УДК 530.12

БАРЫКИН В.Н.

РИТ – ФИЗИКА ТРАНСФИНИТНОГО ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ – 3

Рассмотрена математическая возможность выражения концепции трансфинитного пространства и времени в рамках модели расслоенных многообразий. В предлагаемом варианте база и слой такого многообразия могут соответствовать разным ранговым движениям для физических изделий.

ВВЕДЕНИЕ

Концепция физических объектов как изделий, изготовленных из Ритов, которая кажется интуитивно ясной, допускает разнообразные математические реализации. Для приложений наиболее естественно использовать модель, привычную для практики и хорошо развитую математически. На такую роль претендует модель расслоенных многообразий. Единственное отличие от стандартных ситуаций состоит в том, что база и слой таких многообразий могут соответствовать разным ранговым движениям.

1. СИСТЕМА РАССЛОЕННЫХ МНОГООБРАЗИЙ

Назовем физическим пространством и временем такую модель реального пространства и времени, каждый элемент которой допускает прямую или косвенную экспериментальную проверку. Многообразие *P*, составленное из базового пространства $\underset{(1)}{B}$ и группы G_Z - группы заполнения, а также из пространства $\underset{(2)}{B}$ и группы G_P - группы проявления, назовем физически расслоенным, если указанные элементы совместно образуют некоторую конструкцию, согласованную системой дополнительных элементов *T*. Форму и сущность всех элементов будем устанавливать в соответствии с потребностями и практикой моделирования физических объектов и явлений. Рассмотрим простой случай, когда пространство размеров (состояний) выполняет роль базы, а пространство состояний (в частности, скоростей) выполняет роль слоя.

Для наглядности изобразим пространство *P* посредством рис. 1.

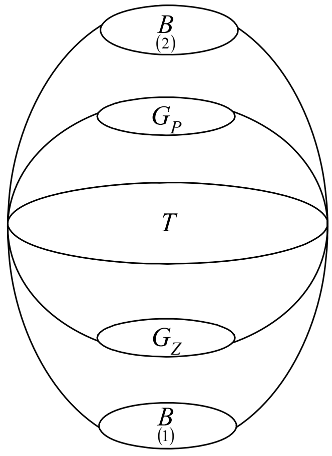

Рис.1. Конструкция, соединяющая пространство размеров и скоростей.

Здесь буквой (π) обозначены всевозможные согласования элементов $P=\left(\underset{(1)}{B}, G_Z, \pi, G_P, \underset{(2)}{B}\right)$: связи между $\underset{(1)}{B}$ и G_Z, между $\underset{(2)}{B}$ и G_P, между парами $\left(\underset{(1)}{B}, G_Z\right)$ и $\left(\underset{(2)}{B}, G_P\right)$, а также их связи с T.

Данный рисунок относится только к паре движений: учитывает размеры и скорости. В общем случае, когда мы желаем рассматривать всю систему уровневых ранговых движений, рисунок и ситуации сильно усложнятся. Поскольку эксперимент в состоянии учесть лишь конечную систему ранговых движений, достаточная модель пространства-времени будет иметь конечное число элементов. Отметим, что мы предполагаем софистатность (взаимную трансфинитность) каждой пары ранговых движений. Поэтому общая ситуация и общий анализ будут достаточно сложны.

Согласно развиваемому подходу, между собой софистатны разные уровни материи. По этой причине требуется выполнить сравнительный анализ их структуры и поведения, что представляет собой достаточно сложную, новую проблему.

Пусть на $\underset{(1)}{B}$ заданы окрестности точки x вида $\{v_i\}, i \in M$ и локальные системы координат. Преобразование координат на пересечении окрестностей определим через представления группы G_Z:

$$\overset{(1)}{g}_{ij}(x) : \overset{(1)}{v}_i \cap \overset{(1)}{v}_j \to \overset{(1)}{G}_z . \qquad (\alpha)$$

Введем пространство $\underset{(1)}{F}=\underset{(2)}{B}$, которое назовем слоем. Покроем его системой открытых окрестностей с координатами (ξ). Введем гомеоморфизм

$$\overset{(1)}{\Phi}_i : \overset{(1)}{v}_i \times \underset{(1)}{\overset{(1)}{F}} \to \overset{(1)}{\pi}{}^{-1}\left(\overset{(1)}{v}_i\right),$$

с проекцией $\left(\overset{(1)}{\pi}\right)$ вида

$$\overset{(1)}{\pi}\,\overset{(1)}{\Phi}_i(x,\xi)=x, \quad \forall x \in \overset{(1)}{v}_i, \quad \xi \in \overset{(1)}{F}.$$

Определим карту

$$\overset{(1)}{\Phi}_{i,x} : \overset{(1)}{F} \to \pi^{-1}(x), \quad x \in v_i$$

по правилу

$$\overset{(1)}{\Phi}_{i,x}(\xi)=\Phi_i(x,\xi), \quad x \in \overset{(1)}{v}_i, \quad \xi \in \overset{(1)}{F}.$$

Для пары окрестностей $\underset{(1)}{B}$ с индексами $i, j \in N$ и каждой точки $x \in v_i \cap v_j$ получим гомеоморфизм

$$\overset{(1)}{\Phi}_{i,j:x}=\overset{(1)}{\Phi}{}^{-1}_{j,x}\,\overset{(1)}{\Phi}_{i,x} : \underset{(1)}{F} \to \underset{(1)}{F}.$$

Условие

$$\overset{(1)}{\Phi}_{i,j:x}=\overset{(1)}{g}{}^{-1}_{jx}(x), \qquad (\beta)$$

согласовывает координатные преобразования в базе $\underset{(1)}{B}$ с преобразованиями слоя $\underset{(1)}{F}$ в соответствии с группой $\underset{(1)}{G}$. Тогда

$$\underset{(1)}{F} = \left\{ \underset{(1)}{B}, \underset{(1)}{G}, \underset{(1)}{\pi}, \underset{(1)}{F} \right\}$$

есть расслоение Стинрода [1-2]. Оно однозначно определено преобразованиями (α) и (β), а также слоем $\underset{(1)}{F}$, на котором группа $\underset{(1)}{G}$ действует непрерывно и эффективно.

Если слой $\underset{(i)}{F}$ образован группой $\underset{(i)}{G}$, рассматриваемой как топологическое пространство, расслоение $\underset{(i)}{E}$ называется главным расслоением. Известно, что оно является фундаментальным объектом в классе всех расслоений с данной базой *B* и данной *G*-структурой.

Аналогичные рассуждения можно провести для расслоения

$$\underset{(2)}{F} = \left\{ \underset{(2)}{B}, \underset{(2)}{G} = G_p, \underset{(2)}{\pi}, \underset{(2)}{F} \right\}.$$

В общем случае возможно рассмотрение системы расслоений

$$\cup\!\!\!\!\cap \underset{(i)}{E},\ i=1, 2, \ldots k.$$

Знак ($\cup\!\!\!\!\cap$) соответствует выбору любых возможностей объединения и пересечения расслоений. Рис.1 соответствует случаю, когда используется пара главных расслоенных многообразий: $\underset{(1)}{E}$, $\underset{(2)}{E}$, согласованных системой элементов *T*.

Тривиальное расслоение соответствует случаю, когда

$$E = B \times F .$$

Тогда проекция $\pi : E \to B$ является проекцией на первый сомножитель. В этом случае атлас (система карт) состоит из одной карты $u_\alpha = B$. Имеется только одна функция склейки $\Phi_{ii} = id$.

Локально тривиальные расслоения изоморфны тогда, когда функции склейки Φ_{ij} и Φ'_{ij} согласованы с гомеоморфизмами слоев

$$h_i : V_i \times F \to V_i \times F$$

так, что

$$\Phi_{ij} = h_i^{-1} \Phi'_{ij} h_j .$$

Векторные расслоения, по определению, это локально тривиальные расслоения со структурной группой *G*, у которых роль слоя выполняет конечномерное векторное пространство, размерность которого, например, $\dim R^n = n$ задает размерность векторного расслоения E_ζ . Для сечений

$$s_1, s_2 : B \to E_\zeta$$

выполнены условия

$$(s_1 + s_2)(x) = s_1(x) + s_2(x), \quad x \in B ,$$

$$(\lambda s_1)(x) = \lambda(s_1(x)), \quad \lambda \in R , \quad x \in B .$$

Они задают на пространстве $\Gamma(\zeta)$ всех сечений структуру векторного пространства.

Множество всех векторов, касательных к многообразию *B*, обозначим $\mathrm{T}^* x$. Оно снабжается естественной топологией. В ней для касательного вектора ξ_0 в точке x_0 окрестностью *V* является множество таких касательных векторов η в точках *x*, для которых

$$\rho\left(x, x_0\right) = \sum_{k=1}^{n} \left(\eta_\alpha^k - \xi_{0\alpha}^k\right)^2 < \varepsilon$$

для некоторого числа $\varepsilon > 0$ и карты $V_\alpha \in x_0$.

Пусть $\pi^* : \mathrm{T}^* B \to B$ есть отображение, сопоставляющее касательному вектору ξ^* точку *x*, в которой вектор ξ касается многообразия *B*. Оно непрерывно и задает векторное расслоение с базой *B*, общим пространством $\mathrm{T}^* x$ и слоем, изоморфным линейному пространству R^n.

Заметим, что для физической модели требуется задать несколько векторных расслоений. *Во-первых*, нужно охватить и проявить *смещения* точечного события, которое задается дифференциалами координат многообразия, ассоциированного с *B*. Получим

$$\left\{d^{\,k} x\right\}_{k=1,2\ldots n} \in \mathrm{T}^* \boxed{B} \;, \quad \boxed{B} \quad \dot{\nabla} B\,.$$

Знак $\boxed{B}$ соответствует словам "множества, ассоциированные с *B*", знак $\dot{\nabla}$ соответствует словам, поясняющим софистатность. При рассмотрении задач, относящихся к движению электромагнитного поля в среде, движущейся со скоростью $\vec{u}_{(m)}$, от источника излучения, движущегося со скоростью $\vec{u}_{(fs)}$, мы обязаны ввести пространство $B_{(m)}$ и $B_{(fs)}$. Тогда

$$\boxed{B} \quad \equiv \begin{cases} B_{(m)},\, d\,x_{(m)}^k \big/ d\,s = u_{(m)}^k, \\ B_{(fs)},\, d\,x_{(fs)}^k \big/ d\,s = u_{(fs)}^k, \end{cases}$$

где *ds* – некоторый инвариантный интервал, охватывающий и проявляющий конкретную ситуацию. Величины $u_{(m)}^k$ и $u_{(fs)}^k$ физически независимы, однако они согласованно влияют на поведение электромагнитного поля. Мы частично задаем эту согласованность, полагая, что $\vec{u}_{fs}$ и $\vec{u}_m$ гомотопически эквивалентны, выражением

$$\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m\,.$$

Здесь *w* – показатель отношения электромагнитного поля к физической среде. Само поле имеет "смещения"

$$\frac{d\,x_f^k}{d\,s} = v_f^k\,, \quad \frac{d\,x_g^k}{d\,s} = v_g^k\,,$$

которые задают его фазовую и групповую скорость.

Поскольку каждый из указанных элементов нужен в модели, для их совокупности можно ввести систему пространств

$$\mathrm{T}^* \boxed{B} \equiv \bowtie \mathrm{T}^* \underset{(i)}{B}\,, \quad i = 1, 2\ldots k\,.$$

Можно поступить иначе. В физике обычно используется этот вариант. Считается, что величины

$$\left\{v_f^k,\, v_g^k,\, u_{(m)}^k,\, u_{(fs)}^k \ldots\right\}$$

заданы в одном многообразии B и в одном векторном пространстве $\mathrm{T}^* B$. Указанный подход упрощает анализ, но нужно действовать осторожно, так как *система векторных расслоений* существенно сложнее одного векторного расслоения. *Во-вторых*, нужны ковекторные расслоения. Они охватывают и проявляют дифференциальные изменения, которым подчинены физические законы. Их базис образуют частные производные

$$\left\{\partial/\partial x^k\right\},\ k=1,2\ldots n\ \in \mathrm{T}_* \boxed{B}_, \quad \boxed{B} \quad \dot{\nabla} B .$$

Отображение $\pi_* : \mathrm{T}_* B \to B$ сопоставляет кокасательному вектору ξ_* точку x, в которой он присоединен к многообразию B. Слой ковекторного расслоения $\mathrm{T}_* B$ изоморфен линейному пространству. Мы вправе использовать в физической модели систему пространств $\mathrm{T}_* \underset{(i)}{B}$, согласовав их друг с другом. *В-третьих*, нужны физические величины Ф, которые допускают возможность измерения, охватывают и проявляют данные опыта, входят в уравнения физической модели. Обычно таких величин несколько. Базис пространства для величин Ф задан тензорным произведением базисов векторного и ковекторного пространств. Мы получаем для модели систему величин: скаляров φ, векторов v^k, ковекторов v_k, тензоров второго ранга φ^{ij}, $\varphi^i{}_j$, φ_{ij}. Они отличаются друг от друга законами преобразования при изменении системы координат. *В-четвертых*, нужно выполнить согласование элементов, используемых в физической модели. Например, возможно расширение частных производных до ковариантных [3], получая

$$\partial_i \Rightarrow \nabla_i = \partial_i + A_i ,$$

где A_i - связность, совокупность величин, посредством которых согласуется изменение физических величин в окрестностях разных точек базы B. Назовем пространство, величины которого реализуют согласование, согласующим пространством. Обозначим его буквой S. Соединим отмеченные выше элементы в рис. 2., формируя уточненную конструкцию физически расслоенного многообразия $\left(\underset{(1)}{B}, G_z, \pi, G_p, \underset{(2)}{B}\right) \oplus \left(\mathrm{T}_*(\xi), \mathrm{T}^*(\xi), \Phi, S\right)$.

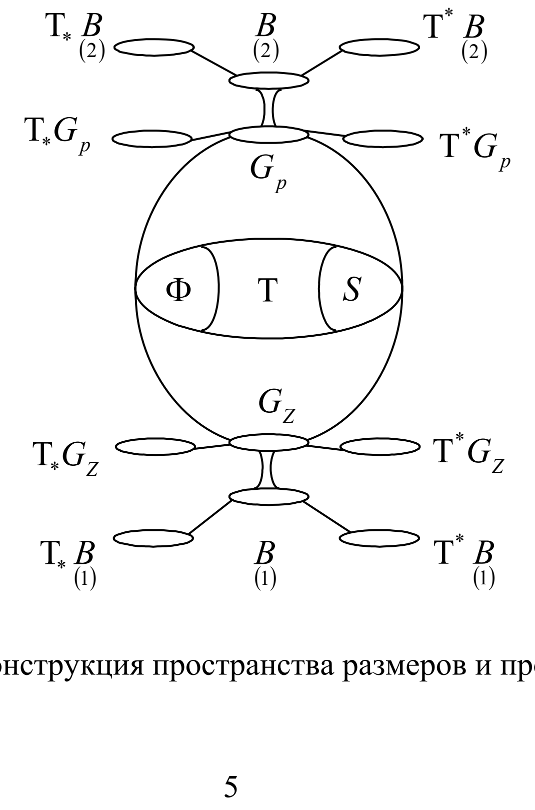

Рис. 2. Уточненная конструкция пространства размеров и пространства скоростей.

Физическая модель использует, так или иначе, все указанные элементы. Конкретизируем рис. 2. в соответствии с найденной ранее единой спинорной формой фундаментальных уравнений физики[1]. Используем для этого уравнения электродинамики без ограничения скорости. Нам понадобились такие элементы:

а) *пространство состояний* $M_{SS} = \underset{(1)}{B} = R^3 \times T^1$, соответствующее *практике физических измерений* и опыту макроскопических наблюдений, оно является пространством размеров для физических конструкций, ассоциированных с наблюдателем, непосредственно или мысленно покоящегося относительно этой конструкции.

б) *группа заполнения* физических явлений $G_z = SL(4, R)$, ее алгебра $\mathrm{T}^* SL(4, R)$, функции от элементов A алгебры, например, $Y = \det\|\lambda I - A\|$, где $A \in \mathrm{T}^* SL(4, R)$, $Y \in \mathrm{T}_* SL(4, R)$;

в) *касательные и кокасательные* пространства, ассоциированные с M_{SS}, посредством которых заданы дифференциалы $dx^k \in \mathrm{T}^* \underset{(1)}{B}$ и частные производные $\partial/\partial x^k \in \mathrm{T}_* \underset{(1)}{B}$;

а*) *пространство событий* $M_{SS} = \underset{(2)}{B} = M_4$, где M_4 - пространство Минковского, которое соответствует *практике изменения скоростей конструкции или ее частей*, присущих явлениям и опыту для прямых или косвенных микроскопических наблюдений, оно является пространством измеренных скоростей, ассоциированных с системой движущихся наблюдателей.

б*) *группа проявления* физических явлений $G_p = U(1)$, ее алгебра $P \in \mathrm{T}^* U(1)$, функции от элементов алгебры, например, $X = \det\|\lambda I\| - P$, $X \in \mathrm{T}_* U(1)$, где $U(1)$ - унитарная группа;

в*) *касательные и кокасательные* пространства, ассоциированные с M_{SE}, посредством которых заданы дифференциалы $dx^k \in \mathrm{T}^* \underset{(2)}{B}$ и частные производные $\partial/\partial x^k \in \mathrm{T}_* \underset{(2)}{B}$;

Заданы также величины, характеризующие электромагнитные поля посредством тензора $F_{mn} = F_{mn}(\vec{E}, \vec{B})$ и индукции, выраженные тензорной плотностью $\tilde{H}^{ik} = \tilde{H}^{ik}(\vec{H}, \vec{D})$ веса (+1), а также тензорная плотность веса (+1) для четырехтоков $\tilde{S}^k = \tilde{\rho}\, U^k$. Тогда

$$\Phi : (\vec{E}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{D}, F_{mn}, \tilde{H}^{ik}, \tilde{\rho}, U^k, \tilde{S}^k \ldots).$$

Использованы величины, соединяющие элементы в единую конструкцию: ε, μ - диэлектрическая и магнитная проницаемости, $n = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ - показатель преломления, $w = 1 - \exp\left(-P_0 \dfrac{\rho}{\rho_0}\right)$ - показатель отношения, тензор $\Omega^{kn} = \alpha\,\Theta^{kn} + \beta U^k u^n$, четырехметрики r^{ij}, $n^{ij}(+)$, $n^{ij}(-)$, g^{ij}, тензор Кронекера $\varepsilon^{ij}_{klrs} \ldots$ Тогда $S : (\varepsilon, \mu, w, \Omega^{kn}, r^{ij}, n^{ij}, g^{ij}, \varepsilon^{ij}_{klrs} \ldots)$.

Сделаем несколько замечаний.

Величины заданы над полем комплексных чисел C типа $(a + i\,b)$, они соединены посредством теневых комплексных чисел J:

$$A + i\,B\dot{\nabla}(a_1 + i\,b_1) + J\,(a_2 + i\,b_2),$$

что позволяет провести согласованный анализ кинематического и динамического изменения полей.

- Пространство $\underset{(1)}{B}$ и группа $\underset{(1)}{G}$ согласованы между собой.
- Пространство $\underset{(1)}{B}$, как и другие элементы в конструкции расслоенного многообразия, допускает не только внешнюю (out-) координатизацию, например, посредством координат x^k, но и внутреннюю (in-) координатизацию, например, посредством координат y^α, что

учитывает внутренние степени свободы. Поэтому элементы пространства состояний M_{SS}, формирующие остов физической модели, индуцируют метрики $g_{ij}\left(x^k, y^\alpha\right)$, связности $\Gamma^i_{jk}\left(x^k, y^\alpha\right)$, величины $F_{mn}\left(x^k, y^\alpha\right)$, производные $\nabla_k = \partial/\partial x^k + \Gamma^\alpha_k \partial/\partial y^\alpha \ldots$

- Пространство $\underset{(1)}{B}$, как и другие элементы в конструкции расслоенного многообразия, допускает многоуровневость точек. Так, если точка задана координатами

$$\left(\left(\left(\underset{(-2)}{x}\underset{(-2)}{\beta}+\underset{(-2)}{\alpha}\right)\underset{(-1)}{x}\underset{(-1)}{\beta}+\underset{(-1)}{\alpha}\right)\underset{(0)}{x}\left(\underset{(1)}{\alpha}+\underset{(1)}{\beta}\underset{(1)}{x}\left(\underset{(2)}{\alpha}+\underset{(2)}{\beta}\underset{(2)}{x}\right)\right)\right),$$

мы работаем в модели с пятиуровневым расщеплением. Соответственно требуются изменения частных производных, дифференциалов координат, величин, а также системы их соединений. Соединяя указанные элементы воедино (рис.3.).

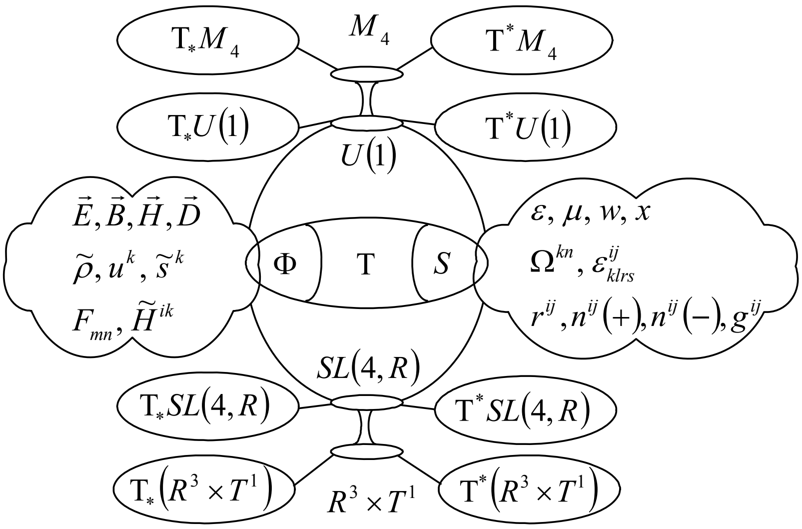

Рис.3. Расслоенное многообразие, следующее из опыта конструирования электромагнитных явлений

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показаны возможности качественно нового подхода к пространству и времени. Модель расслоенного пространства времени с активными базами и слоями, согласованными друг с другом, адекватна накопленному опыту и стимулирует дальнейшую практику.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стинрод Н. Топология косых произведений. –М.: ИЛ, 1953.
2. Стинрод Н., Эйленберг С. Основания алгебраической топологии. - М.: ИЛ, 1958.
3. Номидзу К. Группы Ли и дифференциальная геометрия. –М.: ИЛ, 1960.