_1u^0+u^2\partial_2u^1+u^3\partial_3u^2+u^0\partial_0u^0.\end{aligned}$$

Следовательно, 2-уровневая деформация виртуальных уравнений может сохранить тип виртуального уравнения.

Другими словами, виртуальные уравнения механики могут быть менее «чувствительны» к 2-уровневой деформации, чем базовые уравнения механики.

Виртуальные уравнения электродинамики

Заготовка для уравнений электродинамики с ненулевым четвертым слагаемым выглядит так:

$$\left\{\alpha^1\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_1+\alpha^2\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_2+\alpha^3\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_3+\alpha^0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_0\right\}=\begin{pmatrix}\varphi_1\\\varphi_2\\\varphi_3\\\varphi_0\end{pmatrix}.$$

Эти уравнения принципиально отличаются по своей форме от уравнений механики. В каждой строчке нет совпадающих компонент. По этой причине возможна разная их модификация с приведением к форме уравнений, аналогичных уравнениям механики с компонентами «скоростей», заданными величинами $\alpha^i, i=1,2,3,0$.

$$\alpha^1\partial_1\varphi_0+\alpha^2\partial_2\varphi_0+\alpha^3\partial_3\varphi_0+\alpha^0\partial_0\varphi_0=\alpha^2\partial_2(\varphi_0-\varphi_3)+\alpha^3\partial_3(\varphi_0-\varphi_2)+\alpha^0\partial_0(\varphi_0-\varphi_1),$$
$$\alpha^1\partial_1\varphi_3+\alpha^2\partial_2\varphi_3+\alpha^3\partial_3\varphi_3+\alpha^0\partial_0\varphi_3=\alpha^2\partial_2(\varphi_3-\varphi_0)+\alpha^3\partial_3(\varphi_3-\varphi_1)+\alpha^0\partial_0(\varphi_3-\varphi_2),$$
$$\alpha^1\partial_1\varphi_2+\alpha^2\partial_2\varphi_2+\alpha^3\partial_3\varphi_2+\alpha^0\partial_0\varphi_2=\alpha^2\partial_2(\varphi_2-\varphi_1)+\alpha^3\partial_3(\varphi_2-\varphi_0)+\alpha^0\partial_0(\varphi_2-\varphi_3),$$
$$\alpha^1\partial_1\varphi_1+\alpha^2\partial_2\varphi_1+\alpha^3\partial_3\varphi_1+\alpha^0\partial_0\varphi_1=\alpha^2\partial_2(\varphi_1-\varphi_2)+\alpha^3\partial_3(\varphi_1-\varphi_3)+\alpha^0\partial_0(\varphi_1-\varphi_0).$$

При отождествлении величин $\alpha^i, i=1,2,3,0$ с величинами $\alpha^i=\delta^{ij}\varphi_j=\varphi^i$ мы приходим к аналогии с виртуальными уравнениями механики, содержащими сложные «силовые функции». Другими словами, электродинамика есть деформированная модель механики. Поскольку аналогичным образом можно записать «заготовку» для гравитации, гравитацию также можно рассматривать как деформированную модель механики.

Указанные выше уравнения можно назвать стандартными виртуальными уравнениями электродинамики. Мы знаем, что их структура не меняется при умножении их справа или слева на мономиальные матрицы, так при этом происходит лишь перемена мест для строк уравнений. Следовательно, стандартные виртуальные уравнения электродинамики инвариантны относительно левого или правого действия мономиальных матриц.

Рассмотрим обобщение уравнений Фарадея-Ампера с целью приведения их к виду, пригодному для алгоритма вывода виртуальных уравнений, применяемому в механике. Запишем их так:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_x\begin{pmatrix}-E_y\\E_z\\\alpha E_x\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_y\begin{pmatrix}-E_z\\E_x\\\alpha E_y\\0\end{pmatrix}+$$
$$+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_z\begin{pmatrix}-E_x\\E_y\\\alpha E_z\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_\tau\begin{pmatrix}B_x\\B_y\\B_z\\0\end{pmatrix}.$$

Здесь волновая функция для вектора $\vec{E}$ сконструирована из матриц, которые входят в структуру дифференциальных уравнений. Дополнительно они дважды деформированы. Замена связей $\alpha^i=\delta^{ij}\varphi_j=\varphi^i$ функциональными выражениями вида $\alpha^i=\sigma^{ij}\varphi_j, \sigma^{ij}\neq\delta^{ij}$ задает существенно более сложную модель гравитации и электромагнетизма.

Выглядит ситуация так. На первом этапе деформируются базовые матрицы:

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\right\}\to$$

$$\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

На этих матрицах сконструирована волновая функция вида

$$\Phi = E_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + E_y \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + E_z \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Волновая функция деформирована:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ E_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + E_y \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + E_z \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} -E_y & -E_z & -E_x & 0 \\ E_z & E_x & E_y & 0 \\ \alpha E_x & \alpha E_y & \alpha E_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В итоге получается обобщенная модель электромагнитных явлений для полей. При $\alpha = 0$ она получает стандартный классический вид.

В этом варианте рассматривается пара векторных полей. Для поля $\vec{E}$ алгоритм похож на алгоритм вывода виртуальных уравнений в механике. На первом этапе записываются динамические уравнения на группе. На втором этапе эти базовые матрицы деформируются для образования волновой функции. Затем эта волновая функция дополнительно деформируется. В итоге получаются обобщенные уравнения для полей. Другими словами, алгоритм вывода виртуальных уравнений тщательно скрыт в электродинамике. Еще более тщательно скрыто поле $\vec{B}$. Волновая функция для него задана выражением

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & B_x \\ 0 & 0 & 0 & B_y \\ 0 & 0 & 0 & B_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

а у динамических уравнений оставлено только одно «звено». Возможно усложнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} -E_y \\ E_z \\ \alpha E_x \\ B_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} -E_z \\ E_x \\ \alpha E_y \\ B_y \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} -E_x \\ E_y \\ \alpha E_z \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_\tau \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда дополнительно получается уравнение для дивергенции поля $\vec{B}$. Эта модель позволяет обобщить выражение для волновой функции в форме объединения в одну систему пары полей.

Модель виртуального электромагнитного поля на идеалах алгебры

Известно, что базовые физические уравнения удобно представить на группе перестановок Клейна, дополненной знаковой группой. Её можно сконструировать на операции перестановок, исходя из единичной матрицы. Так, получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Запишем их в обратном порядке, привычном для записи уравнений электродинамики в матричной форме. Тогда

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\leftarrow\\\rightarrow\\\leftarrow\\\rightarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Из них сконструируем матричную волновую функцию

$$\alpha^1\varphi_x\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\alpha^2\varphi_y\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}+\alpha^3\varphi_z\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}+\alpha^0\varphi_0\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}\alpha^0\varphi_0&\alpha^3\varphi_z&\alpha^2\varphi_y&\alpha^1\varphi_x\\\alpha^3\varphi_z&\alpha^0\varphi_0&\alpha^1\varphi_x&\alpha^2\varphi_y\\\alpha^2\varphi_y&\alpha^1\varphi_x&\alpha^0\varphi_0&\alpha^3\varphi_z\\\alpha^1\varphi_x&\alpha^2\varphi_y&\alpha^3\varphi_z&\alpha^0\varphi_0\end{pmatrix}.$$

В стандартной матричной записи применяются кватернионы. Их можно рассматривать как элементы матричной группы Клейна, модифицированные знаковой группой.

Например, удобен вариант

$$\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Этот вариант записи назван гравитационным представлением электродинамики, так как мономиальным матрицам сопоставляются гравитационные предзаряды (соответствующие анализу тонкой структуры гравитации).

Возможно электрическое представление электродинамики, когда применяются, в сочетании со знаковой группой, левые идеалы. Тогда, например, получим обобщенную математическую модель, которая содержит в себе все основные элементы стандартной модели электромагнетизма. Она базируется на левых и правых идеалах алгебры, ассоциированной с группой Клейна. Левые идеалы выступают в роли «позвоночника» модели (её «носителя»). Другие элементы применяются как «двигатели» модели, посредством их обеспечивается динамика. Эти «двигатели» содержат дифференциальные операторы, компоненты полей, представленные правыми идеалами.

Кроме этого, в модели есть элементы, которые могут быть ассоциированы с проявлениями Сознаний и Чувств. В рассматриваемом случае с такой функцией применяется вектор нормирования (проявления ситуаций) в форме компонент: $\alpha^i, i = 1,2,3,0$. В стандартной модели электромагнетизма выбран частный случай, когда компоненты равны либо единице, либо нулю.

Запишем дифференциальные условия для электрического поля $\vec{E}$. Они ассоциированы с кватернионами, отображая факт антисимметричности тензора электромагнитного поля. В модели левых и правых идеалов матричной алгебры они имеют вид

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times}\partial_x \begin{pmatrix} \alpha^0\varphi_0 & \alpha^3\varphi_z & \alpha^2\varphi_y & \alpha^1\varphi_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times}\partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha^3\varphi_z & \alpha^0\varphi_0 & \alpha^1\varphi_x & \alpha^2\varphi_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times}\partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha^2\varphi_y & \alpha^1\varphi_x & \alpha^0\varphi_0 & \alpha^3\varphi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{k}{\times}\partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha^1\varphi_x & \alpha^2\varphi_y & \alpha^3\varphi_z & \alpha^0\varphi_0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим данную дифференциальную систему выражением $\hat{L}_\partial\left(\vec{E}\right)$. Аналогично можно записать дифференциальные условия для магнитного поля $\vec{B}$. Так, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times}\partial_x \begin{pmatrix} \beta^0\psi_0 & \beta^3\psi_z & \beta^2\psi_y & \beta^1\psi_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times}\partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta^3\psi_z & \beta^0\psi_0 & \beta^1\psi_x & \beta^2\psi_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times}\partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta^2\psi_y & \beta^1\psi_x & \beta^0\psi_0 & \beta^3\psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overset{k}{\times}\partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta^1\psi_x & \beta^2\psi_y & \beta^3\psi_z & \beta^0\psi_0 \end{pmatrix}.$$

В обоих указанных случаях применено стандартное комбинаторное произведение в форме произведения соответствующих друг другу строк и столбцов.

В рассматриваемом случае мы ассоциировали их с антикватернионами, предполагая ассоциативную связь «кругового» магнитного поля с гравитационными предзарядами, представляемыми «лепестками роз». Обозначим данную дифференциальную систему выражением $\hat{L}_\partial\left(\vec{B}\right)$.

Возможны разные варианты объединения этих систем уравнений в единую систему уравнений.

В частности, допустимо приравнивать правые части уравнений:

$$P\left(\vec{E},\vec{B}\right)\hat{L}_{\partial}\left(\vec{E}\right)=G\left(\vec{E},\vec{B}\right)\hat{L}_{\partial}\left(\vec{B}\right)=\Sigma..$$

При условии $P\left(\vec{E},\vec{B}\right)\equiv G\left(\vec{E},\vec{B}\right)$ мы получаем обобщенную модель электромагнетизма, соответствующую стандартному условию отождествления пары динамик. Для электрического и магнитного полей принимается условие равенства «итогов» динамик. Математически это условие выражается принятием требования на равенство правых частей указанных уравнений. Обычно принимается условие, что правая часть уравнений равна нулю.

Экспериментальные результаты и расчеты в теории электромагнетизма базируются на модели, соответствующей следующей таблице значения:

α^1	α^2	α^3	α^0	β^1	β^2	β^3	β^0
1	1	1	0	0	0	0	1

.

Виртуальные уравнения электродинамики соответствуют различным модификациям рассматриваемой системы уравнений. В данном случае исходным пунктом такого моделирования становится обобщенная модель электромагнитных явлений.

Мы указали изменения только в той части модели электромагнитных явлений, которая описывает *динамику полей*.

Аналогично можно записать уравнения для индукций, в которые дополнительно войдут новые векторные поля типа α^i,β^j. Кроме этого, как показал анализ, требуемый для корректного описания релятивистских эффектов, что наиболее сложна структура связей между полями и индукциями. Уравнения связи, следуя алгоритму обобщения дифференциальных уравнений, также можно дополнить новыми величинами. Это обстоятельство частично было применено ранее при анализе релятивистских явлений в стандартной, упрощенной модели электромагнитных явлений. Теперь эти возможности меняются, так как в расчете участвуют новые «поля» и новые связи. Эти «поля» можно попытаться интерпретировать как проявления Сознаний и Чувств электромагнитного поля.

Интересны аналогии, инициируемые обобщенной моделью электромагнетизма.

Во-первых, напрашивается анализ аналогии в системах из 4 предзарядов и 4 координат физической теории: время не имеет визуального представления аналогично отрицательной массе.

$$\begin{array}{|c|c|}\hline -\mu & -q \\ \hline +\mu & +q \\ \hline \end{array} \leftrightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline t & x \\ \hline z & y \\ \hline \end{array}.$$

Во-вторых, есть некоторая аналогия структуры предзарядов и структуры полей:

$$\begin{array}{|c|}\hline \pm q \\ \hline \pm\mu \\ \hline \end{array}\begin{array}{|c|}\hline \leftrightarrow \\ \hline \leftrightarrow \\ \hline \end{array}\begin{array}{|c|}\hline \pm\vec{E} \\ \hline \pm\vec{B} \\ \hline \end{array}.$$

В-третьих, гипотеза о возможности взаимных превращений предзарядов предполагает возможность взаимного преобразования электрических и магнитных полей. Поэтому может быть взаимное превращение полей одного типа в поля другого типа. Имеем полную систему соответствий, представленную таблицей.

$\vec{E}_\mu$	$\leftrightarrow$	$\vec{E}_q$
$\updownarrow$		$\updownarrow$
$\vec{B}_\mu$	$\leftrightarrow$	$\vec{B}_q$

Указанные аналогии принципиально важны для теории и практики. Математическое и экспериментальное подтверждение этих аналогий и алгоритмов их реализации способно изменить уровень расчета и качество практических технологий.

Виртуальные уравнения электродинамики на группе S_3

Предложенная ранее запись электродинамики на группе заполнения физических моделей полезна во многих отношениях. Именно этот вариант модели инициировал идею сосуществования четырёх предзарядов, из которых образованы частицы света.

Однако в данном варианте непонятно, как анализировать ситуацию, когда предзарядов меньше. В частности, принимая модель частиц света, сконструированную из трёх предзарядов (без предзаряда с отрицательной массой), мы вправе рассмотреть модель на группе S_3: группе перестановок трёх объектов.

Структуру этой группы представим в виде, ассоциированном с моделями виртуальных механик. В этом подходе матрицы распределяются по множествам, учитывающим порядок расположения значимых элементов матриц. Известна пара таких распределений, имеющих разные математические свойства. С одной стороны, есть нормальная подгруппа, в которой распределение значимых элементов реализовано по первой строке. С другой стороны, есть «полочка» факторгруппы, образованная элементами, значимые элементы которой упорядочены по нижней строке. Это тонкое свойство распределения значимых элементов теперь сознательно применяется в физическом моделировании. Оно имеет не только математическое обоснование, есть аргументы для физического различия объектов, соответствующих этим матрицам. С математической точки зрения ситуация выглядит так:

$$\{\alpha^i\} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \{\beta^i\} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

С физической точки зрения первой тройке матриц графически сопоставляются свободные объекты и три цикла с противоположной ориентацией. Второй тройке матриц графически сопоставляются пары взаимных отношений с одним «свободным» объектом.

Соответственно указанному набору матриц можно ввести пару волновых функций. Получим, например, выражения

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B_x + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} B_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} B_z = \begin{pmatrix} B_x & B_y & B_z \\ B_z & B_x & B_y \\ B_y & B_z & B_x \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} E_x + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} E_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} E_z = \begin{pmatrix} E_y & E_z & E_x \\ E_z & E_x & E_y \\ E_x & E_y & E_z \end{pmatrix}.$$

Выполним матричную деформацию волновых функций. Пусть

$$\begin{pmatrix} B_x & B_y & B_z \\ B_z & B_x & B_y \\ B_y & B_z & B_x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_1 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_x & \kappa_1 B_y & \kappa_1 B_z \\ B_z & \kappa_1 B_x & \kappa_1 B_y \\ B_y & \kappa_1 B_z & \kappa_1 B_x \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} E_y & E_z & E_x \\ E_z & E_x & E_y \\ E_x & E_y & E_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -E_y & -E_z & -E_x \\ E_z & E_x & E_y \\ \alpha E_x & \alpha E_y & \alpha E_z \end{pmatrix},$$

Заметим отличия разрабатываемого варианта от модели виртуальных уравнений механики.

Во-первых, в механике рассматривается три компоненты скорости, так как анализируется динамика скорости, заданная с точностью до множителя, одинакового для всех компонент. В электродинамике требуется рассматривать два вектора, согласованные между собой. Кроме этого, учитывая индукции полей, мы имеем дело с системой из четырех векторов.

Во-вторых, в механике нет выделения каких-то компонент перед другими компонентами. В рассматриваемом варианте вектор магнитного поля поставлен на первое место, так как он сконструирован на нормальной подгруппе. Вектор электрического поля находится «на втором плане», он сконструирован на «полочке» факторгруппы.

В третьих, деформация компонент скорости не предполагает неоднородности деформаций. В электродинамике эта неоднородность выглядит естественно.

В-четвёртых, в механике присутствуют конвективные слагаемые, что свидетельствует о нелинейности модели движения. В классической электродинамике конвективных слагаемых нет, хотя учёт их естественен и возможен.

Подводя итог, можно принять точку зрения, что в электродинамике мы имеем дело с двумя «жидкостями», смешанными между собой с определенным внутренним законом согласования, без учёта конвективных слагаемых. Последнее обстоятельство как-бы отделяет электродинамику от механики. Ситуация проясняется, когда понято, что в электродинамике мы имеем дело с объектами нулевой массы. По-видимому, этот вариант необходим и достаточен, чтобы частицы света могли иметь большую скорость и выдерживать огромные ускорения.

Другими словами, частицы света есть объекты с нулевой массой, что позволяет им иметь качественно новые свойства. Более того, с парой базовых «жидкостей» ассоциированы две «жидкости», описываемые индукциями. По этим и другим причинам теоретическое исследование электромагнитного поля затруднено.

Не менее трудно исследовать глубинные свойства и стороны частиц света экспериментально. Учитывая тот факт, что измерение способно существенно исказить информацию о параметрах света, следует осторожно относиться к данным эксперимента.

Базовая модель уравнений для полей $\vec{B},\vec{E}$ на группе S_3 выглядит так:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\partial_x\begin{pmatrix} -E_y \\ E_z \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y\begin{pmatrix} -E_z \\ E_x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{c}\partial_t\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}.$$

Применяя её в качестве исходной точки анализа, выведем систему виртуальных уравнений, учитывая структуру предложенных выше деформированных волновых функций. Получим обобщенную модель вида

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\partial_x\begin{pmatrix}-E_y\\E_z\\\alpha E_x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\partial_y\begin{pmatrix}-E_z\\E_x\\\alpha E_y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-E_x\\E_y\\\alpha E_z\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\frac{1}{c}\partial_t\begin{pmatrix}B_x\\B_y\\B_z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\partial_\xi\begin{pmatrix}\kappa_1 B_z\\\kappa_1 B_x\\\kappa_1 B_y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\partial_\eta\begin{pmatrix}\kappa_2 B_z\\\kappa_2 B_x\\\kappa_2 B_y\end{pmatrix}.$$

Обобщенная модель задается не только в четырёхмерном пространстве. Она допускает шестимерное пространство, в котором «ведущая» роль принадлежит магнитному полю, зависящему от внутренних координат ξ,η. Если принять вариант $\alpha=\kappa_3$,мы можем ввести в рассмотрение вектор $\vec{\kappa}$, зависящий от «внешних и внутренних» координат, подчинив его самостоятельным уравнениям динамики. Модель с нулевыми значениями коэффициентов $\kappa_1=\kappa_2=0$ при ненулевой функции $\alpha(x,y,z,t)$ будет учитывать слагаемые $\partial_{(i)}\left(\alpha E_{(i)}\right)$. Они соответствуют учёту «продольной» динамики частиц света.

Заметим, что модель базируется на применении проекторов к волновым функциям вида

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

В рамках матричного произведения мономиальные матрицы с двумя значимыми элементами вне диагонали переставляют две строки или два столбца матриц. Все остальные мономиальные матрицы действуют перестановками.

Одним из приемов конструирования новых виртуальных уравнений становится произведение отдельных слагаемых волновых функций или слагаемых дифференциальных уравнений на некую систему матриц. В тривиальном случае все такие «трансформирующие» матрицы равны единичной матрице.

Применение системы матричных операций расширяет не только спектр моделей. Так расширяются возможности понимания новых экспериментальных данных и ситуаций. Аналогично можно прогнозировать новые изделия и новые технологии.

Обобщенная виртуальная модель электродинамики с внутренними переменными

Выполним обобщение виртуальной модели электромагнитного поля, сконструированной на группе S_3, перейдя к группе S_4. С физической точки зрения такая модель соответствует учёту четырёх предзарядов: пары электрических предзарядов и пары гравитационных предзарядов.

Поскольку стандартная модель электродинамики представлена в такой форме, естественно получить аналогичную форму «виртуальной электродинамики».

Введем в рассмотрение новые дифференциальные уравнения:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&\alpha&0\\0&0&0&\beta\end{pmatrix}\partial_x\begin{pmatrix}E_y\\E_z+\sigma_6B_z\\E_x+\sigma_4B_y\\B_x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&\alpha&0\\0&0&0&\beta\end{pmatrix}\partial_y\begin{pmatrix}E_z+\sigma_5B_z\\E_x\\E_y+\sigma_2B_x\\B_y\end{pmatrix}+$$

$$+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&\alpha&0\\0&0&0&\beta\end{pmatrix}\partial_z\begin{pmatrix}E_x+\sigma_3B_y\\E_y+\sigma_1B_x\\E_z\\B_z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\frac{1}{c}\partial_t\begin{pmatrix}B_x\\B_y\\B_z\\aE_x+bE_y+cE_z\end{pmatrix}+$$

$$+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_\xi\begin{pmatrix}\sigma_3B_y\\\sigma_1B_x\\0\\B_z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_\eta\begin{pmatrix}\sigma_5B_z\\0\\\sigma_2B_x\\B_y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_\zeta\begin{pmatrix}0\\\sigma_6B_z\\\sigma_4B_y\\B_x\end{pmatrix}.$$

Они базируются на матричных волновых функциях:

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&a\end{pmatrix}E_x+\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&b\end{pmatrix}E_y+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&c\end{pmatrix}E_z=\begin{pmatrix}E_y&E_z&E_x&0\\E_z&E_x&E_y&0\\E_x&E_y&E_z&0\\0&0&0&aE_x+bE_y+cE_z\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&\sigma_1&0\\0&\sigma_2&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}B_x+\begin{pmatrix}0&0&\sigma_3&0\\0&0&0&1\\\sigma_4&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}B_y+\begin{pmatrix}0&\sigma_5&0&0\\\sigma_6&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}B_z=\begin{pmatrix}0&\sigma_5B_z&\sigma_3B_y&B_x\\\sigma_6B_z&0&\sigma_1B_x&B_y\\\sigma_4B_y&\sigma_2B_x&0&B_z\\B_x&B_y&B_z&0\end{pmatrix}.$$

Эти уравнения *принципиально отличаются* от уравнений, рассматриваемых ранее. Суть дела в том, что так соединены два различных аспекта физики. Первые слагаемые относятся к обобщенной электродинамике. Она базируется на стандартных векторных операциях. Последние слагаемые сконструированы на антикватернионе. Так учтена возможность «гравитационной природы» магнитного поля, подсказанная предыдущим анализом волновой функции в представлении электродинамики на группе S_3. Более того, принято во внимание наличие внутренних степеней свободы у «магнитного» поля. Это обстоятельство, при условии его экспериментального подтверждения, может стать двигателем новой практики, новых технических устройств.

Заметим, что модель вводит в рассмотрение систему новых функций, роль и значение которых может быть многофункциональным. Кроме этого, понятно, электрические и магнитные поля могут иметь аддитивные «дополнения», которые во всех стандартных ситуация тождественно обращаются в нуль.

Виртуальные модели электродинамики в настоящее время получили математическое выражение. Их развитие следует связать с фундаментальными свойствами алгебры. По сути дела, любая физическая модель, независимо от того, учитываются ли в ней элементы

Сознаний и Чувств физических объектов, есть элемент алгебры. По этой причине анализ алгебр можно рассматривать в качестве двигателя физической теории. Понятно, что конструктивно могут проявить себя при моделировании все грани алгебры. Гомологии и когомологии естественны для моделирования. Это «воздух» и «вода» физических моделей.

Естественно ожидать изменений в моделировании объектов и их свойств на основе новых экспериментов. Однако не менее важно менять логическую основу моделей. Это замечание относится не только к логике анализа. Требуется применять в теории логические операции со всем многообразием их свойств.

Алгебра перестановок пары объектов

Анализ материи субъядерных размеров возможен в настоящее время только в рамках математических расчетов. Экспериментальная техника для таких задач отсутствует. Более того, возможно, её никогда не будет. Это позволит защитить данный уровень материи от непродуманных и агрессивных воздействий.

Основная идея теоретического анализа тонкой материи состоит в гипотезе о наличии 4 предзарядов: основы для конструирования новых изделий, имеющих разные структуры и активности. Мономиальные матрицы относятся в рамках данной гипотезы к гравитационному сектору физической модели. Он принят в качестве исходного звена анализа, свойства которого следует тщательно изучить. По этой причине требуется рассмотреть математические возможности мономиальных матриц. Понятно, что желательно применить к ним всю систему операций, открытую нами из других соображений. Но уже матричная операция генерирует систему свойств.

Рассмотрим матрицы перестановки пары элементов и их произведения.
Получим таблицы:

$\alpha\cdot\alpha$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$

,

$\alpha\cdot\beta$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$

,

$\beta\cdot\alpha$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$

,

$\beta\cdot\beta$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$

.

Система отношений между четырьмя объектами может быть задана мономиальными матрицами размерности 4×4. Перестановке пары объектов соответствуют мономиальные матрицы, в которых два значимых элемента находятся на диагонали. С другой стороны, такие матрицы обеспечивают перестановку строк или столбцов той матрицы, на которую они действуют слева или справа.

Такая перестановка может иметь физический смысл, отображая некоторые свойства взаимодействия объектов между собой. Логическая возможность, принимаемая нами для такой перестановки, может интерпретироваться как логическая операция в физической системе. По этой причине анализ алгебраических свойств перестановки пары объектов может быть полезен.

Из таблицы следуют свойства матричного произведения матриц. Так, получим

$$(ab)(ba)=E.$$

Похожий результат получается на соединении матричной и стандартной комбинаторной операций в виде равенства

$$(ab)\overset{k}{\times}(ba)=[1].$$

Следовательно, матрицы перестановок пары подчинены аналогам алгебр Клиффорда и Йордана:

$$(ab)(ba)-(cd)(dc)=0,$$

$$\frac{1}{2}\big((ab)(ba)+(cd)(dc)\big)=E.$$

Подчинено множество также другой паре алгебр:

$$(ab)\overset{k}{\times}(ba)-(cd)\overset{k}{\times}(dc)=0,$$

$$\frac{1}{2}\left((ab)\overset{k}{\times}(ba)+(cd)\overset{k}{\times}(dc)\right)=[1].$$

Тройное произведение с повторяющимися индексами таково:

$$\left(a_{(i)}a_k\right)a_{(i)}=\varepsilon_{(i)k}^{(j)}a_{(j)}.$$

Из него следуют *полиномиальные условия* для алгебры перестановки пары элементов.

Естественны полиномиальные «зеркальные» условия вида

$$(ab)(cd)(dc)(ba)=E,$$
$$(ab)(cd)(ef)(fe)(dc)(ba)=E...$$

Они следуют из условия ассоциативности матричного произведения.

Легко проверить, что взаимные произведения рассматриваемых элементов *порождают всю группу перестановок* четырёх элементов. Элементы образуют подмножество, подчиненное «своей» алгебре. Понятно, что в группе перестановок есть разные подмножества со «своими» алгебрами.

Проведём анализ ситуации с произведениями матриц на графических диаграммах отношений между объектами. Сопоставим положению объектов на строках матрицы отношений, представив их стрелками. Тогда, например, получим картину взаимных произведений в графическом виде.

Пусть

$$a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &&\updownarrow\\\hline 3&&2\\\hline\end{array},\ b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &\nearrow\!\!\!\!\swarrow&\\\hline 3&&2\\\hline\end{array},$$

$$ab=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &\nearrow&\downarrow\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array},\ ba=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &\swarrow&\uparrow\\\hline 3&\rightarrow&2\\\hline\end{array}.$$

Следовательно, двойной цикл при произведении матриц превращается в тройной цикл. Если элементы берутся в другом порядке, цикл меняет ориентацию. Это обстоятельство интересно с точки зрения задач и теории управления: перемена мест объектов способна при их взаимодействии изменить ориентацию вектора вращения.

Симметричное произведение, с графической точки зрения, означает трансформацию пары циклов в один цикл:

$$(ab)a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &\nearrow&\downarrow\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &&\Updownarrow\\\hline 3&&2\\\hline\end{array}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &&\\\hline 3&\Leftrightarrow&2\\\hline\end{array},$$

$$a(ab)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &&\Updownarrow\\\hline 3&&2\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &\nearrow&\downarrow\\\hline 3&\leftarrow&2\\\hline\end{array}\to\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4&&1\\\hline &\nearrow\swarrow&\\\hline 3&&2\\\hline\end{array}.$$

Его законы непонятны.

Мы знаем, что есть единая алгебра для произвольных элементов и произвольных операций умножения для этих элементов. При рассмотрении всей системы отношений для 4 элементов мы моделируем их совокупностью перестановок значимых элементов в матрице, состоящей из 16 элементов. По этой причине общее количество «виртуальных объектов» будет равно

$$C_{16}^{4}=\frac{16\cdot 15\cdot 14\cdot 13}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=1820.$$

Принимая в качестве базовых объектов 4 предзаряда, мы исследуем Реальность, в которой из этих предзарядов могут быть сконструированы 1820 объектов. Принимая возможность применения к такой системе матриц 8 стандартных произведений, мы признаем богатые возможности физики тонкого мира. Однако у этого мира есть базис в форме проективной геометрии. Она образована 16 матрицами группы заполнения физических моделей, которые заданы с точностью до умножения на минус единицу. Этих матриц достаточно для конструирования элементов матричной алгебры размерности 4×4. По этой причине любое изделие «тонкой Реальности» сконструировано из элементов группы заполнения физической Реальности. Оно представляет собой некоторое «слово», составленное из «букв». Это слово физически содержательно, так как оно ассоциировано с системой предзарядов. Поскольку структура и свойства предзарядов могут быть разными, изделие всегда имеет спектр свойств. Он конкретен в конкретной ситуации и подчинен определенным законам поведения.

Элементы матричной алгебры могут применяться как составляющие логических операций, если деформировать матрицы группы заполнения, из которых они сконструированы. Изменение одного базового элемента этой группы, если оно «касается» системы других элементов, можно рассматривать как элемент базовой деформации, определенный с точностью до операций, действующих в анализируемом множестве.

Рассмотрение активных чисел, а также логических операций существенно расширяет возможности физического моделирования.

Модель 6-мерной механики идеальной жидкости

Введем пару матричных волновых функций на группе S_3. Пусть

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^1&u^2&u^3\\u^3&u^1&u^2\\u^2&u^3&u^1\end{pmatrix},$$

$$u^1\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u^3&u^2&u^1\\u^2&u^1&u^3\\u^1&u^3&u^2\end{pmatrix}.$$

Сконструируем уравнения

$$u^1\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_1\begin{pmatrix}u^1\\u^3\\u^2\\0\end{pmatrix}+u^2\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_2\begin{pmatrix}u^2\\u^1\\u^3\\0\end{pmatrix}+u^3\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_3\begin{pmatrix}u^3\\u^2\\u^1\\0\end{pmatrix}+$$

$$+u^0\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_0\begin{pmatrix}0\\u^3\\u^2\\u^1\end{pmatrix}+\xi\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_\alpha\begin{pmatrix}0\\u^2\\u^1\\u^3\end{pmatrix}+\eta\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_\beta\begin{pmatrix}0\\u^1\\u^3\\u^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}f^1\\f^2\\f^3\\f^0\end{pmatrix}.$$

Стандартные уравнения механики идеальной жидкости дополнены слагаемые, которые заданы в дополнительном двумерном пространстве со своими функциями и переменными. Это дополнительное пространство предназначено для учёта внутренних степеней свободы в механике. В частности, так можно учитывать некоторые аспекты Сознания и Чувств идеальной жидкости, которые скрыты от стандартного измерения, но присутствуют в экспериментах.

Заметим аналогию алгоритма конструирования обобщенных моделей с предметами, которые мы наблюдаем или применяем на практике. Есть много разных растений и цветов, и условий их жизни и развития. Есть много животных, предметов, изделий. Они в чём-то аналогичны друг другу, но различаются по деталям структуры и поведения. Сейчас к аналогичной картине Реальности мы приходим в моделировании. Есть много жидкостей, а также их структур и динамик. Их можно анализировать, меняя коэффициенты в этих уравнениях, а также граничные и начальные условия.

Однако можно менять и систему уравнений. Возможна классификация систем уравнений по свойствам, устойчивым к деформациям, которые они имеют.

Классификация операций

Из практики следует, что анализ совокупности матриц нужно проводить независимо от того, образует ли рассматриваемое множество совокупность, замкнутую по операциям или же она незамкнута по операциям. По этой причине к совокупности свойств, связанных с операциями, в рассмотрение нужно внести характеристики самих матриц. Поскольку каждая матрица размерности 4×4 может быть выражена алгебраически в форме полинома от 16 базовых матриц, речь может идти о классификации этих базовых матриц.

Мы имеем для конечной системы совокупность свойств, ассоциированных со свойствами исходных матриц и свойствами тех матриц, которые получаются из них при произведениях. Поскольку алгебраическими характеристиками многообразия матриц являются ассоциаторы, отражатели и компенсаторы, речь может идти о рассмотрении системы свойств, дополнительно ассоциированными с ними. Следовательно, на начальном этапе анализа совокупности матриц, подчиненных некоторой операции, мы выделяем три грани свойств данного множества: свойства самих матриц, их взаимных произведений, алгебраических характеристик всей совокупности анализируемых матриц. Тогда может быть установлена зависимость свойств таких матричных многообразий от применяемых операций, что позволит дать классификацию операций. Понятно, что такая математическая классификация может стать базой для физической классификации. Если эта задача будет решена, можно надеяться на получение алгоритмов управления операциями, что, с физической точки зрения, означает управление взаимодействиями.

Конкретизируем анализ. Матрицы группы заполнения таковы:

$$E=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, e_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, e_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, e_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}, f_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}, a_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}, b_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, a_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, b_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, f_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$c_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}, b_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}, f_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}, a_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Во всех случаях матрица есть вектор 16-мерного пространства. Отличаются вектора только своими координатами по отношению к базовым реперам. Изменение векторов в данном случае «дискретно» в том смысле, что некоторые базовые вектора могут полностью передать свою «нормировку» другим базовым векторам. Дискретность есть фундаментальное свойство пространства с матричными базовыми векторами. Но именно на этих векторах конструируются физические модели. Поэтому дискретность изменений естественна для физических моделей. Дискретность изменений внутренне присуща физическим моделям, так как они могут быть записаны в матричном виде.

Зададим элементы матричной алгебры через элементы группы заполнения. Получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(c_1+c_2+c_3+E\right), \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(a_3+b_3+e_3+f_3\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-a_3-b_3+e_3+f_3\right), \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\left(-c_1+c_2-c_3+E\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-a_2 - b_2 + e_2 + f_2\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_1 - b_1 + e_1 + f_1\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-a_1 - b_1 + e_1 - f_1\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-a_2 - b_2 + e_2 - f_2\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_2 + b_2 + e_2 + f_2\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_1 - b_1 + e_1 - f_1\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-a_1 + b_1 + e_1 - f_1\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_2 - b_2 + e_2 - f_2\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(c_1 - c_2 - c_3 + E\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-a_3 + b_3 + e_3 - f_3\right),$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(a_3 - b_3 + e_3 - f_3\right), \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-c_1 - c_2 + c_3 + E\right).$$

Принимая аналогию между произведением матриц и взаимодействием физических объектов, мы принимаем *фундаментальную дискретность взаимодействия* в силу его матричной сущности.

Сравним между собой стандартное матричное и комбинаторное произведение пары матриц, принадлежащих группе заполнения. Запишем эти результаты морфологически, применяя выражения для матричных элементов через матрицы заполнения.

Для удобства анализа учтем зависимость расположения элементов матриц размерности 4×4 от элементов группы заполнения. Обозначим звездочками элементы, зависимые от одного набора матриц.

Фактически сама группа заполнения сконструирована из указанных 4 матриц с применением группы знаков. С физической точки зрения речь идет о совокупности базовых отношений между 4 физическими объектами. Мы имеем дело с отношениями двух пар объектов: пары электрических и пары гравитационных предзарядов. Эти канонические отношения образуют группу. По этой причине у нас есть основания считать, что основу любой физической модели образует группа канонических (заданных единицами) отношений физических объектов.

Тогда получим соответствия вида:

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&*\\0&0&*&0\\0&*&0&0\\*&0&0&0\end{pmatrix},\rightarrow\pm\left(a_1,b_1,e_1,f_1\right),\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}0&0&*&0\\0&0&0&*\\*&0&0&0\\0&*&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\left(a_2,b_2,e_2,f_2\right),$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\rightarrow\left(a_3,b_3,e_3,f_3\right),\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\leftrightarrow\begin{pmatrix}*&0&0&0\\0&*&0&0\\0&0&*&0\\0&0&0&*\end{pmatrix}\rightarrow\pm\left(c_1,c_2,c_3,E\right).$$

Отсюда следует вывод, что каждую физическую теорию, которая базируется на полной совокупности матриц указанного вида, является алгебраически полной. Электрически полны электродинамика, теория гравитации, механика. Под алгебраической полнотой в данном случае понимается применение в модели всех (с точностью до знака) элементов группы заполнения.

Поскольку матрицам можно поставить в соответствие физические объекты, фундаментальным матрицам, роль которых выполняет в данном случае группа Клейна, можно сопоставить фундаментальные объекты. Под фундаментальными объектами будем понимать объекты, «несущие» фундаментальные свойства. Таких фундаментальных свойств четыре: положительные и отрицательные электрические заряды, положительные и отрицательные гравитационные заряды.

По этой причине фундаментальные матрицы теории, учитывающие эти 4 свойства, будут иметь размерность 4×4. Специфика в том, что они образуют группу. Эта группа не минимальна: она представлена 4 подгруппами. Первая подгруппа состоит из единичных матриц. Остальные подгруппы состоят из единичной матрицы и одной из оставшихся трех матриц, которые обратны себе.

По этой причине можно считать, что группа Клейна есть объединение в единую систему 4 подгрупп, состоящих из пары элементов. Знаковая группа «задаёт» оттенки группе Клейна, которых достаточно для образования элементов матричной алгебры. Эти элементы характеризуют систему виртуальных отношений в физической системе, имеющей 4 фундаментальные свойства.

Каждый такой элемент образован из четырех канонических элементов. Другими словами, элемент матричной группы задаёт «свою» грань свойств любой физической системы, выражая её в форме линейного объединения в систему 4 объектов с 4 свойствами.

Указанная структура есть структура группы Клейна. Ей соответствует факторгруппа для совокупности элементов

$$\left(c_1,c_2,c_3,E\right)\Rightarrow\begin{cases}\left(a_1,b_1,e_1,f_1\right),\\\left(a_2,b_2,e_2,f_2\right),\\\left(a_3,b_3,e_3,f_3\right).\end{cases}$$

Понятно, что фундаментальность факторгруппы будет проявляться в структуре физической теории. Каждому идеалу соответствует полный набор матриц группы заполнения.

С матричным произведением элементов группы Клейна согласованы наборы элементов группы заполнения.

Например, есть такое соответствие

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(a_3, b_3, e_3, f_3)\cdot(a_1, b_1, e_1, f_1) = (a_2, b_2, e_2, f_2).$$

Матричное произведение в данном случае «сохраняет» структуру сомножителей, индуцируя новые элементы, не сводимые к исходным элементам.

Со стандартным комбинаторным произведением элементов группы Клейна наборы элементов группы заполнения согласованы иначе. Например, есть такое соответствие

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = (a_3, b_3, e_3, f_3)\cdot A_1 = (a_1, b_1, e_1, f_1) \to \begin{cases} (a_1, b_1, e_1, f_1) = A_1, \\ (a_2, b_2, e_2, f_2) = A_2, \\ (a_3, b_3, e_3, f_3) = A_3, \\ (c_1, c_2, c_3, E) = C. \end{cases}$$

Следовательно, стандартное комбинаторное произведение способно по ограниченному набору элементов группы заполнения «охватить» весь набор элементов группы заполнения. Она расширяет спектр элементов до полного набора. Однако эти свойства не абсолютны. Так, например, матричное произведение мономиальных и немономиальных матриц сводится к перемешиванию исходных элементов и уменьшению их количества:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(A_2, C)\cdot(A_1, A_3, C) \to (A_1, A_2, C).$$

Стандартное комбинаторное произведение немономиальных матриц способно уменьшить количество исходных слагаемых:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(A_1, A_2)\overset{k}{\cdot}(A_1, A_2, C) \to (A_1, A_3, C).$$

Складывается впечатление, что указанные соотношения иллюстрируют очевидное богатство отношений между наборами матриц, представленными классами элементов $A_1, A_2, A_3, C.$

Каждому произведению будет соответствовать «букет свойств» для произведения классов элементов. Стандартных произведений мы имеем 8, поэтому и «букетов свойств» будет 8. Естественно возникает проблема нахождения алгебр для классов элементов.

В качестве «претендента» на закон для классов элементов рассмотрим два правила:

$$(ab)(ba)\overset{\mu}{-}(ba)(ab)\overset{\mu}{=}M_-,$$
$$(ab)(ba)\overset{\mu}{+}(ba)(ab)\overset{\mu}{=}M_+.$$

Пусть элементы умножаются по некоторому правилу умножения матриц. Сложение рассматриваем по той совокупности классов, которым соответствуют двойные произведения. Под сложением понимаем дополнение к исходным классам тех классов, которые «порождаются» двойными произведениями. Под вычитанием понимаем сужение начального множества классов на основе пересечения исходного множества и тех, которые получаются при двойных произведениях.

Пример. Рассмотрим пару матриц

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to C, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to A_3.$$

Тогда для матричного произведения получим сужение множества классов, так как

$$(ab)(ba) = (ba)(ab) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to C,$$
$$(ab)(ba)\overset{\mu}{-}(ba)(ab)\overset{\mu}{=}M_- \to C, (a,b) \to C, A_3.$$

Комбинаторное произведение расширяет множество классов, так как

$$\left(a\overset{k}{\times}b\right)\overset{k}{\times}\left(b\overset{k}{\times}a\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to A_1, A_2, A_3, C, \left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(a\overset{k}{\times}b\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to A_1, A_3, C,$$

$$(a,b) \to C, A_3, \left(a\overset{k}{\times}b\right)\overset{k}{\times}\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{\mu}{+}\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(a\overset{k}{\times}b\right)\overset{\mu}{=}M_+ \to 2A_1, A_2, 2A_3, C.$$

В соответствии с тем, сколько и каких элементов находятся на разных местах матрицы, можно поставить им в соответствие «классификатор элемента», указывая количество элементов, принадлежащих разным классам, числом этих элементов.

Наглядно и просто показано различие в действии произведений на паре элементов. На этой основе возможна классификация произведений. В зависимости от того, как действуют произведения на совокупность элементов множества, мы вправе принимать решения об их «эффективности» или «неэффективности».

Пример. Рассмотрим несколько матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \ldots$$

В такой записи предыдущий расчет произведения матриц выглядит так:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

При соединении некоторых обстоятельств могут быть *специальные случаи*. Рассмотрим один из них. Пусть заданы матрицы

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матричные и комбинаторные произведения дают выражения:

$$a \overset{m}{\times} b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$b \overset{m}{\times} a = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$a \overset{k}{\times} b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$b\overset{m}{\times}a=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

В алгебре, анализируемой по двойным произведениям, выполняется закон разрушения классов и на матричном, и на комбинаторном произведении. Рассматриваемые два элемента «сингулярны» в алгебре классов, подчиненном паре двойных произведений.

Заметим условие, которое ассоциировано с данной «сингулярностью». Просуммируем классификаторы начальных элементов и классификаторы двойных произведений. Получим, что

$$\sum(cla+clb)=\begin{pmatrix}1&2&2&3\end{pmatrix},$$

$$\sum(cl(ab)+cl(ba)_m+\sum(cl(ab)+cl(ba)_k=\begin{pmatrix}1&3&2&2\end{pmatrix}.$$

В рассматриваемом случае имеет место *закон сохранения классификаторов*:

$$\sum\sum(cla+clb)=\sum\left(\sum(cl(ab)+cl(ba)_m+\sum(cl(ab)+cl(ba)_k\right)=8.$$

Возможно, это свойство фундаментально для пары элементов, сингулярных в алгебре классов.

Анализируемое множество содержит элементы, которые одинаковы в алгебрах, базирующихся на матричном или на комбинаторном произведении. Рассмотрим пару элементов

$$a=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Для них получим произведения

$$a\overset{m}{\times}b=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$a\overset{k}{\times}b=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$b\overset{m}{\times}a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix},$$

$$b\overset{k}{\times}a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Отсюда следует, что в анализируемой алгебре оба произведения дают одинаковый результат, так как

$$\left(a\overset{m}{\times}b\right)\overset{m}{\times}\left(b\overset{m}{\times}a\right)=4\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\left(a\overset{k}{\times}b\right)\overset{k}{\times}\left(b\overset{k}{\times}a\right),$$

$$\left(b\overset{m}{\times}a\right)\overset{m}{\times}\left(a\overset{m}{\times}b\right)=4\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\left(b\overset{k}{\times}a\right)\overset{k}{\times}\left(a\overset{k}{\times}b\right).$$

Начальная пара идеалов в результате взаимных произведений, подчиненных алгоритму алгебры классов, «размножилась». Получено таким образом 8 идеалов. С физической точки зрения мы вправе говорить о возможности некоторой «технологии размножения идеалов», ассоциированной с алгеброй классов.

Указанные свойства иллюстрируют сложность конечной системы. Она подчинена системе законов даже на паре операций. Законов становится больше, если операций больше. При этом некоторые элементы на разных операциях дают одинаковый результат в рамках принятого алгоритма сравнения. Алгоритмов сравнения может быть тоже много. Поэтому общая картина свойств конечной системы сложна.

Интуиция «говорит», что нет единых законов для конечного множество, подчиненного системе операций. Однако не все так сложно. Сконструируем единые законы для конечной системы, справедливые для любого произведения.

В качестве исходной точки анализа примем различие кватернионов и антикватернионов. Они подчинены разным алгебрам. Однако они объединены в группе заполнения физических моделей. Поэтому естественно найти алгебру, которая их объединяет. Этот вариант возможен. Для этого нужно сделать несколько шагов. Примем стандартные обозначения:

$$[a,b]=ab-ba,\{a,b\}=ab+ba.$$

Легко проверить справедливость алгебраического 3-закона, в котором коммутаторы и антикоммутаторы используются согласованно:

$$\left[\{x,y\},z\right]+\left\{[x,y],z\right\}=\left\{x,[y,z]\right\}+\left[x,\{y,z\}\right].$$

Получим

$$\begin{aligned}&(xy)z+(yx)z-z(xy)-z(yx)+(xy)z-(yx)z+z(xy)-z(yx)=\\&=x(yz)-x(zy)+(yz)x-(zy)x+x(yz)+x(zy)-(yz)x-(zy)x.\end{aligned}$$

Это равенство справедливо при условии ассоциативности произведения. Оно выполняется для матриц и стандартного матричного произведения. *Новый закон есть сумма тождества Якоби и пары ассоциаторов:*

$$\begin{aligned}&\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x,y],z\}=\\&=[x[yz]]+[y[zx]]+[z[xy]]+(x,y,z)+(z,y,x)=0.\end{aligned}$$

На множестве с ассоциативной операцией ассоциаторы равны нулю. Поэтому новое тождество есть скрытая форма тождества Якоби. Можно интерпретировать его иначе: тождество Якоби есть вариант алгебры, скрывающей свойства антикватернионов. С физической точки зрения это естественно, если гравитационные эффекты несущественны и физика взаимодействия базируется на свойствах электрических зарядов и электромагнитного поля. Ситуация усложняется, если для матриц используется комбинаторное произведение. В этом случае нет ассоциативности. По этой причине указанное условие нужно дополнить ассоциаторами:

$$(x,y,z)=x(yz)-(xy)z,(z,x,y)=z(yx)-(zy)x.$$

Обобщенный алгебраический 3-закон получает вид:

$$\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x,y],z\}-2(x,y,z)-2(z,y,x)=0.$$

Единство групповых свойств рассматриваемого множества матриц, на основе которых единым образом записываются как уравнения электродинамики, так и уравнения массодинамики, даёт дополнительный аргумент для такого объединения.

Применим циклические перестановки элементов в первичном законе:

$$\begin{aligned}&\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x,y],z\}=0,\\&\{y,[z,x]\}+[y,\{z,x\}]-[\{y,z\},x]-\{[y,z],x\}=0,\\&\{z,[x,y]\}+[z,\{x,y\}]-[\{z,y\},x]-\{[z,y],x\}=0.\end{aligned}$$

Объединяя первый и четвертый столбец формул, а также второй и третий с изменением знаков, получим циклические законы:

$$\begin{aligned}&\{x,[y,z]\}+\{y,[z,x]\}+\{z,[x,y]\}-\{[x,y],z\}-\{[y,z],x\}-\{[z,y],x\}=0,\\&[x,\{y,z\}]+[y,\{z,x\}]+[z,\{x,y\}]+[\{x,y\},z]+[\{y,z\},x]+[\{z,y\},x]=0.\end{aligned}$$

Они выполняются как на матричных, так и на комбинаторных операциях. Есть единые алгебраические законы, справедливые для ассоциативных и для неассоциативных множеств.

Ранее было сделано предположение, что физические Тела подчиняются ассоциативной матричной алгебре, а поведение Сознаний и Чувств базируется на неассоциативной матричной алгебре. В силу различия их свойств казалось необоснованным предположение о возможном единстве законов, которым они подчинены.

Алгебра свидетельствует, что *есть единые законы для ассоциативных и для неассоциативных множеств.* С физической точки зрения, важной для практики, это математическое единство можно интерпретировать так: **возможны единые законы для описания структуры и поведения физических тел, а также сознаний и чувств.**

Заметим, что тождество Якоби применяется в алгебре как аналог условия дифференцирования произведения по Лейбницу:

$$\left[x\left[yz\right]\right]=\left[\left[xy\right]z\right]+\left[y\left[xz\right]\right].$$

Новая алгебра указывает возможности других «дифференцирований». Действительно, получим равенства:

$$\left\{x,\left[y,z\right]\right\}=\left\{\left[x,y\right],z\right\}+\left\{y,\left[x,z\right]\right\}+\left\{z,\left[y,x\right]\right\}-\left\{\left[z,y\right],x\right\}+\left\{y\left[z,x\right]\right\},$$
$$\left[x,\left\{y,z\right\}\right]=-\left[\left\{x,y\right\},z\right]-\left[y,\left\{x,z\right\}\right]-\left[z,\left\{y,x\right\}\right]-\left[\left\{z,y\right\},x\right]+\left[y\left\{z,x\right\}\right].$$

Запишем закон для трех элементов произвольного множества с произвольной операцией произведения (универсальный 3-закон алгебры) в «зеркальном» виде:

$$\left\{x\left[yz\right]\right\}+\left\{z\left[yx\right]\right\}-\left(x,y,z\right)-\left(z,y,x\right)+\left[x\left\{yz\right\}\right]+\left[z\left\{yx\right\}\right]-\left(x,y,z\right)-\left(z,y,x\right)=0.$$

Универсальные алгебраические 2-законы получаются из него при замене элементов $y\to x, z\to x$. Они таковы:

$$\left\{x\left[yx\right]\right\}+\left[x\left\{yx\right\}\right]-2\left(x,y,x\right)=0,$$
$$\left(x,y,x\right)=x\left(yx\right)-\left(xy\right)x,$$
$$\left\{x\left[xz\right]\right\}+\left[x\left\{xz\right\}\right]+\left[z\left\{xx\right\}\right]-2\left(x,x,z\right)-2\left(z,x,x\right)=0.$$

Заметим, что пара элементов подчинена паре законов, тогда как три элемента подчинены одному закону. Ещё раз подтверждается опытный факт, что у множества с меньшим числом элементов единых законов может быть больше, чем у множества с большим количеством элементов.

Заметим, что возможна постановка *проблемы фундаментальности операций*. Ведь мы понимаем, что система операций может быть несовершенной или неполной. Поэтому нужны алгоритмы коррекции и вывода операций. В системе операций могут быть главные и второстепенные элементы. Их значимость и эффективность тоже может быть разной. Поскольку математические операции неотделимы от физических взаимодействий, желательно иметь эмпирический алгоритм конструирования операций.

Заметим, что наличие единых законов не исключает и не заменяет собой задачу построения системы «частных» законов, которым подчиняется не вся совокупность некоторых элементов, а только некоторая часть из множества элементов. Понятно, в соответствии с предыдущим анализом, что таких законов очень много. Они важны потому, что так учитывается «индивидуальность». Понятно, что «индивидуальные законы» могут быть справедливы на 1,2,3… элементах. Некоторые их аспекты указаны выше на примере матриц размерности 4×4.

Единые алгебраические законы «указывают направление движения», частные алгебраические законы проясняют детали и специфику практики. При анализе проблем передачи информации, решении психологических, социальных задач «индивидуальные законы» могут оказаться полезнее и практичнее, чем общие законы.

Механика идеальной жидкости с Сознанием и Чувствами

Применим алгоритм расширения уравнений для модели динамики идеальной жидкости. Применим комбинаторное произведение пары матриц:

$$\begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 & u^0 \\ u^2 & u^3 & u^0 & u^1 \\ u^3 & u^0 & u^1 & u^2 \\ u^0 & u^1 & u^2 & u^3 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} \partial_1 & \partial_2 & \partial_3 & \partial_0 \\ \partial_2 & \partial_3 & \partial_0 & \partial_1 \\ \partial_3 & \partial_0 & \partial_1 & \partial_2 \\ \partial_0 & \partial_1 & \partial_2 & \partial_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^1 & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^0 \\ \beta^1 & \beta^2 & \beta^3 & \beta^0 \\ \gamma^1 & \gamma^2 & \gamma^3 & \gamma^0 \\ \delta^1 & \delta^1 & \delta^1 & \delta^1 \end{pmatrix}.$$

Специфика их выбора в том, что обе матрицы равны своим транспонированным матрицам. Известно, что в таком варианте все 4 варианта комбинаторного произведения дают одинаковый результат.

Получим 4 системы уравнений:

$$u^1\partial_1 + u^2\partial_2 + u^3\partial_3 + u^0\partial_0 = \alpha^1, u^1\partial_0 + u^2\partial_1 + u^3\partial_2 + u^0\partial_3 = \alpha^2,$$
$$u^1\partial_3 + u^2\partial_0 + u^3\partial_1 + u^0\partial_2 = \alpha^3, u^1\partial_2 + u^2\partial_3 + u^3\partial_0 + u^0\partial_1 = \alpha^0.$$

$$u^2\partial_2 + u^3\partial_3 + u^0\partial_0 + u^1\partial_1 = \beta^1, u^2\partial_1 + u^3\partial_2 + u^0\partial_3 + u^1\partial_0 = \beta^2,$$
$$u^2\partial_0 + u^3\partial_1 + u^0\partial_2 + u^1\partial_3 = \beta^3, u^2\partial_3 + u^3\partial_0 + u^0\partial_1 + u^1\partial_2 = \beta^0.$$

$$u^3\partial_3 + u^0\partial_0 + u^1\partial_1 + u^2\partial_2 = \gamma^1, u^3\partial_2 + u^0\partial_3 + u^1\partial_0 + u^2\partial_1 = \gamma^2,$$
$$u^3\partial_1 + u^0\partial_2 + u^1\partial_3 + u^2\partial_0 = \gamma^3, u^3\partial_0 + u^0\partial_1 + u^1\partial_2 + u^2\partial_3 = \gamma^0.$$

$$u^0\partial_0 + u^1\partial_1 + u^2\partial_2 + u^3\partial_3 = \delta^1, u^0\partial_3 + u^1\partial_0 + u^2\partial_1 + u^3\partial_2 = \delta^2,$$
$$u^0\partial_2 + u^1\partial_3 + u^2\partial_9 + u^3\partial_1 = \delta^3, u^0\partial_1 + u^1\partial_2 + u^2\partial_3 + u^3\partial_0 = \delta^0.$$

Умножим полученные выражения на совокупность величин, ассоциированных с 4-вектором скорости по Даламберу. Рассмотрим модель

$$\begin{pmatrix} \alpha^1 & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^0 \\ \beta^1 & \beta^2 & \beta^3 & \beta^0 \\ \gamma^1 & \gamma^2 & \gamma^3 & \gamma^0 \\ \delta^1 & \delta^2 & \delta^3 & \delta^0 \end{pmatrix} \overset{D}{\times} \begin{pmatrix} u^1 & a^1 & b^1 & c^1 \\ u^2 & a^2 & b^2 & c^2 \\ u^3 & a^3 & b^3 & c^3 \\ u^0 & a^0 & b^0 & c^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f^1 & fa^1 & fb^1 & fc^1 \\ f^2 & fa^2 & fb^2 & fc^2 \\ f^3 & fa^3 & fb^3 & fc^3 \\ f^0 & fa^0 & fb^0 & fc^0 \end{pmatrix}.$$

Из неё следует дополнение системы конвективных слагаемых механики идеальной жидкости новыми системами уравнений со своими переменными и «своими» силовыми составляющими.

Запишем их в явном виде. Получим 4 системы уравнения для 4 векторов:

$$
\begin{aligned}
&u^1\partial_1+u^2\partial_2+u^3\partial_3+u^0\partial_0)u^1=f^1,(u^1\partial_0+u^2\partial_1+u^3\partial_2+u^0\partial_3)a^1=fa^1,\\
&(u^1\partial_3+u^2\partial_0+u^3\partial_1+u^0\partial_2)b^1=fb^1,(u^1\partial_2+u^2\partial_3+u^3\partial_0+u^0\partial_1)c^1=fc^1.\\
&(u^2\partial_2+u^3\partial_3+u^0\partial_0+u^1\partial_1)u^2=f^2,(u^2\partial_1+u^3\partial_2+u^0\partial_3+u^1\partial_0)a^2=fa^2,\\
&(u^2\partial_0+u^3\partial_1+u^0\partial_2+u^1\partial_3)b^2=fb^2,(u^2\partial_3+u^3\partial_0+u^0\partial_1+u^1\partial_2)c^2=fc^2.\\
&(u^3\partial_3+u^0\partial_0+u^1\partial_1+u^2\partial_2)u^3=f^3,(u^3\partial_2+u^0\partial_3+u^1\partial_0+u^2\partial_1)a^3=fa^3,\\
&(u^3\partial_1+u^0\partial_2+u^1\partial_3+u^2\partial_0)b^3=fb^3,(u^3\partial_0+u^0\partial_1+u^1\partial_2+u^2\partial_3)c^3=fc^3.\\
&(u^0\partial_0+u^1\partial_1+u^2\partial_2+u^3\partial_3)u^0=f^0,(u^0\partial_3+u^1\partial_0+u^2\partial_1+u^3\partial_2)a^0=fa^0,\\
&(u^0\partial_2+u^1\partial_3+u^2\partial_9+u^3\partial_1)b^0=fb^0,(u^0\partial_1+u^1\partial_2+u^2\partial_3+u^3\partial_0)c^0=fc^0.
\end{aligned}
$$

Запишем эти уравнения в форме систем уравнений, задающих отдельные 4-вектора. Получим уравнения

$$
\begin{aligned}
&(u^1\partial_1+u^2\partial_2+u^3\partial_3+u^0\partial_0)u^1=f^1,\\
&(u^1\partial_1+u^2\partial_2+u^3\partial_3+u^0\partial_0)u^2=f^2,\\
&(u^1\partial_1+u^2\partial_2+u^3\partial_3+u^0\partial_0)u^3=f^3,\\
&(u^1\partial_1+u^2\partial_2+u^3\partial_3+u^0\partial_0)u^0=f^0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(u^1\partial_0+u^2\partial_1+u^3\partial_2+u^0\partial_3)a^1=fa^1,\\
&(u^1\partial_0+u^2\partial_1+u^3\partial_2+u^0\partial_3)a^2=fa^2,\\
&(u^1\partial_0+u^2\partial_1+u^3\partial_2+u^0\partial_3)a^3=fa^3,\\
&(u^1\partial_0+u^2\partial_1+u^3\partial_2+u^0\partial_3)a^0=fa^0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(u^1\partial_3+u^2\partial_0+u^3\partial_1+u^0\partial_2)b^1=fb^1,\\
&(u^1\partial_3+u^2\partial_0+u^3\partial_1+u^0\partial_2)b^2=fb^2,\\
&(u^1\partial_3+u^2\partial_0+u^3\partial_1+u^0\partial_2)b^3=fb^3,\\
&(u^1\partial_3+u^2\partial_0+u^3\partial_1+u^0\partial_2)b^0=fb^0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(u^1\partial_2+u^2\partial_3+u^3\partial_0+u^0\partial_1)c^1=fc^1,\\
&(u^1\partial_2+u^2\partial_3+u^3\partial_0+u^0\partial_1)c^2=fc^2,\\
&(u^1\partial_2+u^2\partial_3+u^3\partial_0+u^0\partial_1)c^3=fc^3,\\
&(u^1\partial_2+u^2\partial_3+u^3\partial_0+u^0\partial_1)c^0=fc^0.
\end{aligned}
$$

В рассматриваемом варианте модель выглядит так: с движением идеальной жидкости в физическом пространстве и времени согласовано изменение трёх дополнительных 4-векторов. Каждый 4-вектор подчинен «своему» силовому 4-вектору.

Основная идея расширения системы уравнений механики такова: дополнить их уравнениями для Сознаний и Чувств, ассоциированных с механикой.

На начальном этапе в качестве «экспериментального средства» выполняется расширение механики идеальной жидкости. Общепринятый подход не предполагает и не допускает искомого расширения. Для него нет серьезных эмпирических аргументов. Однако это направление деятельности естественно в рамках фундаментальной идеи: придания каждому объекту элементов Сознаний и Чувств. Дополняя физическое тело Сознанием, мы можем рассматривать два способа их взаимного влияния. По этой причине минимальной моделью, которая объединяет все указанные звенья в нечто единое, может быть объединение 4 систем уравнений, каждая из которых имеет свою функцию в едином изделии. В рассматриваемом случае такая возможность есть. Мы имеем стандартную систему уравнений для движения жидкости. К ней присоединены «векторные» модели Сознания и пары Чувств. Заметим, что в модели формально представлены «силы» Сознаний и Чувств, ассоциированные с 4-векторами. В компактной записи система дифференциальных уравнений такова:

$$\begin{pmatrix} \partial_1 & \partial_2 & \partial_3 & \partial_0 \\ \partial_0 & \partial_1 & \partial_2 & \partial_3 \\ \partial_3 & \partial_0 & \partial_1 & \partial_2 \\ \partial_2 & \partial_3 & \partial_0 & \partial_1 \end{pmatrix} = \partial_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \partial_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \partial_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \partial_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим таблицу:

∂_1	∂_2	∂_3	∂_0	u	$=$	f
∂_0	∂_1	∂_2	∂_3	a	$=$	fa
∂_3	∂_0	∂_1	∂_2	b	$=$	fb
∂_2	∂_3	∂_0	∂_1	c	$=$	fc
u^1	u^2	u^3	u^0			

.

Каждому 4-вектору (u,a,b,c) соответствует свой дифференциальный оператор, своя «силовая функция». Понятно, что им соответствует «своя» динамика.

Расположение дифференциальных операторов соответствует элементам цикла их перестановок. Система уравнений инвариантна относительно структуры дифференциальных операторов. Однако, поскольку они применяются к разным величинам, две ориентации циклов задают две разные динамики.

Алгоритм расширения механики представляет практике новый инструмент: для получения новых уравнений следует циклически изменить порядок частных производных и применить его к новой волновой функции.

Применим этот алгоритм к электродинамике в рамках уравнений Фарадея-Ампера. Следуя первой перестановке производных по циклу из матричных уравнений

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c}\partial_t + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\partial_z + \right\} \Pi +$$

$$+ \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{(i)}{c}\partial_t + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\partial_z + \right\} \bar{\Pi} = 0,$$

$$\Pi = col\left(a_x - ib_x, a_y - ib_y, a_z - ib_z, 0\right), \bar{\Pi} = col\left(a_x + ib_x, a_y + ib_y, a_z + ib_z, 0\right)$$

следует система уравнений:

$$\partial_z a_x - \partial_x a_z + \partial_y a_y = 0,$$
$$-\frac{1}{c}\partial_t b_z + \partial_z a_y - \partial_y a_x = 0, \frac{1}{c}\partial_t b_y + \partial_x a_x + \partial_z a_z = 0,$$
$$\frac{1}{c}\partial_t a_x + \partial_x b_y + \partial_z a_z = 0.$$

Принципиальное отличие данной системы уравнений от систем уравнений, которые были выведены другими методами ранее, в том, что производные по времени «распределены» между компонентами (a_i, b_i). В теории электромагнитного поля применяются частные производные по времени только от вектора магнитного поля. В рассматриваемом случае есть частная производная по времени от аналога электрического поля.

Мы вправе исследовать 3 системы уравнений такого вида, допуская наличие и эмпирическое значение не только электрического и магнитного полей. К этим элементам добавляются 3 новые пары «полей». Такой шаг делается сознательно в рамках реализации плана дополнения физических величин, действующих на физические объекты, другими величинами, которые не учитываются в проводимых экспериментах. Все величины согласованы между собой.

Заметим, что «демократическая» операция естественна в механике. Действительно, рассмотрим пару функций, зависящих от координаты q и импульса p

$$\varphi(q, p), \psi(q, p).$$

Определим «демократическое» произведение функций, применяя их дифференцирование

$$\varphi(q, p) \overset{\partial}{*} \psi(q, p) = \frac{\partial \varphi}{\partial q}\frac{\partial \psi}{\partial p} - \frac{\partial \psi}{\partial q}\frac{\partial \varphi}{\partial p} = (\varphi, \psi).$$

В данном случае мы приходим к определению скобки Пуассона. Преобразуем это выражение.

Получим

$$(\varphi, \psi) = \frac{\partial \varphi}{\partial q}\frac{\partial \psi}{\partial p} - \frac{\partial \varphi}{\partial p}\frac{\partial \psi}{\partial q} = \frac{\partial \varphi}{\partial q}\dot{q} - \frac{\partial \varphi}{\partial p}\dot{p} \rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial q}\dot{q} - \frac{\partial \varphi}{\partial p}\dot{p},$$

$$\dot{q} = \frac{\partial \psi}{\partial p}, \dot{p} = -\frac{\partial \psi}{\partial q}.$$

Условия «демократического» произведения функций, базирующиеся на дифференцировании по координатам и импульсам, ассоциированы со стандартными уравнениями механики в форме Гамильтона с гамильтонианом H:

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \dot{q}, -\frac{\partial H}{\partial q} = \dot{p}.$$

Для рассматриваемого произведения трех функций

$$\varphi(q,p),\psi(q,p),\theta(q,p)$$

получим циклическое условие, найденное Якоби

$$(\varphi,(\psi,\theta))+(\psi,(\theta,\varphi))+(\theta,(\varphi,\psi))=0.$$

Следовательно, *механические модели ассоциированы с алгеброй, которые подчинены «демократическим» операциям*, базирующимся на частных производных.

Подойдём к этим выражениям несколько иначе. Ограничимся анализом одномерного движения материального тела, учитывая эмпирические данные. Согласно им, работа физического тела превращается в кинетическую и потенциальную энергии. Представим этот закон алгебраическим выражением

$$\dot{p}q = p\dot{q} + Q(q,p,t),$$
$$Q(q,p,t) = \dot{p}q - p\dot{q}.$$

Это выражение задаёт функцию на основе частного вида «демократического» произведения для двух объектов q,p, изменение которых рассматривается по отношению к третьему объекту t. Отсюда формально следует выражение для этой зависимости:

$$\frac{dQ(q,p,t)}{dt} = \frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial p}\dot{p} = \frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial t} + (\dot{p}\dot{q} - \dot{q}\dot{p}).$$

Возможен вариант, когда полная производная «по времени» (по третьему объекту) будет равна частной производной по времени. Для этого достаточно условия

$$(\dot{p}\dot{q} - \dot{q}\dot{p}) = 0.$$

Оно выполняется для скалярных величин, однако не выполняется для некоммутативных «производных».

Частные производные задаются выражениями

$$\frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial q} = \dot{p}, \frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial p} = -\dot{q}.$$

При условии

$$H(q,p,t) = -Q(q,p,t),$$

отсюда следуют стандартные уравнения динамики материальной точки с ненулевой массой согласно модели Гамильтона. Результат корректен, если пространство переменных образовано координатой, импульсом и временем.

Ситуация усложняется, когда пространство переменных задано матрицами. В этом варианте «координаты» и «импульсы» есть матрицы. «Время» также задано некоторой матрицей. Оно играет роль управляющего объекта. Классическому изменению величин во времени ставится в соответствие изменение величин по отношению к матрице «времени».

Фактически, так ставится задача о динамике пары объектов по отношению к некоторому третьему объекту, влияющему на них прямо или косвенно.

Зададим производную от матрицы по матрице коммутатором. Тогда в простом случае получим такие соотношения:

$$\frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial t} = tt - tt = 0, \dot{q} = qt - tq, \dot{p} = pt - tp,$$
$$\frac{dQ(q,p,t)}{dt} = \frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial t} + (\dot{p}\dot{q} - \dot{q}\dot{p}) = (\dot{p}\dot{q} - \dot{q}\dot{p}).$$

В таком варианте задания производной имеем

$$\frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial q} = \dot{p} = pt - tp, \frac{\partial Q(q,p,t)}{\partial p} = -\dot{q} = -(qt - tq).$$

Изменение функции отношений в системе из трёх объектов в данном случае имеет такую структуру: она не зависит явно от третьего объекта, её изменение задаётся на основе производных по первому и второму объекту.

Заметим, что аналогично можно анализировать динамику другой пары по отношению к управляющему объекту.

Фактически, мы рассматриваем систему, состоящую из трёх объектов a, b, c. Они представлены другими символами:

$$a, b, c \Leftrightarrow q, p, t.$$

По этой причине можно рассмотреть модель

$$\hat{a}b = a\hat{b} + G(a,b,c),$$
$$G(a,b,c) = \hat{a}b - a\hat{b}.$$

Значок «крышка» есть аналог времени, роль которого отдана третьей матрице c.

Динамические уравнения, аналогичные уравнениям механики, имеют вид

$$\frac{\partial Q(a,b,c)}{\partial a} = \hat{b} = bc - cb, \frac{\partial Q(a,b,c)}{\partial b} = -\hat{a} = -(ac - ca).$$

Принимая принцип трансфинитности, мы вправе менять рассматриваемые законы в соответствии с дополнительными требованиями или допущениями. В частности, эти изменения могут задаваться логическими операциями.

Динамика материальных тел представила заготовку в форме совокупности трех величин и функции, от которых она зависит. Она допускает алгебраическое обобщение, которое позволяет сконструировать модели *алгебраической динамики*. Речь идёт о рассмотрении совокупности объектов (элементов) одного или разных типов, согласованных между собой. Их согласование подчинено законам управления по каждому объекту. Задача состоит в том, чтобы исследовать совокупность законов такой динамики.

Рассмотрим первый элемент модели алгебраической динамики в форме производной от функции $G(a,b,c)$, характеризующей систему, по элементу системы c, принятому в качестве управляющего элемента. Тогда, приняв формализм числового дифференцирования, получим «заготовку» элемента динамики:

$$\frac{dG(a,b,c)}{dc}=\frac{\partial G(a,b,c)}{\partial c}+\frac{\partial G(a,b,c)}{\partial a}\frac{da}{dc}+\frac{\partial G(a,b,c)}{\partial b}\frac{db}{dc}.$$

Формально введем теперь операции алгебраического дифференцирования, полагая, что

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G(a,b,c)}{\partial c}&=G(a,b,c)c+cG(a,b,c),\\
\frac{\partial G(a,b,c)}{\partial a}&=G(a,b,c)a+aG(a,b,c),\\
\frac{\partial G(a,b,c)}{\partial b}&=G(a,b,c)b+bG(a,b,c),
\end{aligned}$$

$$\hat{a}=\frac{da}{dc}=ac-ca,\hat{b}=\frac{db}{dc}=bc-ca.$$

Мы имеем теперь расчётную модель для анализа изменения свойств системы, заданной определённой алгебраической «силовой» функцией, управляемой конкретным элементом этой же системы.

Функции свойств могут быть разными. Мы указали ранее один такой вариант. Ситуация усложняется, если усложняется функция свойств. Пусть

$$G(a,b,c)=f(a,b,c)\left(\hat{a}b-a\hat{b}\right)=ab\left(\hat{a}b-a\hat{b}\right).$$

Тогда

$$\frac{dG}{dc}=\left(\frac{\partial f}{\partial c}+\frac{\partial f}{\partial a}\frac{da}{dc}+\frac{\partial f}{\partial b}\frac{db}{dc}\right)+f\left(\frac{\partial\left(\hat{a}b-a\hat{b}\right)}{\partial c}-\hat{b}\frac{da}{dc}+\hat{a}\frac{db}{dc}\right).$$

Выражение производной от функции свойств системы через анализируемые матрицы имеет такую структуру:

$$\begin{aligned}
&\frac{dG}{dc}=(ab)c+c(ab)+b(ac-ca)+a(bc-cb)+\\
&+ab\left(\left(\hat{a}b-a\hat{b}\right)c+c\left(\hat{a}b-a\hat{b}\right)\right)-ab\hat{b}(ac-ca)+ab\hat{a}(bc-cb)=\\
&=(ab)c+c(ab)+b(ac-ca)+a(bc-cb)+\\
&+ab\left(\left((ac-ca)b-a(bc-cb)\right)c+c\left((ac-ca)b-a(bc-cb)\right)\right)-\\
&-ab(bc-cb)(ac-ca)+ab(ac-ca)(bc-cb).
\end{aligned}$$

Оно зависит от произведения трех, пяти и шести матриц. Производная имеет квадратичную зависимость от каждой из анализируемых матриц. Понятно, что изменения могут быть самые разные, равно как и свойства функций состояния.

На данной основе можно сконструировать уравнения алгебраической динамики, ассоциированные с известными физическими уравнениями. Для этого требуется ввести некий базис алгебраического пространства, например, в четырехмерной форме. Естественно обозначить его матрицы буквами греческого алфавита в честь греков, которые со всех сторон пытались обосновать значение математики для практики. Пусть этот базис есть

$$(\alpha, \beta, \gamma, \delta).$$

Пусть от него зависят алгебраические функции состояния

$$\varphi\left(\varphi_\alpha, \varphi_\beta, \varphi_\gamma, \varphi_\delta\right), \bar{\varphi}\left(\bar{\varphi}_\alpha, \bar{\varphi}_\beta, \bar{\varphi}_\gamma, \bar{\varphi}_\delta\right).$$

Их можно рассматривать также как алгебраические конструкции над полем комплексных чисел или над телом кватернионов и т.д. Матрицы исходной физической модели могут остаться неизменными, но могут быть как-то деформированы. Производные от функций могут быть заданы по указанному алгоритму построения коммутатора.

Например,

$$\frac{\partial \varphi_\xi}{\partial \eta} = \varphi_\xi \cdot \eta - \eta \varphi_\xi.$$

Однако допускаются, следуя принципу трансфинитности, другие возможности.

Суть дела в том, что по известной модели конструируется ее алгебраический «двойник». Мы получаем систему уравнений алгебраической динамики, ассоциированной по конкретному алгоритму с динамикой физических объектов и явлений.

Уравнения Фарадея-Ампера для электромагнитных полей имеют матричный вид

$$a^i \partial_i \theta + b^i \partial_i \bar{\theta} = 0.$$

Ассоциированные с ними уравнения алгебраической динамики таковы

$$a^\alpha \partial_\alpha \varphi + b^\beta \partial_\beta \bar{\varphi} = a^{\alpha(i)}\left(\varphi^i \alpha(i) - \alpha(i)\varphi^i\right) + b^{\beta(i)}\left(\bar{\varphi}^i \beta(i) - \beta(i)\bar{\varphi}^i\right) = 0.$$

Компоненты функции состояния согласованы друг с другом. Дифференциальное уравнение сведено к алгебраическому уравнению.

Заметим, что уравнения алгебраической динамики дают спектр решений. Он зависит от выбора операций умножения. В разных условиях это произведение может быть разным. Так в теорию вводится дополнительная степень свободы: *динамика операций*. Динамику операций естественно подчинить логике, согласованной со свойствами исследуемых объектов и явлений. Изменение операций или операции можно рассматривать как изменение программы поведения объекта. Это может быть аналог физического полимера. Программа представляет собой матрицу $(4,2)$ -программирования вида

$$\begin{pmatrix} a^{11} & a^{12} & a^{13} & a^{10} \\ a^{21} & a^{22} & a^{23} & a^{20} \\ a^{31} & a^{32} & a^{33} & a^{30} \\ a^{01} & a^{02} & a^{03} & a^{00} \end{pmatrix}, a^{ij} = a(i)\overset{i}{\times} + \left(1 - a(i)\overset{j}{\times}\right).$$

Каждому элементу из 4 операций ставится в соответствие пара операций, расположенных в определенном порядке. Операции имеют весовые множители. В зависимости от того, какой элемент матрицы применяется, а также в зависимости от того, каковы весовые множители, будет меняться операция в уравнениях алгебраической динамики.

Матрицы одной, двух, трех операций выглядят так:

$$a, \begin{pmatrix} a^{11} & a^{12} \\ a^{21} & a^{22} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a^{11} & a^{12} & a^{13} \\ a^{21} & a^{22} & a^{23} \\ a^{31} & a^{32} & a^{33} \end{pmatrix}.$$

Тип операции задается индексами $(1,1),(2,2),(3,2)$. Понятно, что возможно согласованное применение системы операций вместо одной операции, подчиненное динамике весовых функций. Уравнения для весовых функций требуется рассчитывать отдельно.

Обычные физические теории подчинены требованию, что матрица программирования операций задается «скаляром»: есть только одна операция произведения и эта операция имеет *тривиальный по умножению весовой множитель*. Это замечание важно потому, что структура весовых множителей для разных умножений может быть разная. Так учтена в математике, если посмотреть внимательно, идея единства реальности: реальность подчиняется одной системе операций. Нахождение новых операций и их практическая полезность ведет к новой идее: реальность едина в подчинении полной системе операций. Задача, естественно, состоит в том, чтобы найти *полную систему операций* и научиться корректно и практически полезно пользоваться ею. Подсказывает эту возможность группа заполнения физических моделей, на основе которой в 16-мерном пространстве можно записать любую физическую модель матричного типа.

В общем случае система операций объединяется на величине, которая их связывает. Если каждая пара операций соотносится с компонентами тензора второго ранга, динамика операций задается тензором ранга 4. Имеем связь

$$a^{ij} = R^{ij}_{kl} a^{kl}_0 .$$

Естественно ввести пространство операций, определить в нем кривизну, кручение, связность и т.п. величины, рассматривая в качестве анализируемой величины не только тензор операций, но и тензоры управления операциями.

Другими словами, дополнительно к тензору операций следует ввести *тензор управления операциями* σ_{ij} со своим пространством. Пространства операций и пространства управления операциями согласованы аналогично тому, как тензор, задающий физические величины, согласован с пространством-временем и его тензорами.

Конечно, представляет интерес задача согласования тензора управления операциями с тензорами, посредством которых описывается динамика исследуемых физических объектов. Не исключено, что есть общие правила, которым подчинена такая непростая связь. Она должна быть как-то согласована с единой алгеброй.

На данном этапе исследования требуется ввести тензор операций в уравнения физической модели. После этого уравнения нужно дополнить элементами управления операциями. Такие модели интересны с той точки зрения, что на основе динамики операций кажется естественным описывать изменения физических объектов и их свойств при фазовых превращениях. В частности, модель жидкости, соединенная с системой динамических операций, может быть пригодна для описания не только жидкого, но и газообразного, и твёрдого состояний. Более того, меняя систему операций, можно описывать разные типы движений: ламинарное, турбулентное, смешанное. Поскольку тензор управления операциями имеет не только глобальные, но и локальные свойства, ситуации могут сочетать в себе глобальное и локальное управление с разными весами и динамическими законами. Но именно такие ситуации присущи социальным задачам: поведение отдельного объекта подчинено глобальному и локальному управлению. У них есть свои механизмы, алгоритмы, границы, законы. У них различны также итоги.

Динамика операций в законах реальности становится актуальным предметом исследования. К начальному частному анализу требуется добавить детальный общий анализ. Речь идет не только о решении задач естествознания (физика, химия, биология…), но и о решении социальных и экономических задач. Для этого требуется новый математический аппарат. В частности, следует найти полные системы математических операций для разных разделов науки. Не исключен вариант, что для разных научных направлений потребуются разные операции и пространства управления операциями. Однако в чем-то будет единство, так как физическая Реальность едина.

Для введения системы операций в физическую модель нужно расширить обозначения такой системы вместе с совокупностью возможных дополнительных сторон и качеств. Примем вариант обозначения, при котором количество согласованных между собой операций задаётся количеством символов, соответствующих данной системе. У одной операции будет один индекс. Если в расчетной модели применяются две операции, она получает два индекса. В зависимости от того, какая операция применяется первой, будет меняться расположение индексов. Если операции образуют согласованную систему из трех операций, обозначим их тремя индексами. Обозначим систему операций символом в форме зеркально расположенных русских букв С. Пусть

$$\left\langle a^{i,j} \right\rangle$$

будет таким символом, отображающим пару операций. Это 2-операция, в которой $i-$ операция применяется первой. Фактически мы имеем дело в этом случае с 2-операцией, которая есть элемент линейного пространства операций с базисом, состоящим из 1-операций a_i, a_j. По этой причине мы вправе задать 2-операцию выражением

$$\left\langle a^{i,j} \right\rangle = \alpha \left\langle a^{i} \right\rangle + \beta \left\langle a^{j} \right\rangle.$$

В общем случае множители α, β могут быть произвольными. В частности, возможен вариант, когда обе операции применяются частично

$$\beta = 1 - \alpha .$$

Поскольку эти коэффициенты могут зависеть от физических переменных, в частности, от координат и времени, их можно выразить разными средствами. Укажу несколько вариантов:

$$\alpha \to \left(a, a\alpha^{ij}\beta_{ij}, f^{i} g_{ij} h^{k}, \ldots \right).$$

Примем во внимание то обстоятельство, что величины и операции в реальной ситуации, в том числе в технических устройствах, могут передаваться с искажениями и деформациями. По этой причине естественно ввести три фактора управления операциями:

а) фактор приема информации f^{i},

б) фактор динамической коррекции информации g_{ij},

в) фактор передачи информации h^{k}.

Соответственно получим математическое представление корректирующей операции

$$\left\langle f^i g_{ij}\left(a^i\right)h^k\right\rangle_p$$

Когда таких операций несколько, модель обогащается как системой операций, так и возможностями учёта их динамики. Понятно, что речь идет о любых операциях. Это может быть, в частности, активное суммирование.

Конструирование операций становится актуальной задачей не только математики. Этот подход может стать центральным звеном развития теории взаимодействия.

Заметим, что система операций может учитывать иерархическую структуру управления. В этом случае рассматриваются операции, зависящие от связей и динамики разных систем с тем или иным соотношением в реализации их влияний.

Система операций имеет структуру «деревьев». Есть базовые операции, затем есть их линейные или нелинейные структуры, затем проводится учет дополнительных элементов приема и передачи информации. Это замечание представим спектром величин.

Например, есть такая схема представления операций:

……………………………………

$$\left\langle f^i g_{ij}(\alpha\left\langle a^i\right\rangle+\beta\left\langle a^j\right\rangle)h^k\right\rangle_p$$

$$\left\langle f^i g_{ij}\left(a^i\right)h^k\right\rangle_p$$

$$\left\langle a^{i,j}\right\rangle=\alpha\left\langle a^i\right\rangle+\beta\left\langle a^j\right\rangle.$$

$$\left\langle a^{i,j}\right\rangle$$

$$a^i$$

$$a$$

На начальном уровне находится отдельная операция. Затем записана система свободных операций. Далее проводится согласование операций между собой с целью учета дополнительных свойств, относящихся к структуре и динамике исследуемых изделий. Еще выше указаны факторы приема, динамики, передачи информации для системы несогласованных операций. Далее эти же факторы учитываются при условии согласования операций между собой.

Аналогично можно рассматривать величины: отдельные величины, система величин без связей, система величин со связями и т.д.

$$u^k\frac{\partial u^i}{\partial x^k}=f^i, a^k\frac{\partial\psi}{\partial x^k}+b^k\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x^k}=\Phi,...$$

$$\frac{\partial H}{\partial q}=-\dot{p},\frac{\partial H}{\partial p}=\dot{q},$$

$$\frac{dH}{dt}=\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial H}{\partial q}\frac{dq}{dt}+\frac{\partial H}{\partial p}\frac{dp}{dt}=\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial H}{\partial q}\dot{q}+\frac{\partial H}{\partial p}\dot{p},$$

$$m\frac{d\vec{u}}{dt}-\vec{F}=0,$$

$$\vec{p}=m\vec{u},\frac{1}{2}mu^2,\vec{F}=e(\vec{E}+\left[\frac{\vec{u}}{c},\vec{B}\right],$$

$$\vec{u}=\vec{i}u_x+\vec{j}u_y+\vec{k}u_z=\frac{d\vec{r}}{dt},$$

$$m,q...t,s,h...,$$

Развитие теории и практики идет от «простых» величин и операций к более сложным, посредством которых можно учесть как фундаментальные свойства объектов и явлений, так и систему частных условий и деталей. Масса, электрический заряд рассматриваются как свойства реальности, проявляющиеся без видимых изменений. Скорости, размеры, ускорения непосредственно ощущаются в визуальной практике. Скрыто время, скрыта отрицательная масса. Скрыты формы и сущность объектов и явлений. Они частично «приоткрываются» а рамках алгоритма расчета и средств эксперимента. Во всех случаях, всегда и везде задачи решаются в пределах алгебры.

«Деревья» величин, согласованные с «деревьями» операций соответствуют форме и сущность любой расчетной модели.

Уже на начальной стадии анализа таких согласований обнаруживаются их фундаментальные стороны и свойства. Их удобно представить в форме условий равновесия. Легко обнаруживаются пары таких условий. Они базируются на согласовании операций умножения и операций суммирования. На паре объектов имеем пару согласований. Они обычно записываются в форме коммутатора и антикоммутатора согласно определениям

$$[a,b]=ab-ba=-[b,a],\{a,b\}=ab+ba=\{b,a\},$$
$$[a,b]+[b,a]=0,\{a,b\}-\{b,a\}=0.$$

Мы имеем две пары алгебраических условий равновесия на паре элементов. В них объединены пары аддитивных операций. Условия равновесия допускаю разные операции произведения, ассоциированные с анализируемыми величинами. Эта форма согласований дублируется на тройке величин. Получим, соответственно, независимо от присоединения третьего элемента слева или справа, законы

$$[a,[b,c]]+[a,[c,b]]=0=[[a,b],c]+[[b,a],c],$$
$$\{a,\{b,c\}\}-\{a,\{c,b\}\}=0=\{\{a,b\},c\}-\{\{b,a\},c\}.$$

Равновесие в форме суммы или разности двух выражений (в данном случае) фундаментально различает сами выражения. Более того, оно указывает на потребность соединения в одном выражении пары противоположных аддитивных операций.

Система из трёх объектов получает новые свойства в рамках системы операций. Так, для коммутатора, записанного на числах, выполняется условие

$$[a,[b,c]]+[b,[c,a]]+[c,[a,b]]=0.$$

Оно выполняется на матрицах в классе ассоциативных произведений, когда $a(bc)=(ab)c.$ Оно выполняется на величинах, представленных частными производными от функций по координатам и импульсам в модели произведения Пуассона

$$(f,\varphi)=\frac{\partial f}{\partial q}\frac{\partial \varphi}{\partial p}-\frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial \varphi}{\partial q}.$$

Тогда

$$((f,h),p)+((h,p),f)+((p,f),h)=0.$$

Во всех указанных случаях, так или иначе, физические условия, следующие из практики, имеют математическое выражение в форме простых или сложных условий равновесия. Нахождение и анализ различных условий равновесия можно отнести к разряду фундаментальных задач не только физики и математики, но и любого раздела науки. Понятно, что ещё более важно найти условия, когда равновесия нет, а также провести анализ путей и алгоритмов достижения равновесия. Понятно, что равновесие не означает безжизненности.

На тройке элементов возможно объединение разных операций произведения. В частности, для векторов выполняется условие

$$\left(\vec{a}\left[\vec{b}\vec{c}\right]\right)-\left(\left[\vec{a}\vec{b}\right]\vec{c}\right)=0.$$

В нём круглые скобки соответствуют скалярному, а квадратные скобки соответствуют коммутативному (стандартному) векторному произведению векторов. «Компенсация» реализуется при перестановке скобок. Заметим, что антикоммутативное (без знаков минус) векторное произведение имеет аналогичные свойства. Для других величин и произведений это условие не выполняется.

Если многообразие неассоциативно, для величин нужно вводить в алгебраический закон равновесия ассоциаторы. Для матриц и других величин можно применять пару законов, аналогичных указанному выше, на коммутаторах и антикоммутаторах, меняя знак при внутренней перемене скобок. Имеет место закон

$$\left\{x,\left[y,z\right]\right\}-\left\{\left[x,y\right],z\right\}+\left[x,\left\{y,z\right\}\right]-\left[\left\{x,y\right\},z\right]+2\left(x,y,z\right)+2\left(z,y,x\right)=0.$$

Он выглядит проще, когда множество ассоциативно. Тогда ассоциаторы равны нулю.

Ранее была принята базовая гипотеза, что Сознание и Чувства «ближе» к неассоциативности, а физическое Тело «ближе» к ассоциативности. Указанный выше алгебраический закон не разделяет данные слагаемые единого объекта. Он выполняется и для ассоциативных, и для неассоциативных многообразий. Более того, он допускает систему произведений. Следовательно, данный закон «разрешает» спектр расчетных моделей, если каждой такой модели поставлено в соответствие «своё» произведение.

На данной стадии анализа мы вправе ввести на многообразии величин не только систему операций. Каждой операции можно поставить в соответствие «свои» условия, при которых она реализуется. Речь идет о расчетных моделях, *в которых математические операции согласованы с физическими условиями.*

Пара алгебр, порождающих одну группу

Известно, что все фундаментальные уравнения физики можно записать на основе одной группы, которая названа группой заполнения физических моделей. Свойства её групповой алгебры «близки» к свойствам алгебры Клиффорда, базис которой состоит из 4 антикоммутативных матриц, удовлетворяющих свойству

$$\gamma_i\gamma_j+\gamma_j\gamma_i=2\delta_{ij}E.$$

На этих матрицах Дирак сконструировал полевую модель электрона, которая подтверждена экспериментально. Она индуцировала открытие позитрона как античастицы для электрона.

Группа заполнения содержит не только антикоммутативные матрицы. Большинство ее матриц коммутативно. По этой причине естественно попытаться найти алгебру с коммутативным базисом, состоящим из 4 элементов. Примем дополнительное условие: алгебра должна «породить» группу заполнения физических моделей.

Базис алгебры Клиффорда в форме 4 антикоммутативных матриц, модифицированных для конструирования группы заполнения, таков:

$$\gamma_1 = b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_2 = e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_3 = f_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_4 = c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Здесь три матрицы симметричны, одна матрица антисимметрична. Последовательные матричные произведения этих матриц и матриц произведений порождают всю совокупность матриц группы заполнения. Так, получим, например, из базового множества, стоящего в первой строке, множество вида

$$b_2, e_2, f_1, c_2,$$
$$b_2 e_2 = c_3 = -e_2 b_2, e_2 f_1 = a_3 = -f_1 e_2, f_1 c_2 = a_1 = -c_2 f_1, c_2 b_2 = f_2 = -c_2 b_2,$$
$$c_3 a_3 = e_3 = -a_3 c_3, a_3 a_1 = -a_2 = -a_1 a_3,$$
$$e_3 a_2 = b_1 = a_2 e_3.$$

Представим эту совокупность матриц графически в форме «пирамиды». Получим рисунок

			b_1			
		e_3		$-a_2$		
	c_3		a_3		a_1	
b_2	$\leftrightarrow$	e_2	$\leftrightarrow$	f_1	$\leftrightarrow$	c_2
			f_2			

.

Аналогично представим в форме замкнутого цикла базовые антикоммутативные матрицы:

c_2	$\rightarrow$	b_2
$\uparrow$		$\downarrow$
f_1	$\leftarrow$	e_2

.

Поскольку матрицы следуют друг за другом, их удобно обозначить индексами. Тогда для произведений, ассоциированных с указанным циклом, получим алгебраический закон вида

$$\gamma_i \gamma_{i+1} + \gamma_{i+1} \gamma_i = 0.$$

Он «похож» на закон Клиффорда, однако в нём отсутствует вариант произведения элементов «по диагонали» в таблице цикла. Кроме этого, отсутствует произведение одинаковых элементов.

Базис алгебры Клиффорда в форме 4 коммутативных матриц, модифицированных для конструирования группы заполнения, таков:

$$\sigma_1 = b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = f_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_4 = a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Две матрицы антисимметричны, две матрицы симметричны. Последовательные матричные произведения этих матриц и матриц произведений порождают всю совокупность матриц группы заполнения. Так, получим, например, из базового множества, стоящего в первой строке, множество вида

$$b_2, f_3, e_3, a_2,$$
$$b_2 f_3 = -a_1 = f_3 b_2, f_3 e_3 = c_2 = e_3 f_3, e_3 a_2 = b_1 = a_2 e_3, a_2 b_2 = -c_1 = b_2 a_2,$$
$$b_2 f_3 = -a_1 = f_3 b_2, c_2 b_1 = e_1 = -b_1 c_2,$$
$$f_1 e_1 = -c_3 = e_1 f_1.$$

Представим эту совокупность матриц графически в форме «пирамиды». Получим рисунок

			$-c_3$			
		f_1		e_1		
	$-a_1$		c_2		b_1	
b_2	$\leftrightarrow$	f_3	$\leftrightarrow$	e_3	$\leftrightarrow$	a_2
			$-c_1$			

.

Аналогично представим в форме замкнутого цикла базовые коммутативные матрицы:

a_2	$\rightarrow$	b_2
$\uparrow$		$\downarrow$
e_3	$\leftarrow$	f_3

.

Поскольку матрицы следуют друг за другом, их удобно обозначить индексами. Тогда для произведений, ассоциированных с указанным циклом, получим алгебраический закон вида

$$\sigma_i \sigma_{i+1} - \sigma_{i+1} \sigma_i = 0.$$

Он не «похож» на закон Клиффорда, так как вместо суммы применяется разность произведений. В нём, аналогично модели антикоммутативного базиса, отсутствуют произведения элементов «по диагонали» в таблице цикла, а также отсутствует произведение одинаковых элементов.

Следовательно, есть пара алгебр, аналогичных алгебрам Клиффорда и Грассмана, Йордана и Ли. Группа заполнения физических моделей «стоит на двух ногах». Есть коммутативный базис алгебры, состоящий из 4 матриц. Есть антикоммутативный базис алгебры, состоящий из 4 матриц. Это «равноправие» творчества представляется естественным, так как группа заполнения содержит как коммутирующие матрицы, так и антикоммутирующие матрицы.

Единство алгебр в их единой математической форме, а также в алгоритме конструирования элементов группы на основе взаимных произведений.

Однако не все базисы имеют одинаковые свойства. Есть базисы, для которых данный алгоритм нужно расширить. Рассмотрим, например, модифицированный базис Дирака в форме 4 антикоммутативных матриц, модифицированных для конструирования группы заполнения:

$$\gamma_1 = b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_2 = b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_3 = f_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_4 = c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Здесь две матрицы симметричны, две матрицы антисимметричны. Последовательные матричные произведения этих матриц и матриц произведений порождают всю совокупность матриц группы заполнения при дополнительном условии.

Так, получим, например, из базового множества, стоящего в первой строке, множество вида

$$b_2, b_1, f_1, c_2,$$
$$b_2 b_1 = -b_3 = b_1 b_2, b_1 f_1 = -c_1 = -f_1 b_1, f_1 c_2 = a_1 = -c_2 f_1, c_2 b_2 = f_2 = -c_2 b_2,$$
$$b_3 c_1 = e_3 = c_1 b_3, c_1 a_1 = e_1 = -a_1 c_1,$$
$$e_3 e_1 = e_2 = e_1 e_3.$$

Эти произведения не образуют системы, достаточной для образования группы заполнения. Её нужно дополнить, например, произведением $b_1 f_2 = -a_3 = f_2 b_1$.

Представим эту совокупность матриц графически в форме «пирамиды». Получим рисунок

			e_2			
		$-e_3$		$-e_1$		
	$-b_3$		$-c_1$		a_1	
b_2	$\leftrightarrow$	b_1	$\leftrightarrow$	f_1	$\leftrightarrow$	c_2
			f_2			

.

Аналогично представим в форме замкнутого цикла базовые антикоммутативные матрицы:

c_2	$\rightarrow$	b_2
$\uparrow$		$\downarrow$
f_1	$\leftarrow$	b_1

.

Поскольку матрицы следуют друг за другом, их удобно обозначить индексами. Тогда для произведений, ассоциированных с указанным циклом, получим алгебраический закон вида

$$\gamma_i \gamma_{i+1} + \gamma_{i+1} \gamma_i = 0.$$

Он «похож» на закон Клиффорда, однако в нём отсутствует вариант произведения элементов «по диагонали» в таблице цикла. Кроме этого, отсутствует произведение одинаковых элементов.

Расположим два анализируемых базиса в форме двух «опор», соединенных на элементе b_2. Получим рисунок, иллюстрирующий совокупность свойств:

$\langle\sigma_i\rangle$		a_2						e_2		$\langle\gamma_i\rangle$
	$\nearrow$		$\searrow$				$\nearrow$		$\searrow$	
e_3		$(-)$		b_2	$\equiv$	b_2		$(+)$		f_1
	$\nwarrow$		$\swarrow$				$\nwarrow$		$\swarrow$	
		f_3						c_2		

,

$$\sigma_i\sigma_{i+1}-\sigma_{i+1}\sigma_i=0, \qquad \gamma_i\gamma_{i+1}+\gamma_{i+1}\gamma_i=0,$$

$$\left(\sigma_i\sigma_j\right)\sigma_k+\sigma_k\left(\sigma_j\sigma_i\right)=0, \quad \left(\gamma_i\gamma_j\right)\gamma_k-\gamma_k\left(\gamma_j\gamma_i\right)=0.$$

На рисунке показано, что матрицы обоих базисов подчинены *дополнительным законам*.

Из анализа группы заполнения физических моделей следуют 6 типов алгебр с коммутирующими переменными. Они таковы:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline b_2 & \leftrightarrow & e_1 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline a_2 & \leftrightarrow & f_1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline a_3 & \leftrightarrow & e_1 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline b_3 & \leftrightarrow & f_1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline a_1 & \leftrightarrow & e_2 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline b_1 & \leftrightarrow & f_2 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline b_3 & \leftrightarrow & e_2 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline a_3 & \leftrightarrow & f_2 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline b_1 & \leftrightarrow & e_3 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline a_1 & \leftrightarrow & f_3 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|}\hline a_2 & \leftrightarrow & e_3 \\ \hline \updownarrow & & \updownarrow \\ \hline b_2 & \leftrightarrow & f_3 \\ \hline \end{array}.$$

Их можно применять в теории типа Дирака для электрона. Поскольку базис коммутативный, мы получим либо новые частицы, либо новые свойства известных частиц.

Прямой проверкой доказано, что базисы анализируемых алгебр, состоящие из 4 элементов, независимо от того, коммутативны или некоммутативны элементы базиса, подчинены на матричном произведении единому циклическому уравнению

$$\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l+\xi_j\xi_k\xi_l\xi_i+\xi_k\xi_l\xi_i\xi_j+\xi_l\xi_i\xi_j\xi_k=0.$$

На коммутативных базисах выполняется более простое условие вида

$$(\xi_i\xi_j)(\xi_k\xi_l)+(\xi_j\xi_k)(\xi_l\xi_i)+(\xi_k\xi_l)(\xi_i\xi_j)+(\xi_l\xi_i)(\xi_j\xi_k)=0.$$

На комбинаторной операции для матриц $\overset{k}{\times}$ может быть выполнено одно из указанных уравнений. Однако дополнительно индуцируется уравнение с переменой знака

$$\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l-\xi_j\xi_k\xi_l\xi_i+\xi_k\xi_l\xi_i\xi_j-\xi_l\xi_i\xi_j\xi_k=0.$$

В частности, на комбинаторной операции $\overset{k}{\times}$ выполняется условие

$$f_1b_1c_3b_2+b_1c_3b_2f_1+c_3b_2f_1b_1+b_2f_1b_1c_3=0.$$

Другими словами, первичный закон для 4 элементов, подчиненных матричной операции, един для коммутативных и антикоммутативных базисов. Комбинаторная операция «расщепляет» один закон на пару законов, принимая во внимание не только плюсы перед произведениями 4 элементов, но и минусы.

Анализ 4 любых элементов показал, что полученные уравнения следует дополнить этими же уравнениями, «читаемыми» в обратном порядке

$$\xi_k\xi_j\xi_i\xi_l + \xi_j\xi_i\xi_l\xi_k + \xi_i\xi_l\xi_k\xi_j + \xi_l\xi_k\xi_j\xi_i,$$
$$\xi_k\xi_j\xi_i\xi_l - \xi_j\xi_i\xi_l\xi_k + \xi_i\xi_l\xi_k\xi_j - \xi_l\xi_k\xi_j\xi_i.$$

Тогда выполняются более общие уравнения. Например,

$$\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l + \xi_j\xi_k\xi_l\xi_i + \xi_k\xi_l\xi_i\xi_j + \xi_l\xi_i\xi_j\xi_k = \xi_k\xi_j\xi_i\xi_l + \xi_j\xi_i\xi_l\xi_k + \xi_i\xi_l\xi_k\xi_j + \xi_l\xi_k\xi_j\xi,$$
$$\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l - \xi_j\xi_k\xi_l\xi_i + \xi_k\xi_l\xi_i\xi_j - \xi_l\xi_i\xi_j\xi_k = \xi_k\xi_j\xi_i\xi_l - \xi_j\xi_i\xi_l\xi_k + \xi_i\xi_l\xi_k\xi_j - \xi_l\xi_k\xi_j\xi.$$

В частности, получим

$$f_1b_1c_3b_2 + b_1c_3b_2 f_1 + c_3b_2 f_1b_1 + b_2 f_1b_1c_3 = c_3b_1 f_1b_2 + b_1 f_1b_2c_3 + f_1b_2c_3b_1 + b_2c_3b_1 f_1 = 2 f_2.$$

Алгебра Грассмана как генератор операций и функций

Изменение величин и операций есть душа и дух алгебры. Математический анализ и физический эксперимент постоянно расширяют и углубляют наше понимание и применение величин и операций. Покажем, что дополнительно алгебру можно рассматривать как генератор функций.

Например, будем интерпретировать любые две невырожденные матрицы как базис 2-мерной алгебры Грассмана. Для этого достаточно заменить стандартное матричное произведение на его алгебраический вариант с применением произвольного произведения матриц. Так, пусть исходные элементы дополнены парой операций и определением произведения, ассоциированного с ними, в форме

$$a,b \Rightarrow \xi_1\left(a,\overset{s}{\times},-\right),\xi_2\left(b,\overset{s}{\times},-\right) \Rightarrow \xi_1 * \xi_2 = a\overset{s}{\times}b - b\overset{s}{\times}a.$$

Произведения заданы с точностью до произвольного ненулевого множителя. Тогда выполняются стандартные условия, характеризующие алгебру Грассмана

$$\xi_1 * \xi_2 - \xi_2 * \xi_1 = 0,$$

$$\xi_1 * \xi_1 = 0, \quad \xi_2 * \xi_2 = 0.$$

Эта алгебра едина в том смысле, что она не зависит от выбора ассоциированного произведения, которое обобщает матричное произведение. Заметим, что этот вариант возможен на матрицах, коммутативных на матричном произведении. Другими словами, некоммутативность согласуется с коммутативностью в предложенной алгебре Грассмана для матриц. Однако в настоящее время непонятно, какое практическое значение может иметь эта модель.

Анализируемые алгебры можно считать обобщением алгебры Клиффорда, потому что квадраты матриц могут быть не равны единичной матрице. На первый взгляд это несущественно, так как «нормировкой» можно сделать их единичными. Однако такой шаг требует, обычно, реализации перехода к полю комплексных чисел. Физические измерения проводятся в многообразии действительных чисел, поэтому такая нормировка ничего не даёт для физики. В то же время, за различием значений квадратов матриц может «стоять» физический аспект проблемы. Например, различие матриц по знакам плюс и минус может свидетельствовать о наличии положительных и отрицательных «зарядов», «ориентаций» и т.п. Нормировка «прячет» различия, маскирует их.

Рассмотрим другой вариант:

$$a * b = \alpha(a,b)(a-b) = -b * a, a * a = 0, b * b = 0.$$

Так реализуется переход к многообразию с нулевой метрикой на любых величинах, дополненных аддитивной и мультипликативной операциями.

Конкретный базис 2- мерного пространства в форме пары матриц

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

соответствует алгебре Грассмана на операции

$$\xi_i * \xi_j = (\xi_i + \xi_j)(\xi_i + \xi_j) - 2\xi_i \cdot \xi_j.$$

Однако возможен другой вариант, соответствующий операции

$$\xi_i \bullet \xi_j = h(\xi_i, \xi_j)\xi_i \cdot \xi_j \cdot \xi_i (-1)^i.$$

Базис

$$\eta_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \eta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

генерирует алгебру Грассмана на операции

$$\eta_i \otimes \eta_j = \eta_i \cdot \eta_i - \eta_j.$$

Тогда

$$\eta_1 \oplus \eta_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -\eta_2 \oplus \eta_1, \eta_1 \oplus \eta_1 = \eta_2 \oplus \eta_2 = 0.$$

Следовательно, *алгебра может рассматриваться как генератор функций, ассоциированных с операциями,* введенными на многообразии величин.

Алгебраическая инвариантность многообразий и «активные» выражения

Критерий разрешимости алгебраических уравнений в радикалах был предложен Галуа. В настоящее время он базируется на группе Галуа корней исследуемого уравнения. Эта группа, следуя исходной идеологии, есть группа перестановок корней в функциях, ассоциированных с алгебраическим уравнением. Критерий разрешимости базируется на требовании инвариантности функции корней.

В настоящее время складывается впечатление, что алгебраическая инвариантность имеет много граней. Более того, есть основания ввести в практику анализа «активные» алгебраические выражения. Для иллюстрации этих замечаний конспективно коснёмся модели Галуа.

Запишем уравнения третьего порядка в форме полиномов от его корней. Тогда

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=x^3-(x_1+x_2+x_3)x^2+(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)x-x_1x_2x_3.$$

Коэффициенты уравнения (полиномы от корней) заданы функциями

$$\begin{aligned}&f_1=x_1+x_2+x_3,\\&f_2=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3,\\&f_3=x_1x_2x_3.\end{aligned}$$

Легко видеть, что они остаются неизменными при перестановках корней с одного места на другое. Эти перестановки удобно представить матрицами, полагая, что исходное положение элементов соответствует его индексу и задается единицей по диагонали матрицы. Тогда единичной матрице соответствует ситуация, когда каждый элемент стоит на своем месте. Все другие матрицы «свидетельствуют», на каком месте находится какой элемент. Получим набор

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Матрицы задают отсутствие перестановки, а также перестановки с сохранением мест, соответственно, первого, второго, третьего корня уравнения, учитывая также пару «зеркальных» перестановок. Таково, например, соответствие

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}x_1\to x_3\\x_2\to x_1\\x_3\to x_2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}f_1=x_3+x_1+x_2,\\f_2=x_3x_1+x_3x_2+x_1x_2,\\f_3=x_3x_1x_2.\end{pmatrix}.$$

Мы получили представление группы перестановок трех элементов. Так задаётся в общем виде группу Галуа для уравнения третьего порядка.

Для уравнения 4 порядка получим функции

$$\begin{aligned}&f_1=x_1+x_2+x_3+x_4,\\&f_2=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3+x_1x_4+x_2x_4+x_3x_4,\\&f_3=x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4,\\&f_4=x_1x_2x_3x_4.\end{aligned}$$

Функции инвариантны относительно симметрической группы перестановок из 4 элементов.

В частности, функции инвариантны относительно четверной группы Клейна:

$$e=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}, a=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Группа Клейна разрешима: она имеет нормальную подгруппу и абелеву факторгруппу:

$$G=(e,a,b,c), H=(e,a), {}^{G}\!/_{H}=(b,c).$$

Мы знаем, что произведения элементов этой группы не зависят от типа матричного или комбинаторного произведений. Расширение её посредством знаковой группы порождает группу заполнения физических моделей. Она достаточна для записи любых матричных уравнений, заданных в четырехмерном пространстве. Комбинаторное произведение этих матриц на себя порождает левые идеалы. Например, получим

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\ldots$$

Группа заполнения имеет систему коммутативных и антикоммутативных базисов. Анализ показал, что они согласованы с функциями, которые порождают группу Галуа. Действительно, сопоставим корням матрицы коммутативного базиса. Получим

$$\begin{aligned}
&f_1 \to x_1=b_2, x_2=f_3, x_3=e_3, x_4=a_2,\\
&f_2 \to x_1x_2=-a_1, x_1x_3=-f_1, x_2x_3=c_3, x_1x_4=-c_1, x_2x_4=e_1, x_3x_4=-b_1,\\
&f_3 \to x_1x_2x_3=-f_2, x_1x_2x_4=a_3, x_1x_3x_4=b_3, x_2x_3x_4=e_2,\\
&f_4 \to x_1x_2x_3x_4=c_2.
\end{aligned}$$

Сопоставим корням матрицы антикоммутативного базиса. Получим

$$\begin{aligned}
&f_1 \to x_1=b_1, x_2=b_2, x_3=f_1, x_4=c_2,\\
&f_2 \to x_1x_2=b_3, x_1x_3=-c_1, x_2x_3=e_3, x_1x_4=a_1, x_2x_4=e_2, x_3x_4=-e_1,\\
&f_3 \to x_1x_2x_3=a_2, x_1x_2x_4=-f_3, x_1x_3x_4=c_3, x_2x_3x_4=a_3,\\
&f_4 \to x_1x_2x_3x_4=f_2.
\end{aligned}$$

Если мы выбираем другие 4 элемента, не образующие базис, получим некоторую совокупность элементов, но не все элементы группы заполнения (с точностью до знака). Если элементы принадлежат подгруппе, произведения, естественно, также принадлежат подгруппе.

Следовательно, система алгебраических выражений может рассматриваться как *инструмент для классификации* совокупностей элементов. Разные исходные совокупности элементов будут генерировать разные наборы, которые можно сравнивать между собой.

В алгоритме Галуа указанные выражения применялись в форме критерия для получения группы, которая оставляет их неизменными.

Укажем алгоритм, на основе которого алгебраическое выражение позволяет получить *скрытые решения*.

Для этого требуется расширить модель алгебраического выражения. Будем рассматривать числа как «пассивные» величины, подчиненные своей системе математических операций. В частности, они могут быть подчинены правилам теории поля. Будем рассматривать искомые величины как «активные» величины, подчиненные своей системе операций. Указанная пара величин должна быть согласована между собой. Для этого требуется новая система операций. Меняя операции, мы получаем «активное» алгебраическое выражение. У него могут быть решения, которые назовём скрытыми решениями. Заметим, что такие решения могут быть не единственными: активное алгебраическое выражение допускает возможность спектра решений. Потребность анализа с указанными свойствами вытекает из задач описания Сознаний и Чувств физических объектов. Мы принимаем точку зрения, что объекты могут по-разному относиться к одной и той же информации, а также по-разному реагировать на неё. По этой причине одна и та же система уравнений будет давать разные результаты в зависимости от того, как получена и проанализирована информация. Более того, поскольку Сознанию и Чувствам мы склонны приписывать неассоциативность, операции также могут быть неассоциативными.

Дополнительно может нарушаться дистрибутивность.

Рассмотрим решение уравнения, которое, как известно, неразрешимо в радикалах

$$x^5 - 4x - 2 = 0.$$

Пусть числа рассматриваются как пассивные величины, подчиненные аксиомам поля. Пусть искомые величины, названные активными величинами, есть некоторые матрицы, подчиненные стандартной комбинаторной операции. Пусть она выполняется до «взаимодействия» с числами. Пусть произведение пассивных чисел и активных чисел есть произведение чисел на «след» матрицы, полученной после системы комбинаторных произведений. Примем предположение, что возможно простое решение вида

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим

$$x^2 = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^3 = \begin{pmatrix} 1+\alpha^2 & 2\alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^4 = \begin{pmatrix} 1+3\alpha^2 & \alpha^3+3\alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, x^3 = \begin{pmatrix} 1+6\alpha^2+\alpha^4 & 4\alpha\left(1+\alpha^2\right) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

После умножения активных и пассивных величин согласно указанному правилу получим биквадратное уравнение

$$\alpha^4 + 6\alpha^2 - 5 = 0 \to \left(y = \alpha^2\right) \to y^2 + 6y - 5 = 0.$$

Его корни равны

$$y_{1,2} = -3 \pm \sqrt{14}.$$

Следовательно, «заготовка» пассивного алгебраического выражения, неразрешимого в радикалах, индуцирует решения при активизации этого выражения. Ничего необычного или неожиданного здесь нет. Эта ситуация понятна. Непривычны пока только средства и формы активизации алгебраических выражений. Наличие же спектра решений может только порадовать практика. Ведь естественно предположить, что активное алгебраическое выражение «ближе» к реальному эксперименту и практике, чем пассивное алгебраическое выражение.

До настоящего времени мы предпринимали удивительно упорные попытки вложения практики живой реальности в ложе пассивных выражений. Наверно, сейчас этого можно не делать. Так мы освобождаем себя от ограничений и действий, к которым мы привыкли. Рождаются и утверждаются новые привычки. Они естественно активизируют и освободят нашу практику.

С аналогичной ситуацией мы имеем дело при интерпретации полученных решений. Так, комплексные числа, которые вызывали и вызывают много фантазий и идей, становятся объектом исследования, если заменить в алгебраическом выражении числа матрицами и дополнить их системой матричных произведений. Так, например, получим

$$i^2=1\Rightarrow\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&0\\-1&0\end{pmatrix}.$$

В данном случае одни и те же матрицы задают «свои» левые единицы для пары различных произведений.

Новый алгоритм расширения физических моделей

Рассмотрим вариант активизации физических моделей. Пусть тестовым примером будут уравнения Фарадея-Ампера. Для активизации этой системы уравнений выразим матрицы, входящие в уравнения, через матрицы некоторого базиса. В частности, рассмотрим коммутативный базис

$$x_1=b_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},x_2=f_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},x_3=e_3=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},x_4=a_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix}.$$

Применим к матрицам базиса комбинаторное произведение, учитывая их выражение через матрицы базиса на основе матричного произведения:

$$x_1x_2=-a_1,x_1x_2x_4=a_3,x_3x_4=b_1,x_1x_3x_4=-b_3.$$

Получим для 4 матриц новые выражения

$$x_1\overset{k}{\times}x_2=-\tilde{a}_1=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},x_1\overset{k}{\times}x_2\overset{k}{\times}x_4=\tilde{a}_3=\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\tilde{a}_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\overset{k}{x_3 \times} x_4 = \tilde{b}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x_1 \overset{k}{\times} (x_3 \overset{k}{\times} x_4) = -\tilde{b}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Оставим без изменения единичные матрицы. Получим уравнения Фарадея-Ампера в активной форме, ассоциированной с комбинаторной операцией для коммутативного базиса. Они имеют вид

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{(-i)}{c}\partial_t\right]\begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ E_0 - iB_0 \end{pmatrix} +$$

$$+\left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{i}{c}\partial_t\right]\begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ E_0 + iB_0 \end{pmatrix} = 0.$$

Мы получили качественно новую систему уравнений. В компонентах она имеет вид

$$\begin{aligned}
&\partial_x\left(E_0 - E_y\right) + 2\partial_y E_z - \frac{1}{c}\partial_t B_x = 0,\\
&\partial_x\left(E_z + E_y\right) + 2(\partial_z - \partial_y)E_0 - \frac{1}{c}\partial_t B_y = 0,\\
&-\partial_x\left(E_0 + E_y\right) - 2\partial_y E_x - \frac{1}{c}\partial_t B_z = 0,\\
&-2\partial_x E_z - \frac{1}{c}\partial_t B_0 = 0.
\end{aligned}$$

В этой системе уравнений главную роль играют производные по первой компоненте, другие частные производные представлены меньше. Почти нулевая роль отдана производной по третьей компоненте. Такая ситуация непривычна и нетривиальна. Однако она может иметь место в некоторых анизотропных условиях, когда главную роль играют производные по времени и по одной компоненте. Например, когда этой компоненте соответствует направленное распространение объекта с изменением свойств («вылет» частицы из некоторого устройства). Новая система дополнена системой уравнений, «скрытой» в области комплексной переменной:

$$\begin{aligned}
&\partial_x\left(B_0 + B_y\right) + 2\partial_z B_0 = 0, \partial_x\left(B_0 + B_z\right) = 0,\\
&\partial_x\left(-B_0 + B_y\right) + 2\partial_z B_y = 0, \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0.
\end{aligned}$$

Данное дополнение имеет некие самостоятельные свойства и функции, роль и значение которых непонятны.

Рассмотрим некоммутативный базис

$$x_1 = b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x_2 = b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x_3 = f_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x_4 = c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Применим к матрицам базиса комбинаторное произведение, учитывая их выражение через матрицы базиса на основе матричного произведения:

$$x_1 \overset{k}{\times} x_2 = \tilde{b}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, x_3 \overset{k}{\times} x_4 = \tilde{a}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{a}_2 = \tilde{b}_3 \overset{k}{\times} x_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tilde{a}_3 = \tilde{b}_3 \overset{k}{\times} c_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Оставим без изменения единичные матрицы. Получим уравнения Фарадея-Ампера в активной форме, ассоциированной с комбинаторной операцией для некоммутативного базиса. Они имеют вид

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right] \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ E_0 - iB_0 \end{pmatrix} +$$

$$+ \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right] \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ E_0 + iB_0 \end{pmatrix} = 0.$$

Мы получили качественно новую систему уравнений. В компонентах она имеет вид

$$\partial_y E_z - \partial_z E_y - \frac{1}{c} \partial_t B_x = 0,$$

$$\partial_x \left(E_z + E_y \right) + \partial_y \left(E_y - E_0 \right) + \partial_z \left(E_z + E_0 \right) - \frac{1}{c} \partial_t B_y = 0,$$

$$-\partial_x \left(E_0 + E_x \right) - 2\partial_y E_x + \partial_z \left(E_0 - E_y \right) - \frac{1}{c} \partial_t B_z = 0,$$

$$\partial_y \left(E_y - E_0 \right) + \partial_z \left(E_0 - E_x \right) - \frac{1}{c} \partial_t B_0 = 0.$$

Новая система дополнена системой уравнений, «скрытой» в области комплексной переменной:

$$\begin{aligned}
&\partial_x B_0 = 0, \qquad \partial_x \left(B_0 - B_y\right) - \partial_z \left(B_0 + B_y\right) = 0,\\
&\partial_x \left(B_z - B_y\right) - \partial_y \left(B_0 + B_y\right) + \partial_z \left(B_0 - B_z\right) = 0,\\
&-\partial_x \left(B_x + B_y\right) + \partial_y \left(B_0 + B_y\right) + \partial_z \left(B_0 + B_z\right) = 0.
\end{aligned}$$

Эти условия необычны и требуют анализа. Скрытые связи могут быть как-то ассоциированы с проявлениями свойств физических объектов, которые мы называем Сознанием и Чувствами.

Логическая трансформация объектов

Психологи исследуют объекты, которые имеют ощущения и способны к изменениям на основе не только внешних воздействий, но и внутренних оценок и побуждений. Для математического описания явлений указанного типа желательно сконструировать модели, вмещающие в себя элементы творчества и психологической практики. Конечно, такие возможности есть. Рассмотрим, в частности, вариант самовоздействия на основе операций, учитывающих структуру изделия и алгоритмы её логической трансформации сообразно модели изделия.

Примем операцию перестановки значимых элементов на количество шагов сообразно сумме номеров, соответствующих строке и столбцу, оцениваемых по модулю числа, равного размерности рассматриваемых матриц. Конкретно алгоритм на операции, обозначенной символом $\left(\overset{*}{+}\right)$ выглядит так:

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \to \left(1+1=2, \quad 2+2=1, \quad 3+3=3\right) \to \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix} \to \left(1+3=1, \quad 2+3=2, \quad 3+3=3\right) \to \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

Легко проверить соответствия элементов пары множеств, имеющих разные свойства. Одно множество есть группа на матричной операции. Другое множество на этой операции есть полугруппа. Соответствие представим таблицей:

G	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$
$\updownarrow\left(\overset{*}{+}\right)$	$\updownarrow\left(\overset{*}{+}\right)$	$\updownarrow\left(\overset{*}{+}\right)$	$\updownarrow\left(\overset{*}{+}\right)$
P	$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

Логическое самовоздействие реализует не только взаимную трансформацию группы и полугруппы. Мы имеем модель взаимного превращения друг в друга объектов разного типа. Имеет место взаимное превращение мономиальных матриц в идеалы. Согласно интерпретации, принятой для описания тонкой материи, ему соответствует взаимное превращение электрических и гравитационных предзарядов. При моделировании явлений в психологии можно говорить о взаимном превращении мужских и женских типов.

Поскольку в физической теории используются группы, полугруппу можно рассматривать в качестве пассивной, скрытой группы, способной превратиться в неё при реализации самовоздействия. С другой стороны, группа способна на основе самовоздействия превратиться в полугруппу. Принимая софистатность математики и физики, следует найти в физической практике проявления обнаруженных математических свойств.

Указанная операция позволяет по элементам четверной группы Клейна ввести элементы смежного класса этой группы:

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$(2424)\downarrow$	$(3333)\downarrow$	$(4242)\downarrow$	$(1111)\downarrow$
$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

.

Вторая пара матриц смежного класса получается при суммировании разных матриц на данной операции. Получим

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\left(\overset{*}{+}\right)$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
(2424)	$\left(\overset{*}{+}\right)$	(3333)	$=$	(1313)

.

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\left(\overset{*}{+}\right)$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
(2424)	$\left(\overset{*}{+}\right)$	(1111)	$=$	(3131)

.

Следовательно, операция самогенерации и взаимной генерации генерирует из четверной группы Клейна элементы смежного класса. Мы получаем операционное расширение группы перестановок. В рассматриваемом случае обратной генерации на указанной операции не происходит. Изменение расположения элементов на основе суммы или наличия по модулю значимых мест меняет ситуацию. Примем модель расположения элементов в итоговой матрице по строкам, согласно полученным значениям. Так формально реализуется вариант «самовоздействия» объектов, базирующийся на алгоритме оценки ситуации и «ключа» к её изменению. В анализируемом варианте имеют место соответствия согласно таблице:

$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\left(\overset{*}{+}\right)$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}2&4&2&4\end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix}2&4&2&4\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}4&4&4&4\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\left(\overset{*}{+}\right)$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}3&3&3&3\end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}3&3&3&3\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\left(\overset{*}{+}\right)$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}3&3&3&3\end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix}3&3&3&3\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}2&2&2&2\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\left(\overset{*}{+}\right)$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix}$	$+$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\end{pmatrix}$	$=$	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\end{pmatrix}$

.

К аналогичным результатам мы приходим при указанном суммировании элементов смежного класса. Следовательно, есть операторный алгоритм преобразования матриц одного типа в матрицы другого типа. Анализируемые матрицы имеют *векторное представление* по сумме номеров значимых мест в строках и столбцах:

$$a=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},c=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix},d=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},$$

$$e=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix},f=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\1\\3\\1\end{pmatrix},g=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix},h=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\1\\3\end{pmatrix}.$$

Их свойства на новой операции «обратны» свойствам, которые имела система элементов на матричной операции. На матричной операции есть группа Клейна и её смежный класс.

На новой операции получим соотношения

$$aa = cc = 4444, bb = dd = 2222, ab = cd = 1313, bc = ad = 3131,$$
$$ee = gg = 4444, ff = hh = 2222, ef = gh = 1313, eh = fg = 3131.$$

Согласно им, теперь смежный класс генерирует себя, четверная группа Клейна генерирует смежный класс. У смежного класса есть единица и обратные элементы. В системе элементов *операция изменила «лидерство»*: элементы группы на матричной операции стали элементами смежного класса на новой операции. Одно множество генерирует две групп: группу на матричной операции и группу на операции суммирования номеров значимых мест. Операция «проявляет» группу.

Таблицы логического и матричного произведений имеют вид:

$\overset{l}{+}$	g	h	e	f
g	g	h	e	f
h	h	e	f	g
e	e	f	g	h
f	f	g	h	e

,

$\overset{m}{\times}$	e	f	g	h
e	a	b	c	d
f	d	c	b	a
g	c	d	a	b
h	b	a	d	c

.

Анализируемые матрицы имеют другое *векторное представление* при расположении «индикаторов» по номерам значимых мест в строках:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\1\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\1\\3\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix}.$$

Эти элементы на рассматриваемой операции суммирования компонент «векторов» по модулю числа, равного размерности матриц, образуют группу. Она не изоморфна предыдущей группе.

Следовательно, «векторное» представление системы матриц генерирует пару неизоморфных групп, имеет две грани, две стороны. Это обстоятельство «скрыто» на матричной операции. Аналогичное свойство было обнаружено ранее при анализе операций с числами в рамках модели проективной геометрии. Числа «ведут себя» по-разному на операции суммировании и на операции умножения.

На данной стадии анализа ясно, как можно учесть иерархию *в любой системе* исследуемых объектов. Мы вправе дополнить каждый её элемент «вектором иерархии», ассоциируя с ним «векторы», которые представляют матрицы. Тогда оценка объектов и их взаимодействий может проводиться не по внешним проявлениям объектов, например, на основе анализа их структуры, а по внутренним признакам, соответствующим его «векторному» статусу. Тогда итоги и механизмы взаимодействия объектов с присоединенным к ним «векторным» свойствам будут дополнять те свойства, которые были у них до введения этой операции.

Аналогично к элементам множество можно «прикрепить» другие величины и операторы. Так конструируется изделие, содержащее систему «рецепторов» с разными реакциями на одно и то же воздействие. При дополнении модели комбинаторикой соединения элементов и динамическими процедурами, мы приближаем формальную задачу к реальным задачам взаимодействия объектов, обладающих совокупностью свойств.

Представляет интерес задача анализа системы функций, сконструированных на «векторах» матриц.

Применим к анализируем матрицам структурную операцию, согласно которой пара матриц генерирует номера значимых элементов новой матрицы. Суммирование выполняется по модулю числа, равного размерности матриц. Получим, например, соотношения

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}.$$

«Вектор» номеров может быть материализован по-разному. Результат зависит от того, какой операции подчинено рассматриваемое множество. В частности, следуя предыдущему анализу, имеем соответствие

$$\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\ldots$$

Расчетная ситуация становится более сложной при дополнении модели элементами аддитивной неассоциативности.

Для каждой пары величин введем 4 типа аддитивных операций:

$$(+,+),(+,-),(-,-),(-,+).$$

Им соответствуют формулы сложения вида

$$x\overset{1}{\oplus}y=+x+y,\ x\overset{2}{\oplus}y=+x-y,\ x\overset{3}{\oplus}y=-x-y,\ x\overset{1}{\oplus}y=-x+y.$$

Первая операция ассоциативна, три других операции не имеют свойства ассоциативности:

$$x\overset{1}{\oplus}\left(y\overset{1}{\oplus}z\right)=x+y+z,\quad \left(x\overset{1}{\oplus}y\right)\overset{1}{\oplus}z=x+y+z,$$
$$x\overset{2}{\oplus}\left(y\overset{2}{\oplus}z\right)=x-y+z,\quad \left(x\overset{2}{\oplus}y\right)\overset{2}{\oplus}z=x-y-z,$$
$$x\overset{3}{\oplus}\left(y\overset{3}{\oplus}z\right)=-x+y+z,\quad \left(x\overset{3}{\oplus}y\right)\overset{3}{\oplus}z=x+y-z,$$
$$x\overset{4}{\oplus}\left(y\overset{4}{\oplus}z\right)=-x-y+z,\quad \left(x\overset{4}{\oplus}y\right)\overset{4}{\oplus}z=x-y+z.$$

Суммы слагаемых таковы: $\sum_{i=1}^{4}\left(a\overset{i}{\oplus}\left(b\overset{i}{\oplus}c\right)\right)_i=2z,\sum_{i=1}^{4}\left(\left(a\overset{i}{\oplus}b\right)\overset{i}{\oplus}c\right)_i=2x.$

Принимая интерпретацию плюсов и минусов как характеристику отношения объекта к предлагаемой информации, мы получаем отношение факторов ассоциативности к факторам отсутствия ассоциативности в форме закона $p=\frac{1}{3}.$ Физические уравнения дополнительно могут быть представлены в разных формах, которые зависят от выбора представления модели. Известен стандартный вариант конструирования присоединенного представления

$$gYg^{-1}=(1+tX)Y(1-tX)=Y+t(XY-YX)\dots$$
$$g_1g_2Yg_2^{-1}g_1^{-1}=T(g_1g_2)=T(g_1)T(g_2)=g_1(g_2Yg_2^{-1})g_1^{-1}.$$

Его можно дополнить вариантом, пригодным для коммутативного множества:

$$gYg=(1+tX)Y(1+tX)=Y+t(XY+YX)\dots$$
$$g_1g_2Yg_2g_1=P(g_1g_2)=P(g_1)P(g_2)=g_1(g_2Yg_2)g_1.$$

Таковы, в частности, антикоммутаторы. В первом варианте мы имеем дело с коммутатором, удовлетворяя потребности электродинамики. Во втором варианте мы имеем дело с антикоммутатором, удовлетворяя потребности гравитации. В обоих случаях для элементов рассматриваемого множества может быть выполнено условие

$$\left[a,\left[b,\left[c,d\right]\right]\right]+\left[b,\left[c,\left[d,a\right]\right]\right]+\left[c,\left[d,\left[a,b\right]\right]\right]+\left[d,\left[a,\left[b,c\right]\right]\right]=0.$$

При анализе моделей динамики явлений естественно *объединить* два типа представления в одном выражении, дополнив коммутаторы и антикоммутаторы весовыми множителями:

$$\left\langle XY\otimes YX\right\rangle_p^s=p(XY-YX)+s(XY+YX).$$

«Игры» расчета и формального анализа могут иметь разные формы и содержание. Однако физическая реальность не обязана подчиняться им. Более того, логика и творчество объективной реальности подчинены, скорее всего, более тонким и совершенным алгоритмам и приемам. Они доступны нам только частично в меру совершенства и ограниченности реализуемой практики.

Скрытые формы уравнений электродинамики

Известна запись уравнений электродинамики на основе пары кватернионов, модифицированных знаковой группой. На первый взгляд кажется, что матрицы указанного вида

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\1\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\1\\3\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix}$$

не в состоянии выполнять функцию «носителей» таких уравнений. Их матричная структура внешне совсем другая. Однако легко доказать, что «расхождение» носит формальный характер.

С одной стороны, матрицы первого и второго рядов *взаимно* переходят друг в друга при аддитивной деформации «векторов» значимых мест для элементов матриц вектором, который соответствует матрице

$$\pi=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}=\sqrt{P}.$$

Заметим, что он может быть получен из разных матриц. В частности, таковы матрицы с разными знаками на других значимых местах.

С другой стороны, матрицы «векторного» представления элементов кватернионов, имеют другую форма на другой операции:

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\2\\4\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\4\\2\\4\end{pmatrix}.$$

По этой причине уравнения электродинамики на матрицах можно записать в виде, который кажется принципиально отличающимся от привычного, стандартного вида. Явный вид уравнений зависит от того, какой операции подчинена связь матриц с дифференциалами величин, представленными в спинорной форме. Возможно применение различных операций для стандартных функций и функций, которые им сопряжены.

Внешний вид системы уравнений, если не известна операция, которая является ключом для эмпирического проявления, может существенно отличаться от стандартного вида.

Однако есть и *другая интерпретация* этой ситуации: в разных физических условиях действуют разные операции.

Одна система уравнений есть элемент многообразия систем уравнений. У многообразия может быть сложная математическая и логическая структура. Например, это есть многообразие групповых алгебр.

Различны будут, конечно, в этом случае методики эмпирического подтверждения и реализации всех элементов многообразия состояний, всех теоретических и экспериментальных сторон одного и того же явления.

Назовем физическую модель явления без учета ряда дополнительных деталей «заготовкой» физической модели. Тогда, например, получим заготовку для уравнений электродинамики такого вида

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix}E_x-iB_x\\E_y-iB_y\\E_z-iB_z\\0\end{pmatrix}+$$

$$+\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\partial_x+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\partial_y+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\partial_z+\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\partial_\tau\right\}\begin{pmatrix}E_x+iB_x\\E_y+iB_y\\E_z+iB_z\\0\end{pmatrix}=0.$$

Уравнения первой строки совпадут со стандартными матричными уравнениями на кватернионах при действии на матрицы знаковой группы и операции, заменяющей указанные матрицы элементами кватерниона. Уравнения второй строки совпадут со стандартными матричными уравнениями на кватернионах, если применить дополнительно их произведения на матрицу в форме столбца-проектора, указанного выше.

Уравнения, следующие формально из указанной модели, таковы:

$$\begin{gathered}\partial_x E_x+\partial_y E_y+\partial_z E_z=0,\\(\partial_x+\partial_z)(E_x+E_z)+(\partial_y+\partial_\tau)E_y=0,\\(\partial_x-\partial_z)(B_z-B_x)+(\partial_\tau-\partial_y)B_y=0.\end{gathered}$$

Они принципиально отличаются от уравнений электродинамики.

Мы понимаем, что развитие формальных методов и приемов может дополнять практику, но может, при авторитарности подхода, мешать практике. Важно эффективно закрепиться на достигнутых результатах и алгоритмах, не абсолютизируя их как вершину практики. Не менее важно искать новые ростковые точки практики, обеспечивать их утверждение и развитие. Многогранность, многофункциональность математики согласуется с многогранностью, многофункциональностью сторон и свойств реальности. Задача состоит в том, чтобы проводить исследования в гармонии с Реальностью, подчинить исследование Сознанию и Чувствам Реальности. Логические операции, конечно, способны учесть свойство иерархичности системы, дополняя ее критериями, ассоциированными со свойствами иерархии.

Конформация

При анализе структуры и изменения физических объектов принято применять модели в форме элементов групповой алгебры. Следовательно, исходной точкой моделирования является группа. Обычно она имеет матричное представление. В частности, это может быть конечная группа, которая получается их элементов группы перестановок, модифицированных группой знаков. Можно так подобрать элементы такой группы, что они образуют элементы матричной алгебры в форме матриц с единственным значимым элементом. По этой причине указанную группу можно назвать группой заполнения физических моделей.

Группа перестановок сужает спектр анализа физических объектов как по структуре, так и по изменениям, в частности, по взаимодействиям. Более корректно рассматривать все возможности распределения элементов в конечной системе, состоящей из базовых объектов, число которых равно размерности матриц, применяемых для математического моделирования.

Группа перестановок из трех элементов

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

заданная указанными матрицами, может быть дополнена другими матрицами. Они выражают отношения между элементами, которые выходят за рамки перестановки элементов местами. В частности, это могут быть матрицы вида

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\1&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&1&0\\0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&1&0\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\ldots$$

Их свойства можно «подчинить» *системе операций*. Операции могут быть неассоциативными. Кроме этого, в совокупности могут отсутствовать обратные элементы. По этой причине мы имеем дело с системой элементов, которую можно назвать новым именем.

Слово «конформация» подходит для такого множества элементов со сложной структурой расположения значимых мест и системой операций, связанной с этой структурой или не зависимой от неё.

Конформация, расширенная знаковой группой, представляет еще более сложный объект.

Дополнительно можно ввести логические операции, которые позволяют не только задавать операции независимо от структуры объектов, но и «генерировать» из базовых объектов новые, другие объекты в соответствии с принятой моделью их соотношения между собой.

Конформация может применяться для образования физических величин, которые «позже» применяются в физической модели с элементами, принадлежащими конформации. Поскольку дополнительно применима модель с динамикой операций, получается аналог «живого» изделия со сложной системой рецепторов и реакций.

При всей сложности структуры рассматриваемых матриц и системы операций, которая действует на них, конформация подчинена единому закону. На любой операции произведения элементов *единый линейный алгебраический 3-закон для конформации* имеет вид

$$\{x,[y,z]\}+[x,\{y,z\}]-[\{x,y\},z]-\{[x.y],z\}-2(x,y,z)-2(z,y,x)=0.$$

Здесь применены стандартные обозначения для коммутаторов, антикоммутаторов, ассоциаторов:

$$[x,y]=xy-yx,\{x.y\}=xy+yx,(x,y,z)=x(yz)-(xy)z,(z,y,x)=z(yx)-(zy)x.$$

Действительно, получим

$$\begin{aligned}
&x(yz-zy)+(yz-zy)x+x(yz+zy)-(yz+zy)x-(xy+yx)z+z(xy+yx)-\\
&-(xy-yx)z-z(xy-yx)-2x(yz)+2(xy)z-2z(yx)+2(zy)x=\\
&=x(yz)-x(zy)+(yz)x-(zy)x+x(yz)+x(zy)-(yz)x-(zy)x-(xy)z-(yx)z+\\
&+z(xy)+z(yx)-(xy)z+(yx)z-z(xy)+z(yx)-2x(yz)+2(xy)z-2z(yx)+2(zy)x=0.
\end{aligned}$$

Единый линейный алгебраический 3-закон конформации инвариантен относительно дополнительных свойств совокупности элементов: быть группой, полугруппой, моноидом или некоторым другим множеством.

Ранее была принята точка зрения, что физические тела преимущественно подчинены ассоциативным законам, а тела Сознаний и Чувств преимущественно подчинены неассоциативным законам. Согласно такой версии, мы вправе принять новое следствие: единый алгебраический закон конформации утверждает единую математическую структуру Тел, Сознаний, Чувств для любых объектов.

Очевидна точка зрения, что за этим законом «стоит» физическое единство Тел, Сознаний, Чувств. Её эмпирическое подтверждение трансфинитно: многогранно, многоуровнево, многофункционально… Суть в том, что такое единство позволяет по-новому относиться к физической Реальности: все объекты родственны и «аналогичны» Человеку, живым объектам.

Выполним замену $z \to x$ в едином алгебраическом 3-законе конформации. Получим единые *нелинейные* алгебраические 2-законы конформации:

$$\begin{gathered}
\{x,[y,x]\}+[x,\{y,x\}]-2(x,y,x)=0,\\
[\{x,y\},x]+\{[x,y],x\}+2(x,y,x)=0,\\
\{x,[y,x]\}+[x,\{y,x\}]+[\{x,y\},x]+\{[x.y],x\}=0.
\end{gathered}$$

При замене $y \to x$ единый *нелинейный* алгебраический 2-закон конформации имеет вид

$$\{x,[x,z]\}+[x,\{x,z\}]-[\{x,x\},z]-2(x,x,z)-2(z,x,x)=0.$$

Поскольку первые два закона идентичны, имеем три единых алгебраических 2-закона конформации. Принимая их в качестве «сценариев перемен», мы замечаем триединую природу изменений на паре объектов. Связано ли это с триадой: тело, дух, душа?

Единый алгебраический 3-закон конформации генерирует совокупность законов для четырех и более элементов, если заменять базовые элементы их функциональными выражениями.

Например, пусть $z=[u,v]$. Тогда выполняется 4-закон вида

$$\{x,[y,[u,v]]\}+[x,\{y,[u,v]\}]-[\{x,y\},[u,v]]-\{[x.y],[u,v]\}-2(x,y,[u,v])-2([u,v],y,x)=0.$$

Указанные величины в форме коммутаторов, антикоммутаторов, ассоциаторов можно дополнить другими величинами, применение которых генерирует новые единые законы. Введем позитивные и негативные *«зеркала»* в форме выражений

$$|x,y,z|_{+}=x(yz)+(zy)x, |x,y,z|_{-}=x(yz)-(zy)x.$$

Получим, например, новый единый алгебраический 3-закон для конформации

$$[x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]]+\{x,\{y,z\}\}+\{y,\{z,x\}\}+\{z,\{x,y\}\}=|x,y,z|_{+}+|y,z,x|_{+}+|z,x.y|_{+}.$$

Его можно преобразовать к другому виду, учитывая, что

$$[x,[y,z]]=[[z,y],x], \{x,\{y,z\}\}=\{\{z,y\},x\}.$$

Система единых законов для конформаций всегда дополнена, следуя практике, системой частных законов, которые выполняются только для некоторых элементов. Частные законы зависят от структуры элементов конформации и от системы операций, которым она подчинена. Они могут быть особо «тонкими», содержать систему согласованных деталей. Понятно, что обычно известна только часть единых и частных законов, потому что практике недоступна вся система операций, связей между ними, а также неизвестна или недоступна вся структура объектов.

Следуя *принципу жизни*, введенному в практику анализа объектов и явлений, согласно которому Реальность реализует все Возможности, мы вправе рассматривать единые и частные законы как многообразие возможностей, дополнительных друг другу. С топологической точки зрения мы имеем глобальные и локальные сценарии реализаций. В таком подходе частные законы характеризуют индивидуальность, что может быть главным звеном практики на разных стадиях жизни объектов.

Наличие законов и возможностей не означает, что во всех случаях и во всех ситуациях реализуются, исполняются законы и возможности. У единых законов исполнение обязательно, у частных законов это требование индивидуально. Более того, практика показывает, что отсутствие реализаций, сознательное или неосознанное *неисполнение законов* есть важный элемент жизни.

Мы не вступаем здесь в противоречие с принципом жизни. Ведь реализация всех возможностей не исключает их отсутствия и конкретного воплощения. То, что не учтено и не воплощено одним объектом или их системой, обычно проводится в жизнь другим объектом или их системой.

В силу указанных условий и обстоятельств практика может быть не только позитивной, но и негативной. Она может быть направлена не только на развитие, созидание, но и на разрушение, деградацию. Оба сценария реализуются всегда, и они неизбежны. Но для конкретных изделий и их практики реализуется только некоторая часть условий и возможностей.

Мультипликативное расширение группы Лорентца

Из электродинамики без ограничения скорости следует вывод, что обобщение удалось получить на основе расширения автосимметрии системы уравнений. С формальной точки зрения требовалось дополнить теорию новым скалярным параметром. Этот параметр обозначен буквой w и назван показателем отношения. Автосимметрия уравнений в обобщенной теории электромагнитных явлений задается в двумерном её представлении преобразованиями

$$x' = \gamma(u,w)(x-ut) = \frac{x-ut}{\sqrt{1-w\frac{u^2}{c^2}}}, t' = \gamma(u,w)\left(t - xw\frac{u}{c^2}\right) = \frac{t-xw\frac{u}{c^2}}{\sqrt{1-w\frac{u^2}{c^2}}}, u = (1-w)u_{fs} + wu_m.$$

В стандартной электродинамике автосимметрии задаются преобразованиями Лорентца

$$x' = \gamma(u)(x-ut) = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t' = \gamma(u)\left(t - x\frac{u}{c^2}\right) = \frac{t-x\frac{u}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, u = u_m.$$

Запишем указанные преобразования в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix}_w = \gamma(u,w)\begin{pmatrix} 1 & -u \\ -w\frac{u}{c^2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} = \gamma(u,w)\begin{pmatrix} 1 & a \\ \tilde{b} & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix}_{w=1} = \gamma(u)\begin{pmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} = \gamma(u)\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем соотношения между ними, упростив запись:

$$\gamma(u,w)\begin{pmatrix} 1 & a \\ \tilde{b} & 1 \end{pmatrix} = \gamma(u)\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tilde{c} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{d} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\sigma.$$

Здесь

$$\tilde{c} = \frac{\tilde{b}-b}{1-a\tilde{b}}, \tilde{d} = \frac{1-a\widehat{b}}{1-ab}, \sigma = \frac{\gamma(u,w)}{\gamma(u)}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Автосимметрия для обобщенных уравнений электродинамики получается на основе матричного произведения 4 групп. На первом месте находится группа Лорентца. Она допускает изменение скоростей. В том числе допустимо их изменение, согласованное с автосимметриями обобщенных уравнений электродинамики. На втором месте находится унитреугольная группа. Далее идет группа с ненулевым диагональным элементом. Замыкает «цепочку» группа единичных матриц с левыми множителями.

Рассмотрим связи между деформированными и недеформированными матрицами без учета мультипликативного фактора, обусловленного единичной матрицей:

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ \tilde{b} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tilde{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{c} = \frac{\tilde{b} - b}{1 - a\tilde{b}}, \tilde{d} = \frac{1 - a\tilde{b}}{1 - ab}.$$

Введем обозначения

$$\tilde{g} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ \tilde{b} & 1 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что

$$\tilde{g}_1 \tilde{g}_2 - (\tilde{g}_1 - E)(\tilde{g}_2 - E) = \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 - E = \begin{pmatrix} 1 & a_1 + a_2 \\ \tilde{b}_1 + \tilde{b}_2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$g_1 g_2 - (g_1 - E)(g_2 - E) = g_1 + g_2 - E = \begin{pmatrix} 1 & a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 - E = (g_1 + g_2 - E) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tilde{c}_{1,2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}_{1,2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{c}_{1,2} = \frac{\tilde{b}_1 + \tilde{b}_2 - b_1 - b_2}{1 - (a_1 + a_2)(\tilde{b}_1 + \tilde{b}_2)}, \tilde{d}_{1,2} = \frac{1 - (a_1 + a_2)(\tilde{b}_1 + \tilde{b}_2)}{1 - (a_1 + a_2)(b_1 + b_2)}.$$

Специфика рассматриваемых автосимметрий в том, что структура суммы элементов без учета единичной матрицы дублирует структуру исходной системы элементов. Ситуация несколько усложняется с учетом мультипликативного фактора в форме единичных матриц с множителями. Получим

$$\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 - E = (\sigma_1 g_1 + \sigma_2 g_2 - E) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tilde{c}_{1,2}(\sigma) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}_{1,2}(\sigma) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Этот анализ подтверждает сложную структуру процессов, которые реализуются в электродинамике без ограничения скорости. По этой причине длительное время не удавалось достичь их понимания. Заметим, что кроме указанных «тонкостей» есть еще и другие физические и математические тонкости.

Легко проверить алгебраическое условие, которому подчинены автосимметрии. Из прямого расчета следует равенство коммутаторов для матриц симметрии и для транспонированных матриц

$$[a, b] = ab - ba = b^T a^T - a^T b^T = [b^T, a^T].$$

Оно инвариантно относительно комбинаторного произведения строк на столбцы. При комбинаторном произведении строк на строки и столбцов на столбцы коммутаторы равны нулю. По этой причине указанное условие тоже справедливо.

Антикоммутаторы подчинены закону

$$\{a,b\}^T = \{b^T, a^T\}.$$

Другими словами, как это бывает обычно, коммутаторы и антикоммутаторы подчинены разным законам.

Обратим внимание на одну тонкость. Заметим, что

$$\tilde{g}_1 = \left(1 - a_1\tilde{b}_1\right)^{-1/2}\begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ \tilde{b}_1 & 1 \end{pmatrix} = \tilde{\gamma}_1\begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ \tilde{b}_1 & 1 \end{pmatrix}, \tilde{g}_2 = \left(1 - a_2\tilde{b}_2\right)^{-1/2}\begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ \tilde{b}_2 & 1 \end{pmatrix} = \tilde{\gamma}_2\begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ \tilde{b}_2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Введем величину

$$\tilde{g}_{1,2} = \left(1 - (a_1 + a_2)\left(\tilde{b}_1 + \tilde{b}_2\right)\right)^{-1/2}\begin{pmatrix} 1 & a_1 + a_2 \\ \tilde{b}_1 + \tilde{b}_2 & 1 \end{pmatrix} = \tilde{\gamma}_{1,2}\begin{pmatrix} 1 & a_1 + a_2 \\ \tilde{b}_1 + \tilde{b}_2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$\tilde{g}_1 \cdot \tilde{g}_1 = \frac{\tilde{\gamma}_1\tilde{\gamma}_2}{\tilde{\gamma}_{1,2}}\tilde{g}_{1,2} + \tilde{\gamma}_1\tilde{\gamma}_2\begin{pmatrix} a_1\tilde{b}_2 - 1 & 0 \\ 0 & a_2\tilde{b}_1 - 1 \end{pmatrix} = \sigma\tilde{g}_{1,2} + \kappa,$$

$$\sigma = \frac{\tilde{\gamma}_1\tilde{\gamma}_2}{\tilde{\gamma}_{1,2}}, \kappa = \tilde{\gamma}_1\tilde{\gamma}_2\begin{pmatrix} a_1\tilde{b}_2 - 1 & 0 \\ 0 & a_2\tilde{b}_1 - 1 \end{pmatrix}.$$

Получим новый вариант теории представлений. С соотношением

$$\tilde{g}_{1,2} = \sigma^{-1}(\tilde{g}_1 \cdot \tilde{g}_1 - \kappa)$$

ассоциирован закон

$$T_{1,2} = aT_1T_2 + b.$$

Он переходит в закон стандартного типа, если

$$a = 1, b = 0.$$

Из общих соображений следует, что новый закон представлений пригоден для анализа полугрупп и моноидов.

Когомологии в физической теории

Фундаментальные физические модели, например, уравнения электродинамики и гравитации, как известно, могут быть представлены в матричном виде на основе элементов g_i группы заполнения G в виде уравнений, имеющих структуру $G-$модулей:

$$\sigma^{ij} g_i(1)\partial_j \psi + \theta^{ij} g_i(2)\partial_j \bar{\psi} = s, \sigma_{ij} g^i(1)u^j\psi + \theta_{ij} g^i(1)u^j\bar{\psi} = 0.$$

Естественна потребность расширения физических моделей, диктуемая новой практикой и экспериментами, которые не укладываются в рамки достигнутой теории.

Математический формализм для решения задач такого типа имеет истоки в модели группы $Ext_R(N,A)$: группы расширения модуля A при помощи модуля N над кольцом R. Кольцо R в физической теории есть целочисленное групповое кольцо $Z[G]$ группы G. Мы вправе рассматривать Z как модуль с тривиальным действием. Для $G-$модуля A группа $Ext_Z^n(Z,A)$ называется $n-$й группой когомологий группы G с коэффициентами в A , принято её обозначение $H^n(G,A)$.

Для фиксированного модуля A над кольцом R и некоторого модуля P величина $Hom_R(P,A)$ есть контрвариантный функтор из категории $R-$модулей в категорию абелевых групп.

Модуль P, для которого $Ext_R(P,A)=0$ для любого A называется проективным. В этом случае модуль P есть гомоморфный образ модуля A с ядром гомоморфизма B. Тогда $A \simeq P \oplus B$ (проекция A на P совпадает с B). В этом случае существует точная последовательность для некоторого модуля N с проективным P

$$0 \to B \to P \to N \to 0.$$

Модуль B можно включить в другую точную последовательность с проективным P'

$$0 \to B' \to P' \to B \to 0.$$

Действуя аналогичным образом далее, получим последовательность

$$\ldots \to P_n \xrightarrow{\varphi_n} \ldots \to P_2 \xrightarrow{\varphi_2} P_1 \xrightarrow{\varphi_1} \to P_0 \to N \to 0.$$

Эта последовательность называется проективной резольвентой модуля N. К ней можно применить функтор $Hom_R(P,A)$. Получим новую последовательность

$$Hom_R(P_0,A) \xrightarrow{\psi_0} Hom_R(P_1,A) \xrightarrow{\psi_1} \ldots Hom_R(P_n,A) \xrightarrow{\psi_n} \ldots$$

Когомологии этого комплекса совпадают с группами $Ext_R^n(N,A)$. Согласно определению функтора должно быть выполнено условие $\psi_{n+1}\psi_n = 0$.

Величина $C^i \Rightarrow Hom_G(P_i,A)$ образуется из функций $f(g_1,\ldots,g_n)$ от n элементов группы G со значениями в модуле A.

Операцию трансформации симплексов принято задавать дифференциалом $d_n : C^n \to C^{n+1}$ на основе правила:

$$(df)(g_1,...,g_{n+1}) = g_1 f(g_2,...,g_{n+1}) + \sum_{i=1}^{i=n}(-1)^i f(g_1,...,g_i \cdot g_{i+1},...,g_{n+1}) + (-1)^{n+1} f(g_1,...,g_n).$$

Его частные случаи таковы:

$n=0$: $f = a \in A, (df)a = ga - a,$
$n=1$: $f(g) \in A, (df)(g_1,g_2) = g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1),$
$n=2$: $f(g_1,g_2) \in A, (df)(g_1,g_2,g_3) = g_1 f(g_2,g_3) + f(g_1,g_2 g_3) - f(g_1 g_2,g_3) - f(g_1,g_2),...$

Группу $H^0(G,A)$ образуют элементы $a \in A$, которые инвариантны относительно действия элементов группы $g \in G$, подчиняясь условию $ga - a = 0.$

Легко проверить, что уравнения электродинамики и гравитации в форме $G-$модулей инвариантны относительно группы перестановок из 4 элементов и относительно группы заполнения физических моделей. По этой причине эти модули принадлежат группе $H^0(G,A)$.

Группу $H^1(G,A)$ образуют элементы $f(g) \in A$, которые подчинены условию

$$g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1) = 0$$

при их факторизации функциями $f(g) = ga - a$, для которых указанное условие выполняется автоматически. При тривиальном действии группы G на модуле A $H^1(G,A) = Hom(G,A)$. В этом случае применимы функции $f(g) = gha - ha$, иллюстрирующие тривиальность действия группы на рассматриваемом модуле.

Группу $H^2(G,A)$ образуют элементы $f(g_1,g_2) \in A, g_1,g_2 \in G$, которые подчинены условию

$$g_1 f(g_2,g_3) + f(g_1,g_2 g_3) - f(g_1 g_2,g_3) - f(g_1,g_2) = 0.$$

При факторизации его функциями $f(g_1,g_2) = g_1 h(g_2) - h(g_1 g_2) + h(g_1)$ оно выполняется автоматически. Представим искомые элементы модуля A ассоциированными функциями:

$$g(\alpha) f(g(\beta), g(\gamma)) g(\mu) = (1 - \delta_{\alpha\mu}) g(\alpha) g(\beta) a \pm \delta_{\alpha\mu} g(\beta) \cdot g(\gamma) a.$$

Тогда получим, применяя «извне» к функциям единичные матрицы, выражение

$$(g_1 g_2 + g_1(g_2 g_3) - (g_1 g_2) g_3 - g_1 g_2) a = 0.$$

Поскольку группа ассоциативна, это условие выполняется автоматически. Слагаемые задают представление элементов группы $H^2(G,A)$: двойные и тройные действия на элементы модуля элементов группы G. Следовательно, рассматриваемый комплекс ацикличен: у него нетривиальны только 0-мерные когомологии.

Расширение модуля может быть нетривиальным, если дополнительно к матричному произведению применяется система других операций.

Расширения, углубления, деформации элементов и операций

Реальность представляет в рамках нашей практики систему изделий, «владеющую» системой свойств. Обычно всю совокупность данных можно условно разделить на два класса: структуры и операции. Математические изделия трансфинитно ассоциированы с физическими изделиями, представляя для практики свою систему структур и операций. Искусство жизни отдельного человека и сообществ состоит в рациональном применении физических и математических изделий для обеспечения желаемой деятельности. Понятно, что желания и реализации могут быть далеко не оптимальны для данного этапа жизни и для развития.

Расширением элементов и операций принято считать их дополнение новыми элементами и операциями при сохранении некоторых дополнительных условий, характеризующих их качество. Например, исходным объектом анализа была группа. В итоге её расширения получена новая группа. Объектом исследования может быть моноид, полугруппа, алгебра, модуль, пространство, одуль и т.д. Это может быть физическая модель явления, некоторый проект, архитектурное сооружение, модель Сознаний и Чувств.

Определим расширение как дополнение с сохранением качества элементов, операций, связей.

Углубление реализуется на гиперповерхности. Одно её измерение представляет собой совокупность средств, приемов, реализаций для концентрации достигнутой информации, классификации имеющейся и ожидаемой практики, выделения главных и второстепенных элементов, операций, связей. Другое её измерение представляет совокупность качественно новых средств, приемов, реализаций в теории и на практике.

Определим углубление как концентрацию практически эффективного знания в сочетании с овладением качественно новыми средствами, приемами, реализациями.

Деформацией элементов, операций, изделий, практических приемов принято считать любое изменение элементов, операций, изделий, сопровождающееся сохранением или изменением их качества. Расширение и углубление можно рассматривать как слагаемые деформации.

Определим деформацию в форме изменения элементов, операций, изделий с сохранением или изменением их качества.

Деформация способна изменить качество изделия простыми средствами. Рассмотрим систему алгебр с парой реперов

$$ae + b\eta = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \eta & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ \eta b & a \end{pmatrix}, \eta = -1, 0, 1.$$

Им соответствуют алгебры комплексных, дуальных, двойных чисел:

$$\begin{gathered} \eta = -1 \to ee = e, e\eta = \eta, \eta\eta = -1, \\ \eta = 0 \to ee = e, e\eta = \eta, \eta\eta = 0, \\ \eta = 1 \to ee = e, e\eta = \eta, \eta\eta = 1. \end{gathered}$$

Деформация в форме замены одного элемента в матрице второго порядка меняет качество алгебры.

Новое качество модели достигается также на основе согласованного изменения элементов и операций. Другие элементы и другие операции могут иметь свойства, аналогичные свойствам качественно другого изделия.

Простой пример такого изменения наблюдается при сопоставлении матриц третьего порядка с операцией матричного произведения и совокупности функций с операцией последовательного «замещения» значимых элементов, обозначенных буквой x. Это соответствие имеет вид:

$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$.
$x \in H$	$\frac{x-1}{x} \in H$	$\frac{1}{1-x} \in H$	$\frac{1}{x} \in P$	$\frac{x}{x-1} \in P$	$1-x \in P$

Например, получим

$$\frac{1}{x} * (1-x) = \frac{1}{1-x} \to \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\ldots$$

Возможны разнообразные расширения групп. Рассмотрим модель расширения группы перестановок S_3, применяя к матрицам операцию перестановки значимых элементов по строкам в соответствии с тем, какой статус имеют эти места. Определим статус значимого места суммой номера строки и номера столбца, взятой по модулю числа, равного размерности матрицы. Получим статус элементов каждой строки в форме набора, состоящего из трёх чисел:

$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$.
213	321	132	222	333	111

Введем новую операцию на множестве, сопоставляя каждой паре статусов их почленную сумму по принятому модулю числа. Получим таблицу сумм значимых мест:

$\oplus$	213	321	132	222	333	111
213	123	231	312	132	213	321
321		312	123	132	213	321
132			231	321	132	213
222				111	222	333
333					333	111
111						222

Элемент, имеющий статус места 333, выполняет роль единицы рассматриваемого множества. Операция суммирования статусов мест расширила исходное множество тремя новыми элементами.

Новые элементы есть *«немономиальные» матрицы* 123, 231, 312:

$$\underset{123}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{231}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}, \quad \underset{312}{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}.$$

Исследуем их свойства на операции суммирования статусов мест. Получим таблицу:

		Q			H			P	
$\oplus$	123	231	312	213	321	132	111	222	333
123	213	321	132	333	111	222	231	312	123
231	321	132	213	111	222	333	312	123	231
312	132	213	321	222	333	111	123	231	312

Запишем полученные результаты функциональными выражениями:

$$Q \oplus Q = H, H \oplus P = H = P \oplus H,$$
$$P \oplus P = P, H \oplus Q = P = Q \oplus H,$$
$$H \oplus H = Q, P \oplus Q = Q = Q \oplus P.$$

Графы отношений для подсистем имеют вид:

		Q		
	↗	⇕	↘	
H		⇕		Q
↑		P		↓
H		↓		H
	↖	↓	↙	
		P		
		↓		
		P		

,

		Q		
	↗		↘	
Q				H
↑				↓
P	↔	P	↔	P
↑				↓
Q				H
	↖		↙	
		H		

.

Матрицы Q обратны матрицам H, матрицы P взаимно обратны. Рассматриваемое множество ассоциативно, так как ассоциативна операция суммирования по модулю числа. Следовательно, симметрическая группа перестановок на матричной операции порядка 6 расширена до группы на суммировании статусов мест порядка 9. Указанный граф можно применять для целей гомологической классификации расширений групп.

Специфической чертой данного расширения является дополнение «мономиальных» элементов множества «немономиальными» элементами. Они образуют основу для моделирования мономиальных элементов нормальной подгруппы H симметрической группы. С другой стороны, мономиальные матрицы нормальной подгруппы H генерируют немономиальные матрицы сектора Q.

С физической точки зрения, следующей из теории, объединяющей электромагнетизм и гравитацию, эта группа описывает их взаимное превращение.

Граф отношений для подсистем у группы перестановок из 3 элементов выглядит проще. Он следует из функционального соответствия подсистем с ассоциированной 2-группой:

$$HH = H, HP = P = PH, PP = H \to H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получим граф

		H		
	↗		↘	
P		↓		P
↑		H		↓
P				P
	↖	↓	↙	
		H		

.

Новые матрицы на основе новой операции «встроены» в исходный граф группы, существенно изменив его.

Анализируемые обстоятельства подсказывают практикам необычность математической реальности. Она ранее находила выражение в системе, например, комплексных, дуальных, двойных чисел. Сейчас новые свойства «показывают» матрицы. В физической практике видимость мира обеспечивается совокупностью устройств и инструментов, которые выходят за пределы стандартных возможностей человека. Но и для них возможен предел действий, как свидетельствует математика. Но ведь это только группы. Реальность не исчерпывается ими.

Соотношение графов таково:

		H		
	↗		↘	
P		↓		P
↑		H		↓
P				P
	↖	↓	↙	
		H		

$\Rightarrow$

		Q		
	↗		↘	
Q				H
↑				↓
P	↔	P	↔	P
↑				↓
Q				H
	↖		↙	
		H		

.

Следовательно, операция способна расширить множество, сохранив его тип. При этом изменяется граф множества, функциональные свойства множества, а потому и возможные практические применения. Новые операции способны открыть новые возможности расчета явлений и интерпретации фактов.

Трудно, почти невозможно было представить, что группа перестановок может быть применена как математическое средство для объединения электромагнетизма и гравитации. С формальной точки зрения к такому выводу можно было придти давно, ведь известно, что любая конечная группа изоморфна группе перестановок. Ведь электромагнетизм и гравитация задаются моделями, которые базируются на группе заполнения физических моделей конечного порядка с матрицами размерности 4. Эта группа фундаментальна для физики, равно как и группа перестановок. Однако не хватало одного звена: операции суммирования статусов мест. С введением новой операции возможность искомой взаимной трансформации получила статус математического инструмента.

С функциональными соотношениями для расширенной группы перестановок с операцией суммирования статусов мест ассоциирована новая группа. Она основана на операции суммирования мест в строках по модулю числа, равного размерности применяемых матриц. В этом варианте при наличии трех чисел мы вправе базироваться на матрицах размерности три. Тогда соотношения

$$
\begin{gathered}
Q \oplus Q = H, H \oplus P = H = P \oplus H, \\
P \oplus P = P, H \oplus Q = P = Q \oplus H, \\
H \oplus H = Q, P \oplus Q = Q = Q \oplus P
\end{gathered}
$$

выполняются на матрицах при суммировании статуса мест по строкам:

$$
H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to H * H = Q, Q * Q = H, P * P = P, P * Q = Q, \ldots
$$

Другими словами, функциональные отношения в одних группах выполняются для разных групп. По этой причине возможна классификация групп по системе функциональных связей для некоторых «выделенных» блоков. Они не обязаны быть нормальными подгруппами или смежными классами, хотя такое соотношение не исключается. Не исключен вариант, когда одним и тем же функциональным соотношениям подчинены не только группы, но и полугруппы, и моноиды. Важно другое, есть разные аспекты и возможности классификации множеств.

Рассмотрим функциональные соотношения с алгебраической точки зрения. Из модели ассоциированной группы для группы S_3 получим

$$
\begin{gathered}
x^2 = x, xy = y = yx, y^2 = x, \\
\left[x, y\right] = xy - yx = 0, \left[x^2, y^2\right] = x^2y^2 - y^2x^2 = 0 .
\end{gathered}
$$

Из модели для расширенной группы S_3 получим

$$
\begin{gathered}
x^2 = z, yz = z = zy, \frac{1}{2}\{y, z\} = \frac{1}{2}(yz + zy) = x^2, \\
y^2 = y, xz = y = zx, \frac{1}{2}\{x, z\} = \frac{1}{2}(xz + zx) = y^2, \\
\mathrm{z}^2 = x, xy = x = yx, \frac{1}{2}\{x, y\} = \frac{1}{2}(xy + yx) = z^2, \\
2(x^2 + y^2 + z^2) = x\left(y + z\right) + y\left(z + x\right) + z\left(x + y\right).
\end{gathered}
$$

Алгебраические выражения можно применять для анализа расширений групп и других многообразий методами алгебраической геометрии.

Отношения в системе из 4 объектов с операцией суммирования статусов мест

Зададим статус мест для элементов четверной группы Клейна. Его представление выглядит так

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline 2424\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline 3333\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline 4242\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline 1111\\ \hline\end{array}.$$

Суммирование статусов мест для этих матриц генерирует 4 новые матриц со своим статусом мест. Они таковы:

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline 2222\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline 3131\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline 4444\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline 1313\\ \hline\end{array}.$$

Таблицы их произведений показывают, что мы имеем дело с группой на операции суммирования статусов мест. Действительно, получим

$H*H$	2424	3333	4242	1111
2424	4444	1313	2222	3131
3333		2222	3131	4444
4242			4444	1313
1111				2222

,

$H*Q$	3131	2222	1313	4444
2424	1111	4242	3333	2424
3333		1111	4242	3333
4242			1111	4242
1111				1111

,

$Q*Q$	3131	2222	1313	4444
3131	2222			
2222	1313	4444		
1313	4444	3131	2222	
4444	3131	2222	1313	4444

.

Обратим внимание на тот факт, что рассматриваемая совокупность матриц образует группу на матричной операции. Сопоставим функциональные законы, соответствующие данной паре операций:

$$H*H=Q, H*Q=H=Q*H, Q*Q=Q, \qquad H\cdot H=H, H\cdot Q=Q=Q\cdot H, Q\cdot Q=H.$$

Они генерируют графы функциональных связей, в которых элементы H,Q взаимно обратны:

		H	$\rightarrow$	H		
	$\nearrow$				$\searrow$	
Q	$\leftrightarrow$		Q		$\leftrightarrow$	Q
	$\nwarrow$				$\swarrow$	
		H	$\leftarrow$	H		

,

		Q	$\rightarrow$	Q		
	$\nearrow$				$\searrow$	
H	$\leftrightarrow$		H		$\leftrightarrow$	H
	$\nwarrow$				$\swarrow$	
		Q	$\leftarrow$	Q		

.

Введем в рассмотрение новые матрицы P и определим их статус:

$$\underset{2341}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{3412}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{4123}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}},\ \underset{1234}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}}.$$

При суммировании статусов мест с матрицей H генерируются матрицы R:

$$\underset{1432}{\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{4321}{\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}},\ \underset{3214}{\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}},\ \underset{2143}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}}.$$

Проанализируем таблицы суммирования статусов мест для совокупности, состоящей из 4 матриц. Получим таблицы

$P*H$	2424	3333	4242	1111
1234	3214	4123	1432	2341
4123		3412	4321	1234
3412			3214	4123
2341				3412

,

$P*Q$	3131	2222	1313	4444
1234	4321	3412	2143	1234
4123		2341	1432	4123
3412			4321	3412
2341				3241

,

$P*R$	1432	4321	2143	3214
1234	2222	1111	3333	4444
4123		4444	2222	3333
3412			1111	2222
2341				1111

,

$R*R$	1432	4321	2143	3214
1432	2324	1313	3131	4242
4321		4242	2424	3131
2143			4242	1313
3214				2424

,1234

$P*P$	1234	4123	3412	2341
1234	2424	1313	4242	3131
4123		4242	3131	2424
3412			2424	1313
2341				4242

,

$H*R$	1432	4321	2143	3214
2424	3412	2341	4123	1234
3333		3214	1432	2143
4242			2341	3412
1111				4321

,

$Q*R$	1432	4321	2143	3214
3131	4123	3412	1234	2341
2222		2143	4321	1432
1313			3412	4123
4444				3214

.

Мы объединили в таком варианте в одну группу на операции суммирования статусов мест 4 блока матриц, каждый из которых обеспечивает полное заполнение элементов матриц размерности 4. Этот вариант необходим для моделирования уравнений, описывающих физические объекты и явления. Наличие 4 блоков косвенно свидетельствует об ожидаемом единстве Тел, Сознаний и пары Чувств, которые их соединяют.

Функциональные связи между блоками состоят из связей, указанных выше и дополнительных связей вида

$$H*P=(P,R), H*R=(P,R), Q*P=(P,R), Q*R=(P,R),$$

$$P*P=(H,Q), P*R=(H,Q), R*R=(H,Q).$$

Граф связей между новыми блоками напоминает диаграмму «цепной реакции»:

						H						
						$\downarrow$						
		R				P				R		
		$\uparrow$			$\swarrow$		$\searrow$			$\uparrow$		
P	$\leftarrow$	Q	$\leftarrow$	R				P	$\rightarrow$	Q	$\rightarrow$	P
				$\downarrow$				$\downarrow$				
		P	$\leftarrow$	H				H	$\rightarrow$	P		
				$\downarrow$				$\downarrow$				
				R				R				

Анализируемые матрицы имеют другой статус при задании его местами значимых элементов в строках. Получим соответствия такого вида:

$$\begin{array}{c}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (1111)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (2222)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline (3333)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (4444)\end{array},$$

$$\begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (4242)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (3131)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (2424)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline (1313)\end{array},$$

$$\begin{array}{c}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (1234)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline (2143)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (3412)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (4321)\end{array},$$

$$\begin{array}{c}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (1432)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (2341)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (3214)\end{array},\quad \begin{array}{c}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline (4123)\end{array}.$$

Каждая матрица получает двойное представление в модели статуса мест:

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline [1111]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline [2222]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline [3333]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline [4444]\\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline [4242]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline [3131]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline [2424]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline [1313]\\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline [1234]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline [2143]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline [3412]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline [4321]\\ \hline\end{array},$$

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline [1432]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline [2341]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline [3214]\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline [4123]\\ \hline\end{array}.$$

Один набор чисел имеет два представления матрицами. Мы приходим к ситуации, согласно которой любая физическая модель получает «теневое представление» при замене «видимых» матриц их «невидимыми» двойниками. Дополнительно можно учитывать» теневую» трансформацию величин и дифференциальных операторов.

В частности, есть соответствия

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \Downarrow\\ \hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline \Downarrow\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline \Downarrow\\ \hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline\end{array},\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline \Downarrow\\ \hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline\end{array}.$$

Поскольку рассматриваемые группы коммутативны, коммутаторы равны «единичной» матрице. Поскольку четырехкратное суммирование элемента генерирует единичную матрицу, справедливо условие

$$((a-b)*(a+b))*((a-jb)*(a+jb))=0,\ j^2=-1.$$

Возможно разложение каждой матрицы четвертого порядка по любой совокупности, которая заполняет все места матриц размерности 4. Тогда, например, получим

$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{24} \\ a_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}$,	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
$(2424)^*$	$(3333)^*$	$(4242)^*$	$(1111)^*$

Произведения этих матриц можно выполнять согласно операции суммирования статусов мест, располагая на значимые места произведения значимых элементов соответствующих матриц. Такое произведение с некоторой его модификацией ранее было названо логическим произведением. Его свойства генерируют новые алгебры, а также новые функции. В рассматриваемом случае имеют место законы гармонии пар:

$$(3333)*(4242)=(2424)*(1111)\to(3131),(3131)*(4242)=(4321)*(3412)\to(3333),...$$

Учитывая модель суммирования по модулю числа 4, мы можем сопоставить этому закону геометрическое изделие, рассматривая статусы мест как генераторы расстояний от выделенной точки до других точек.

Например,

d								
	↖							
		↖						*a*
			↖				↗	
				↖		↗		
					*			
				↙		↘		
			↙				↘	
		↙						*b*
	↙							
c								

Сопоставим предложенному закону соответствие для расстояний между 4 точками, рассчитанное по модулю числа 4:

$$l(a)l(b)=l(c)l(d)\to 2\cdot 2=4\cdot 4.$$

С группами на операции суммирования статусов мест ассоциированы геометрические фигуры в форме «паутинок». С физической точки зрения это могут быть системы силовых линий, согласованные или не согласованные между собой.

Представление чисел парой матриц позволяет по-новому анализировать суммы этих чисел. Действительно, пусть указаны две стороны чисел a,b:

$$a_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},a_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},b_1=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},b_2=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

Тогда есть 4 суммы для пары чисел:

$$a_1+b_1=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&1\\0&0&1&1\\1&1&0&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}=(a+b)_{11},$$

$$a_1+b_2=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&2\\0&1&1&0\\0&1&0&1\\1&1&0&0\end{pmatrix}=(a+b)_{12},$$

$$a_2+b_1=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\1&0&0&1\\2&0&0&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}=(a+b)_{21},$$

$$a_2+b_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&1\\1&1&0&0\\1&0&0&1\\1&1&0&0\end{pmatrix}=(a+b)_{22}.$$

С аналогичной ситуацией мы имеем дело при анализе произведения матриц. Поскольку произведений очень много, важно выполнить их классификацию, соединив её с практикой.

Неассоциативность в сочетании с нарушением дистрибутивности способна превратить простое явление в сложное, но может быть и обратный результат, когда сложное явление описывается очень просто.

Принимая софистатность расчета и эксперимента, мы приходим к новой возможности проведения и интерпретации экспериментов. С одной стороны, желательно знать и применять на практике все стороны одного и того же объекта. С другой стороны, расхождение эксперимента с расчетом может быть обусловлено некорректным его анализом, в котором не учтено различие сторон явлений и их проявлений на практике.

Время поставило перед нами задачу анализа, описания и коррекции изделий, состоящих их Тел, Сознаний и пары каналов Чувств. Начальные предпосылки для такой практики подсказаны расчетом и интуицией.

Свойства S_4 системы групп на операции суммирования 1-статусов мест

Группа перестановок 4 элементов играет фундаментальное значение в физической теории. Принимая идеологии ассоциированной связи физических тел с телами Сознаний и Чувств, мы вправе рассмотреть задачу формирования единых блоков матриц для конструирования систем уравнений искомого вида. Такая возможность естественна при генерации групп на основе операции суммирования 1-статусов мест: номеров значимых элементов на строках и их суммирования по модулю числа, равного размерности матриц.

Так, четверная группа Клейна имеет реализацию 1-статусов мест вида

$$\begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\\ \hline (1234)\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}\\ \hline (2143)\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (3412)\\ \hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline \begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}\\ \hline (4321)\\ \hline\end{array}.$$

Анализ показал, что все варианты новых матриц могут быть получены последовательным суммированием указанных элементов с любой из указанных матриц. Примем в качестве образующего элемента первый элемент совокупности. Тогда получим таблицы значений:

$$A \to \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1234 & 2143 & 3412 & 4321\\ \hline 2424 & 3333 & 4242 & 1111\\ \hline 3214 & 4123 & 1432 & 2341\\ \hline 4444 & 1313 & 2222 & 3131\\ \hline\end{array}, \tilde{A} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1234 & 2143 & 3412 & 4321\\ \hline 2424 & 1111 & 4242 & 3333\\ \hline 3214 & 2341 & 1432 & 4123\\ \hline 4444 & 3131 & 2222 & 1313\\ \hline\end{array}.$$

Вторая таблица получена перестановкой второго и четвертого столбцов в первичной таблице последовательного суммирования элементов с первым значимым элементом. Легко видеть, что в системе есть «единица» 4444. У каждого элемента есть обратный ему элемент. Суммирование ассоциативно. Кроме этого, система замкнута относительно суммирования. В силу указанных условий мы получили группу порядка 16 с операцией суммирования 1-статусов мест из группы порядка 4 на матричной операции. Расширение группы выполнено по двум факторам: изменен порядок группы и применена новая операция.

У 1-статусов мест есть числовая специфика. Во-первых, суммирование элементов, которые стоят с столбце, генерируют одно число во всех столбцах, равное 2424. Во-вторых, последовательное суммирование элементов по строкам задает единую характеристику 2222. В-третьих, вторая таблица устроена так, что верхний элемент получается последовательным суммирование статусов тех элементов, которые расположены ниже.

Аналогичные свойства имеет смежный класс B. В этом случае группа на операции суммирования 1-статусов мест получается не из группы. Таблицы элементов таковы:

$$B \to \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1432 & 2341 & 3214 & 4123\\ \hline 2424 & 3333 & 4242 & 1111\\ \hline 3412 & 4321 & 1234 & 2143\\ \hline 4444 & 1313 & 2222 & 3131\\ \hline\end{array}, \tilde{B} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1432 & 2341 & 3214 & 4123\\ \hline 2424 & 1111 & 4242 & 3333\\ \hline 3412 & 2134 & 1234 & 4321\\ \hline 4444 & 3131 & 2222 & 1313\\ \hline\end{array}.$$

В данном случае генерируются также элементы нормальной подгруппы A.

Для других смежных классов получим таблицы

$$C \to \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1324 & 2413 & 3142 & 4231 \\ \hline 2244 & 3333 & 4422 & 1111 \\ \hline 3124 & 4213 & 1342 & 2431 \\ \hline 4444 & 1133 & 2222 & 3311 \\ \hline \end{array}, D = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1243 & 2134 & 3421 & 4312 \\ \hline 2424 & 3333 & 4224 & 1111 \\ \hline 3241 & 4132 & 1423 & 2314 \\ \hline 4444 & 1313 & 2222 & 3113 \\ \hline \end{array},$$

$$E = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1342 & 2431 & 3124 & 4213 \\ \hline 2244 & 3333 & 4422 & 1111 \\ \hline 3142 & 4231 & 1324 & 2413 \\ \hline 4444 & 1133 & 2222 & 3311 \\ \hline \end{array}, F = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1423 & 2314 & 3241 & 4132 \\ \hline 2442 & 3333 & 4224 & 1111 \\ \hline 3421 & 4312 & 1243 & 2134 \\ \hline 4444 & 1331 & 2222 & 3113 \\ \hline \end{array}.$$

Все таблица содержат 4 элемента на одинаковых местах, соответствуя модели «пилы»:

	3333		1111
4444		2222	

Таблицы имеют те же свойства, которые есть у элементов нормальной подгруппы A, хотя новые группы генерируются смежным классом.

Симметрическая группа перестановок 4 элементов на операции суммирования 1-статусов мест генерирует 6 групп, которые имеют похожие свойства. Эти группы могут стать основой моделирования системы, состоящей из 4 систем уравнений, ассоциированных с группой на суммирования 1-статусов мест.

Все рассматриваемые группы на операции суммирования 1-статусов мест имеют общие свойства. Они хорошо представляются формулами циклического вида

$$a + b + b + c = E^*,$$
$$2(a + b + c + d) = E^*,$$
$$E^* \to 4444.$$

Набор формул таков:

$$abbc = cbba = addc = cdda = bccd = dccb = baad = daab = E^*.$$

«Циклы» на 4 элементах a, b, c, d сконструированы таким образом, что промежуточный элемент в формуле применяется дважды. Формулы удобно представить в нескольких формах:

$$abba - bccd + cdda - daab = 0,$$
$$abba + bccd - cdda - daab = 0,$$
$$abba - bccd - cdda + daab = 0.$$

Циклические уравнения на элементах групп с операцией суммирования 1-статусов мест «подсказывают» три системы циклов, отличающиеся расположением знаков в этих уравнениях.

Единство законов одного множества на разных операциях

Мы показали, что система групп на операции суммирования 1-статусов мест для элементов группы перестановок S_4 имеет общие свойства. Это «циклы» на 4 элементах a,b,c,d, сконструированные таким образом, что промежуточный элемент в формуле применяется дважды. Циклы удобно представить в нескольких формах:

$$abba - bccd + cdda - daab = 0,$$
$$abba + bccd - cdda - daab = 0,$$
$$abba - bccd - cdda + daab = 0.$$

Аналогичные уравнения выполняются на группе перестановок из 4 элементов с операцией матричного произведения. Таблица законов выглядит так:

Сектора	*Законы*
A	$abbc + bccd - cdda - daab = 0$
B,C	$abbc - bccd + cdda - daab = 0$
D	$abbc - bccd + cdda - daab = 0$
E,F	$abc + bcd - cda - dab = 0$

.

Есть очевидное дублирование законов, соответствующих блокам групп на разных операциях: на матричной операции и на операции суммирования 1-статусов мест. Во втором случае законы формальны, так как сочетание 4 элементов дает одинаковый результат.

Обе указанные операции ассоциативны. Проанализируем действие неассоциативной операции.

Напомним алгоритм действия неассоциативной стандартной комбинаторной операции. Выполним произведение пары матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1000 & 0100 & 0001 & 0010 \\ \hline 0100 & 1000 & 0010 & 0001 \\ \hline \end{array} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что произведение генерирует матрицы, которые «выходят за пределы» базовой системы матриц. Этого свойства в основном отсутствует на матричной операции, его нет на операции суммирования 1-статусов мест.

На неассоциативной стандартной комбинаторной операции выполняются законы двух типов.

На секторах A, B действует закон

$$abbc + bccd - cdda - daab = 0.$$

На секторах C, D, E, F закон другой:

$$abb = cdd, bcc = daa$$
$$abb + bcc - cdd - daa = 0.$$

Рассмотрим группу S_4 на операции суммирования 2-статусов мест. Таблица статусов такова:

A	2424	3333	4242	1111
B	2222	3131	4444	1313
C	2114	3243	4332	1421
D	2433	3324	4211	1142
E	2132	3221	4314	1443
F	2213	3144	4431	1322

.

Все блоки подчинены условиям

$$abbc = bccd = cdda = daab = E^*.$$

Следовательно, выполняются законы

$$abba - bccd + cdda - daab = 0,$$
$$abba + bccd - cdda - daab = 0,$$
$$abba - bccd - cdda + daab = 0.$$

Следовательно, система матриц, ассоциированная с группой перестановок, подчинена нелинейным законам на тройке ассоциативных операций и на неассоциативной операции комбинаторного произведения.

Из проведенного анализа можно сделать пару фундаментальных гипотез:

а) множество элементов, представленных матрицами, имеет систему внутренних, скрытых свойств, доступных теоретическому и экспериментальному анализу;

б) «внешние» и «внутренние», скрытые законы могут иметь области пересечения, в которых они совпадают по форме, допуская разное содержание.

Заключение

Наличие системы операций ставит перед математиками и физиками новые задачи. Требуется проанализировать согласование между ними, найти им практическое применение. Решение таких задач приблизит понимание структуры и динамики тонкого мира, базового для всей материи. Субъядерные размеры его объектов не должны смущать. Исследование, прежде всего, нужно выполнить математическими средствами. В ходе такого творческого процесса прояснятся механизмы нарушения ассоциативности при информационном обмене, а также законы управления информацией.

Литература

1. Барыкин В.Н. Неассоциативность на комбинаторной операции. Минск: «Ковчег», 2011, 234 с.
2. Барыкин В.Н. Модели Сознаний и Чувств. Минск: «Ковчег», 2013, 280 с.
3. Барыкин В.Н. Новые математические операции. Минск: «Ковчег», 2014, 175 с.
4. Шафаревич И.Р. Основные понятия алгебры. Ижевск: «РХД», 1999, 276 с.
5. Кассель К. Квантовые группы. Москва: «Фазис», 1999, 664 с.
6. Барыкин В.Н. К новому качеству физической теории. Минск: «Ковчег», 2013, 222 с.
7. Б.Л. ван дер Варден. Алгебра. Москва: «Наука», 1979, 624 с.

Приложение 1. Связь релаксационных процессов со статистикой

Физики принимают пару статистик, соответствующих равновесным состояниям: для частиц с целым спином применяется статистика Бозе -Эйнштейна, для частиц с полуцелым спином применяется статистика Ферми-Дирака. Среднее число частиц в определенном энергетическом состоянии задается формулами

$$n_b = \frac{1}{\exp\phi_b - 1}, \phi_b = \frac{\varepsilon_b - \mu}{kT}, \quad n_f = \frac{1}{\exp\phi_f + 1}, \phi_f = \frac{\varepsilon_f - E_f}{kT}.$$

При рассмотрении задачи взаимодействия предзарядов мы обнаруживаем аналогию поведения конечной системы и статистической системы. Действительно, если принять модель парных «отношений» (в частности, характеристик, относящихся к столкновениям), то получаются мономиальные матрицы, которые мы ассоциируем с гравитационными предзарядами. С одной стороны, они имеют аналогию с «окружностью» в топологическом смысле этого слова. С другой стороны, они задаются мономиальными матрицами, которые есть элементы кручения, так как порождают единичную матрицу при некотором конечном количестве взаимных произведений. С физической точки зрения им можно сопоставить вращение физического объекта. У частиц света и гравитации это обстоятельство существенно. Если принять модель полного объединения объектов одного класса с элементами второго класса, мы приходим к матрицам в форме правых и левых идеалов по матричному произведению. Мы ассоциируем их с электрическими предзарядами. Они принципиально другие, так как не являются элементами кручения. В статистической физике принята аналогичная точка зрения, соответственно, для фермионов и бозонов. По этой причине следует ожидать наличия аналогии между свойствами конечных систем и свойствами статистических систем. Рассмотрим такую возможность. При построении электродинамики движущихся сред без сингулярностей при скоростях, равных скорости света, мы положили в основу модели релаксационное уравнение для скорости, которая входит в материальные уравнения. Этот шаг был успешным и конструктивным. На его основе рассмотрим вариант релаксационного уравнения для анализа статистических аспектов конечных систем. Зададим следующие величины: $Z -$ количество допустимых мест для объектов, $N_a -$ количество действующих объектов, $N -$количество вакантных мест для объектов. Пусть величина ξ характеризует энергетические свойства исследуемой совокупности. Проанализируем динамику изменения вакантных мест при наличии указанных величин. Зададим её уравнением для безразмерных величин, которое аналогично уравнению для релаксации скоростей в электродинамике.

Пусть

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}\right)=-P_a\left(\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}\right).$$

Имеем решение

$$\frac{N+N_a}{Z-\sigma N_a}=A\exp(-P_a\xi).$$

Поэтому

$$N+N_a=\left(Z-\sigma N_a\right)A\exp(-P_a\xi)\rightarrow N_a\left(1+A\sigma\exp(-P_a\xi)\right)=Z\exp(-P_a\xi)-N.$$

Исследуем ситуацию, когда вакантных мест нет, полагая $N=0.$ Тогда среднее число частиц в определенном состоянии задается формулой

$$\frac{N_a}{Z}=\frac{1}{A^{-1}\exp\left(P_a\xi\right)+\sigma}=\bar{n}.$$

В таком варианте одна статистика может динамически преобразоваться в другую. Такой «переход» реализуется на «плоскости» с переменными A,σ. Для его описания требуются динамические уравнения. В частном случае модель содержит статистики Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака, которые соответствуют значениям параметров

$$A^{-1}=1,\sigma_1=-1,\sigma_2=1.$$

Такой подход направлен на реализацию концепции объединения электромагнетизма и гравитации. Он предполагает единое описание объектов (не только статистическое) и не только с разными спинами, но и с разными зарядами. Естественно использовать также проективные свойства реальности с новыми возможностями, которые вытекают из моделирования геометрии отношений.

Приложение 2. Расширение и динамика этических алгебр

Из анализа алгебры совести Лефевра следует, что есть *две этические системы*, имеющие разное математическое представление в алгебре Буля:

а) математическое представление «капиталистического» типа
$$1+0=0,\quad 1\times 0=1,$$

(объединение добра со злом есть зло; борьба добра со злом есть добро)

б) математическое представление «социалистического» типа
$$1+0=1,\quad 1\times 0=0.$$

(объединение добра со злом есть добро; борьба добра со злом есть зло)

Рассмотрим вариант модели, из которой указанные «сценарии» получаются как частные случаи. Зададим сумму и произведение величин однопараметрическими зависимостями, которые аналогичны используемым в электродинамике без ограничения скорости. В ней скорость первичного источника излучения и скорость вторичного источника излучения объединены формулой:

$$\vec{u}=\left(1-w\right)\vec{u}_{fs}+w\vec{u}_m=\left(1-w\right)a+wb.$$

По аналогии с указанной зависимостью зададим сумму и произведение величин в алгебре. Пусть

$$a\overset{f}{+}b= fa+(1-f)b,$$

$$a\overset{f}{\times}b=(1-f)a+fb\pm f(1-f)(ab+ba)^{p}.$$

Значения функции

$$\{\theta_i\}\to f=0,\ f=1$$

соответствуют принятым Лефевром двум этическим схемам поведения сообществ людей. Согласно законам сложения и произведения при значении $f=0$ получим

$$1\overset{f}{+}0\ \Big|_{f=0}\to 1+0=0,$$

$$1\overset{f}{\times}0\ \Big|_{f=0}\to 1\times 0=1.$$

Согласно законам сложения и произведения при значении $f=1$ получим

$$1\overset{f}{+}0\ \Big|_{f=1}\to 1+0=1,$$

$$1\overset{f}{\times}0\ \Big|_{f=1}\to 1\times 0=0.$$

Изменение параметра f в указанных пределах (что естественно для нормированных функций) позволяет осуществлять переход от одной этической модели к другой. Этот переход может быть подчинен динамическим законам и наделен физическим смыслом. Нормы этики, согласно данному подходу, динамичны. Противоположные этики являются асимптотическими значениями параметрического семейства этик. Следовательно, есть процессы изменения этики, что прекрасно подтверждает практика. Теперь этот факт получил начальное математическое выражение. Указанный алгоритм сложения эффективно применяется в электродинамике движущихся сред, что косвенно свидетельствует о наличии у частиц света элементов логики в отношении к скоростям**.**

Легко доказать коммутативность и ассоциативность данных произведений при указанных фиксированных значениях параметра f. При других значениях параметра f имеет место некоммутативность

$$a\overset{f}{+}b\neq b\overset{f}{+}a,$$

$$a\overset{f}{\times}b\neq b\overset{f}{\times}a,$$

и неассоциативность

$$\left(a\overset{f}{+}b\right)\overset{f}{+}c\neq a\overset{f}{+}\left(b\overset{f}{+}c\right),$$

$$\left(a\overset{f}{\times}b\right)\overset{f}{\times}c\neq a\overset{f}{\times}\left(b\overset{f}{\times}c\right).$$

Образно можно сказать, что неассоциативная и некоммутативная алгебра чувств «движется» в ассоциативных и коммутативных берегах.

Выполняются условия, используемые Лефевром:

$$1\overset{\{\theta\}}{+}1=1, \qquad 0\overset{\{\theta\}}{+}0=0,$$

$$1\overset{\{\theta\}}{\times}1=1, \qquad 0\overset{\{\theta\}}{\times}0=0.$$

Они, в одной из интерпретаций, выражают предположения, что любое взаимодействие добра с добром не порождает зло, а любое взаимодействие зла со злом не порождает добро. Имеет место изолированность добра и зла при использовании таких операций. Указанные формулы являются частным случаем более общих формул:

$$1\overset{\{f\}}{+}1=1, \qquad 0\overset{\{f\}}{+}0=0,$$

$$1\overset{\{f\}}{\times}1=1\pm 2f\left(1-f\right),$$

$$0\overset{\{f\}}{\times}0=0.$$

Новая модель описывает пару сценариев при борьбе добра с добром: возможно как увеличение, так и уменьшение добра. Этого нет при борьбе зла со злом.

Рассмотрим *нормативные импликации* (воздействия объекта на объект с итогом), которые могут использоваться в алгебре логики. Малая цифра под большой цифрой описывает ситуацию воздействия (давления, разрушения объекта, соответствующего цифре) со стороны объекта с его свойствами, обозначенного большой буквой. Нахождение малой цифры вверху свидетельствует о «возвышении», усилении качества, ассоциированного с этой цифрой. Так, первой формуле соответствует информация: разрушение плохих качеств добрыми качествами есть добро. Последняя формула утверждает, что усиление добра добром есть добро. Таблица импликаций, характеризующая объекты с «нормальной этикой», получается такой:

$$\underset{0}{1}=1 \qquad \overset{0}{1}=0$$

$$\underset{1}{0}=0 \qquad \overset{1}{0}=1$$

$$\underset{0}{0}=1 \qquad \overset{0}{0}=0$$

$$\underset{1}{1}=0 \qquad \overset{1}{1}=1$$

Она описывает смысловые оттенки отношений между объектами с разными свойствами, канонически оценивая их направленность. Смысловая нагрузка приведенных обозначений состоит в следующем: каноническое число в форме индекса означает фактор, на который идет влияние от объекта, представленного управляющим каноническим числом. После стрелки показан логический итог такого влияния. Если индекс находится внизу, качество, ему соответствующее, ослабляется или разрушается. Если индекс находится вверху, качество, ему соответствующее, усиливается или укрепляется. Назовем каноническое число, равное нулю, словом «зло». Назовем каноническое число, равное единице, словом «добро». Условимся писать эти слова без кавычек. Тогда представленные выше импликации имеют морфологическое выражение. Согласно первой формуле «зло, которое разрушает зло, порождает добро». Остальные формулы «читаются» аналогично. Согласно последней формуле «добро, которое укрепляет добро, есть добро».

Будем рассматривать импликации как операции второго уровня над объектами, заданными на каноническом множестве. Запишем нормативные импликации формулами:

$$\underset{\eta}{\xi}(n)=1-\eta+\xi\eta\left(1-\xi\eta\right),\qquad \overset{\eta}{\xi}\left(n\right)=1-\underset{\eta}{\xi}=\eta-\xi\eta\left(1-\xi\eta\right).$$

В них последовательно подставляются указанные канонические числа. На множестве импликаций действует закон «сохранения» для взаимных импликаций:

$$\overset{\eta}{\xi}\left(n\right)+\underset{\eta}{\xi}\left(n\right)=1.$$

Возможен, конечно, выбор других импликаций, а также их активных деформаций. Множество импликаций можно подчинить динамическому закону, зависимому от обстоятельств, учитываемых в задаче.

Дополним нормативные импликации, указанные выше, их отрицанием, ненормативными импликациями. Получим совокупность импликаций, в которой первый и третий столбцы задают нормативные импликации, а второй и четвертый столбцы задают ненормативные импликации:

$$\begin{array}{cccc}
\underset{0}{1}=1 & \underset{0}{1}=0 & \overset{0}{1}=0 & \overset{0}{1}=1 \\
\underset{1}{0}=0 & \underset{1}{0}=1 & \overset{1}{0}=1 & \overset{1}{0}=0 \\
\underset{0}{0}=1 & \underset{0}{0}=0 & \overset{0}{0}=0 & \overset{0}{0}=1 \\
\underset{1}{1}=0 & \underset{1}{1}=1 & \overset{1}{1}=1 & \overset{1}{1}=0
\end{array}$$

Формулы для ненормативных импликаций таковы:

$$\underset{\eta}{\xi}=\eta-\xi\eta\left(1-\xi\eta\right),\qquad \overset{\eta}{\xi}=1-\eta+\xi\eta\left(1-\xi\eta\right).$$

Нормативные и ненормативные импликации согласованы между собой согласно закону:

$$\underset{\eta}{\xi}\left(n\right)+\underset{\eta}{\xi}=1,\qquad \overset{\eta}{\xi}\left(n\right)+\overset{\eta}{\xi}=1.$$

Наличие нормативных и ненормативных импликаций предполагает реализацию композиции из них в форме «смешанной системы импликаций». Элементы первого и второго столбцов импликаций, *соответствующие этике разрушающего типа*, могут быть перемешаны между собой, формируя типы объектов, имеющих разное этическое поведение. Например, это может быть вид объектов с «нормальной этикой», которая подчинена импликациям по первому столбцу. Это может быть вид объектов с «ненормальной этикой», которая подчинена импликациям по второму столбцу. Взаимная замена одного или более элементов первого столбца элементами второго столбца образует виды объектов со «смешанной этикой». Объектов со «смешанной этикой» будет 10. Общее количество видов этики разрушающего типа равно 12. Общее количество видов созидающей этики равно 12. Охарактеризуем действующий объект полным набором импликаций. Они относятся к первому и второму типу «этических объектов», классифицируя действующие объекты.

Общее количество видов «этических объектов» равно $144 = 12 \cdot 12$. Оно получено произведением видов объектов с «разрушающей этикой» и объектов с «созидающей этикой».

Рассмотрим с общей точки зрения пару объектов с разными типами этики. Мы обнаружим, что пара может иметь весь набор импликаций, дополняя друг друга. Наибольшее количество вариантов представляет здесь совокупность объектов со смешанной этикой. Интересно отметить, что полный набор импликаций получится также у пары объектов, относящихся к объектам с «нормальной этикой» и с «ненормальной этикой». С другой стороны, пара может не обладать всем набором импликаций, тогда она имеет «дефектный набор импликаций». На этой основе также возможна классификация объектов с этикой и их динамики. Смешение импликаций можно подчинить динамическому закону, полагая, что разные импликации в данной ситуации и в данный момент времени имеют разный «вес». Зададим «вес» импликации величиной $\sigma(i, j)$. Тогда динамический закон для пар импликаций может иметь структуру:

$$\underset{\eta}{\tilde{\xi}}^{ij} = \left(1-\sigma_1(i,j)\right)\underset{\eta}{\xi}^{i}(n) + \sigma_1(i,j)\underset{\eta}{\xi}^{j},$$

$$\overset{\eta}{\tilde{\tilde{\xi}}}^{i} = \left(1-\sigma_2(i,j)\right)\overset{\eta}{\xi}^{i}(n) + \sigma_2(i,j)\overset{\eta}{\xi}^{j}.$$

Разрушающие и созидающие импликации могут быть подчинены разными, они управляются величинами $\sigma_1(i, j), \sigma_2(i, j)$:

$$\hat{L}\sigma_p(i,j) = f_p(i,j).$$

Унарную операцию отрицания можно также рассматривать на основе релаксационного закона динамического перехода от прямого значения величины к ее отрицанию. Рассмотрим эту возможность. Пусть

$$\bar{a} = \lim \tilde{a}\ \Big|_{\kappa_1 \Rightarrow 1}, \tilde{a} = (1-\kappa_1)a + \kappa_1\bar{a}, \tilde{\bar{a}} = (1-\kappa_2)\bar{a} + \kappa_2 a.$$

Тогда получим

$$\bar{\bar{a}} = a.$$

Подчинение отрицания динамическому закону задает еще одну грань этических состояний и процессов. В рассматриваемых случаях за основу анализа динамики взято уравнение, вытекающее из анализа релаксационных процессов. Эти процессы широко распространены в мире живых объектов. Поэтому есть основания надеяться, что мы в состоянии получить модели, проясняющие структуру и динамику этических состояний и процессов.

Учет возможности преобразования одних состояний в другие, равно как и одних импликаций в другие, позволяет «ввести динамику» в законы композиции величин. Введем переменные величины в законы, предложенные ранее. Пусть каждая величина может быть переменной и может «стремиться» к другому значению. Тогда мы имеем дело с объектами типа

$$\tilde{a} = \left(1-\sigma_{ij}\right)a^{i} + \sigma_{ij}a^{j}, \tilde{b} = \left(1-\kappa_{ij}\right)b^{i} + \kappa_{ij}b^{j}.$$

По повторяющимся индексам может быть суммирование, но оно не обязательно. Это условие определяется конкретными обстоятельствами задачи. Указанные коэффициенты могут быть подчинены разным динамическим уравнениям. Принимая такую точку зрения, мы приходим к обобщенным законам композиции:

$$\tilde{a} \overset{\tilde{f}_1}{+} \tilde{b} = \tilde{f}_1 \tilde{a} + \left(1 - \tilde{f}_1\right) \tilde{b},$$

$$\tilde{a} \overset{\tilde{f}_2}{\times} \tilde{b} = \left(1 - \tilde{f}_2\right) \tilde{a} + \tilde{f}_2 \tilde{b} \pm \tilde{f}_2 \left(1 - \tilde{f}_2\right) \left(\tilde{a}\tilde{b} + \tilde{b}\tilde{a}\right)^{\tilde{p}},$$

$$\tilde{f}_s = \tilde{f}_s\left(\sigma(i, j)\right), s = 1, 2.$$

После указанных замечаний и предположений можно переходить к анализу ситуативных формул. Так, например, рассмотрим

$$\varphi_1 = a^{a+b} + a^{a \times b}, \varphi_2 = a^{a+b^{\bar{a}}} \ldots$$

Эти формулы можно записать на основе зависимостей, указанных выше.

Для построения физических моделей, учитывающих этические аспекты поведения, требуется новое математическое выражение рассматриваемых соотношений. Поскольку физические модели имеют стандартное выражение на основе матриц, «алгебру совести», а также законы импликаций также следует задать на основе матриц.

Рассмотрим такую возможность, исследуя матрицы размерности три. Формально разобьем их на два класса. К классу с символом 0 отнесем матрицы, симметричные относительно второстепенной диагонали и правые идеалы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

К классу с символом 1 отнесем матрицы, симметричные относительно главной диагонали и левые идеалы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Используем полученное ранее комбинаторное произведение и стандартное матричное произведение. На паре матриц проанализируем пары импликаций. Например,

$$\underset{(0)}{1} = 1_k \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\underset{(0)}{1} = 0_m \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Мы получили на основе пары операций канонические законы этики «капиталистического типа»

$$1 \overset{k}{\times} 0 = 1,$$

$$1 \overset{m}{\times} 0 = 0.$$

Получим законы этики «социалистического типа

$$1 \overset{k}{\times} 0 = 0,$$
$$1 \overset{m}{\times} 0 = 1.$$

Они следуют при другом выборе элементов:

$$1 \overset{k}{\times} 0 = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$1 \overset{m}{\times} 0 = 1 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, конечное множество матриц, разбитое на два класса, позволяет получить систему импликаций, если использовать две операции, что превращает множество в алгебру.

Другими словами, «*этические возможности конечных физических систем*» естественны с математической точки зрения. Они далеко не так просты по своей структуре. В частности, они скрыты от анализа, если используется только матричное произведение. Поскольку этика базируется не только на логике, но и на оценках ситуации, мы приходим к выводу, что конечные физические системы имеют «скрытую логику», а потому и «скрытое сознание». Этика неразрывно связана не только с оценкой ситуаций и состояний, но и с отношением к ним, что мы называем чувствами. Поэтому, с формальной точки зрения, *«чувства» могут быть описаны системой матриц с приданной к ним системой операций.* По сути подхода мы обязаны рассматривать систему операций как совокупность элементов, единых с матрицами, которые используются нами. Этот подход принят в алгебре, когда объекты рассматриваются согласованно с операциями.

Представляет интерес задача построения всей системы импликаций, основываясь на разбиении конечного множества на два класса и пары операций на множестве: матричного и комбинаторного произведений. Кроме этого, можно поменять порядок произведений. В этом подходе очень легко доказать возможность первой строки импликаций. Действительно, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{m}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \underset{0}{\overset{m}{1}} = 1 \Rightarrow 1 \overset{m}{\times} 0 = 1,$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overset{k}{\times} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \underset{0}{\overset{k}{1}} = 1 \Rightarrow 1 \overset{k}{\times} 0 = 0,$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to \overset{0\ k}{1}=0\Rightarrow 0\overset{k}{\times}1=0,$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\to \overset{0\ m}{1}=1\Rightarrow 0\overset{m}{\times}1=1.$$

При построении указанных соотношений использовано правило, что нижнее число умножается на верхнее число матрично или комбинаторно. Этому правилу соответствует изменение порядка сомножителей.

При построении импликаций с нулями мы обнаруживаем три возможности. Во-первых, есть элементы, которые дают один и тот же логический результат как при изменении операций, так и при изменении порядка множителей. Так, получим, например

$$0\overset{m}{\times}0=1\leftarrow\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},$$

$$0\overset{m}{\times}0=1\quad\leftarrow\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

Таких вариантов достаточно много. Реализуются также другие возможности. В частности, выполняются правила

$$0\overset{m}{\times}0=0, 0\overset{k}{\times}0=1$$

для следующих упорядоченных пар матриц:

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\right\},\left\{\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Выполняются правила

$$0\overset{k}{\times}0=0, 0\overset{m}{\times}0=1$$

для следующих упорядоченных пар матриц:

$$\left\{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix}\right\},\left\{\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Следовательно, на множестве пар нулевых матриц выполняются три закона композиции, которые имеют разные логические следствия.

На множестве пар единичных матриц ситуация аналогична той, которая имела место на множестве пар нулевых матриц. Так, выполняются законы

$$\overset{m}{1\times}1=0,\overset{k}{1\times}1=1.$$

Например, такова пара

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

Выполняются законы вида

$$\overset{m}{1\times}1=1,\overset{k}{1\times}1=0$$

для пар элементов

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}\right\},\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Выполняются законы вида

$$\overset{m}{1\times}1=0,\overset{k}{1\times}1=1$$

для пар элементов

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\right\},\left\{\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\right\}.$$

Общее правило состоит в том, что конечное множество имеет систему нетривиальных импликаций. Они зависят от того, какие пары элементов и в каком порядке используются в модели. Кроме «нормальных» и «аномальных» импликаций имеют место «нетривиальные» импликации. Общая «логическая структура» конечного множества достаточно сложна. Поскольку мы пытаемся установить место и роль логических элементов в физических моделях, из данного рассмотрения следует трансфинитность логики. Трансфинитной логике соответствует трансфинитное поведение. Его физическое обоснование базируется на принципе трансфинитности физической реальности. Но оно не имело математического выражения, адекватного столь сложной версии. Теперь есть основы трансфинитной математической структуры логики. По этой причине становится возможным учет логики в физических моделях. Рассматриваемая схема может быть усовершенствована. Из практики следует, что и добро, и зло могут быть применены по-разному: как на добро, так и на зло. Другими словами, у добра и зла есть две стороны. От объекта зависит, как, и в каких условиях используется то, что имеет объект. В соответствии с приведенными соображениями дополним представителей алгебры Буля знаками плюс и минус, расположенными слева и справа от представителя алгебры. Получим такие элементы:

$$(+)O(+),(+)O(-),(-)O(+),(-)O(-),$$
$$(+)I(+),(+)I(-),(-)I(+),(-)I(-).$$

Примем правило произведения знаков, полагая, что первые знаки соответственно умножаются друг на друга, аналогично умножаются правые знаки. Например, получим обобщение этики «капиталистического типа» (в ассоциативном варианте произведения знаков):

$$(+)I(-)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(-)I(+),$$
$$(+)I(+)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(-)I(-),$$
$$(-)I(-)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(+)I(+),$$
$$(-)I(-)\overset{m}{\times}(-)O(-)=(+)O(+)\ldots$$

Например, получим обобщение этики «социалистического типа» (в неассоциативном варианте произведения знаков, когда внутренние знаки и внешние знаки умножаются друг на друга):

$$(+)I(-)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(+)O(-),$$
$$(+)I(+)\overset{k}{\times}(-)O(-)=(-)O(-),$$
$$(-)I(-)\overset{m}{\times}(-)O(-)=(+)I(+),$$
$$(+)I(+)\overset{m}{\times}(+)O(-)=(-)O(+)\ldots$$

Мы подчиняем знаки представителей алгебры Буля таблице:

	$++$	$+-$	$-+$	$--$
$++$	$++$	$+-$	$-+$	$--$
$+-$	$+-$	$++$	$--$	$--$
$-+$	$-+$	$--$	$++$	$+-$
$--$	$--$	$-+$	$+-$	$++$

.

Наиболее ярким моментом таблицы является превращение пары отрицательных для двух представителей алгебры Буля в элемент с парой положительных качеств.

Предлагаемый вариант можно рассматривать не только как расширение алгебры совести, но и как углубление её. Знаки могут быть подчинены динамическим уравнениям. Кроме этого, понятно, анализ проводился с точностью до множителей перед матрицами. Если учесть ещё эту возможность, мы получим «гибкую» модель динамизации этики. На этой динамизации будет «развертываться» динамизация сознания и чувств.

Применение мономиальных матриц как основы моделирования структуры и поведения объектов согласуется с пониманием мономиальных матриц как математических представителей конечной совокупность объектов, у которых может быть то или другое расположение относительно некоторого первичного порядка. Фактически, мы имеем некоторые физические изделия, отличающиеся порядком, в котором расположены одни и те же объекты. *Эти изделия имеют систему физических свойств, допускающих измерение. Эти физические системы имеют математическое выражение в форме мономиальных матриц*.

Для матриц других размерностей, в частности, для матриц с размерностью четыре, используемых в физических моделях, ситуация аналогична.

Конечная система матриц порождает спектр импликаций. Пусть, например, исследуются одинаковые матрицы вида

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{k}{\times}\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow 0\overset{k}{\times}0=1,$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\overset{m}{\times}\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\Rightarrow 0\overset{m}{\times}0=0.$$

Перестановка элементов соотношений не меняет. Данная пара порождает две разные импликации. Элементы

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

порождают одну импликацию $0\overset{k}{\times}0=0$ и три импликации $0\overset{\xi}{\times}0=1$. Элементы

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}$$

порождают одну импликацию $0\overset{k}{\times}0=1$ и три импликации $0\overset{\xi}{\times}0=0$. Элементы

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

порождают четыре импликации $0\overset{\xi}{\times}0=0$.

Имеет место неоднородность порождения импликаций парами объектов. Этот факт можно интерпретировать как различие «этических норм» каждой пары матриц. У каждой пары, при принятии указанной точки зрения, есть своя «логика» и свои отношения к другим объектам. Одинаковые матрицы естественно устойчивы к переменам своих мест в паре. Поскольку импликации «строятся» по-разному в зависимости от исходного разбиения матриц на классы, появляется еще одна степень свободы в анализе импликаций как самостоятельного физического элемента моделирования и как математического свойства конечных систем. Этические нормы зависят от разбиения конечного множества на классы, от классовой характеристики конечного множества. Самостоятельной задачей является анализ инвариантных свойств такого разбиения. При рассмотрении физических моделей, заданных разными наборами матриц, мы обнаруживаем «скрытость этики». Действительно, в этих вариантах может быть одинаков векторный вид уравнений, равно как и физические проявления свойств исследуемых объектов. Однако совокупность импликаций у данных «одинаковых» уравнений различна.

Так, уравнения электродинамики могут быть заданы, в простейшей реализации, шестью способами, вытекающими из структуры канонической мономиальной группы. Она содержит не только нормальную подгруппу A, но и 5 классов элементов, обозначенных буквами B,C,D,E,F.

В силу этого обстоятельства возможно конструирование молекулы света из атомов света, аналогичных изомерам: они имеют разную структуру, но одинаковые физические свойства (проявления на эксперименте). Это возможно, если «тонкая структура» атомов света не проявляется в проводимых экспериментах. Обозначая элементы малыми буквами, мы получаем алфавит для построения «предложений», составленных из этих букв. Буквы

$$a, b, c, d, e, f$$

могут располагаться в любой последовательности. Это могут быть как указанные наборы, так и сочетания нескольких одинаковых «букв», так и «рисунок», образованный из них. Например, для конечного набора базовых элементов могут существовать изделия вида

$$aaaeffebbbbbcdddffffffeeeeeeeabababcdcdcdcdcccccfafaaaa,$$
$$fffacdbdbcdaddddddddbbbbbbaaaaaaaaaaaeeeeeeeeaffabbbbbb....$$

Принимая «логическое различие» данных изделий, мы вправе полагать, что уравнения, «одинаковые по эксперименту», способны *нести как «словесную» информацию, так и* совокупность *скрытых этических норм*.

Эта черта физических моделей *аналогична свойствам живых объектов*, которые «внешне» «одинаковы», но имеют разную мотивацию и разное поведение. Измеряя только вес и рост человека, что можно сказать о его Сознании и Чувствах? Внешние проявления объекта всегда дополняются его внутренними проявлениями. Оно может не фиксироваться приборами, которые мы используем. Это различие внутренних свойств должно описываться параметрами, которые характеризуют свойства Сознания и Чувств. У них есть своя геометрия и алгебра.

Заметим, что одна базовая система матриц имеет разные формы для представления одних и тех же экспериментальных данных. Так, умножая матрицы нормальной подгруппы A на её же матрицы. Мы получим четыре варианта представления теории на одной подгруппе. Аналогично нормальная подгруппа действует на «полочках» факторгруппы.

При использовании комбинаторного произведения мономиальных матриц мы получаем матрицы, которые являются левыми или правыми идеалами по матричному произведению. Поскольку появился новый класс объектов, они могут использоваться при построении новых физических моделей. С одной стороны, это могут быть модели на идеалах. Но *они будут очень упрощенными*, если их структура будет аналогична структуре уравнений математической физики, в которой слева и справа от матриц используются скалярные функции, а волновые функции имеют форму спиноров.

По этой причине следует найти изящную математическую конструкцию, в которую будет заложена система возможностей. Кроме этого, желательно рассмотреть матрицы, которые являются левыми или правыми идеалами по комбинаторному произведению. На них могут быть построены новые физические модели. Они будут дополнять уравнения физических моделей, если будут согласованы с ними. Возможен и другой вариант, когда будут построены некие общие уравнения, модификация которых даст уравнения, описывающие Сознание и Чувства физических объектов.