УДК 530.12

БАРЫКИН В.Н.

К СИММЕТРИИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ РАНГА ОДИН

При анализе физических конструкций и явлений приходится использовать систему неизоморфных симметрий. Найден математический объект, названный нигруппой, пригодный для их описания. Предложена концепция бигруппы: множества с двумя операциями, по каждой из которых множество является группой. Проиллюстрирована на физических приложениях динамика генераторов и параметров исследуемого семейства симметрий.

ВВЕДЕНИЕ

В сложных физических задачах, относящихся к релятивистской электродинамике и квантовой механике, трудно выполнить как теоретический, так и экспериментальный анализ деталей взаимодействия, учесть все реальные условия измерения. Поэтому обычно ограничиваются анализом не всего процесса изменения величин, а только анализом некоторой системы состояний. Они соответствуют некоторым итогам взаимодействия, которые способны скрывать механизм реальных изменений. Можно сказать, что вместо анализа процесса анализируется система состояний. Конечно, для него нужно знать, какой диапазон свойств и величин исследуется.

В электродинамике для описания состояний используют кинематический метод перерасчета величин, измеренных разными инерциальными наблюдателями, применяя для этого группу Лоренца, которая является группой изометрий для пространства Минковского [1]. В квантовой механике, базирующейся на пространстве Ньютона и группе Галилея, также исследуются состояния. В ней отказ от анализа процесса обоснован концепцией редукции волнового пакета с предположением, что ее невозможно описать детально и детерминистически [2]. Анализируемые ситуации в электродинамике движущихся сред обычно укладываются в рамки упрощенной модели, когда малы мощности излучения, а также градиенты показателя преломления и показателя отношения. В варианте такой практики интервал событий выбирается согласно структуре риманова многообразия, а связность пространства скоростей используется метрическая. Пара указанных обстоятельств задает лишь конкретную реализацию. В общем случае интервал может быть неримановым, а связность может быть неметрической.

Проблема состоит в том, чтобы описывать процессы, а не только систему состояний. Общепринятого алгоритма для решения такой проблемы не существует. Отсутствует и общепринятый подход к разграничению и описанию состояний и процессов.

В данной работе показано, что возможно детерминистическое описание процессов изменения параметров явления таким образом, что процесс содержит в себе систему состояний. Подход базируется на объединении неизоморфных симметрий в активную систему, способную учитывать как влияние взаимодействий, так и их итоги. Для этого нужны новые физические величины. Их использование порождает новые математические объекты. Они названы нигруппой и бигруппой. Частично исследованы их свойства, проиллюстрированы физические аспекты данного подхода.

1. СИММЕТРИЙНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ РАНГА ОДИН

В *общеизвестном кинематическом* описании системы состояний используется группа Лорентца. Известно, что она позволяет корректно рассчитать итоги взаимодействия, не раскрывая деталей и хода динамического процесса. В кинематическом подходе различие параметров не имеет динамической природы, потому ему «не нужен» процесс, который задает фиксируемые эмпирически итоги взаимодействия.

Качественно другое описание поведения параметров электромагнитного поля получено в рамках обобщенной *динамической* модели релятивистских эффектов $[3]$. В новом подходе поведение скорости поля динамически согласовано с изменением его частоты. Изменения происходят в форме *релаксационного процесса*, в котором параметры явления детерминистически меняются от некоторых начальных значений до некоторых конечных.

Согласно работе $[3]$, по **параметрам состояния** электромагнитного поля, известным для одного наблюдателя, можно рассчитать **параметры динамического процесса,** анализируемого другим наблюдателем. Для этого требуется, дополнительно к реальному физическому пространству-времени размеров $T^1 \times R^3$, ввести пространство-время для скоростей в форме обобщенного пространства Минковского $\widetilde{M}_4$, характеризуя с его помощью физические процессы.

Расчет базируется на обобщенных преобразованиях дифференциалов координат для кокасательного пространства T^*M (ассоциированного с $T^1 \times R^3$):

$$dx' = \gamma(dx - vdt), dt' = \gamma\left(dt - \frac{vw}{c^2} n^2 dx\right), \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} n^2 w\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Они задают симметрию реального физического процесса на уровне учета движений ранга единица (скоростей, частот и факторов управления ими). В них входит относительная скорость для пары наблюдателей v, показатель преломления n, а также **показатель отношения** w, новая физическая величина, введенная в динамической модели релятивистских эффектов $[4]$. В таком варианте кокасательное пространство T^*M выполняет функции пространства скоростей. Величина w в электродинамике задается правилом

$$w = 1 - \exp(-P_\lambda(n-1)).$$

Здесь $n -$ показатель преломления, $P_\lambda -$ эмпирическая константа, зависящая от длины волны электромагнитного поля.

Для взаимосвязи скоростей, характеризующей стадии динамического процесса, анализируемого разными наблюдателями, получим выражение

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - \frac{vw}{c^2} n^2 dx} = \frac{u_x - v}{1 - \frac{vw}{c^2} n^2 u_x}.$$

В $[3]$ обоснован диапазон изменения величин $w = [0 - 1]$, характеризующих стадии релаксационного процесса изменения параметров явления. Тогда при $w = 0$ получим значения скоростей для второго наблюдателя в случае, когда релаксационный процесс изменения параметров, в частности, обусловленный измерением, только начался. Он соответствует группе Галилея. При $w = 1$ получим конечные значения скоростей для релаксационного процесса. Они соответствуют канонической группе Лоренца. Для расчета динамики частоты в исследуемом процессе нужны дополнительные условия, например, обобщенное условие инвариантности фазы волны. Для анализа состояний такой алгоритм использовал Эйнштейн А. $[5]$.

Возникает вопрос: каким математическим объектом является введенная нами математическая конструкция, используемая для описания процесса изменения параметров? Какие дополнительные возможности открывает указанный алгоритм в задачах анализа физических процессов? Как согласовать между собой состояния и процессы?

Заметим, что, с физической точки зрения, анализ процесса проведен на основе использования нового физического параметра w. Тогда динамика процесса получает физическое обоснование. Учтем это обстоятельство как общее правило для будущей практики: е*сли мы желаем учесть что-то новое в процессах или в его симметриях, мы обязаны ввести в физическую модель и в симметрии хотя бы одну новую величину.* Хорошо, если новая величина характеризует общие стороны и свойства явления. Для показателя отношения w это условие выполняется $[4]$. Естественно, что обобщение симметрии влечет за собой обобщение физических моделей.

Исследуем математическую структуру используемых преобразований для дифференциалов координат, а также специфику используемого алгоритма для описания процесса.

Поскольку однопараметрическое обобщение преобразований дифференциалов координат отталкивается от группы симметрии, мы приходим к варианту построения и использования обобщенных симметрий. Каковы эти симметрии, как ими пользоваться?

2. АЛГЕБРА ЛИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Мы понимаем, что предложенное описание релаксационного процесса изменения скоростей и частот на основе пространственно-временных преобразований кокасательного пространства базируется на расширении алгебры симметрии явления. Действительно, предложенные преобразования координат содержат новый переменный физический параметр w, управляющий процессом. Последуем стандартной методике анализа $[6]$. Если $d\overline{x} \approx dx + \xi(dx, dy)\alpha, d\overline{y} = dy + \eta(dx, dy)\alpha,$ то получим генератор

$$X = \xi(dx, dy)\frac{\partial}{\partial(dx)} + \eta(dx, dy)\frac{\partial}{\partial(dy)}.$$

Для удобства будем использовать величину x вместо dx и величину t вместо dt.

Мы обнаруживаем, что генератор симметрии группы Лоренца $\Gamma_l = x\partial_t + t\partial_x$ получается при дифференцировании преобразований координат по скорости (параметром симметрии является скорость). Дифференцирование по показателю отношения (характеризующему влияние внешних обстоятельств на явление) дает генератор симметрии группы Галилея вида $\Gamma_* = x\partial_t$**.** Отмеченные обстоятельства свидетельствуют о качественном различии указанных симметрий.

Если дополнительно ввести новый параметр η в преобразования для дифференциалов координат вида

$$dx' = \gamma(dx - v\eta dt)$$

получим генератор $\Gamma_{q2} = t\partial_x$.

Система из трех генераторов порождает через коммутирование (по алгоритму Ли) пару стандартных генераторов вращения и деформации вида $x\partial_t - t\partial_x, x\partial_x - t\partial_t$. Таблица умножения в алгебре Ли будет следующей:

	$x\partial_t$	$t\partial_x$	$x\partial_t + t\partial_x$	$x\partial_x - t\partial_t$	$t\partial_x - x\partial_t$
$x\partial_t$	0	$x\partial_x - t\partial_t$	$x\partial_x - t\partial_t$	$-x\partial_t$	$x\partial_x - t\partial_t$
$t\partial_x$	$-x\partial_x + t\partial_t$	0	$-x\partial_x + t\partial_t$	$t\partial_x$	$x\partial_x - t\partial_t$
$x\partial_t + t\partial_x$	$-x\partial_x + t\partial_t$	$x\partial_x - t\partial_t$	0	$t\partial_x - x\partial_t$	$x\partial_x - t\partial_t$
$x\partial_x - t\partial_t$	$x\partial_t$	$-t\partial_x$	$-t\partial_x + x\partial_t$	0	$-x\partial_t - t\partial_x$
$t\partial_x - x\partial_t$	$-x\partial_x + t\partial_t$	$-x\partial_x + t\partial_t$	$-x\partial_x + t\partial_t$	$x\partial_t + t\partial_x$	0

3. НИГРУППА РАНГА 1 ДЛЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Проанализируем математическую структуру обобщенных преобразований Лоренца, полагая, что они в состоянии описать релаксационный процесс изменения параметров физических явлений. Поскольку при $w = 0$ это будет группа Галилея, а при $w = 1$ это будет каноническая группа Лоренца, обобщенные преобразования можно рассматривать как однопараметрическое семейство неизоморфных групп. Изучим их свойства и применения.

Рассмотрим действие пары *матричных* преобразований в кокасательном пространстве T^*M. Заметим, что *преобразования координат содержат две скорости: одна из них используется без множителя* w, *а вторая используется с данным множителем*. Другими словами, реализовано частичное изменение параметров. В физике в таком случае принято говорить о расщеплении величин. По-видимому, оно имело место всегда, но не обнаруживалось ранее потому, что в преобразованиях координат использовалось значение $w = 1$. Введем обозначения

$$\begin{pmatrix} dx' \\ dt' \end{pmatrix} = \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & -v_1 \\ -\tilde{v}_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dt \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} dx'' \\ dt'' \end{pmatrix} = \gamma_2 \begin{pmatrix} 1 & -v_2 \\ -\tilde{v}_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx' \\ dt' \end{pmatrix},$$

$$\gamma_1 = \left(1 - v_1 \tilde{v}_1\right)^{-0,5}, \gamma_2 = \left(1 - v_2 \tilde{v}_2\right)^{-0,5},$$

$$\tilde{v}_1 = \frac{v_1}{c^2} n_1{}^2 w_1, \tilde{v}_2 = \frac{v_2}{c^2} n_2{}^2 w_2,$$

$$a = \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 & -v_1 \\ -\tilde{v}_1 & 1 \end{pmatrix}, b = \gamma_2 \begin{pmatrix} 1 & -v_2 \\ -\tilde{v}_2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Получим

$$\begin{pmatrix} dx'' \\ dt'' \end{pmatrix} = \gamma_2 \gamma_1 \begin{pmatrix} 1 + \tilde{v}_1 v_2 & -\left(v_1 + v_2\right) \\ -\left(\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2\right) & 1 + v_1 \tilde{v}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dt \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} dx \\ dt \end{pmatrix}.$$

Фактическое использование в исследуемых преобразованиях ПАРЫ скоростей: без отношения, математических - v и с отношением, физических - wv продолжает и конкретизирует подход Ньютона к пространству. Хорошо известно, что Ньютон разделял пространство абсолютное или математическое и пространство относительное или физическое. Правда, конкретных пояснений и математической реализации он не предложил, потому что считал это обстоятельство очевидным. Заметим также, что Ньютон рассуждал о пространстве размеров. На данном примере мы видим, что для анализа инерционных процессов требуется не одно пространство скоростей, а пара пространств скоростей. Кроме этого, поскольку показатель отношения w меняется в ходе процесса, для него требуется задать динамические уравнения, что инициирует углубление физического анализа.

Мы обнаруживаем не просто контракцию симметрий для группы Галилея и Лорентца с нефизичным изменением параметров симметрии, когда скорость света в вакууме стремится к бесконечности. Обнаруживается новый физический механизм: изменение показателя отношения w, который позволяет отнести сходные неизоморфные группы к одному семейству симметрий. Заметим, что речь идет о структуре пространства скоростей, а не пространства размеров, у которого есть свои законы и свои симметрии. Запишем преобразования координат и времени в T^*M иначе, используя формулу

$$F = ba = \frac{1}{2}(ba + ab) + \frac{1}{2}(ba - ab).$$

Получим выражения

$$F = \sigma\gamma_2\gamma_1(A + B) = \sigma\gamma_2\gamma_1\left[\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{\sigma}(v_1 + v_2) \\ -\frac{1}{\sigma}(\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2) & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma}(v_1\tilde{v}_2 - \tilde{v}_1 v_2) & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma}(\tilde{v}_1 v_2 - v_1\tilde{v}_2) \end{pmatrix}\right.$$

$$\sigma = 1 + 0{,}5(\tilde{v}_1 v_2 + v_1\tilde{v}_2),$$

$$\sigma\gamma_2\gamma_1 = \frac{1 + 0{,}5(\tilde{v}_1 v_2 + v_1\tilde{v}_2)}{(1 - v_1\tilde{v}_1 - v_2\tilde{v}_2 + v_1\tilde{v}_1 v_2\tilde{v}_2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Легко показать, что

$$\frac{1}{(\sigma\gamma_1\gamma_2)^2} = 1 - \frac{(v_1 + v_2)(\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2)}{\sigma^2} + \frac{1}{4}\frac{v_1^{\,2} v_2^{\,2}}{c^4}\frac{(w_2 - w_1)^2}{\sigma^2} = 1 - V^*\tilde{V}^* = \frac{1}{\gamma_*^{\,2}}.$$

Мы замечаем, что произведение преобразований, зависящих от w, дает выражение, не принадлежащее исследуемому обобщенному семейству. Этот факт был отмечен ранее в [7]. Выразим данное обстоятельство аналитически:

$$a \cdot b = c + \varphi(\tilde{a}, \tilde{b}),$$
$$a, b, c \subset M, \tilde{a}, \tilde{b} \subset a, b.$$

Проанализируем структуру полученного произведения. Во-первых, оно содержит выражение вида $\frac{1}{\sigma}(\tilde{v}_1 v_2 - v_1\tilde{v}_2)$, характеризующее **мультипликативный фактор некоммутативности** исследуемого семейства. Оно обращается в ноль, когда $w_1 = w_2$. Источником некоммутативности, с алгебраической точки зрения, является новый генератор алгебры симметрии.

Во-вторых, множитель γ_* индуцирует введение комплексных скоростей, зависящих от **аддитивного фактора некоммутативности** $(w_2 - w_1)$. Действительно, пусть

$$V^* = \frac{(v_1 + v_2) + i0{,}5\frac{v_1 v_2}{c}(w_2 - w_1)}{\sigma}, \tilde{V}^* = \frac{(\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2) - i0{,}5\frac{v_1 v_2}{c^3}(w_2 - w_1)}{\sigma}.$$

Отсюда $\gamma_* = RE\left(1 - V^*\widetilde{V}^*\right)^{-0,5}$. Заметим, что появление комплексных скоростей естественно, если принять идеологию, что им соответствует учет внутренних степеней свободы для физического явления или физической конструкции. Из физических соображений мы понимаем, что у электромагнитного поля изменение скоростей согласовано с изменение частоты, управляемой показателем отношения w, который является скрытым параметром физической задачи. Более подробно эта проблема изложена в $[3]$.

Мы приходим к следующим выводам:

1. Правила сложения скоростей для физического процесса отличаются от кинематических правил сложения скоростей для состояний. Они зависят от аддитивного и мультипликативного факторов некоммутативности используемого семейства преобразований.

2. Физическому процессу соответствуют комплексные скорости, так реализуется согласованная динамика изменения частот и скоростей.

Назовем анализируемое семейство преобразований нигруппой ранга один. Обозначим нигруппу выражением NG. Новый термин введен для того, чтобы различать *симметрию процесса и симметрию состояний*, которая задается группой ранга один. Напомним, что ранг движений определен степенью производных по времени: для размеров мы используем пространство ранга 0, для скоростей – ранга 1 и т.д.

Примем гипотезу: для описания физических процессов необходимо использовать нигруппу и ее действия в касательном и кокасательном пространствах. Согласование групп и нигрупп состоит в следующем: нигруппа для процесса выступает как параметрическое семейство для неизоморфных групп, описывающих систему состояний.

Найдем функциональное свойство, которому подчинено произведение элементов нигруппы. Согласно приведенным выражения, оно состоит в том, что паре элементов изучаемого семейства сопоставляется функция $F\left(v_1, w_1, n_1, v_2, w_2, n_2\right)$, подчиненная условию

$$F\left(v_1, w_1, n_1, v_2, w_2, n_2\right) = F\left(0,0,1, v_2, w_2, n_2\right) \cdot F\left(v_1, w_1, n_1, 0,0,1\right).$$

Внешне оно напоминает стандартное условие для контрвариантных представлений группы. Реально речь идет об условии для функционала F, зависимого от шести аргументов. Назовем это выражение представлением нигруппы. Его явный вид для изучаемых преобразований указан выше.

4. БИГРУППА РАНГА 1 ДЛЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Подойдем иначе к элементу рассматриваемого семейства:

$$g = \frac{1}{\left(1 - \dfrac{w}{c^2} n^2 v^2\right)^{1/2}} \begin{pmatrix} 1 & -v \\ -\dfrac{vwn^2}{c^2} & 1 \end{pmatrix}.$$

Он принадлежит унимодулярной группе. Их произведение будет различным, если рассматривать **систему произведений** для **системы параметров**, образующих элемент группы.

Так, пусть $w, n = const, v_1 \neq v_2$. Легко видеть, что мы получим элементы указанного семейства, используя стандартное матричное умножение. Так изучается группа Лорентца, тогда

$$g_{2,1} = g_2 g_1, v_{2,1} = \frac{v_2 + v_1}{1 + \frac{v_2 v_1}{c^2} wn^2}.$$

Заметим, что в случае, когда меняются все указанные параметры и используется только матричное умножение, мы получаем нигруппу Лорентца..

Пусть $w, n \neq const, v \neq const$. Покажем, что рассматриваемое семейство становится бигруппой, если для схожих элементов ввести **обобщенное поэлементное умножение**, следуя Адамару, согласно правилу:

$$(a_1 + b_1)^{k_1}(a_2 + b_2)^{k_1} = (a_1 a_2 + b_1 b_2)^{k_1}.$$

Кроме этого, нужно использовать новое правило перемножения знаков:

$$(+)\cdot(+) = (+), (+)\cdot(-) = (-)\cdot(+) = (-), (-)\cdot(-) = (-).$$

Фактически оно означает переход к новой алгебраической системе. В этом случае получаем анализируемый выше элемент нигруппы, который, естественно, принадлежит унимодулярной группе:

$$\tilde{g}_{2,1} = g_2 \tilde{\cdot} g_1 = \frac{1}{\left(1 - \frac{v_1^2 v_2^2}{c^4} w_1 n_1^2 w_2 n_2^2\right)^{1/2}} \begin{pmatrix} 1 & v_1 v_2 \\ \frac{v_1 v_2}{c^4} w_1 n_1^2 w_2 n_2^2 & 1 \end{pmatrix} = (\det A)^{-1/2} A.$$

Назовем бигруппой семейство элементов, в котором для семейства параметров введена пара произведений. Рассмотренный вариант соответствует конкретной реализации бигруппы в семействе обобщенных преобразований Лоренца.

Мы приходим к качественно новым математическим объектам**.** С нашей точки зрения они управляют динамикой физических процессов. Применение пары произведений, по-разному действующих на разные параметры, представляет собой новое качество используемых элементов. В анализируемом случае новый физический параметр w привлек за собой новое физическое свойство и новое произведение.

В общем случае различных параметров и различных произведений может быть много, что потребует применения новых математических методов для исследования симметрии процессов. Возможно, именно этот математический инструмент поможет в прохождении физических лабиринтов взаимодействия**.**

Отметим проблему*:* по системе подгрупп установить систему нигрупп и бигрупп, им соответствующих, найти физические процессы, ассоциированные с ними.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что возможно объединение неизоморфных групп, при котором новое семейство, хотя оно принадлежит некоторой группе, само группой не является. Такой новый объект назван нигруппой. Указан вариант использования нигруппы для описания физического процесса в электродинамике движущихся сред. Найдено функциональное условие для представлений нигруппы. Кроме матричного произведения дополнительно введено обобщенное поэлементное произведение, что позволяет рассматривать исследуемое множество как бигруппу.

ЛИТЕРАТУРА.

1.Барыкин В.Н. Лекции по электродинамике и теории относительности без ограничения скорости. М.: УРСС, 2005 (второе издание).
2.Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. М.: Высшая школа, 1993.
3.Барыкин В.Н. Новая физика света. Мн.: Ковчег, 2003.
4.Барыкин В.Н. Электродинамика Максвелла без относительности Эйнштейна. М.: УРСС. 2005.
5.Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел. «Собрание научных трудов». М.:Наука, 1966,т.1.
6.Ибрагимов Н.Х. Опыт группового анализа обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Знание, 1991.
7.Барыкин В.Н. Пространственно-временные симметрии в электродинамике изотропных, инерциально движущихся сред. «Теоретико-групповые методы в физике». М.: Наука, 1986, т.1.

Приложение1. Восемь шагов от группы Лоренца к нигруппе Лоренца.

Рассмотрим элемент группы Лоренца для дифференциалов координат (dx, cdt)в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} dx' \\ cdt' \end{pmatrix} = g\begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix} = \gamma\begin{pmatrix} 1 & -v \\ -\frac{v}{c^2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix} = \det{}^{-1/2} A \cdot (A)\begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix}.$$

Известно, что эти преобразования образуют группу, которую мы берем в качестве исходного этапа анализа. Перейдем от группы к нигруппе, выполнив несколько действий.

Первый шаг состоит в деформации матрицы A без изменения ее определителя. Пусть

$$\widetilde{A} = Q^{-1}AQ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & w \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -v \\ -\frac{v}{c^2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & w^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -vw^{-1} \\ -\frac{vw}{c^2} & 1 \end{pmatrix}.$$

Мы получаем конструкцию, которую принято называть квантовой группой. Простой расчет показывает, что разные элементы (если только у них одинаковы показатели отношения w) при произведении образуют группу. Но это условие не выполняется, если показатели отношения разные. Именно так ведет себя нигруппа. По этой причине квантовые группы следует считать подклассом нигрупп.

Второй шаг состоит в замене скорости vна величину vw. Получим

$$\widetilde{A}^* = A(vw) = \begin{pmatrix} 1 & -v \\ -\frac{v}{c^2}w^2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Третий шаг состоит в построении элемента, аналогичного элементу исходной группы, по деформированной матрице $\widetilde{A}^*$:

$$\widetilde{g}^* = \det{}^{-1/2}\left(\widetilde{A}^*\right) \cdot \widetilde{A}^*.$$

Мы пришли к однопараметрическому обобщению группы Лоренца, которое задает нигруппу.

Сделаем *четвертый шаг*. Отметим, что для физических целей дополнительно пришлось деформировать скорость, полагая, что она зависит от скорости первичного источника излучения v_{fs} и от скорости физической среды v_m [3]:

$$u = (1-w)v_{fs} + wv_m.$$

В этом случае действие нигруппы дает результаты, согласующиеся с экспериментом. Все последующие замечания изложены в $[3,4]$. В них показано, что новым является обоснование новой физической величины w, а также нахождение закона ее изменения при одном и том же значении скорости u. Таковы *пятый и шестой шаги* в построении и использовании нигруппы. *Седьмой шаг* состоит в указанном выше правиле сопоставления физическому процессу преобразований нигруппы, используя в качестве опорных данных величины, известные для второго наблюдателя. *Восьмой шаг* состоит в согласовании расчета с экспериментом, достигая уровня практического использования нигруппы.

Приложение 2. Структура общего перехода от группы к нигруппе и бигруппе.

Мы обнаружили восемь отличительных признаков, названных «шагами», по которым мы можем различать группу и нигруппу при однопараметрическом обобщении пространственно-временных симметрий. Все они сводятся, как показано в приложении 5.1, к «деформации» параметров и генераторов симметрии (вообще говоря, частичном и согласованном с физикой). При этом матричное произведение элементов преобразований координат и времени остается единым для группы и для нигруппы. Когда речь идет о бигруппе, дополнительно меняется еще и система операций. Поэтому бигруппа обладает свойствами, которые существенно превосходят свойства нигрупп. К бигруппе мы приходим от группы через нигруппу.

Назовем углублением симметрии алгоритм построения нигрупп и бигрупп по заданной группе. Выполним сравнение указанных конструкций, следуя проведенному анализу.

ГРУППА:

- генераторы и параметры могут изменяться, но не деформируются, подчинены системе условных ограничений,
- элементы умножаются матрично.

НИГРУППА:

- генераторы и параметры исходной группы деформированы в ней, они могут изменяться, будучи дополнены законами изменения для новых величин, присущих нигруппе,
- элементы умножаются матрично.

БИГРУППА:

- генераторы и параметры исходной группы деформированы в ней, они могут изменяться, будучи дополнены законами изменения для новых величин, присущих нигруппе,
- множество элементов нигруппы дополнено новой операцией, для которой множество элементов образует новую группу.

Многопараметрические нигруппы могут быть устроены очень сложно. Еще сложнее в устройстве и применении многопараметрические $N-$группы.

Отметим, что мы ограничили анализ только преобразованиями, которые содержат скорость v. Показатель отношения w, выступающий в роли фактора управления скоростью, позволил преобразовать группу в нигруппу. С его помощью удалось перейти от описания состояний к описанию процессов, что качественно изменило подход к релятивистским эффектам.

В общем случае во внимание следует принять производные от координат более высоких порядков: второго – ускорения, третьего и т.д. Поэтому требуются группы, отличающиеся от группы Лоренца. Определим ранг движения степенью производных по времени от координат: размерам соответствует нулевой ранг, скоростям – первый ранг… Учет факторов управления указанными движениями более высоких рангов индуцирует семейство нигрупп и бигрупп. Дополнительно требуется выполнить согласование результатов с физикой. В частности, речь идет о нахождении законов изменения величин и корректном их использовании в физической модели.

Приложение 5.3. Нигруппа для процесса как деформация группы для состояний.

Введем величину $\tau = w_2 - w_1$. Возьмем пару элементов нигруппы:

$$g_2 = \left(1 - \frac{v_2^2}{c^2} w_1 - \frac{v_2^2}{c^2}\tau\right)^{-1/2} \begin{pmatrix} 1 & -v_2 \\ -\frac{v_2^2}{c^2} w_1 - \frac{v_2^2}{c^2}\tau & 1 \end{pmatrix},$$

$$g_1 = \left(1 - \frac{v_1^2}{c^2} w_1\right)^{-1/2} \begin{pmatrix} 1 & -v_1 \\ -\frac{v_1^2}{c^2} w_1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем их произведение в новой форме:

$$g_{2,1} = g_2 g_1 = (g_2 g_1)_{\tau=0} + \tau^1 F_1(g_2, g_1) + \tau^2 F_2(g_2, g_1).$$

Из произведения матриц следует, что заданы величины

$$A + \tau B = \begin{pmatrix} 1 + v_2 v_1 \frac{w_1}{c^2} & -v_2 - v_1 \\ -\frac{v_2}{c^2} w_1 - \frac{v_1}{c^2} w_1 & 1 + v_2 v_1 \frac{w_1}{c^2} \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{v_2}{c^2} & \frac{v_2 v_1}{c^2} \end{pmatrix}.$$

Произведение корней квадратных запишется в виде

$$\gamma_{2,1} = \gamma_2 \gamma_1 + \tau 0{,}5 \gamma_2^2 \gamma_1 \frac{v_2^2}{c^2} = \alpha + \tau\beta.$$

Отсюда

$$g_{2,1} = (A + \tau B)(\alpha + \tau\beta) = \alpha A + \tau(\alpha B + \beta A) + \tau^2 \beta B = (g_2 g_1)_{\tau=0} + \tau^1 F_1(g_2, g_1) + \tau^2 F_2(g_2, g_1).$$

Значит, нигруппу можно рассматривать как объект, который может быть получен посредством деформации группы, причем деформация задается полиномиальными функциями $F_i(g_2, g_1), i = 1,2\ldots$, ассоциированными с элементами исходной группы.

Известно, что деформации группы классифицируются когомологиями групп. По этой причине становится ясно, что *физические процессы зависят не только от групп симметрии состояний, но и от групп когомологий, ассоциированных с процессом*. Поскольку группы когомологий могут быть сложны, они затруднят анализ физики происходящих процессов. Однако можно пойти по другому пути: анализировать когомологии нигрупп.