

# **НОВАЯ ФИЗИКА СВЕТА**

**(ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРОГРАММЫ НЬЮТОНА-ЭЙНШТЕЙНА)**

Назовем несколько тем, изучаемых физикой, проблемами Ньютона-Эйнштейна:

1. Развитие системы общих понятий в физике, позволяющих расширить и углубить ее экспериментальные, расчетные, философские, общеобразовательные и прикладные стороны.
2. Единое описание экспериментов, относящихся к одному и тому же явлению, единое описание различных экспериментов.
3. Моделирование света как системы частиц, имеющих непрерывные и дискретные стороны и свойства в их единстве с материальным миром.
4. Построение алгоритмов описания и практического использования любых физических конструкций с качествами при их произвольной сложности и взаимосвязях с другими объектами, а также механических и немеханических движений, им присущих.
5. Исследование сущности и форм пространства и времени, их соотношений с физической реальностью.
6. Единое описание непрерывных и дискретных свойств физического мира.
7. Использование симметрий в физических моделях.
8. Единство гравитационных и электромагнитных явлений и объектов, ассоциированных с ними.
9. Углубление и расширение математики на основе практики физиков.
10. Применение науки для развития физических и духовных возможностей отдельного человека и всего человечества.

*В предлагаемой книге даны некоторые продолжения указанных тем. Основное внимание уделено алгебраической структуре физических моделей, а также изучаемых конструкций и их движений. Показано, что все фундаментальные физические модели можно рассматривать как единые многократные модули над матричными группами, что упрощает их понимание и указывает направления дальнейшего моделирования. На алгебраической основе сделан вывод, что для описания частиц света достаточно использовать четыре празаряда, соединенные рецепторами. Из них образуется пара нейтральных «колец», вращающихся друг относительно друга, что задает основной структурный элемент для любого атома света. Показано, как из таких конструкций могут быть физически образованы электроны и нуклоны, а также другие элементарные частицы.*

*Снято ограничение на скорость передачи информации и взаимодействия. Дано динамическое описание релятивистских эффектов в электродинамике, свободное от сингулярностей. Найдены новые возможности для моделирования физических конструкций и явлений.*

## ГЛАВА 1

# ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД С АКТИВНЫМИ НОЛЬ-КОГОМОЛОГИЯМИ

**"Трудности современной квантовой электродинамики надо было бы, по моему мнению, приписать в первую очередь не ошибочности основных принципов квантования, но тому, что мы работаем, исходя из неверной классической теории".**

*Дирак П.А.М., 1951 г.*

|  |     |
|--|-----|
| Введение   | 8   |
| 1.1. Обоснование неполноты современной электродинамики движущихся сред                                     | 9   |
| 1.1.1. Некоторые проблемы теории электромагнитных явлений  | 9   |
| 1.1.2. Конструктивность общепринятой модели и ее достоверность   | 17  |
| 1.1.3. Обоснование стратегии и путей обобщения теории электромагнитных явлений                             | 18  |
| 1.2. К согласованию галилеевской и лорентцовской форминвариантности уравнений электродинамики              | 21  |
| 1.2.1. Новая система уравнений электродинамики, инвариантная относительно группы Галилея                   | 21  |
| 1.2.2. Формальное согласование галилеевской и лорентцовской инвариантности уравнений Максвелла             | 27  |
| 1.2.3. Общая ковариантность уравнений электродинамики, независимость от 4-метрики и связности без кручения | 27  |
| 1.3. Электродинамика Максвелла со сверхсветовыми скоростями  | 34  |
| 1.3.1. Динамические уравнения Максвелла в ньютоновском пространстве-времени                                | 35  |
| 1.3.2. Обобщенная связь полей и индукций в электродинамике Максвелла                                       | 35  |
| 1.3.3. Модельная задача  | 37  |
| 1.3.4. Решение обобщенных уравнений Максвелла с $w = const$  | 37  |
| 1.3.5. Анализ полученных выражений   | 39  |
| 1.3.6. Новое условие на фазу волны   | 40  |
| 1.3.7. Динамика эффекта Доплера и аберрации в электродинамике  | 41  |
| 1.3.8. Новые эффекты в обобщенной электродинамике Максвелла  | 43  |
| 1.4. Собственная и несобственная инерция   | 47  |
| 1.4.1. Собственная и несобственная силы  | 53  |
| 1.5. Стадии динамики внешней инерции   | 55  |
| 1.6. Грани инерции электромагнитного поля  | 60  |
| 1.7. Вариационные аспекты инерции  | 65  |
| 1.8. Обобщенная электродинамика Максвелла в вакууме  | 69  |
| 1.8.1. Электродинамика Максвелла для движущихся тел без пространства Минковского                           | 73  |
| 1.8.2. Специфика подхода Эйнштейна к электродинамике Максвелла   | 74  |
| 1.9. К обобщению квантовой электродинамики   | 76  |
| 1.10. GAG-форма уравнений Максвелла  | 80  |
| 1.10.1. Уравнения Максвелла без ограничения скорости   | 92  |
| 1.10.2. Уравнения Максвелла в фермионном секторе   | 95  |
| 1.10.3. "Бозонная" и "фермионная" формы уравнений  | 97  |
| 1.10.4. Новые метрики в электродинамике  | 99  |
| 1.11. Варианты моделирования динамики инерции  | 102 |
| 1.11.1. Физический алгоритм  | 102 |
| 1.11.2. Обобщенный тензорный алгоритм  | 102 |
| 1.11.3. Алгоритм представлений групп   | 103 |
| 1.11.4. Алгебраический алгоритм  | 103 |
| 1.11.5. Когомологический алгоритм  | 104 |
| 1.11.6. Дифференциально-геометрический алгоритм  | 105 |
| 1.12. Двухтензорность электромагнитного поля.  | 107 |
| Заключение   | 117 |

## ВВЕДЕНИЕ

Принято считать, что классическая электродинамика движущихся сред завершена, что она полна. Но и то и другое не соответствует действительности. На ряд вопросов в этом разделе физики нет удовлетворительных ответов.

- Почему скорости передачи взаимодействия и информации, движения физических объектов ограничены величиной скорости света в вакууме? Это закон Природы или следствие несовершенства принятого нами подхода и используемых моделей?
- Существуют ли частицы света? Из каких объектов и как они образованы?»?
- Могут ли гравитационный и электрический заряд превращаться друг в друга? Когда и как это происходит?
- Как обойтись в физике без принципа относительности? Что это дает?
- Как динамически описывать изменение инерции поля?
- Есть ли место абсолютному пространству-времени в физике вообще и внутри элементарных частиц в частности?
- Может ли скорость гравитации быть существенно больше скорости электромагнитного поля в вакууме? Как это обнаружить и использовать?

Перечень проблем и вопросов можно легко продолжить.

В этой главе показано, как можно обобщить электродинамику Максвелла, чтобы стало возможным описание релятивистских эффектов без использования средств и методов специальной теории относительности. Тогда в физику возвращается абсолютное пространство Ньютона и снимается ограничение на скорость. Показано, что многие проблемы электродинамики можно решать иначе, если использовать *показатель отношения*: новую величину, которая управляет динамикой несобственных скоростей, ассоциированных с электромагнитным полем. Он задан ноль-когомологиями Хохшильда ассоциативной алгебры заполнения физических моделей.

Пространство Минковского и его метрика остаются в физической теории, выполняя роль средства, позволяющего корректно связать между собой поля  $F_{mn}$  и индукции  $\tilde{H}^{ik}$  в случае ненулевых скоростей физической среды или источников излучения и выполняя роль средства, описывающего структуру пространства скоростей. В случае, когда физические процессы более сложны, возможны более общие связи, когда, например, пространство Евклида отображает происходящие события.

В обобщенной электродинамике Максвелла релятивистские эффекты обусловлены динамикой взаимодействия поля со средой, что, в частности, позволяет учесть влияние измерительного устройства на параметры поля.

Указаны изменения в квантовой электродинамике и теории гравитации, индуцируемые учетом показателя отношения. Использование пространства Ньютона и неограниченных скоростей становятся новыми чертами физических теорий.

В обобщенной электродинамике Максвелла допустимо движение массы со скоростью света в вакууме, в ней допустимо также рассматривать фотон как частицу в абсолютном пространстве, которая имеет составные части и внутреннее движение.

*Указанные обстоятельства позволяют считать, что мы находимся на стадии прорыва физики в новое качество, моделирования и создания устройств с неограничен-*

*ными скоростями и неограниченными запасами энергии, которая берется из элементарных частиц, таких как электроны и частицы света.*

## 1.1. ОБОСНОВАНИЕ НЕПОЛНОТЫ СОВРЕМЕННОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

*Дан перечень основных нерешенных проблем в теории электромагнитных явлений. Подтверждена примерами конструктивность общепринятой модели и ее достоверность. Обоснована стратегия и пути обобщения электродинамики движущихся сред.*

### 1.1.1. Некоторые проблемы теории электромагнитных явлений

Современная теория электромагнитных явлений является феноменологической. Ее основу образует закрытая от теоретического анализа концепция электрического заряда. Опытным путем установлено, что он существует в природе в виде заряженных частиц, которые являются неделимыми "атомами электричества": электрон имеет заряд  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  кл, массу  $m_e = 10^{-30}$  кг, размер  $r_e = 10^{-20}$  см. В состав атома каждого элемента входит определенное число электронов, их заряд скомпенсирован положительным зарядом протонов, входящих в ядро атома. Ядро атома мало, в нем практически сосредоточена вся его масса. Рассматривая взаимодействие покоящихся зарядов, мы приходим к понятию электрического поля. Понятие магнитного поля необходимо для описания взаимодействия движущихся зарядов. Известно, что электрические и магнитные поля могут превращаться друг в друга, так как каждое из них есть частный случай электромагнитного поля. Последнее существует самостоятельно, имеет и переносит энергию и импульс. Согласно сложившимся в физике воззрениям, указанные процессы обеспечиваются движением "квазичастиц" - фотонов, которые являются переносчиками взаимодействия между зарядами. Для фотонов, как и для электронов, мы не имеем в настоящее время ни описания их пространственно-временной структуры, ни реалистичных моделей их "устройства" и "жизнедеятельности", до последних лет сохраняется представление об их неделимости, элементарности. В настоящее время экспериментально определен размер электрона  $r_e \approx 10^{-20}$  см, что стимулирует разработку моделей для описания его пространственно-временной структуры.

Ситуация для электронов и фотонов во многом аналогична той, которая имела место в начале XX века в теории атомов и молекул. Поэтому в качестве первой и, вероятно, основной нерешенной задачи теории электромагнитных явлений выступает проблема 1: *физически обосновать и построить пространственно-временные модели фотона и электрона*. Очевидно, что средствами феноменологической электродинамики сделать это невозможно, хотя начинать анализ необходимо отсюда, так как в этой области мы имеем последовательную теорию, согласующуюся с огромным количеством экспериментальных данных. Для покоящихся сред теория построена Максвеллом [1]. Она задана системой векторных уравнений в многообразии аффинной связности  $R^3 \times T^1$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = 4\pi \rho, \\ \vec{D} &= \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $(\rho, \vec{j})$  - плотности зарядов и токов соответственно,  $(\vec{D}, \vec{B})$  - векторы электрической и магнитной индукции;  $(\vec{E}, \vec{H})$  - векторы напряженностей электрического и магнитного полей;  $\varepsilon, \mu$  - диэлектрическая и магнитная проницаемости среды;  $c = 299792,5$  км/с - скорость электромагнитного поля в вакууме. В вакууме  $\varepsilon = \mu = 1$  и уравнения (1.1) имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{e} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{b}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{b} = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{b} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad \operatorname{div} \vec{e} = 4\pi \rho. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Следуя электронной теории Лорентца [2], ими описывается электромагнитное поле, создаваемое точечными электронами. Поля  $\vec{D}$  и  $\vec{H}$  в среде рассматриваются, согласно теории дисперсии [3], как осредненные по макроскопической области пространства значения совокупности микрополей, описываемых уравнениями (1.2), согласно соотношениям

$$\vec{D} = \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{H} = \vec{B} - \vec{M}. \quad (1.3)$$

Здесь  $\vec{M}, \vec{P}$  - векторы намагничивания и поляризации среды, определяемые из дополнительных физических предположений,  $\vec{E} \neq \vec{e}, \vec{B} \neq \vec{b}$  - осредненные значения напряженностей.

Обобщение уравнений Максвелла, посредством которого удалось охватить большой класс физических явлений, в частности, описать с единых позиций годичную абerrацию света [4], изменение частоты - эффект Допплера [5], опыт Физо [6] по частичному увлечению света движущейся средой, опыт Майкельсона [7], дающий независимость скорости электромагнитного поля от скорости Земли, было достигнуто на основе модификации материальных уравнений электродинамики следующего вида

$$\begin{aligned} \vec{D} + [\vec{\beta} \times \vec{H}] &= \varepsilon (\vec{E} + [\vec{\beta} \times \vec{B}]), \\ \vec{B} + [\vec{E} \times \vec{\beta}] &= \mu (\vec{H} + [\vec{D} \times \vec{\beta}]), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где  $\vec{\beta} = \vec{U}_{cp} / c$ ,  $\vec{U}_{cp}$  - скорость движения среды. Структура дифференциальных уравнений Максвелла при этом осталась неизменной. Физическое обоснование такой модели дано Эйнштейном А. [8], Пуанкаре А. [9]. Минковский Г. [10] показал, что уравнения (1.4) следуют из материальных уравнений для покоящейся среды (1.1), если преобразовать поля и индукции согласно группе Лорентца Г. [11].

Пуанкаре А. начал, а Эйнштейн А. в основном завершил обоснование системы взглядов, согласно которой понимание и описание электромагнитных явлений в движущихся средах может быть достигнуто только на пути радикального изменения пространственно-временных представлений о мире. До создания электродинамики движущихся сред основную роль в описании физических явлений играло многообразие  $R^3 \times T^1$ , кото-

рое названо ньютоновским пространством. В такой модели отсутствует 4-метрика  $g_{ik}$ , а связность  $\Gamma_{ij}^k$  является плоской. Тензор кривизны  $R_{kij}^l$

$$R_{kij}^l = \Gamma_{kj,i}^l - \Gamma_{ki,j}^l + \Gamma_{kj}^m \Gamma_{mi}^l - \Gamma_{ki}^m \Gamma_{mj}^l \equiv 0, \quad (1.5)$$

где  $\Gamma_{kj,i}^l = \partial_i \Gamma_{kj}^l$ , равен нулю. Связность не имеет кручения:

$$B_{ij}^l = \Gamma_{ij}^l - \Gamma_{ji}^l = 0. \quad (1.6)$$

Модель  $R^3 \times T^1$  задает расслоенное многообразие [12], базой которого является время  $T^1$ , слоем - трехмерное пространство  $R^3$ . Такой подход обеспечивает возможность рассмотрения временных и пространственных характеристик как независимых и существенно различных величин. С другой стороны, модель вводит абсолютный интервал длительности  $\Delta t = \Delta t'$  и длины  $\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}'$  (в евклидовой мере) для инерциальных наблюдателей  $K$  и  $K'$ , координаты систем отсчета которых связаны преобразованиями Галилея

$$t' = t, \quad \vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}t, \quad (1.7)$$

где  $\vec{v}$  - скорость относительного движения. Следуя Эйнштейну А. [8], только на основе обобщения группы пространственно-временных преобразований (1.7) можно прийти к пониманию и описанию явлений в электродинамике движущихся сред. Здесь мы имеем начало новых физических представлений о пространстве и времени, раздел физики, названный специальной теорией относительности (СТО). Важнейшая роль в ней принадлежит введенной Пуанкаре А. [9] и закрепленной модельно Эйнштейном А. [8] концепции относительности одновременности как новой совокупности взглядов на проблему одновременности.

Основная идея Эйнштейна А. состоит в отказе от универсальной связи времен в форме  $t' \neq t$  для "покоящегося" и "движущегося" наблюдателей. Она базируется, во-первых, на принципе относительности (ПО) [8], согласно которому "... не только в механике, но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя и даже, более того, ... что для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, справедливы те же самые электродинамические и оптические законы". Обычно используется следующая формулировка [8]: "Законы, по которым изменяется состояние физических систем, не зависят от того, к какой из координатных систем, движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, эти изменения относятся". Во-вторых, использован принцип постоянства скорости света в вакууме (ППСС): "Каждый луч света движется в "покоящейся" системе координат с определенной скоростью  $c$  независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом" [8]. Иначе говоря, делается добавочное допущение, находящееся с первым в кажущемся противоречии, а именно, что свет в пустоте всегда распространяется с определенной скоростью  $c$ , не зависящей от состояния движения излучающего тела".

Заметим, что если принцип относительности представляется естественным, так как естественно требование неизменности вида уравнений электродинамики от выбора системы координат, то принцип постоянства скорости света выглядит достаточно искусственным и противоречащим физической интуиции. Этот тезис подтверждается известными многочисленными нападками на специальную теорию относительности даже после экспериментального подтверждения ППСС.

Заметим, что всякая теория, базирующаяся на принципах, обобщается тогда, когда предложена новая модель, в которой указанные принципы выводятся из нее для частного класса физических условий. Отсюда следует проблема 2: *обобщить уравнения*

*феноменологической электродинамики таким образом, чтобы из нее выводились принципы общепринятой современной теории.*

Изложим, ввиду важности, сущность концепции относительности одновременности А. Эйнштейна. Он предложил для анализа данных физического опыта задать время не только в конечной области пространства одной системы координат, но также и в различных системах координат [8]. "Если в точке  $A$  пространства помещены часы, то наблюдатель, покоящийся в  $A$ , может устанавливать время событий в непосредственной близости к  $A$  путем наблюдения одновременных с этими событиями положений стрелок часов. Если в другой точке  $B$  пространства также имеются часы, то в непосредственной близости от  $B$  тоже возможна временная оценка событий находящимся в  $B$  наблюдателем. Однако невозможно без дальнейших предположений сравнить во времени какое-либо событие в  $A$  с событием в  $B$ : мы определили пока только " $A$ -время" и " $B$ -время", но не общее для  $A$  и  $B$  "время". Последнее можно установить, вводя определение, что "время", необходимое для прохождения света из  $A$  в  $B$ , равно времени, требуемому для прохождения света из  $B$  в  $A$ . Пусть в момент  $t_A$  по " $A$ -времени" луч света выходит из  $B$  в  $A$ , отражается в момент  $t_B$  по " $B$ -времени" от  $B$  к  $A$  и возвращается назад в  $A$  в момент  $t_{A'}$  по " $A$ -времени". Часы в  $A$  и  $B$  будут идти, согласно определению, синхронно, если

$$t_B - t_A = t_{A'} - t_B. \quad (1.8)$$

Указанное определение времени в сочетании с ППСС приводит к выводу: "Два события, одновременные при наблюдении из одной координатной системы, уже не воспринимаются как одновременные при рассмотрении из системы, движущейся относительно данной" [8]. Взаимосвязь координат задается преобразованиями группы Лорентца вида

$$t' = \left[ t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{c^2} \right] / \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \vec{r}' = \vec{r} + \frac{1}{v^2} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) (\vec{r} \cdot \vec{v}) \vec{v} - \frac{\vec{v} t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1.9)$$

где  $\vec{v}$  - скорость относительного движения систем координат. Из анализа, проведенного Мандельштамом Л., следует вывод, разделяемый большинством исследователей, что все трудности с интерпретацией опытов в электродинамике и оптике движущихся сред связаны с тем, что теоретики "оперировали понятиями, которые были недостаточно определены, недостаточно ясны, в первую очередь при рассуждениях, которые приводили к противоречию, когда пользовались недостаточно определенным понятием одновременности в различных точках пространства" [13]. Понятно, что относительность одновременности позволяет согласовать ПО и ППСС. На начальной стадии развития теории относительности преобразования (1.9) были получены из условия синхронизации часов, сформулированного выше. Позднее они были обобщены Игнатовским, Франком и Роттом [14], исходя из следующих теоретико-групповых предположений:

- преобразования образуют однопараметрическую однородную линейную группу;
- скорость системы  $K$  относительно  $K'$  равна с обратным знаком скорости  $K'$  относительно  $K$ ,
- сокращение масштаба, покоящегося в  $K$ , с точки зрения  $K'$ , равно сокращению масштаба, покоящегося в  $K'$ , с точки зрения  $K$ .

Формулы преобразования для системы  $K'$ , движущейся по оси  $OX$  системы  $K$  со скоростью  $v$ , имеют вид

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - w \frac{v}{c^2} x}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}. \quad (1.10)$$

Знак, величину и физический  $w$  смысл им раскрыть не удалось. Отсюда при  $w=0$  имеем преобразования Галилея, при  $w=1$  - преобразования Лорентца. Преобразования, в которых наряду со скоростью  $v$  используются и другие параметры, применялись, в частности, в "неопределенной теории относительности" [15]. Из работ Пуанкаре А. [9], Минковского Г. [10], в которых введена 4-метрика псевдоевклидова пространства  $\eta_{kn}$ , имеющая в галилеевских координатах

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ict$$

следующий вид

$$\eta_{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad (1.11)$$

следует, что преобразования Лорентца оставляют (1.11) форминвариантной. Однако, согласно теореме Лагранжа [16], каноническая структура локальной метрики псевдоевклидова пространства определена с точностью до скалярной функции  $A(x, y, z, t)$  выражением

$$\Theta^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, A(x, y, z, t)). \quad (1.12)$$

Из требования форминвариантности интервала, построенного по 4-метрике (1.12), следуют, согласно работе [17], преобразования Игнатовского-Франка-Ротта (1.10). Так мы получаем новое звено и ростковую точку обобщения теории электромагнитных явлений: наделять физическим содержанием дополнительные параметры, входящие в преобразования координат и времени. Имеем проблему 3: *найти физическую интерпретацию и возможности обобщения дополнительных величин, входящих в пространственно-временные преобразования инерциальных систем координат*. Частично она решена в формализме систем отсчета.

Минковский Г. [10] показал, используя 4-метрику (1.11), что уравнения Максвелла могут быть представлены в тензорном виде. Имеем ковариантные тензоры  $F_{mn}(\vec{E}, \vec{B})$ ,  $S_{kmn}(\rho, p\vec{u})$ , контрвариантную тензорную плотность  $\tilde{H}^{ik}(\vec{H}, \vec{D})$  веса (+1). Согласно определению, при замене координат в четырехмерном пространстве

$$x^k = x^k(x^{k'}), \quad x^{k'} = x^{k'}(x^k) \quad (1.13)$$

имеем законы

$$F_{i'j'} = A_{i'}^i A_{j'}^j F_{ij}, \quad \tilde{H}^{i'j'} = |\Delta|^{-1} A_{i'}^i A_{j'}^j \tilde{H}^{ij}, \quad (1.14)$$

выраженные через частные производные и якобиан преобразований координат  $\Delta$ :

$$A_{i'}^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}}, \quad A^{i'}_i = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i}, \quad \Delta = \det |A_{i'}^i|. \quad (1.15)$$

Получим запись для  $F_{ij}$ ,  $H_{ij}$  через компоненты векторов  $(\vec{E}, \vec{B})$ ,  $(\vec{H}, \vec{D})$  в  $R^3 \times T^1$ :

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}, \quad H_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -H_z & H_y & -iD_x \\ H_z & 0 & -H_x & -iD_y \\ -H_y & H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix},$$

$$S_{123} = \rho, \quad S_{324} = \rho u_x, \quad S_{134} = \rho u_y, \quad S_{124} = \rho u_z. \quad (1.16)$$

Тензорные плотности, следуя идеологии Клейна  $\Phi$ ., зададим через плотность Леви-Чивита  $\tilde{\varepsilon}^{ikmn}$  веса (+1). Получим

$$\tilde{H}^{ik} = \tilde{\varepsilon}^{ikmn} H_{mn}, \quad \tilde{S}^i = \tilde{\varepsilon}^{ikmn} S_{kmn}. \quad (1.17)$$

Дифференциальные уравнения Максвелла запишутся в виде:

$$Rot F_{mn} = \partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad Div \tilde{H}_{ik} = \partial_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i. \quad (1.18)$$

В работах Схоутена Я.А. [18,19] доказано, что они не меняют своего вида при невырожденных голономных преобразованиях координат (1.13), когда

$$\Delta \neq 0, \quad \partial_i A_j^i = \partial_{j'} A_i^{j'}.$$

Уравнения, связывающие поля и индукции, зададим обычным способом

$$\tilde{H}^{ik} = Y_0 \tilde{\Lambda} \chi^{ikmn} F_{mn},$$

где  $Y_0$  - скалярная функция,  $\tilde{\Lambda}$  - скалярная плотность,  $\chi^{ikmn}$  - тензор четвертого ранга. Согласно указанному подходу, переход от векторной к тензорной форме дифференциальных уравнений Максвелла есть лишь их новая запись. Она не в состоянии изменить структуру опорного пространственно-временного многообразия, в котором задаются поля. Поэтому, если векторные уравнения заданы в  $R^3 \times T^1$ , то в нем определены и тензорные. В работе [20] показано, что поля  $F_{mn}$ ,  $H_{ik}$ ,  $S_{ikm}$  можно определить для различных локальных метрик. Тензорные плотности  $\tilde{H}^{ik}$ ,  $\tilde{S}^i$  выражены через тензорную плотность  $\tilde{\varepsilon}^{ikmn}$ , которая также не зависит от локальной метрики. По этой причине из записи дифференциальных уравнений в виде (1.18) невозможно, без дополнительных предположений, сделать вывод о метрической структуре опорного многообразия.

Обратимся к материальным уравнениям. Для них может быть определена зависимость  $\chi^{ikmn}$  от некоторого метрического тензора. В случае электродинамики вакуума по Лорентцу-Минковскому имеем  $\bar{g}^{im} = diag(1, 1, 1, 1)$ , скалярную плотность  $\sqrt{\bar{g}}$  веса (+1), скаляр  $Y_0 = 1$  и тензор

$$\chi^{ikmn} = 0.5(\bar{g}^{im} \bar{g}^{kn} - \bar{g}^{in} \bar{g}^{km}). \quad (1.19)$$

Возникает предположение [21], что в электродинамике сред изначально используются два пространственно-временных многообразия: одно, описывающее "помост", на котором реализуется динамика явления, второе - указывающее физические условия, в которых находится поле. Имеем проблему 4: *проанализировать возможности введения в электродинамику и физической интерпретации двух пространственно-временных многообразий, установить их соотношения и функции.*

Обратим внимание на связность пространственно-временных многообразий. Известно, что дифференциальные уравнения Максвелла "не показывают" связность много-

образия без кручения [22]. Чтобы доказать этот факт, заменим частные производные на ковариантные. Для  $F_{mn}$  получим

$$\Delta_{[k} F_{mn]} = \partial_{[k} F_{mn]} - 2F_{\sigma[k} \Gamma_{mn]}^{\sigma} = \partial_{[k} F_{mn]}. \quad (1.20)$$

Рассмотрим уравнения для  $\tilde{H}^{ik}$ :

$$\Delta_k \tilde{H}^{ik} = \partial_k \tilde{H}^{ik} + \tilde{H}^{\rho k} \Gamma_{\rho k}^i + \tilde{H}^{i\rho} \Gamma_{\rho k}^k - \Gamma_{\rho k}^{\rho} \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i = \partial_k \tilde{H}^{ik}.$$

Последний член разложения обусловлен структурой тензорной плотности  $\tilde{H}^{ik}$ . Величина  $\tilde{H}^{\rho k} \Gamma_{\rho k}^i = 0$  из антисимметрии  $H^{\rho k}$ . Два других слагаемых взаимно компенсируются вследствие симметричности связности. С другой стороны, известно, что связность многообразия определена с точностью до тензора третьего ранга  $V_{jk}^i$ , симметричного по нижним индексам [23]. Возникает проблема 5: *охарактеризовать влияние связности многообразия и тензорной свободы ее определения на структуру уравнений электродинамики, установить физические эффекты, ею вызываемые.*

Обратимся сейчас к физическим аспектам электродинамики движущихся сред. Тогда на одно из первых мест выдвигается анализ причин, по которым скорость передачи взаимодействия "ограничена" скоростью света в вакууме. Согласно ППСС, являющемуся краеугольным камнем релятивистской электродинамики, скорость электромагнитного поля в вакууме не зависит от скорости источника, роль которого играет некоторое излучающее устройство. Этот вывод, представляется физически непоследовательным. В самом деле, СТО отрицает существование эфира как среды, в которой распространяется электромагнитное поле, поле представляет собой самостоятельную сущность. Но тогда единственный физический механизм, который нам известен из теории движения тел, есть движение поля "по инерции" относительно источника излучения. Поскольку вакуум не среда, не эфир и он не может физически повлиять на инерцию поля, должна существовать зависимость скорости электромагнитного поля от движения источника. Физически это означает, что  $\delta$ -образное возмущение от источника, движущегося в вакууме со скоростью  $\vec{v}$ , должно представлять собой сферу радиуса  $ct$  с центром в той точке, в которой к моменту времени  $t$  расположен источник. Такого поведения поля мы не получаем в теории, основанной на лорентцинвариантной электродинамике вакуума. Согласно этой модели  $\delta$ -образное возмущение представляет собой сферу с центром в той точке, в которой находился источник в начале излучения. Эти факты хорошо известны. Эйнштейн А. [24] в 1952 году признавал актуальность построения электродинамики вакуума, решения уравнений которой давали бы зависимость скорости поля от скорости источника. Он признался, что в течение всей жизни думал о таком варианте, но не смог найти соответствующих уравнений. По существу, речь идет о приведении в соответствие представления о независимом существовании электромагнитного поля в вакууме с результатами, полученными в лорентцинвариантной электродинамике движущихся сред. Имеем проблему 6: *построить электродинамику вакуума, в которой имеет место зависимость скорости электромагнитного поля от скорости его источника.*

В непосредственной связи с ней находится иницируемая ППСС проблема 7: *в рамках теории электромагнитных явлений обосновать причину экспериментально обнаруженной независимости скорости электромагнитного поля от скорости наблюдателя.* Заметим, что однозначной интерпретации этой проблемы в физической литературе нет. Очевидно, что основная трудность заключается в последовательном, полном описании динамики электромагнитного поля в движущихся измерительных устройствах. Новая модель должна описывать динамическое изменение инерционных характеристик поля в физической среде. Так, если поле распространяется в вакууме, его инерция, из физических соображений, может измениться только за счет взаимодействия с гравитацион-

ным полем, она обязана зависеть от скорости первичного излучателя. В плотной среде инерциальные свойства поля определяются скоростью среды. По этой причине имеет место суперпозиция скорости первичного источника измерения и скорости среды. Отсюда следует проблема 8: *построить модель описания инерции электромагнитного поля и ее изменения из-за взаимодействия со средой*. По этому вопросу в физической литературе имеются только отдельные статьи [25].

Обратим сейчас внимание на методику описания физических величин, используемую в СТО. Поскольку данная теория дает предсказания экспериментально наблюдаемых значений, в ней используются величины, измеренные на опыте. При этом СТО применяет классическую теорию измерения, согласно которой экспериментальные устройства не влияют на параметры явления. Поэтому различие компонент полей, скоростей, частот, волновых векторов, полученное различными наблюдателями, СТО объясняет кинематически: их зависимость задается преобразованием соответствующих тензоров и тензорных плотностей посредством группы Лорентца. Такой подход существенно отличается от динамического [26-28], в котором различие величин объясняется взаимодействием поля со средой, когда, в частности, с измерительными устройствами. В этом случае необходимо раскрыть причины соответствующего изменения, его механизм, что полностью исключается в кинематическом варианте описания. Согласно СТО, динамического изменения величин при их измерении нет и быть не может, а различие значений имеет место потому, что различны интервалы времени и длины в покоящейся в и движущейся системах отсчета [29]. Здесь мы имеем корректное, последовательное согласование концепции относительности одновременности с классическим подходом к измерению величин. Предложенный метод не исключает и не заменяет динамического, однако только в последние годы в этом направлении достигнут некоторый прогресс [30]. Получено решение, согласно которому изменение частоты и волнового вектора электромагнитного поля описывается законом, асимптотика которого дает величины, получаемые кинематическим методом. Следуя алгоритму СТО создан формализм  $S$ -матрицы в квантовой электродинамике [31], позволяющий по входной волновой функции  $\Psi_1$  определить выходную волновую функцию  $\Psi_2$  без детального описания взаимодействия. Аналогично используется в СТО группа Лорентца. Сформулируем проблему 9: *в электродинамике движущихся сред дать динамическое, альтернативное кинематическому подходу СТО, объяснение различия характеристик электромагнитного поля, измеренных инерциальными наблюдателями, установить законы такого изменения при взаимодействии со средой или системой отсчета (измерительными устройствами)*.

Известно [32], что электромагнитное поле имеет квантово-механическую природу. По этой причине, согласно общепринятой схеме описания и экспериментальным данным, измерение параметров поля неотделимо от влияния на него [33-35]. Несмотря на многочисленные усилия, в физике пока отсутствует последовательная общепринятая математическая схема описания такого процесса. Однако, безотносительно к ней, в силу указанных фактов, актуальна проблема 10: *согласовать результаты классической теории измерений, используемой СТО, с квантово-механической структурой электромагнитного поля*. Она является составной частью, по словам Паули В. [14], великой программы согласования теории относительности и квантовой механики. Известно [36], что элементарные частицы, в частности электрон [37], обладают волновыми свойствами. С другой стороны, электромагнитное поле, согласно теории фотоэффекта [38], опытам Вавилова С.Н. [39], эффекту Комптона [40] имеет корпускулярные свойства. Последние установлены в прямых опытах по счету отдельных фотонов [41]. Понятно, что указанные противоречивые свойства фотонов и электронов каким-то образом отражаются в феноменологических уравнениях электродинамики и опытных данных. Отсюда вытекает проблема 11: *найти в уравнениях феноменологической электродинамики движущихся сред "следы" согласованного описания корпускулярных и волновых свойств электромаг-*

*нитного поля и электронов, установить физические причины и механизм корпускулярно-волнового дуализма.*

Электродинамика движущихся сред, в ее современном виде, базируется на принципах относительности и постоянства скорости света в вакууме. Конструктивность и достоверность такого подхода в достаточной мере оправдали себя. Однако у всякого принципа есть свои функции и границы. Эти вопросы в настоящее время практически не разработаны и потому для развития основ физической теории целесообразно решить проблему 12: *установить функции, роль, место и границы применимости принципа относительности и постоянства скорости света в электродинамике движущихся сред.* Перечень проблем можно продолжить. Мы ограничимся указанными потому, что их частичное или полное решение образует круг вопросов, рассмотренных в книге. Ее истоки можно найти в статьях [42-45].

### *1.1.2. Конструктивность общепринятой модели и ее достоверность*

Электродинамика движущихся сред уже на начальной стадии развития позволила теоретически описать все известные в то время экспериментальные данные. Она исходит из уравнений Максвелла (1.1) и материальных уравнений Минковского-Эйнштейна (1.4). Скорость первичного источника излучения в материальные уравнения не входит. В рамках этой модели был предсказан ряд эффектов: поперечный эффект Допплера, изменение массы в динамическом законе Ньютона, независимость скорости поля от скорости источника. Все они подтверждены экспериментами [46]. С дальнейшим использованием СТО получили существенное развитие релятивистская механика, термодинамика, статистическая физика, квантовая электродинамика. Лорентцинвариантная система уравнений широко используется при анализе электромагнитных полей. При этом часто применяется метод Тамма И.Е. и Мандельштама Л.И. [47-48], позволяющий на основе введения потенциалов поля существенно упростить необходимые выкладки. Так описано распространение свободных электромагнитных полей в движущейся среде с учетом пространственной и временной дисперсии, получены выражения для фазовой и групповой скоростей поля, определено поле источника, движущегося по произвольному закону [49-50]. Потребность в этих решениях появилась в начале 60-х годов при исследовании вопросов отражения и преломления волн на движущихся границах раздела [51], при рассмотрении вопросов возбуждения и распространения волн в средах с переменными параметрами, в том числе и в нелинейных средах. Показано, что бегущее изменение свойств среды (волна параметра) дает релятивистское изменение частот и амплитуд распространения волн, которое имеет место при взаимодействии с движущейся границей раздела [52]. Это обстоятельство расширяет сферу применения релятивистских методов. Решены задачи отражения и преломления волн на резких границах раздела движущихся сред, когда скорости перемещения границы раздела и скорости среды по обе стороны от нее направлены по нормали к поверхности. Частными случаями такого разрыва скорости описывается отражение от движущегося зеркала, например, диэлектрика, от движущейся плазмы, а также в системах с бегущими параметрами. В этих случаях результаты получают методом кинематических инвариантов [53]. Перечень успехов общепринятой модели можно легко продолжить, отметив, например, анализ релятивистской плазмы [54-55], расчет ускорителей элементарных частиц [56-57], анализ синхротронного [58], черенковского [59] и переходного [60] излучений. Решен ряд задач теории интерференции и дифракции в электродинамике движущихся сред [61].

Отметим, что серьезному анализу подверглась СТО. Несмотря на многочисленные нападки на нее, она не только выстояла в этой борьбе, но и получила ряд обоснований и приложений. Математический анализ СТО позволил предложить систему аксиом, позволяющих вывести преобразования Лорентца дедуктивным путем [62-65], доказана

согласованность постулатов СТО [66], их логическая обоснованность [67] и непротиворечивость [68]. В рамках пространственно-временных преобразований проанализирован вопрос об эквивалентности наблюдателей [69-71]. Дан вывод параметрических пространственно-временных преобразований, более общих, чем преобразования Лорентца [72-73], осуществлено "расширение" СТО на случай движения систем координат со скоростями, большими скорости света в вакууме [74-75], разработаны аспекты теории анизотропного пространства-времени [76-78], предложена дискретная СТО [79], получили применение к решению физических задач обобщенные преобразования Лорентца [80], проведен детальный анализ группы Лорентца [81]. С созданием СТО и ее экспериментальным подтверждением четырехмерный формализм описания физических явлений стал общепринятым [82], теория относительности распространена на расслоенные многообразия. СТО стала неотъемлемым структурным элементом теории гравитации Эйнштейна А. [83-84], калибровочно-инвариантной схемы [85-87], релятивистской полевой теории [88-90], а также единой теории электрослабых взаимодействий [91-93]. Необходимость учета условий измерения стимулировала развитие теории систем отсчета. В ней структура СТО не анализируется, а принимается за основу анализа. В формализме хронометрических инвариантов [94-95] преобразования систем отсчета образуют подмножество всех допустимых координатных преобразований. Изменение величин, происходящее при преобразованиях за пределами этого подмножества, рассматривается как координатный эффект. Позднее система отсчета выделилась в самостоятельное математическое понятие. Она представляется, например, конгруэнцией мировых линий, полем ортонормированных тетрад [96] или посредством инвариантной тетрады [97]. Сопоставление различных формализмов систем отсчета и обширную библиографию можно найти в [80, 97].

Все указанные факты, а их перечень можно легко продолжить, свидетельствуют о высокой степени общности данной системы уравнений и достоверности результатов, получаемых на основе ее решений.

### *1.1.3. Обоснование стратегии и путей обобщения теории электромагнитных явлений*

В начальной стадии моей работы сформировалась некоторая система идей, основанных на интуитивном проникновении в проблему релятивистских эффектов. Мне казалось очевидным, что:

- Описание релятивистских эффектов, присущих свету, возможно в рамках обобщенной физической теории электромагнитных явлений, в которой не используется подход и алгоритм Эйнштейна, достаточной для избавления физики от ограничений на величину скорости.
- Динамическое изменение скоростей и частот поля возможно при условии взаимодействия его с физической средой в форме материи разных уровней, в частности, с измерительным устройством, если в расчет правильно включить как скорости источника излучения, так и скорости наблюдателей и физических сред, а также если учесть физические факторы и обстоятельства реального измерения.
- Обобщенная модель электромагнитных явлений позволит найти приемы и средства для анализа физической сути электрического и гравитационного зарядов, если свет рассматривать как систему реальных физических частиц, имеющих конечные механические размеры и время жизни, способных быть электрически и гравитационно нейтральными в отсутствие внешних воздействий.

- Модельное снятие ограничений на скорость поля и частиц откроет завесу тайны сверхсветовых скоростей, которые могут быть возможны не только во внешнем проявлении, но и внутри элементарных частиц, раскрывая, тем самым, новые возможности энергетики физического мира.

Будем исходить из многолетнего собственного анализа теоретических и экспериментальных данных в электродинамике движущихся сред. Опыт показал, что целесообразно сосредоточить внимание на таких моментах:

- опираться на теоретико-групповой и дифференциально-геометрический анализ полной системы уравнений и ее возможных обобщений;
- идти по пути синтеза ньютоновской и эйнштейновской моделей пространства-времени, классической и квантово-механической теории измерений;
- искать средства для решения сформулированных выше проблем;
- глубже проанализировать известные экспериментальные факты и те, которые не объяснимы общепринятой теорией.

С моей точки зрения ситуация выглядит так: длительное время ЭДС базировалась на заведомо ложном предположении, что она является полной физической теорией. В этом ее сила, так как анализ ограничен частью содержательной и полезной информации, в этом ее слабость, так как полученные выводы возведены в ранг абсолютных истин. Поскольку такой шаг действительно сделан, движение по пути абсолютизма привело научное знание в тупик, что по ряду аспектов мы сейчас и наблюдаем. Принимая точку зрения Дирака, что классическая теория может быть неверной, мы обязаны идти по пути ее усовершенствования. Общий алгоритм, управляющий таким процессом, по-видимому лучше всего изложен Гильбертом Д.: "Если нам не удастся найти решение математической проблемы, то часто причина этого заключается в том, что мы *не овладели еще достаточно общей точкой зрения*, с которой данная проблема представляется лишь отдельным звеном в цепи родственных проблем. В большинстве случаев, когда мы напрасно ищем ответа на вопрос, причина нашей неудачи заключается в том, что еще *не разрешены или не полностью решены более простые и более легкие проблемы*, чем данная. Тогда все дело заключается в том, чтобы найти эти более легкие проблемы и осуществить их решение наиболее совершенными средствами, при помощи понятий, поддающихся обобщению. Вместе с тем бывает и так, что *мы добиваемся ответа при недостаточных предположениях или идя в неправильном направлении* и вследствие этого не достигаем цели".

И подход, и анализ становятся конструктивными, если удастся найти неучтенные ранее общие физические факторы и обстоятельства. В нашем случае роль нового элемента выполняет линейный функционал  $w$ , названный *показателем отношения*. Он управляет динамикой изменения скоростей и частот электромагнитного поля, дополняя показатель преломления  $n$ , введенный для покоящихся сред. Это дополнение нетривиально, а нелинейности, им индуцируемые, приводят к проблеме катастроф скорости и к задаче преодоления этих катастроф.

С математической точки зрения ситуация выглядит так: в физической модели необходимо учесть когомологии групп и алгебр, используемых в конструкции этой модели. Поясним ситуацию, не детализируя ее.

Обычно принято изучать физические явления, следуя теории представлений групп, с точностью до преобразований эквивалентности  $\tilde{\Gamma}_S = Q^{-1}\Gamma_S Q$ , где  $\Gamma_S$  - генераторы алгебры симметрии,  $Q^{-1}$  - сплетающие операторы, имеющие самостоятельное происхождение. Использование операторов  $Q^{-1}$  соответствует *идее* учета в расчетах и физической модели *деформационных степеней свободы явлений*. Они обусловлены их топологической природой. В инвариантном полиноме

$$\det \tilde{\Gamma}_S = \det(Q^{-1}\Gamma_S Q) = \det \Gamma_S$$

неявно присутствует функционал

$$w = \frac{\det Q^{-1}}{\det Q_*^{-1}},$$

где  $Q_*^{-1}$  - канонический сплетающий оператор. Скаляр  $w$  является элементом нульмерной группы когомологий Хохшильда ассоциативной алгебры  $g$  со значениями  $A$ , если считать, что  $w \in H^0(g, A)$ . Поскольку когомологии характеризуют топологию группы симметрии  $G$ , они задают, явно или неявно, топологию явления, охватываемого, в том или другом смысле, этой группой. В физической модели могут использоваться разные группы когомологий, выходя за пределы преобразований эквивалентности. Они имеют свое место, значение, смысл и функции в физических моделях, реализуя деформационные степени их свободы и образуя самостоятельную область исследования. Появляется возможность рассматривать когомологии, в том числе весь спектр когомологии Хохшильда  $H^n(g, A)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, k$ , с физической точки зрения. Функционалы от них, рассматриваемые как физические переменные, могут быть подчинены динамическим уравнениям. Будем считать, что такова и нульмерная группа когомологий:

$$\hat{L}(w) = 0, \quad w \in H^0(g, A),$$

где  $\hat{L}$  - дифференциальный оператор.

В данной главе показано, что величина  $w \in H^0(g, A)$  - показатель отношения *управляет* поведением параметров внешней инерции электромагнитного поля. Ее учет позволяет описать известные экспериментальные факты без ограничения на скорость света, используя *когомологический механизм* динамического преобразования скорости поля в его частоту. Дано обоснование концепции внешней инерции поля, указаны стороны и грани ее описания. *Когомологичность инерции электромагнитного поля и физическая активность ее когомологий* составляют, по сути дела, центральную идею и главный результат данной главы.

## 1.2. К СОГЛАСОВАНИЮ ГАЛИЛЕЕВСКОЙ И ЛОРЕНТЦОВСКОЙ ФОРМИВАРИАНТНОСТИ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

*Рассмотрено дополнение дифференциальных уравнений Максвелла материальными уравнениями, при котором полная система форминвариантна относительно группы Галилея. Проведено сравнение данного варианта с обобщением Герца, а также с лорентц-инвариантным случаем. Сделан вывод, что они являются частными случаями более общей модели. Выведены обобщенные уравнения для четырехпотенциала.*

Будем исходить из опыта, подарившего нам систему ориентировок:

- При некорректной практике свет истины способен ослепить сознание того, кто эту истину ищет.
- Мир устроен не так, как хотели бы устроить его люди, что препятствует приближению к его законам и понятиям.
- Незрелому совершенное непосильно, поэтому увеличить свою реальную силу можно только через развитие.

Учтем указанные ориентировки при постижении материала данного пункта исследования.

### 1.2.1. Новая система уравнений электродинамики, инвариантная относительно группы Галилея

Исторически первый вариант галилеевски инвариантной электродинамики был предложен Герцем. Сущность его сводится к дополнению дифференциальных уравнений Максвелла "конвективными членами" вида:

$$\text{rot}[\vec{D}, \vec{u}], \vec{u} \text{ div } \vec{D}, \text{rot}[\vec{B}, \vec{u}].$$

Тогда

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \left\{ \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \text{rot}[\vec{D}, \vec{u}] + \vec{u} \text{ div } \vec{D} + \vec{j} \right\},$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \left\{ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \text{rot}[\vec{B}, \vec{u}] \right\},$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho, \quad \text{div } \vec{B} = 0.$$

При преобразованиях координат и времени согласно группе Галилея имеем связь компонент скоростей

$$u'_x = u_x - v, \quad u'_y = u_y, \quad u'_z = u_z.$$

Убедимся в инвариантности системы. Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} + \frac{1}{c} \left( \frac{\partial M_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial z} \right),$$

где

$$M_x = B_y u_z - B_z u_y, \quad M_y = B_z u_x - B_x u_z, \quad M_z = B_x u_y - B_y u_x.$$

Потребуем, следуя Герцу

$$\vec{E}' = \vec{E}, \quad \vec{D}' = \vec{D}.$$

Поскольку

$$\frac{\partial}{\partial t} = -v \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial t'},$$

а

$$\frac{\partial M_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial z} = \frac{\partial M'_z}{\partial y'} - \frac{\partial M'_y}{\partial z'} - v \left( \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'} \right),$$

получим

$$\frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B'_x}{\partial t'} + \frac{1}{c} \left( \frac{\partial M'_z}{\partial y'} - \frac{\partial M'_y}{\partial z'} \right) - v \left( \frac{\partial B'_x}{\partial x'} + \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'} \right).$$

Условие инвариантности  $\text{div } \vec{B}' = \text{div } \vec{B}$  очевидно. Остальные уравнения анализируются и проверяются аналогично. *Заметим, что связи полей и индукций в этой модели не предложены, а скорости учитываются через введение конвективных слагаемых в дифференциальные уравнения Максвелла.*

Однако следствия из теории Герца вступают в противоречие с известными экспериментальными данными [13]. Основная причина этого в наличии скорости  $\vec{u}$ , входящей в дифференциальные уравнения электродинамики, которую следует интерпретировать как скорость эфира, полностью увлекаемого телами.

Вторая модель галилеевски инвариантной электродинамики получается, если из физических соображений можно пренебречь в уравнениях Максвелла либо  $\partial \vec{H} / \partial t$  либо  $\partial \vec{E} / \partial t$ . Они называются "электрическим" и "магнитным" пределами, соответствуют практическим ситуациям, позволяя упростить решение некоторых задач. Эти случаи рассмотрены в [98].

Вопрос о галилеевски инвариантной электродинамике сред изучен также в [99]. Суть анализа сводится к рассмотрению уравнений электродинамики движущихся сред в косоугольной системе координат. В частности, в этом случае из материальных уравнений для покоящейся среды при использовании группы Галилея следуют новые материальные уравнения, причем полная система уравнений форминвариантна относительно группы Галилея. Для получения результатов, согласующихся с экспериментом, авторы требуют дополнительного перерасчета полученных решений с учетом симметрии относительно группы Лорентца. Другими словами, материальные уравнения электродинамики вида

$$\vec{D} = \vec{D} \left( \vec{E}, \frac{\vec{u}}{c} \right), \quad \vec{B} = \vec{B} \left( \vec{H}, \frac{\vec{u}}{c} \right)$$

рассматриваются как формальные связи, не отвечающие реальной экспериментальной ситуации.

Примем новое предположение: *возможно нахождение системы уравнений электродинамики, форминвариантной относительно группы Галилея, которой соответствуют физические ситуации, в которых такая симметрия может быть подтверждена экспериментально* [100]. Докажем, что уравнения Максвелла совместно с соотношениями между полями и индукциями

$$\vec{D} = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{u}}{c}, \vec{B} \right] \right), \quad \vec{B} = \mu \left( \vec{H} + \left[ \vec{D}, \frac{\vec{u}}{c} \right] \right),$$

где  $\varepsilon, \mu$  - диэлектрическая и магнитная проницаемости среды,  $\vec{u}$  - некоторая скорость движения, форминвариантны относительно группы Галилея. Пусть декартова система координат

нат  $K'$  движется вдоль оси  $OX$  системы  $K$  со скоростью  $v$ . Определим соотношения между частными производными и компонентами скорости

$$\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial y'} = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial z}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -v \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial t'}$$

Используя преобразования уравнений Максвелла и требуя их инвариантности, получим связи полей и индукций:

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & E'_y &= E_y - \frac{v}{c} B_z, & E'_z &= E_z + \frac{v}{c} B_y, \\ B'_x &= B_x, & B'_y &= B_y, & B'_z &= B_z, \\ H'_x &= H_x, & H'_y &= H_y + \frac{v}{c} D_z, & H'_z &= H_z - \frac{v}{c} D_y, \\ D'_x &= D_x, & D'_y &= D_y, & D'_z &= D_z, & \rho' &= \rho. \end{aligned}$$

Нештрихованные величины выражаются через штрихованные соотношениями, в которых изменены знаки перед скоростью  $v$ , именно

$$\vec{B} = \vec{B}', \quad \vec{D} = \vec{D}', \quad \vec{E} = \vec{E}' - \left[ \frac{\vec{v}}{c}, B' \right], \quad \vec{H} = \vec{H}' + \left[ \frac{\vec{v}}{c}, \vec{D} \right].$$

Докажем инвариантность материальных уравнений. Подставим в них указанные соотношения для полей. Получим

$$\vec{D}' = \varepsilon \left( \vec{E}' + \left[ \frac{\vec{u}'}{c}, \vec{B}' \right] \right), \quad \vec{B}' = \mu \left( \vec{H}' + \left[ \vec{D}', \frac{\vec{u}'}{c} \right] \right).$$

Доказательство инвариантности полной системы уравнений электродинамики завершено. Рассмотрим вопрос о галилеевски инвариантной формулировке дуально симметричной электродинамики. Как показано в [101], дуально ковариантна система уравнений

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}_e \right), \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{j}_g \right),$$

$$\text{div } \vec{B} = \rho_g, \quad \text{div } \vec{D} = \rho_e,$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + \gamma \vec{H}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} + \gamma \vec{E},$$

где  $\rho_e, \rho_g$  - плотности электрического и магнитного зарядов,  $\vec{j}_e, \vec{j}_g$  - плотности соответствующих токов. Величина  $\gamma$  выражается через электрический  $e$  и магнитный  $g$  заряды соотношением

$$\gamma = (\varepsilon - \mu) \frac{e}{g} - g^2.$$

Для записи материальных уравнений в галилеевски инвариантном виде сначала преобразуем их. Пусть

$$\vec{D} = \left( \varepsilon - \frac{\gamma^2}{\mu} \right) \vec{E} + \frac{\gamma}{\mu} \vec{B}, \quad \vec{B} = \left( \varepsilon - \frac{\gamma^2}{\mu} \right) \vec{H} + \frac{\gamma}{\mu} \vec{D}.$$

Используя результаты предыдущего анализа, запишем их в галилеевски инвариантном виде

$$\begin{aligned}\bar{D} &= \left( \varepsilon - \frac{\gamma^2}{\mu} \right) \left( \bar{E} + \left[ \frac{\bar{u}}{c}, \bar{B} \right] \right) + \frac{\gamma}{\mu} \bar{B}, \\ \bar{B} &= \left( \mu - \frac{\gamma^2}{\varepsilon} \right) \left( \bar{H} + \left[ \bar{D}, \frac{\bar{u}}{c} \right] \right) + \frac{\gamma}{\varepsilon} \bar{D}.\end{aligned}$$

При  $\bar{u} = 0$  получим соответствующие выражения для покоящейся среды. Используя связь полей и индукций, подставим их в уравнения Максвелла. Тогда

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \bar{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \bar{B} = 0, \\ \operatorname{rot} \bar{B} + \operatorname{rot} \left\{ \left[ \bar{E} + \left[ \frac{\bar{u}}{c}, \bar{B} \right] \right] \frac{\bar{u}}{c} \right\} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\bar{u}}{c}, \bar{B} \right] + \bar{j}, \\ \operatorname{div} \bar{E} + \operatorname{div} \left[ \frac{\bar{u}}{c}, \bar{B} \right] &= \rho.\end{aligned}$$

Полученная система аналогична уравнениям для электромагнитного поля в среде, "поляризация"  $\bar{P}$  и "намагниченность"  $\bar{M}$  которой задаются выражениями

$$\bar{P} = \left[ \frac{\bar{u}}{c}, \bar{B} \right], \quad \bar{M} = \left[ \left( \bar{E} + \bar{P} \right), \frac{\bar{u}}{c} \right].$$

Выведем уравнения для потенциалов в галилеевски инвариантной электродинамике. Введем по обычной схеме

$$\bar{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \bar{B} = \nabla \times \bar{A}.$$

Тогда одна пара уравнений Максвелла удовлетворяется тождественно, а из уравнений

$$\nabla \times \bar{H} = \frac{4\pi}{c} \bar{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \bar{D} = 4\pi\rho$$

совместно с материальными уравнениями следуют уравнения для  $\bar{A}$ ,  $\varphi$ . Тогда

$$\nabla \times \frac{\bar{B}}{\mu} - \nabla \times \left( \bar{D} \times \frac{\bar{u}}{c} \right) = \frac{4\pi}{c} \bar{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \bar{D} = 4\pi\rho.$$

Согласно формулам векторного исчисления

$$\begin{aligned}\nabla \times \left( \bar{D} \times \frac{\bar{u}}{c} \right) &= \left( \frac{\bar{u}}{c} \cdot \nabla \right) \bar{D} - \frac{\bar{u}}{c} (\nabla \cdot \bar{D}) = \left( \frac{\bar{u}}{c} \cdot \nabla \right) - \frac{\bar{u}}{c} 4\pi\rho, \\ \nabla \cdot \left( \frac{\bar{u}}{c} \times \bar{B} \right) &= -\frac{\bar{u}}{c} \cdot \nabla \times \bar{B}.\end{aligned}$$

Отсюда

$$\nabla \times \bar{B} = \frac{4\pi}{c} \mu (\bar{j} - \bar{u}\rho) + \frac{\mu\varepsilon}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \right) \left( \bar{E} + \left[ \frac{\bar{u}}{c} \times \bar{B} \right] \right),$$

$$\nabla \cdot \vec{E} - \frac{\vec{u}}{c} \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho.$$

Запишем выражение

$$\vec{K} = \frac{\mu \varepsilon}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} \right] \right)$$

через потенциалы  $\vec{A}$  и  $\varphi$ . Тогда

$$\vec{K} = \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right)^2 \vec{A} - \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \nabla (c\varphi - \vec{u} \cdot \vec{A}).$$

Сгруппируем члены. Для потенциала  $\vec{A}$  получим

$$\nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) (\vec{u} \cdot \vec{A} - c\varphi) - \nabla^2 \vec{A} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right)^2 \vec{A} = \frac{4\pi \mu}{c} (\vec{j} - \vec{u} \rho).$$

Из другого уравнения следует, что

$$\nabla \cdot \vec{E} - \frac{\vec{u}}{c} \left[ 4 \frac{\pi}{c} \mu (\vec{j} - \vec{u} \rho) + \frac{\mu}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \right] = \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho.$$

Поскольку  $(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{D} = \nabla (\vec{u} \cdot \vec{D}) - \vec{u} \times (\nabla \times \vec{D})$ , то

$$\frac{\varepsilon}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \left[ - \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{u} \cdot \vec{A} - c\varphi) \right] = \frac{\vec{u}}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \vec{D}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left( - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi \right) + \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right)^2 \varphi + \frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \frac{\partial}{\partial t} (\vec{u} \cdot \vec{A} - c\varphi) \right] = \\ = \frac{4\pi \mu}{c} \left( \frac{c\rho}{\varepsilon \mu} + \frac{\vec{u}}{c} \vec{j} - \frac{c u^2}{c^2} \rho \right). \end{aligned}$$

Преобразував, получим

$$\begin{aligned} - \left\{ \nabla^2 - \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right)^2 \right\} \varphi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla \cdot \vec{A} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) (\vec{u} \cdot \vec{A} - c\varphi) \right) = \\ = \frac{4\pi \mu}{c} \left( \frac{c\rho}{\varepsilon \mu} + \frac{\vec{u}}{c} \vec{j} - c\rho \frac{u^2}{c^2} \right). \end{aligned}$$

Выберем калибровочное условие

$$\nabla \cdot \vec{A} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) (\vec{u} \cdot \vec{A} - c\varphi) = 0.$$

Тогда искомые уравнения примут вид:

$$\left\{ \nabla^2 - \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right)^2 \right\} \vec{A} = - \frac{4\pi \mu}{c} (\vec{j} - \vec{u} \rho),$$

$$\left\{ \nabla^2 - \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right)^2 \right\} \varphi = -\frac{4\pi\mu}{c} \left( \frac{c\rho}{\varepsilon\mu} + \frac{\vec{u}}{c} \vec{j} - c\rho \frac{u^2}{c^2} \right).$$

Для свободного электромагнитного поля в вакууме получим

$$\left\{ \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right)^2 \right\} \vec{A} = 0,$$

$$\left\{ \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right)^2 \right\} \varphi = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{A} - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) (\vec{u} \cdot \vec{A} - c\varphi) = 0. \quad (1.1)$$

Изучим некоторые следствия этой системы. Рассмотрим, как распространяется электромагнитное поле согласно уравнениям для  $\vec{A}$ ,  $\varphi$ . Ищем решение уравнений в виде плоской волны. Тогда

$$\vec{A} = \vec{A}_0 \exp\{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})\}, \quad \varphi = \varphi_0 \exp\{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})\}.$$

Подставим их в (1.1). Получим дисперсионное уравнение

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \left( 1 - \frac{\vec{u} \cdot c \vec{k}}{c \omega} \right)^2. \quad (1.2)$$

Из него следуют выражения для фазовой и групповой скоростей:

$$\vec{v}_\varphi = \vec{c} \left( 1 + \vec{s} \frac{\vec{u}}{c} \right), \quad \vec{v}_g = c \frac{\vec{k}}{k} + \vec{u}. \quad (1.3)$$

Эти формулы согласуются с преобразованиями Галилея, если под скоростью  $\vec{u}$  понимать скорость движения источника в вакууме. Для решения уравнений (1.1) с источниками найдем функцию Грина. В инерциально движущейся среде без дисперсии ее вид определяется выражением

$$G_0(\vec{r}, t) = 8\pi^2 \mu \int \frac{J_0(k_\rho, \rho) \exp[i(k_z z - \omega t)] k_\rho d k_\rho d k_z d \omega}{k_\rho^2 - \varepsilon \mu \frac{\omega^2}{c^2} + 2 \varepsilon \mu \beta \omega \frac{k_z}{c} + (1 - \varepsilon \mu \beta^2) k_z^2}.$$

Здесь ось  $OZ$  направлена по скорости  $\vec{u}$ ,  $J_0$  - функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Проведя необходимые вычисления, получим

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu \left( \rho^2 + x^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \delta \left( t - \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \left( \rho^2 + x^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right),$$

где  $x = z - ut$ . Функция Грина для  $u < c/\sqrt{\varepsilon \mu}$  отлична от нуля на поверхности, уравнением которой в фиксированный момент времени является

$$t = \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \left[ \rho^2 + (z - ut)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Это эллипсоид вращения, ось симметрии которого совпадает со скоростью движения среды. Полуоси эллипса равны

$$a = ct/\sqrt{\varepsilon\mu}, \quad b = ct/\sqrt{\varepsilon\mu}.$$

Положение центра эллипсоида определяется выражением

$$z_0 = ut.$$

Следовательно, центр поверхности, на которой функция Грина отлична от нуля, перемещается со скоростью

$$\vec{u}_0 = \vec{u}.$$

Если отождествить  $\vec{u}_0$  со скоростью движения источника излучения в вакууме, получим результат, что поверхность, несущая сигнал, представляет собой сферу, центр которой все время совпадает с положением источника, движущегося инерциально. Так формально построена система уравнений электродинамики вакуума, решения которой дают зависимость скорости света в вакууме от скорости источника.

### 1.2.2. Формальное согласование галилеевской и лорентцовской инвариантности уравнений Максвелла.

Сравним между собой две системы уравнений электродинамики, инвариантные относительно групп Галилея и Лорентца соответственно [21, 44]. Конечно, для такого сравнения нужны глубокие физические причины, но на данной стадии они не видны и будут раскрыты позже. Сейчас задача состоит в выяснении возможности согласования различных симметрии, а также структуры обобщенной системы уравнений. Легко увидеть, что различие систем обусловлено структурой материальных уравнений. Очевидно, что возможна единообразная запись двух ситуаций, если рассмотреть материальные уравнения, зависящие от параметра  $w$ . Пусть

$$\vec{D} + w \left[ \frac{\vec{u}}{c}, \vec{H} \right] = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{u}}{c}, \vec{B} \right] \right), \quad \vec{B} + w \left[ \vec{E}, \frac{\vec{u}}{c} \right] = \mu \left( \vec{H} + \left[ \vec{D}, \frac{\vec{u}}{c} \right] \right).$$

При  $w = 0$  получим систему уравнений, форминвариантную относительно группы Галилея, при  $w = 1$  - относительно группы Лорентца.

### 1.2.3. Общая ковариантность уравнений электродинамики, независимость от 4-метрики и связности без кручения

Независимость уравнений Максвелла в трехмерном пространстве от метрики, а также общее свойство ковариантности в четырехмерном пространстве первоначально было обнаружено Т. Вейлем [102]. Позднее эти вопросы рассматривали Ф. Коттлер [103], Э.Картан [104], Д. Данциг [105], Е. Пост [106], Ж. Дешам [107]. В Советском Союзе симметричные свойства уравнений электродинамики в рамках группового подхода широко проанализированы в работах Н.Х. Ибрагимова [108], В.И. Фушича и А.Г. Никитина [109]. Г.А. Котельников [110] рассмотрел нелинейные представления группы Галилея. Мною рассмотрена галилеевски инвариантная электродинамика вакуума [100] и доказана физическая дополнительность группы Галилея и Лорентца в электродинамике движущихся сред [44].

Проанализируем указанные вопросы с общих позиций, следуя монографии Е.Поста [106]. Рассмотрим преобразования координат в четырехмерном пространстве вида

$$x^{k'} = x^{k'}(x^k), \quad x^k = x^k(x^{k'}),$$

полагая, что они невырождены и голономны:

$$\partial_{i'} A_{j'}^j = \partial_{j'} A_{i'}^j, \quad \Delta \neq 0.$$

Обозначим частные производные и якобиан преобразований

$$A_{i'}^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}}, \quad A_{i'}^{i'} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i}, \quad \Delta = \det |A_{i'}^i| \neq 0.$$

Используем известные законы преобразования тензоров и тензорных плотностей

$$F_{i'j'} = A_{i'}^i A_{j'}^j F_{ij}, \quad \tilde{H}^{i'j'} = |\Delta|^{-1} A_{i'}^i A_{j'}^j \tilde{H}^{ij}.$$

Рассмотрим вопрос об инвариантности первой пары уравнений. Получим

$$\partial_{[k'} F_{i'j']} = \partial_{[k'} (A_{i'}^i A_{j'}^j F_{ij}) = A_{[i'}^i A_{j']}^j \partial_{k'} F_{ij} + F_{ij} A_{[i'}^i \partial_{k'} A_{j']}^j + F_{ij} A_{[j'}^j \partial_{k'} A_{i']}^i.$$

Из-за голономности преобразования второй и третий члены компенсируются, а так как  $\partial_{k'} = A_{k'}^k \partial_k$ , то

$$\partial_{[k'} F_{i'j']} = A_{[i'}^i A_{j']}^j A_{k'}^k \partial_k F_{ij}.$$

Перенесем индекс альтернирования по  $(ijk)$ . Получим

$$\partial_{[k'} F_{i'j']} = A_{k'}^k A_{i'}^i A_{j'}^j \partial_{[k} F_{ij]}.$$

Поскольку  $\partial_{[k} F_{ij]} = 0$ , то  $\partial_{[k'} F_{i'j']} = 0$ . Проанализируем симметричные свойства второй пары дифференциальных уравнений электродинамики. Так, легко видеть, что

$$\partial_{k'} \tilde{H}^{i'k'} = |\Delta|^{-1} A_{i'}^i A_{k'}^{k'} \partial_{k'} \tilde{H}^{ik} + \tilde{H}^{ik} \left\{ |\Delta|^{-1} A_{i'}^i \partial_{k'} A_{k'}^{k'} + |\Delta|^{-1} A_{k'}^{k'} \partial_{k'} A_{i'}^i + A_{i'}^i A_{k'}^{k'} \partial_{k'} |\Delta|^{-1} \right\}.$$

Используем известные соотношения:

$$-|\Delta|^{-1} A_{k'}^k \partial_{i'} A_{k'}^{k'} = \partial_{i'} |\Delta|^{-1}, \quad A_{i'}^i A_{j'}^j \partial_{j'} \tilde{H}^{ij} = A_{i'}^i \partial_{j'} \tilde{H}^{ij}.$$

Сгруппируем выражения

$$\partial_{k'} \tilde{H}^{i'k'} = |\Delta|^{-1} A_{i'}^i \partial_{k'} \tilde{H}^{ik} + |\Delta|^{-1} \tilde{H}^{ik} \left\{ A_{i'}^i A_{k'}^{k'} \partial_m A_{k'}^{k'} + \partial_{k'} A_{i'}^i - A_{i'}^i A_{k'}^{k'} \partial_{k'} A_m^{k'} \right\}.$$

Член вида  $\tilde{H}^{ik} \partial_{k'} A_{i'}^i$  исчезнет из-за антисимметрии  $\tilde{H}^{ik}$ . Другие члены в скобках компенсируются из условия голономности. Получим

$$\partial_{k'} \tilde{H}^{i'k'} = |\Delta|^{-1} A_{i'}^i \partial_{k'} \tilde{H}^{ik} = |\Delta|^{-1} A_{i'}^i \cdot \tilde{S}^i.$$

Следовательно *дифференциальные уравнения электродинамики Максвелла инвариантны относительно произвольных невырожденных преобразований голономных систем координат.*

Уравнения Максвелла не показывают связность многообразия без кручения. Чтобы доказать это, заменим частные производные на ковариантные. Для  $F_{mn}$  имеем

$$\nabla_{[k} F_{mn]} = \partial_{[k} F_{mn]} - 2F_{\sigma[k} \Gamma_{mn]}^{\sigma} = \partial_{[k} F_{mn]}.$$

Рассмотрим уравнения для  $\tilde{H}^{ik}$ :

$$\nabla_k \tilde{H}^{ik} = \partial_k \tilde{H}^{ik} + \tilde{H}^{pk} \Gamma_{kp}^i + \tilde{H}^{ip} \Gamma_{pk}^k - \Gamma_{pk}^p \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i.$$

Последний член разложения обусловлен структурой  $\tilde{H}^{ik}$ -тензорной плотности. Величина  $\tilde{H}^{pk} \Gamma_{kp}^i = 0$  из антисимметрии  $\tilde{H}^{pk}$ . Два других слагаемых взаимно компенсируются вследствие симметричности связности. Отсюда следует вывод: *дифференциальные уравнения Максвелла для среды независимы от метрики и линейной связности многообразия без кручения и допускают симметрию относительно группы невырожденных, голономных преобразований координат, поэтому допустимо описывать все электромагнитные явления в многообразии аффинной связности  $R^3 \times T^1$ , рассматривая "метрику"  $\Omega_{kn}$  и связности как самостоятельные физические структуры, характеризующие поле.*

**Заметим, что требование неизменности связей между полями и индукциями в вакууме задает дополнительное условие на группу симметрии, сводя ее к группе изометрий, которая в данном случае будет группой Лорентца канонического вида.**

Выясним роль кручения. Пусть тензор  $B_{pn}^k = \Gamma_{pn}^k - \Gamma_{np}^k$ , показывающий отклонение компонент связности  $\Gamma_{pn}^k$  от симметричности по нижним индексам, отличен от нуля. Из предыдущего рассмотрения видно, что уравнения для  $\tilde{H}^{ik}$  изменяются следующим образом:

$$(\partial_k + B_{kp}^p) \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i.$$

Для второй пары уравнений используем выражение для ковариантной производной ковариантного тензора второго ранга

$$\nabla_i F_{jk} = \partial_i F_{jk} - \Gamma_{ji}^l F_{lk} - \Gamma_{ki}^l F_{jl}.$$

Их суммирование даст

$$\nabla_{[k} F_{ij]} = \partial_{[k} F_{ij]} - B^l_{[ki} F_{j]l}.$$

Указанные добавки дают вклад кручения в уравнения Максвелла.

#### 1.2.4. За пределами стереотипов мышления

**Простота законов природы позволяет нам наблюдать и познавать только отношения».**

#### Лаплас

Тот факт, что связи между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $\tilde{H}^{ik}$  заданы посредством тензора

$$\Theta^{ik} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$$

в координатах  $x^1 = x$ ,  $x^2 = y$ ,  $x^3 = z$ ,  $x^0 = ict$ , не говорит о том, что физическое пространство-время псевдоевклидово. Во-первых, такой выбор соответствует идеализированной связи полей и индукций вида

$$\vec{D} = \vec{E}, \quad \vec{B} = \vec{H}.$$

Она далека от реальности. В частности, она не соответствует процедуре измерения, потому что измерению всегда присуще взаимодействие поля с некоторым реальным устройством, эта ситуация вакуумная. Во-вторых, связи для полей и индукций соответствуют тензору

$$\Omega^{ik} = \alpha \Theta^{ik} + \beta u^i u^k.$$

Если использовать его в качестве метрики, мы приходим к пространству, характеризующему события. Его удобно назвать пространством событий и обозначить  $M_{SE}$ . При этом следует корректно задать четырехскорости  $u^i$ , наполнив их физическим смыслом. Это же замечание справедливо для величин  $\alpha, \beta$ . В-третьих, опыт может привести к изменению основных динамических уравнений и связей, к использованию других выражений для  $\Theta^{ik}$  и для  $\Omega^{ik}$ . В-четвертых, использование  $\Theta^{ik}, \Omega^{ik}$  не отменяет наличия и не меняет состояния физического пространства, в котором расположено явление.

**В физической практике, следуя опыту анализа размеров физических тел, его роль выполняет расслоенное многообразие Ньютона**

$$M_{SS} = R^3 \times T^1,$$

где  $R^3$  - трехмерное евклидово пространство,  $T^1$  - одномерное евклидово время, **используемое для любых конструкций в системе координат, покоящейся относительно их и не зависящее от их внешних или внутренних скоростей.**

Принятие постулата, согласно которому скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника излучения  $\vec{u}_{fs}$  (а в вакууме им является устройство, дающее это излучение), является данью расчету и не соответствует физике явления. Скорость источника излучения  $\vec{u}_{fs}$  есть существенный физический фактор, с которого, и по форме и по сути, началась релятивистская физика, что требует к нему пристального внимания и правильного отношения. Заметим, что скорость  $\vec{u}_{fs}$  должна быть введена в уравнения, если мы строим физическую модель, которая *сама по себе* все учитывает, уравнения, решения которых соответствуют эксперименту. Именно такой вариант предлагал рассматривать А. Эйнштейн. Он искал уравнения, которые в качестве решения давали бы зависимость скорости поля от скорости движения источника излучения, но не смог их найти. Понятно, что, исключив  $\vec{u}_{fs}$  из уравнений электродинамики, сделать это невозможно. Достаточно очевидно, как это сделать. Действительно, физическая среда является вторичным источником излучения  $\vec{u}_{bs}$ . Ее скорость равна скорости движения среды  $\vec{u}_m$ :

$$\vec{u}_{bs} = \vec{u}_m.$$

Скорость  $\vec{u}_m$  входит в уравнения электродинамики через связи между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $\tilde{H}^{ik}$  в виде соотношений Минковского. Тогда

$$\vec{D} + \left[ \frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{H} \right] = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{B} \right] \right), \quad \vec{B} + \left[ \vec{E} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] = \mu \left( \vec{H} + \left[ \vec{D} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] \right).$$

Групповая скорость поля  $\vec{v}_g$  зависит от скорости среды  $\vec{u}_m$

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \vec{n} + \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \vec{u}_m.$$

Поэтому учесть скорость  $\vec{u}_{fs}$  в уравнениях электродинамики следует через обобщенные связи между  $\tilde{H}^{ik}$  и  $F_{mn}$ , что и сделано в работах [43, 100].

Сложно объединить  $\vec{u}_m$  и  $\vec{u}_{fs}$ . Мы рассматриваем вариант простейшей связи, когда

$$\vec{u} = (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m,$$

$$w = 1 - \exp\left(-Q_0 \frac{\rho}{\rho_0}\right),$$

что соответствует условию гомотопической эквивалентности [111] скоростей  $\vec{u}_{fs}$  и  $\vec{u}_m$ . Показатель отношения  $w$  становится тем *существенно новым* фактором, без учета которого *невозможно* построить модель электромагнитных явлений, согласованно учитывающую  $\vec{u}_{fs}$  и  $\vec{u}_m$ . Заметим, что столь непростая (с физической точки зрения) ситуация проанализирована только на уровне оценки скоростей. Но меняются еще и частоты. Требование инвариантности уравнений электродинамики, принятое А. Эйнштейном, как хорошо известно [111], означает ограничение на класс эквивалентных решений, задавая *пространство решений*  $M_{SD}$ , которое имеет свою структуру. Из того факта, что расчет согласуется с опытом при использовании группы Лорентца, следует, что важную роль выполняет *каноническая метрика Минковского*

$$\Theta_{CD}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

Пространство решений  $M_{SD}$  может быть согласовано с пространством состояний  $M_{SS}$ , если допустить индуцирование из расслоенного многообразия  $M_{SS} = R^3 \times T^1$  метрики пространства решений  $\Theta_{SD}^{ij}$  в форме соединения  $R^3$  и  $T^1$ . Тогда следует принять общее выражение

$$\tilde{\Theta}_{SD}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

Именно его предлагал Лагранж [16], когда изучал структуру псевдоевклидова многообразия. Частная ситуация, когда  $w=1$ , не соответствует общим возможностям пространства решений.

Мы приходим к системе из трех пространств, которые (пока только на кинематическом уровне) обязаны использоваться в физической модели (рис. 1.1).

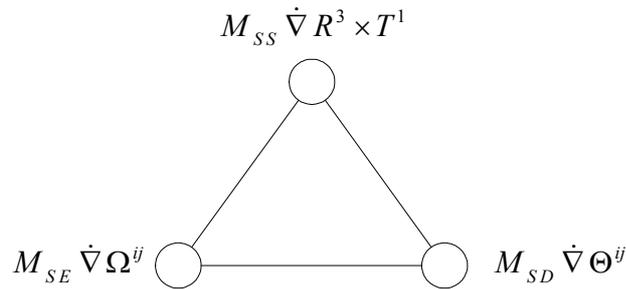


Рис. 1.1. Система пространств физической модели электромагнитных явлений. Значок  $\dot{\nabla}$  означает, что используется некоторое частное значение, хотя, конечно, не отрицаются другие возможности и варианты. Понятно, что на практике *нет и никогда не было отождествления этих пространств*. Во всех случаях, всегда

$$M_{SS} \neq M_{SD} \neq M_{SE}$$

в топологическом, геометрическом, алгебраическом и других смыслах. Понятно, что при

моделировании общих ситуаций возможно использовать другие пространства, но невозможно отменить их различий. В релятивистской физике, наоборот, считается, что

$$M_{SS} = M_{SD} = M_{SE}.$$

Тензор плотности  $\tilde{H}^{ik}$ , с физической точки зрения, более важен, чем тензор  $F_{mn}$ . Плотности токов  $\vec{j}$  и плотности зарядов  $\rho$  ассоциированы с ним. Поэтому ситуации, когда на первый план выдвигается  $F_{mn}$ , физически слабы. Это замечание верно и для других калибровочных полей. Здесь со всей очевидностью и силой обнаруживается "водораздел" *физического или рационального, объясняющего понятиями* подхода к явлениям, когда важны токи, заряды и все то, что дает электромагнитные индукции, а поля рассматриваются как их проявления. По сути дела, и форма этому не противоречит, физический подход требует разработки *концепции* токов и зарядов, механизма их взаимодействий, учета всех факторов и обстоятельств, с ними связанных.

*Расчетный или формальный, ставшим стандартным* подход к явлениям изначально фальсифицирует ситуацию с физической точки зрения, так как электромагнитное поле в вакууме, когда "нет" различий между  $F_{mn}$  и  $H^{ik}$  рассматривается как реальная и основная посылка моделирования явлений. Но тогда, *понятно*, вакуум становится важнейшим звеном физического моделирования, тем элементом, на который "списывают" все удачи и все недостатки согласования расчета и опыта. Более того, ортодоксальная квантовая теория идет дальше, предполагая, что электромагнитные явления можно описывать, вообще не пользуясь уравнениями Максвелла.

Реальность расположена, как это всегда было на практике, между сугубо физической моделью, учитывающей все тонкости и грани объектов и явлений и между сугубо математической моделью, способной быть очень "далекой" от реальности, но, в то же время, достаточной для согласования расчета с экспериментом. Специальная теория относительности является прекрасным образцом *абсолютизации* математического расчета вплоть до отрицания реальных физических факторов и обстоятельств. В частности, выбор отношения  $w=1$ , и только его, иллюстрирует факт отрицания реального переменного отношения  $w(\vec{x}, t)$ , что приводит к отказу от условий реального измерения. В релятивистской электродинамике считалось, что среда может быть полностью учтена в теории, если известна ее плотность  $\rho$ , диэлектрическая  $\varepsilon$  и магнитная  $\mu$  проницаемости. Получим, например, показатель преломления  $n$  для газа:

$$n = 1 + G_\lambda \frac{\rho}{\rho_0}, \quad n = \sqrt{\varepsilon \mu}.$$

Анализ показал, что в отсутствие относительных скоростей среды, когда  $\vec{u}_m = 0$  и когда  $\vec{u}_{fs} = 0$ , это действительно так. Но в случае, когда  $\vec{u}_{fs} \neq 0$ ,  $\vec{u}_m \neq 0$ , нам нужно учесть факторы внешней инерции электромагнитного поля. Тогда в модель вводятся величины

$$\tilde{\Theta}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w), \quad \vec{u} = (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m.$$

Кроме этого, нужно использовать принципиально новую величину, названную показателем отношения:

$$w = 1 - \exp\left(-P_0 \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

Здесь  $P_0$  - феноменологическая константа,  $\rho_0$  - плотность среды при нормальных условиях. Понятно, что имеет место зависимость  $P_0$  от длины волны  $\lambda$ .

*Показатель отношения  $w(\vec{x}, t)$  важен еще и потому, что без него невозможно*

*учесть реальные обстоятельства физического измерения. Ведь ситуации с  $w=0$  и  $w=1$  соответствуют разным условиям. При  $w=0$  мы учитываем  $\vec{u}_{fs} \neq 0$  в вакууме, но тогда прямые измерения прибором невозможны, поскольку показатель отношения  $w$  меняется из-за взаимодействия излучения с прибором. При  $w=1$  "потеряется" скорость  $\vec{u}_{fs}$ , так как  $\vec{u} = (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m$ . Прямые измерения способны исказить параметры явления, что приводит к естественным ошибкам в интерпретации экспериментов. Такой ошибкой правильно считать «вывод», что скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника излучения. Правильно говорить и думать иначе : в рассматриваемых экспериментах прибор, содержащий вакуум, трансформирует скорость  $\vec{u}_{fs}$  в частоту поля и поэтому не способен обнаружить  $\vec{u}_{fs}$ . В электродинамике принято использовать поля  $(\vec{E}, \vec{B})$ , индукции  $(\vec{H}, \vec{D})$ , проницаемости  $(\epsilon, \mu)$  со значениями в поле комплексных чисел. При этом упорно предполагается, что скорости  $(\vec{u}_m, \vec{u}_{fs})$  действительны. Более последовательно рассматривать все величины в одном числовом множестве.*

### 1.3. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА МАКСВЕЛЛА СО СВЕРХСВЕТОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

*Предложено обобщение электродинамики Максвелла в движущихся средах, которое, во-первых, не использует специальной теории относительности Эйнштейна, во-вторых, в расчете и эксперименте базируется на пространстве Ньютона, в-третьих, в нем естественны сверхсветовые скорости, указаны условия, где и как их обнаружить, в-четвертых, оно единым образом описывает классические эксперименты Бредли, Майкельсона, Физо, Допплера. Обнаружен неизвестный ранее динамический механизм преобразования скорости, задающей внешнюю инерцию поля, в собственную частоту электромагнитного поля. Показано, что ненулевая масса покоя может быть конечной при скорости тела, равной скорости света в вакууме.*

Известно, что единое описание экспериментальных данных в электродинамике Максвелла при учете всей совокупности относительных движений было достигнуто на основе специальной теории относительности, созданной Эйнштейном А. [8]. Она базируется на трех принципах: а) относительности, б) постоянства скорости света в вакууме, в) неявном постулате об отсутствии эфира.

В теории использована концепция относительной длины и времени, что соответствует модели пространства-времени Минковского. Группа Лорентца задает алгоритм кинематического описания физических явлений, в частности, эффекта Допплера и абберации. Этого оказалось достаточным не только для классической электродинамики. Глубина и полезность кинематического релятивистского метода подтверждена всем развитием физики XX века.

Однако новое время ставит новые задачи.

Экспериментально установлены корпускулярные свойства света, проявляющиеся в фотоэффекте и эффекте Комптона [112]. Но в современной теории фотон рассматривается как квазичастица. Именно релятивистский подход не позволяет ввести его размер и отрицает возможность его внутреннего движения. Квант света - фотон - бесструктурен.

Экспериментально Демельтом Х. [113] определен размер электрона  $r_e \approx 10^{-22}$  м. Известно, что электрон и позитрон рождаются при столкновении  $\gamma$ -квантов:

$$\gamma + \gamma \Rightarrow e^- + e^+.$$

Описание таких явлений проводится квантовой электродинамикой, но в ней по-прежнему квантовые частицы бесструктурны.

Экспериментально подтверждено наличие спина - внутреннего движения у фотона и электрона, однако отсутствует его пространственно-временная модель.

Эти и другие факты инициируют вопросы:

- а) Является ли механизм релятивистского описания электродинамических явлений единственным?
- б) Возможно ли полное и последовательное описание всей совокупности экспериментальных данных без специальной теории относительности и без тех ограничений, которые из нее следуют?
- в) На какой основе и как это сделать, какие новые следствия это дает?

Покажем, что возможно *динамическое* описание изменения параметров электромагнитного поля в рамках *ньютоновского* пространства-времени, используя единственную систему координат и рассматривая систему отсчета как физическую среду, способную изменить параметры поля.

## 1.3.1. Динамические уравнения Максвелла в ньютоновском пространстве-времени

Будем исходить из концепции единичного наблюдателя, у которого имеются "абсолютные" эталоны длины и времени, согласованные с моделью многообразия Ньютона  $R^3 \times T^1$ . Физические законы электродинамики Максвелла, установленные в  $R^3 \times T^1$ , определим через трехмерные *rot* и *div* в векторном виде:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = \vec{0},$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\pi \frac{\vec{J}}{c}.$$

На основе выражений

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}, \quad H^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}$$

они получают тензорный вид

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k H^{ik} = S^i.$$

Легко показать, что эти уравнения аффинно инвариантны. Здесь  $\partial_k$  - частные производные по координатам

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ict.$$

С физической точки зрения обе записи равноправны. Однако математический анализ общих вопросов удобнее проводить в тензорном виде.

Исходя из уравнений Максвелла, не используя концепции эфира, опишем единым образом опыты Бредли [4], Доплера [5], Физо [6], Майкельсона [7], "постоянство" скорости света в вакууме Эйнштейна [8], приняв модель динамического изменения инерции поля и модель *ньютоновского* пространства и времени.

## 1.3.2. Обобщенная связь полей и индукций в электродинамике Максвелла

Известно, что для покоящейся изотропной среды связь полей и индукций имеет вид

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{E},$$

где  $\varepsilon, \mu$  - диэлектрическая и магнитная проницаемости.

Эти уравнения просты, что вводит в заблуждение. Позже мы увидим, что связи наиболее сложны, как и все конкретное. Но связи, к тому же, тонки и совершенны и они способны *управлять* явлениями.

В варианте, рассмотренном Минковским, когда среда является вторичным источником излучения, считается, что ее скорость  $\vec{U}_m$  тождественно равна скорости источника излучения. Тогда

$$\begin{aligned}\bar{D} + \left[ \frac{\bar{U}_m}{c} \times \bar{H} \right] &= \varepsilon \left( \bar{E} + \left[ \frac{\bar{U}_m}{c} \times \bar{B} \right] \right), \\ \bar{B} + \left[ \bar{E} \times \frac{\bar{U}_m}{c} \right] &= \mu \left( \bar{H} + \left[ \bar{D} \times \frac{\bar{U}_m}{c} \right] \right).\end{aligned}$$

Найдем новые связи между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $H^{ik}$  в форме [10]:

$$H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

которые в частном случае переходят в указанные. Пусть

$$\Omega^{im} = \alpha (\Theta^{im} + \beta U^i U^m),$$

где  $\alpha, \beta$  - скалярные функции,  $\Theta^{im}$  - тензор инерции поля,  $U^i = dx^i / d\Theta$  - четырехскорости,  $d\Theta^2 = \Theta_{ij} dx^i dx^j$ . Выражение для  $\Omega^{im}$  найдено в [114] на основе решения системы нелинейных алгебраических уравнений, следующих из обобщенной формальной связи для полей и индукций, когда они рассматриваются при равной нулю скорости. Тогда

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[ \Theta^{im} + \left( \frac{\varepsilon\mu}{\chi} - 1 \right) U^i U^m \right].$$

Здесь  $\Theta^{im} = \text{diag}(1, 1, 1, \chi)$ , а  $\chi = \det \Theta^{im}$ . Тензор  $\Omega^{im}$  не имеет особенности при  $\chi = 0$ . Действительно,

$$d\Theta = \frac{icdt}{\sqrt{\chi}} \left( 1 - \chi \frac{U^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad U^k = \frac{dx^k}{d\Theta} = \frac{\sqrt{\chi}}{ic} \frac{dx^k}{dt} \left( 1 - \chi \frac{U^2}{c^2} \right)^{-1/2}.$$

Для скоростей  $U_n = \Theta_{nk} U^k$  имеем  $U^k U_k = 1$ . С учетом антисимметрии  $F_{mn}$  и  $H^{ik}$  получаем выражение

$$H^{ik} = \Omega^{ikmn} F_{mn}, \quad \Omega^{ikmn} = 0,5 (\Omega^{im} \Omega^{kn} - \Omega^{in} \Omega^{km})$$

с условиями

$$\Omega^{ikmn} = -\Omega^{iknm} = -\Omega^{kimn}.$$

Уравнения Максвелла

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \bar{B} = \bar{0},$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \times \bar{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \bar{j}$$

дополняются обобщенными связями [44]:

$$\bar{D} + \chi \left[ \frac{\bar{U}}{c} \times \bar{H} \right] = \varepsilon \left( \bar{E} + \left[ \frac{\bar{U}}{c} \times \bar{B} \right] \right), \quad \bar{B} + \chi \left[ \bar{E} \times \frac{\bar{U}}{c} \right] = \mu \left( \bar{H} + \left[ \bar{D} \times \frac{\bar{U}}{c} \right] \right).$$

## 1.3.3. Модельная задача

Пусть источник излучения движется вокруг Земли в вакууме со скоростью  $\vec{U}_{fs}$ , которая является скоростью первичного источника  $\vec{U}|_{\rho=0} = \vec{U}_{fs}$ . Пусть излучение распространяется из вакуума в атмосферу Земли с плотностью  $\rho$ , в которой при  $\rho = \rho_0$  скорость вторичного источника излучения становится равной скорости физической среды

$$\vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_m.$$

Введем скорость  $\vec{U} = \vec{U}(\vec{U}_{fs}, \vec{U}_m, w(\rho))$ , полагая, что она зависит от функционала  $w(\rho)$ , который назовем фазой инерции электромагнитного поля или показателем отношения.

Подчиним скорость  $\vec{U}$  релаксационному уравнению

$$\frac{d\vec{U}}{d\xi} = -P_0(\vec{U} - \vec{U}_m), \quad \vec{U}|_{\xi=0} = \vec{U}_{fs}, \quad \xi = \rho/\rho_0,$$

что согласуется с указанной физической постановкой задачи [115]. Получим решение

$$\vec{U} = (1 - w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m, \quad w = 1 - \exp\left(-P_0 \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

Показатель отношения  $w$  введен в модель из физических соображений. Он порожден динамикой параметров явления. Тогда

$$\vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_{fs}, \quad w|_{\rho=0} = 0, \quad \vec{U}|_{\rho=\rho_0} = \vec{U}_m, \quad w|_{\rho=\rho_0} = 1.$$

Примем дополнительное условие:

$$\chi = w.$$

Рассматриваемый вариант является частным случаем общей ситуации, в которой скорость подчинена динамическим уравнениям, как и должно быть в реальных физических задачах, в которых физические величины динамичны.

 1.3.4. Решение обобщенных уравнений Максвелла с  $w = const$ 

Уравнения для потенциалов поля  $A_m$  в их четырехмерной форме при  $w = const$  имеют вид [42]:

$$\left[ \Theta^{kn} \frac{\partial}{\partial x^k} \frac{\partial}{\partial x^n} - (\varepsilon\mu - w) \left( V^k \frac{\partial}{\partial x^k} \right)^2 \right] A_m = -\mu U^i \Theta_{im}, \quad V^k = \frac{U^k}{\chi}$$

при условии калибровки

$$\Theta^{kn} \frac{\partial A_n}{\partial x^k} + (\varepsilon\mu - w) \frac{\partial A_l}{\partial x^k} U^l U^k = 0.$$

Для векторного  $\vec{A}$  и скалярного  $\varphi$  потенциалов согласно их определению

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

получим

$$\hat{L}\vec{A} = -\frac{4\pi\mu}{c} \left\{ \vec{J} + \frac{\sigma \Gamma^2}{\sigma + w} \frac{\vec{U}}{c} (w\vec{U} \cdot \vec{J} - c^2 \rho) \right\},$$

$$\hat{L}\varphi = -4\pi\mu \frac{\Gamma^2}{w + \sigma} \left\{ \rho \left( 1 - \varepsilon\mu \frac{U^2}{c^2} \right) + \sigma \frac{\vec{U} \cdot \vec{J}}{c^2} \right\}$$

и условие калибровки

$$\left( \nabla \cdot \vec{A} + \frac{w}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\sigma \Gamma^2}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \right) (\vec{U} \cdot \vec{A} - c\varphi) = 0.$$

Здесь

$$\hat{L} = \left( \Delta - \frac{w}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \sigma \frac{\Gamma^2}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \right)^2,$$

$$\sigma = \varepsilon\mu - w, \quad \Gamma^2 = (1 - w\beta^2)^{-1}, \quad \beta = \frac{U}{c}.$$

Функция Грина для векторных уравнений

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu (r^2 + \xi^2)^{-1/2} \delta \left( t - \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1 - w\beta^2) \sqrt{\varepsilon\mu}} (r^2 + \xi^2)^{1/2} \right)$$

указана в [115]. В цилиндрической системе координат, радиус-вектор которой есть  $R = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$ , имеем величины

$$r^2 = \rho^2 \frac{\varepsilon\mu(1 - w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}, \quad \xi = z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} Ut.$$

При  $\beta = 0$  получим функцию Грина для покоящего источника в среде без дисперсии

$$G_0(\vec{r}, t)|_{\vec{U}=0} = 16\pi^4 \mu \frac{1}{R} \delta \left( t - \frac{R\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \right).$$

Она отлична от нуля на поверхности

$$t = \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1 - w\beta^2) \sqrt{\varepsilon\mu}} \left( \rho^2 \frac{\varepsilon\mu(1 - w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} + \left( z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} Ut \right)^2 \right)^{1/2}.$$

Это эллипсоид вращения, ось симметрии которого совпадает с  $\vec{U}$ , а положение центра задается соотношением

$$z_0 = Ut \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

Центр поверхности, на которой функция Грина отлична от нуля, перемещается со скоростью

$$U_0 = U \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

Полуоси эллипса

$$a = ct \left( \frac{1 - w\beta^2}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} \right)^{1/2}, \quad b = ct \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}(1 - w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}$$

нелинейно зависят от  $w$ . Имеем обобщенное дисперсионное уравнение

$$c^2 K^2 = w\omega^2 + \Gamma^2(\varepsilon\mu - w)(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2$$

для электромагнитного поля. Из него следует выражение

$$\vec{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{K}} = c \frac{K + \sigma \Gamma^2 c^{-2} \vec{U}(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})}{\frac{\omega}{c} w + \sigma \Gamma^2 c^{-1}(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})}$$

для групповой скорости. В нерелятивистском пределе

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1 - w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m].$$

**При переменном отношении мы можем использовать выражение, полученное при постоянном отношении, если в уравнения Максвелла ввести новые слагаемые и новую связность, заменив частные производные на «ковариантные», учитывающие физическое взаимодействие электромагнитного поля со средой, в которой переменное отношение.**

### 1.3.5. Анализ полученных выражений

1. При  $w = 0$  получим

$$\vec{V}_g = c \frac{\vec{K}}{K} + \vec{U}_{fs}.$$

Значит, в обобщенной модели электромагнитных явлений поле в вакууме движется таким образом, что центр поверхности, на которой функция Грина отлична от нуля, движется со скоростью  $\vec{U}_{fs}$ , а полуоси эллипса в данном случае равны, задавая сферу переменного радиуса. Такая картина соответствует интуитивному пониманию факта, что в отсутствие внешних влияний поле сохраняет свою инерцию.

2. Обобщенная электродинамика Максвелла согласуется с опытами Майкельсона [7]. Согласно условиям его эксперимента, скорость среды, как и скорость источника излучения, были равны нулю:  $\vec{U}_m = 0$ ,  $\vec{U}_{fs} = 0$ . По этой причине из уравнений следует независимость скорости излучения от направления распространения излучения, так как

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K}.$$

3. Обобщенная электродинамика Максвелла согласуется с опытом Физо [6]. Согласно условиям опыта имеем  $\vec{U}_{fs} = 0$  и  $w = 1$ , поэтому скорость равна

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \vec{U}_m.$$

Мы рассмотрели обобщение электродинамики Максвелла, в котором динамические уравнения оставлены без изменений и только связи между полями и индукциями обобщены. Они содержат скорость первичного источника излучения  $\vec{U}_{fs}$ , скорость среды  $\vec{U}_m$ , а также новую величину: показатель отношения электромагнитного поля к среде  $w(\rho)$ . Расчет параметров поля и анализ экспериментальных данных выполнен в модели пространства Ньютона. Абсолютность длины и времени является базовым положением предлагаемого алгоритма анализа динамического изменения параметров поля. Выведены уравнения для четырехпотенциалов, следующие из обобщенной системы уравнений Максвелла. Найдена функция Грина и проанализированы ее физические следствия. Получено обобщенное выражение для групповой скорости поля. Показана зависимость скорости поля в вакууме от скорости первичного источника излучения.

### 1.3.6. Новое условие на фазу волны

Изучим динамику частоты поля. Групповая скорость электромагнитного поля, согласно полученным решениям, при  $w \rightarrow 0$  не зависит от  $\vec{U}_{fs}$ . Такое изменение, с физической точки зрения, может и должно проявиться в поведении частоты. Чтобы разобраться, как это происходит, дополним дисперсионное уравнение обобщенным фазовым условием [51]:

$$\frac{\omega - \vec{K} \cdot \vec{U}_\xi}{\left(1 - w_\xi \frac{U_\xi^2}{c^2}\right)^{1/2}} = const.$$

Оно не следует непосредственно из уравнений Максвелла. Поэтому допустимо считать, что скорость  $\vec{U}_\xi$  может быть отличной от введенной выше обобщенной скорости  $\vec{U}$ . В рамках предложенного алгоритма и модели анализа введем

$$\vec{U}_\xi(\vec{U}_{fs}, \vec{U}_m, w_\xi(\rho)) \neq \vec{U},$$

задавая для нее, аналогично  $\vec{U}$ , уравнение

$$\frac{d\vec{U}_\xi}{d\xi} = -P_\xi(\vec{U}_\xi - \vec{U}_*), \quad \vec{U}_\xi|_{\rho=0} = \vec{U}_{fs}$$

релаксационного типа [115]. Стремясь сохранить  $\vec{U}_{fs}$  в зависимости для  $\vec{U}_\xi$ , в качестве релаксационного значения используем

$$\vec{U}_* = \vec{U}_{fs} + \vec{U}_m,$$

что допустимо в модели пространства Ньютона. Имеем решение

$$\vec{U}_\xi = \vec{U}_{fs} + w_\xi \vec{U}_m, \quad w_\xi = 1 - \exp\left(-P_\xi \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

Ситуация сложна: "с кинематической точки зрения" скорость  $\vec{U}_{fs}$  из-за взаимодействия со средой исчезает при  $w=1$  и в групповой скорости не проявляется, "с энергетической точки зрения" она превращается в частоту  $\omega$ . Этого удастся добиться потому, что *дисперсионное и фазовое условия* в предлагаемой модели выполняют разные роли и имеют функции, дополнительные друг другу. Их можно рассматривать как системы дисперсионных уравнений. Частоты  $\omega$  и скорости  $\vec{U}$  интерпретируются тогда как внутренние и внешние потенциальные функции инерции поля.

**Рассматриваемый вариант становится простым и очевидным, если принять во внимание возможность обобщения связей между полями и индукциями, дополняя рассмотренные выше «внешние» условия некоторыми «внутренними» условиями, задающими «мнимую часть» связей:**

$$\Omega^{im} = \alpha(\theta^{im} + \beta U^i U^m) + jQU^i_{\zeta} U^m_{\zeta},$$

Тогда дисперсионное уравнение будет дополнено фазовым условием естественно, исходя из анализа указанных связей в рамках электродинамики Максвелла.

Этот и другие моменты убеждают нас в том, что наши знания и представления о поведении, а потому и о модели света, отображают лишь верхушку айсберга, центр тяжести которого находится далеко от нашей «поверхности обзора».

### 1.3.7. Динамика эффекта Доплера и аберрации в электродинамике

Примем точку зрения, что изменение инерции электромагнитного поля происходит только из-за взаимодействия со средой или другими полями. Рассмотрим, как происходят эти процессы. Уточним модельную задачу. Пусть излучение с начальным значением частоты  $\omega_0$  и волновым вектором  $\vec{K}_0$  распространяется от источника, движущегося в вакууме со скоростью  $\vec{U}_{fs}$ , к поверхности Земли, на которой находится наблюдатель. Пусть атмосфера покоится:  $\vec{U}_m = 0$ . Требуется рассчитать, как меняются частота  $\omega$  и волновой вектор  $\vec{K}$  при взаимодействии излучения со средой. Примем дополнительное условие, согласовывающее "внешнее" и "внутреннее" поведение поля, полагая  $w = w_{\xi}$ . Объединим в единую систему дисперсионное уравнение и фазовое условие [114]:

$$c^2 K^2 - w\omega^2 = \Gamma^2(\varepsilon\mu - w)(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2,$$

$$\omega = \omega_0 \left(1 - wU_{\xi}^2/c^2\right)^{1/2} + \vec{K} \cdot \vec{U}_{\xi}.$$

В начальной стадии исследуемого динамического процесса  $w_{\zeta} = 0$  и волновой вектор  $\vec{k}$  перпендикулярен скорости  $u_{\zeta}$ , что приводит к условию  $\omega_0 = const$ .

Примем допущения, что  $K_{y_0} = 0$ ,  $K_z = K_{z_0}$ . Найдем зависимость  $\omega$ ,  $K_x$  от начальных значений  $\omega_0$ ,  $K_{z_0}$ . Преобразуем, с точностью до  $(U_{fs}/c)^2$ , дисперсионное уравнение к виду

$$AK_x^2 + BK_x + P = 0.$$

Его коэффициенты равны:

$$A = 1 - a \frac{U_{fs}^2}{c^2}, \quad a = w + \varepsilon\mu w^2 - w^3,$$

$$B = w \frac{w_0}{c} \frac{U_{fs}}{c} b, \quad b = 1 + \varepsilon\mu - w,$$

$$P = \frac{w_0^2}{c^2} \frac{U_{fs}^2}{c^2} q, \quad q = w^2 - 2w^3 + w^4 + 2\varepsilon\mu w^2 - w^3 \varepsilon\mu.$$

Рассчитаем  $a, b, q$  для  $\varepsilon\mu=1$ . Выразим решение через функцию

$$\Phi = w[(2-w) + (1-w)^{1/2}].$$

Получим для  $K_x$  нелинейную зависимость от  $w$ :

$$K_x = \Phi \frac{\omega_0}{c} \frac{U_{fs}}{c}.$$

Угол абберрации определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{K_x}{K_z} = \frac{U_{fs}}{c} \Phi.$$

Связь начальной и промежуточной частоты

$$\omega = \omega_0 \left[ \left( 1 - w \frac{U_{fs}^2}{c^2} \right)^{1/2} + \Phi \frac{U_{fs}^2}{c^2} \right]$$

зависит от  $w$ . Согласно расчетным данным, вдали от поверхности Земли

$$K_x = 0, \quad K_z = -\frac{\omega_0}{c}, \quad \omega = \omega_0.$$

По мере приближения к Земле величины  $K_x, \omega$  меняются непрерывно из-за изменения  $w$ . При  $w=1$  получим

$$K_x = \frac{\omega_0}{c} \frac{U_{fs}}{c}, \quad \omega = \omega_0 \left( 1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2} \right)^{-1/2}.$$

Эти величины согласуются с экспериментом Бредли и с формулой для поперечного эффекта □оплера. Аналогичные результаты получаются в специальной теории относительности. Предложенная модель электромагнитных явлений задает как конечные значения параметров динамического процесса, так и закон преобразования скорости в частоту.

Мы можем рассматривать специальную теорию относительности как теорию кинематического типа. Она применяется по алгоритму, соответствующему модели черного ящика, когда по входным параметрам явления задаются его величины на выходе, но сам процесс взаимодействия не анализируется. Новая модель описывает динамику величин  $(\omega, \vec{v}_g)$ :

$$\omega = \omega_0 + \left( \hat{\Phi} - \frac{1}{2} w \right) \frac{U_{fs}}{c} \omega_B, \quad \vec{V}_g \equiv \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left( 1 - \frac{w}{n^2} \right) (1-w) \vec{U}_{fs},$$

где

$$\omega_B = \omega_0 \frac{U_{fs}}{c}.$$

Фактически мы «тянем» решение уравнений Максвелла, полученное при определенных начальных условиях, по области изменения физических параметров  $n, w \neq const$ . Такой вариант соответствует модели релаксационных процессов, будучи согласован с симметричной спецификой задачи. Он отличается как от подхода Эйлера, так и от подхода Лагранжа, принятых в механике. Он отличается и от стандартных подходов, развитых как Ньютоном, так и Эйнштейном.

### 1.3.8. Новые эффекты в обобщенной электродинамике Максвелла

#### 1. Сверхсветовые скорости электромагнитного поля в вакууме.

В вакууме  $\rho = 0$  и потому  $w = 0$ . Групповая скорость поля

$$\vec{V}_g = c \frac{\vec{K}}{K} + \vec{U}_{fs}$$

зависит от скорости первичного источника излучения. Поверхность волнового фронта представляет собой сферу, так как  $a = b = c_0 t$ , а центр этой сферы перемещается со скоростью

$$\vec{U}_* = \vec{U}_{fs}.$$

Картина распространения излучения в новой модели соответствует идее Ритца [116]. Из-за взаимодействия со средой, в частности с системой отсчета, скорость  $\vec{U}_{fs}$  может "исчезнуть". Это происходит во всех случаях прямого измерения скорости света в вакууме [46]. Можно считать, что обобщенная модель электромагнитных явлений согласуется с "постоянством" скорости света в вакууме. Дополнительно она показывает, что для нахождения зависимости пригодны только косвенные эксперименты, когда измерение не влияет на величину  $\vec{U}_{fs}$ . Если излучение движется в гравитационном поле, то оно может повлиять на инерцию излучения, что важно учитывать при анализе распространения излучения в космосе, допуская значения  $w = w_g \ll 1$ .

#### 2. Сверхсветовые скорости в движущемся разреженном газе.

Пусть источник излучения покоится относительно наблюдателя  $\vec{U}_{fs} = 0$ , а среда - поток газа - движется со скоростью  $\vec{U}_m$ . Тогда для групповой скорости поля получим

$$\vec{V}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) w \vec{U}_m.$$

Оптимальным, с точки зрения увлечения света средой, будет значение  $w = 0.5$ . При показателе преломления, близком к единице, ему соответствует скорость

$$\vec{V}_g^{\max} = c \frac{\vec{K}}{K} + 0.25 \vec{U}_m.$$

Поскольку  $n = 1 + Q_\lambda$ , где  $Q_\lambda \cong 10^{-4}$ , в стандартной теории получим значение

$$\vec{V}_g \cong c_0 \frac{\vec{K}}{K}.$$

Очевидно существенное отличие предсказаний предлагаемой модели электромагнитных явлений от алгоритма, основанного на релятивистской кинематике. Указанные условия соответствуют опыту Физо, когда в качестве рабочей среды используется движущийся разреженный газ. Такой эксперимент может быть выполнен в самое близкое время. Согласно динамической модели изменения инерции электромагнитного поля, можно добиться, меняя разреженность движущегося газа, что полосы в интерферометре Физо станут двигаться, иллюстрируя сверхсветовые скорости.

3. Возможность движения материальных тел со скоростью света в вакууме.

Анализ динамики поперечного эффекта Доплера для случая малых относительных скоростей приводит к заключению, что при  $w = 1$  частота  $\omega$  задается выражением

$$\omega = \frac{\omega_0}{\left(1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Умножим его на величину  $\hbar/c^2$ , где  $\hbar$  - постоянная Планка. Тогда получим зависимость для массы, используемую в релятивистской динамике:

$$m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Предлагаемая модель динамического изменения инерции электромагнитного поля дает другое выражение для связи частот. Покажем это. Используем рассмотренную выше задачу о распространении излучения из вакуума в атмосферу Земли, формально полагая, что скорость  $\vec{U}_{fs}$  стремится к величине, равной скорости света в вакууме. Ограничимся вариантом, когда достигнуто значение  $w = 1$ . Тогда  $\vec{U} = 0$ ,  $cK_z = n\omega_0$ . Поскольку  $U_{fs}/c$  близко к единице, возьмем показатель преломления, отличный от единицы:  $n = 1 + Q$ , где  $Q \ll 1$ . Тогда получим систему уравнений вида

$$c^2 K_x^2 = n^2(\omega^2 - \omega_0^2), \quad \omega = \omega_0 \left(1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} + \frac{n}{c} U_{fs} (\omega^2 - \omega_0^2)^{1/2}.$$

Квадратное уравнение для частоты

$$\omega^2 - 2\omega \omega_0 \sigma \left(1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} + \omega_0^2 \sigma \left(1 + \frac{U_{fs}^2}{c^2} \Psi\right) = 0$$

содержит множитель

$$\sigma = \left[1 - U_{fs}^2 (1 + \Psi)/c^2\right]^{-1}, \quad \Psi = 2Q + Q^2, \quad n = 1 + Q.$$

Значение предельной частоты поля задается законом [117]:

$$\omega = \omega_0 \sigma \left[ \left(1 - \frac{U_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} - \frac{U_{fs}^2}{c^2} \Psi^{1/2} (1 + \Psi)^{1/2} \right].$$

Он не имеет особенности при  $U_{fs} \rightarrow c$ . Тогда

$$\omega^* = \lim_{U_{fs} \rightarrow c} \omega = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{\Psi}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Полагая, что масса пропорциональна частоте, получаем новую зависимость:

$$m = m_0 \frac{\left(1 - \frac{U^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{U^2}{c^2} \Phi^{\frac{1}{2}} (1 + \Phi)^{\frac{1}{2}}}{1 - \frac{U^2}{c^2} (1 + \Phi)}.$$

Значение  $\Phi$  следует находить опытным путем. В общем случае  $\Phi \neq \Psi$ . Заметим, что мы получили указанные выражения на основе решения квадратного уравнения, в котором обращается в ноль коэффициент при старшем многочлене. По этой причине оно будет сингулярным при скоростях, меньших скорости света в вакууме. Чтобы исправить этот недостаток, найдем новую формулу, действуя стандартным способом.. Получим для частоты выражение, несингулярное при  $U_{fs} = C$ :

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \frac{U_{fs}^2}{C^2} \Psi}{\left(1 - \frac{U_{fs}^2}{C^2}\right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{1 - \frac{U_{fs}^2}{C^2} - \left(1 + \frac{U_{fs}^2}{C^2} \Psi\right) \left(1 - \frac{U_{fs}^2}{C^2} (1 + \Psi)\right)}}.$$

Аналогично запишется выражение для массы.

#### 4. Механический закон сохранения энергии для фотона.

При распространении излучения в разреженном газе от первичного источника, движущегося в вакууме со скоростью  $\vec{U}_{fs}$ , происходит динамическое изменение его групповой скорости  $\vec{V}_g$  и частоты  $\omega$ . При малых относительных скоростях частота  $\omega$  на конечной стадии динамического процесса отличается от начальной частоты  $\omega_0$  на величину

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = 0.5\omega_0 \frac{U_{fs}^2}{c^2}.$$

Умножим это выражение на постоянную Планка  $\hbar$  и воспользуемся определением Эйнштейна для массы инерции фотона

$$m_m = \hbar \frac{\omega_0}{c^2}.$$

Введем следующие определения:

а) кинетическая энергия фотона, обусловленная скоростью первичного источника излучения, есть

$$E_{кин} = 0.5\hbar \frac{\omega_0}{c^2} U_{fs}^2,$$

б) потенциальная энергия фотона есть  $\Delta U = \hbar(\omega - \omega_0)$ .

Тогда  $\Delta U = E_{кин}$ . С физической точки зрения ситуация выглядит так: вначале фотон имел скорость  $\vec{U}_{fs}$ , дополнительную к скорости света в вакууме  $c$ , и частоту  $\omega_0$ , при взаимодействии со средой он "преобразовал" скорость  $\vec{U}_{fs}$  в добавку к частоте  $\Delta\omega$ .

*Выводы:*

1. Возможно обобщение связей между полями и индукциями в электродинамике Максвелла, позволяющее учитывать все инерциальные факторы, которое, во-первых, не использует специальной теории относительности, во-вторых, базируется на пространстве Ньютона, в-третьих, допускает сверхсветовые скорости и указывает условия, где и как их обнаружить, в-четвертых, описывает известные экспериментальные факты, дополнительно задавая динамику инерционных параметров электромагнитного поля.
2. Согласно предлагаемому варианту эффекты Бредли, Майкельсона, Физо, Доплера имеют динамическую природу.
3. Специальная теория относительности корректно связывает между собой начальные и конечные значения динамических процессов, соответствуя алгоритму модели черного ящика, поэтому она верна настолько, насколько пригоден указанный алгоритм.
4. Существует динамический механизм преобразования скорости первичного источника излучения в частоту электромагнитного поля из-за взаимодействия его со средой, при котором выполняется "механический" закон сохранения энергии.
5. Скорость света в движущемся разреженном газе может превысить скорость света в вакууме.
6. Скорость электромагнитного поля в вакууме не ограничена своим предельным значением  $c$ , но, чтобы измерить ее, нужно учесть как влияние измерительного устройства на поле, так и тех условий, в которых распространяется поле.
7. Модель предсказывает возможность движения тел ненулевой массы со скоростью света в вакууме.

## 1.4. СОБСТВЕННАЯ И НЕСОБСТВЕННАЯ ИНЕРЦИЯ

Выделены факторы внутренней, собственной и внешней инерции электромагнитного поля. Они представлены внешними, внутренними и связевыми составляющими. Калибровочная группа  $\alpha(x)$  электромагнитного поля дополнена группой управления  $w(x)$  и группой смещения  $\chi(x)$  параметров инерции. Показано, что в расчете и в эксперименте они проявляются вместе, что усложняет анализ динамики инерции.

Обычно в электродинамике Максвелла находят групповую  $\vec{v}_g$ , фазовую  $\vec{v}_f$  скорости и частоту  $\omega$  при заданных выражениях для проницаемостей  $\varepsilon, \mu$ . Рассматривая их при значении  $\vec{U}_\xi = \vec{U} = 0$ , назовем используемые величины соответственно связевыми -  $(\varepsilon, \mu)$ , внешними -  $(\vec{v}_g, \vec{v}_f)$  и внутренними -  $(\omega = \omega_E)$  параметрами *собственной инерции* электромагнитного поля.

Дисперсионное уравнение

$$c^2 K^2 = w \omega^2 + \Gamma^2 (\varepsilon \mu - w) (\omega - \vec{K} \cdot \vec{U})^2,$$

которое получается из уравнений Максвелла

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k H^{ik} = s^i, \quad H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

с обобщенными связями между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $H^{ik}$  в форме

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[ \Theta^{im} + \left( \frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) U^i U^m \right],$$

при  $\Theta^{im} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ ,  $U^i = d x^i / d \Theta$ , задает  $\vec{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{K}}$ .

Объединив поля  $(\vec{E}, \vec{B})$  в тензор  $F_{mn}$  и индукции  $(\vec{D}, \vec{H})$  в тензор  $H^{ik}$ , мы приходим к модели их взаимной зависимости от некоторого тензора четвертого ранга. Если выразить этот новый тензор через тензор второго ранга  $\Omega^{im}$ , мы ограничиваемся структурой пространства событий в виде риманова пространства постоянной кривизны, для нахождения метрики которого требуется учесть всю совокупность физических условий, относящихся к данной задаче. В частности, требуется корректно перейти от тензора, известного для покоящихся сред, к тензору для сред движущихся, а также учесть возможность охвата и проявления некоторых «внутренних свойств» электромагнитного поля.

Фазовое условие

$$\frac{\omega - (\vec{K} \cdot \vec{U}_\xi)}{(1 - w_\xi U_\xi^2 / c^2)^{1/2}} = \text{const},$$

дополняя дисперсионное уравнение, позволяет определить частоту  $\omega$ . Скорость  $\vec{v}_f$  образует пару с  $\vec{v}_g$ . Обозначение  $\omega = \omega_E$  выбрано, следуя Эйнштейну, чтобы для кванта поля ввести массу инерции  $m_{in}$  согласно соотношению

$$m_{in} = \frac{\hbar}{c^2} \omega = \frac{\hbar}{c^2} \omega_E,$$

где  $\hbar$  - постоянная Планка. В механике материальных тел масса является внутренним параметром его инерции, что оправдывает аналогичное название для  $\omega_E$ , когда рассматривается поле.

В общем случае, согласно разделу 1.3, мы изучаем условия

$$U^i = (1 - \chi)U_{fs}^i + \chi U_m^i, \quad \Theta^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w), \quad U_{\xi}^i = U_{fs}^i + \chi_{\xi} U_m^i,$$

$$w_{\xi} = 1 - \exp\left(-P_{\xi} \frac{\rho}{\rho_0}\right), \quad w = 1 - \exp\left(-P \frac{\rho}{\rho_0}\right),$$

полагая, что скаляры  $(\chi, \chi_{\xi})$  задают пару групп смешения, а скаляры  $(w, w_{\xi})$  - пару групп управления несобственной инерцией электромагнитного поля. При скоростях  $\vec{U}_{fs} = 0$ ,  $\vec{U}_m = 0$ , ни  $(\chi, \chi_{\xi})$ , ни  $(w, w_{\xi})$  не проявляют себя и мы назовем их связевыми, а  $\vec{U}_{fs} \neq 0$ ,  $\vec{U}_m \neq 0$  внешними факторами *несобственной инерции*. Задача состоит в том, чтобы связи для полей и индукций, известные для покоящихся сред, когда относительные скорости равны нулю, обобщить на случай, когда они не равны нулю. Ее можно решить разными способами. В частности, можно использовать предыдущие построения.

Действительно, при скорости  $\vec{U}$ , равной нулю, получим

$$U^k \Big|_{\vec{U}=0} = (0, 0, 0, \sqrt{w}),$$

$$\Omega^{ij} \Big|_{\vec{U}=0} = \alpha \Theta^{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad \Omega^{0i} = \Omega^{i0} = 0,$$

$$\Omega^{00} \Big|_{\vec{U}=0} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[ w + \left( \frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) w \right] \equiv \varepsilon \sqrt{\mu},$$

$$\Omega^{kn} \Big|_{\vec{U}=0} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \text{diag}(1, 1, 1, \varepsilon \mu).$$

Эта величина, найденная для покоя, обобщается далее с учетом всех факторов, обусловленных движением. Равенства  $w = w_{\xi} = \chi = \chi_{\xi}$  являются частным случаем общей ситуации. Введем пару импульсов

$$P = m_{in} U, \quad P_{\xi} = m_{in} U_{\xi}$$

и соотношения

$$\lambda = \frac{c}{\omega_B}, \quad \lambda_{\xi} = \frac{c}{\omega_{B\xi}}.$$

Воспользуемся формулой Бройля  $P = \frac{\hbar}{\lambda}$ . Тогда

$$m_{in} U = \frac{\hbar}{c^2} \omega_E U = \frac{\hbar}{c} \omega_B, \quad m_{in} U_{\xi} = \frac{\hbar}{c^2} \omega_E U_{\xi} = \frac{\hbar}{c^2} \omega_{B\xi}.$$

Величины

$$\omega_B = \omega_E \frac{U}{c}, \quad \omega_{B\xi} = \omega_E \frac{U_{\xi}}{c}$$

назовем внутренними параметрами несобственной инерции электромагнитного поля (табл.1).

Таблица 1.

| Параметры инерции электромагнитного поля |                           |                           |                            |
|--|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| Параметры инерции \ Характеристики       | внешние                   | внутренние                | связевые                   |
| СОБСТВЕННЫЕ                              | $\vec{v}_g, \vec{v}_f$    | $\omega_E$                | $\varepsilon, \mu$         |
| НЕСОБСТВЕННЫЕ                            | $\vec{U}_{fs}, \vec{U}_m$ | $\omega_B, \omega_{B\xi}$ | $w_\xi, \chi_\xi, w, \chi$ |

Поведение  $\omega_B$  и  $\omega_{B\xi}$  различно, потому что различны скорости  $\vec{U}$  и  $\vec{U}_\xi$ :

$$\vec{U} = (1-w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m, \quad \vec{U}_\xi \equiv U_{fs} + w_\xi \vec{U}_m.$$

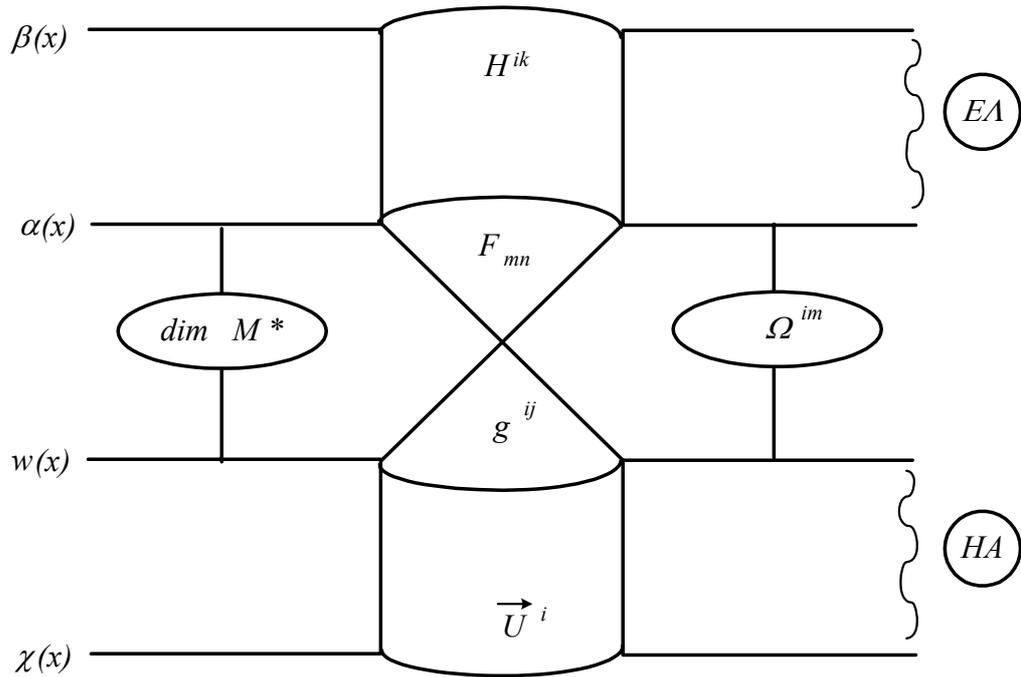


Рис.1.2. Элементы инерции

. В реальной задаче имеет место их смешение, оно способно усложнить и запутать анализ. Используя калибровочные поля  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  для двух полей  $F_{mn}$  и  $H_{mn}$ , а также величины  $w(x), \chi(x)$ , имеем систему элементов инерции (рис.1.2). Дополняя калибровочную группу  $\alpha(x)$  и проницаемости  $\varepsilon, \mu$  фазами управления  $w(x)$  и смещения  $\chi(x)$  инерции, получим факторы инерции (рис. 1.3).

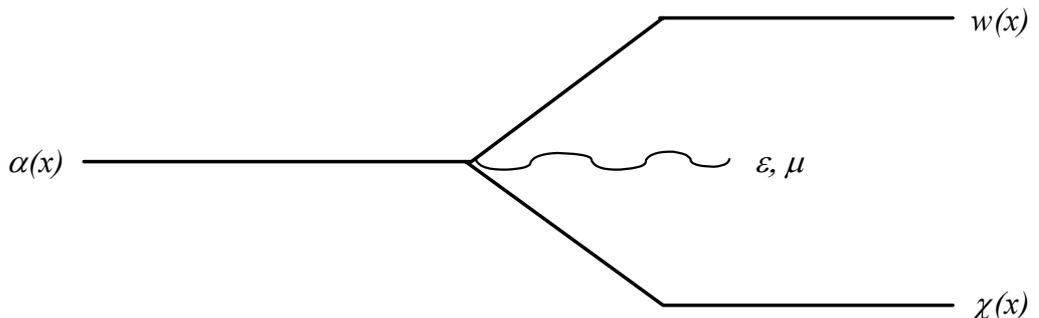


Рис. 1.3. Факторы инерции

Параметры, соответствующие динамической модели инерции электромагнитного поля на "луче света" изображены на рис. 1.4.

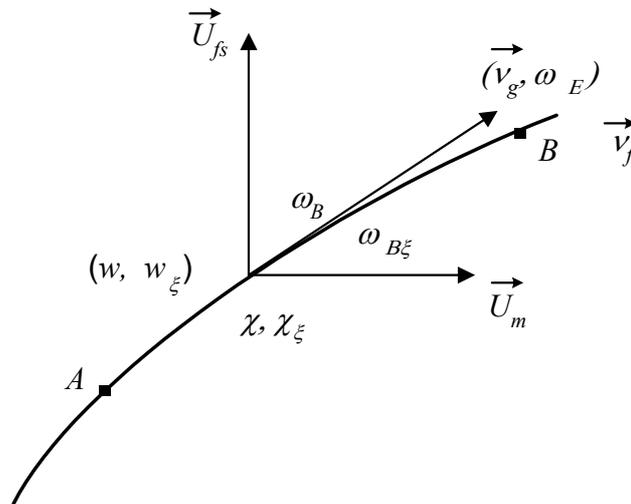


Рис. 1.4. Картина параметров инерции

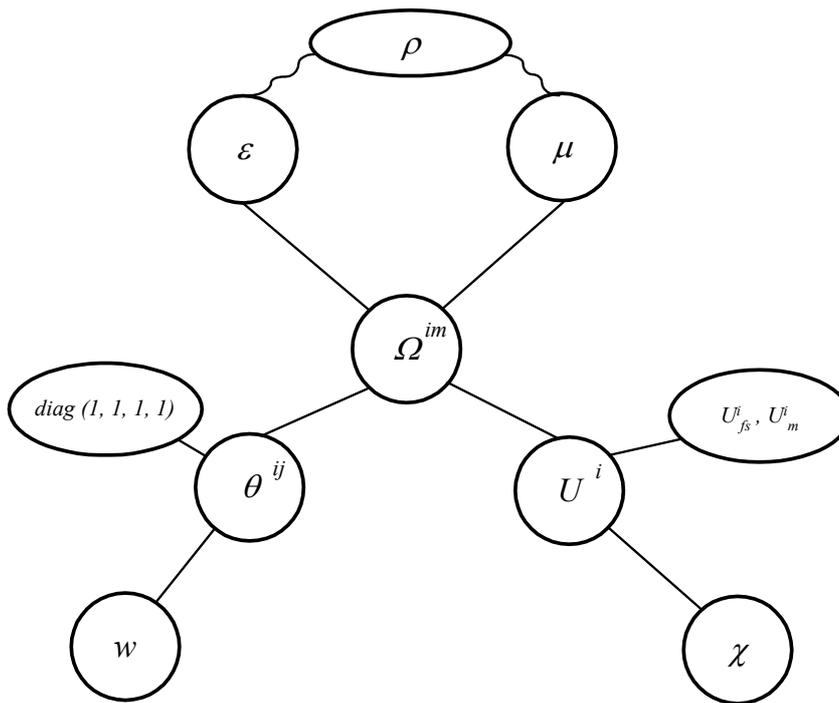


Рис. 1.5. Структура тензора инерции

"Тензор" инерции  $\Omega^{im}$ , трансфинитен, в частности, он зависит он зависит от  $(\varepsilon, \mu)$ ,  $\Theta^{im}$ ,  $U^i$ , и от других величин (рис. 1.5).

В общем случае связи обязаны учитывать ускорения и физические факторы, которые с ними связаны. Так,  $\Omega^{ij} = \alpha \Theta^{ij} + \beta U^i U^j$ , то

$$\frac{\partial \Omega^{ij}}{\partial x^k} = \frac{\partial \alpha}{\partial x^k} \Omega^{ij} + \alpha \frac{\partial \Theta^{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial \beta}{\partial x^k} U^i U^j + \beta \frac{\partial}{\partial x^k} (U^i U^j).$$

Изменения элементов могут быть заданы системой уравнений:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x^k} = f_k^1, \quad \frac{\partial \Theta^{ij}}{\partial x^k} = f_k^{ij}, \quad \frac{\partial \beta}{\partial x^k} = f_k^2, \quad \frac{\partial}{\partial x^k} (U^i U^j) = P_k^{ij}.$$

Ситуация становится еще более сложной, когда связи зависят от ускорений  $w^i$ :

$$\Omega^{ij} = \alpha \Theta^{ij} + \beta U^i U^j + \gamma (U^i W^j + U^j W^i) + \delta W^i W^j.$$

**Предложенное дифференциальное продолжение связей может быть дополнено продолжением дифференциальных операторов на пространства с высшими размерностями.**

В динамике инерции электромагнитного поля реализуются состояния, представляющие собой СМЕСЬ собственных и несобственных параметров инерции. В расчете и в эксперименте мы имеем соотношения

$$\omega = a_1 \omega_0 + b_1 \omega^*, \quad \vec{v} = a_2 \vec{v}_0 + b_2 \vec{v}^*,$$

где  $\omega_0, \omega$  - собственные и несобственные внутренние параметры инерции,  $\vec{v}_0, \vec{v}$  - собственные и несобственные внешние параметры инерции. Коэффициенты  $a_1, b_1, a_2, b_2$ , могут быть достаточно сложными.

Отметим нетривиальность фазового условия. Оно дополнительно к дисперсионному уравнению, которое соответствует внешним полям  $F_{mn}$  и индукциями  $H^{ik}$ . Введем внутренние поля  $f_{mn}$  и индукции  $h^{ik}$ , полагая, что они являются причиной и поводом для фазового условия. Используем вариант неравноправного соединения полей:

$$F_{mn}^* = F_{mn} + \sqrt{i} f_{mn}, \quad H^{ik} = H^{ik} + i h^{ik}, \quad \Omega^{im} = \Omega^{im} + i^{1/4} \omega^{im},$$

где  $i$  - мнимая единица, реализуя расширение поля комплексных чисел в применении к электродинамике. Обобщенные уравнения Максвелла, расширенные на указанные величины, дают уравнения для внутренних полей

$$\partial_{[k} f_{mn]} = 0, \quad \partial_k h^{ik} = s^i, \quad h^{ik} = \omega^{im} \omega^{kn} f_{mn}.$$

Пусть

$$\omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{w_\xi}} P_\xi^i U_\xi^m.$$

Здесь  $P_\xi^i = (1, 1, 1, w_\xi)$ , где  $w_\xi$  - внутренний скалярный функционал. Интервал определим по четырехмерной метрике

$$d\Theta_\xi = \varepsilon_{ijkl} P_\xi^i P_\xi^j dx^k dx^l,$$

где  $\varepsilon_{ijkl}$  - четырехиндексный символ Кронекера. Тогда дисперсионное уравнение для внутренних полей есть фазовое условие, если отождествить  $\omega_\xi = \omega_E$ . Возникает ощущение, что у фотона есть параметры, задающие его внутреннее движение, в частности, внутренние скорости  $\vec{v}_g^{in}, \vec{v}_f^{in}$  и частоту  $\omega_\xi$ , которые согласованы как с его внешними параметрами, так и с уравнениями Максвелла для них. Оба согласования нетривиальны. По-видимому, *допускаются другие возможности, вплоть до существенного различия внешнего и внутреннего поведения поля*. Структура внутренних и связевых факторов несобственной инерции электромагнитного поля соответствует схеме, приведенной выше. Здесь  $\alpha(x), \beta(x)$  - калибровочные группы для двухтензорного электромагнитного поля (обе они скрыты, не используются в уравнениях поля и "проявляют себя" через

вариационный формализм Эйлера-Лагранжа),  $w_\xi(x)$ ,  $\chi_\xi(x)$  - группы управления и смещения факторов инерции поля. Значит, анализ динамики инерции электромагнитного поля, если мы стремимся к его физической полноте, предполагает учет внешних и внутренних полей, имеющих связи между собой, а также имеющих собственную и несобственную инерцию, с внешними, внутренними и связевыми параметрами. При этом собственная и несобственная инерции сложно связаны между собой. Наглядно это выражено рис. 1.6.

Факторы собственной инерции

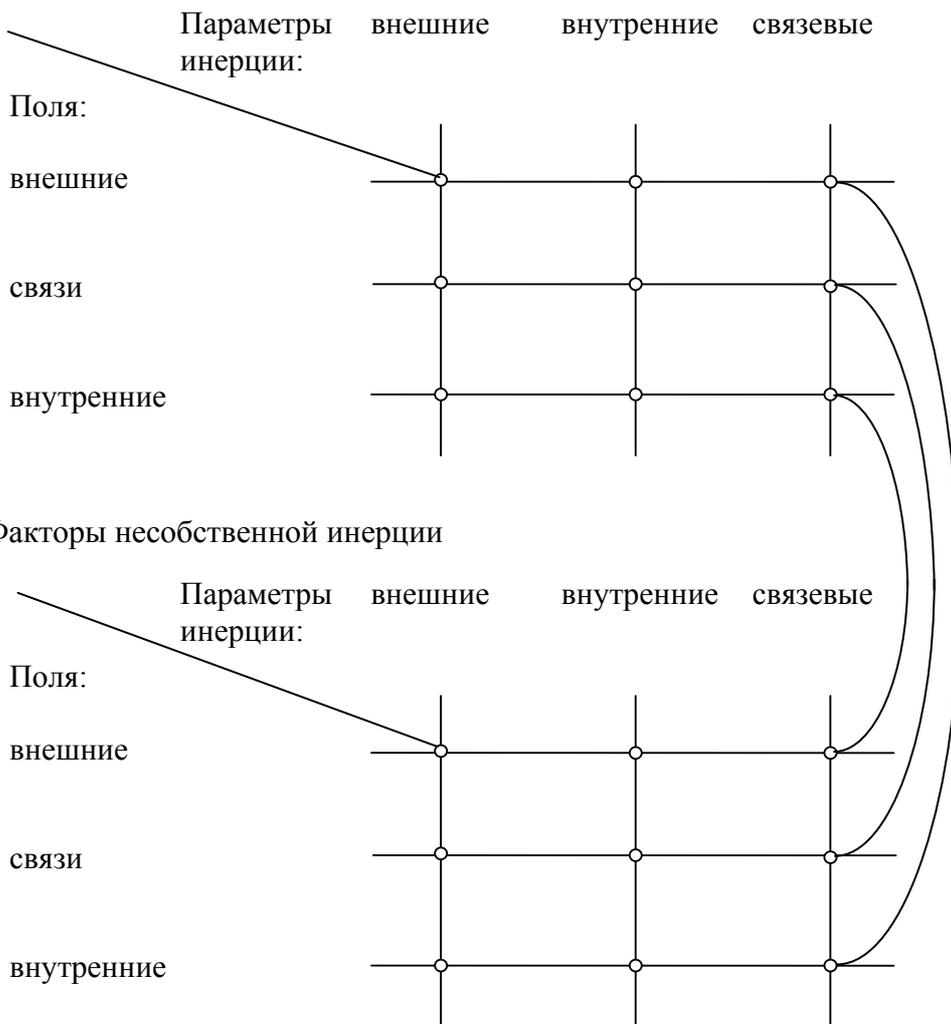


Рис. 1.6. Факторы собственной и несобственной инерции

Выполним сопоставление полям  $(\vec{E}, \vec{B})$  параметров собственной инерции  $(\omega_E, \vec{v}_g, \vec{v}_f, n)$ , а индукциям  $(\vec{H}, \vec{D})$  - параметров несобственной инерции  $(\omega_B = \omega_E u/c, U_m, U_{fs}, w)$ . Теоретически такая возможность есть. Фактически мы имеем как бы два поля и две инерции.

Инерция электромагнитного поля существенно сложна по своей структуре, связям и динамике. Возможно поэтому Эйнштейн за ее решение "уплатил" высокую цену: отказался от абсолютного пространства и времени Ньютона и принял ограничение на скорость света, столь чуждое его мятежному духу. Значит, к анализу динамики, структуры, связей инерции следует относиться со всей серьезностью, применяя самые совре-

менные средства и алгоритмы. Мы имеем пока только начало нового пути. И только пока для абелева калибровочного поля.

#### 1.4.1. Собственная и несобственная силы

Инерция, которую Вейль Г. называл управляющим воздействием, дополнительна силе. Вместе они образуют пару факторов движения и потому обязаны всегда рассматриваться совместно. Следуя принципу аналогии и используя анализ инерции, введем в физику собственную и несобственную силы.

Назовем *собственной силой* ту, которая, следуя подходу Ньютона, основана на концепции ненулевого, физически измеримого заряда  $q$  и имеет *алгебраическую природу*. В качестве примера приведем силу Лорентца. Согласно разделам 3.3 и 3.4 она задается величиной

$$F = iq \left( g_{ps} a^p u^s \Psi - r_{ps} b^p u^s \bar{\Psi} \right),$$

где  $(a^p, b^p)$  - генераторы алгебры для группы  $V(4)$ ,  $q$  - электрический заряд,  $u^p$  - четырехскорости,  $\Psi$  - волновая функция,  $(g_{ps}, r_{ps})$  - канонические метрики пространства событий  $SE$ .

Назовем *несобственной силой* ту, которая, следуя подходу Эйнштейна, имеет *дифференциально-геометрическую природу* и "безотносительна" к физическому заряду. Будем считать, развивая этот подход, что объект с нулевым физическим зарядом подчиняется "силе", которая реализует себя через метрику  $\tilde{g}^{ij}$  и связность  $\tilde{\Gamma}_{jk}^i$  соответствующего ей динамического пространства событий  $SE$ . В частности, согласно главам 1 и 3, имеем выражения:

$$\tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w \cdot 1), \quad w \in H^0(G, A), \quad \tilde{\Omega}^{ij} = a \tilde{g}^{ij} + b \tilde{u}^i \tilde{u}^j, \quad \nabla_k \tilde{\Omega}_{ij} = 0.$$

Собственная скорость  $v_g = c/n$  управляется показателем преломления  $n$ , несобственная скорость  $\tilde{u} = (1-w)\tilde{u}_{fs} + w\tilde{u}_m$  управляются показателем отношения  $w$ . В электродинамике Максвелла со сверхсветовыми скоростями величины  $\tilde{g}^{ij}$ ,  $\tilde{\Gamma}_{jk}^i$  зависят от активных 0-когомологий  $w(x, t)$ , которые входят в силу Лорентца через канонические метрики инерции  $(g_{ps}, r_{ps})$ . Следовательно, существует *связующая сила*, которая имеет *топологическую природу* и задается посредством активных когомологий  $H^i(g, A)$ , реализуя *деформационные степени свободы* явления. Чтобы достичь необходимого и достаточного понимания объектов и явлений, нужно изучить всю совокупность сторон и свойств движений. Примем во внимание связующую инерцию и связующую силу, обусловленные динамикой когомологий. Их природа топологична. Актуально их физическое изучение. Дадим графическое представление совокупности факторов инерции и силы системой "треугольников", условно отображая их алгебраические, дифференциально-геометрические, топологические аспекты и учтем, следуя опыту, что есть их видимое и скрытое проявление (рис. 1.7).

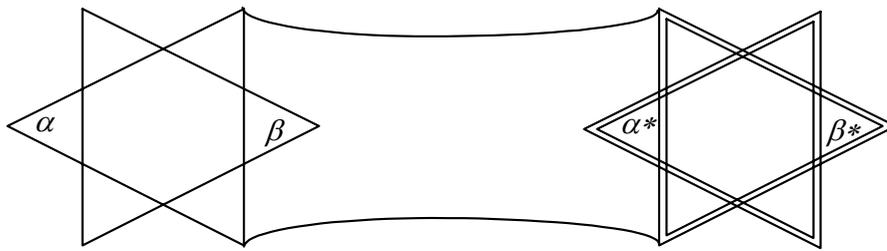


Рис. 1.7. Диаграмма факторов движения

$\alpha, \beta$  - видимая инерция и сила;  $\alpha^*, \beta^*$  - скрытая инерция и сила.

По-видимому, аналогичные представления пригодны для изучения других зарядов, которые отличны от массы, если инерция присуща любому заряду.

## 1.5. СТАДИИ ДИНАМИКИ ВНЕШНЕЙ ИНЕРЦИИ

*Выделены стадии динамического процесса изменения внешней инерции электромагнитного поля. Предложен вариант моделирования динамики на основе изучения геодезических расслоенного многообразия, в котором четырехскорости выполняют роль координат базы, четырехвращения - роль координат слоя. Представлена схема элементов, относящихся к анализу динамики внешней инерции электромагнитного поля. Фактически предложено использовать все скорости и все механизмы их изменения как в классической, так и в квантовой теории.*

Поскольку электромагнитное поле есть поле калибровочное, естественно считать, что оно показывает механизм динамики разных видов инерции и что собственная и внешняя инерция свойственны любому калибровочному полю, что нужно полно и последовательно моделировать и применять на практике. Будем рассматривать инерцию электромагнитного поля в ее собственном и несобственном проявлениях, каждое из которых имеет внешние, внутренние и связевые параметры. Все они могут меняться динамически. Поэтому уравнения Максвелла следует дополнить динамическими уравнениями для параметров инерции.

Динамические уравнения для собственных параметров инерции задаются непосредственно уравнениями динамики Максвелла, которые являются обобщением макроскопического опыта. Динамические уравнения для несобственных параметров инерции самостоятельны. Обычно через них учитывается динамика физической среды, так как связи между полями и индукциями содержат скорость среды. В общем виде рассмотрим всю совокупность вопросов, относящихся к *несобственной* инерции поля и ее проявлениям. Согласно подходу, принятому в разделах 1.3-1.4, необходимо задать связи для полей и индукций

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[ \Theta^{im} + \left( \frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) U^i U^m \right],$$

в которых величины

$$\left( \Theta^{im}, U^i = dx^i / d\Theta, \varepsilon, \mu, w \right)$$

подчинены согласованным динамическим уравнениям, формируя алгоритм анализа динамики несобственной инерции электромагнитного поля. Заметим, что измерительное устройство во всех ситуациях и во всех случаях есть некоторая физическая среда и потому измерение влияет на излучение. Это влияние способно существенно изменить инерционные параметры электромагнитного поля. Заметим, что устройство, являющееся источником первичного излучения, обычно имеет собственные инерционные параметры и потому задает начальную несобственную инерцию поля.

Выделим *пять* стадий динамического процесса изменения инерции в **одном измерительном устройстве**:

- а) поле в первичном излучающем устройстве;
- б) переход поля из первичного устройства в вакуум или другую среду;
- в) динамика электромагнитного поля под влиянием внешних к нему факторов;
- г) переход поля в измерительное устройство;
- д) распространение поля в измерительном устройстве.

Представим эти стадии рис. 1.8.

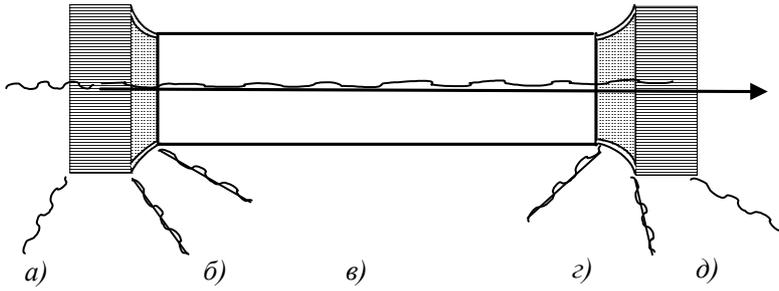


Рис. 1.8. Стадии динамического процесса изменения инерции

Поскольку скорость  $\vec{U}$  является стандартной кинематической характеристикой инерции поля, аналогичной скорости материального тела, для нее могут выполняться динамические уравнения механики Ньютона

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F}.$$

Примем это предположение, полагая, что на стадиях б) и г) выполняется релаксационное уравнение для параметров  $u^k$  группы заполнения  $G_z$  вида

$$\frac{d\vec{U}}{d\xi} = -P_0 (\vec{U} - \vec{U}_m), \quad \vec{U}|_{\xi=0} = \vec{U}_{fs},$$

где  $\xi = \rho/\rho_0$  - безразмерная плотность среды,  $P_0$  - константа. Тогда его решение индуцирует управляющее поле  $\chi(\vec{x}, t)$ , связывая скорости  $\vec{u}_{fs}$  и  $\vec{u}_m$  в единый комплекс, а величину  $\chi$  с физическими условиями задачи:

$$\vec{U} = (1 - \chi)\vec{U}_{fs} + \chi\vec{U}_m, \quad \chi = 1 - \exp(-P_0 \rho/\rho_0).$$

Уравнения релаксационного типа могут быть записаны в форме

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = -P_0 \frac{d\xi}{dt} (\vec{U} - \vec{U}_m),$$

что показывает мультипликативную природу изменения скорости. Для отношения  $w$  можно применить уравнение

$$\frac{dw}{d\xi} = -P_0 (w - 1).$$

Так мы выполнили предварительный анализ ситуаций, относящихся к конкретной задаче. Оценены параметры излучения для случая, когда пройдена релаксационная стадия. Примем точку зрения, что четырехскорости  $U^i$ , задающие внешнее проявление инерции, могут быть дополнены четырехвращениями  $\omega^\alpha$ , задающими внутреннее проявление инерции. С целью моделирования изменений  $(U^k, \omega^\alpha)$ , используем модель расслоенного многообразия с координатами базы  $U^k$  и координатами слоя  $\omega^\alpha$ . Принятый подход подсказан опытом, так как известно, что скорость способна влиять на частоту. Если класс допустимых преобразований координат пространства  $(U^k, \omega^\alpha)$  упрощен, так что

$$U^{k'} = U^{k'}(U^k), \quad \omega^{\alpha'} = \omega^{\alpha'}(\omega^\alpha, U^i),$$

то анализ становится наглядным. Так в физику явно вводится идея, что частицы, из которых состоит поле, имеют внешние скорости  $u^i$  и внутренние движения с  $\omega^\alpha$ , что частицы неточечные, и что этот факт можно учесть моделью расслоенного многообразия. В каждой точке  $(U^k, \omega^\alpha)$  имеем касательное и кокасательное пространства с реперами

$$T(U, w) = \{V_i = \partial/\partial U^i, \Omega_\alpha = \partial/\partial \omega^\alpha\}, \quad T^*(U, w) = \{dU^i, d\omega^\alpha\}.$$

Для матриц преобразования координат получим

$$A = \begin{pmatrix} U_{i'}^i & 0 \\ \omega_{\alpha'}^\alpha & \omega_{\alpha'}^\alpha \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} U_{i'}^i & 0 \\ \omega_{i'}^\alpha & \omega_{\alpha'}^\alpha \end{pmatrix}.$$

Слоевой  $\bar{e}_\alpha$  и базовый  $\bar{e}_i$  реперы меняются по правилу

$$\bar{e}_{\alpha'} = \omega_{\alpha'}^\alpha \bar{e}_\alpha, \quad \bar{e}_{i'} = U_{i'}^i \bar{e}_i + \omega_{i'}^\alpha \bar{e}_\alpha.$$

Кореперы меняются аналогично. Выберем инвариантный репер

$$\vec{E}_i = \bar{e}_i - \Gamma_i^\alpha \bar{e}_\alpha,$$

требуя, чтобы он был тензором. Тогда индуцируется преобразование объекта линейной связности  $\Gamma_i^\alpha(U, \omega)$  по закону

$$\Gamma_{i'}^{\alpha'} = U_{i'}^i (-\omega_{i'}^{\alpha'} + \omega_{\alpha'}^\alpha \Gamma_i^\alpha).$$

Получим инвариантный репер

$$\Omega^\alpha = d\omega^\alpha + \Gamma_k^\alpha dU^k.$$

Произвольное векторное поле представится в виде инвариантных базового и слоевого векторных полей. Из условия тензорности

$$D\xi^{i'} = U_{i'}^i D\xi^i$$

при определении

$$D\xi^i = d\xi^i + \xi^k (\Gamma_{kp}^i dU^p + C_{k\alpha}^i \Omega^\alpha)$$

следует закон преобразования связностей

$$\Gamma_{j'k'}^{i'} = U_{i'}^i (U_{j'k'}^i + U_{j'}^j U_{k'}^k \Gamma_{jk}^i),$$

$$C_{j'\alpha'}^{i'} = U_{i'}^i U_{j'}^j \omega_{\alpha'}^\alpha C_{j\alpha}^i.$$

Аналогично для вертикального поля из условия

$$D\xi^{\alpha'} = Y_\alpha^{\alpha'} D\xi^\alpha$$

при определении

$$D\xi^\alpha = d\xi^\alpha + \xi^\beta (\Gamma_{\beta k}^\alpha U^k + C_{\beta\gamma}^\alpha \Omega^\gamma)$$

следуют законы преобразования связности

$$C_{\beta'\gamma'}^{\alpha'} = \omega_{\alpha'}^\alpha (\omega_{\beta'\gamma'}^\alpha + \omega_{\beta'}^\beta \omega_{\gamma'}^\gamma C_{\beta\gamma}^\alpha),$$

$$\Gamma_{\beta'k'}^{\alpha'} = \omega_{\alpha'}^{\alpha} \omega_{\beta'k'}^{\alpha} + \omega_{\alpha'}^{\alpha} \omega_{\beta'}^{\beta} \Gamma_{\beta k'}^{\alpha} + \omega_{\alpha'}^{\alpha} \omega_{\beta'\gamma'}^{\alpha} U_{k'}^{\gamma} (\omega_k^{\gamma'} - \omega_{\gamma}^{\lambda} \Gamma_k^{\gamma}) .$$

Инвариантный дифференциал выражается через пару ковариантных производных

$$D \xi^i = dU^k \nabla_k \xi^i + \Omega^{\alpha} \nabla_{\alpha} \xi^i ,$$

$$D \xi^{\alpha} = dU^k \nabla_k \xi^{\alpha} + \Omega^{\beta} \nabla_{\beta} \xi^{\alpha} .$$

Здесь использованы тензоры

$$\nabla_k \xi^i = \Gamma_{pk}^i \xi^p + \hat{\partial}_k \xi^i , \quad \nabla_{\alpha} \xi^i = C_{p\alpha}^i \xi^p + \hat{\partial}_{\alpha} \xi^i , \quad \nabla_k \xi^{\alpha} = \Gamma_{\beta k}^{\alpha} \xi^{\beta} + \hat{\partial}_k \xi^{\alpha} ,$$

$$\nabla_{\beta} \xi^{\alpha} = C_{\beta\gamma}^{\alpha} \xi^{\gamma} + \hat{\partial}_{\beta} \xi^{\alpha} , \quad \hat{\partial}_i = \partial_i - \Gamma_i^{\alpha} \partial_{\alpha} , \quad \hat{\partial}_{\alpha} = \partial_{\alpha} .$$

Движение точечного события (полагая, что мы описываем частицу поля как точку, задавая ее групповую скорость  $\vec{v}_g$  и частоту  $\omega$ ) в расслоенном многообразии с поступательной  $U^k$  и вращательной  $\omega^{\alpha}$  степенями свободы задается выражениями

$$D \tau^i = 0 , \quad D \tau^{\alpha} = 0 .$$

В координатах многообразия  $(U^k, \omega^{\alpha})$  они имеют вид

$$\frac{d^2 U^i}{d p^2} + \Gamma_{(jk)}^i \frac{d U^j}{d p} \frac{d U^k}{d p} + C_{j\alpha}^i \omega^{\alpha} \frac{d U^i}{d p} = 0 , \quad \frac{d \omega^{\alpha}}{d p} + \Gamma_{\beta k}^{\alpha} \omega^{\beta} \frac{d U^k}{d p} + C_{(\beta\gamma)}^{\alpha} \omega^{\beta} \omega^{\gamma} = 0 .$$

Мы учли таким образом *скорость изменения ускорений* как во внешней оболочке частицы, так и в ее внутреннем устройстве. Поведение  $\omega^{\alpha}$  оказывает влияние на  $U^k$ , верно и обратное. Их динамика определится величинами  $\Gamma_{jk}^i$ ,  $C_{j\alpha}^i$ ,  $\Gamma_{\beta k}^{\alpha}$ ,  $C_{\beta\gamma}^{\alpha}$ . Так выражена *идея*, что инерционные свойства поля могут быть заданы динамикой точечного события для неточечного объекта, описываемого в расслоенном многообразии с координатами  $(U^k, \omega^{\alpha})$ . Указанные компоненты связности следуют из уравнений для соответствующих тензоров. В конкретных условиях нужно учитывать, какие инерционные параметры соответствуют задаче. Пусть  $\rho/\rho_0 = \xi$  меняется от нуля до единицы согласно рис.1.9. Если изменения происходят достаточно медленно, параметр  $d p$  можно согласовать с  $d \xi = d \rho / \rho_0$ . Тогда получим уравнения вида

$$\frac{d^2 U^i}{d \xi^2} + \Gamma_{(jk)}^i \frac{d U^j}{d \xi} \frac{d U^k}{d \xi} + C_{j\alpha}^i \omega^{\alpha} \frac{d U^i}{d \xi} = 0 .$$

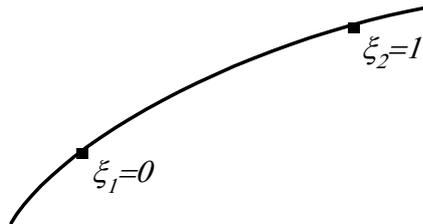


Рис. 1.9. Распространение излучения по геодезической

При условиях

$$\text{а) } \Gamma_{jk}^i = 0; \quad \text{б) } C_{j\alpha}^i = \delta_j^i a_\alpha; \quad \text{в) } a_\alpha \omega^\alpha = -P_0$$

получим уравнения для релаксационного изменения параметров несобственной инерции электромагнитного поля, использованные в разделе 1.3.

Мы дополнили волновые уравнения электродинамики Максвелла корпускулярными уравнениями типа Ньютона. Модель соединила разные динамики, согласованно задающие всю систему величин (рис. 1.10). Так описываются инерционные эффекты поля, обусловленные влиянием физической среды. Если мы желаем учесть гравитацию, ее нужно задавать дополнительно. В частности, для этого можно попытаться применить уравнения Эйнштейна

$$R^{ij} = \frac{1}{2} g^{ij} R,$$

моделируя динамику инерции, обусловленную гравитацией.

Представим элементы, относящиеся к описанию динамики инерции электромагнитного поля (рис. 1.11):

|                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| $F^{mn}, H^{ik}$                  | - внешние поля и индукции;   |
| $f^{mn}, h^{ik}$                  | - внутренние поля и индукции;  |
| $\Omega^{im}$                     | - внешняя метрика инерции;   |
| $\omega^{im}$                     | - внутренняя метрика инерции;  |
| $w, w_\xi$                        | - фазы управления инерцией;  |
| $\chi, \chi_\xi$                  | - фазы смещения инерции;   |
| $\omega_E, \omega_B$              | - частоты Эйнштейна и Бройля соответственно;                         |
| $\vec{v}_g, \vec{U}^*$            | - собственная и несобственная скорости инерции;                      |
| $\vec{U}_{fs}, \vec{U}_m$         | - внешние скорости: первичного источника излучения и скорости среды; |
| $\vec{U}_{fs\xi}, \vec{U}_{m\xi}$ | - внутренние скорости: первичного источника излучения и среды;       |
| $\Theta_m^{im}, \Theta_{fs}^{im}$ | - компоненты тензора внешней несобственной инерции;                  |
| $P_m^i, P_\xi^i$                  | - компоненты тензора внутренней несобственной инерции.               |

Символом  $\partial$  обозначено, что для указанных величин выполняются динамические уравнения. Линии указывают, что рассматриваемая система внутренне согласована.

Два согласования следуют из практики проведенного анализа:

- Четырехметрике соответствует адаптированный к многообразию  $R^3 \times T^1$  репер с метрикой  $g^{ij} = \text{diag}(1,1,1, w)$ .
- 
- Связи полей и индукций при описании инерции электромагнитного поля соответствуют выбору тензора Риччи, равного нулю, что может быть одним из инвариантных признаков, отличающих инерцию от гравитации.

## 1.6. ГРАНИ ИНЕРЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

*Методологически проанализирована вся совокупность граней и факторов инерции электромагнитного поля, которые следуют из структуры электродинамики Максвелла, свободной от ограничений на скорость. Указаны новые возможности обобщения физических моделей.*

При анализе инерции электромагнитного поля и ее динамики исследователь попадает в лабиринт ситуаций, пройти который не просто.

Электромагнитное поле проявило следующие грани (рис. 1.11):

- реализует себя в паре пространств, одно из которых есть пространство состояний  $SS$ , другое – пространство событий  $SE$ . Каждое из них имеет систему локальных и глобальных метрик (глава 4);
- базируется как на многообразии  $M$ , задающем пространственно-временные свойства, так и на симметрии  $G$  в форме  $GAG$ -модуля (глава 3);
- меняет собственную и несобственную инерцию, что требует рассмотрения групповой  $\vec{V}_g$  и фазовой  $\vec{V}_\varphi$  скоростей, которые поле имеет "само по себе", а также скорости среды  $\vec{u}_m$  и скорости первичного (в конкретной ситуации) источника излучения  $\vec{u}_{fS}$ ;
- собственные параметры излучения управляются показателем преломления  $n$ , а несобственные параметры – отношением  $w$ ;
- имеет собственную  $\omega_E$  и несобственную  $\omega_B$  частоты.

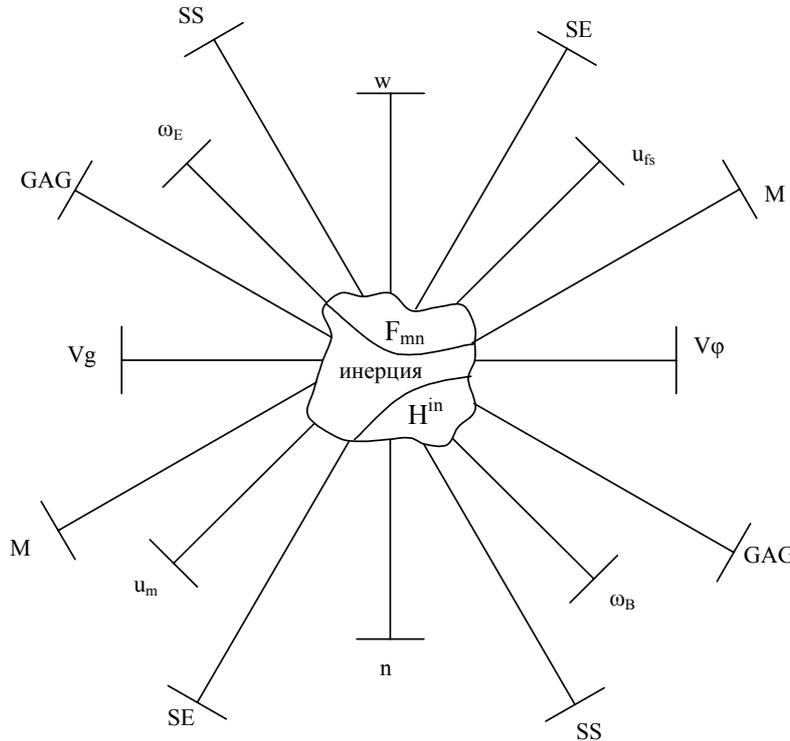


Рис. 1.11. Грани электромагнитного поля и его проявлений

Поля  $F_{mn}$  и индукции  $H^{ik}$  естественно чувствуют себя в этом лабиринте. Представим совокупность указанных элементов графической диаграммой (рис. 1.11). Каждый из этих элементов нужен. В реальной ситуации они сложным образом переплете-

ны. Не принимая во внимание всей совокупности условий и обстоятельств и останавливая внимание только на одном элементе

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

физики "пошили одежду из одной пуговицы". Более того, делались многочисленные попытки убедить всех, что она вообще единственная. Понятно, что это не так и так никогда не было. Мы имеем сейчас и новые модели и новые "одежды". Но разве следует мешать жить тем, кто желает иметь костюм из одной пуговицы? Тем более, что у некоторых исследователей она может быть пришита на священном для них месте.

Что наиболее важно учитывать согласно выполненному исследованию? Очевидно, что "нить Ариадны" в данном лабиринте образует концепция отношения. В физику введены скалярные поля  $(w, w_\xi)$ , которые управляют динамикой инерции. Они задают фазу инерции поля и указывают класс топологических условий, которым подчинено излучение. Связи между полями и индукциями нелинейно зависят от  $w$  через

$$\Omega^{ij} = \Omega^{ij}(\tilde{g}^{ij}, \tilde{u}^k),$$

где  $\tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ ,  $\tilde{u}^k = (1-w)u_{js}^k + wu_m^k$ . Отношение  $w$  зависит от показателя преломления среды

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)]$$

и подчинено динамическому уравнению

$$\frac{dw}{d\xi} = Q_0(w-1),$$

где  $\xi = \rho/\rho_0$  - безразмерная плотность физической среды. Связи полей и индукций

$$H^{ik} = \Omega^{im}\Omega^{kn}F_{mn}$$

на основе уравнений Максвелла дают решения, согласующиеся с экспериментом без использования специальной теории относительности.

Тогда симметрия уравнений, образующих замкнутую физическую модель:

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\left(1 - w_1 w_2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - dx \frac{v}{c^2} w_1 w_2}{\left(1 - w_1 w_2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

содержит мультипликативную квазигруппу отношений  $w$ , охватывающих интервал

$$w_i = [0 \div 1].$$

Так в рамках симметрии Лорентца описывается класс изоморфных ситуаций (раздел 2.2). Изоморфные ситуации соответствуют физически различным состояниям, в которых находится поле, потому что разные  $w$  соответствуют разным физическим состояниям. Это общее правило: математическое исследование с точностью до изоморфизма означает, с физической точки зрения, что одному классу эквивалентности соответствует совокупность разных физических состояний. В электродинамике Максвелла изоморфизм базируется на отношении  $w$ . Его можно изучать как элемент нульмерной группы когомологий Хохшильда

$$w \in H^0(g_z, A),$$

где  $g_z$  - есть алгебра заполнения физической модели. Мы вправе рассматривать отношение  $w$  как внутренний параметр ( $B^\xi$ ) группы, считая обычные параметры ( $\alpha^p$ ), например ( $v/c$ ), внешними. Если  $x^{k'} = f^{k'}(x^k; \alpha^p; B^\xi)$ , тогда канонические преобразования координат следуют из обобщенных, зависящих от  $w$  преобразований Лорентца, при величинах  $w_1 = w_2 = 1$ , соответствующих частным значениям внутренних параметров  $B_0^\xi$ . Возможны более сложные зависимости, например,

$$x^{k'} = f^{k'}(x^k, \alpha^p, B^\xi, c^\alpha \dots),$$

где  $c^\alpha$  - связевые параметры.

Поскольку в теории групп элемент  $g$  в окрестности единицы задается выражением

$$g = \otimes \exp(\Psi_{(i)} \Omega^{(i)}),$$

допустимо его обобщение вида

$$\tilde{g} = \otimes_i \exp(\varepsilon_{jk}^{il} a^j \alpha^k A_l),$$

где  $A_l$  - генераторы алгебры,  $\alpha^k$  - параметры внешнего типа. Связевые величины  $a^j$ ,  $\varepsilon_{jk}^{il}$  могут содержать свои генераторы и свои параметры, мультипликативно и аддитивно меняя исходную симметрию.

Полагая, что все параметры могут меняться динамически и быть согласованными друг с другом, мы приходим к симметрии активного типа. Важно проанализировать как сам объект  $\tilde{g}$  и возможности его изменения, так и алгоритмы его использования в физических моделях. Если в уравнения физических моделей непосредственно входят изменяющиеся генераторы алгебры  $\Gamma^i$  и параметры симметрии  $u^i$ :

$$\Gamma_i \rightarrow \tilde{\Gamma}_i, \quad u^i \rightarrow \tilde{u}^i,$$

тогда физическая модель учитывает динамику активной симметрии. Наиболее сложен для анализа случай, когда  $(\tilde{\Gamma}_i, \tilde{u}^i)$  меняются согласованно друг с другом.

Отметим главную черту активных симметрий, состоящую в том, что они аналогичны зависимости параметров симметрий от внутренних переменных. В исследуемом нами случае, согласно разделам 1.3-1.4, мы используем алгоритм:

$$\tilde{u}^i = F_1^{(1)i} u_{js} + F_2^{(2)i} u_{js} = \tilde{u}^i = (1-w)u_{js}^i + wu_m^i,$$

$$F_1 + F_2 = 1, \quad Q^{-1}Q = I, \quad \tilde{\Gamma}_i = Q^{-1}\Gamma_i Q,$$

$$Q^{-1} = \text{diag}(1, 1, 1, w), \quad w = 1 - \exp(-P_0(n-1)).$$

Это означает, что

$$\tilde{u}^i = \tilde{u}^i((x, t), w(x, t)), \quad \tilde{\Gamma}_i = \tilde{\Gamma}_i((x, t), w(x, t)).$$

Следовательно, мы вправе над каждой точкой пространства с координатами  $(x, t)$  рассматривать внешнюю (*out*-) и внутреннюю (*in*-) симметрии, которые, используя связевую (*l*-)симметрию, задают активную симметрию, применяемую в физической модели (рис. 1.12). Дадим его описание. Пусть симметрия  $G_{out}$  задает модель  $PhM_{out}$ , а симметрия  $G_{in}$  - модель  $PhM_{in}$ . С учетом симметрии  $G_{in}$  и связей  $G_l$ , которые обычно имеют физическое содержание, мы приходим к физически активной симметрии  $G_{out}^*$ . Она

задает новую модель  $Phm^*$ . При этом модифицируется и  $G_{in}^*$ . Например, уточняется и расширяется смысл ее параметров, роль и место в физической теории. При увеличении количества используемых симметрий и их согласований возможно достижение нового качества физической модели.

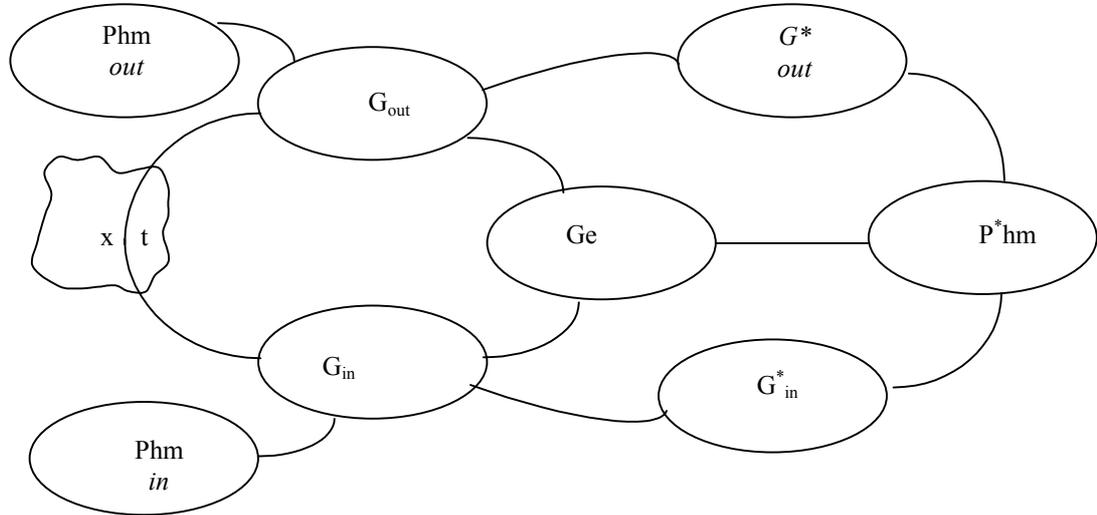


Рис. 1.12. Графическая диаграмма конструирования симметрий

Для  $GAG$ -модуля роль  $G_{out}$  выполняет  $V(4)$ , роль  $G_{in} - \Omega^4$  (глава 3). Связевое звено  $G_I$  следует из предположения, что каждая группа имеет свои метрические проявления и что найденное для  $G_{out}$  имеет аналогии в  $G_{in}$ . Тогда просто понять, что есть пространство событий  $SE$ , ассоциированное с  $G_{out}$  и пространство состояний  $SS$ , ассоциированное с  $G_{in}$  (главы 3, 4). Их метрики

$$(g^{ij}, r^{ij}) \in SE, \quad n^{ij} \in SS$$

использованы в уравнениях Максвелла. Мы фактически имеем дело с ансамблем "взаимодействующих" симметрий. От того, какие учтены симметрии, как они связаны, как по ним моделируется явление, получим конкретную схему анализа явлений и сопоставление ее с экспериментом. Модель инерции можно рассматривать как вариант углубления физической теории. Анализ инерции электромагнитного поля и ее динамики подтверждает известное положение, что "скрытая информация есть всегда и она может быть важной". Действительно, только дополнив симметрию Лорентца  $SO(3,1)$  когомологической симметрией, задающей группу скаляров

$$w \in H^0(g, A)$$

и нелинейно объединив симметрии в их конгруэнцию, мы смогли получить физическую теорию электромагнитных явлений без ограничения скорости. В теории электромагнитных явлений было скрыто многообразие локальных метрик, в частности сверхсветовая метрика

$$r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -w),$$

а также тот факт, что ее когомологический инвариант

$$r = \det(r^{ij}) \equiv -w$$

динамичен. Этот элемент не зависит от преобразования  $\tilde{A} = QAQ^{-1}$ . Скрыто было наличие пространств  $SE$  и  $SS$  в физической теории. Скрыты были деформаторы, посредством которых меняются генераторы алгебры симметрий.

Математически изоморфные модели считались физически эквивалентными. Фактически мы имеем дело с классом эквивалентных величин, который может быть наполнен физическим содержанием, что, в частности, выражается через  $Q = \text{diag}(1, 1, 1, w(\vec{x}))$ . Однако, по-видимому, это не так. Изоморфизм всегда означает, что физическая модель, ее имеющая, имеет скрытые степени свободы и скрытые возможности. Для физика "раскрыть" изоморфизм и использовать его не менее важно, чем для математика найти изоморфизм, а также симметрии системы уравнений, как и их решения.

Заметим, что нульмерная группа когомогий Хохшильда  $H^0(g, A)$  есть у каждой ассоциативной алгебры. Но и инерция, как мы сейчас это понимаем, есть у каждого объекта и явления. Поэтому соединение одного общего математического свойства с другим общим физическим свойством выглядит естественно. Запишем такую возможность формулой: "Инерция функционально когомологична, ее когомологии динамичны". Мы приходим к истокам новой практики, важной не только для физиков. И инерция мышления, и инерция чувств ждут математического и физического, способствуя совершенству поведения не только объектов, но и субъектов.

**Мы убедились ранее в том, что показатель отношения  $w$  выполняет роль (для внешней инерции электромагнитного поля), аналогичную роли показателя преломления  $n$  (для собственной, внутренней инерции электромагнитного поля). Поэтому**

$$w \overset{s}{\leftrightarrow} n,$$

где знак  $\overset{s}{\leftrightarrow}$  введен для обозначения термина "взаимная трансфинитность или софистатность". Аналогия установлена только из анализа функций  $w$  и  $n$  для различных сторон инерции. Это начальное соответствие стимулирует изучение софистатности в целом. Мы приняли ранее точку зрения, что софистатности соответствует ОАЗИС или  $SES$ -конструкция. Ее можно представить в форме центральной площади города, к которой сходится система улиц, каждой из которых ставится в соответствие некоторая грань софистатности. В рассматриваемом случае мы можем отметить такие важные грани:  $w$  и  $n$  зависят от плотности среды  $\rho$ ;  $w$  и  $n$  могут быть комплексными числами;  $w$  и  $n$  могут зависеть от других физических полей, например, от состояния гравитационного поля или от параметров, относящихся к праматерии разных уровней. Величины  $w$  и  $n$  по-разному входят в уравнения физической модели, они по-разному влияют на параметры объектов и явлений.

## 1.7. ВАРИАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ ИНЕРЦИИ

Показано, что электродинамика Максвелла без ограничения скорости использует сложные связи между полями и индукциями, которые трудно получить из вариационного формализма. Указано, что требуемый из физических соображений композит - нетензорный объект, приспособлен к построению нелинейного представления теории Максвелла в группе общих линейных преобразований  $GL(4, R)$ . По аналогии с теорией Эйнштейна предложено описывать динамику инерции электромагнитного поля через динамику композитного поля гравитационного типа.

Рассмотрим плотность лагранжиана

$$\tilde{L} = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} F_{im} H^{im},$$

где  $\sqrt{-g} = \det^{1/2} |g_{ij}|$ ,  $F_{im}$  - тензор поля,  $H^{im}$  - тензор индукции. Используя связь

$$H^{im} = g^{il} g^{mn} F_{ln},$$

получим

$$\tilde{L} = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} F_{im} F_{ln} g^{il} g^{mn}.$$

Поскольку

$$\frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial g_{ik}} = \frac{1}{2} \sqrt{-g} g^{ik},$$

то

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial g_{ik}} = -\frac{1}{32\pi} \sqrt{-g} g^{ik} F_{lm} H^{lm}.$$

Найдем

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial g^{st}} = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} F_{ml} F_{pq} \left( \frac{\partial g^{pm}}{\partial g^{st}} g^{lq} + g^{pm} \frac{\partial g^{lq}}{\partial g^{st}} \right).$$

Используя антисимметрию тензора  $F_{lm} = -F_{ml}$  и выражение

$$\frac{\partial g^{pm}}{\partial g^{st}} = \frac{1}{2} (\delta_s^p \delta_t^m + \delta_t^p \delta_s^m),$$

получим

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial g^{st}} = -\frac{1}{8\pi} \sqrt{-g} F_{sq} F_{tl} g^{lq}.$$

Симметричный тензор энергии-импульса Гильберта

$$\tilde{T}^{ik} = -2 \left( \frac{\partial \tilde{L}}{\partial g_{ik}} - g^{is} g^{kt} \frac{\partial \tilde{L}}{\partial g^{st}} \right)$$

запишется в виде

$$t^{ik} = \frac{1}{4\pi} \left( -H^{im} H^{kl} g_{ml} + \frac{1}{4} g^{ik} F_{lm} H^{lm} \right).$$

Канонический тензор энергии-импульса согласно его определению

$$\tau_k^i = -\delta_k^i L + \frac{\partial L}{\partial(\partial_i A_p)} \partial_k A_p$$

имеет выражение

$$\tau_k^i = \frac{1}{4\pi} \left( -F^{ip} \partial_k A_p + \frac{1}{4} \delta_k^i F_{lm} H^{lm} \right).$$

Он не симметричен

$$\tau^{ik} \neq \tau^{ki}.$$

Тензор спина согласно его определению

$$\sigma_k^{pi} = \frac{\partial L}{\partial(\partial_p A_i)} A_k = -\frac{1}{4\pi} H^{pi} A_k$$

посредством дивергенции дополняет канонический тензор энергии-импульса до симметричного вида

$$t_k^i = \tau_k^i + \partial_p \sigma_k^{pi} = \frac{1}{4\pi} \left( -H^{ip} F_{kp} + \frac{1}{4} \delta_k^i F_{lm} H^{lm} \right).$$

При анализе динамики инерции калибровочного поля нужно учитывать обнаруженные новые черты электромагнитного поля:

1. В общем случае существует пара калибровочных полей, следующих из прямого произведения калибровочной группы  $U(1)$  на себя. Поля  $(f_{rp}, h_{kp})$  в вариационном формализме представлены в своей эквивалентной форме через деформаторы  $(g, r)$ :

$$F_{kp} = g^{-1} f_{kp} g, H^{kp} = r^{-1} h_{kp} r.$$

При этом  $(g, r)$  могут иметь свою динамику (глава 1).

2. Пара калибровочных полей, связанных между собой, является общим свойством физических явлений, что необходимо учитывать при их анализе и при проведении экспериментов.

3. Вид выражения для  $\Omega^{ij}$  следует находить из дополнительных предположений. В частности, для этого можно использовать развитый Дираком метод множителей Лагранжа. Тогда, например, для электродинамики без ограничения скорости имеем лагранжиан [117]:

$$\begin{aligned} L = & a F_{mn} H^{mn} + b_{mn} (H^{mn} - \chi^{mnkl} F_{kl}) + b_{mnkl} (\chi^{mnkl} - 0,5(\Omega^{mk} \Omega^{nl} - \Omega^{ml} \Omega^{nk})) + \\ & + r_{mn} \left( \Omega^{mn} - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left( g^{mn} + \left( \frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) u^m u^n \right) \right) + r_p (u^p - (1-w)u_{fs}^p - wu_m^p) + \\ & + r(w - 1 + \exp(-P_0(n-1))). \end{aligned}$$

Важнейшей чертой предложенной модели является использование для локальной метрики событий  $SE$  выражения

$$g^{mn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1-w),$$

в котором четвертая компонента тензора Минковского умножена на скаляр  $w$ , названный отношением. Эта величина не случайна в теории. Назовем ее композитом. Сейчас

понятно, что так можно делать, если мы желаем получить из лагранжева формализма нелинейные представления симметрий. Действительно, величины в электродинамике Максвелла без ограничения скорости могут задаваться посредством нелинейного представления линейной группы  $GL(4, R)$ . Группа  $SL(4, R)$  является ее нормальной подгруппой, а фактор-группа

$$\sigma = GL(4, R)/SL(4, R)$$

может быть отождествлена с нульмерной группой когомологий для группы заполнения  $V(4) = U(1) \times SU(4)$  физических моделей (глава 3):

$$w \in H^0(V(4), R).$$

Кроме того, она связана с физическими параметрами среды, в которой распространяется электромагнитное поле, когда

$$\sigma = w = 1 - \exp(-P_0(n-1)).$$

Фактически нами принята точка зрения, что инерция когомологична. Математически это означает, что при нахождении нелинейных представлений симметрии фактор-группа может быть отождествлена с группой когомологий и композитно войти в вариационный формализм. Понятно, что это требует аккуратного математического анализа проблемы инерции.

4. Скорость  $\vec{u}$  следует также рассматривать как композитную величину, так как связь

$$\vec{u} = (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m$$

означает, что скорость источника излучения  $\vec{U}_{fs}$  и скорость среды  $\vec{U}_m$  связаны друг с другом через весовые функции

$$w_1 = (1-w), \quad w_2 = w,$$

сумма которых равна единице и которые линейно зависят от группы когомологий  $H^0(V(4), R)$ .

5. Заметим, что  $\sqrt{-g}$  входит в физическую модель для задания скалярной плотности. Возможны другие варианты, например, выбор "меры" событий  $SE$  по канонической метрике Минковского

$$\sqrt{-\bar{\gamma}} = \det^{1/2}(\text{diag}(1, 1, 1, 1)).$$

6. Лагранжев формализм всегда имеет "скрытую" пару:

- а) опорное пространство-время;
- б) измерительные устройства и их поведение.

Так сделано сознательно, чтобы освободить анализ от явлений, внешних по отношению к ним.

7. Спинорная форма уравнений, используемая в главе 3, неудобна для лагранжева формализма. Она явно содержит *алгебру заполнения и алгебру проявления* физической модели, а также дополнительные элементы, обусловленные как опорным пространством-временем, так и измерением. Поэтому в реальной ситуации может стать важным и полезным анализ физического явления вне лагранжева формализма. Более того, вероятно, существует алгоритм, который позволяет полно и содержательно анализировать явление, не используя его вариационных аспектов.

8. Указанные замечания могут иметь место при выводе обобщенных полей типа Янга-Миллса. В частности, для них допустимы дополнительные динамические уравнения вида

$$\frac{d\bar{u}}{d\xi} = -P_0(\bar{u} - \bar{u}_m), \quad \bar{u}|_{\xi=0} = \bar{u}_{fs},$$

как предложено в главе 1.

9. Полагая, что взаимодействие излучения с веществом можно рассматривать на основе симметричного композитного поля, образованного из симметричного тензора, введем

$$\tilde{\Omega}^{ik} = \alpha \sqrt{-\bar{\gamma}} b^{ik} + \beta \sqrt{-\bar{\gamma}} \varphi^{ik},$$

где  $b^{ik}$  - локальный композит  $b^{ik} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ ,  $\varphi^{ik}$  - физические поля типа гравитации,  $\alpha$ ,  $\beta$  - факторы композитного отношения электромагнитного поля к его окружению. Назовем  $\tilde{\Omega}^{ik}$  композитным полем. В отсутствии среды оно может быть аналогично гравитационному полю. Известно, следуя Розену, что лагранжиан

$$L_g = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g} g^{mn} (G_{lm}^k G_{nk}^l - G_{mn}^l G_{lk}^k)$$

при задании

$$G_{ml}^k = \frac{1}{2} g^{kp} (D_m g_{pl} + D_l g_{pm} - D_p g_{lm}),$$

где  $D_m$  - ковариантная производная по метрике Минковского, задает уравнения гравитации Эйнштейна в форме Логунова [118]:

$$\gamma^{kn} \partial_k \partial_n \Omega^{im} = \kappa T^{im}, \quad \partial_k \Omega^{ik} = 0.$$

Они могут быть использованы для описания воздействия "композитного" поля на электромагнитное поле. При этом  $\det \|\Omega^{ij}\|$ ,  $S_p \|\Omega^{ij}\|$  могут играть роль новых динамических величин.

10. Из выражения для отношения  $w$  следует, что оно удовлетворяет релаксационному динамическому уравнению

$$\frac{dw}{d\xi} = -P_0(w - 1), \quad w|_{\xi=0} = 0.$$

Поскольку мы рассматриваем  $w$  как элемент группы когомологий Хохшильда  $H^0(g, A)$ , будем считать, что при анализе инерции поля, обусловленной внешними факторами для групп когомологий допускаются все те динамики, которые известны в физике (в частности, через функционалы от когомологий), например,

$$\frac{dH^q}{d\xi} = -P_0(H^q - H_*^q), \quad H^q|_{\xi=0} = H_0^q.$$

11. Заметим, что в электродинамике Максвелла нужно описывать абсолютный тензор  $F_{mn}$  и относительный тензор (тензорную плотность веса +1)  $\tilde{H}^{ik}$  в их динамике. Согласно связи  $\tilde{H}^{ik} = \alpha \sqrt{-g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$ , вариационный формализм обязан дать уравнения не только для электромагнитного поля, но и для скаляра  $\alpha$ , и для тензорной плотности ( $\sqrt{-g}$ ), и для тензоров  $\Omega^{im}$ . Сделать это в общем виде непросто и потому физический анализ, как это сделано в разделе 1.1, способен во многом прояснить ситуацию.

12. Величина  $\sqrt{-g}$  имеет в теории Максвелла самостоятельное значение и она способна, как показано выше, управлять структурой  $\Omega^{im}$ . Топологическая ее природа очевидна, как и потребность учета динамики топологии в физических моделях.

## 1.8. ОБОБЩЕННАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА МАКСВЕЛЛА В ВАКУУМЕ

*Показано, что допустима новая электродинамика Максвелла в вакууме. В ней ни группа Галилея, ни группа Лорентца не нужны, если нет относительных скоростей. При ненулевых относительных скоростях в вакууме нужно использовать группу Галилея. Без дополнительных условий группу Лорентца использовать в вакууме некорректно.*

Хорошо известно, что правильные выводы достигаются при физически корректной постановке задач и математически корректном их решении. Рассмотрим таким образом электродинамику Максвелла в вакууме. Исторически сложилось так, что симметрия Лорентца вошла в физику на основе анализа вакуумных уравнений Максвелла, когда используются связи для полей и индукций вида  $\vec{D} = \vec{E}$ ,  $\vec{B} = \vec{H}$ . Квантовая электродинамика, перейдя к четырехпотенциалам, базируется на вакуумных уравнениях. С этой поры *пустота (вакуум) стала идолом, которому поклонялось не одно поколение физиков*. Эфир не исчез. Он стал называться вакуумом. В него вкладывалось всё, что было угодно душе исследователя. Но механических и пространственно-временных свойств у вакуума не было. Вместо анализа реальных условий и их учета в модели стало модно придумывать искусственные конструкции, создавая мир призраков. В частности, был развит метод анализа физических явлений безотносительно к их пространственным моделям в трехмерном пространстве. Таким пришел в физику *фотон: частица без размеров и без времени жизни*. Удивительно, что такой искусственный подход оказался успешным для описания опытных данных. Понятно, что обусловлено это в первую очередь возможностями математики.

Сейчас уже ясно, что в электродинамике вакуума были необоснованно отброшены важные физические факторы: скорость движения источника излучения  $\vec{u}_{fs}$ , скорость среды  $\vec{u}_m$  (которую необходимо учитывать в вакууме, потому что измерение сводится к взаимодействию поля со средой), а также скалярная величина  $w$ , которая зависит от показателя преломления среды  $n$  по закону

$$w = 1 - \exp(-P_0(n-1)).$$

Она названа показателем отношения и указывает условия, в которых распространяется электромагнитное поле, задавая в вакууме  $w = 0$  и величину  $w = 1$  в "плотной" среде.

Анализ показал (глава 1), что отношение  $w$  связывает между собой скорости  $\vec{u}_{fs}$  и  $\vec{u}_m$  соотношением

$$\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m.$$

Обобщенные связи между полями и индукциями имеют вид:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + \frac{\sigma}{\mu} \Gamma^2 \left\{ w \beta^2 \vec{E} - w \vec{\beta} (\vec{\beta} \cdot \vec{E}) + [\vec{\beta} \times \vec{B}] \right\},$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} + \frac{\sigma}{\mu} \Gamma^2 \left\{ -\beta^2 \vec{B} + \vec{\beta} (\vec{\beta} \cdot \vec{B}) + [\vec{\beta} \times \vec{E}] \right\},$$

где

$$\Gamma^2 = (1 - \beta^2 w)^{-1}, \quad \sigma = \varepsilon \mu - w, \quad c \vec{\beta} = \vec{u} (\vec{u}_{fs}, \vec{u}_m).$$

Они нелинейны по  $w(n)$ , безотносительны к симметричным свойствам уравнений Максвелла и могут быть записаны в "тензорном" виде

$$\tilde{H}^{ik} = \sqrt{-g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}.$$

Здесь

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\mu} \left[ g^{im} + \left( \frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right) u^i u^m \right],$$

$$u^i = (1-w)u_{fs}^i + wu_m^i,$$

$$g^{im} = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

Поскольку  $u^i \sim \sqrt{w}$ , связи не имеют особенности при  $w=0$ . Полученная система уравнений

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i, \quad \tilde{H}^{ik} = \sqrt{-g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

имеет тензорный вид. Она инвариантна относительно произвольных линейных невырожденных преобразований

$$x^{k'} = a^{k'}_k x^k + b^{k'},$$

поэтому и группа Лорентца и группа Галилея являются точными симметриями уравнений Максвелла [117], соответствующие своим значениям  $w$ .

Метрика  $g^{im}$ , формируя связи, задает относительное пространство событий  $SE$  в форме метрики Минковского для электромагнитного поля (глава 4). Из тензорных уравнений видно, что такой вариант не противоречит использованию в качестве опорного многообразия ньютоновского пространства-времени  $R^3 \times T^1$  в модели электромагнитных явлений. В форме  $GAG$ -модуля, описанного в главе 3, соединены абсолютные и относительные свойства пространства-времени.

Анализ, выполненный в главе 1, показал, что при изменении  $w$  происходит нелинейное по  $w$  изменение скорости поля  $\vec{v}_g$  и его частоты  $\omega$ . Динамика несобственной инерции поля сложна для ситуаций, когда скорость  $\vec{u}_{fs}$  или  $\vec{u}_m$  не равны тождественно нулю. Варианты

$$\text{а) } \vec{u}_{fs} \neq 0, \quad \vec{u}_m = 0; \quad \text{б) } \vec{u}_{fs} = 0, \quad \vec{u}_m \neq 0; \quad \text{в) } \vec{u}_{fs} \neq 0, \quad \vec{u}_m \neq 0$$

показывают, что эти возможности физически различны.

Метрика  $g^{im}$  может рассматриваться как преобразованная конформная метрика

$$g^{ij} = w^{1/4} \cdot \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

допустимая уравнениями Максвелла, имеющими конформную симметрию. Величина  $w$  задает влияние физической среды или внешних полей на электромагнитное поле. Существует также влияние электромагнитного поля на физическую среду. Назовем отношение  $w_1$  среды к электромагнитному полю кохомологическим действием, а отношение электромагнитного поля к среде  $w_2$  кохомологическим противодействием. Примем правило

$$w_1 = w_2 = w.$$

Сформулируем его: *кохомологическое действие равно кохомологическому противодействию*. Следовательно, при анализе электромагнитных явлений следует учитывать кохомологические характеристики физической среды, равно как и кохомологические характеристики поля. Вакуум, когда  $w=0$ , кохомологически отличается от "плотной" среды, когда  $w=1$ . *Принимая обобщенные связи между полями и индукциями, мы заклады-*

ваем в них динамику когомологий. Поскольку они управляют динамикой инерции поля, следует считать, что физическими факторами инерции являются группы когомологий, в частности,  $H^0(g, A)$ , рассматриваемые как динамические величины. Если  $\vec{u}_{fs} \equiv 0$ ,  $\vec{u}_m \equiv 0$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ , то обобщенные связи для полей и индукций имеют вид

$$\vec{D} = \vec{E}, \quad \vec{B} = \vec{H}.$$

Однако в отсутствие относительных скоростей теряет смысл анализ инвариантности уравнений Максвелла относительно пространственно-временных преобразований по самому определению этих симметрий. Принято считать, что этот случай соответствует группе Лорентца, потому что при подстановке вакуумных связей между полями и индукциями в уравнения Максвелла получается система, сохраняющая свой вид при действии группы Лорентца. Этот вывод некорректен: *если нет относительных скоростей, то нет смысла в использовании преобразований, которые содержат скорость*. Он некорректен также с когомологической точки зрения: в вакууме  $n=1$  и потому ему соответствует  $w=0$ . В вакууме  $w \neq 1$  и потому, если в нем нет материи, то в нем нет места группе Лорентца. Вакуум является, как и многообразие  $R^3 \times T^1$ , "ареной" действия группы Галилея. Такова новая физическая точка зрения на проблему симметрии электромагнитного поля в вакууме. По первому признаку, согласно которому  $\vec{u} = 0$ , преобразования Галилея применять в этом случае в вакууме некорректно. Этого и не нужно делать, если  $\vec{u}_{fs} = 0$ ,  $\vec{u}_m = 0$ . Проблема возникает тогда, когда в расчет принимается внешняя инерция электромагнитного поля, соответствующая

$$\vec{u}_{fs} \neq 0, \quad \vec{u}_m \neq 0.$$

Тогда галилеевски инвариантная теория позволяет получить в вакууме скорости, которые больше  $c_0$ . В отсутствие симметричного анализа решение задач основано на замкнутой модели явлений. В электродинамике для этого достаточно изучить указанную в главе 1 систему уравнений, корректно дополнив ее начальными и граничными условиями. Симметрия есть и всегда была дополнительным средством исследования физической модели, но, по-видимому, всегда можно обойтись без этого анализа.

Симметрия уравнений тем хороша, что она переводит решение в решение, задает класс эквивалентных решений, что способно упростить анализ. Но *симметрия не способна заменить собой физическую модель*, у которой есть много тонкостей и деталей. Модели, учитывающие группы когомологий, способны более тонко "охватить" явление и потому, очевидно, у них большое будущее.

Анализ показал, что группа Лорентца сохраняет как динамические уравнения

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i,$$

так и вакуумные связи для полей и индукций, в которых нет скоростей. Группа Галилея также сохраняет динамические уравнения, но она меняет вакуумные связи. Принято считать, что в этом состоит недостаток группы Галилея. Нетрудно видеть, что это их достоинство. Действительно, физические связи между полями и индукциями при  $\vec{u}_{fs} \neq 0$ ,  $\vec{u}_m \neq 0$  таковы, что они зависят еще и от  $w$ . Для группы Лорентца в вакууме мы принимаем

$$\varepsilon \mu = 1, \quad w = 1.$$

Поэтому

$$\chi = \varepsilon \mu - w \equiv 0$$

и группа Лорентца, если ее применять в вакууме (хотя это физически некорректно), "скрывает" скорости  $\vec{u}_{fs}$ ,  $\vec{u}_m$ . Группа Галилея корректно используется в вакууме, соответствующая  $w=0$ , она "показывает"  $\vec{u}_{fs}$ ,  $\vec{u}_m$ .

Очевидно, что *формальная инвариантность вакуумных уравнений Максвелла относительно группы Лорентца недостаточна для получения корректных физических следствий*. Почему же тогда преобразования Лорентца вытеснили из физики группу Галилея? В главах 1, 2 показано, что произошло это в угоду кинематическому методу описания эксперимента. Действительно, физики имеют дело с результатами опыта, с измеренными значениями. Они не могут быть получены без взаимодействия электромагнитного поля с детектором. Обычно его роль выполняет "плотная" среда, в которой  $w=1$ . В ней  $\epsilon\mu \neq 1$ . Для ситуации с  $w=1$  преобразования Лорентца пригодны. Но при  $w=1$  нет вакуумных связей между полями и индукциями.

Мы выяснили, что в стандартной теории были две ошибки:

- а) использование вакуумных связей при сравнении измеренных значений;
- б) применение преобразований Лорентца в вакуумной электродинамике.

Они оказались достаточно скомпенсированными, что описать опытные данные при условиях

$$\vec{u}_{fs} \neq \vec{u}_m \neq 0, \quad \epsilon\mu \neq 1.$$

Математически это допустимо, хотя такой подход не нужно идеализировать. Физически он непоследователен. Более корректно можно решать задачи без использования их симметричных аспектов, без теории относительности.

Обобщенная модель электромагнитных явлений задает поведение скорости  $\vec{v}_g$  и частоты  $\omega$ , зависимое от  $w$ . Так, для групповой скорости поля

$$\vec{v}_g = \frac{c \vec{k}}{n k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m].$$

В вакууме  $n=1$ ,  $w=0$  и потому скорость поля

$$\vec{v}_g = \frac{c \vec{k}}{n k} + \vec{u}_{fs}$$

зависит от скорости движения первичного источника излучения. Вакуум "разрешает" любые скорости, в том числе со значениями, которые много больше скорости света в вакууме  $c_0$ . В "плотной" среде  $\epsilon\mu > 1$ ,  $w=1$  и потому

$$\vec{v}_g = \frac{c \vec{k}}{n k} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \vec{u}_m.$$

Ситуация выглядит так: при распространении электромагнитного поля в среде (в том числе в пределах измерительного устройства) меняется  $w$ . Отношение  $w$  является управляющим фактором как для скорости, так и для частоты  $\omega$ , величины  $\vec{v}_g$  и  $\omega$  согласованы друг с другом. *Измерение способно существенно изменить параметры поля. И это всегда нужно тщательно учитывать.*

Квантовая электродинамика основана на вакуумных уравнениях Максвелла и потому к ней приложимы все сделанные замечания.

Заметим, что в теорию введен показатель отношения  $w$  для описания влияния среды на несобственную инерцию электромагнитного поля. При  $\rho = 0$  имеем  $w = 0$ . Однако следует учесть, что гравитационное поле также является внешним фактором,

который можно было бы попытаться учитывать аналогично среде, как это предлагалось в [117]. Примем предположение об аддитивной природе отношения. Пусть

$$w_m = w + w_g,$$

где  $w_g$  - отношение электромагнитного поля к гравитационному. Сложение означает согласованный учет пары факторов, влияющих на электромагнитное поле: физической среды и гравитации. Понятно, что не все грани отношения исчерпываются ими. При  $\rho = 0$  имеем  $w_m = w_g \neq 0$ , это значение нужно использовать в вакууме. Аналогично при  $w = 1$ , обусловленном влиянием среды, общее значение  $w_m$  может быть теоретически как больше, так и меньше единицы.

Допуская возможность отрицательных значений  $w_g$ , мы обнаруживаем принципиально новый эффект: *тогда гравитационное поле способствует электромагнитному полю сохранить свою инерцию при внешнем воздействии, играя роль своеобразной "смазки"*. В общем случае задача состоит в том, чтобы *корректно учитывать активное топологическое влияние всей совокупности физических полей и объектов друг на друга*. Возможно, для этого будет недостаточно использовать только согласованную динамику когомологий, потому что многообразие отношений и активностей может иметь новые и неожиданные стороны и грани.

### 1.8.1. Электродинамика Максвелла для движущихся тел без пространства Минковского

Используем векторные уравнения Максвелла, заданные в пространстве Ньютона  $R^3 \times T^1$ :

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi \rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\pi \frac{\vec{J}}{c}.$$

Обобщим связи для покоящихся сред

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H},$$

полагая, что для этого достаточно их дополнить слагаемыми

$$\left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{E} \right], \quad \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{B} \right], \quad \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{D} \right], \quad \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right],$$

что они объединены в "пары":

$$\vec{D} + \alpha \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right], \quad \vec{E} + \beta \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{B} \right],$$

$$\vec{B} + \gamma \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{E} \right], \quad \vec{H} + \delta \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{D} \right].$$

С опытом согласуется, как показал анализ, модель со связями

$$\vec{D} + \chi \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{H} \right] = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{U}}{c} \times \vec{B} \right] \right),$$

$$\vec{B} + \chi \left[ \vec{E} \times \frac{\vec{U}}{c} \right] = \mu \left( \vec{H} + \left[ \vec{D} \times \frac{\vec{U}}{c} \right] \right),$$

$$\chi = w, \quad \vec{U} = (1 - w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m.$$

При их выводе нигде не используется ни четырехмерная форма уравнений, ни метрика Минковского. Следовательно, для описания опытных данных пространство Минковского не является необходимым. В определенном смысле этот вывод верен и для симметрий. Анализ показывает, что симметрия многое может, но она к себе ближе, чем к реальности. Другими словами, реальность не исчерпывается симметрией.

### 1.8.2. Специфика подхода Эйнштейна к электродинамике Максвелла

В своей работе "К электродинамике движущихся тел" Эйнштейн использовал вакуумные уравнения электродинамики Максвелла. Она в то время не была, да и теперь не может быть экспериментально проверена, потому что любое измерение предполагает отказ от вакуумной ситуации. Был принят постулат, согласно которому ни скорость тел (физической среды, наблюдателя), ни скорость источника излучения не учитывались в уравнениях физической модели. *Ситуация парадоксальна*: суждение об электромагнитных явлениях в телах было сделано при их отсутствии, для электродинамики вакуума, а учет движения тел предложено изучать на основе уравнений, в которых отсутствуют скорости. Такой подход позволил получить в "чистом виде" группу Лорентца и дать ей уникальную физическую интерпретацию, базирующуюся на концепции относительности одновременности. Но уже в этой работе группе Лорентца значение придается большее, чем системе уравнений Максвелла, которая их "породила". Такой подход был сохранен на длительное время. В обобщенной с учетом отношения  $w$  модели электромагнитных явлений на первый план поставлена физика инерции, анализ ее динамики. Группа Лорентца и пространство Минковского в ней имеют частное значение. Они дополняют группу Галилея и пространству Ньютона. *Эйнштейн не отказался от  $R^3$  и  $T^1$* . Он соединил их логически в физической модели пространства скоростей, введя в нем концепцию относительности одновременности. Аналогично Минковский соединил их математически, введя тензор  $g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ : из  $R^3$  и  $T^1$  им построено новое многообразие. Отметим, что для электродинамики такой шаг нужен для того, чтобы связать между собой тензоры  $H^{ik}$  и  $F_{mn}$ , задавая пространство-время событий  $SE$ . Это удобно для применения, потому что согласовывает расчет с экспериментом без учета скорости первичного источника излучения  $\vec{u}_{fs}$  и без влияния скорости детектора  $\vec{u}_m$  на излучение. Кроме этого, в модели нет необходимости учитывать эфир, что соответствовало тогдашней концепции бесструктурного света, а также классической модели измерения параметров электромагнитного поля, по которой измерение не влияет на измеряемые величины.

Реальная ситуация, как показано в главе 1, сложнее. Пространство событий  $SE$  дополнительно к  $R^3 \times T^1$ . Его можно рассматривать как некий комплекс, индуцированный  $R^3$  и  $T^1$ , если ввести метрику событий  $\tilde{g}_{SE}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w \cdot 1)$ , которая динамически зависит от нульмерной группы когомологий Хохшильда  $w \in H^0(g, A)$ .

Вакуумная ситуация эмпирически пуста: если нет приборов, то невозможно и измерение. Если же они есть, то ситуация не вакуумная и потому использование связей вида  $\vec{D} = \vec{E}, \vec{B} = \vec{H}$ , ведущих теорию к канонической группе Лорентца, недопустимо. Более того, дополнительно всегда следует изучать классы симметрий, а не только ее отдельного представителя.

**В исходной модели Эйнштейна нет ни тел., ни скоростей, ни эфира, ни частиц света. Однако в ней есть идея и алгоритм единого расчета, описания экспериментов новыми математическими средствами, что практически полезно и нашло широкое применение в силу корректности и удобства подхода. На данном примере мы видим, что модель может быть «далека» от реальности, но она способна успешно описывать эксперименты. Для физика важно еще и то, насколько модель «близка» к реальности и как можно этого достичь, совершенствуя понимание экспериментов, а также конструкций, в них участвующих и движений, которым они подчинены.**

## 1.9. К ОБОБЩЕНИЮ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

*Используя уравнения Максвелла со сверхсветовыми скоростями и концепцию "скрытых" полей, выведены новые уравнения для четырех-потенциалов и обобщенное калибровочное условие. Сделано предположение, что их можно использовать для описания квантовых состояний частиц света, названных нотонами.*

Известно, что квантовая электродинамика основана на вакуумных уравнениях Максвелла. Их обобщение, выполненное в главе 1, приводит к обобщенной квантовой электродинамике. Получим такие уравнения. Введем ковариантную производную по тензору  $\Omega_{ij}$ , связывающему поля  $F_{mn}$  и индукции  $\tilde{H}^{ik}$ . Пусть "метрика" ковариантно постоянна:  $\nabla_k \Omega_{ij} = 0$ , что задает одну из возможностей введения связности явления, которую можно углубить физическими полями  $B_{jk}^i$ .

В общем случае связность может быть введена иначе, а ее "поведение" выбрано в соответствии со спецификой конкретной задачи. Обобщим модель электромагнитных явлений через указанную связность, используя многообразие Ньютона  $R^3 \times T^1$ . Поскольку связность задается с точностью до тензора третьего ранга  $B_{jk}^i \equiv 0$ . В рассматриваемом случае

$$F_{mn} = \nabla_m A_n - \nabla_n A_m = \partial_m A_n - \partial_n A_m,$$

потому, что тензор  $F_{mn}$  "нечувствителен" к связности без кручения. Тогда уравнения

$$\nabla_{[k} F_{mn]} = \partial_{[k} F_{mn]} \equiv 0$$

выполняются тождественно. Пусть

$$\tilde{H}^{ik} = \tilde{\Lambda} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

$$\tilde{\Lambda} = \det^{1/2} |\Omega_{ij}|.$$

Известно, что для метрической связности

$$\nabla_k \tilde{\Lambda} = \partial_k \tilde{\Lambda} - \Gamma_k \tilde{\Lambda} \equiv 0.$$

Из второй пары уравнений Максвелла получим

$$\nabla_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{\Lambda} \Omega^{im} \Omega^{kn} \nabla_k F_{mn} = -\tilde{\Lambda} S^i.$$

Выполним необходимые преобразования и группировку. Уравнения Лапласа-Бельтрами учтут динамику инерции:

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + R_m^p A_p = -S_m,$$

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n = 0.$$

Они переходят в обычные уравнения квантовой электродинамики, когда

$$\Omega^{kn} = \gamma^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

В этом случае

$$\gamma^{kn} \partial_k \partial_n A_m = -S_m,$$

$$\gamma^{kn} \partial_k A_m = 0.$$

Из обобщенных значений  $\Omega^{kn}, \nabla_k$  следуют новые возможности. В каких-то случаях будет достаточно стандартного подхода, в общем случае безусловно нужны обобщенные уравнения квантовой электродинамики. Их форма совпадает с уравнениями Лапласа-Бельтрами в римановом пространстве с метрикой  $\Omega_{ij}$ , к ним приложимы соответствующие алгоритмы. Анализ усложнится, но это неизбежно. Реальные ситуации сложны. В частности, в такой модели отсутствует ограничение на скорость и потому нет необходимости "укладывать" явление в рамки канонической группы Лорентца. Более того, появляются основания существенно ослабить симметричный аспект явлений, отдавая предпочтение физическим деталям и тонкостям. Особенно важной становится задача анализа поведения атомов и молекул света, названных нотонами. Они имеют размеры, конфигурацию и внутреннее движение в абсолютном пространстве и времени. Для их описания нет необходимости использовать теорию относительности.

Укажем новую роль калибровочного условия для четырехпотенциалов, используя концепцию "скрытых" полей. Учтем возможность введения в калибровочное условие конструкции  $b_k^p \sigma^k A_p + V$ , где  $b_k^p, \sigma^k$  - новые поля,  $V$  - скрытый потенциал. Пусть, согласно приведенному выше выводу формул

$$\begin{aligned} \Omega^{kn} \nabla_k \nabla_m A_n &= \nabla_m (\Omega^{kn} \nabla_k A_n) - R_m^r A_r = \\ &= \nabla_m (\Omega^{kn} \nabla_k A_n + b_k^p \sigma^k A_p + V - b_k^p \sigma^k A_p - V) - R_m^r A_r. \end{aligned}$$

Используем обобщенное калибровочное условие

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n - b_k^p \sigma^k A_p - V = const.$$

Получим уравнения для четырехпотенциалов

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + \nabla_m (b_k^p \sigma^k A_p + V) + R_m^r A_r = -S_m.$$

Если

$$\nabla_m (b_k^p \sigma^k A_p + V) = 0,$$

они переходят в стандартные уравнения. Рассмотрим частные случаи.

1. Выберем потенциал  $A_m$ , дающий равный нулю тензор напряженности электромагнитного поля,  $A_m = \nabla_m \chi$ . Такой подход "подсказан" формой  $GAG$ -модуля для уравнений Шредингера (раздел 3.6). Пусть  $b_k^p = \delta_k^p$ . Тогда получаем дополнительное скалярное уравнение

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n \chi - \sigma^k \nabla_k \chi - V = const.$$

При выборе

$$\Omega^{kn} = n^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 0),$$

$$\sigma^k = a(0, 0, 0, 1)$$

имеем стандартное уравнение Шредингера для волновой функции. Задавая потенциал  $V$ , а также начальные и граничные условия, получаем возможность исследовать вырожденное электромагнитное поле, полагая, что оно ответственно за поперечную (к направлению распространения) структуру и динамику атома света (глава 5).

2. Пусть

$$b^k = 0, \quad V = a \chi, \quad const = 0.$$

Получаем уравнение

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n \chi = a \chi,$$

используемое в теории дифракции. В нем, в отличие от уравнений вакуумного типа, есть новые степени свободы:

- а)  $\Omega^{kn}$ , что можно связать с внешней инерцией поля и его динамикой;
- б) "свободный" член  $V$ , в частности  $a \chi$ , от которого зависит поведение поля.

Поле  $\chi$  для системы нотонов

$$\chi = \sum_i a^i \chi_i$$

представляет собой суперпозицию состояний каждого из них. Поперечная структура нотона может быть симметрична относительно своего центра. При взаимодействии нотона с экраном или измерительным устройством результат будет зависеть от того, как они "перекрывают" друг друга, проходя препятствия.

2а. Согласуем выражение для скорости нотона со следствиями, полученными в электродинамике Максвелла со сверхсветовыми скоростями. Рассмотрим

$$\Omega^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, n^2), \quad a = 4\pi^2 \frac{1}{\lambda^2} \Psi(\vec{u}),$$

где  $n$  - показатель преломления,  $\lambda$  - длина волны излучения. Будем интерпретировать ее как характерный размер нотона в абсолютном пространстве Ньютона. Получим обобщенное уравнение Томсона

$$-\frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} + \nabla^2 \chi = a \chi.$$

Его решение для

$$\chi = A \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - z)$$

рассмотрим для фиксированных значений  $(A, \lambda, v)$ . Получим связь

$$v^2 = \frac{c^2}{n^2} (1 + \Psi(\vec{u})).$$

Групповая скорость  $v_g$  равна фазовой  $v_f$ , если  $n \neq n(\lambda)$ :

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} = v_f.$$

Пусть  $\Psi \ll 1$ . Имеем

$$v_g = \frac{c}{n} + \frac{1}{2} \frac{c}{n} \Psi.$$

Сравнивая его с выражением для скорости, выведенным в разделе 1.3:

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \frac{1}{2} \frac{c}{n} \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) n \cdot 2 \left[ (1-w) \frac{\vec{u}_{fs}}{c} + w \frac{\vec{u}_m}{c} \right],$$

получим значение  $\Psi$ . Следовательно, обобщенное калибровочное условие способно дать картину поведения нотона, согласующуюся как со следствиями из уравнений Максвелла так и с физической интуицией. Используя потенциал  $V$  в виде суммы

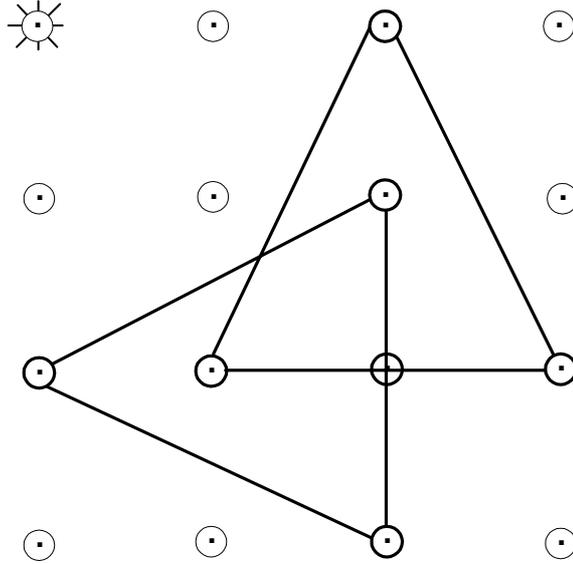
$$V = V^* + a \chi$$

и полагая, что  $V^* \neq 0$ ,  $a=0$ , получаем уравнения, описывающие нотон, движущийся со скоростью  $v_g = c/n$ . Он способен менять свою форму, если  $\Omega^{kn} \neq const$ ,  $V^* \neq const$ . Из явлений дифференции следует, что нотон может иметь в поперечном направлении периодическую структуру. Из явления интерференции следует, что в продольном направлении он может представлять собой систему "дисков". Если это так, обобщенное калибровочное условие может быть использовано для анализа поведения отдельного "диска", а нотон может рассматриваться как система согласованных между собой "дисков", описываемых схожими уравнениями.

### 1.10. GAG-ФОРМА УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

"Трудно избавиться от ощущения, что эти математические формулы существуют независимо от нас и обладают своим собственным разумом, что они умнее нас, умнее тех, кто открыл их, и что мы извлекаем из них больше, чем было в них первоначально заложено".

Герц Г.



$$\varepsilon_{klt s}^{ij} \{g^{kl} \hat{\varphi}^r a_i \partial_j (\Pi_p \bar{\Psi}^p E^s) + r^{kl} \varphi^r b_i \partial_j (\Pi_p \Psi^p E^s)\} P = 0.$$

Уравнения Максвелла в движущихся средах записаны в форме GAG-модуля для группы  $V(4)$ , коммутативной алгебры частных производных  $\partial_\nu$  алгебры антикоммутирующих дифференциалов  $dx^i$ . Показано, что уравнения содержат три типа метрик: Минковского  $g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ , сверхсветовую  $r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$  и Ньютона  $n^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ . Указаны разные матричные формы уравнений электродинамики. Проанализированы связи между полями и индукции в теории Максвелла, свободной от ограничений на скорость. Дана "фермионная" форма уравнений электродинамики. Показано, как уравнения для четырехпотенциалов индуцируют неевклидовость трехмерного пространства и подтверждают дополнителность групп Галилея и Лоренца в электродинамике.

Используем векторную форму теории. Динамика для полей  $(\vec{E}, \vec{B})$  и индукций  $(\vec{H}, \vec{D})$  задается уравнениями Максвелла. Имеем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} + \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} &= 0, \\ -\frac{1}{c} \rho U_x - \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= 0, \\ -\frac{1}{c} \rho U_y - \frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= 0, \\ -\frac{1}{c} \rho U_z - \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t} + \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} &= \rho. \end{aligned}$$

Связи между полями и индукциями

$$\begin{aligned} \varepsilon E_x + \varepsilon \left( \frac{U_y}{c} B_z - \frac{U_z}{c} B_y \right) &= D_x + \left( \frac{U_y}{c} H_z - \frac{U_z}{c} H_y \right), \\ \varepsilon E_y + \varepsilon \left( \frac{U_z}{c} B_x - \frac{U_x}{c} B_z \right) &= D_y + \left( \frac{U_z}{c} H_x - \frac{U_x}{c} H_z \right), \\ \varepsilon E_z + \varepsilon \left( \frac{U_x}{c} B_y - \frac{U_y}{c} B_x \right) &= D_z + \left( \frac{U_x}{c} H_y - \frac{U_y}{c} H_x \right), \\ \varepsilon (E_x U_x + E_y U_y + E_z U_z) &= D_x U_x + D_y U_y + D_z U_z, \\ \mu H_x + \mu \left( D_y \frac{U_z}{c} - D_z \frac{U_y}{c} \right) &= B_x + \left( E_y \frac{U_z}{c} - E_z \frac{U_y}{c} \right), \\ \mu H_y + \mu \left( D_z \frac{U_x}{c} - D_x \frac{U_z}{c} \right) &= B_y + \left( E_z \frac{U_x}{c} - E_x \frac{U_z}{c} \right), \\ \mu H_z + \mu \left( D_x \frac{U_y}{c} - D_y \frac{U_x}{c} \right) &= B_z + \left( E_x \frac{U_y}{c} - E_y \frac{U_x}{c} \right), \\ \mu (H_x U_x + H_y U_y + H_z U_z) &= B_x U_x + B_y U_y + B_z U_z \end{aligned}$$

имеют форму алгебраических уравнений. Здесь  $\varepsilon$ ,  $\mu$  - диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно,  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$  - компоненты скорости среды,  $c$  - скорость света в вакууме.

Поля и индукции представим через тензоры  $F_{mn}$  и  $H_{mn}$ . Тогда

$$F_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}, \quad H_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & D_z & -D_y & iH_x \\ -D_z & 0 & D_x & iH_y \\ D_y & -D_x & 0 & iH_z \\ -iH_x & -iH_y & -iH_z & 0 \end{pmatrix}.$$

В координатах  $x^1 = x$ ,  $x^2 = y$ ,  $x^3 = z$ ,  $x^0 = ict$  введем

$$\partial_k = \left\{ \partial_x, \partial_y, \partial_z, (-i)\frac{1}{c}\partial_t \right\}, \quad \partial_k^* = \left\{ \partial_x, \partial_y, \partial_z, i\frac{1}{c}\partial_t \right\},$$

$$U^k = \left\{ \frac{U_x}{c}, \frac{U_y}{c}, \frac{U_z}{c}, i \right\},$$

$$U^{*k} = \left\{ \frac{U_x}{c}, \frac{U_y}{c}, \frac{U_z}{c}, -i \right\},$$

$$g^{kn} = g_{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

Пусть

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi = \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi^* = \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi^* = \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что система чисел обязана быть обобщена, если поля и индукции принадлежат полю комплексных чисел. Используем элементы группы  $V(4)$  в виде

$$a^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad a^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$b^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Они переобозначены по сравнению с исходной таблицей. Пусть

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем через них  $F_{mn}$ ,  $H_{mn}$ . Так как

$$\begin{aligned}
 F_{mn} = \frac{i}{2} & \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (E_x - iB_x) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} (E_y - iB_y) + \right. \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} (E_z - iB_z) - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (E_x + iB_x) - \\
 & \left. - \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} (E_y + iB_y) - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} (E_z + iB_z) \right\},
 \end{aligned}$$

имеем

$$F_{mn} = \frac{i}{2} (a^k \Pi_k \Psi^* - b^k \Pi_k \Psi), \quad H_{mn} = \frac{-i}{2} (a^k \Pi_k \varphi - b^k \Pi_k \varphi^*).$$

Заметим, что из-за обращения  $\Psi_4$  в нуль, мы можем присоединить матрицу  $\Gamma$  к волновым функциям с разными метриками событий  $\xi_{SE}^{\dot{j}}$ . Запишем уравнения динамики. Пусть

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \right. \\
 & \left. + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим волновую функцию, заданную посредством правых идеалов **групповой алгебры** заполнения:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Psi_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Psi_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Psi_z + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Psi_t = \\
 & = \begin{pmatrix} \Psi_x & \Psi_x & \Psi_x & \Psi_x \\ \Psi_y & \Psi_y & \Psi_y & \Psi_y \\ \Psi_z & \Psi_z & \Psi_z & \Psi_z \\ \Psi_t & \Psi_t & \Psi_t & \Psi_t \end{pmatrix} = \Psi.
 \end{aligned}$$

Сконструируем из нее левые идеалы алгебры заполнения, используя идемпотенты  $\Pi^i$ , подчиненные соотношениям  $\Pi^i \cdot \Pi^i = \Pi^i$ . Получим

$$\Psi^i = \left\{ \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_t & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_t & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} \right\}.$$

Пусть

$$\Psi_x = E_x + iB_x, \quad \Psi_y = E_y + iB_y, \quad \Psi_z = E_z + iB_z, \quad \Psi_t = 0.$$

Тогда уравнения динамики, записанные ранее, получают вид:

$$\begin{aligned}
 0 = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} \bar{\Psi}_x & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\Psi}_y & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\Psi}_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & \bar{\Psi}_x & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_y & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{\Psi}_x & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Psi}_y & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Psi}_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{\Psi}_x \\ 0 & 0 & 0 & \bar{\Psi}_y \\ 0 & 0 & 0 & \bar{\Psi}_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left. \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} =
 \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \bar{\Psi}_x + \frac{i}{c} \partial_t \Psi_x & \partial_z \bar{\Psi}_y + \partial_z \Psi_y & \partial_y \bar{\Psi}_z - \partial_y \Psi_z & 0 \\ \partial_z \bar{\Psi}_x - \partial_z \Psi_x & \frac{(-i)}{c} \partial_t \bar{\Psi}_y + \frac{i}{c} \partial_t \Psi_y & \partial_x \bar{\Psi}_z + \partial_x \Psi_z & 0 \\ \partial_y \bar{\Psi}_x + \partial_y \Psi_x & -\partial_x \bar{\Psi}_y - \partial_x \Psi_y & \frac{(-i)}{c} \partial_t \bar{\Psi}_z + \frac{i}{c} \partial_t \Psi_z & 0 \\ \partial_x \bar{\Psi}_x - \partial_x \Psi_x & \partial_y \bar{\Psi}_y - \partial_y \Psi_y & \partial_z \bar{\Psi}_z - \partial_z \Psi_z & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Так как

$$\bar{\Psi}_x = E_x - iB_x, \quad \bar{\Psi}_y = E_y - iB_y, \quad \bar{\Psi}_z = E_z - iB_z,$$

получим уравнения Максвелла в матричном виде:

$$0 = (2) \begin{pmatrix} -\frac{1}{c} \partial_t B_x & \partial_z E_y & -\partial_y E_z & 0 \\ -\partial_z E_x & -\frac{1}{c} \partial_t B_y & \partial_x E_z & 0 \\ \partial_y B_x & -\partial_x E_y & -\frac{1}{c} \partial_t B_z & 0 \\ -i \partial_x B_x & -i \partial_y B_y & -i \partial_z B_z & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что если дифференциальные или кодифференциальные уравнения заданы на основе подгрупп  $(a^i, b^i)$ , то волновые функции могут быть на основе использования многократного проектирования записаны на подгруппах  $(e^i, f^i)$  матричной группы  $V(4)$ . Действительно, пусть

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0 & \Psi_z & \Psi_y & \Psi_x \\ \Psi_z & 0 & \Psi_x & \Psi_y \\ \Psi_y & \Psi_x & 0 & \Psi_z \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z & 0 \end{pmatrix} = e^i \Psi_i.$$

Выполним систему проектирований вида

$$\alpha = (e(1)\Psi)\Pi(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \Psi_z & \Psi_y & \Psi_x \\ \Psi_z & 0 & \Psi_x & \Psi_y \\ \Psi_y & \Psi_x & 0 & \Psi_z \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, физическая модель электромагнитных явлений в форме Максвелла устроена так, что она способна ТРАНСФИНИТНО использовать разные подгруппы для динамических уравнений и для волновых функций.

Запишем эти же уравнения в форме, использующей правые идеалы алгебры заполнения физических моделей. Пусть

$$0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1) \left\{ \partial_x \begin{pmatrix} \bar{\Psi}_x & \bar{\Psi}_y & \bar{\Psi}_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( \partial_y \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\Psi}_x & \bar{\Psi}_y & \bar{\Psi}_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \left( \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\Psi}_x & \bar{\Psi}_y & \bar{\Psi}_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \left( \frac{(-i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\Psi}_x & \bar{\Psi}_y & \bar{\Psi}_z & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \\
 & + \left( \partial_x \begin{pmatrix} \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \left( \partial_y \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \left( \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \left. \left( \frac{i}{c} \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \\
 & = (1 \ 1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \bar{\Psi}_x + \frac{i}{c} \partial_t \Psi_x & -\partial_z \bar{\Psi}_x - \partial_z \Psi_y & \partial_y \bar{\Psi}_x - \partial_y \Psi_x & \partial_x \bar{\Psi}_x - \partial_x \Psi_x \\ \partial_z \bar{\Psi}_y + \partial_z \Psi_y & \frac{(-i)}{c} \partial_t \bar{\Psi}_y + \frac{i}{c} \partial_t \Psi_y & -\partial_x \bar{\Psi}_y - \partial_x \Psi_y & \partial_y \bar{\Psi}_y - \partial_y \Psi_y \\ -\partial_y \bar{\Psi}_z - \partial_y \Psi_z & \partial_x \bar{\Psi}_z + \partial_x \Psi_z & \frac{(-i)}{c} \partial_t \bar{\Psi}_z + \frac{i}{c} \partial_t \Psi_z & \partial_z \bar{\Psi}_z - \partial_z \Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =
 \end{aligned}$$

$$= (1 \ 1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} -\frac{i}{c} \partial_t B_x & -\partial_z B_y & \partial_y E_x & -i \partial_x B_x \\ \partial_z E_y & -\frac{i}{c} \partial_t B_y & \partial_x E_y & -i \partial_y B_y \\ -\partial_y E_z & \partial_x E_z & -\frac{i}{c} \partial_t B_z & -i \partial_z \Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (2).$$

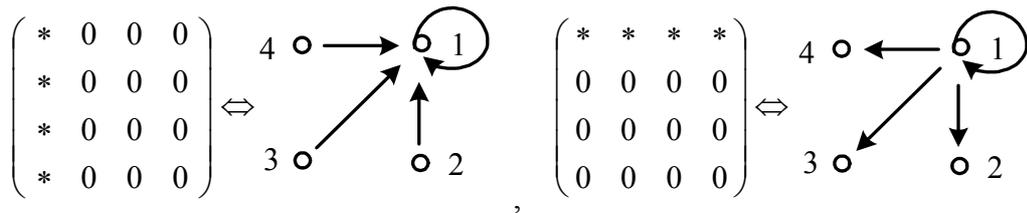
Введем сокращенные обозначения для уравнений, выраженных в форме правых и левых идеалов как  $A\Psi$  и  $\Psi A$ . Введем сумму данных выражений знаком  $\tilde{+}$ , полагая, что она образована сходными спинорными проекциями, задавая уравнения  $L\Psi$  в их обычной форме. Тогда

$$A\Psi \tilde{+} \Psi A \cong L\Psi.$$

Равенство понимается здесь в обобщенном смысле. Фактически мы определили гомоморфизм из категории физических моделей, заданных в форме левых и правых идеалов алгебры заполнения в категорию физических моделей, заданных векторными уравнениями. Гомоморфизм определен с точностью до константы, которую в рассматриваемом случае можно выбрать равной размерности многообразия  $M_{SS} = R^3 \times T^1$ .

**Заметим, что при записи уравнений Максвелла мы можем выбрать элементы матричной группы  $(I, a^k), (I, b^k)$ , что потребует использования 4-метрики Минковского и Евклида  $g^{ij} = \text{diag}(1,1,1,1), r^{ij} = \text{diag}(1,1,1,-1)$ . Если же взять  $(I, a^k), (I, -b^k)$ , то достаточно использовать только метрику  $g^{ij} = \text{diag}(1,1,1,1)$ . Мы обнаружили факт трансфинитного использования 4-метрики в модели электромагнитных явлений. Он может свидетельствовать о том, что проблема ограничения скоростей изначально придумана нами, не выражая ни формы, ни сути происходящих явлений.**

Попробуем прояснить физику принятого подхода. Легко видеть, что правые и левые идеалы основаны на матрицах, графы которых соответствуют наглядному образу притяжения или отталкивания. Действительно,



Если уравнения конструировать на идеалах одного типа, мы неизбежно выделяем только "притяжение" или только "отталкивание". Если же мы используем уравнения в единой форме с  $\tilde{+}$ , то притяжение и отталкивание используются на равных правах. Возможно, что при измерении параметров явления такая РАСЩЕПЛЕННОСТЬ влияний нивелируется приборами.

*Уравнения построены так, чтобы соответствовать показаниям приборов и потому их векторная и тензорная формы недостаточны для расшифровки картины и природы явлений.*

Спинорные проекции левых и правых  $G$ -модулей приближают уравнения к объективной реальности, графически раскрывая интуитивно ясное представление о притяжении и отталкивании.

Заметим, что уравнения Максвелла способны остаться неизменными при некоторой деформации элементов матричной группы. Действительно, так будет, если взять

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \xi_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi_0 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \zeta_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \zeta_3 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \zeta_0 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

$G$ -модули базируются на кватернионных единицах. Следуя Гамильтону они определены выражениями:

$$1 \cdot 1 = 1, \quad 1 \cdot i = i \cdot 1 = i, \quad 1 \cdot j = j \cdot 1 = j, \quad 1 \cdot k = k \cdot 1 = k, \quad i \cdot j = -j \cdot i = k,$$

$$i \cdot k = -k \cdot i = -j, \quad j \cdot k = -k \cdot j = i, \quad i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = -1.$$

Указанными свойствами обладают используемые нами мономиальные матрицы, обозначенные  $(a_i, b_i)$ :

$$i \begin{matrix} \nearrow a_1 \\ \searrow b_1 \end{matrix}, \quad j \begin{matrix} \nearrow a_3 \\ \searrow b_3 \end{matrix}, \quad k \begin{matrix} \nearrow a_2 \\ \searrow b_2 \end{matrix}.$$

Это легко проверить, так как

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что физические уравнения не сводятся к кватернионам, потому что в них используются не только вещественные числа, но и комплексные. Кроме этого, кватернионные единицы умножаются на матрицы.

Заметим, что уравнения в форме левых идеалов алгебры заполнения могут быть легко получены из уравнений для правых идеалов. Для этого достаточно транспонировать матрицы и переставить их местами.

Левые идеалы алгебры заполнения физической модели, если дополнить их соответствующими идемпотентами  $\Pi^i$ , задают 1-коциклы, так как

$$\varphi^i(x_1 x_2) = x_1 \varphi^i(x_2) + \varphi^i(x_1),$$

если  $x \in g_z$  и  $\varphi^i(x) = (x - I)\Pi^i$ . Следовательно, динамика явлений софистатна динамике 1-когомологий. Рассмотрим

$$a^k \partial_k \Psi^* + b^k \partial_k^* \Psi = 0, \quad a^k \partial_k^* \varphi^* + b^k \partial_k \varphi = \Phi.$$

Здесь

$$\Phi = \text{столбец} (2\rho U_x, 2\rho U_y, 2\rho U_z, -2i\rho).$$

Уравнения не изменятся, если выполнить замену  $A^i \leftrightarrow B^i$ . Аналогично динамические уравнения могут быть записаны через полусумму  $\sigma^i = 0.5(a^i + b^i)$  и полуразность  $\tau^i = 0.5(a^i - b^i)$ . Получим

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \\ & g^{\alpha\beta} \sigma_\alpha \partial_\beta \Psi^* + r^{\alpha\beta} \sigma_\alpha \partial_\beta \Psi = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{(i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \\ & g^{\alpha\beta} \tau_\alpha \partial_\beta \Psi^* + r^{\alpha\beta} \tau_\alpha \partial_\beta \Psi = 0. \end{aligned}$$

Матрицы  $(\sigma^i, \tau^i)$  являются генераторами трехмерных и четырехмерных вращений соответственно, образуя совокупно алгебру группы Лорентца. Их взаимные произведения отличаются от  $(\sigma^i, \tau^i)$ , что означает, что они не образуют группу. Иначе обстоит дело при использовании в физической модели матриц  $(a^i, b^i)$ . Они образуют группу, как показано в разделе 3.1, а также суперсимметричную алгебру. Происходит это потому, что взаимные произведения  $a^i \cdot b^j$  задают девять элементов  $e^i, c^i, f^i$ , образующих три подгруппы антикоммутиативного типа, для которых отличен от нуля каждый элемент  $\xi^i \cdot \xi^j + \xi^j \cdot \xi^i = \{\xi^i, \xi^j\} \neq 0$ . Поэтому запись уравнений Максвелла в разных подгруппах группы  $V(4)$  автоматически влечет за собой расширение симметрий, им соответствующих. При таком подходе следует считать, что группа Лорентца алгебраически неполна. Следовательно, допустимое расширение симметрии до группы  $V(4)$  означает, что электродинамика Максвелла описывает многообразие физических ситуаций, часть которых "охватывается" группой Лорентца, но *все многообразие явлений "шире" по своим физическим и симметричным свойствам*. Возникает предположение, что группа Лорентца "хороша" там, где происходят события, при которых несобст-

венная инерция имеет досветовые скорости, когда  $|\vec{u}| \leq c_0$ , если же  $|\vec{u}| > c_0$ , то нужны другие симметрии. Поэтому требуется *детальное рассмотрение всей совокупности возникающих вопросов.*

Запишем уравнения связи. Пусть

$$\begin{aligned}
 & i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \right\} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix} - i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \right. \\
 & + \left. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \right. \\
 & + \left. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \right\} \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \right. \\
 & + \left. \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$i\mu \left( b_k U^k \varphi^* - a_k U^k \varphi \right) = a_k U^k \Psi^* + b_k U^k \Psi, \quad i\varepsilon \left( b_k U^k \Psi^* - a_k U^k \Psi \right) = a_k U^k \varphi^* + b_k U^k \varphi.$$

Запишем всю систему в удобной аналитической форме. Для этого введем новые обозначения и величины. Пусть

$$\Psi^* = \bar{\Psi}, \quad \varphi^* = \bar{\varphi},$$

$$E_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1) = E,$$

$$r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1) = r_{\varepsilon\beta},$$

$$g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1) = g_{\alpha\beta},$$

$$n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0).$$

Уравнения электродинамики Максвелла для движущихся сред получают вид:

$$(D) \begin{cases} g^{\alpha\beta} a_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \bar{\Psi}) + r^{\alpha\beta} b_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \Psi) = 0, \\ r^{\alpha\beta} a_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \bar{\varphi}) + g^{\alpha\beta} b_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \varphi) = 2\Phi. \end{cases}$$

$$(L) \begin{cases} i\mu (r_{\alpha\beta} b^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\varphi} - g_{\alpha\beta} a^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \varphi) = \\ g_{\alpha\beta} a^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\Psi} + r_{\alpha\beta} b^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \Psi, \\ i\varepsilon (g_{\alpha\beta} b^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\Psi} - r_{\alpha\beta} a^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \Psi) = \\ = r_{\alpha\beta} a^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\varphi} + g_{\alpha\beta} b^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \varphi. \end{cases}$$

$$(S) \begin{cases} F_{\alpha\beta} = \frac{i}{2} g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta} (a^\gamma \Pi^\delta \bar{\Psi} - b^\gamma \Pi^\delta \Psi), \\ H_{\alpha\beta} = \frac{-i}{2} g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta} (a^\gamma \Pi^\delta \varphi - b^\gamma \Pi^\delta \bar{\varphi}). \end{cases}$$

С алгебраической точки зрения они просты, потому что базируются только на двух подгруппах с элементами  $(a^i, b^i)$ . Модель имеет отличительные черты:

- использование суммы "волновых функций", отнесенных к одному тензору;
- наличие пары метрик  $(g^{\alpha\beta}, r^{\alpha\beta})$ ;
- возможность прямого использования метрики Ньютона  $(n^{ij})$  в модели, что позволяет "скрыть" компоненты  $\Psi_i, \varphi_i$  волновых функций;
- единство конструкций, посредством которых задается структура  $S$ , динамика  $D$  и связи  $L$ .

Для динамических уравнений получаем

$$\varepsilon_{klts}^{ij} g^{kl} \varphi^r \gamma_i \partial_j (\Pi_p \Psi^p E^s) P.$$

Здесь  $\varepsilon_{klts}^{ij}$  - 6-индексный символ Кронекера;  $g^{rs}$  - четырехметрика;  $\varphi^k = (1, 1, 1, 1)$ ;  $\gamma_i$  - элементы  $(a_i, b_i)$ ;  $\partial_j$  - частные производные по координатам;  $\Psi^p$  - величины типа  $(E_x + iB_x, E_y + iB_y, E_z + iB_z, 0)$ ;  $E^l$  - четыре единичные матрицы

$$E^1 = E^2 = E^3 = E^4 = \text{diag}(1, 1, 1, 1);$$

величина  $P$  есть столбец из единиц.

Поля и индукции задаются аналогично, если вместо  $\partial_j$  использовать  $\Pi_j$ . Связи также соответствуют указанной конструкции при замене  $\partial_i \Rightarrow \sigma_{in} U^n$ , где  $U^n$  - четырехскорости.

**Динамические уравнения Максвелла, как и связи, заданы в форме GAG-модуля. Динамические уравнения есть структуры вида**

$$\varepsilon_{klts}^{ij} \{g^{kl} \bar{\varphi}^r a_i \partial_j (\Pi_p \bar{\Psi}^p E^s) + r^{kl} \varphi^r b_i \partial_j (\Pi_p \Psi^p E^s)\} P = 0,$$

**зависимые от дифференциальных операторов. Связи, выражаемые аналогично, зависят от кодифференциальных операторов. Понятно, что и те и другие уравнения будут продолжены, если во внимание принять операторы более высоких порядков, например, учесть ускорения.**

Уравнения Максвелла едины по форме с уравнениями Ньютона-Эйлера, они имеют одинаковые ростковые точки, задаваемые переменными  $\varepsilon_{klts}^{ij}, g^{kl}, r^{kl}$ , а также владеют всей системой деформаций.

## 1.10.1. Уравнения Максвелла без ограничения скорости в форме GAG-модуля

В этом случае, как показано в [21], необходимо использовать частично измененные обобщенные связи между полями и индукциями в виде,

$$\begin{aligned} \varepsilon E_x + \varepsilon \left( \frac{U_y}{c} B_z - \frac{U_z}{c} B_y \right) &= D_x + w \left( \frac{U_y}{c} H_z - \frac{U_z}{c} H_y \right), \\ \varepsilon E_y + \varepsilon \left( \frac{U_z}{c} B_x - \frac{U_x}{c} B_z \right) &= D_y + w \left( \frac{U_z}{c} H_x - \frac{U_x}{c} H_z \right), \\ \varepsilon E_z + \varepsilon \left( \frac{U_x}{c} B_y - \frac{U_y}{c} B_x \right) &= D_z + w \left( \frac{U_x}{c} H_y - \frac{U_y}{c} H_x \right), \\ \varepsilon (E_x U_x + E_y U_y + E_z U_z) &= D_x U_x + D_y U_y + D_z U_z, \\ \mu H_x + \mu \left( D_y \frac{U_z}{c} - D_z \frac{U_y}{c} \right) &= B_x + w \left( E_y \frac{U_z}{c} - E_z \frac{U_y}{c} \right), \\ \mu H_y + \mu \left( D_z \frac{U_x}{c} - D_x \frac{U_z}{c} \right) &= B_y + w \left( E_z \frac{U_x}{c} - E_x \frac{U_z}{c} \right), \\ \mu H_z + \mu \left( D_x \frac{U_y}{c} - D_y \frac{U_x}{c} \right) &= B_z + w \left( E_x \frac{U_y}{c} - E_y \frac{U_x}{c} \right), \\ \mu (H_x U_x + H_y U_y + H_z U_z) &= B_x U_x + B_y U_y + B_z U_z. \end{aligned}$$

В них входят величины

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)], \quad \vec{U} = (1-w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m.$$

Так как

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & w^{-1} & 0 \end{pmatrix} \dots$$

то углубление модели реализуется частично, что не меняет характеристических полиномов.

Здесь  $\vec{U}_{fs}$  - скорость первичного источника излучения,  $\vec{U}_m$  - скорость среды,  $n$  - показатель преломления,  $P_0 \approx 7 \cdot 10^4$  - константа. Имеем в матричном виде

$$i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \right\} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix} - i\mu \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \right. \\
 & + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \left. \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix} = w \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \right. \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & w^{-1} & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \frac{1}{w} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (i) \left. \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + w \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -w^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_x}{c} + \right. \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -w^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{U_y}{c} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \\ 0 & 0 & -w^{-1} & 0 \end{pmatrix} \frac{U_z}{c} + \frac{1}{w} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (-i) \left. \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = 0.
 \end{aligned}$$

Введем

$$G_{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, w^{-1}), \quad R_{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, -w^{-1}), \quad \tilde{a}^k = Q^{-1} a^k Q,$$

$$\tilde{b}^k = Q^{-1} b^k Q, \quad Q = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

Тогда

$$i\mu (b^k U_k^* \varphi^* - a^k U_k \varphi) = w G_{kn} (\tilde{a}_k U^n \Psi^* + \tilde{b}^k U^n \Psi).$$

Аналогично

$$i\varepsilon (b^k U_k \Psi^* - a^k U_k^* \Psi) = w R_{kn} (\tilde{a}_k U^n \varphi^* + \tilde{b}^k U^n \varphi).$$

Фактически мы используем 4-метрики  $r_{kn}$ ,  $R_{kn}$ ,  $g_{kn}$ ,  $G_{kn}$ , что усложняет ситуацию. Генераторы группы заполнения  $G_z$  меняются частично и только в связях. Этого достаточно для охвата опытных данных и новой информации о явлениях. Заметим, что идея обобщения связей между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $\tilde{H}^{ik}$  очевидно индуцируется тензорной ее формой

$$\tilde{H}^{ik} = a \sqrt{g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

потому что  $\tilde{H}^{ik}$  есть тензорная плотность веса (+1). Это требует изначального введения в физическую модель электромагнитных явлений элемента гомологической алгебры

$$g = \det |g_{ij}|.$$

Ситуации с  $g = \text{const}$ , согласно терминологии главы 2, соответствует вариант когомологически пассивной физической модели.

Электромагнитное поле принято описывать парой антисимметричных тензоров

$F_{mn}(\vec{E}, \vec{B}), H_{mn}(\vec{D}, \vec{H})$ , используя для этого пару кватернионных базисов.

Покажем, что возможно описание на основе симметричных тензоров. Действительно, введем величину

$$\Phi_{mn} = \frac{1}{2} e^i \Psi_i^* + \frac{1}{2} f^i \Psi_i = \begin{pmatrix} \alpha & E_z & E_y & -iB_x \\ E_z & \alpha & E_x & -iB_y \\ E_y & E_x & \alpha & -iB_z \\ -iB_x & -iB_y & -iB_z & \alpha \end{pmatrix}$$

Здесь

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ \alpha + i\beta \end{pmatrix}, \Psi^* = \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ \alpha - i\beta \end{pmatrix}$$

Выполним проектирование вида  $F_{mn}^* = \delta^{\alpha\beta\gamma} c^\beta \Phi_{c\alpha n} \Pi^\gamma$ , приняв

$$\Phi_{c\alpha n} = \Phi_{mn}, \alpha = 0, 1, 2, 3.$$

Получим, в частности

$$c^1 \Phi_{1mn} \Pi^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & E_z & E_y & -iB_x \\ E_z & \alpha & E_x & -iB_y \\ E_y & E_x & \alpha & -iB_z \\ -iB_x & -iB_y & -iB_z & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ -E_x & 0 & 0 & 0 \\ E_y & 0 & 0 & 0 \\ -iB_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

В итоге получим выражение

$$F^*_{mn} = \begin{pmatrix} \alpha & E_z & -E_y & -iB_x \\ -E_z & \alpha & E_x & -iB_y \\ E_y & -E_x & \alpha & -iB_z \\ iB_x & iB_y & iB_z & \alpha \end{pmatrix}$$

Запишем в матричном виде обобщенные уравнения Максвелла

$$\left\{ \begin{matrix} \partial_x \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ -E_z & 0 & 0 & 0 \\ E_y & 0 & 0 & 0 \\ -iB_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \partial_y \begin{pmatrix} 0 & E_z & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -E_x & 0 & 0 \\ 0 & -iB_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & -E_y & 0 \\ 0 & 0 & E_x & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & -iB_z & 0 \end{pmatrix} + \partial_\tau \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & iB_x \\ 0 & 0 & 0 & iB_y \\ 0 & 0 & 0 & iB_z \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$

При  $\alpha = 0$  отсюда следуют уравнения Максвелла стандартного вида. В общем случае уравнения обобщены. При  $\tau = ict$  получим выражения

$$\text{rot} \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \text{grad} \alpha = 0, \text{div} \vec{B} + \frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0,$$

$$\text{rot} \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 4 \frac{\pi}{c} \vec{j} + \text{grad} \sigma, \text{div} \vec{D} = 4\pi\rho + \frac{\partial \sigma}{\partial t}.$$

Эти уравнения схожи с теми, которые предлагаются при наличии магнитных зарядов. Поскольку  $\text{div}(\text{rot} \vec{E}) = 0$ , то получим волновое уравнение для величины  $\alpha$ :

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \nabla^2 \alpha = 0.$$

Аналогично получим из второй пары уравнений, что

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{c}{4\pi} \left( \nabla^2 \sigma + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} \right) = 0.$$

Предложенное обобщение приводит к изменению закона сохранения электрического заряда. Оно обусловлено «сплетением» антисимметричного тензора с симметричным. Из общих соображений мы вправе ожидать, что, как при изменении инерционных свойств электромагнитного поля, так и при влиянии на него гравитации могут происходить процессы с изменением электрического заряда. В рамках развиваемого подхода электрический заряд динамичен, он имеет механизмы управления и регулировки. Характерные скорости ожидаемых новых процессов имеют широкий диапазон значений. Только при скорости  $V_q = \sqrt{c}$  будут иметь место процессы с сохранением электрического заряда. Поскольку проще организовать всякие другие скорости, в реальной физической практике заряд является динамической величиной с некоторыми отклонениями от его **ОСРЕДНЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ**.

Для частиц света (нотонов) мы предлагаем модель, в которой нейтральные системы могут стать заряженными. Предполагается наличие положительных и отрицательных электрических и гравитационных зарядов. При этом в рецепторах нотонов реализуются скорости  $C_g = 10^9 C_0$ . Если изменение электрического заряда скореллировано с данной скоростью, то, по аналогии с выделением энергии при изменении массы, мы вправе ожидать выделение энергий порядка

$$\nabla E_g = b \nabla q C_g^2,$$

где  $b$  – некоторая постоянная. Мы подошли теперь теоретически вплотную к проблеме получения энергии за счет механизмов, основанных на преобразовании электрического заряда. Новые виды энергии могут быть получены без разрушения атомов и молекул. Они основаны на «кладах энергии», которые имеются внутри нотонов, электронов, протонов и других элементарных частиц.

### 1.10.2. Уравнения Максвелла в "фермионном" секторе

Уравнения Максвелла можно записать на подгруппах  $(e, f) \in V(4)$ , если использовать волновые функции

$$\begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ -\Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & -\Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $\Psi_x = E_x + iB_x$ ,  $\Psi_y = E_y + iB_y$ ,  $\Psi_z = E_z + iB_z$ ,  $\Psi_t = 0$ . Они получают посредством двойного проектирования с использованием подгруппы  $(C)$ , задавая

$$\Psi = \delta_{jk}^i k^j c^k \Psi_i$$

через сумму выражений типа

$$k^j c^k \Psi_i \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_x & -\Psi_x & \Psi_x & -\Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

в указанном случае соответствующих  $i = j = k = 1$ .

Моноид из элементов  $k^j$  имеет свойства:

$$k^j k^i = k^j = k^j \cdot k^j,$$

$$k^j k^i = k^i = k^i \cdot k^i.$$

Изменим  $\Psi$  посредством идемпотентов  $\Pi_i$ . Тогда

$$\Phi_i = \Psi \Omega_i \sim \begin{pmatrix} \Psi_x & -\Psi_x & \Psi_x & -\Psi_x \\ \Psi_y & \Psi_y & -\Psi_y & -\Psi_y \\ -\Psi_z & \Psi_z & \Psi_z & -\Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ -\Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Покажем, что уравнения Максвелла могут быть заданы в "фермионном" секторе группы  $V(4)$ , соответствующем  $(E, F)$ . Имеем, например,

$$e^i \partial_j \delta_i^{jk} \Phi_k + f^i \partial_j \delta_i^{jk} \bar{\Phi}_k = 0.$$

В матричном виде

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ -\Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \right. \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & -\Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ & + \left. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} \bar{\Psi}_x & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\Psi}_y & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{\Psi}_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & -\bar{\Psi}_x & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_y & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{\Psi}_x & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\Psi}_y & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Psi}_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_x \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_y \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$

Тогда, в частности,

$$\partial_y(\Psi_z + \bar{\Psi}_z) - \partial_z(\Psi_y + \bar{\Psi}_y) + \frac{i}{c} \partial_t(\Psi_x - \bar{\Psi}_x) = 0,$$

чему соответствует

$$\partial_y E_z - \partial_z E_y + \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \dots$$

Тензор  $F_{mn}$  выражается через  $(e^i, f^i)$ . Имеем

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Psi}_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\Psi}_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Psi}_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Psi}_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\Psi}_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_y \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{\Psi}_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Psi}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\Psi}_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{\Psi}_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \end{pmatrix} \Rightarrow F_{mn}. \end{aligned}$$

Аналогично дифференциальным уравнениям, с заменой частных производных от координат на их дифференциалы, запишутся связи между полями и индукциями.

Как можно видеть, для записи уравнений в одной подгруппе нужно усложнить волновые функции. Следовательно, физические явления а форме GAG-модулей имеют множество форм и "любят" моноидную симметрию, с удовольствием используют подгруппы, допускают и другие конструкции.

### 1.10.3. "Бозонная" и "фермионная" формы уравнений

Назовем "бозонной" формой уравнений вариант, когда физическая модель выражена через элементы подгрупп  $(A, B) \in V(4)$ . Тогда имеем условия

$$a_\mu a_\nu + a_\nu a_\mu = 2\delta_{\mu\nu} I, \quad b_\mu b_\nu + b_\nu b_\mu = 2\delta_{\mu\nu} I,$$

аналогичные используемым для матриц  $\gamma_\mu$  Дирака, так как  $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu} I$ .

"Бозонной" форме уравнений Максвелла соответствует волновая функция

$$\Psi = \text{столбец}(E_1 + iB_1, E_2 + iB_2, E_3 + iB_3, 0).$$

Все остальные элементы группы  $V(4)$ , с точностью до факторизации по группе  $Z_4$ , могут быть получены двумя способами. В первом способе произведениям матриц Дирака соответствует графическое изображение (рис. 1.14).

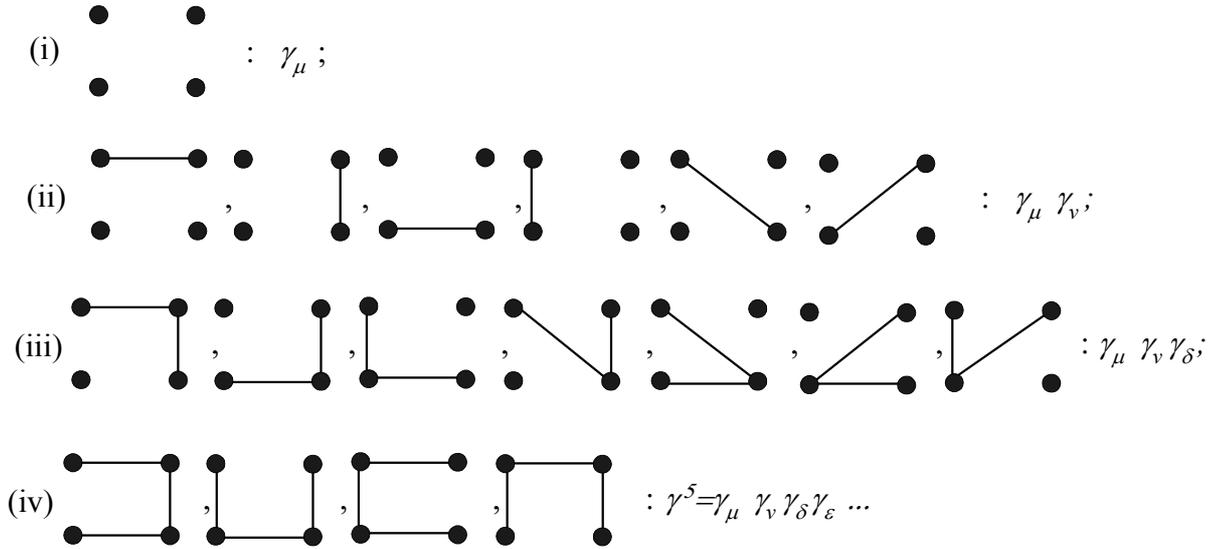
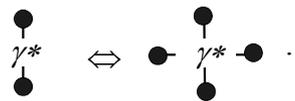


Рис. 1.14. Графическое произведение матриц Дирака

Всего получим 15 различных элементов. При дальнейшем продолжении цепочки произведений получим указанные элементы с двойными, тройными ... линиями. Когомологически они различны, если задать соответствие, при котором произведению элементов соответствует "ребро" четырехугольника и элементу соответствует его значение и сумма ребер. Тогда, например,

$$\gamma^* = \gamma_\delta \gamma_\mu \Leftrightarrow \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\delta,$$

что позволяет рассматривать  $\gamma^*$  с двумя и четырьмя нитями



Во втором способе все элементы группы  $V(4)$  могут быть получены из двух подгрупп с элементами  $(a^i, b^i)$ , используя только их взаимные произведения (рис. 1.15).

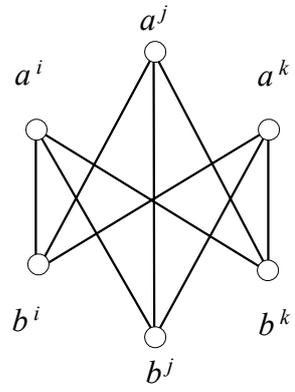


Рис. 1.15. Схема получения элементов группы  $V(4)$  из произведений  $a^i$  и  $b^i$

Из записи уравнений Максвелла в "фермионном" секторе, используя подгруппы  $(E, F)$ , следует, что для него допустим только второй способ графической интерпретации, так как условия  $e^i e^j - e^j e^i = 0$ ,  $f^i f^j - f^j f^i = 0$  индуцируют базис  $\Gamma^i$  типа Дирака, из четырех элементов, для которого  $\Gamma^i \Gamma^j - \Gamma^j \Gamma^i = 0$ , например  $\Gamma^i = \{e^i, f^i, c^2, I\}$ , где  $I$  образовано из квадратов других элементов  $I = \xi_j^2$ . Как уже предполагалось ранее, это может быть связано с тем, что каждая из форм является предпочтительной в "своей" ситуации. Возможно, "фермионный" сектор лучше описывает электромагнитные явления, происходящие при сверхсветовых скоростях.

#### 1.10.4. Новые метрики в электродинамике

Выражения

$$\Psi_1 = E_x + iB_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} + i \frac{\partial A_z}{\partial y} - i \frac{\partial A_y}{\partial z},$$

$$\Psi_2 = E_y + iB_y = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} + i \frac{\partial A_x}{\partial z} - i \frac{\partial A_z}{\partial x},$$

$$\Psi_3 = E_z + iB_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} + i \frac{\partial A_y}{\partial x} - i \frac{\partial A_x}{\partial y},$$

$$\bar{\Psi}_1 = E_x - iB_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} - i \frac{\partial A_z}{\partial y} + i \frac{\partial A_y}{\partial z},$$

$$\bar{\Psi}_2 = E_y - iB_y = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} - i \frac{\partial A_x}{\partial z} + i \frac{\partial A_z}{\partial x},$$

$$\bar{\Psi}_3 = E_z - iB_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} - i \frac{\partial A_y}{\partial x} + i \frac{\partial A_x}{\partial y},$$

использованные для записи уравнений Максвелла в форме GAG-модуля, допускают алгебраическое представление. Действительно, имеем

$$\begin{pmatrix} -\partial_\tau & -i\partial_z & i\partial_y & -i\partial_x \\ i\partial_z & -\partial_\tau & -i\partial_x & -i\partial_y \\ -i\partial_y & i\partial_x & -\partial_\tau & -i\partial_z \\ i\partial_x & i\partial_y & i\partial_z & -\partial_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ -i\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -\partial_\tau & i\partial_z & -i\partial_y & -i\partial_x \\ -i\partial_z & -\partial_\tau & i\partial_x & -i\partial_y \\ i\partial_y & -i\partial_x & -\partial_\tau & -i\partial_z \\ i\partial_x & i\partial_y & i\partial_z & -\partial_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ -i\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\Psi}_1 \\ \bar{\Psi}_2 \\ \bar{\Psi}_3 \\ \bar{\Psi}_4 \end{pmatrix}.$$

**Заметим, что четырехпотенциалы можно выразить через систему величин вида**

$$A_x = \partial_x \varphi_1, A_y = \partial_y \varphi_2, A_z = \partial_z \varphi_3, A_0 = \partial_\tau \varphi_0.$$

**Тогда выражение**

$$\begin{pmatrix} -\partial_\tau \partial_x \varphi_1 & -i\partial_z \partial_y \varphi_2 & i\partial_y \partial_z \varphi_3 & -i\partial_x \partial_\tau \varphi_0 \\ i\partial_z \partial_x \varphi_1 & -\partial_\tau \partial_y \varphi_2 & i\partial_x \partial_z \varphi_3 & -i\partial_y \partial_\tau \varphi_0 \\ -i\partial_y \partial_x \varphi_1 & i\partial_x \partial_y \varphi_2 & -\partial_\tau \partial_z \varphi_3 & -i\partial_z \partial_\tau \varphi_0 \\ i\partial_x \partial_x \varphi_1 & i\partial_y \partial_y \varphi_2 & i\partial_z \partial_z \varphi_3 & -\partial_\tau \partial_\tau \varphi_0 \end{pmatrix}$$

становится аналогом нелинейной волновой функции, используемой в механике идеальной жидкости, заданной в касательном расслоении, что индуцирует незамкнутые уравнения электродинамики третьего порядка. Такой подход позволяет качественно по-новому взглянуть на проблему синтеза электродинамики и механики. Действительно, динамика механических процессов разыгрывается в кокасательном расслоении, а электромагнитных процессов в касательном расслоении. По этой причине механика и электродинамика фундаментально дополняют друг друга.

На основе  $(a^i, b^i) \in V(4)$  получаем две возможности анализа уравнений электродинамики через четырехпотенциалы  $A_\xi$ . Можно, во-первых, взять

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \equiv \Psi_4,$$

как стандартное калибровочное условие. Можно, во-вторых, считать, что  $\Psi_4 \neq 0$ , но использовать "ньютоновскую" метрику. Она ограждает  $\Psi_4$  от экспериментального анализа. В обоих вариантах есть свои преимущества. Для уравнений вида

$$\begin{aligned} [(-ib^1 \partial_1 - ib^2 \partial_2 - ib^3 \partial_3) - E \partial_\tau][A] &= [\Psi], \\ [(ia^1 \partial_1 + ia^2 \partial_2 + ia^3 \partial_3) - E \partial_\tau][A] &= [\bar{\Psi}] \end{aligned}$$

имеем метрики

$$l^{ij} = (-i, -i, -i, -1), \quad m^{ij} = (+i, +i, +i, -1),$$

введенные для группы  $G_f$  операцией  $\bowtie$ . Четырехпотенциал  $A_\xi$  свидетельствует, что для него возможно трехмерное пространство, которое комплексно и неевклидово, так как матрицы  $(a^i, b^i) \in G_z$  можно выбрать с любым сочетанием знаков (+, -). В этом есть свой резон. По-видимому, *каждому уровню объектов и явлений (а потому и физической модели) соответствует "свое" пространство-время, свойства и черты которого могут быть скрыты.*

Соотношения

$$\varepsilon_{klmn}^{ij} g^{kl} l^{mn} b_i \partial_j [A], \quad \varepsilon_{klmn}^{ij} g^{kl} m^{mn} a_i \partial_j [A]$$

задают стандартное калибровочное условие при использовании метрики Минковского  $g^{kl}$ . Соотношения

$$\varepsilon_{klmn}^{ij} \hat{n}^{kl} l^{mn} b_i \partial_j [A], \quad \varepsilon_{klmn}^{ij} \hat{n}^{kl} m^{mn} a_i \partial_j [A]$$

задают те же уравнения, но при условии  $\Psi_4 \neq 0$ . Для четырехпотенциалов  $A_\xi$  в электродинамике пригодны и группа Лорентца и группа Галилея, они дополняют друг друга.

Из анализа уравнений классической электродинамики в их спинорной форме мы приходим к предположению что частицы света – **НОТОНЫ**- являются реальной физической основой для создания элементарных частиц. Из нотонов могут быть созданы и электроны и нуклоны, которых «достаточно» для образования атомов и молекул вещества. Макроскопические тела созданы из атомов и молекул. Морфологически мы охватили тремя фразами три уровня материи. Возникает предположение, что установленное физическое единство материи, базирующееся на исходных элементах, содержащихся в нотонах, софистатно математическому единству не только в том смысле, что и явления и конструкции базируются на единой матричной группе, но и в том смысле, что едины общие принципы и правила их описания независимо от изучаемого уровня материи.

Поэтому можно ожидать, что уравнения электродинамики индуцируют математическую основу для уравнений механики. Это действительно так, если использовать выражения для электрического и магнитного полей в форме тензора второго ранга. Так, если рассмотреть плотность силы Лорентца, действующей на заряд в форме выражения, то получим цепочку формул по [Аржаных]:

$$f_\nu = \frac{F_\nu}{q} = E_\nu + \frac{v^\mu}{c} H_{\nu\mu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial \tau} + \frac{\partial K}{\partial x^\nu} + \left( \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} \right) \dot{x}^\mu = \frac{d}{dt} \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{x}^\nu} - \frac{\partial \Lambda}{\partial x^\nu}.$$

С одной стороны, выражения для потенциалов соответствуют уравнениям Фарадея, с другой стороны, они индуцируют уравнения Лагранжа-Гамильтона. Принимая софистатность электродинамики и механики, мы вправе считать, что это вариационно единые конструкции с разными выражениями для лагранжиана. В этом смысле невозможно сказать, какие из них более фундаментальны. С физической точки зрения так и должно быть, если в основу динамики заложены единые правила и если динамика обусловлена движениями некоторых единых элементарных составляющих.

## 1.11. ВАРИАНТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ИНЕРЦИИ

*Показано, что учесть динамику инерции электромагнитного поля можно разными способами.*

### 1.11.1. Физический алгоритм

Сущность его состоит в том, что выполнено разделение инерции электромагнитного поля на собственную и несобственную части. Несобственная инерция нелинейно зависит от введенной новой физической величины, названной отношением  $w$ . Она управляет трансформацией скорости поля

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) \left[ (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m \right],$$

которая зависит от

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)].$$

Ввести  $w$  и  $\vec{u} = \vec{u}(w, \vec{u}_m, \vec{u}_{fs})$  в уравнения Максвелла можно через векторные связи между полями и индукциями, не используя ни метрики Минковского, ни группы Лорентца. Так выполняется расширение физической модели без изменения динамических уравнений. Основное внимание уделяется физическим факторам в предположении, что ранее в модели не все было учтено и что необходимо нелинейное по  $w$  изменение теории с явным учетом в ней скорости движения источника излучения. Сохранено представление об абсолютной длине и времени, соответствующее модели Ньютона.

Заметим, что для собственной инерции поля показатель преломления  $n$  управляет скоростью, задавая величину  $c/n$  и потому  $n$  аналогичен  $w$ . Тензор  $\varepsilon^{ij} = \mu^{-1/2} \text{diag}(1, 1, 1, \mu\varepsilon)$  аналогичен  $g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ . Следовательно, *собственная инерция уже давно подсказывала структуру несобственной инерции*. Этот факт подтверждает точку зрения Лейбница, что покой есть частный случай движения.

### 1.11.2. Обобщенный тензорный алгоритм

Он имеет в качестве исходной позиции предположение, что поля  $F_{mn}$  и индукции  $H^{ik}$  связаны тензором  $\Omega^{im}$ :

$$H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

где  $\Omega^{im} = a \tilde{g}^{im} + b \tilde{u}^i \tilde{u}^m$ ,  $u^i = \frac{dx^i}{dg}$ ,  $dg^2 = g_{im} dx^i dx^m$ . Тогда, используя асимптотику, соответствующую скорости  $\vec{u} = 0$ , получено выражение для "метрического тензора" проявлений инерции:

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w),$$

где  $w$  - свободный параметр теории, а выражение для четырехскорости не определено. Полагая, что

$$u^i = (1-w) u_{fs}^i + w u_m^i,$$

а также выбирая

$$a = \frac{1}{\sqrt{\mu}}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{\varepsilon \mu}{w} - 1 \right),$$

мы получаем тензор  $\Omega^{im}$ , дающий соответствие с физическим алгоритмом анализа инерции. При таком подходе нет необходимости рассматривать  $g_{ij}$  как метрику пространства-времени. Она является тензором, необходимым для вывода связей между полями и индукциями, что позволяет рассматривать физические явления в  $R^3 \times T^1$  и анализировать их в рамках абсолютного времени и абсолютной длины. "Метрику" можно получить иначе: ввести конформный множитель  $\varphi$  в каноническую метрику Минковского

$$\hat{g}^{ij} = \varphi \operatorname{diag}(1, 1, 1, 1),$$

а затем выполнить эквивалентные преобразования, которые сохраняют "объем событий". Тогда получим

$$\tilde{g}^{ij} = \operatorname{diag}(1, 1, 1, \varphi^4 \cdot 1).$$

Полагая

$$\varphi^4 = w,$$

имеем вариант, проанализированный в разделе 1.3, свидетельствующий о том, что *конформная метрика может рассматриваться как "источник" отношения – фактора, динамически меняющего несобственную инерцию калибровочного поля.*

### 1.11.3. Алгоритм представлений групп

Полагая, что физическая модель может быть с достаточной полнотой охвачена теорией представления групп, примем точку зрения, что динамике инерции поля соответствуют нелинейные представления группы  $GL(4, R)$ . Для кинематического описания соотношения параметров, без учета их динамики, считаем достаточными линейные представления  $GL(4, R)$ , допуская, что для всех возможных пар состояний поля найдется элемент группы, связывающий их.

Построим нелинейное представление  $G=GL(4, R)$  стандартным образом, используя функции на фактор-группе  $G/H$ , где  $H$  – нормальная подгруппа группы  $G$ . Для линейной группы, как хорошо известно,  $H=SL(4, R)$ . Тогда

$$\lambda_g = \det g \in G/H$$

есть гомоморфизм группы  $GL(n, R)$  в группу  $R_0^1$  действительных чисел, не равных нулю. Установим соответствие  $w = \lambda_g$ , полагая, что мы получаем новый физический фактор модели, учитывающей динамику несобственной инерции электромагнитного поля. Задавая зависимость  $\vec{u} = \vec{u}(\lambda_g, \vec{u}_{fs}, \vec{u}_m)$ , а также дополнительно используя  $\lambda_g$  как весовую функцию, мы имеем обобщенные связи между полями и индукциями, которые могут быть соотнесены как к физическому, так и к тензорному алгоритму. Следовательно, истоки теории, задающей динамику несобственной инерции поля, можно искать в нелинейных представлениях групп.

### 1.11.4. Алгебраический алгоритм

Согласно ему, мы изначально записываем уравнения физической модели в главном расслоенном (по  $G_a$  и  $G_b$ ) оснащенной многообразии, используя полученные в главе 3 выражения для векторных полей

$$Q_* = \varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} \varphi^r X_i \partial_j (\delta_{mn} Y^m \Psi^n P^s)$$

и дифференциальных 1-форм со значениями в алгебре Ли группы  $V(4)$

$$Q^* = \varepsilon_{klrs}^{ij} p^{kl} \Phi^r \sigma_m \sigma_{jn} X^m dx^n (\delta_{\sigma q} Y^\sigma \Psi^q P^s),$$

где  $(\partial_j, dx^n)$  - базовые векторы и ковекторы многообразия  $M$ ;  $(X_i, Y^m)$  - реперы (образующие) структурных групп или моноидов;  $\Psi^n$  - компоненты волновых функций.

Чтобы получить согласование с опытом, следующее из физического алгоритма анализа динамики инерции, в этом варианте необходимо поступить так:

- а) считать, что величины  $p^{kl}$  могут меняться и ввести в них зависимость от  $w$ ;
- б) изменения выполнить только в связях и они должны быть *частичными*;
- в) от дифференциалов  $dx^n$  перейти к четырехскоростям  $dx^k \Rightarrow u^k = dx^k/dp$ ;
- г) ввести в уравнения зависимость типа  $u^i = u^i(w, u_{fs}^i, u_m^i)$ .

Следовательно, при учете алгебраической структуры физической модели можно придти к реальному соотношению с практикой только после выполнения дополнительных условий, которые не всегда ясны и не всегда просты. Однако этот путь представляется общим. Принципиально ново в нем то, что одни элементы модели могут меняться, а другие оставаться неизменными, что зависит от их роли и места в теории.

#### 1.11.5. Когомологический алгоритм

Следуя де Раму, введем нульмерную группу когомологий дифференциальных форм  $H^0(u)$ , которая задается 0-формами - скалярными функциями  $w$ , полагая, что так всегда нужно делать, если необходимо описать динамику несобственной инерции электромагнитного поля. 0-формы заданы на многообразии  $M$ , в котором рассматривается явление. Каждая его точка  $x_0 \in u$  может рассматриваться как нульмерный цикл. Если две точки  $x_0$  и  $x_1$  принадлежат одной и той же односвязной области пространства  $M$ , то соответствующие нульмерные циклы гомологичны друг другу. Это справедливо потому, что путь  $x_t, 0 \leq t \leq 1$ , соединяющий  $x_0$  и  $x_1$ , можно рассматривать как одномерную поверхность, граница которой есть  $x_1 - x_0$ . Тогда функции  $w = (0 \div 1]$  образуют группу, изоморфную  $R_0^1$  в интервале  $(0 \div 1]$ . Она может использоваться для превращения  $S$ -симметрии в  $SH$ -симметрии (симметрии активного типа), если их задать зависящими от физических параметров, как это делается в физическом алгоритме анализа (глава 2), как для аддитивных, так и для мультипликативных групп.

Аналогично группа  $H^0(g, A)$  может быть определена для группы  $G$  и модуля  $A$ , задавая группу когомологий Хохшильда. При таком подходе мы фактически признаем, что динамикой несобственной инерции электромагнитного поля "управляет" нульмерная группа когомологий Рама или нульмерная группа когомологий Хохшильда. Понятно, что они должны быть определены таким образом, чтобы их можно было использовать в конкретной физической модели. Новизна здесь состоит в том, что предполагается подчинение групп когомологий динамическим уравнениям с явной зависимостью от физических параметров конкретной задачи. Нахождение уравнений динамики когомологий и присоединение их к модели, описывающей поведение поля, является самостоятельной и сложной проблемой. Согласно разделу 1.3 скорость  $\vec{u}_{fs}$  динамически способна перейти в частоту  $\omega$ , что означает *топологический учет движений электромагнитного поля*.

## 1.11.6. Дифференциально-геометрический алгоритм

Примем точку зрения, что частицы с нулевым зарядом, следуя концепции Эйнштейна, подчиняются несобственной силе (раздел 1.4.1), имеющей дифференциально-геометрическую природу, которая проявляется себя в физической модели через метрику  $g_{ij}$  и связность  $\Gamma_{jk}^i$ . Эти величины задают поведение управляющего воздействия - инерции поля, формируя, согласно главе 3, пространство событий  $SE$ . Построим его по аналогии с ньютоновским пространством  $R^3$  и абсолютным временем  $T^1$ , полагая, что их можно соединить в единый четырехмерный комплекс, как это предложил Минковский, однако при произвольной связи  $R^3$  и  $T^1$ . Тогда имеем, например, метрику событий  $SE$  в виде  $\tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ . Понятно, что этого мало. Дополнительно нужно найти место  $\tilde{g}^{ij}$  в физической модели, как это сделано в разделе 1.3. Корректность выбора  $(\tilde{g}^{ij}, \tilde{\Gamma}_{jk}^i)$  следует проверять из согласования решений обобщенной модели с опытом.

Следовательно, *существует много вариантов и возможностей учета динамики несобственной инерции поля в физической модели. Их выбор обычно диктуется дополнительными условиями, которые нужно принять во внимание, чтобы достичь полноты расчетов и ясности в понимании их результатов.*

## 1.12. ДВУХТЕНЗОРНОСТЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

*Рассмотрены физические и математические аспекты представления электромагнитного поля парой тензоров. Показано, что на этой основе учитывается различие конструкций, участвующих в структуре света и движений, им соответствующих.*

Легко видеть, что тензоры и индукции электромагнитного поля

$$F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & E_z & -E_y & iB_x \\ -E_z & 0 & E_x & iB_y \\ E_y & -E_x & 0 & iB_z \\ -iB_x & -iB_y & -iB_z & 0 \end{pmatrix}, H^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}$$

образованы на алгебре матриц

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\beta_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \beta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \beta_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

задающих 4-мерные и 3-мерные вращения соответственно. Векторы  $\vec{E}, \vec{H}$  с одинаковыми знаками присоединены к матрицам  $\beta_i$ , векторы  $\vec{B}, \vec{D}$  с разными знаками присоединены к матрицам  $\alpha_i$ , что свидетельствует об их разной ориентации. Уравнения Максвелла

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{div}\vec{B} = 0, \text{rot}\vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \text{div}\vec{D} = 0$$

выражаются через *пару* четырехпотенциалов

$$F_{mn} = \partial_m a_n - \partial_n a_m, H_{mn} = \partial_m \beta_n - \partial_n \beta_m$$

с векторами

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{a}, \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} - \nabla \varphi, \vec{D} = \nabla \times \vec{\beta}, \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial t} + \nabla \psi$$

и с *парой* скалярных функций  $\varphi, \psi$ , определенных с точностью до знака. Уравнения Максвелла можно записать соответственно как

$$\partial_k F^{ik} = 0, \partial_k H^{ik} = 0.$$

Заметим, что четырехпотенциалы задаются неоднозначно. Уравнения Максвелла можно записать также в матричном виде через левые идеалы алгебры заполнения  $G_z$ . Для тензора  $F_{mn}$  получим

$$\left\{ \partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -E_z & 0 & 0 & 0 \\ E_y & 0 & 0 & 0 \\ -iB_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \partial_y \begin{pmatrix} 0 & E_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -E_x & 0 & 0 \\ 0 & -iB_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & -E_y & 0 \\ 0 & 0 & E_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -iB_z & 0 \end{pmatrix} + \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & iB_x \\ 0 & 0 & 0 & iB_y \\ 0 & 0 & 0 & iB_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} = 0$$

Генератор  $E$  группы  $G_z$  равноправно используется для всех пространственно-временных координат. Введем связь  $F^{ik} = i\varepsilon^{ikmn} F_{mn}$ , используя постоянный тензор, компоненты которого равны нулю, если любые индексы совпадают и равны (+1) или (-1) в зависимости от четности подстановки индексов. Для нулевых токов  $\vec{j}$  и плотностей зарядов  $\rho$  аналогичную связь можно ввести для тензора индукций. Если же  $\vec{j}, \rho$  не равны нулю, нужна связь, в которой  $H^{ik}, H_{mn}$  связаны переменным тензором, соответствующим условиям

$$H^{ik} = \theta^{ikmn} H_{mn}, \theta^{ikmn} = \theta^{ikmn}(x, y, z, t).$$

Мы видим, что пара антисимметричных тензоров  $H^{ik}, H_{mn}$  связана симметричным тензором  $\theta^{ikmn}$ . Возможна зависимость

$$H^{ik} = 0,5(\Lambda^{im} \Lambda^{kn} - \Lambda^{in} \Lambda^{km}) H_{mn}.$$

Она будет аналогична по форме той связи, которая обычно используется для связи полей и индукций:

$$\tilde{H}^{ik} = 0,5\tilde{\sigma}(\Omega^{im} \Omega^{kn} - \Omega^{in} \Omega^{km}) F_{mn},$$

Мы знаем, что выражения для  $\Omega^{im}$  следует находить, используя систему дополнительных физических условий, которые конкретны и индивидуальны в каждой задаче. Однако в обоих указанных случаях "метрики"  $\Lambda^{im}, \Omega^{im}$  будут подчинены уравнениям Эйнштейна

$$R^{ij} - \frac{1}{2}\xi^{ij} R = 0$$

с тензором энергии-импульса  $T^{ij}$ , равным нулю. Мы понимаем, что связи могут быть существенно более сложными, когда тензор  $T^{ij}$  ненулевой.

Используя антикватернионы алгебры заполнения  $G_z$ , введем матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На их основе сконструируем симметричные тензоры с нулевым шпуром. Получим, например

$$G_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & P_z & P_y & iS_x \\ P_z & 0 & P_x & iS_y \\ P_y & P_x & 0 & iS_z \\ iS_x & iS_y & iS_z & 0 \end{pmatrix}, Q_{mn} = \begin{pmatrix} 0 & R_z & R_y & -iL_x \\ R_z & 0 & R_x & -iL_y \\ R_y & R_x & 0 & -iL_z \\ -iL_x & -iL_y & -iL_z & 0 \end{pmatrix}.$$

Введем новую операцию  $rot\vec{\gamma} = \hat{\nabla} \times \vec{\gamma}$  в виде

$$\hat{\nabla} \times \vec{\gamma} = \vec{i}(\partial_y \gamma_z - \partial_z \gamma_y) + \vec{j}(\partial_x \gamma_z - \partial_z \gamma_x) + \vec{k}(\partial_x \gamma_y - \partial_y \gamma_x).$$

Рассмотрим уравнения, аналогичные уравнениям Максвелла, заменив обычный ротор на симметричный, введенный нами:

$$\hat{\nabla} \times \vec{P} = \frac{1}{c_g} \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}, \text{div} \vec{S} = 0, \hat{\nabla} \times \vec{R} = -\frac{1}{c_g} \frac{\partial \vec{L}}{\partial t}, \text{div} \vec{L} = 0$$

Если принять условия

$$\vec{S} = \hat{\nabla} \times \vec{\gamma}, \vec{P} = \frac{1}{c_g} \frac{\partial \vec{\gamma}}{\partial t}, \vec{L} = \hat{\nabla} \times \vec{\delta}, \vec{R} = -\frac{1}{c_g} \frac{\partial \vec{\delta}}{\partial t},$$

то первые уравнения удовлетворятся тождественно. Принятые условия соответствуют симметричным тензорам

$$G_{mn} = \partial_m \gamma_n + \partial_n \gamma_m, Q_{mn} = \partial_m \delta_n + \partial_n \delta_m$$

с дополнительными условиями. Уравнения для дивергенций задают ограничения вида

$$\partial^2_{xy} \gamma_z + \partial^2_{xz} \gamma_y + \partial^2_{yz} \gamma_x = 0, \partial^2_{xy} \delta_z + \partial^2_{xz} \delta_y + \partial^2_{yz} \delta_x = 0.$$

Если принять условие  $\vec{\gamma} = \nabla \xi, \vec{\delta} = \nabla \eta$ , то получим

$$\partial^3_{xyz} \xi = 0, \partial^3_{xyz} \eta = 0.$$

Они дают классы решений. Можно предположить, что они описывают конструкции. Действительно, решение

$$\xi = a\varphi_1(x, y) + b\varphi_2(z, y) + c\varphi_3(x, z)$$

владеет, в частности, вариантом

$$\xi = axy + byz + cxz,$$

задавая некоторую систему площадей. Если же принять связи  $\vec{S} = p\vec{R}, \vec{L} = q\vec{P}$ , то получим уравнения

$$\hat{\nabla} \times \vec{P} = \frac{p}{c_g} \frac{\partial \vec{R}}{\partial t}, \hat{\nabla} \times \vec{R} = \frac{q}{c_g} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}.$$

Дифференцируя второе уравнение по времени и используя первое, мы получим аналог волнового уравнения для конструкций. Действительно, если  $\text{div} \vec{P} = 0$ , то выполняются уравнения вида

$$(-\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2 - \frac{pq}{c_g^2} \partial_t^2) E_x = 0,$$

$$(\partial_x^2 - \partial_y^2 + \partial_z^2 - \frac{pq}{c_g^2} \partial_t^2) E_y = 0,$$

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2 - \partial_z^2 - \frac{pq}{c_g^2} \partial_t^2) E_z = 0.$$

Возникает предположение, что дополнение антисимметричных полей их симметричными аналогами мы можем описать не только параметры явлений, но и параметры конструкций, участвующих в процессах.

### 1.13. ПОКОЯЩИЙСЯ СВЕТ

*Проанализирована возможность описания остановки света средствами классической электродинамики Максвелла.*

Факты все больше свидетельствуют о том, что частицы и поля изготовлены из одних и тех же составляющих, отличаясь лишь способом соединения их в единую конструкцию и характером реализуемых движений (как механического, так и немеханического вида). Однако есть одно обстоятельство, по которому различие частиц и полей кажется непреодолимым. Частицы могут покоиться относительно некоторой "выделенной" области или точки, электромагнитные поля *не владеют* покоем, как свидетельствует общепринятая теория. Покажем, что такое разделение может оказаться придуманным, в реальной жизни его может не быть.

#### А) Формальная остановка света

Примем точку зрения, что покою соответствует неизменность во времени некоторой системы величин, ассоциированных с электромагнитным полем. В уравнениях Максвелла этого можно достичь, если принять физическое предположение, что внутри атома или молекулы могут быть созданы условия для остановки света, подчиняющегося уравнениям Максвелла. Тогда в теорию следует ввести величину, которая управляет таким поведением света. Поскольку в электродинамике все участия задаются скалярным полем, введем новое скалярное поле  $\sigma$  для характеристики состояний и событий внутри атома или молекулы.

Изменим уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{\sigma c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{\sigma c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 4\pi \rho, \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \dots \end{aligned}$$

Если допустить значение  $\sigma = 0$ , то эти уравнения способны описать состояние покоящегося света. Величины  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$  становятся постоянными, а скорость, согласно выражению, полученному в книге, вида

$$\vec{v}_g = \sigma \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) \left[ (1-w) \vec{u}_{fs} + w \vec{u}_m \right],$$

будет зависеть от скорости движения атома материи, содержащего свет. Симметрия уравнений, предложенных для анализа, известна. Она задается преобразованиями

$$\begin{aligned} dx' &= \frac{dx - v dt}{\left(1 - \sigma \frac{n^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - \sigma n^2 \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \sigma \frac{n^2}{c^2}\right)^{1/2}}. \end{aligned}$$

При  $\sigma = 0$  мы получим группу Галилея, которая задает единое время для системы инерциальных наблюдателей.

#### Б) Физические аспекты остановки света

Согласно подходу, принятому в книге, атомы света образованы из частиц четырех типов, связанных между собой. Примем идею их взаимной остановки. Тогда обнаруживаются *четыре* вида состояний:

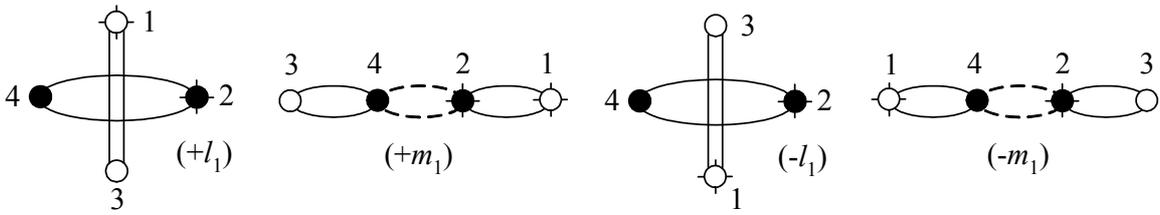


Рис.1.16. Канонические состояния покоящегося света

Поскольку атом света электрически и гравитационно нейтрален, мы вправе предположить, что указанные состояния соответствуют электрическим и гравитационным "плюс" и "минус" зарядам. Легко видеть, что различие в знаке для "поперечных" – электрических и "продольных" – гравитационных зарядов обусловлено знаком перестановки частиц, из которых они образованы. Если это предположение верно, то *атом света* является конструкцией с удивительным качеством: он способен к трансформации одного типа заряда в другой, реализуя также изменение знаков заряда. Механизм

$$(\pm l) \Leftrightarrow (\pm m)$$

может составлять сущность всех тех процессов, которые наиболее важны для практического владения новыми формами концентрации и преобразования энергии. Единство гравитации и электромагнетизма выражается тогда теорией электромагнитного поля, но его нужно корректно раскрыть.

В) Комбинаторика сплетения конструкций

Используем факт, что электромагнитное поле двухтензорное. Чтобы учесть это, введем еще одну четверку объектов, иначе обозначив их, полагая  $\bigcirc \rightarrow \square$  и т.д.

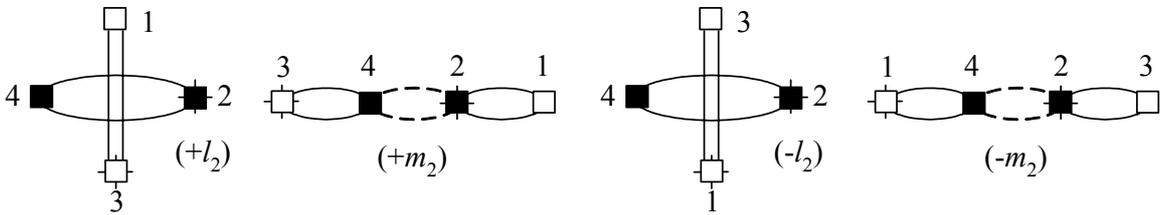
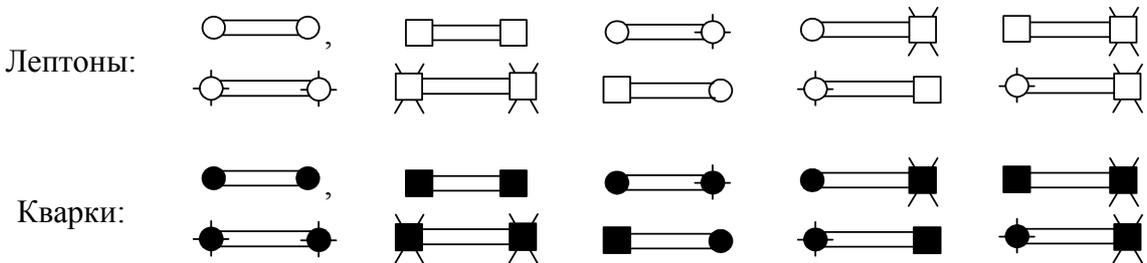


Рис.1.17. Новые канонические состояния покоящегося света

Рассмотрим теперь число поколений лептонов и кварков, полагая, что они образованы согласно комбинаторике соединения светлых и темных пар. Получим *десять* вариантов.



Для их взаимодействия между собой могут использоваться они сами. Другой механизм основан на "смесях" из частиц разного цвета.

## 1.14. ПРОЕКЦИОННАЯ ФОРМА ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

*Предложена упрощенная спинорная форма уравнений электродинамики Максвелла, в которой важная роль принадлежит единичной матричной группе, которая индуцирует абсолютную длину в инерциальных системах отсчета.*

Рассмотрим

$$\Psi_{(1)} = F^{mn} = \begin{pmatrix} 0 & E_z & -E_y & -iB_x \\ -E_z & 0 & E_x & -iB_y \\ E_y & -E_x & 0 & -iB_z \\ iB_x & iB_y & iB_z & 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi_{(2)} = H^{mn} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & iD_z \\ -iD_x & -iD_y & -iD_z & 0 \end{pmatrix}.$$

Используем проекционные матрицы

$$\Pi^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Pi^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнения Максвелла

$$\left\{ \partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_z & 0 & 0 & 0 \\ -E_y & 0 & 0 & 0 \\ -iB_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \partial_y \begin{pmatrix} 0 & -E_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_x & 0 & 0 \\ 0 & -iB_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & -E_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -iB_z & 0 \end{pmatrix} + \right. \\ \left. + \frac{i}{c} \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & iB_x \\ 0 & 0 & 0 & iB_y \\ 0 & 0 & 0 & iB_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

получат вид:

$$\left( \frac{i}{c} \Pi^0 \partial_t \Psi_{(1)} + \Pi^i \partial_i \Psi_{(1)} \right) P = 0, \quad i=1, 2, 3.$$

Аналогично запишутся уравнения для  $\Psi_{(2)}$ . Следовательно, в электродинамике Максвелла используется пара уравнений эволюционного типа. Их нужно связать между собой, чтобы получить замкнутую систему. Легко видеть, что материальные уравнения Минковского запишутся аналогично дифференциальным уравнениям, если дифференциальные операторы заменить на кодифференциальные:

$$\partial_k \Rightarrow \frac{1}{ds} dx^k, \quad \text{а} \quad \Pi^k \Rightarrow \Pi_k.$$

Действительно, получим, например,

$$\begin{aligned} & \frac{u_x}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -iD_z & 0 & 0 & 0 \\ iD_y & 0 & 0 & 0 \\ -H_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{u_y}{c} \begin{pmatrix} 0 & iD_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -iD_x & 0 & 0 \\ 0 & -H_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ & + \frac{u_z}{c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -iD_y & 0 \\ 0 & 0 & iD_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -H_z & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & H_x \\ 0 & 0 & 0 & H_y \\ 0 & 0 & 0 & H_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \Pi_k u^k \Phi_{(2)}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\Phi_{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & -iD_z & iD_y & -H_x \\ iD_z & 0 & -iD_x & -H_y \\ -iD_y & iD_x & 0 & -H_z \\ H_x & H_y & H_z & 0 \end{pmatrix}$$

Связь  $\Phi_{(2)} = Q_{(2)} \Psi_{(2)}$  или в тензорном виде  $H_{ik} = b_{ikmn} H^{mn}$  может быть выражена посредством

$$b_{ikmn} = \begin{cases} 0, & \forall i \neq \forall k, \\ -1, & i\dot{\nabla}k \Leftrightarrow m\dot{\nabla}k. \end{cases}$$

Например,  $b_{1234} = -1$ ,  $b_{2143} = -1$ ,  $b_{2134} = 0$ ,  $b_{1243} = 0$ .

## 1.15. СКРЫТАЯ ТРЕХМЕРНАЯ НЕЕВКЛИДОВОСТЬ ПРОСТРАНСТВ

*Показано, что электродинамика индуцирует неевклидовость трехмерного пространства событий.*

Покажем, что евклидовость трехмерного пространства размеров, известная из опыта, может и должна быть дополнена неевклидовостью пространства событий. В физике в целом, как и в каждом ее разделе, следует использовать пару метрик для трехмерного пространства:

$$\alpha_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1), \quad \beta_{ij} = \text{diag}(1, -1, 1)$$

Они всегда и везде сопутствуют друг другу, обогащая спектр возможностей модели и ситуаций, которыми она владеет.

Причина, по которой так происходит, состоит в том, что каждая физическая модель (а ей соответствует объективная реальность) базируется на *паре* симметрий: группе проявления  $G_p$  и группе заполнения  $G_z$ . Группа  $G_p$  индуцирует евклидовость трехмерия, а  $G_z$  индуцирует неевклидовость трехмерия. Во всех реальных ситуациях эти симметрии переплетены, дополняя друг друга. При этом евклидовость явно показывает себя, а неевклидовость скрыта.

### 1. Конструирование неприводимых представлений группы $G_p$

Известно, что антисимметричный тензор  $F_{mn} = -F_{mn}$  электромагнитного поля выводится из лагранжевой теории калибровочных полей. Однако, как показано в книге, он может быть сконструирован из величин  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$  на основе пары кватернионов  $a^k$ ,  $b^k$ . Мы можем еще сконструировать симметричный тензор  $G^{kn} = G^{nk}$ , посредством которого связываются поля и индукции электромагнитного поля. Для этого достаточно взять в качестве фундаментального тензора событий некоторую проекцию калибровочной группы  $G_p$ :  $g_p = I + \alpha(x)I$ , дополнив ее четырехскоростями и четырехускорениями. Выразим сказанное рис. 1.18.

$$g_p = I + \alpha(x)I \begin{cases} \rightarrow F_{mn} = -F_{mn} \in T_*M, \\ \rightarrow \Omega^{kn} = \Omega^{nk} = \alpha \eta^{kn} + \beta \tilde{u}^k \tilde{u}^n \in T^*M. \end{cases}$$

Рис. 1.18. Конструирование неприводимых представлений

Здесь

$$n^{kn} = \hat{\pi}(\alpha(x)I) = \text{diag}(1, 1, 1, \alpha^4(x)), \quad w = \frac{\alpha^4(x)}{\alpha_*^4(x)}, \quad \tilde{u}^k = (1-w)u_{fs}^k + wu_m^k.$$

Евклидовость трехмерия использована здесь дважды: в структуре пространства состояний  $M_{ss}$ ,  $R^3 \times T^1$  и в структуре пространства событий с обобщенной метрикой Минковского  $M_{ss}$ ,  $r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ .

Заметим, что все указанные тензоры композитны как с физической, так и с математической точек зрения. Тензор  $F_{mn}$  соединяет в себе поля  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$  разной физической природы. Различны и их геометрические свойства:  $\vec{B}$  соответствуют ковариантному бивектору,  $\vec{E}$  есть ковариантный вектор. Композитен фундаментальный тензор  $\eta^{kn}$ . С физической точки зрения он соединяет в единую конструкцию физически различные свойства пространства и времени. Кроме этого, в тензор  $\Omega^{kn}$  входит композит  $\tilde{u}^k$  с весовыми функциями  $w$ ,  $(1-w)$ .

### 15.2. Неевклидовость трехмерия, индуцированная группой $G_2$

Покажем, что неевклидовость трехмерия присутствует во всех фундаментальных уравнениях физики. В книге доказано, что классические и квантовые, корпускулярные и волновые модели объектов и явлений едины и выражаются конструкцией, базирующейся на кватернионах и антикватернионах, задающих фундаментальное представление группы  $(U(1) \times SU(2))^{\otimes 2}$  в четырехмерном пространстве. Алгебра этой группы содержит подалгебру Картана: систему из ТРЕХ диагональных матриц, след которых равен нулю. Мы обозначим их буквами  $c_{ij}(p)$ :

$$c_{ij}(1) = \text{diag}(1, -1, 1, -1), \quad c_{ij}(2) = \text{diag}(1, -1, -1, 1), \quad c_{ij}(3) = \text{diag}(1, 1, -1, -1).$$

Кроме этого, мы использовали метрики

$$g_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad r_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1).$$

Покажем, что матрицы  $c_{ij}$  *скрыто* присутствуют в уравнениях физики. Проще всего это сделать на примере уравнений электродинамики Максвелла. Действительно, для первой пары динамических уравнений мы использовали видоизмененные матрицы  $a^k$ ,  $b^k$ . Тогда набор матриц  $b^1, -b^2, b^3, I$  с метрикой  $r_{ij}$  можно заменить набором  $b^1, b^2, b^3, I$ , используя  $c_{ij}(1)$  и  $g_{ij}$ . Кроме этого, набор  $-a^1, -a^2, a^3, I$  с  $g_{ij}$  мы можем заменить посредством  $a^1, a^2, a^3, I$  совместно с  $-c_{ij}(3)$  и  $g_{ij}$ . Поэтому динамические уравнения запишутся через тензор шестого ранга:

$$\varepsilon^{ijklps} \left\{ -c_{ij}(3) g_{kl} a_p \partial_s \bar{\Psi} + c_{ij}(1) g_{kl} b_p \partial_s \Psi \right\} = 0.$$

Для второй пары динамических уравнений, действуя аналогично, мы получим уравнение

$$\varepsilon^{ijklps} \left\{ -c_{ij}(3) r_{kl} a_p \partial_s \varphi + c_{ij}(1) r_{kl} b_p \partial_s \bar{\varphi} \right\} = 0.$$

Заметим, что метрики  $g_{ij}$ ,  $r_{ij}$  ранее входили в динамические уравнения равноправно. Сейчас каждый тензор сгруппировался к своему уравнению. Но при этом выполнен закон сохранения свойств электромагнитного поля: досветовые и сверхсветовые метрики присутствуют в уравнениях равноправно. Значит, такова физическая реальность. С этим нужно считаться. Но одни свойства (досветовые) выражены явно, а сверхсветовые скрыты. Понятно, что неевклидовость трехмерия задает дополнительные возможности для анализа проблемы сверхсветовых скоростей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложено обобщение электродинамики Максвелла в движущихся средах, которое, во-первых, не использует специальной теории относительности Эйнштейна, во-вторых, в расчете и эксперименте базируется на пространстве Ньютона, в-третьих, в нем естественны сверхсветовые скорости, указаны условия, где и как их обнаружить, в-четвертых, оно единым образом описывает классические эксперименты Бредли, Майкельсона, Физо, Допплера. Обнаружен неизвестный ранее динамический механизм преобразования скорости, задающей несобственную инерцию поля, в собственную частоту электромагнитного поля. Показано, что ненулевая масса покоя может быть конечной при скорости тела, равной скорости света в вакууме.

2. Выделены факторы собственной и несобственной инерции электромагнитного поля. Они представлены внешними, внутренними и связевыми составляющими. Калибровочная группа  $\alpha(x)$  электромагнитного поля дополнена группой управления  $w(x)$  и группой смещения  $\chi(x)$  параметров инерции. Показано, что в расчете и в эксперименте проявляется их смесь, что усложняет анализ динамики инерции.

3. Выделены стадии динамического процесса изменения несобственной инерции электромагнитного поля. Предложен вариант моделирования ее динамики на основе изуче-

ния геодезических расслоенного многообразия, в котором четырехскорости выполняют роль координат базы, четырехвращения - роль координат слоя. Представлена схема элементов, относящихся к анализу динамики несобственной инерции электромагнитного поля.

4. Методологически проанализирована вся совокупность граней и факторов инерции электромагнитного поля, которые следуют из структуры электродинамики Максвелла, свободной от ограничений на скорость. Указаны новые возможности обобщения физических моделей.

5. Показано, что электродинамика Максвелла без ограничения скорости использует сложные связи между полями и индукциями, которые трудно получить из вариационного формализма. Указано, что требуемый из физических соображений композит - нетензорный объект, приспособлен к построению нелинейного представления теории Максвелла в группе общих линейных преобразований  $GL(4, R)$ . По аналогии с теорией Эйнштейна предложено описывать динамику инерции электромагнитного поля через динамику композитного поля гравитационного типа.

6. Показано, что допустима электродинамика Максвелла в вакууме, существенно более сложная стандартной схемы, согласно которой  $\vec{D} = \vec{E}$ ,  $\vec{B} = \vec{H}$ . В новом подходе ни группа Галилея, ни группа Лорентца не нужны, если нет относительных скоростей. При ненулевых относительных скоростях в вакууме нужно использовать группу Галилея и некорректно использование, без дополнительных условий, группы Лорентца.

7. Используя уравнения Максвелла со сверхсветовыми скоростями и скрытые поля, выведены уравнения для четырехпотенциалов и обобщенное калибровочное условие. Сделано предположение, что их можно использовать для описания квантовых состояний частиц света, названных нотонами.

8. На основе аналоговой связи между уравнениями Максвелла и уравнениями релятивистской теории гравитации Логанова получено их обобщение, соответствующее неограниченным скоростям. Предложено сопоставлять каждому калибровочному полю, в том числе и неабелевому, свое гравитационное поле. Аналоговая связь калибровочного и гравитационного полей рассматривается как функциональное условие их единства в теории и в эксперименте.

9. По-новому описана вся совокупность релятивистских эффектов в электродинамике Максвелла. Выяснено, что релятивистские эффекты имеют динамическую природу и обусловлены изменением показателя отношения, физической величины, дополнительной к показателю преломления. Динамический подход освободил физику от ограничения на скорость. Все эти обстоятельства, как сама концепция активного показателя отношения, позволяют сделать вывод: *специальная теория относительности является частично достаточной для описания релятивистских эффектов в электродинамике Максвелла, однако она не является необходимой, потому что возможно более точное и полное описание экспериментальных фактов без ее использования.*

10. Рассмотрены физические и математические аспекты представления электромагнитного поля парой тензоров. Показано, что на этой основе учитывается различие конструкций, участвующих в структуре света и движений, им соответствующих.

11. Проанализирована возможность описания остановки света средствами классической электродинамики Максвелла

12. Предложена упрощенная спинорная форма уравнений электродинамики Максвелла, в которой важная роль принадлежит единичной матричной группе, которая индуцирует абсолютную длину в инерциальных системах отсчета.

13. Показано, что электродинамика индуцирует неевклидовость трехмерного пространства событий.

## ГЛАВА 2

### ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

### ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

*"Куда бы ты ни взглянул с настоящим живым любопытством, тебе откроются недра, полные тайн, и ты почувствуешь, что их богатства неисчерпаемы".*

*Гротендик А.*

|       |   |     |
|-------|---|-----|
|       | Введение .....  | 121 |
| 2.1.  | Пространственно-когомологические, $SH$ -симметрии в электродинамике .....                               | 123 |
|       | 2.1.1. Вывод $SH$ -симметрий .....  | 123 |
|       | 2.1.2. $SH$ -симметрии в электродинамике Максвелла .....  | 125 |
| 2.2.  | Новые возможности и приложения $SH$ -симметрий .....  | 131 |
|       | 2.2.1. Углубление $S$ -симметрий до $SH$ -симметрий .....   | 131 |
|       | 2.2.2. Новые решения в электродинамике Максвелла .....  | 133 |
| 2.3.  | Концепция и структура реального измерительного устройства .....   | 137 |
|       | 2.3.1. Некоторые аспекты классической и квантово-механической<br>теории измерений .....                 | 137 |
|       | 2.3.2. Концепция и структура реального измерения .....  | 142 |
| 2.4.  | Аспекты принципа относительности, инерции и причинности .....   | 148 |
|       | 2.4.1. Две стороны принципа относительности в электродинамике .....                                     | 148 |
|       | 2.4.2. Коррекция принципов теории с учетом реальностей измерения .....                                  | 152 |
|       | 2.4.3. Доказательство возможности согласования сверхсветовых скоростей<br>с принципом причинности ..... | 155 |
| 2.5.  | Скрытые возможности $SH$ -симметрий .....   | 157 |
|       | 2.5.1. Естественная неассоциативность симметрий .....   | 157 |
|       | 2.5.2. О связи $SH$ -симметрий с теорией катастроф .....  | 160 |
|       | 2.5.3. Система отсчетных симметрий .....  | 161 |
| 2.6.  | Топологическая активность инерции в электродинамике Максвелла .....                                     | 163 |
| 2.7.  | Когомологическая активность в электродинамике Максвелла .....   | 168 |
|       | 2.7.1. Двойное сплетение алгебры заполнения физической модели .....                                     | 168 |
|       | 2.7.2. Когомологическая неполнота квантовой электродинамики .....                                       | 169 |
|       | 2.7.3. Обновление квантовой теории с учетом когомологической активности ..                              | 170 |
| 2.8.  | Сущность активной когомологической деформации физических моделей и<br>их симметрий .....                | 173 |
| 2.9.  | Кинематическая и динамическая симметрии .....   | 180 |
| 2.10. | Новое использование симметрий .....   | 188 |
| 2.11. | Сравнение механизмов спонтанного и когомологического нарушения<br>симметрий .....                       | 191 |
|       | Заключение .....  | 193 |

## ВВЕДЕНИЕ

Физика в своей начальной стадии описывала некоторые конструкции и их движения, как механические, так и «немеханические», например, тепловые свойства. В последующем развитии и особенно с принятием концепции поля конструкции отошли на второй план или совсем исчезли из рассмотрения. Физика стала изучать свойства, не привязывая их к некоторым конструкциям. Основной теоретический метод анализа базировался на изучении симметрии уравнений, которыми описываются физические явления и которые не «привязывались» к каким-то физическим объектам, визуализированным или воображаемым. Понятно, что всегда желательно изучать как физические конструкции, так и их движения. Однако до настоящего времени не было ясности, как этого можно добиться, достигая единства в описании, как физических конструкций, так и их качеств. Мой анализ показал, что матричные группы необходимы и достаточны для теоретического выражения интересующего физиков единства. Через свои графы (и другими средствами) матричная группа характеризует исследуемую конструкцию, задает ее визуальное представление. Она же через орбиты группы и элементы своего устройства характеризует движения, присущие исследуемой конструкции. Она же в математической реализации многократного симметричного модуля задает модель описания явлений и величин, относящихся к задаче. Она же индуцирует используемые нами или желаемые для применения свойства пространства и времени, характерные для данной физической конструкции и ее качеств.

В реальной практике анализа решений системы уравнений обычно применяется модель пространственно-временных или  $S$ -симметрий. Ее использование в теоретической физике обусловлено многими обстоятельствами. Во-первых,  $S$ -симметрия оставляет инвариантной систему уравнений, описывающую явление. Она позволяет "переводить" одни решения в другие и по этой причине является основой кинематического описания физических явлений, если симметрия содержит кинематические параметры физической задачи. В частности, она позволяет связать между собой физические асимптотические состояния некоторой системы до взаимодействия и после него на основе алгоритма описания параметров явления без учета его динамики. Именно так используется, как показано в [117], группа Лорентца в электродинамике движущихся сред. Во-вторых, в рамках лагранжева формализма, следуя теореме Нетер, симметрия задает законы сохранения, присущие физическому явлению, что позволяет иногда упростить анализ явления. В третьих,  $S$ -симметрия связана со свойствами пространства-времени, которым присуща некоторая симметрия, поэтому она в пассивной или активной форме содержит когомологии, характеризуя топологические свойства пространства и его симметрий.

*В данной главе мы частично изучим новые свойства электромагнитных явлений. Используем для этого пространственно-когомологические или  $SH$ -симметрии: те преобразования координат и времени, которые зависят от когомологий алгебры заполнения или проявления физической модели.*

Обычно физическое явление допускает широкий класс симметрий, и далеко не каждая из них имеет экспериментальное подтверждение. Кроме этого, обычно симметрия лишь косвенно фиксирует законы взаимодействия, присущие явлению. Идеальной, с позиции физика, следует считать симметрию, которая способна "охватить" динамику явления, что возможно при учете параметров симметрии, управляющих взаимодействием. Назовем такие симметрии активными. Понятно, чем "тоньше" структура симметрии, тем большими скрытыми возможностями она может обладать. Полезно их найти и научиться пользоваться ими. В данной главе указан класс  $SH$ -симметрий в элек-

тродинамике Максвелла. Он образован симметрией Лорентца, зависимой от инвариантных величин, взятых из гомологической алгебры.

*Показано, что к модели электромагнитных явлений со сверхсветовыми скоростями можно прийти из стандартной теории на основе когомологически активных SH-симметрий, зависящих от 0-когомологий Хохшильда ассоциативной алгебры заполнения физических явлений.*

Проанализированы возможности, и в том числе скрытые свойства, активных SH-симметрий. Исследована топологическая активность инерции в электродинамике Максвелла. Сформулирована проблема активной когомологической деформации физической модели и ее симметрий. *Показано, что активные SH-симметрии содержат в себе специальную теорию относительности, сохраняя и развивая ее.* Указан алгоритм учета влияния измерительных устройств на инерционные параметры электромагнитного поля, основанный на использовании системы нульмерных когомологий, ассоциированных с симметрией физической модели.

Развита идея управления симметрией  $G_\alpha$  со стороны симметрии  $G_\beta$ . Она соответствует концепции углублений симметрий, которые могут быть достаточно многообразными: управление явлением способны задать не только группы, но и квазигруппы и луны.

**Проанализирована концепция системы четырехметрик. Показано, что они нужна тогда, когда физические конструкции имеют скорость  $\vec{v}$  и частоту  $\omega$ , которые меняются согласованно. Матричные группы в состоянии описывать это согласование и выражать его в форме четырехметрик, которые используются в уравнениях конкретной физической модели. Возможно описание экспериментальных данных на основе прямого решения используемых уравнений, что делается чаще всего, если модель в состоянии с достаточной для достигнутой практики полнотой охватить и проявить свойства исследуемых конструкций и их качеств. Возможно описание экспериментальных данных с помощью дополнительных алгоритмов и приемов, так или иначе согласованных с моделью явления, в частности, на основе преобразований координат, которые оставляют ту или другую четырехметрику неизменной.**

Понятно, что речь идет либо о полной, либо о частичной информации, для получения которой теоретик вправе использовать разные средства, аналогично тому, как в эксперименте для получения информации используются разные измерительные устройства и методики эксперимента.



- параметры группы, зависящие от дополнительных величин. Деформация генераторов симметрии, например, в виде

$$\tilde{\Gamma}_S = Q \Gamma_S Q^{-1},$$

где  $Q$  - оператор сплетения, задает класс алгебраически эквивалентных представлений для данной  $S$ -симметрии. Для нахождения  $SH$ -симметрий используем вариант, когда

$$dx^{\mu'} = \left( I + \tilde{\Gamma}_S \Theta^S \right)_\nu^\mu dx^\nu.$$

Изучим канонические преобразования Лорентца, оставив отличным от нуля только один параметр  $\Theta = \Theta^4 \neq 0$ . Для  $\tilde{\Gamma}_4$  имеем (у группы  $G_p = U(1)$  величина  $\Phi \in C$ , где  $C$  - поле комплексных чисел  $P$ ):

$$\tilde{\Gamma}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\Phi^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Phi & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

При функциональной зависимости  $G_z$  от калибровочной группы  $G_p$  мы получаем *калибровочно-активное углубление* физических моделей. При зависимости  $G_z$  от групп кохомологий, например,  $H^n(g_z, A)$ , мы получаем *кохомологически активное углубление* физической модели. Если симметрией  $G_z$  управляет группа  $G_p = U(1)$ , модуль  $|\Phi|$  способен меняться от нуля до 1. Заметим, что значение  $\Phi$  может быть положительным, действительным или мнимым. В рассматриваемом случае

$$dx^{1'} = dx^1 - \Phi^{-1} \Theta dx^0, \quad dx^{0'} = dx^0 + \Phi \Theta dx^1, \quad dx^{2'} = dx^2, \quad dx^{3'} = dx^3.$$

Конечные преобразования

$$dx^{1'} = dx^1 \cos \Theta - ic dt \Phi^{-1} \sin \Theta, \quad dx^{2'} = dx^2,$$

$$dt' = dt \cos \Theta - \frac{i}{c} \Phi \sin \Theta dx^1, \quad dx^{3'} = dx^3$$

содержат величины, которые нужно найти. Для этого используем условие, что начало штрихованной системы координат,  $K'$  имеет скорость  $v$  по оси  $K$ . Отсюда

$$tg \Theta = -i \Phi \frac{v}{c},$$

$$\cos \Theta = \left( 1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}, \quad \sin \Theta = \pm i \frac{v}{c} \Phi \left( 1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}.$$

Получим преобразования дифференциалов координат в пространстве  $T^*M$ :

$$dx' = \frac{dx - v dt}{\left( 1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - \Phi^2 \frac{v}{c^2} dx}{\left( 1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}}.$$

Для когемологически пассивной симметрии, когда  $\Phi = nw = const$ , получаем взаимосвязь координат вида

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \Phi^2 \frac{v}{c^2} x}{\left(1 - \Phi^2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Мы изучает таким образом движения в пространстве скоростей. Легко проверить, что они образуют группу. При  $\Phi = i\Phi^*$  преобразования

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 + \Phi^{*2} \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t + \Phi^{*2} \frac{v}{c^2} x}{\left(1 + \Phi^{*2} \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

допускают произвольные скорости. Нами получен класс  $SH$ -симметрий, пригодных как для досветовых, так и для сверхсветовых скоростей. Им соответствуют инвариантные метрические тензоры:

$$g_{ij} = diag(1, 1, 1, -1) \quad \text{и} \quad r_{ij} = diag(1, 1, 1, 1),$$

которые используются в уравнениях фундаментальных физических моделей (глава 3). Следовательно, учет калибровочной или когемологической активности позволяет естественным путем ввести в теорию физических явлений фундаментальную пару метрик. Понятно, что группа Лорентца в ее  $SH$ -форме никак не ограничивает скорости. Если же  $\Phi^2 = w_1^2 - w_2^2 + 2iw_1w_2$ , то ситуация может быть сложной.

Покажем, что симметрия позволяет проявить динамику процесса, если она содержит в себе показатель отношения. Действительно, пусть

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)' = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} w \frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{c}{n} - v}{1 - \frac{v}{c^2} w \frac{c}{n}} = \left(\frac{c}{n} - v\right) \left(1 + \frac{v}{c^2} w \frac{c}{n}\right) = \frac{c}{n} - \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1-w)U_{fs} + wU_m],$$

если выбрать величину

$$v = (1-w)U_{fs} + wU_m.$$

### 2.1.2. $SH$ -симметрии в электродинамике Максвелла

Покажем, что уравнения Максвелла инвариантны относительно  $SH$ -симметрий для любого значения  $\Phi^2 = const$ . Тогда, если в физической модели заменим  $\Phi^2$  на  $-\Phi^2$ , получим систему уравнений, описывающую сверхсветовые движения. Положим, что  $\Phi^2 = w$ . Рассмотрим связи между производными и скоростями в разных системах координат  $K$  и  $K'$ , соответствующие указанным выше преобразованиям координат. Тогда получим для пространства  $T_*M$  выражения

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma \frac{\partial}{\partial x'} - \gamma \frac{vw}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -v\gamma \frac{\partial}{\partial x'} + \gamma \frac{\partial}{\partial t'},$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x \frac{vw}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{u_y}{\gamma \left(1 - u_x \frac{vw}{c^2}\right)}, \quad u'_z = \frac{u_z}{\gamma \left(1 - u_x \frac{vw}{c^2}\right)},$$

где  $\gamma = \left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$ . Проведем прямое доказательство инвариантности уравнений электродинамики. Запишем уравнения Максвелла в декартовых координатах. Пусть

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t}, \\ \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned}$$

Из преобразования производных следует, что

$$\gamma \frac{\partial B_x}{\partial x'} = v \gamma \frac{w}{c^2} \frac{\partial B_x}{\partial t'} - \frac{\partial B_y}{\partial y'} - \frac{\partial B_z}{\partial z'}.$$

Аналогично

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial B_\xi}{\partial t} = -\gamma \frac{1}{c} \frac{\partial B_\xi}{\partial t'} + \gamma \frac{v}{c} \frac{\partial B_\xi}{\partial x'},$$

где  $\xi$  принимает значение  $x, y, z$ . Получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y'} \left[ \gamma \left( E_z + \frac{v}{c} B_y \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z'} \left[ \gamma \left( E_y - \frac{v}{c} B_z \right) \right] &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t'}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'} \left[ \gamma \left( E_z + \frac{v}{c} B_y \right) \right] &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \gamma \left( B_y + \frac{v}{c} w E_z \right) \right], \\ \frac{\partial}{\partial x'} \left[ \gamma \left( E_y - \frac{v}{c} B_z \right) \right] - \frac{\partial E_x}{\partial y'} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \gamma \left( B_z - \frac{v}{c} w E_y \right) \right]. \end{aligned}$$

Выведенные уравнения совпадут по виду с исходными, если  $\gamma = \left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$  и если

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, \quad E'_y = \gamma \left( E_y - \frac{v}{c} B_z \right), \quad E'_z = \gamma \left( E_z + \frac{v}{c} B_y \right), \\ B'_x &= B_x, \quad B'_y = \gamma \left( B_y + \frac{v}{c} w E_z \right), \quad B'_z = \gamma \left( B_z - \frac{v}{c} w E_y \right). \end{aligned}$$

Взаимосвязь полей нелинейно зависит от показателя отношений  $w$ .

Выражения нештрихованных компонент через штрихованные таковы:

$$E_x = E'_x, \quad E'_y = \gamma \left( E'_y + \frac{v}{c} B'_z \right), \quad E'_z = \gamma \left( E'_z - \frac{v}{c} B'_y \right),$$

$$B_x = B'_x, \quad B'_y = \gamma \left( B'_y - \frac{v}{c} w E'_z \right), \quad B'_z = \gamma \left( B'_z + \frac{v}{c} w E'_y \right).$$

Используя их, получим

$$\gamma \left( \frac{\partial B'_x}{\partial x'} + \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'} \right) - \gamma \frac{v}{c} w \left( \frac{1}{c} \frac{\partial B'_x}{\partial t'} + \frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_z}{\partial z'} \right) = 0.$$

Поскольку

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B'_x}{\partial t'} + \frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_z}{\partial z'} = 0$$

и  $\gamma \neq 0$ , имеем

$$\frac{\partial B'_x}{\partial x'} + \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'} = 0.$$

Инвариантность первой группы уравнений Максвелла доказана.

Рассмотрим вторую пару уравнений. В декартовых координатах

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \rho u_x + \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t},$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{1}{c} \rho u_y + \frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{1}{c} \rho u_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t},$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho.$$

Из преобразования частных производных получим

$$\gamma \frac{\partial D_x}{\partial x'} = v \gamma \frac{w}{c^2} \frac{\partial D_x}{\partial t'} - \frac{\partial D_y}{\partial y'} - \frac{\partial D_z}{\partial z'} + \rho.$$

Для других компонент производные по времени равны

$$\frac{1}{c} \frac{\partial D_\xi}{\partial t} = \frac{\gamma}{c} \frac{\partial D_\xi}{\partial t'} - v \frac{\gamma}{c} \frac{\partial D_\xi}{\partial x'},$$

где  $\xi$  принимает значения  $x, y, z$ . Из указанных соотношений следует, что

$$\frac{\partial}{\partial y'} \left[ \gamma \left( H_z - \frac{v}{c} D_y \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z'} \left[ \gamma \left( H_y + \frac{v}{c} D_z \right) \right] = \frac{1}{c} \rho (u_x - v) \gamma + \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'} \left[ \gamma \left( H_z - \frac{v}{c} D_y \right) \right] = \frac{1}{c} \rho u_y + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \gamma \left( D_y - \frac{v}{c} w H_z \right) \right],$$

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[ \gamma \left( H_y + \frac{v}{c} D_z \right) \right] - \frac{\partial H_x}{\partial y'} = \frac{1}{c} \rho u_z + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \gamma \left( D_z + \frac{v}{c} w H_y \right) \right].$$

Выберем соотношения

$$D'_x = D_x, \quad D'_y = \gamma \left( D_y - \frac{v}{c} w H_z \right), \quad D'_z = \gamma \left( D_z + \frac{v}{c} w H_y \right),$$

$$H'_x = H_x, \quad H'_y = \gamma \left( H_y + \frac{v}{c} D_z \right), \quad H'_z = \gamma \left( H_z - \frac{v}{c} D_y \right),$$

$$D_x = D'_x, \quad D_y \left( D'_y + \frac{v}{c} w H'_z \right), \quad D_z = \gamma \left( D'_z - \frac{v}{c} w H'_y \right),$$

$$H_x = H'_x, \quad H_y = \gamma \left( H'_y - \frac{v}{c} D'_z \right), \quad H_z = \gamma \left( H'_z + \frac{v}{c} D'_y \right).$$

Найдем условия, при которых инвариантно выражение  $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$ . Имеем

$$\lambda \left( \frac{\partial D'_x}{\partial x'} + \frac{\partial D'_y}{\partial y'} + \frac{\partial D'_z}{\partial z'} \right) + \gamma \frac{v}{c} w \left( \frac{\partial H'_z}{\partial y'} - \frac{\partial H'_y}{\partial z'} - \frac{1}{c} \frac{\partial D'_x}{\partial t'} \right) = \rho.$$

Поскольку

$$\frac{\partial H'_z}{\partial y'} - \frac{\partial H'_y}{\partial z'} - \frac{1}{c} \frac{\partial D'_x}{\partial t'} = \frac{1}{c} \gamma \rho (u_x - v),$$

то

$$\frac{\partial D'_x}{\partial x'} + \frac{\partial D'_y}{\partial y'} + \frac{\partial D'_z}{\partial z'} = \gamma \rho \left( 1 - \frac{u_x v}{c^2} w \right) = \rho'.$$

Тогда, используя связь компонент скоростей, получим

$$\frac{1}{c} \rho \gamma (u_x - v) = \frac{1}{c} \rho' u'_x,$$

$$\frac{1}{c} \rho u_y = \frac{1}{c} \rho' u'_y, \quad \frac{1}{c} \rho u_z = \frac{1}{c} \rho' u'_z.$$

Вторая пара уравнений Максвелла запишется в виде:

$$\frac{\partial H'_z}{\partial y'} - \frac{\partial H'_y}{\partial z'} = \frac{1}{c} \rho' u'_x + \frac{1}{c} \frac{\partial D'_x}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial H'_x}{\partial z'} - \frac{\partial H'_z}{\partial x'} = \frac{1}{c} \rho' u'_y + \frac{1}{c} \frac{\partial D'_y}{\partial t'},$$

$$\frac{\partial H'_y}{\partial x'} - \frac{\partial H'_x}{\partial y'} = \frac{1}{c} \rho' u'_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D'_z}{\partial t'}.$$

Доказательство инвариантности второй группы уравнений Максвелла завершено. Рассмотрим теперь вопрос об инвариантности материальных уравнений. Нетрудно видеть, что они удовлетворяют дополнительным условиям симметрии, так как допускают замену

$$\vec{D} \rightarrow \vec{B}, \vec{E} \rightarrow \vec{H}, \vec{H} \rightarrow \vec{E}, \vec{B} \rightarrow \vec{D}, \varepsilon \rightarrow \mu, \mu \rightarrow \varepsilon.$$

Аналогичным условиям удовлетворяют преобразования для полей. Это позволяет ограничить анализ инвариантности рассмотрением одного векторного уравнения. Пусть в системе  $K'$

$$\mu \left( \vec{H}' + \left[ \vec{D}', \frac{\vec{u}'}{c} \right] \right) = \vec{B}' + w \left[ \vec{E}', \frac{\vec{u}'}{c} \right].$$

Следствием его является

$$\mu(\vec{H}', \vec{u}') = (\vec{B}', \vec{u}'),$$

где  $\vec{u}'$  - скорость движения в  $K'$ . Проведем необходимые преобразования, используя соотношения между компонентами полей. Имеем

$$\begin{aligned} & \mu \left[ H_x + \left( D_y \frac{u_z}{c} - D_z \frac{u_y}{c} \right) - \frac{vw}{c^2} (H_x u_x + H_y u_y + H_z u_z) \right] = \\ & = B_x + w \left( E_y \frac{u_z}{c} - E_z \frac{u_y}{c} \right) - \frac{vw}{c^2} (B_x u_x + B_y u_y + B_z u_z), \\ & \mu \left[ (H_x u_x + H_y u_y + H_z u_z) - v \left( H_x + D_y \frac{u_z}{c} - D_z \frac{u_y}{c} \right) \right] = \\ & = (B_x u_x + B_y u_y + B_z u_z) - v \left[ B_x + w \left( E_y \frac{u_z}{c} - E_z \frac{u_y}{c} \right) \right]. \end{aligned}$$

Из совместного решения этих уравнений следует, что

$$\begin{aligned} \mu \left( H_x + D_y \frac{u_z}{c} - D_z \frac{u_y}{c} \right) &= B_x + w \left( E_y \frac{u_z}{c} - E_z \frac{u_y}{c} \right), \\ \mu (H_x u_x + H_y u_y + H_z u_z) &= B_x u_x + B_y u_y + B_z u_z. \end{aligned}$$

Имеем  $y$ -компоненту

$$\mu \left[ H'_y + \left( D'_z \frac{u'_x}{c} - D'_x \frac{u'_z}{c} \right) \right] = B'_y + w \left( E'_z \frac{u'_x}{c} - E'_x \frac{u'_z}{c} \right).$$

После преобразований легко убедиться в их инвариантности. Для остальных компонент выкладки аналогичны. Поскольку ситуация с  $w=0$  соответствует группа Галилея, а значению  $w=1$  - группа Лорентца, примем предположение, что обе группы *физически дополнительные*, охватывая разные ситуации. Мы имеем одну из иллюстраций новых возможностей когомологически пассивных  $SH$ -симметрий.

**Понятно, что, используя динамически зависимые или активные когомологии либо в физической модели, либо в  $SH$ -преобразованиях, мы достигаем нового**

качества теории. Цепочка их использования в физике будет показана далее, следуя разделам 2.2÷2.4. *Введение активных когомологий в физическую модель, как и получение SH-преобразований, представляет собой самостоятельную проблему.* Алгоритмов может быть много. Заметим, что для группы  $U(1)$  комплексные величины  $\Phi \in C_0^1$  способны быть тождественны  $H^0(g_z, A)$  алгебры заполнения  $g_z$ , задавая углубление симметрий до  $SH^0$ -симметрий.

*Фактически речь идет о функциональном воздействии одной симметрии на другую. Если на симметрию  $G_z$  влияет симметрия  $G_p$ , получается сплетенная симметрия, генераторы и параметры которой ассоциированы с  $G_z$  и  $G_p$ .*

Если  $G_p$  есть многопараметрическая калибровочная группа, она индуцирует семейство метрик событий  $\Omega_a^{im}$ , посредством которых связаны поля и индукции:

$$H_c^{ik} = \Theta_{cd}^{ab} \Omega_a^{im} \Omega_b^{kn} F_{mn}^d.$$

## 2.2. НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ И ПРИЛОЖЕНИЯ SH-СИММЕТРИЙ

*Указан общий метод получения кохомологически активных SH-симметрий из обычных пространственно-временных S-симметрий на основе функциональной деформации их генераторов  $\Gamma_s$  и параметров  $\Theta_s$ . Из S-преобразований Лорентца получена SH-симметрия Лорентца, содержащая квазигруппу управления  $w$  несобственной инерцией электромагнитного поля. Найдена функция Грина для обобщенной системы уравнений электродинамики Максвелла. Рассмотрены случаи досветовых, световых и сверхсветовых движений. Указаны некоторые черты распространения излучения в среде при медленном изменении  $w$ . Используются функционалы  $w(x)$ , конкретизирующие состояния объектов или явлений.*

### 2.2.1. Углубление S-симметрий до SH-симметрий

SH-симметрии являются физическим углублением S-симметрий (**меняется их качество**) в том смысле, что они содержат в себе дополнительные возможности для анализа и интерпретации физических явлений. Рассмотрим, что это дает. Пусть модель физического явления задана уравнениями

$$\hat{L}\Psi = 0,$$

где  $\hat{L}$  - система дифференциальных операторов,  $\Psi$  - волновая функция. Пространственно-временная или S-симметрия модели содержит дифференциальные операторы  $\hat{Q}$ , относительно которых инвариантны уравнения физической модели и которые переводят друг в друга их решения. Тогда

$$\hat{L}\hat{Q}\Psi - \hat{Q}L\Psi = 0.$$

S-симметрии соответствуют инфинитезимальные генераторы  $\Gamma_s$  и параметры группы  $\Theta^s$ . Она имеет вид

$$dx^{\mu'} = (I + \Gamma_s \Theta^s)_v^{\mu} dx^v.$$

Если модель физического явления может быть представлена в группе  $G$  в форме GAG-модуля, как указано в главе 3, назовем ее *группой заполнения физической модели*. Будем считать, что генераторы ее алгебры  $A$  являются частным случаем параметрически зависимых матриц  $Q \in \tilde{Q}$ , инвариантные полиномы  $Sp\tilde{Q}$  и  $Det\tilde{Q}$  для которых переменны и удовлетворяют уравнениям динамики. Пусть инвариант  $Sp\tilde{Q} = \tilde{\sigma}$  характеризует пространство событий  $SE$  для физической модели. Пусть инвариант

$$Det\tilde{Q} = \tilde{w}$$

рассматривается как фактор динамики инерции явления.

Используем обобщенные генераторы алгебры заполнения и параметры симметрии:

$$\tilde{\Gamma}_s = \tilde{Q}\Gamma_s\tilde{Q}^{-1}, \quad \tilde{\Theta}^s = F_{(1)}\Theta_{fs}^s + F_{(2)}\Theta_m^s.$$

Пусть  $Q \circ Q^{-1} = I, F_{(1)} + F_{(2)} = 1$ .

Рассмотрим новые инфинитезимальные преобразования

$$dx^{\mu'} = \left( I + \tilde{\Gamma}_s \tilde{\Theta}^s \right)_v^{\mu} dx^{\nu}.$$

В них генераторы  $\tilde{\Gamma}_s$  и параметры симметрии  $\tilde{\Theta}^s$  зависят от значений  $\tilde{w}$ ,  $\tilde{\sigma}$  инвариантных полиномов. Полученные таким образом симметрии "сплетают"  $S$ -симметрию с квазигруппой управления инерцией  $w$ , которая соответствует инвариантному скаляру

$$w = \frac{\text{Det}\tilde{Q}}{\text{Det}Q}.$$

Формы и виды "сплетения" симметрий могут быть разными. Предложенный вариант задает одну конкретную возможность. В рамках принятых допущений (поскольку  $\tilde{\Gamma}_s$  и  $\tilde{\Theta}^s$  зависят от  $w$ ) имеем нелинейную зависимость  $SH$ -симметрий от  $w$  и 5-мерное пространство основных состояний. Действительно,

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\left(1 - w\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - dxw\frac{v}{c^2}}{\left(1 - w\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dw' = dw,$$

где  $v = (1-w)u_{js} + wu_m$  или  $v = v_{\xi} = u_{js} + wu_m$  (раздел 1.3). Можно принять точку зрения, что исходное физическое пространство всегда было пятимерно, охватывая и проявляя место  $R^3$ , время  $T^1$ , отношение  $w$ . Принимая  $t$  и  $w$  за основные координаты исходного расслоенного пространства, мы имеем их прямое произведение  $R^3 \times (T, w)$ . Тонкость состоит в том, что не только генераторы  $SH$ -симметрий, но и параметры  $\Theta^s$  зависят от  $w$ . Интересен случай, когда между собой сплетены несколько симметрий.

Рассмотрим вариант пассивной  $SH$ -симметрии, полагая  $w = const$ . Отношению

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)]$$

соответствуют разные физические условия:

- а)  $w = 0$  - вакуум;
- б)  $0 < w < 1$  - разреженная газовая среда;
- в)  $w = 1$  - "плотная" среда.

При  $v = const$   $SH$ -симметрии задают преобразования Лорентца, обобщенные с учетом  $w$ . Они переходят в стандартные при замене  $\tilde{c} = c/\sqrt{w}$ , что позволяет легко вывести уравнения Максвелла, обобщенные с учетом  $w$ . Соотношения для полей и индукций содержат скорость  $\vec{u}$ , которая имеет формальный смысл, потому что ни преобразования координат, ни указанная замена не имеют средств раскрыть ее. Дополнительный анализ инерции электромагнитного поля, выполненный в главе 1, показал, что для кинематики достаточно взять

$$\vec{u} = (1-w)\vec{u}_{js} + w\vec{u}_m,$$

где  $\vec{u}_{js}$  - скорость первичного источника излучения,  $\vec{u}_m$  - скорость физической среды. В общем случае недостаточно знать и использовать только  $SH$ -симметрию. Для согласующейся с опытом модели нужны дополнительные физические предположения. Фактически мы ввели  $w(\vec{x}, t)$  как "управляющее поле", говоря словами Г. Вейля, учитывая

новые грани "физического поля состояний" и конкретизируя взаимодействие электромагнитного поля с материей.

### 2.2.2. Новые решения в электродинамике Максвелла

Рассмотрим поведение электромагнитного поля в ситуациях, соответствующих разным значениям  $w = const$ . Запишем полную систему уравнений электродинамики в  $R^3 \times T^1$ :

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \nabla \cdot \vec{B} &= 0, \\ \nabla \cdot \vec{D} &= 4\pi\rho, & \nabla \times \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\frac{\pi}{c} \vec{j}, \\ \vec{D} + w[\vec{\beta} \times \vec{H}] &= \varepsilon(\vec{E} + [\vec{\beta} \times \vec{B}]), & \vec{B} + w[\vec{E} \times \vec{\beta}] &= \mu(\vec{H} + [\vec{D} \times \vec{\beta}]), \\ \vec{u}_{in} &= (1-w)\vec{u}_{fx} + w\vec{u}_m, & \vec{\beta} &= \vec{u}_{in}/c, \\ w &= 1 - \exp[-P_0(n-1)], & P_0 &\approx 7 \cdot 10^4. \end{aligned}$$

Здесь  $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{D})$  - поля и индукции,  $(\vec{j}, \rho)$  - плотности токов и зарядов,  $\vec{\beta} = \vec{u}_{in}/c$ . Найдём ее решения для фиксированных значений  $w = [0 \div 1]$ . Им соответствует распространение излучения в вакууме, разреженном газе постоянной плотности или однородной "плотной" среде. Введём векторный  $\vec{A}$  и скалярный  $\varphi$  потенциалы, полагая

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla\varphi, \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}.$$

Уравнения

$$\begin{aligned} \hat{L}\vec{A} &= \frac{4\pi\mu}{c} \left\{ \vec{j} + \frac{k\Gamma^2}{\chi+w} \frac{u_{in}}{c} (w\vec{u}_{in} \cdot \vec{j} - c^2\rho) \right\}, \\ \hat{L}\varphi &= -4\pi\mu \frac{\Gamma^2}{w+\chi} \left\{ \rho \left( 1 - \varepsilon\mu \frac{u_{in}^2}{c^2} \right) + \chi \frac{\vec{u}_{in} \cdot \vec{j}}{c^2} \right\} \end{aligned}$$

содержат

$$\begin{aligned} \hat{L} &= \left( \Delta - \frac{w}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \chi \frac{\Gamma^2}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_{in} \cdot \nabla \right)^2, \\ \chi &= \varepsilon\mu - w, \quad \Gamma^2 = (1 - w\beta^2)^{-1}. \end{aligned}$$

Условие калибровки вида

$$\left( \nabla \cdot \vec{A} + \frac{w}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) - \frac{\chi\Gamma^2}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_{in} \cdot \nabla \right) (\vec{u}_{in} \cdot \vec{A} - c\varphi) = 0$$

упростило их. Проанализируем распространения излучения от  $\delta$ -образного мгновенного источника. Найдём функцию Грина для уравнений, полагая, что среда не имеет дисперсии, а ось  $Z$  цилиндрической системы координат направлена по скорости  $\vec{u}_{in}$ . Имеем

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu (r^2 + \xi^2)^{-1/2} \delta \left( t - \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1 - w\beta^2)\sqrt{\varepsilon\mu}} (r^2 + \xi^2)^{1/2} \right),$$

где  $\xi = z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} u_{in} t$ ,  $r^2 = \rho^2 \frac{\varepsilon\mu(1 - w\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}$ .

При  $\beta = 0$  получим

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu \frac{1}{R} \delta \left( t - \frac{R\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \right),$$

где  $R = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$  - расстояние от источника до точки наблюдения. В общем случае функция Грина отлична от нуля на эллипсоиде вращения, ось симметрии которого совпадает со скоростью  $\vec{u}_{in}$ . Анализ показал, что его центр перемещается со скоростью

$$u_0 = \frac{u_{in}(\varepsilon\mu - w)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

Для групповой скорости поля в нерелятивистском приближении модель дает следующую зависимость от  $w$ ,  $\vec{u}_{fs}$ ,  $\vec{u}_m$ :

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left( 1 - \frac{w}{n^2} \right) [\vec{u}_{fs}(1 - w) + w\vec{u}_m].$$

Из анализа четырехметрик, которые входят в структуру уравнений электродинамики, следует, что метрика Евклида равноправна с метрикой Минковского. По этой причине становится возможным рассмотрение ситуаций, когда отношение становится отрицательным. Рассмотрим вариант, когда  $w = -w_*$ . Тогда получим, например, скорость

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n_*} \frac{\vec{k}}{k} + \left( 1 - \frac{w_*}{n_*^2} \right) [\vec{u}_{fs}(1 + w_*) + w_*\vec{u}_m],$$

которая задает качественно новое поведение света. Вероятно, оно может реализоваться либо внутри частицы света, либо в особых условиях вне ее.

Найдем решения обобщенной системы уравнений Максвелла при условии незначительного изменения параметров среды на расстояниях порядка длины волны. Тогда частота  $\omega$  и волновой вектор  $\vec{k}$  будут связаны дисперсионным уравнением вида

$$c^2 k^2 = w\omega^2 + \Gamma^2 (\varepsilon\mu - w)(\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{in})^2.$$

Из него следует выражение для групповой скорости поля. Имеем

$$\vec{v}_g = c \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} = c \frac{\vec{k} + k\Gamma^2 c^{-2} \vec{u}_{in} (\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{in})}{\frac{\omega w}{c} + k\Gamma^2 c^{-1} (\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{in})}.$$

Рассмотрим распространения света в вакууме. Тогда

$$\vec{v}_\phi = \left\{ c + (1 - w)u \cos \Theta \right\} \frac{\vec{k}}{k}, \quad \vec{v}_g = \vec{c} + (1 - w)\vec{u}.$$

При  $w=1$  скорость света не зависит от величины  $\vec{u}$ , при  $w=0$  имеет место сложение скоростей по векторному закону. Величина  $\xi = 1 - w$  дает меру влияния скорости  $\vec{u}$  на скорость поля. В вакууме, из физических соображений, скорости  $\vec{u}$  соответствует скорость движения источника поля. Если  $w=1$ , эта скорость не проявляется в экспериментах, если  $w=0$ , то ее можно обнаружить.

Рассмотрим теперь распространение электромагнитного поля в случае, когда происходит медленное изменение  $w$ . Будем считать, что справедливы материальные уравнения, полученные ранее. Пусть выполняется приближение геометрической оптики, в котором  $w$ ,  $\vec{k}$  локально постоянны. Выразим индукции через поля:

$$\vec{B} = \frac{1}{1 - \varepsilon\mu\beta^2} \left\{ \mu(1 - w\beta^2)\vec{H} + (\varepsilon\mu - w)[[\vec{E} \cdot \vec{\beta}] - \mu\vec{\beta}(\vec{\beta} \cdot \vec{H})] \right\},$$

$$\vec{D} = \frac{1}{1 - \varepsilon\mu\beta^2} \left\{ \varepsilon(1 - w\beta^2)\vec{E} + (\varepsilon\mu - w)[[\vec{\beta} \cdot \vec{H}] - \varepsilon\vec{\beta}(\beta \cdot \vec{E})] \right\}.$$

**Заметим, что плотность энергии электромагнитного поля, выражаемая стандартной формулой**

$$W = \frac{1}{2} (\vec{E}\vec{B} + \vec{H}\vec{D}),$$

**является сложной функцией, зависящей от скоростей, от показателей преломления  $n$  и отношения  $w$ , что естественно предполагает изучение динамики частоты поля.**

Рассмотрим случай малых скоростей с  $\beta^2 \ll 1$ . Тогда

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + [\vec{G} \times \vec{E}], \quad \vec{D} = \varepsilon\vec{E} - [\vec{G} \times \vec{H}],$$

где  $\vec{G} = -(\mu\varepsilon - w)\vec{\beta}$ . Получим для луча локальное дисперсионное уравнение

$$(\vec{k} - \vec{G})^2 = n^2,$$

где  $\vec{k} = \nabla\psi$ ,  $\psi$  - эйконал,  $n$  - показатель преломления. Ему соответствует гамильтониан

$$H = 0.5 [(\vec{K} - \vec{G})^2 - n^2].$$

Из уравнений Гамильтона-Якоби для  $H$  следует, что в области с изменением  $w$  касательный к лучу вектор  $d\vec{r}/ds$  не параллелен градиенту эйконала, а изменение импульса определяется поведением  $\vec{G}$ .

Чтобы было более удобно анализировать частные случаи, преобразуем функцию Грина. Используем соотношение из теории  $\delta$ -функций, полагая

$$\delta(f(t)) = \sum_s \frac{\delta(t - t_s)}{|f'(t_s)|},$$

$$\text{где } f(t) = t - \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1 - w\beta^2)\sqrt{\varepsilon\mu}} \left\{ \rho^2 \frac{\mu(1 - \mu\beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} + \left( z - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2} ut \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad f'(t) = \frac{df}{dt},$$

$t_s$  - корень уравнения. Для корней имеем

$$t_{1,2} = \frac{1 - (\varepsilon\mu - w)\beta z \pm \sqrt{\varepsilon\mu(1 - w\beta^2)} [z^2 + \rho^2(1 - \varepsilon\mu\beta^2)/(1 - w\beta^2)]^{1/2}}{c(1 - \varepsilon\mu\beta^2)}.$$

Значения  $|f'(t_s)|$  оказываются одинаковыми. Имеем

$$|f'(t_1)| = |f'(t_2)| = a(z^2 + b(1 - a^2 z^2))^{1/2},$$

где  $a = \frac{(\varepsilon \mu - \beta^2 w^2) c^{-1}}{(1 - w \beta^2) \sqrt{\varepsilon \mu}}$ ,  $b = \frac{\varepsilon \mu - w}{\varepsilon \mu - \beta^2 w^2}$ . Окончательный вид функции Грина запишем, используя функцию

$$\operatorname{sgn} a = \frac{a}{|a|} = \begin{cases} 1, & a > 0, \\ -1, & a < 0. \end{cases}$$

Тогда

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu \frac{0.5(1 + \operatorname{sgn} t_1) \delta(t - t_1) + 0.5(1 + \operatorname{sgn} t_2) (\delta(t - t_2))}{[z^2 + [(1 - \varepsilon \mu \beta^2)/(1 - w \beta^2)] \rho^2]^{1/2}}.$$

Множители перед  $\delta$  - функциями обеспечивают выключение тех значений, для которых  $t_1$  или  $t_2$  становится отрицательным. Рассмотрим частные случаи, соответствующие различным значениям скорости  $\bar{u}$  и фазовой скорости  $c/\sqrt{\varepsilon \mu}$ .

*Вариант 1:* Досветовые скорости при  $u < c/\sqrt{\varepsilon \mu}$ . После преобразований получим

$$G_0(\vec{r}, t) = 16\pi^4 \mu \delta(t - t_1) \left( z^2 + \frac{1 - \varepsilon \mu \beta^2}{1 - \beta^2 w} \rho^2 \right)^{-1/2}.$$

*Вариант 2:* Световое движение при  $u = c/\sqrt{\varepsilon \mu}$ . Тогда

$$t_1 = \frac{\sqrt{\varepsilon \mu}}{2c} \left[ \left( 1 + \frac{w}{\varepsilon \mu} \right) z + \frac{\rho^2}{2} \right], \quad t^2 = \infty.$$

Функция Грина

$$G_0(\vec{r}, t_1) = \frac{16\pi^4 \mu}{z} \delta(t - t_1)$$

## 2.3. КОНЦЕПЦИЯ И СТРУКТУРА РЕАЛЬНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА

*Система отсчета рассматривается как специальным образом устроенная физическая среда, взаимодействие с которой приводит к изменению параметров электромагнитного поля, в частности, его характеристик инерции. Показано, что сравнение измеренных значений только с помощью канонических преобразований Лорентца пригодно в неполной асимптотической схеме описания поля.*

### 2.3.1. Некоторые аспекты классической и квантово-механической теории измерений

Исходным пунктом классической физики, его постулатом, который зачастую формулируется явно, является предположение, что физические характеристики исследуемого явления могут быть всегда измерены с некоторой незначительной погрешностью. Сформулируем это обстоятельство как *принцип невмешательства*: возможно экспериментальное определение характеристик физического явления без изменения его величин или закона из взаимосвязи. Он базируется на возможности (достаточно хорошо проверенной экспериментально) выполнить измерение таким образом, что изменение величин вследствие неизбежного влияния измерительного устройства на явление значительно меньше самих измеряемых значений, а в случае сильного изменения его можно рассчитать и учесть. При этом обычно считается, что реальная физическая величина тождественна измеренному значению. Это обеспечивается конструированием приборов, с помощью которых измерение можно провести в реальном масштабе времени и длины. Конечно, классическая теория не исключает возможности косвенного измерения, но это делается редко. Для его анализа необходимо дополнительное построение, которого мы рассматривать не будем.

На данной стадии возникает ряд вопросов:

- Как по «следам» взаимодействия, зафиксированного приборами, расшифровать устройство конструкции, оставившей данный «след»?
- Что ещё нужно для этого?
- Как выполнить реальную верификацию модели, если она известна частично или малодоступна?
- Насколько используемая аппаратура и методика исследования адекватны сути исследуемого изделия и его движений?
- Достигли ли мы в своем исследовании субъективной или объективной истины?

В классической физике общепринята модель классической системы отсчета: система пространственных координат, фиксирующая структуру трехмерного евклидова пространства  $R^3$ , к каждой точке которого присоединено время. В соответствии с указанным подходом физические явления описываются уравнениями и операторами, которые согласованы со структурой пространства-времени, а физические величины представляют собой проекции геометрических величин на оси координат. Так поступают как в том случае, когда задан единичный наблюдатель, так и для совокупности покоящихся друг относительно друга наблюдателей. Учет их движения, по крайней мере инерциального, сводится, согласно идеологии классического измерения, к построению алгоритма сравнения проекций исследуемых величин и законов из взаимосвязи. Поскольку система отсчета в классическом подходе идентична системе координат и введенному в ней времени, их взаимосвязь является единственным математическим инст-

рументом, с помощью которого можно простыми средствами обеспечить сравнение измеренных значений. Конечно, ниоткуда не следует, что это единственная возможность, так как никаких общих требований к алгоритму измерения мы пока не имеем. Следует заметить, что взаимосвязь систем координат фиксирует лишь кинематические характеристики, например, скорость и динамические, например, ускорение измерительных устройств. Если взаимосвязь измеряемых характеристик зависит только от них, а это обстоятельство можно исследовать только опытным путем, то полученная взаимосвязь может, в принципе, дать алгоритм сравнения параметров события. Однако сделать это можно лишь в том случае, если имеет место однозначность задания взаимосвязи координат по параметрам его относительного движения, равно как и однозначность выбора той системы координат, которая дает проекции физических величин, согласующиеся с опытом. Известно, что последние функции успешно выполняет декартова система координат.

**Заметим, что между системой отсчета в ее физическом смысле и содержании и системой координат в любом ее применении есть «дистанция огромного размера», потому что два рассматриваемых объекта физически, и математически, по содержанию и по их форме качественно различны. По этой причине недопустимо отождествление указанной пары понятий, равно как недопустимо отождествление пространства размеров и пространства скоростей для конструкции или ее части. Данное замечание интуитивно справедливо в трансфинитном смысле. Ведь практика требует жить, отображая глубоко и последовательно реальный трансфинитный мир в многообразии его сторон и свойств.**

При анализе результатов измерений всегда требуется учитывать влияние измерительных устройств на исследуемую конструкцию и ее качества. Теоретически и практически оно может быть «малым», «средним», «большим», отражая нулевое, частичное и полное влияние на объект и его проявления.

Непонимание специальной теории относительности, присущее даже Эйнштейну, начинается и усиливается у тех ее «знатоков», которые пытаются результаты измерений, полученные при «большом» влиянии на конструкцию и ее качества, трактовать их как результаты, полученные при «малом» влиянии. Так несложно запутать себя и других. Особенно если добавить в такой подход «масла авторитарности».

Главное обстоятельство, при котором имеет смысл говорить о корректности сравнения результатов измерений, полученных в разных условиях или разными наблюдателями, заключается в требовании «одинаковости» законов, которыми описывается явление в покоящейся и движущейся системах координат при условии корректного определения самого понятия «одинаковости». Конечно, логически допустима ситуация, когда исследуемые и используемые законы меняются. Но в этом случае можно предполагать либо выделенность одних наблюдателей по отношению к другим, что противоречит принятому условию тождественности наблюдателей, либо считать, что имеет место влияние одного из наблюдателей на параметры явления, что невозможно в силу принципа невмешательства. Обычно взаимосвязь параметров явления устанавливается посредством групповых преобразований координат, удовлетворяющих принципу относительности. При этом нужно учитывать как выбор структуры того многообразия, в котором рассматриваются явления, так и вопрос о поведении эталонов длины и времени. При сравнении результатов измерения в классической теории, базирующейся на использовании многообразия Ньютона, эталоны неизменны в духе абсолютности длины в трехмерном пространстве и абсолютности времени. Эти условия не противоречат структуре многообразия  $R^3 \times T^1$ . Более того, условия связи координат для систем отсчета могут интерпретироваться как математическое выражение условия абсолютности эталонов. В пространстве Минковского дело обстоит иначе. Требование абсолютности эталонов по идеологии Ньютона вступает в формальное противоречие со структурой

многообразия Минковского. Противоречие это является формальным потому, что ни откуда не следует, что преобразования координат, фиксирующие взаимосвязь характеристик эталонов, должны быть идентичны преобразованиям координат для систем отсчета. **Ведь расчетные и измеренные величины могут существенно отличаться друг от друга, дополняя как анализ, так и практику. Анализ инвариантности уравнений без анализа условий и факторов измерения может привести к ложным выводам и оценкам ситуации.**

В квантовой теории исходным является состояние физической системы. Различаются чистые состояния, которые задаются волновой функцией  $\Psi$  гильбертова пространства  $\hat{L}$  или его нормой  $|\Psi \cdot \Psi^*|$ , а также смешанные состояния, описываемые на основе математического ожидания от чистых состояний или матрицей плотности. Поведение  $\Psi$  описывается уравнением Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi,$$

где  $\hat{H}$  - гамильтониан. Наблюдаемой величине ставится в соответствие самосопряженный оператор  $\hat{A}$ . Спектр его собственных значений определяет физические величины. В случае прямых измерений и дискретного спектра собственных значений  $A = \{a_1, a_2 \dots a_n\}$ , оператор имеет спектральное разложение  $\hat{A} = a^i A_i$ , где  $\hat{A}_i$  - оператор, соответствующий собственному значению  $a^i$ . Измерение представляется в квантовой теории процессом, вследствие которого полное состояние редуцируется в частное, соответствующее фиксированному значению  $a_i$ . Главной особенностью и существенной трудностью квантово-механического подхода является то, что не существует физически обоснованных концепций и математического аппарата, с помощью которых можно было бы получить указанную редукцию детерминированным способом. Согласно статистической интерпретации волновой функции, каждое из возможных состояний со значением  $a_i$  имеет определенную вероятность появления в эксперименте. В конкретном измерении мы не можем указать единственный его исход, а лишь вероятность различных исходов.

Отличие от классической схемы имеет место в следующих моментах:

- новое определение состояния системы;
- новое определение физической величины, она не является уже просто проекцией на оси системы координат некоторого классического выражения;
- отсутствует детерминированность исходов выполненных измерений.

Заметим также, что принцип относительности используется в квантовой теории неявно. Указанные обстоятельства свидетельствуют также о недостаточной разработке квантово-механического подхода к измерению.

Если рассматривать систему отсчета как важный физический фактор, позволяющий выделить единственное состояние из возможной совокупности, мы вправе говорить о воздействии измерения на параметры явления. Отметим следующую особенность. "Между измерениями и физическими состояниями существует два рода соотношений: во-первых, измерение определяет состояние, в котором система находится после его проведения, а, во-вторых, при его помощи исследуется состояние, существовавшее до измерения. В области классической физики  $\hbar = 0$  это различие теряет смысл, так как состояния до и после измерения можно считать идентичными. В волновой механике дело обстоит существенно по-другому, так как там измерение всегда несет за собой принципиально неопределимые изменения в состоянии системы" [34].

С математической точки зрения обусловлено это редукцией волнового пакета, которая не описывается уравнением типа Шредингера и потому не является детерминированным процессом. С физической точки зрения это обусловлено возможностью

физического объекта находиться одновременно в нескольких различных состояниях, одно из которых фиксируется в процессе измерения.

Другая принципиальная особенность квантово-механического подхода, чуждая классическому, заключается в невозможности одновременного точного измерения тех величин, параметры которых определяются некоммутирующими между собой операторами. В этом случае величины связаны соотношением неопределенности. Им является, в частности, связь между координатой и импульсом частицы, энергией и временем.

При рассмотрении электромагнитных явлений необходим синтез классической и квантово-механической теорий измерения. Он базируется на физических фактах. С одной стороны, электромагнитное поле представляет собой совокупность квантово-механических объектов - фотонов и потому к ним нужно последовательно применять квантово-механическую теорию измерений. С другой стороны, в подавляющем числе экспериментов электромагнитное поле рассматривается через совокупность классических характеристик и анализируется методами и элементами классической теории измерения. Понятно, что такой подход также является ограниченно верным. Так считал Шредингер [119]. "Но давайте вернемся к вопросу, пусть неудачно сформулированному: действительно ли невозможность непрерывного, без пробелов описания в пространстве-времени опирается на неопровержимые факты? Сегодня в среде физиков бытует мнение, что это так. Бор и Гейзенберг выдвинули по этому поводу весьма оригинальную теорию, которая настолько легка в объяснении, что вошла в большинство популярных введений в предмет – должен сказать, что ее философский смысл обычно понимается неправильно.

*Теория гласит следующее.* Мы не можем делать какие-либо фактические утверждения о данном естественном объекте (физической системе), не "соприкоснувшись" с ним (ней). Это "прикосновение" является реальным физическим взаимодействием. Даже если оно заключается во взгляде на объект, на последний должны упасть лучи света и, отразившись, попасть в глаз наблюдателя или некоторый прибор для наблюдения. Это означает, что в объект *вмешиваются* путем наблюдения. Невозможно получить какие-либо сведения об объекте, оставляя последний в строгой изоляции.

Далее теория утверждает, что подобное вмешательство не является ни иррелевантным (не имеющим отношения к объекту), ни полностью изучаемым.

Таким образом, после некоторого количества трудоемких измерений объект оказывается в состоянии, некоторые характеристики которого (наблюдаемые в последнюю очередь) известны, а *другие* (те, которым последние измерения помешали) неизвестны или известны неточно. Подобное положение дел предлагается в качестве объяснения, почему полное, не имеющее пробелов описание физического объекта является невозможным. Но, очевидно, что помехи, даже если они существуют, говорят лишь о том, что невозможно составить подробное описание, они не убеждают меня, что я не могу сформировать *в уме* полную, без пробелов, модель, на базе которой можно корректно вывести или предсказать все, что я могу наблюдать со степенью определенности, допускаемой наблюдениями. *Ведь многое говорит о том, что нужно достроить модель так, чтобы полно и последовательно учитывать измерение.* Я хочу сказать, что эта интерпретация (Бора и Гейзенберга) самоочевидна: есть полностью определенный физический существующий объект, но я никогда не узнаю о нем все до конца. Однако это было бы совершенным непониманием того, что на самом деле имеют в виду Бор и Гейзенберг и их последователи. Они имеют в виду, что объект не существует независимо от наблюдающего субъекта. Они имеют в виду, что последние открытия в физике подошли к загадочной черте, разделяющей *субъект и объект*, которая, как выяснилось, вовсе не является четкой границей. Мы должны понять, что мы никогда не наблюдаем объект, не модифицируя и не окрашивая его нашими же собственными действиями, направленными на его изучение. Мы должны понять, что под влиянием наших

точных методов наблюдения и осмысления результатов эксперимента эта загадочная граница, разделяющая объект и субъект, *стерлась*.

Но при этом я не могу подавить определенные возражения. Я рассматриваю науку как интегрирующую часть нашего стремления ответить на серьезный философский вопрос, включающий остальные, на вопрос, который Плотин резюмировал так: кто мы? Более того: я рассматриваю это не как одну из задач, а как основную задачу науки, единственную, которая действительно имеет значение... Я чувствую определенное несоответствие между используемыми средствами и задачей, которую необходимо решить.

С другой стороны, (и это мое второе возражение), простое утверждение, что каждое наблюдение зависит и от объекта, и от субъекта, которые "переплетены" чрезвычайно сложным образом - это утверждение вряд ли можно назвать новым, оно почти так же старо, как сама наука. По прошествии 24 веков (от Протагора и Демокрита) мы знаем, что они по-своему утверждали, что все наши *чувства, восприятия и наблюдения* носят субъективный оттенок, и не передают природу вещи-в-себе. С тех пор этот вопрос возникал везде, где была наука. В предыдущие столетия при обсуждении этого вопроса имели в виду две вещи, а именно: (а) непосредственное физическое *впечатление*, оказываемое объектом на субъект и (б) *состояние субъекта*, у которого это впечатление появляется".

**Напомним некоторые аспекты теории наблюдений, отмеченные Борном М :**

- **следует идти от «опытных фактов к математической формулировке основных законов».**
- **Часто только «интуиция мастеров способна вывести на верный путь».**
- **Обычно «физик имеет дело не с тем, что он может мыслить, а с тем, что он может наблюдать» экспериментально.**
- **«Квантовая механика способна отвечать лишь на правильно поставленные статистические вопросы и ничего не может сказать о ходе индивидуальных процессов».**
- **«Вопрос о ходе явлений практически выпал из поля зрения квантовой механики, потому что он не находит своего выражения в формальном аппарате теории».**
- **« Как протекает явление, если состояние равновесия нарушено? Классическая физика занималась исключительно вопросами такого рода...Она оказалась почти бессильной в решении проблем структуры».**
- **При этом « математическое понятие точки континуума не имеет непосредственного физического смысла».**
- **Необходим некоторый «синтез волновой и корпускулярной механики».**

Аргументом в пользу необходимости синтеза классических и квантово-механических представлений является также и факт различия частот, волновых векторов, напряженностей полей, измеренных различными наблюдателями. Конечно, можно принять ту точку зрения, что это изменение обусловлено структурой пространства-времени Минковского, но более реалистичной, иницируемой квантовой механикой, является другая точка зрения: изменение параметров есть следствие динамического процесса, в частности, взаимодействия с системой отсчета. По этим причинам *следует искать вариант математического описания реального взаимодействия систем отсчета с физическим явлением* и приемы отображения на эту схему поведения эталонов.

В качестве ростковых точек можно выделить следующие:

- моделирование системы отсчета областью системы координат и временем, в которых задано силовое поле;
- согласование основного многообразия и класса допустимых преобразований координат для систем отсчета;
- рассмотрение различных предположений о поведении эталонов и способов их "включения" в уравнения для физических величин.

### 2.3.2. Концепция и структура реального измерения

Примем терминологию, которой будем придерживаться в дальнейшем:

- система отсчета - макроскопический классический объект, содержащий структурные элементы, которые обеспечивают измерение исследуемых величин;
- событие - совокупность параметров явления, присоединенных к точке или области пространства-времени, в котором рассматривается явление;
- акт наблюдения - взаимодействие исследуемого явления с системой отсчета, необходимое и достаточное для измерения;
- переход события в систему отсчета - процесс изменения параметров события, реализующийся вследствие взаимодействия явления с системой отсчета;
- путь перехода события - траектория точечного события, проходящая через систему отсчета.

Используем стандартные определения:

- Условие - обстоятельство, от наличия или изменения которого зависит наличие или изменение чего-то другого, называемого в этом случае обусловленным.
- Наблюдение - относительно длительное, целенаправленное и планомерное восприятие предметов и явлений окружающей действительности.
- Измерение - операция, посредством которой устанавливается численное соотношение между измеряемой величиной и заранее выбранной единицей измерения, масштабом, эталоном.

Используем аксиому 1: *классическая величина является осредненным по конечной области пространства значением совокупности сопоставляемых ей микровеличин.*

Отметим, что необходимо "учитывать существенную ограниченность представления классической теории, согласно которым электромагнитное поле описывается значением его компонентов в каждой пространственно-временной точке, причем это поле может быть промерено посредством точечных зарядов в смысле электронной теории. Эти представления являются идеализацией, имеющей к квантовой теории лишь ограниченную пригодность. Указанное обстоятельство находит себе рациональное выражение как раз в аппарате квантовой электродинамике, где полевые величины представляются уже не функциями точки в собственном смысле слова, а функциями пространственно-временных областей; эти функции области формально соответствуют усредненным по указанным областям значениям идеализированных (рассматриваемых как функции точки) полевых величин" [35].

Откажемся от допущения классической теории об отсутствии влияния на параметры электромагнитного поля. Примем аксиому 2: *измерение оказывает детерминистическое и в общем случае не малое действие на электромагнитное поле.* Используем концепцию отношения и полученные выше данные для построения модели реальной системы отсчета (РСО), под которой будем понимать специальным образом сконструированную физическую среду. Зададим характеристики РСО как физического объекта: роль скорости среды  $\vec{u}_m$  в этом случае переходит к скорости детектора  $\vec{u}_d$ , а вместо отношения поля к среде следует использовать отношение к детектору  $w_d$ . Из-за конечности размеров системы отсчета существенно различаются ситуации, когда поле находит-

ся вне и внутри нее. Схема физического процесса взаимодействия точечного события с системой отсчета состоит из ряда звеньев. Очевидно, что ситуация сложна:

- имеется начальное событие, до взаимодействия с системой отсчета;
- в момент времени  $t_0$  в точке  $x_0$  начинается взаимодействие явления с системой отсчета;
- взаимодействие имеет конечную длительность и интервал длины;
- устанавливается новое состояние - конечное событие.

В соответствии с анализом, выполненным ранее, при взаимодействии поля со средой происходит изменение его инерции, как кинематической, так и динамической характеристик, а также изменение отношения  $w_d$ .

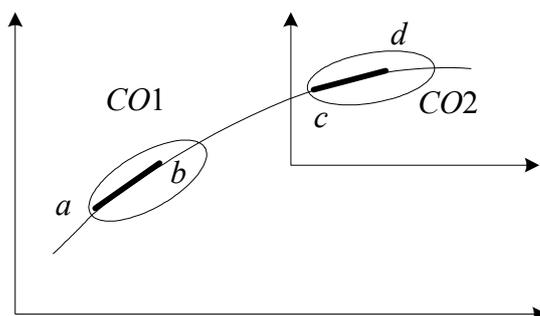


Рис. 2.1. Прохождение точечного события через две системы отсчета

Ситуация усложняется, когда рассматриваются, например, две PCO. Проведем качественный анализ процедуры измерения в этом случае. Рассмотрим следующую схему, задаваемую рисунком 2.1. Пусть событие проходит последовательно сначала первую систему отсчета - CO1, а затем вторую - CO2. На отрезках  $[ab]$  и  $[cd]$  происходит изменение отношений и характеристик инерции электромагнитного поля. Первый наблюдатель получит совокупность параметров, различных в разных точках пути перехода события в систему отсчета. Например, пространственно-временное смещение события относительно точки  $A$  в момент времени  $t_1$  при значений отношения  $w_1$  будет задано дифференциалами  $\{dx^\alpha\}_{t_1, A, w_1}$ . На втором этапе аналогичным образом происходит измерение во второй системе отсчета. Второй наблюдатель охарактеризует смещение события в точке  $B$  в момент времени  $t_2$  при значении отношения  $w_2$  дифференциалами  $\{dx^{\beta'}\}_{t_2, B, w_2}$ . Взаимосвязь

$$\{dx^{\beta'}\}_{t_2, B, w_2} = A_\alpha^{\beta'} \{dx^\alpha\}_{t_1, A, w_1} \quad (2.1)$$

определяется матрицей  $A$ , для нахождения которой нужны дополнительные данные. В рамках концепции отношения требование одинаковости условий измерения соответствует  $w_1 = w_2$ .

**Мы обнаруживаем пять стадий прохождения светом пары измерительных устройств: до первого, в первом, между первым и вторым, во втором, после второго. Все они могут быть систематически описаны в рамках предлагаемого алгоритма.**

Очевидно, что система отсчета является для электромагнитного поля внешним условием. Если она не взаимодействует с полем, то  $w_d = 0$ , если стадия взаимодействия является конечной, то  $w_d = 1$ . Вероятно, аналогично на электромагнитное поле влияют другие поля и среды.

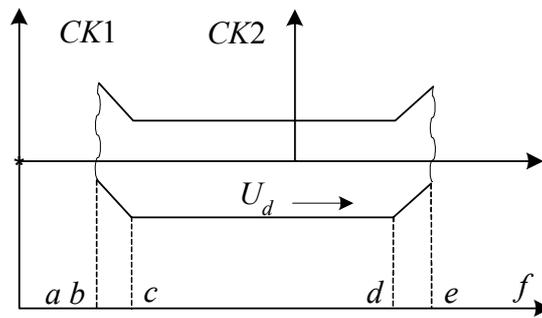


Рис. 2.2. Схема распространения поля

Имеет место определенное соотношение в изменении  $w_d$  и инерции поля. В случае  $w_d = 0$  инерция поля измениться не может и потому сохраняет фиксированное значение для любого инерциального наблюдателя. При переходе из вакуума в среду происходит изменение отношения. Если отношение меняется от 0 до 1, то динамические характеристики инерции меняются следующим образом: поле "забывает" скорость своего первоначального источника, вторичный источник получает скорость, равную скорости движения среды, меняется частота поля. Переход поля из среды в вакуум сопровождается изменением отношения от 1 до 0. Изменений инерции, если нет дополнительных факторов, при этом не происходит. Среда может менять свою скорость при переменном или постоянном отношении, что по-разному влияет на характеристики инерции поля. При взаимодействии электромагнитного поля и системы отсчета происходит как изменение отношения, так и инерции поля.

В процессе взаимодействия с системой отсчета имеет место изменение  $w_d$ . Если после прохождения системы отсчета поле движется в вакууме, то его инерция будет определена результатом взаимодействия с системой отсчета. При движении в среде произойдет изменение отношения к среде и соответствующее изменение инерции. Указанные обстоятельства обосновывают необходимость рассмотрения по меньшей мере двух отношений: *к физической среде, в которой распространяется излучение и к системе отсчета, которая также влияет на параметры.* В частности, например, возможна ситуация, когда отношение к системе отсчета равно единице,  $w_d = 1$ , а отношение к среде  $w_m$ , равно нулю  $w_m = 0$ . Ему соответствует распространение излучения в детекторе, представляющем собой цилиндр, внутри которого вакуум, а отношение к системе отсчета формируется на одной грани детектора.

Рассмотрим теперь задачу об изменении параметров поля в случае, когда имеет место переход излучения из вакуума в газовую среду, движение в ней, затем переход из среды в вакуум.

Рассмотрим луч света от источника, находящегося в вакууме и покоящегося в системе координат  $СК1$ . Пусть система координат  $СК2$  покоится относительно инерциально движущейся среды, образующей движущуюся систему отсчета. Пусть ее скорость равна  $\vec{u}_d$ , а показатель преломления  $n_d$ . Рассмотрим значение скорости на различных участках среды. Предположим, что поток газа имеет такое распределение плотности, что на входе в канал и на выходе из него происходит изменение отношения от нуля до единицы и обратно. Пусть путь, на котором реализуется изменение, значительно больше длины волны излучения. Тогда справедливо предположение о локальном постоянстве частоты, длины волны. Для аналитического описания закономерности изменения скорости используем выражение

$$\vec{v}_d = \frac{c}{n_d} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w_d}{n_d^2}\right) \vec{u}_d.$$

Имеем следующие результаты. На участках  $[bc]$  и  $[de]$  происходит изменение скорости, частоты и волнового вектора, обусловленное изменением трех факторов:  $n_d$ ,  $w_d$ ,  $u_d$ . При  $w_d = 1$  получаем известные результаты Физо, при  $w_d = 0$  модель распространения поля по Ритцу, при других значениях  $w_d$  имеем соотношения, которые достаточно сложно проверить экспериментально.

Резюмируем сущность алгоритма учета влияния как внешней среды, так и системы отсчета на параметры электромагнитного поля:

- внешние по отношению к полю факторы, независимо от того, образуют они некоторые измерительное устройства или нет, учитываются посредством нормированного скалярного поля  $w_d$ ;
- изменение скорости источника свободного электромагнитного поля, частоты излучения и его волнового вектора происходит согласованно с  $w_d$ ;
- система отсчета и физическая среда совместно влияют на электромагнитное поле;
- замыкание уравнений электродинамики базируется на уравнениях, определяющих в различных ситуациях поведение  $w_d$ .

Построим один из алгоритмов сравнения результатов измерения параметров электромагнитного поля, полагая, что справедлив детерминистический подход. Пусть проведены измерения скорости поля согласно рис 2.1. Следуя (2.1), для сравнения результатов измерений, выполненных различными наблюдателями, необходимо найти матрицу  $\hat{A}_\alpha^{\beta'}$ . Предложим для ее нахождения вспомогательную конструкцию

$$P_{kn}^{AB} = \text{diag}(1, 1, 1, 1/w_1 \cdot w_2), \quad (2.2)$$

полученную матричным произведением локальных метрик, сопоставляемых каждой из систем отсчета

$$P_{kn}^{(1)} = \text{diag}(1, 1, 1, 1/w_1), \quad P_{kn}^{(2)} = \text{diag}(1, 1, 1, 1/w_2).$$

Потребуем инвариантности локального интервала, построенного по метрике (2.2). Рассмотрим две декартовых системы координат, присоединенные к системам отсчета, движущимся относительно друг друга со скоростью  $v$ . Получим, согласно [17], двухпараметрические преобразования

$$d x' = \frac{d x - v d t}{\left(1 - v^2 \frac{w_1 w_2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad d y' = d y, \quad d z' = d z, \quad d t' = \frac{d t - \frac{d x}{c^2} w_1 w_2}{\left(1 - v^2 \frac{w_1 w_2}{c^2}\right)^{1/2}}. \quad (2.3)$$

Они содержат не только скорость относительного движения систем отсчета, но и характеристики их влияния на событие.

Введение вспомогательной метрики вида  $P_{kn}^{AB}$  и требование ковариантности интервала составляют новый алгоритм сравнения параметров события. В сочетании с принципом относительности он обеспечивает возможность рассмотрения различных экспериментальных ситуаций. Проведем такой анализ. Сравним локальные смещения события, отсчитанные в одной и другой системах отсчета для различных значений от-

ношения. Пусть  $w_1 = w_2 = 1$ . Эта ситуация соответствует случаю, когда между собой сравниваются события, относящиеся к конечной стадии их перехода в системы отсчета. Используя (2.3), получим преобразования Лорентца. Они являются частным случаем преобразований, связывающих между собой дифференциалы смещений события. Заметим, что глобальные преобразования следуют из них в случае, если скорость и отношение не зависят от координат.

В классической теории измерений недостаточно внимания уделяется факту, что измерения, если они проводятся независимо, разделены в пространстве и происходят в разные моменты и интервалы времени. Согласно нашему подходу, дополнительно необходимо указать условия, при которых проведены измерения, а также правила переноса значений, измеренных в одной точке, в другую, соответствующую другим условиям измерений. Если условия "одинаковы", например  $w_1 = w_2$  и пространство является плоским, тогда ситуация упрощается.

Специальная теория относительности абстрагируется от указанных деталей, равно как и от влияния системы отсчета на явление. Такой подход логически допустим и существенно упрощает задачу, но не соответствует ее содержанию и сложности. Предельным значениям отношения  $w_1 = w_2 = 1$  соответствуют конечные стадии перехода события в соответствующие системы отсчета. С учетом сделанных замечаний имеем *новую формулировку ППСС: значения скорости света в вакууме, измеренные различными инерциальными наблюдателями на конечной стадии перехода события в соответствующие системы отсчета, равны между собой.*

Взаимосвязь параметров для других ситуаций не укладывается в рамки преобразований Лорентца. Действительно, пусть измерение параметров проведено первым наблюдателем на конечной стадии перехода в  $S01$ , а вторым наблюдателем - на начальной стадии в  $S02$ . Им соответствуют отношения  $w_1 = 1$  и  $w_2 = 0$ . Согласно преобразованиям (2.3) измеренные значения связаны преобразованиями Галилея. Иной результат получим в случае, когда  $w_{1d} = w_{2d} = 1$ . Такое описание согласуется с интуитивным представлением о распространении электромагнитного поля в вакууме в отсутствие эфира и измерительных устройств. Эта возможность предполагалась некоторыми физиками ранее, однако факт обусловленности скорости света влиянием измерительных устройств получен впервые. Понятно, что *преобразования Галилея не противоречат принципу постоянства скорости света в вакууме.*

Отметим важное обстоятельство, следующее из анализа преобразований (2.3): пространственно-временные преобразования в электродинамике имеют операторный смысл. Действительно, из (2.3) следует, что преобразования Лорентца соответствуют частному условию, когда  $w_{1d} = w_{2d} = 1$ . **Принцип постоянства скорости света в вакууме, следуя точке зрения Эйнштейна, выражает экспериментальные факты, для описания которых нужно было найти алгоритм их описания, не детализируя картину и механизм взаимодействия. Такую роль в состоянии выполнить группа Лорентца в ее канонической форме, когда показатель отношения равен единице как в одном, так и в другом измерительном устройствах.**

Соотношение дифференциалов координат вида (2.3) позволяет получить связь экспериментальных значений, которая не зависит от конкретных особенностей изменения  $w_d$  на других стадиях. Ситуация аналогична методу "черного ящика" или  $S$ -матрицы. В формализме  $S$ -матрицы взаимодействие поля с динамической системой описывается на основе алгоритма трансформации начальной волновой функции  $\Psi(1)$  в конечную  $\Psi(2)$  по правилу

$$\Psi(2) = \hat{S}_{21} \Psi(1).$$

Обычно матрица  $\hat{S}_{21}$  выбирается из дополнительных соображений, косвенным образом описывая динамику взаимодействия. Мы можем по входным данным рассчитать выходные, но не описываем все детали трансформации параметров. В специальной теории относительности аналогично используется матрица  $A$ : если рассматривать величины  $\{dx^i\}_1$ , как начальные данные, то конечные параметры смещения события  $\{dx^i\}_2$  можно определить посредством  $A$ -матрицы, соответствующей группе Лорентца. Для описания динамики изменения параметров поля при взаимодействии со средой такой подход недостаточен.

Используя показатель отношения, мы получаем возможность учесть влияние системы отсчета, рассматриваемой как сложный физический объект, на характеристики инерции и другие параметры электромагнитного поля. Поскольку предполагается детерминистическое влияние системы отсчета на поле, такой вариант расположен между классической теорией измерений, в которой воздействия измерения на явления нет и квантово-механической теорией измерения, в которой такое воздействие является недостаточно определенным, вероятностным. **Когда измерительное устройство влияет на изучаемую конструкцию, в частности, на частицу света, то до измерения и после него, как и в процессе измерения, эта конструкция может быть разной, допускающая даже качественные превращения. Так меняется, например, сено, пропущенное через корову. Не меньшую разрушающую или корректирующую роль для частиц света способно выполнить измерительное устройство.**

Более того, следует помнить, что истинное для Генотипа выступает в форме системы интерпретаций его практики (измерительной, понятийной, расчетной). По своему выражению и сути они в чем-то совпадают и в чем-то отличаются друг от друга. По этой причине истинность математическая может быть «далекой» от истинности физической, Верно и обратное, особенно если принять во внимание тот факт, что математика может многое рассчитать из того, что в настоящее время недоступно эксперименту или существенно искажается при его проведении в силу его «неидеальности». Точно так понятийная интерпретация способна как опережать эмпирическую и расчетную, так и отставать от них.

Относительно СВЕТА можно сказать так: до прибора, в приборе, после прибора свет способен быть не таким, как мы его измерили и как мы его рассчитали. СВЕТ способен существенно выходить за пределы наших прикосновений к нему и реакций, получаемых при взаимодействии, а потому его возможности могут быть существенно шире и глубже Прокрустова ложа наших понятий. Чем точнее и совершеннее будут наши прикосновения к СВЕТУ и изучаемые реакции и отношения, тем лучше мы сможем сами стать похожи на СВЕТ. Понятно. Что для этого требуются новые понятия, а также расчетные и экспериментальные средства.

## 2.4. АСПЕКТЫ ПРИНЦИПА ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, ИНЕРЦИИ И ПРИЧИННОСТИ

*Показано, что подходы Галилея Г. и Эйнштейна А. к учету инерции физических систем и наблюдателей дополнительные, что приводит к наличию у принципа относительности двух различных сторон. Отмечается возможность сохранения принципа причинности при использовании сверхсветовых скоростей. Рассмотрена проблема согласования группы симметрии пространственно-временного многообразия с группой симметрии кинематических характеристик инерции электромагнитного поля.*

### 2.4.1. Две стороны принципа относительности в электродинамике

В принципе относительности, предложенном Галилеем, речь шла о сравнении (на качественном уровне) двух различных экспериментальных ситуаций, что позволило прийти к выводу о "необнаруживаемости" инерциального движения механическими опытами внутри физической лаборатории. " Прилежно наблюдайте все ... пока корабль стоит неподвижно. Заставьте теперь корабль двигаться с любой скоростью и тогда (если только движение будет равномерным и без качки в ту или другую сторону ) во всех названных явлениях (речь шла о механических опытах без проведения количественных измерений: подъем струйки дыма, падение камня, полет мух и т.д.) вы не обнаружите ни малейшего изменения и ни по одному из них не сможете установить, движется ли корабль или стоит неподвижно" [120]. Сформулируем этот вывод как принцип относительности Галилея (ПОГ). "Механический закон, обнаруженный наблюдателем, покоящимся в замкнутой, огражденной от внешних воздействий, физической лаборатории не изменится, если и наблюдатель и лаборатория в целом будут инерциально двигаться относительно своего первоначального положения, которое предполагается неизменным".

Одинаковость протекания механических опытов состоит по Галилею в следующем: "И причина согласованности всех этих явлений заключается в том, что движение корабля обще всем находящимся на нем предметам, так же как и воздуху" [120]. Поскольку равномерное и прямолинейное движение мы называем движением по инерции, отнесем каждому движению свою кинематическую характеристику. Тогда причина одинаковости процессов заключается в том, что все части физической системы, наблюдатель и измерительные устройства имеют одинаковую кинематическую характеристику инерции. Инерция проявляет себя аналогично запасу потенциальной энергии: если провести механические опыты на различной высоте над поверхностью Земли, то они практически не будут отличаться друг от друга.

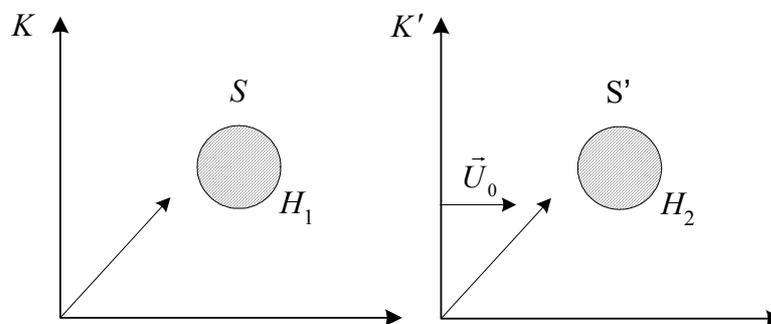


Рис. 2.3. Иллюстрация принципа относительности Галилея

Вторая сторона ПОГ состоит в том, что Галилей различал протекание физических явлений в инерциальных системах, если в опыте участвуют системы с различной инерцией. По

Галилею, физические явления будут отличаться, если они проводятся в каюте и на палубе. На палубе воздух уже не имеет движения, общего с движением корабля и потому при исследовании падения камня, подъема струйки дыма нужно принимать во внимание изменение инерции тех частей системы, в пределах которой рассматривается проводимый опыт. Другими словами, изменение инерции проявляет себя как дополнительная сила, действующая на систему. Следовательно, в подходе Галилея не утверждается абсолютной "необнаружимости" инерциального движения, это *движение проявляет себя, если выйти за пределы системы*.

Заметим также, что в подходе Галилея не было количественных измерений, поэтому вопрос о соотношении эталонов, покоящегося и инерциально движущегося, даже не был сформулирован.

Итак, согласно ПОГ, сравниваются две экспериментальные ситуации, причем измерения проводятся наблюдателями, покоящимися относительно установки, которая считается ограниченной от внешних воздействий, обусловленных движением системы в целом.

Система координат  $K$  покоится относительно установки и наблюдатель  $H_1$  в  $K$  устанавливает закон, описывающий определенный механический опыт. Система  $K'$  покоится относительно установки  $S'$  (аналогичной  $S$  в том смысле, что она дает те же расчеты, что и  $S$ , если будет помещена в  $K$ ) и движется относительно  $K$  со скоростью  $\vec{u}_0$ . Наблюдатель  $H_2$  в  $K'$  устанавливает закон в  $K'$ . Он оказывается для одинаковых опытов таким же, как и для наблюдателя в  $K$ . Следовательно: "Законы, по которым изменяется механическое состояние физической системы, не зависят от того, покоится или инерциально движется система в целом". При этом вопрос об установлении закона, описывающего явление в  $K'$  по закону в  $K$  не ставится, между ними еще нет связи. О ней можно говорить в том случае, когда одна экспериментальная ситуация исследуется различными наблюдателями. В частности, один наблюдатель покоится относительно установки, а второй - инерциально движется относительно нее. "Расширение" принципа относительности на эту ситуацию состоит в том, что делается вывод об одинаковости законов, управляющих механическими явлениями как для покоящегося, так и для инерциально движущегося наблюдателя.

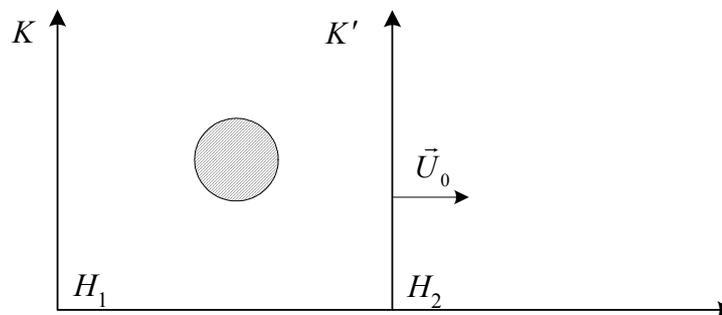


Рис. 2.4. Иллюстрация принципа относительности А. Эйнштейна

Это уже не принцип относительности Галилея, а принцип независимости явления от инерциального движения измерительных устройств. Другими словами: "Закон, управляющий поведением физического объекта, не зависит от того, наблюдает ли его покоящийся относительно исследуемой системы или инерциально движущийся наблюдатель". В этом суть дополнения ПОГ А. Эйнштейном. Наблюдатель в  $K$  исследует явление в системе  $S$ , покоящейся относительно  $K$ . Аналогичное исследование производит инерциально движущийся наблюдатель в  $K'$ . Одинаковыми ли законами описывается явление в  $K$  и  $K'$ ? Ответ на этот вопрос дается принципом относительности А. Эйнштейна. Его можно сформулировать следующим образом: "Законы, по которым изменяется механическое состояние физической системы, не зависят от того, покоится или инерциально движется наблюдатель".

При этом на первый план выдвигается вопрос о том, можно ли найти такие пространственно-временные преобразования систем координат  $K$  и  $K'$ , чтобы по закону в одной системе устанавливался такой же закон в другой? Причина независимости законов от инерциального движения наблюдателей кроется, по А. Эйнштейну, в структуре пространства-времени: "... теория Лорентца не противоречит принципу относительности. Однако наше представление о времени и пространстве должно подвергнуться фундаментальным изменениям" [84]. С точки зрения учета инерции, ПОЭ утверждает независимость физического явления от инерции наблюдателя, другими словами, от определенных условий наблюдения. Об этой стороне принципа относительности у Галилея ничего нет. При анализе оптических явлений А. Эйнштейн отталкивался от того, что оптическими опытами "относительное движение Земли принципиально нельзя обнаружить" [84], он опирался на ПОГ. Однако его формулировка принципа относительности относилась к ситуации, описываемой ПОЭ: "Законы, по которым изменяется состояние физических систем, не зависят от того, к какой из координатных систем, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, эти изменения относятся".

Совместно применим ПОГ и ПОЭ к распространению света в вакууме. Тогда, очевидно, принципу постоянства скорости света в вакууме (ППСС) соответствуют две различные экспериментальные ситуации: а) источники покоятся относительно наблюдателей, но имеют инерциальную скорость по отношению друг к другу, закон распространения света в вакууме исследуется каждым наблюдателем; б) имеется один источник, а покоящийся и инерциально движущийся наблюдатели устанавливают закон распространения света в вакууме.

В современной электродинамике не было четкого разграничения указанных ситуаций, математический аппарат их анализа не развит. Что имеется в виду? Во-первых, если строго следовать ПОГ, то одинаковость протекания оптических явлений в покоящейся и инерциально движущейся системе обусловлена, как и для материальных тел, инерцией электромагнитного поля, а также тем обстоятельством, что от ее величины протекание явлений не зависит. Поэтому характеристики инерции поля должны входить в уравнения электродинамики и проявляться во всех ситуациях, когда имеет место их изменение. Согласно принципу относительности Галилея, система, состоящая из материальных объектов и поля, сохраняет свое состояние инерциального движения до тех пор, пока нет факторов, его изменяющих. Наличие такого движения не сказывается на результатах механических и оптических опытов в системе и может быть обнаружено лишь при выходе за ее пределы. Возникает следующий вопрос: "Как выразить инерцию электромагнитного поля и ввести ее в уравнения электродинамики?" Ответ на него необходим, если мы хотим разобраться в причинах, почему инерция не влияет на протекание процессов в физической системе.

Однако эта основная особенность ПОГ - независимость явления от инерции физической системы - до введения концепции отношения не имела явного выражения в электродинамике инерциально движущихся сред.

Во-вторых, отталкиваясь от ПОЭ, необходимо математически обосновать независимость физических явлений от условий наблюдения. Понятно, что эта независимость является характерной чертой классической теории измерений, когда исследуемое явление, экспериментальные установки, измерительные приборы макроскопичны. Однако всякую классическую полевую величину следует рассматривать как среднее по ансамблю (или по пространственно-временной области) от микроскопических величин. Известно, что для микроскопических величин применима лишь квантово-механическая теория измерений, согласно которой получаемые значения существенно зависят от условий измерения. В рассматриваемом нами случае к одному из таких условий относится инерция наблюдателей. По этой причине необходим учет основной особенности ПОЭ - инерции наблюдателей. Как выразить ее и использовать для анализа независимости явления от движения наблюдателей? Эта основная особенность ПОЭ также не имела в электродинамике движущихся сред явного выражения.

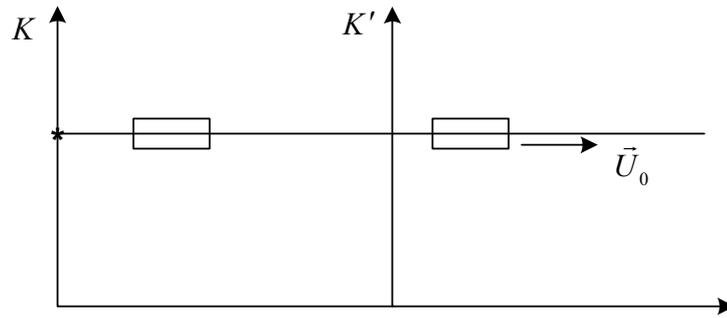


Рис. 2.5. Схема суперпозиции ПОГ и ПОЭ в оптике

Заметим, что в оптике допустима еще одна экспериментальная ситуация. Луч света последовательно проходит через одну физическую лабораторию, а затем через другую, скорость которой равна скорости системы координат  $K'$ . Наблюдатели  $H_1$  и  $H_2$  проводят измерение параметров света. Эта ситуация не описывается ни ПОГ, ни ПОЭ и представляет собой их некоторую суперпозицию. В рассматриваемом случае необходимо учитывать как инерцию источников, так и инерцию наблюдателей.

С учетом проведенного анализа и сделанных замечаний рассмотрим вопрос о взаимосвязи пространственно-временных переменных для систем координат, инерциально движущихся относительно друг друга.

I. Рассмотрим ситуацию рис. 2.5, полагая, что часы в  $K$  и  $K'$  идут одинаково, а эталоны длины абсолютны. Пусть в  $K$  и  $K'$  проведены два независимых измерения, следующие друг за другом. Пусть в  $K$  за время  $dt$  луч света сместился на  $d\vec{r}$ . По часам в  $K'$  прошло время  $dt' = dt$ , а смещение равно  $d\vec{r}'_1$ . После проведения измерений в  $K$  пусть сразу же проводятся измерения в  $K'$ , причем за время  $dt'$  луч прошел  $d\vec{r}'$ . В  $K$  ему соответствует  $dt = dt'$ , а смещение равно  $d\vec{r}'_1$ . Общий итог эксперимента таков:

а) в  $K$  и  $K'$  прошло одно и то же время

$$dt + dt_1 = dt'_1 + dt';$$

б) в  $K$  и  $K'$  пройдено разное расстояние

$$d\vec{r} + d\vec{r}'_1 \neq d\vec{r}' + d\vec{r}'_1';$$

в) за время  $dt$  луч в  $K$  прошел  $d\vec{r}$ ;

г) за время  $dt'$  луч в  $K'$  прошел  $d\vec{r}'$ . В указанной ситуации постоянству хода часов в  $K$  и  $K'$  не противоречит возможное различие  $dt$  и  $dt'$ , так как оно определяется экспериментальной ситуацией.

II. Рассмотрим ситуацию, соответствующую рис. 2.3 (ПОГ). Проведем независимые опыты по измерению скорости света в вакууме в  $K$  и  $K'$  для покоящихся источников. Получим, что в  $K$  имеется совокупность "смещений"  $\{dx^\alpha\}$ , реализованных за время  $dt$ . Аналогично, в  $K'$  имеется совокупность "смещений"  $\{dx^{\alpha'}\}$ , реализованных за время  $dt'$ . В общем случае между нет связи. Возникает вопрос: можно ли найти такую взаимосвязь переменных  $\{dx^\alpha, dt\}$ ,  $\{dx^{\alpha'}, dt'\}$ , чтобы по данным опыта в  $K$  можно было бы установить данные некоторого (возможно иного, чем в  $K$ ) опыта в  $K'$ ? Понятно, что и в этом случае вовсе необязательно должно быть  $dt = dt'$ ,  $d\vec{r} = d\vec{r}'$ , а, скорее, это исключение.

III. Рассмотрим ситуацию, соответствующую рис. 2.4 (ПОЭ). Пусть одно и то же смещение рассматривается в различных системах координат. Понятно, что если ситуация сводится к рис. 2.4, сравнению могут подлежать лишь реально измеренные и рассчитанные величины

(так как две физические лаборатории не могут совпадать друг с другом). Однако и для этой ситуации допустимо нахождение такой взаимосвязи пространственно-временных переменных, что по параметрам, измеренным в  $K$ , можно восстановить параметры, измеренные в  $K'$  (соответствующие либо рис. 2.3 либо рис. 2.4). Понятно, что в этом случае также из пространственно-временных преобразований не будет следовать ни абсолютность длины, ни абсолютность времени.

Все три ситуации имеют ту общую черту, что некоторому "смещению"  $\{dx^\alpha\}$  за время  $dt$  в  $K$  ставится в соответствие некоторое "смещение"  $\{dx^{\alpha'}\}$  за время  $dt'$  в  $K'$  (речь идет о смещении луча, поэтому взаимосвязь  $\{dx^{\alpha'}, dt'\} = \hat{L}\{dx^\alpha, dt\}$  не имеет отношения к взаимосвязи эталонов).

Проведенные выше рассуждения по-новому обосновывают отказ А. Эйнштейна от взаимосвязи пространственно-временных переменных с абсолютным временем  $dt' = dt$  (его относительность одновременности). Именно относительность одновременности выступает как средство взаимосвязи ситуаций, относящихся к рис. 2.3, рис.2.4 и не раскрывающих по существу рис. 2.5. Функциональная взаимосвязь "смещений" в  $K$  и  $K'$  неявно учитывает инерцию электромагнитного поля и инерцию наблюдателей.

Сформулируем принцип относительности, соединяющий черты ПО Г и ПОЭ: "Законы, по которым изменяется состояние физической системы, установленные как покоящимися, так и инерциально движущимися наблюдателями, не зависят от того, покоится или инерциально движется система в целом".

Итак, наш анализ уравнений электродинамики движущихся сред позволил увидеть тонкости принципа относительности, ускользнувшие от внимания ранее.

Как мы знаем, материальные уравнения в движущейся среде "восстанавливаются" по уравнениям в покоящейся среде с точностью до скалярной функции, **названной показателем отношения  $w$** . Значит, в общем случае невозможно установить структуру уравнений в движущейся среде по уравнениям в покоящейся среде без рассмотрения отношения. Корректный путь такой: нужно задать отношение, с учетом его значений и изменения построить пространственно-временные преобразования, содержащие скорости, ускорения. Мы приходим к выводу, что в полной теории переход от уравнений в покоящейся среде к уравнениям в движущейся среде может быть выполнен на основе тензорного преобразования, учитывающего отношение. Теперь очевидна ограниченность такого приема: он задает правило вывода уравнений поля, но *не задает структуру тех элементов, с помощью которых это можно сделать*. Его расширение имеет прямое отношение к модели расслоенного пространства-времени с разделением пространственно-временных характеристик на пространство состояний и пространство событий и принятием концепции отношения как фундаментального свойства физического мира, без учета которого правильное описание инерции невозможно. Отношение становится фундаментальным регулятором инерции поля, конкретизирующим принцип относительности.

#### 2.4.2. Коррекция принципов теории с учетом реальностей измерения

Из физической практики следует, что измерение есть влияние явления, обычно представленного некоторыми конструкциями, на реальное измерительное устройство, показания которого рассматриваются как измеренные величины. При этом возможна классическая модель измерения, согласно которой измерительный прибор не влияет на параметры исследуемого явления. Но чаще, следуя опыту, накопленному в квантовой теории, прибор вмешивается в явление и его ход, что приводит к реализации варианта статистического предсказания итогов эксперимента прежде всего потому, что отсутствует информация о деталях и механизмах явления. В силу указанных обстоятельств, принимая модель частицы света как квантовой системы, нам следует учесть ряд обстоятельств:

- Изучить роль и место измерительной системы в проблеме анализа и интерпретации измеренных значений.

- Механизмы прямого и косвенного влияния измерительного устройства на квантовую систему.
- Соотношение классических и квантовых аспектов при проведении реальных измерений.
- Факторы и алгоритмы взаимного влияния разных конструкций друг на друга с учетом всего спектра скоростей, присущих исследованию.

Физика имеет дело с измеренными величинами, соответствующими прямому опыту (например, измерению ширины стола линейкой) или косвенному опыту (например, измерению температуры внутри Солнца). Реальные условия измерения таковы, что они могут не помешать явлению, но способны, в некоторых ситуациях, существенно исказить его. По этой причине требуется коррекция принципов, используемых в физике, так как в них должны быть учтены условия измерения.

Принцип относительности Эйнштейна формулируется так: "Законы, по которым изменяется состояние физических систем, не зависят от того, к какой из координатных систем, движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, эти изменения относятся" [8]. Легко видеть, что между собой сравниваются физическая и координатная система, а измерительной системы, имеющей самостоятельное значение, в формулировке нет. В данном подходе также никак не выделен субъект, проводящий исследование. Примем во внимание указанные обстоятельства. Изобразим ситуацию рис. 2.6.

Заметим, далее, что величины, сопоставляемые явлению, различны для различных наблюдателей. Но именно они образуют закон, которому подчинено явление. В частности, одна и та же величина может быть разной, если различно отношение  $w$ :  $\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_f + w\vec{u}_m$  различно, если  $w_1 \neq w_2$ . Поэтому следует считать так: "Законы, по которым изменяется состояние физической системы, не зависят от выбора координатной системы, но зависят от выбора и состояния измерительной системы, от того, движется ли она инерциально или неинерциально".

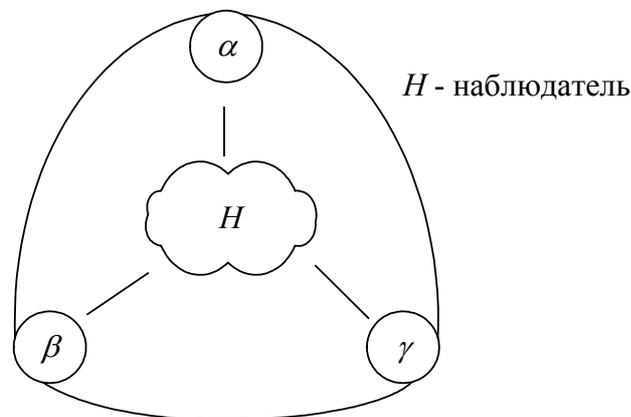


Рис. 2.6. Элементы, ассоциированные с принципом относительности (( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) - физическая, измерительная, координатная системы)

Рис. 2.6. пригоден для анализа принципа постоянства скорости света в вакууме. В реальном измерении между собой сравниваются не только скорости, но также частоты и направления волновых векторов. Опыт показывает, что вся эта совокупность различна, если различны инерциальные наблюдатели. Этот факт подтверждается зависимостью всей совокупности параметров электромагнитного поля от скорости источника излучения и от скорости измерительного устройства или физической среды. Чтобы понять ситуацию, требуется конкретизировать условия реального измерения скорости света в вакууме. Действительно, для такого измерения нужны две установки, в которых свет часть своего пути проходит в вакууме, а уста-

новки движутся друг относительно друга. Поэтому два экспериментатора сравнивают, что происходит со светом *внутри* экспериментальных установок. Согласно опыту, действительно будут обнаружены одинаковые значения скоростей, потому что источником вторичного излучения стал прибор, в который проник свет. Но частоты света будут различны как в том случае, когда движется источник излучения, так и в том случае, когда движется измерительное устройство. Следовательно, прямое измерение скорости света в вакууме способно исказить реальную картину явлений, выходя за рамки принципа постоянства скорости света, предложенного Эйнштейном. Прямые опыты не дают ответа на вопрос, важнейший для построения правильной и полной картины явлений: *с какой скоростью движется свет в вакууме вне измерительного устройства?* Расчеты, проведенные с учетом концепции отношения, показывают, что ситуация сложна. Внутри и вне измерительного устройства параметры поля могут существенно отличаться. В силу указанных обстоятельств следует принять новый принцип: "Законы, по которым изменяются параметры электромагнитного поля, могут быть разными, они зависят от того, вне или внутри измерительного прибора выполнено исследование".

В физике анализ ситуации способен измениться вплоть до нового качества, если удастся обнаружить и использовать новые физические характеристики объектов и явлений. Такова, например, теория фазовых превращений. Такова теория атомов, когда выяснилось, что это "всего лишь" конструкции, составленные из нуклонов в центре атома и электронов, образующих их периферию. Такова теория катастроф, когда принята идея пространства, зависящего от управляющих параметров.

Инерция тел и поля, как свидетельствует опыт, относится к наиболее общим их свойствам. По этой причине следует ожидать, что охваты и проявления инерции могут и должны быть учтены при наиболее общем подходе к физическим явлениям. Этот тезис справедлив как для физических величин, *управляющих инерцией*, так и для используемых математических конструкций.

Анализ показал, что *физика инерции* основана на *концепции отношений между объектами и явлениями*. Суть ее состоит в том, что *есть величины, задающие отношения, они могут быть переменными, а изменение отношения приводит к изменению инерции*. **Эта точка зрения считается пригодной как для тел, так и для полей.** Задача состоит в том, как найти отношения, разобраться в них, воспользоваться ими. В электродинамике Максвелла для релаксационных процессов изменения параметров света отношение задано *новой физической величиной*  $w(x, y, z, t)$ :

$$w = 1 - \exp\left(-P_0(\lambda)\frac{\rho}{\rho_0}\right),$$

где  $P_0(\lambda)$  - феноменологическая константа, зависящая от длины волны излучения,  $\rho_0$  - плотность среды при нормальных условиях.

Так задано локальное отношение электромагнитного поля к материальной среде, описываемой макроскопической плотностью  $\rho$ . Мы полагаем, более того, что отношение среды к полю такое же, то есть  $w_{1,2} = w_{2,1} = w$ , что характеризуется гипотезой: *когомологическое действие равно когомологическому противодействию*. Понятно, что среда получает возможность управления электромагнитным полем через показатель преломления  $n$  и, дополнительно, через отношение  $w$ .

Скаляр  $w$  можно рассматривать как элемент группы 0-когомологий Хохшильда

$$w \in H^0(g_z, A),$$

где  $g_z$  - алгебра, ассоциированная с физическим явлением. Понятно, что в общем случае нужно учесть отношения электромагнитного поля к другим полям, например, к гравитации, а так-

же и к вакууму, который можно рассматривать как праматерию. Понятно, что отношение может зависеть и от других групп когомологий

$$w = f(H^q(g_z, A)).$$

### 2.4.3. Доказательство возможности согласования сверхсветовых скоростей с принципом причинности

Заключение о невозможности сверхсветовых движений впервые было сделано в виде самостоятельного вывода А. Эйнштейном в 1907 году. Оно основано на использовании преобразований Лорентца для связи скоростей сигналов в покоящейся и движущейся системах отсчета. Пусть  $\varphi$  - скорость сигнала в СК1,  $\psi$  - скорость сигнала в СК2,  $c$  - скорость света в вакууме. Тогда при  $\varphi > \psi$  возможна ситуация, когда расстояние  $l$  проходит в СК2 за отрицательное время

$$\Delta T = l \left( 1 - \frac{\varphi \psi}{c^2} \right) / (\varphi - \psi).$$

Отсюда делается вывод о временном предшествовании следствия причине, а потому "хотя ... этот результат и не содержит логического противоречия, он настолько противоречит всему нашему опыту, что невозможность предположения  $v > c$  может считаться достаточно доказанной" [121].

Конечно, можно принять точку зрения, что принцип причинности, вообще говоря, не сводится к временной упорядоченности причины и следствия, и потому указанное условие очень сильное. Можно стать на точку зрения Реками, Миньяни, применив принцип реинтерпретации, согласно которому направление "стрелы причинности" инвариантно: событие, которое рассматривается как причина для одной системы отсчета, может стать следствием для другой. Можно применить и другие соображения, в частности, использовать некоторые следствия ОТО, при которых данное противоречие снимается.

Однако все они не меняют вывода, сделанного А. Эйнштейном. Покажем, что ситуация выглядит иначе, если корректно учесть начальные условия задачи. При этом мы не будем рассматривать вопроса о том, законно ли применение преобразований Лорентца к сигналам, движущимся со скоростью, большей скорости света в вакууме.

Согласно постановке мысленного эксперимента, сигнал идет с постоянной скоростью  $\varphi' > c$  в одном направлении и сносится средой, движущейся со скоростью  $v$  в другом направлении. Пусть действительно это так и для данной ситуации, хотя, если бы он не сносился средой, то его скорость была бы конечной, что противоречит физической постановке задачи. С другой стороны, при определенном значении  $\varphi' > c$  мы действительно получим  $\varphi < 0$ . Но это обстоятельство означает, что сигнал пошел в сторону отрицательных значений  $OX$ .

Рассмотрим вопросы причинности в рамках концепции отношения. Сравним между собой смещения событий, отсчитанные в системах отсчета наблюдателей. Согласно условиям мысленного эксперимента, сигнал  $\varphi > c$  идет в среде, для которой отношение равно единице. Для другого наблюдателя отношение события к измерительному устройству  $w=0$ . Поэтому их связь между собой должна задаваться преобразованиями Галилея. А это означает, что  $\varphi = \varphi' - v$ . При  $v < c$ ,  $\varphi' > c$  всегда  $\varphi > 0$  и потому будет обеспечено предшествование причины следствию.

Анализируемая А. Эйнштейном задача относится именно к такой ситуации и потому из нее не следует нарушение принципа причинности. Сравнение сигналов  $\varphi > c$  и  $\varphi' > c$  при от-

ношениях  $w_1 = 1$  и  $w_2 = 1$ , которое задается преобразованиями Лорентца, вступает в противоречие с принципом постоянства скорости света, из которого выводятся преобразования. Указанные скорости следует анализировать в рамках схемы, не ограничивающей себя предельным значением скорости, что имеет место в электродинамике с отношением.

## 2.5. СКРЫТЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ $SH$ -СИММЕТРИЙ

*Проанализированы дополнительные возможности анализа физических явлений, которые появляются при использовании  $SH$ -симметрий. Установлена естественная неассоциативность этих симметрий, получен неассоциативный закон сложения скоростей, найдена новая квазигруппа. Показано, что возможна интерпретация обобщенных выражений для четырехскоростей как потенциальных функций в теории деформаций, соответствующих многообразиям катастроф. На основе использования двухпараметрических  $SH$ -симметрий проведено сравнение "смещений точечного события", измеренных различными инерциальными наблюдателями, при условии, что измерение влияет на параметры явления. Показано, что стандартная симметрия Лорентца соответствует идеализации реального процесса измерения и позволяет сравнивать между собой только те параметры явления, которые относятся к конечным стадиям взаимодействия явления с измерительным устройством.  $SH$ -симметрии позволяют связать между собой разные стадии двух динамических процессов измерения. В частности, начальные стадии таких процессов могут быть связаны между собой преобразованиями группы Галилея.*

$SH$ -симметрии, полученные на основе физического расширения  $S$ -симметрий, являются удобным средством для углубления физической модели. Происходит это потому, что они содержат дополнительную информацию. Рассмотрим новые элементы опыта, следующие из использования  $SH$ -симметрий.

### 2.5.1: Естественная неассоциативность симметрий

Рассмотрим  $SH$ -симметрию Лорентца. Она определена, когда задана гиперповерхность для ее параметров  $v/c$  и  $w$ . В частности, ограничим диапазон их изменения значениями  $\frac{v}{c} = [-1, 1]$ ,  $w = [0 \div 1]$  (рис. 2.7). Выделим на ней две "полочки", соответствующие значениям  $w_1$  и  $w_2$ . Прямым расчетом легко убедиться, что при фиксированном значении  $w$   $SH$ -симметрия образует группу Лорентца, в которой  $c$  заменено на  $c/\sqrt{w}$ .

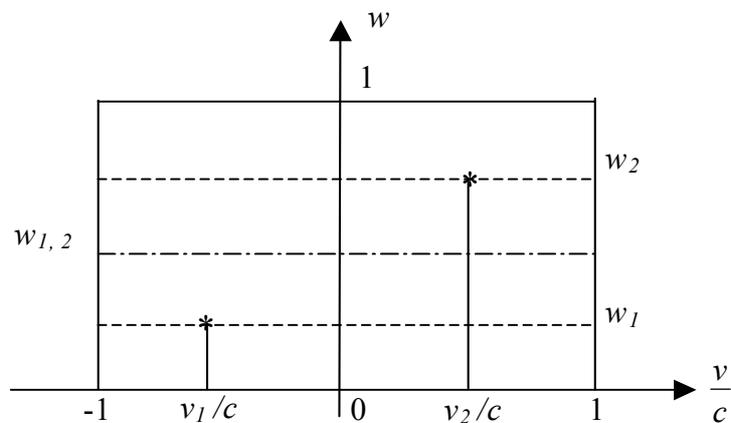


Рис. 2.7. Поверхность для  $SH$ -симметрий

Если рассматриваются  $SH$ -симметрии с различными значениями  $w$ , то их произведение сложнее и является стандартным для теории квазигрупп. Тем самым мы допускаем возможность, что в физических системах динамические процессы могут идти "по квазигруппе", усложняя, в частности, законы сохранения. Чтобы можно было использовать  $SH$ -симметрию обычным образом, введем обобщенное произведение

$$g_i * g_j = \pi(ij)g_i \cdot \pi(ij)g_j,$$

согласно которому симметрии приводятся сначала к единому  $w(ij)$  по правилу [117]

$$w(ij) = 0.5(w_i + w_j),$$

а затем выполняется обычное произведение преобразований. Можно ввести  $w(ij) = |w_i - w_j|$ . Для интервала  $[0 \div 1]$  получим квазигруппу. Она содержит единицу  $w_i = 0$ , а  $w_i^{-1} = w_i$ . Легко видеть, что введенная операция неассоциативна.

Если провести аналогию между элементом симметрии с параметрами  $w$  и  $v$  и физическим объектом с парой параметров, то принятое правило произведения можно интерпретировать как "взаимодействие", при котором сначала происходит "выравнивание"  $w$ , а только затем начинается "выравнивание" скоростей. Это физически возможно, если релаксация процесса по  $w$  более быстрая, чем по  $v$ . Из произведения симметрий получим правило сложения скоростей:

$$V_{ij} = \frac{V_i + V_j}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} w(ij)}.$$

Оно неассоциативно, так как

$$V_{i,j,k} = \frac{V_i + V_j + V_k + \frac{V_i V_j V_k}{c^2} w(ij)}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} w(ij) + \frac{w(ij, k)}{c^2} V_i (V_k + V_j)},$$

$$V_{i,j,k} = \frac{V_i + V_j + V_k + \frac{V_i V_j V_k}{c^2} w(jk)}{1 + \frac{V_i V_j}{c^2} w(jk) + \frac{w(i, jk)}{c^2} V_i (V_j + V_k)}.$$

Данный модельный пример неассоциативности, как и другие варианты, должен уточняться в согласии с конкретным опытом. Следовательно,  $SH$ -симметрии индуцируют неассоциативный закон сложения скоростей, что усложняет теорию представлений для физических моделей.

Множественное обобщенное произведение выражений

$$g = \gamma \begin{pmatrix} 1 & v \\ \frac{vw}{c^2} & 1 \end{pmatrix},$$

при

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} w\right)^{-1/2},$$

задает рекуррентные соотношения для скоростей. Они имеют вид

$$A_n = A_{n-1} + V_n B_{n-1}, \quad B_n = B_{n-1} + \frac{V_n}{c^2} w_n A_{n-1}.$$

При этом

$$n = 1; \quad B_1 = 1, \quad A_1 = V_1,$$

$$n = 2; \quad B_2 = 1 + \frac{V_2 V_1}{c^2} w_2, \quad A_2 = V_1 + V_2,$$

$$n = 3; \quad A_3 = (V_1 + V_2) + v_3 \left( 1 + \frac{V_2 V_1}{c^2} w_2 \right),$$

$$B_3 = \left( 1 + \frac{V_2 V_1}{c^2} w_2 \right) + \frac{V_3}{c^2} w_3 (V_1 + V_2) \dots$$

Обобщенные отношения

$$w_{ij} = 0.5(w_i + w_j),$$

$$w_{(ij)k} = 0.5 w_k + \frac{1}{4}(w_i + w_j) \dots$$

следуют из принятого выше алгоритма.

Укажем свойства введенного умножения для  $SH$ - симметрии Лорентца. Анализ показал, что

$$(g^{-1})^{-1} = g,$$

$$(g^{-1})(g \cdot h) = (hg)g^{-1} \neq h,$$

$$(gh)g = g(gh),$$

$$(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1} = g^{-1}h^{-1},$$

$$(gg)g^{-1} = g^{-1}(gg) = g,$$

$$(g \cdot hg)k = k(g \cdot gh),$$

$$(gh \cdot g)k = k(hg \cdot g),$$

$$(hg \cdot g)k = k(g \cdot gh).$$

Дистрибутивность нарушена, так как

$$(hk)g \neq (hg)(kg), \quad g(hk) \neq (gh)(gk).$$

Не выполняются соотношения

$$(gh)(gk) \neq ((gh)k)g + ((hk)g)g + ((kg)g)h,$$

$$\forall g, h, k \in A,$$

справедливые для алгебры Мальцева. В данном случае мы имеем квазигруппу, для которой

$$(hg \cdot g)k = k(g \cdot gh).$$

### 2.5.2. О связи SH-симметрий с теорией катастроф

Специальная теория относительности признала сингулярность физических величин при скорости  $v$ , равной скорости света в вакууме. Задача современной физики состоит в том, чтобы разобраться в сущности этой сингулярности и научиться, как ее можно преодолевать. Покажем, что для этого пригодна теория катастроф [122]. Рассмотрим полученное нами выражение

$$u^i \cong \sqrt{w} \left( 1 + w \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2} \left[ (1-w)u_{fs}^i + wu_m^i \right]$$

для четырехскорости. Пусть  $\bar{U}_{fs} = const$ ,  $\bar{U}_m = const$ . Примем предположение, что  $v/c \ll 1$ . Введем обозначение  $\sqrt{w} = z$ . Тогда

$$u^i \approx z(1 + z^2\alpha)(\beta + z^2\gamma).$$

Рассмотрим четырехскорость как потенциальную функцию катастрофы инерции. Имеем универсальную деформацию (со сложной зависимостью управляющих параметров  $a, b$  от скорости) вида

$$V^i(z_1, a_1, b) = \frac{1}{5}z^5 + \frac{1}{3}az^3 + bz,$$

где  $i=1, 2, 3$ . Многообразие катастрофы скоростей имеет в данном случае тип "ласточкиного хвоста":

$$M = z^4 + az^2 + b.$$

Кроме простых критических точек, описываемых этой функцией, имеем также точки с разной степенью вырождения:

- а) дважды вырожденные  $\{(a, b) | 4z^3 + 2az = 0\}$ ;
- б) трижды вырожденные  $\{(a, b) | 6z^2 + a = 0\}$ ;
- в) четырежды вырожденные  $\{(a, b) | 12z = 0\}$ .

Есть еще универсальная деформация вида "складки" для нулевой компоненты скорости

$$V^0(z_1, a) = \frac{1}{3}z^3 + z. \text{ Многообразие катастрофы скоростей в этом случае есть}$$

$$M = z^2 + 1.$$

Оно имеет дважды и трижды вырожденные точки. Сложно как раз то, что казалось совсем простым: способы и варианты перехода физической системы в состояние, когда внешнее воздействие отсутствует, когда  $w = 0$ . Такой подход иллюстрирует принципиальную возможность вложения пространства параметров симметрии в обобщенное пространство, построенное по типу универсальной деформации, позволяя единое рассмотрение семейства всех возможных состояний. Заметим, что функция

$$Y = \alpha \text{Det} |A - \lambda I| + \beta \text{Sp} |A - \lambda I| = a\lambda^4 + b\lambda^2 + c,$$

где  $A \in g_z$  дает возможность анализа метрик событий  $\eta^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, \lambda)$ , которые могут быть ассоциированы с  $Y$ .

### 2.5.3. Система отсчетных симметрий

Нами использовано расширение  $S$ -симметрии Лорентца до  $SH$ -симметрии. В обобщенных преобразованиях используется параметр  $w$ , физический смысл которого выяснен при анализе обобщенных уравнений электродинамики Максвелла.  $SH$ -симметрии имеют новый кинематический смысл. Покажем это. Свяжем группу  $SH$ -преобразований с метрическим тензором. Пусть неизменны компоненты

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, \sigma), \quad \sigma = w^2.$$

Тогда для его компонент

$$(\bar{l}^1 \bar{l}^1) = (\bar{l}^2 \bar{l}^2) = (\bar{l}^3 \bar{l}^3) = 1, \quad (\bar{l}^0 \bar{l}^0) = w^2 = \sigma$$

из инвариантности относительно линейных преобразований

$$\bar{l}^0 = A_1^0 \bar{l}^{1'} + A_0^0 \bar{l}^{0'}, \quad \bar{l}^1 = A_1^1 \bar{l}^{1'} + A_0^1 \bar{l}^{0'}$$

следуют условия

$$A_1^0 A_1^1 + w^2 A_0^0 A_0^1 = 0,$$

$$(A_1^0)^2 + (A_0^0)^2 w^2 = w^2,$$

$$(A_1^1)^2 + w^2 (A_0^1)^2 = 1$$

на коэффициенты преобразований. Обозначим  $A_1^1 = a$ . Для  $A_1^0 = -\frac{1}{a} w^2 A_0^0 A_0^1$ , получим

$$\left( \frac{(A_0^1)^2}{a^2} w^2 + 1 \right) (A_0^0)^2 = 1, \quad (A_0^1)^2 w^2 = 1 - a^2.$$

Отсюда  $A_0^0 = \pm a$ ,  $A_1^0 = \pm w(1 - a^2)^{1/2}$ ,  $A_0^1 = \pm(1 - a^2)^{1/2} \frac{1}{w}$ . Взаимосвязь дифференциалов координат задается выражением

$$dx^0 = w(1 - a^2)^{1/2} dx^{1'} \pm a dx^{0'}, \quad dx = a dx^{1'} \pm \frac{1}{w} (1 - a^2)^{1/2} dx^{0'}.$$

Если принять условие, что она связывает инерциальные системы координат, с относительной скоростью  $v$ , получим

$$\left( \frac{dx^{1'}}{dt^{1'}} \right) \Big|_{dx^{0'}=0} = v, \quad \frac{dx^{1'}}{dx^{0'}} = \pm(1 - a^2)/aw = v/ic.$$

Следовательно,

$$a = \pm(1 - w^2 v^2 / c^2)^{-1/2}, \quad (1 - a^2) = iw^2 \frac{v^2}{c^2} \left( 1 - w^2 \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1}.$$

Поэтому

$$dx^0 = \left( \pm iw^2 \frac{v}{c} dx^{1'} \pm dx^{0'} \right) (1 - w^2 v^2 / c^2)^{-1/2},$$

$$dx = \left( dx^{1'} \pm i \frac{v}{c} dx^{0'} \right) (1 - w^2 v^2 / c^2)^{-1/2}.$$

Согласно физическим условиям, в которых распространяется излучение, между собой могут и должны сравниваться значения дифференциалов координат (как и других физических величин) при задании  $w_1$  для одного наблюдателя и  $w_2$  для другого наблюдателя. Формализм  $SH$ -симметрий способен учесть это обстоятельство. Рассмотрев произведение матриц, сопоставленных указанным значениям  $w_1, w_2$ , получим

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w_1 \cdot w_2) = g^{ij}(w_1) \otimes g^{ij}(w_2).$$

Измерение неотделимо от отношения  $w$ . Преобразования координат, учитывающее разные значения  $w_1$  и  $w_2$ , естественны. Ситуации с  $w_1 = w_2 = 1$  математически просты, но они не могут быть реализованы физически, потому что совместить системы отсчета невозможно. Указанная тонкость открывает новые возможности для сравнения измеренных значений. Покажем, как нужно сравнивать между собой параметры физического явления, измеренные различными инерциальными наблюдателями, основываясь на преобразованиях  $SH$ -симметрии. Поскольку измерительное устройство есть физическая среда, необходимо и достаточно использовать подход, учитывающий динамику инерции электромагнитного поля. Правильно считать, что измерение оказывает детерминистическое влияние на явление в некотором временном интервале при фиксированном, либо при переменном значении  $w_1$ , задающем управление несобственной инерцией. Аналогично происходит измерение, выполненное другим наблюдателем, в другой области пространства, в другой интервал времени, при другом значении  $w_2$ . Таков реальный алгоритм измерения. Если принята точка зрения, что измерение влияет на параметры явления, то *двум наблюдателям невозможно измерить параметры явления в одной точке пространства в один момент времени.*

*Преобразования систем координат могут быть существенно отличны от реального соотношения величин, которое дает измерение параметров явления, выполненное различными инерциальными наблюдателями, влияющими на явление.*

## 2.6. ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ ИНЕРЦИИ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ МАКСВЕЛЛА

*На примере предложенного ранее обобщения электродинамики Максвелла проанализирован с топологической точки зрения вопрос об описании динамики несобственной инерции электромагнитного поля. В принятой модели центр алгебры заполнения явления индуцирует динамически зависимый инвариантный полином. Из рассмотрения эквивалентных представлений сделан вывод о наличии в теории инерции электромагнитного поля системы из трех матричных 1-коциклов. Они задают систему кохомологических фаз, согласованную с введенной ранее фазой инерции поля. Показано, что кохомологическая активность в обобщенной модели Максвелла проявляется нелинейно и нетривиально. Предложены варианты возможного развития теории кохомологической активности для физических моделей.*

В главе 1 предложено обобщение электродинамики Максвелла, в котором связи между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $H^{ik}$  зависят от новой физической величины

$$w(\rho) = 1 - \exp[-P_0(n-1)].$$

В обобщенной модели меняются скорости, динамически характеризуя *несобственную* инерцию электромагнитного поля. Введен также метрический тензор, характеризующий пространство событий  $SE$ . Эта модель согласуется со всеми известными экспериментальными данными и прогнозирует новые физические эффекты: зависимость скорости электромагнитного поля в вакууме от скорости первичного источника излучения, а также возможность движения ненулевой массы со скоростью, равной скорости света в вакууме. В разделе 2.1 показано, что использование матрицы (одного из элементов центра групповой алгебры)

$$Q = \text{diag}(1, 1, 1, w^{-1})$$

в качестве сплетающего оператора для генераторов  $\xi_k \in A_k, B_k$  алгебры заполнения  $V(4)$  в теории Максвелла на основе соотношений

$$\tilde{\xi}_k = Q^{-1} \xi_k Q$$

приводит уравнения к виду, аналогичному ее стандартной форме, когда модель рассматривается с точностью до эквивалентных представлений и инвариантна относительно группы Лорентца.

Рассмотрим топологические аспекты предложенной модели электромагнитных явлений, в которой динамически учитывается несобственная инерция электромагнитного поля. Обоснуем понятие топологической активности модели.

Зададим на алгебре  $M_n(X)$  функцию

$$P : M_n(X) \rightarrow P(X)$$

в форме комплексного полинома от элементов матрицы  $X$  с условием

$$P(Q^{-1} X Q) = P(X).$$

Такие полиномы известны:

$$A = \text{Sp}X, \quad B = \text{Det}X.$$

Они являются элементами нульмерной группы когомологий Хохшильда. Дифференциально-геометрически они могут быть учтены через обобщенную метрику пространства событий  $SE$  в форме, **соответствующей адаптации репера событий к пространству  $R^3$** :

$$X = \tilde{g}^{ab} = \text{diag}(1, 1, 1, w) = Q^{-1}.$$

Алгебраически мы можем иметь дело с матрицей  $X \in V(4)$  на основе выражения

$$\det(I + tX) = 1 + t\sigma_1(X) + \dots + t^n\sigma_n(X) = P(X),$$

которое есть полином от  $\sigma_1 \dots \sigma_n$ . Известно, что любой ассоциированный с инвариантным полиномом характеристический класс можно выразить через классы Чженя, которые определяют топологию многообразия. Тогда динамика топологии явления связана с динамикой его когомологий.

Выполним деформацию генераторов алгебры заполнения  $V(4)$ , полагая

$$\tilde{\xi}_k = Q^{-1}\xi_k Q = \Omega\xi_k$$

и используя

$$Q^{-1} = \text{diag}(1, 1, 1, w), \quad Q = \text{diag}(1, 1, 1, w^{-1}).$$

Элементы  $\tilde{a}_i, \tilde{b}_i, \tilde{e}_i, \tilde{f}_i$  связаны с  $a_i, b_i, e_i, f_i$  деформаторами  $\Omega(i)$ , если  $\tilde{\xi}_i = Q(i)\xi_i$ , где

$$\Omega(i) = \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} w^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix} \end{array} \right\},$$

соответствуя индексам  $i=1, 2, 3$ . Выразим  $\Omega(i)$  в виде

$$\begin{pmatrix} w^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w^{-1}-1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w-1 \end{pmatrix} = I_p^k + \tilde{\Omega}^1 \dots,$$

используя единичную матрицу. Тогда

$$\tilde{\xi}_k = (I_k^p + \delta_{ik}^p \tilde{\Omega}^i)\xi_k \equiv \xi_k + \sigma_k.$$

Поскольку преобразования эквивалентности сохраняют неизменными структурные постоянные алгебры, то для деформированных генераторов получим

$$\begin{aligned} (t_a + \sigma_a)(t_b + \sigma_b) - (t_b + \sigma_b)(t_a + \sigma_a) &= t_a t_b - t_b t_a + [(t_a \sigma_b - t_b \sigma_a) + (\sigma_a t_b - \sigma_b t_a) + \\ &+ (\sigma_a \sigma_b - \sigma_b \sigma_a)] = f_{ab}^c t_c + f_{ab}^c \sigma_c. \end{aligned}$$

Отсюда следует стандартное условие на элементы алгебры вида

$$t_a t_b - t_b t_a = f_{ab}^c t_c,$$

а также условия

$$(t_a \sigma_b - t_b \sigma_a) + (\sigma_a t_b - \sigma_b t_a) + (\sigma_a \sigma_b - \sigma_b \sigma_a) = f_{ab}^c \sigma_c,$$

задающие их нетривиальную деформацию.

Сравним этот вариант с определением тривиального 1-коцикла алгебры. Пусть фундаментальное представление группы задают генераторы  $\gamma_a$  алгебры, для которых

$$\gamma_a \gamma_b - \gamma_b \gamma_a = f_{ab}^c \gamma_c.$$

Умножим их на скалярную функцию  $\alpha_0(m)$ , где  $m$  обозначает координаты пространства, в котором действует алгебра. Тогда

$$\gamma_a \sigma_b(m) - \gamma_b \sigma_a(m) = f_{ab}^c \sigma_c(m),$$

а величина

$$\sigma_c(m) = \gamma_c \sigma_0(m)$$

задает тривиальный коцикл. В теории представлений ему соответствует использование волновых функций с фазовыми множителями

$$\tilde{\Psi}(m) = e^{i\alpha_0(x)} \Psi(m).$$

Обычно динамика фазы не учитывается и потому ей не придается физического смысла. В новом варианте мы имеем систему "фазовых множителей" с единой динамикой в соответствии с изменением  $w(x)$ . Заметим, что 1-коцикл группы используется при построении представлений вида

$$U(g)\Psi(m) = e^{i\alpha_1(m,g)} \Psi(mg).$$

В этом случае из условия

$$U(h)U(g) = U(hg)$$

имеем

$$U(h)(U(g)\Psi(m)) = U(h)(e^{i\alpha_1(m,g)} \Psi(mg)) = e^{i\alpha_1(mg,h)} e^{i\alpha_1(m,g)} \Psi(mgh),$$

$$U(hg)\Psi(m) = e^{i\alpha_1(m,hg)} \Psi(mhg).$$

Полагая

$$mhg = mgh, \quad e^{i\alpha_1(m,hg)} = e^{i\alpha_1(m,gh)},$$

получим условие

$$\alpha_1(m,g) + \alpha_1(mg,h) = \alpha_1(m,gh)$$

для 1-коцикла. В случае, когда

$$\alpha_1(m,g) = \alpha_0(mg) - \alpha_0(m),$$

оно выполняется тождественно. Следовательно,

$$U(g)\Psi(m) = e^{i(\alpha_0(mg) - \alpha_0(m))} \Psi(mg),$$

что дает простой сдвиг волновой функции с фазой  $\alpha_0(x)$ , соответствующей тривиальному 1-коциклу. В нашем подходе динамика инерции электромагнитного поля очевидно связана с динамикой элементов алгебры. Рассмотрим, как это проявляется в предложенном варианте. Из выражений для  $\tilde{\Omega}(i)$  введем соответственно "пространственную" и "временную" компоненты матричных коциклов вида

$$\frac{1-w}{w} = \exp ia(x), \quad w-1 = \exp ib(x).$$

Тогда

$$ia(x) = \ln \frac{1-w}{w}, \quad ib(x) = \ln(w-1).$$

Поскольку

$$\frac{dw}{d\xi} = -P_0(w-1),$$

получим

$$i \frac{da}{d\xi} = -\frac{P_0}{w}, \quad i \frac{db}{d\xi} = -P_0.$$

Отсюда имеем условие  $\frac{db}{da} = w$ , задающее согласование компонент  $(a, b)$ . Оно означает, что фаза несобственной инерции электромагнитного поля есть производная от "пространственной" компоненты матричного 1-коцикла по "временной" компоненте матричного 1-коцикла.

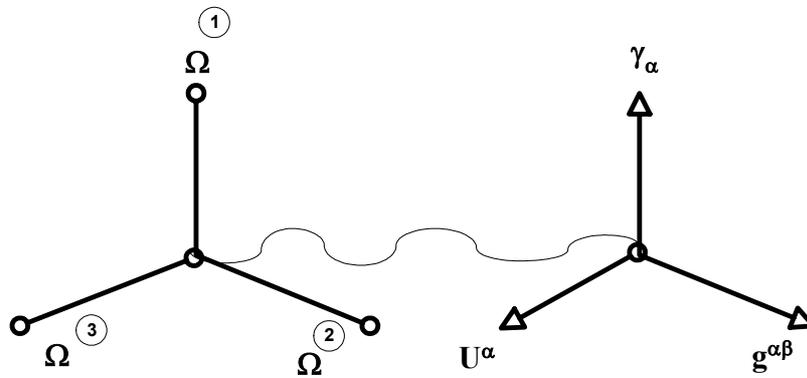


Рис. 2.8. Элементы инерции электромагнитного поля

Очевидно, что инерция электромагнитного поля как динамическое явление сложна с топологической точки зрения. Она многопланова, нелинейна, имеет специфические черты. Фактически кохомологическая активность инерции проявляется через тройку кохомологических компонент коциклов, оказывая частичное или полное влияние на параметры группы симметрии, что можно учесть аналитическим усложнением исследуемой модели. Так, независимость собственной инерции электромагнитного поля от фазы несобственной инерции будет выражаться в том, что фактор кохомологической активности для генераторов собственной инерции будет тождественно равен единичной матрице. Проиллюстрируем сделанные замечания (рис. 2.8).

Мы имеем, во-первых, элементы кохомологической активности  $\overset{1}{\Omega}, \overset{2}{\Omega}, \overset{3}{\Omega}$ ; во-вторых, элементы физической модели, измененные с учетом кохомологической активности:  $U^\alpha$  - четырехскорости,  $\gamma_\alpha$  - генераторы алгебры заполнения,  $g^{\alpha\beta}$  - метрики событий как для досветовых, так и для сверхсветовых движений. Возможны разные варианты введения в физическую модель кохомологической активности. Назовем кохомологической активностью по Ньютону ситуацию, когда для генераторов алгебры заданы уравнения

$$\text{вида } \tilde{\gamma}^k = \sigma_p^{ks} \frac{\partial \varphi^p}{\partial x^s}, \quad \varepsilon_p^{ks} \frac{\partial \varphi^p}{\partial x^s} = F^k,$$

где  $\sigma_p^{ks}, \varepsilon_p^{ks}$  - самостоятельные величины,  $\varphi^p$  - поля, индуцированные "силами". Назовем кохомологической активностью по Картану ситуацию, когда каждый генератор  $\gamma^n$

рассматривается как репер векторного пространства, а динамике соответствуют его перемещения и вращения согласно уравнениям  $d\vec{M} = \omega_n \gamma^n$ ,  $d\gamma^n = \omega_k^n \gamma^k$ , что позволяет системно изучать кохомологическую динамику.

## 2.7. КОГОМОЛОГИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ МАКСВЕЛЛА

*Показано, что электродинамике Максвелла свойственна кохомологическая активность. В частности, двойному сплетению ее алгебры заполнения соответствует матричное произведение метрик событий, что позволяет обобщить алгоритм анализа явлений. Установлено, что из уравнений для потенциалов классического электромагнитного поля уравнения квантовой электродинамики получаются только в случае группы Галилея. Учтены нульмерные кохомологии в системе уравнений квантовой электродинамики.*

В главе 1, разделах 2.1, 2.4 начат анализ динамики инерционных факторов электромагнитного поля. Он привел к созданию алгоритма *частичной динамической деформации* физической модели и базируется на использовании *кохомологически активного* инвариантного полинома для генераторов ( $\xi$ ) алгебры на основе  $\det(\xi)=w$ . В физическую модель введена кохомологически значимая, динамически зависимая фаза несобственной инерции поля. В полной модели имеются внешняя и внутренняя фазы, равно как и уравнения для внешних и внутренних электромагнитных полей и индукций. Это усложняет как расчет, так и эксперимент. Рассмотрим новые грани модели.

### 2.7.1. Двойное сплетение алгебры заполнения физической модели

Учтем влияние первого измерительного устройства на параметры явления. Рассмотрим однократное сплетение генераторов алгебры по стандартной схеме

$$\tilde{\xi}^k = Q^{-1} \xi^k Q,$$

где  $\xi^k = \Gamma_4$ ,  $Q^{-1} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ . Тогда (аналогично разделу 2.1) имеем

$$\tilde{\Gamma}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w_1^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Учтем, что есть второе измерительное устройство с показателем отношения  $w_2$ .**

Выполним второе сплетение, полагая, что

$$\tilde{\tilde{\Gamma}}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w_1^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_2^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -w_1^{-1}w_2^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_1w_2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ему соответствуют, следуя стандартной методике, изложенной в главе 2, двухпараметрические преобразования координат вида

$$dx' = \frac{dx - v dt}{\left(1 - w_1^2 w_2^2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - w_1^2 w_2^2 \frac{v}{c^2} dx}{\left(1 - w_1^2 w_2^2 \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Они оставляют инвариантной дважды сплетенную метрику событий

$$\tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w_1^2 w_2^2),$$

которую можно рассматривать как матричное произведение базовых метрик в форме

$$\tilde{g}^{ij} = g(w_1) \cdot g(w_2).$$

Следовательно, двойному сплетению метрик соответствует матричное произведение метрик событий. Такой подход полезен, так как он согласуется с реальной практикой измерений: обычно измерения проводятся при различных фазах несобственной инерции  $w_1$  и  $w_2$ , причем разные измерительные устройства не могут быть совмещены друг с другом и они по отдельности влияют на параметры явления. Поэтому сравнение между собой измеренных на опыте значений посредством преобразований координат без учета  $w_1$  и  $w_2$  является *идеализацией*, далекой от реальной практики. И хотя не следует придавать столь большой смысл и столь большое значение преобразованиям координат, но и не следует отказываться от их использования из-за удобства для анализа исследуемых физических ситуаций. Предложенное многократное сплетение алгебры является новым средством, дающим свои преимущества (согласно разделу 2.3). **Если наблюдателей много, то и сплетений, в том числе многократных, может быть много.**

### 2.7.2. Когомологическая неполнота квантовой электродинамики

Принято считать, что уравнения

$$\left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A_\mu = 0, \quad \partial A_\mu / \partial x^\mu = 0$$

для потенциалов электромагнитного поля соответствуют группе Лорентца, потому что они сохраняются при ее действии. Когомологически активная электродинамика дает другой результат. Согласно обобщенным уравнениям классической электродинамики, учитывающей несобственную инерцию электромагнитного поля, для потенциалов имеем

$$L = \hat{L} + \frac{1-w}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - (\varepsilon \mu - w) \frac{\Gamma^2}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \right)^2.$$

В соответствии с проведенным анализом фаза инерции  $w$ , являющаяся фактором когомологической активности модели, зависит от плотности среды, так как  $w=0$ , если  $\rho=0$ , тогда  $\varepsilon \mu=1$ ;  $w=1$ , если  $\rho=\rho_*$ , тогда  $\varepsilon \mu=1+G$ . Рассмотрим ситуацию, когда несобственная инерция поля не учитывается, что соответствует выбору  $\vec{U}=0$ . Тогда оператор

$$L = \hat{L} + \frac{1-\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

зависит от  $(1-\varepsilon \mu)$ . Только в случае, когда  $\varepsilon \mu=1$ , имеем уравнения, используемые в квантовой электродинамике. Это возможно лишь при  $w=0$ . Следовательно, *уравнения квантовой электродинамики соответствуют группе Галилея*. Для группы Лорентца имеем

$$L = \hat{L} + \frac{G}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \equiv \Delta^2 - \frac{1}{\tilde{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}.$$

Ни с формальной, ни с физической точки зрения отождествление  $\tilde{c} = c$  не является корректным. Поскольку оператор  $L$  не содержит скорость  $\vec{U}$ , это означает, что *уравнения квантовой электродинамики учитывают только собственную инерцию поля*. Эффекты, обусловленные несобственной инерцией, которые, согласно главе 1, проявляются на классическом уровне, могут и должны иметь место в квантовой теории. Поскольку фаза  $w$  меняется непрерывно, это может привести к новым динамическим моделям изменения квантового поля. Группа Лорентца, сохраняя волновое уравнение, задает схему анализа, в которой не учитывается динамика внешней инерции поля.

Симметрия плюс уравнения задают три типа теорий:

- а) кинематический тип, когда группа симметрии "охраняет" дифференциальный оператор от влияния скоростей (так ведет себя по отношению к оператору Даламбера группа Лорентца);
- б) динамический тип, когда группа симметрии "проявляет" скорости в дифференциальном операторе (так ведет себя по отношению к оператору Даламбера группа Галилея);
- в) смешанный тип, когда при одних условиях группа симметрии "сохраняет", а при других условиях "меняет" дифференциальный оператор (так ведет себя по отношению к оператору Даламбера кохомологически активная симметрия).

*Переход* от уравнений, в которых не учитывается несобственная инерция электромагнитного поля, к уравнениям, в которых она учитывается, *нетривиален*. Это обусловлено, с одной стороны, сложностью несобственной инерции поля самой по себе (глава 1), с другой стороны тем, что она способна войти в физическую модель частично (глава 3). Кроме того, кохомологическая ее природа вызывает *потребность* в использовании соответствующих ей динамических уравнений. Общая картина *расщепления* оператора Даламбера при учете несобственной инерции показана на рис. 2.9.

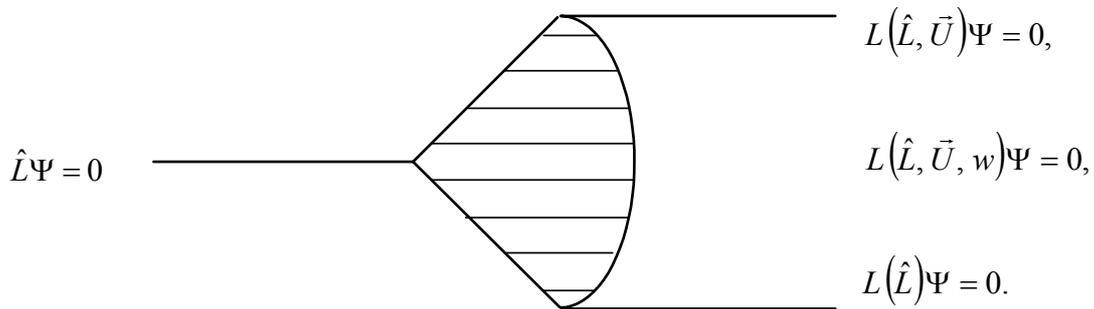


Рис. 2.9. Расщепление оператора Даламбера

В квантовой теории, если мы желаем провести полное исследование, следует учесть как динамику элементов гомологической алгебры, так и тех конструкций, которые с ней связаны. Кинематический анализ электромагнитных явлений математически более простой, но в нем упущены физические аспекты явлений. Динамический анализ физически более полон и последователен, но он математически сложнее. Поэтому, в зависимости от конкретной ситуации, иногда может быть удобнее кинематический расчет, а иногда нужен только динамический вариант.

### 2.7.3. Обновление квантовой теории с учетом кохомологической активности

Классическая электродинамика Максвелла в ньютоновском пространстве-времени  $R^3 \times T^1$  при учете кохомологической активности несобственной инерции поля (согласно главе 1) позволила динамически описать всю совокупность известных экспериментальных данных и предсказать новые эффекты. Кохомологическая активность задает изменения в квантовой электродинамике, позволяя использовать в ней модель

абсолютного пространства-времени, а также группу Галилея. Новые оттенки приобретает расчет в квантовой теории, поскольку интервалы времени и длина могут рассматриваться в "абсолютном" смысле. Соответственно иначе определены состояния

$$|\Psi_p\rangle = \int d^4x f_\alpha(x) \Psi_\alpha^*(x) |0\rangle$$

и функционал

$$g_\alpha(x) = \langle 0 | \Psi_\alpha(x) | 0 \rangle,$$

а также двухточечная функция

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x) \Psi_\alpha^*(y) | 0 \rangle = \int d^4p e^{ip(x-y)} \frac{c_{\alpha\beta}(p)}{p^2 - \chi^2}.$$

Изменение исходного дифференциального оператора  $\hat{L} \Rightarrow L$  приводит к расширению системы базисных функций и к возможности учета в квантовой теории эффектов, обусловленных *несобственной*, внешней инерцией поля. Используем при выводе обобщенных уравнений для потенциалов поля  $A_m$  систему уравнений Максвелла, заданную на основе гомологически активного "метрического" тензора событий  $SE$  вида  $g_{ij}$  в многообразии  $R^3 \times T^1$ . Чтобы учесть динамику  $g_{ij}$ , введем связность, устанавливающую согласование уравнений в различных локальных пространствах. Риманова связность без кручения, согласованная с  $g_{ij}$  согласно условию

$$\nabla_k \Omega_{ij} = 0,$$

задает один из возможных вариантов, не исключая другие. Из взаимосвязи полей и индукций

$$\tilde{H}^{ik} = \tilde{\Lambda} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

при условии, что

$$\tilde{\Lambda} = \det^{1/2} |\Omega_{ij}|,$$

имеем

$$-\tilde{S}^i = \nabla_k \tilde{H}^{ik} = (\nabla_k \tilde{\Lambda}) \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn} + \tilde{\Lambda} \Omega^{im} \Omega^{kn} \nabla_k F_{mn}.$$

Поскольку

$$\nabla_k \tilde{\Lambda} = \partial_k \tilde{\Lambda} - \Gamma_k^r \tilde{\Lambda} = 0, \quad \Omega^{kn} \nabla_k \nabla_m A_n = \nabla_m (\Omega^{kn} \nabla_k A_n) - R_m^r A_r,$$

принимая калибровку

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n = 0,$$

получим уравнения электродинамики

$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + R_m^r A_r = -S_m$ , учитывающие динамику несобственной инерции. В данном случае связи между полями и индукциями аналогичны тензору риманова пространства постоянной кривизны, для которого

$$R_m^r = k \delta_m^r,$$

где  $k$  - константа,  $\delta_m^r$  - символ Кронекера. Используем обозначение  $\nabla^k = \Omega^{kn} \Delta_n$ . Тогда уравнения для свободного электромагнитного поля  $(\nabla^i \nabla_i + k) A_m = 0$ ,  $\nabla^i A_i = 0$  обра-

зуют основу последовательной теории, учитывающей динамику инерции. Они хорошо исследованы. Их решениями являются сферические функции.

Обратимся теперь к дифференциальной геометрии. Зададим в произвольном дифференцируемом многообразии дифференциальную 1-форму  $\alpha = A_k dx^k$ , в которой  $A_k$  - потенциалы,  $dx^k$  - дифференциалы координат. На многообразии определены дифференциальные операторы  $(d, \delta)$ , которые соответственно повышают и понижают размерность дифференциальной формы. Определен также оператор Лапласа на многообразии  $\Delta = d\delta + \delta d$ , для 1-формы задающий

$$(\Delta \alpha)_k = -\nabla^i \nabla_i A_k - R_k^h A_h.$$

Поэтому уравнения квантовой электродинамики с учетом кохомологической активности задаются оператором Лапласа-Бельтрами на многообразии, в котором введен "тензор"  $\Omega_{ij}$ .

## 2.8. СУЩНОСТЬ АКТИВНОЙ КОГОМОЛОГИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ИХ СИММЕТРИЙ

*Обсуждены структурные, связевые и динамические свойства деформации физических моделей и их симметрий. Принята точка зрения, что динамическая деформация способна углубить теорию вплоть до ее нового качества.*

Исследование, выполненное в главе 1 и разделах 2.1÷2.5, позволило ввести в электродинамику Максвелла, а потому и в ее симметрии скалярную функцию  $w(x, t)$ . Она является источником и носителем *деформационных свойств поля* в модели электромагнитных явлений для физических ситуаций, когда имеет место динамическое изменение несобственной инерции поля.

Из общих соображений примем точку зрения, что деформационные свойства любой физической модели представляют собой самостоятельную сущность, соответствующую топологической сути явления. Пусть они, следуя главе 3, образуют систему *SLD (oli)*-типа: имеют структуру (*S*-), связи (*L*-), динамику (*D*-) в их внешних (*out*-), связевых (*l*-) и внутренних (*in*-) проявлениях. Покажем это на примере скаляра  $w$ .

Заметим, что *S*-свойства деформации по величине  $w$  имеют в электродинамике Максвелла три корня: а) алгебраический; б) дифференциально-геометрический; г) топологический, образуя деформационную величину ( $\xi$ ) (рис. 2.10).

Топологический или *c*-корень задает, например, деформационные величины для физической модели элементами кохомологий Хохшильда  $H^n(g, A)$ . В электродинамике Максвелла их индуцируют комплексно-значные скалярные функции

$$y_1 = \det(\lambda_1 A + I) + a, \quad y_2 = \det(\lambda_2 B + I) + b.$$

Группа  $H^0(g, A)$  ассоциирована с ними (раздел 3.1).

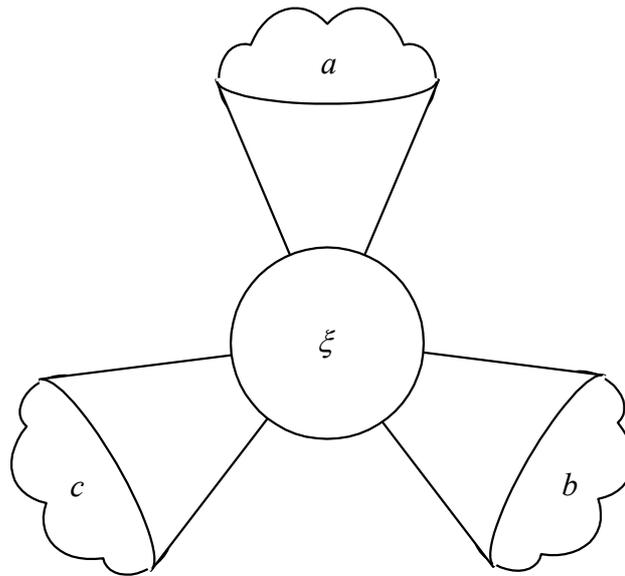


Рис. 2.10. Три корня деформационных величин ( $\xi$ )

Дифференциально-геометрический или *b*)-корень задает величину  $w$  на основе конформного расширения посредством функции  $\varphi$  канонической метрики  $g^{ij}$  для пространства событий  $SE$  с последующей деформацией эквивалентного типа (как указано в разделе 2.2):

$$g^{ij} = \varphi g^{ij} \Rightarrow \tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, \varphi^4 \cdot 1), \quad \varphi^4 = w.$$

Алгебраический или *a*)-корень задает величину  $w$  (согласно разделу 2.1) при отождествлении центра симметрии  $E$  с  $\tilde{g}^{ij}|_{SE}$  и учетом того факта, что центр  $E$  определен с точностью до функции  $\hat{\varphi}$  и преобразований

$$E \equiv g^{ij}|_{SE} \Rightarrow \hat{\varphi} g^{ij} \Rightarrow \text{diag}(1, 1, 1, \hat{\varphi}^4 \cdot 1).$$

Аналогично, следуя главе 3, вводится деформационно-зависимая сверхсветовая метрика

$$\tilde{r}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -\Psi),$$

которой соответствует выбор  $\hat{\varphi} = \pm\sqrt{i} \Psi^{1/4}$ .

*L*-свойства деформации учитываются двойко: во-первых,  $w$  входит в физическую модель, обобщая связи между полями и индукциями и скорости (глава 1), а также индуцирует замену частных производных на ковариантные по типу

$$\partial_i \Rightarrow \nabla_i = \partial_i + B_i;$$

во-вторых,  $w$  входит непосредственно в симметрию Лорентца. Поскольку *L*-свойства деформации учитываются и физически, и симметрично, возможна их классификация. Симметрия может быть пассивной ( $w = \text{const}$ ) и активной ( $w \neq \text{const}$ ), она может сохранить качество физической модели, соответствуя, например, выбору новой системы координат и она может изменить качество модели (глава 1), что показано в таблице 2.1.

Таблица 2.1.

| Типы использования деформации       |                    |                 |
|-------------------------------------|--------------------|-----------------|
| пассивная                           | (α)                | (β)             |
| активная                            | (δ)                | (γ)             |
| вид симметрии<br>действие на модель | сохраняет качество | меняет качество |

В реальной практике имеем четыре типа. Проиллюстрируем их примерами, используя *SH*-симметрию

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} w\right)^{1/2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2} w}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} w\right)^{1/2}}.$$

Определим типы деформаций, соответствующие использованным в них величинам. Имеем

$$: \quad w = \text{const}, \quad \vec{v} = \text{const} \neq \vec{v}(w);$$

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{\alpha} \\
 \textcircled{\beta} : \quad w = \text{const}, \quad \bar{v} = \bar{v}(w) = (1-w)\bar{u}_{fs} + w\bar{u}_m; \\
 \textcircled{\gamma} : \quad w \neq \text{const}, \quad \bar{v} = \bar{v}(w); \\
 \textcircled{\delta} : \quad w \neq \text{const}, \quad \bar{v} \neq \bar{v}(w).
 \end{array}$$

Каждый из них встречается на практике.

*D-свойства деформации* состоят в том, что деформационные величины подчинены динамическим уравнениям. В случае, когда

$$\frac{dw}{d\xi} = -P_0(w-1),$$

мы имеем описание (раздел 1.3) зависимого от  $w$  релаксационного изменения скоростей и частот, характеризующих несобственную инерцию электромагнитного поля (раздел 1.4). Мы имеем дело с деформацией, которую можно рассматривать как активное нарушение симметрии, потому что когомологии динамичны.

Понятно, что при учете других групп когомологий  $H^n(g, A)$  и других форм динамик или связей, мы имеем новые уровни учета деформационных свойств физических моделей, которые мы относим к их топологии. В общем случае задача состоит в том, чтобы учесть все возможности и все варианты деформирования. Указанные элементы деформации, а также сам подход, как показано в главе 1 и разделах 2.1÷2.5, позволяют, сохранив основу теории относительности, достигнуть нового ее качества: в рамках когомологически активных симметрий и соответствующего обобщения физической модели "снять" ограничение на скорость света и выйти за пределы классического принципа относительности. Складывается впечатление, что деформация физической модели - это не просто "игра". Таким образом учитываются черты и грани реальной жизни объектов и явлений на уровне их топологии. Тогда топологические параметры модели следует рассматривать в качестве ее ростковых точек. В частности, ими могут быть *активные когомологии*, которые управляют явлениями, **раскрывая форму и суть скрытой динамики**. Учет деформационных возможностей модели актуален, когда стоит задача управления поведением явления. Наиболее интересно, конечно, изменение качества модели.

Идея, что *параметрическая деформация на уровне топологии является способом охвата скрытой жизни объектов и явлений* может найти успешные приложения при расширении и углублении физических моделей

## 2.9. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ СИММЕТРИИ

Будем исходить из фактов, накопленных при исследовании макроскопических объектов. Мы знаем, что физические конструкции имеют свои места, размеры, форму, отношения, связи в физической лаборатории, покоящейся относительно исследуемой конструкции. Мы полагаем, что эти же стороны и свойства присущи каждой движущейся конструкции, с которой можно связать свою измерительную систему. Поскольку эталоны длины, времени есть специальные физические конструкции, к ним приложимы указанные соображения. Понятно, что конструкции могут менять свои параметры, если они находятся в разных физических условиях: в некоторых силовых полях, имеют разную температуру. Понятно, что с частицей света мы не можем связать покоящуюся относительно ее физическую лабораторию, так как для этого нам следует достичь скоростей, равных скорости света. Это обстоятельство не мешает нам экстраполировать опыт, приобретенный для классических макрообъектов, на случай частиц света, если расчет по предложенной модели даст совпадение с экспериментом. Введем единое *пространство размеров*  $M_{ss}$  для любых физических конструкций, полагая, что его структура, следуя подходу Клейна, может быть установлена на основе единой симметрии, независимой от того, классический или квантовый, макроскопический или микроскопический объект рассматривается нами. Легко видеть, что на роль ожидаемой симметрии претендует группа  $U(1)$ . Действительно, рассмотрим соотношение величин

$$\begin{pmatrix} l' \\ ct' \end{pmatrix} = (I + \alpha I) \begin{pmatrix} l \\ ct \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & \\ & 1 \end{pmatrix},$$

что дает возможность теоретически утвердить единство размеров и времени для любых конструкций (с точностью до дилатаций) над полем комплексных чисел. **Постепенно следует привыкать к точке зрения, многократно и даже трансфинитно подтвержденной практикой, что числовые системы, выходящие за рамки действительных чисел, просто выражают свойства конструкций и движений, как-то скрытые от прямого или уровневого наблюдения или измерения, что для их верификации требуются новые методики и алгоритмы, которые охватывают и проявляют трансфинитность конструкций и их качеств.**

Макропрактика подтверждает факт, что физические конструкции имеют механические и немеханические движения, в частности, механические и немеханические скорости и вращения, а также систему физических факторов, управляющих указанными величинами: для частиц света их роль для механических движений выполняют, соответственно, показатель преломления  $n$  и показатель отношения  $w$ . Движения, как и размеры, могут меняться. Они зависят от условий, в которые поставлена конструкция. Движения имеют смысл только тогда, когда есть конструкции. Примем точку зрения, что они присущи макроскопическим и микроскопическим конструкциям, классическим и квантовым физическим объектам. Выразим это предположение. Введем единое для любых объектов *пространство движений*  $M_{se}$ , подчинив его требованию Клейна: *инвариантности относительно некоторой группы симметрий*.

Обозначим движения дифференциалами координат. Пусть они будут подчинены группе  $Z_2$ . Тогда получим, например, соотношение

$$\begin{pmatrix} dx' \\ cdt' \end{pmatrix} = \left[ I + \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} dx \\ cdt \end{pmatrix}.$$

Инварианты группы следуют из уравнения  $(\xi\partial_\eta + \eta\partial_\xi)\Phi = 0$ , соответствуя интервалу  $\Phi = \xi^2 - \eta^2 = dx^2 - c^2 dt^2$ . При  $\Phi=0$  мы получим метрику Минковского. Если выбрать  $\varepsilon = -v/c$ , получим соотношения

$$dx' = dx - vdt, dt' = dt - \frac{v}{c^2} dx.$$

Они задают, с точностью до множителя, преобразования Лорентца, полученные им для касательного пространства. Пространство скоростей устроено принципиально иначе, чем пространство размеров: скорости относительно для системы инерциальных наблюдателей, а размеры изучаемых конструкций для них могут быть одинаковыми..

На данном простом примере мы видим, что теория симметрий хорошо различает указанную пару единичных пространств для физических конструкций, совместно выражающих систему экспериментальных фактов, относящихся к уровневой практике Генотипа: **скорости относительно абсолютно, размеры абсолютно относительно**.

Указанные пространства различны по своим свойствам и дополняют друг друга. В рассматриваемой модели покой является частным случаем движения, так что

$$M_{se}(v=0) \Rightarrow M_{ss}.$$

Очевидно, что полнота анализа моделей пространств может быть достигнута лишь при исследовании всей совокупности движений, например, требуется исследовать структуру пространства ускорений, а также многократных производных по времени от координат.

Мы ввели показатель отношения  $w$  электромагнитного поля к среде, связав его с ее плотностью среды  $\rho$  соотношением

$$w = 1 - \exp\left[-Q_0 \frac{\rho}{\rho_0}\right].$$

Этот шаг позволил использовать в физической модели обобщенную скорость

$$\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m,$$

где  $\vec{u}_{fs}$  - скорость первичного источника излучения,  $\vec{u}_m$  - скорость движения среды.

Заметим, что отношение поля к среде или к другим полям следует вводить также и при их относительном покое, потому что этого требует сама концепция взаимодействия, в которой очевидно должна быть заложена «немгновенность» и «трансфинитная нелокальность» происходящих перемен. В теории относительности, внешне допускающей ограничение скорости, скорости изменений бесконечно велики, потому что предполагается мгновенное изменение. Оно «скрыто» в формализме расчета ссылкой на класс эквивалентных измеренных величин.

Теперь необходимо найти форму и сущность показателя отношения для гравитации и праматерии. Определим их символами  $w^g$  и  $w^p$  соответственно. Скорости, характерные для них, обозначим  $\vec{u}_g$  и  $\vec{u}_p$ . Тогда можно попытаться использовать линейную зависимость

$$\vec{u} = (1 - w - w_g - w_p)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m + w^p\vec{u}_p + w^g\vec{u}_g.$$

В этом случае изменится обобщенный коэффициент Френеля. Последовательность вида

$$\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \xrightarrow{w \neq 1} \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) \xrightarrow{w_g, w_p \neq 0} \left(1 - \frac{1}{n^2}(w + w^g + w^p)\right) \longrightarrow$$

отобразит уточнения к механизму увлечения электромагнитного поля всеми физическими факторами, относящимися к задаче. Преобразования кинематической группы станут зависеть от

$$w = w + w^g + w^p.$$

Если остается инвариантной обобщенная метрика событий

$$\sigma^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, w + w^g + w^p)$$

она порождает обобщенную кинематическую группу

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - dx \frac{v}{c^2}}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Соответственно изменится поведение скоростей. Не исключено что  $w^g$ ,  $w^p$  могут иметь сложную зависимость. Допустимы также значения  $w^g < 0$ ,  $w^p < 0$ . В этом случае гравитация и праматерия "облегчат" электромагнитному полю достижение сверхсветовых скоростей. Естественной становится евклидова четырехметрика пространства событий.

Рассмотрим преобразования дифференциалов координат  $\{dx^{k'}\} = G \{dx^k\}$  посредством матриц, которые содержат элементы в углах матрицы и невырожденные элементы на диагонали. Например, пусть

$$g \in G_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad g \in G_3 = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ d & 0 & e \end{pmatrix}, \quad g \in G_4 = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ e & 0 & 0 & f \end{pmatrix} \dots$$

Они образуют группу в своем пространстве. Действительно, их произведение таково:

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & 0 \\ e_1 & 0 & 0 & f_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & 0 & 0 & b_2 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_2 & 0 \\ e_2 & 0 & 0 & f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 + b_1 b_2 & 0 & 0 & a_1 b_2 + b_1 f_2 \\ 0 & c_1 c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 d_2 & 0 \\ e_1 a_2 + f_1 e_2 & 0 & 0 & e_1 b_2 + f_1 f_2 \end{pmatrix}.$$

Легко найти обратные матрицы. Получим

$$G_2 \ni g^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda d & -\lambda b \\ -\lambda c & \lambda a \end{pmatrix}, \quad \lambda = (ad - bc)^{-1},$$

$$G_3 \ni g^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda e & 0 & -\lambda b \\ 0 & c^{-1} & 0 \\ -\lambda c & 0 & \lambda a \end{pmatrix}, \quad \lambda = (ae - db)^{-1},$$

$$G_4 \ni g^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda f & 0 & 0 & -\lambda b \\ 0 & c^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d^{-1} & 0 \\ -\lambda e & 0 & 0 & \lambda a \end{pmatrix}, \quad \lambda = (af - eb)^{-1} \dots$$

Назовем данную систему матриц группой кинематических симметрий. Они содержат, в частности группу Галилея и группу Лорентца.

Покажем, что группа Галилея и группу Лорентца принадлежит одному по структуре классу эквивалентности. Действительно, мы можем записать их в виде

$$\begin{pmatrix} dx' \\ dy' \\ dz' \\ dt' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -v\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{v}{c}w\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ dt \end{pmatrix},$$

где  $\gamma^{-1} = \left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$ . При  $w = 1$  получаем группу Лорентца канонического вида. При

$w = 0$  получаем группу Галилея канонического вида. Если мы используем мономиальную группу  $V(4)$ , то элементы, расположенные по диагонали, выражаются через подгруппу Картана

$$\hat{c} = (E, c_1, c_2, c_3),$$

а элементы, соответствующие углам матрицы, выражаются следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_1 + b_1 + a_1 - f_1), \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_1 - b_1 - a_1 - f_1).$$

Так задаются представители фактор-группы  $V(4)/\hat{c}$  (глава 6).

Назовем *эквивалентными по структуре в отношении к мономиальной группе  $V(4)$*  те матрицы, которые выражаются через одинаковые элементы  $\xi_i$ . Группа Галилея и группа Лорентца эквивалентны в указанном смысле. Они также гомотопически эквивалентны. Введем преобразование гомотопии, полагая

$$A = (1 - w)A_1 + wA_2,$$

где

$$A_1 = G|_{w=0}, \quad A_2 = G|_{w=1}.$$

Общее выражение

$$A = \begin{pmatrix} (1-w)a_1 + wa_2 & 0 & 0 & (1-w)b_1 + wb_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ wc_2 & 0 & 0 & (1-w)d_1 + wd_2 \end{pmatrix}$$

принадлежит группе кинематической симметрии. Если

$$d_1 = a_1, \quad d_2 = a_2, \quad b_1 = -va_1, \quad b_2 = -va_2,$$

$$c_2 = \frac{1}{c}((1-w)b_1 + wb_2), \quad (1-w)a_1 + wa_2 = \frac{1}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}},$$

мы приходим к базовому выражению для кинематических симметрий, используемых в физике.

Исследуем теперь устойчивость смещений, подчиненных кинематической группе. Пусть

$$\xi = dx \quad , \quad \tau = cdt .$$

Введем уравнение, описывающее их динамику

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \tau \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \xi \\ \tau \end{pmatrix} .$$

Изучим частные случаи.

1. Группа Галилея. Тогда

$$N = \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d \end{vmatrix}, \quad Y = \det \|N - \lambda I\| = (a - \lambda)(d - \lambda) = 0 .$$

Если  $a = d$ , получим вырожденные корни характеристического полинома. Пусть  $a = d = 1$ . Тогда

$$\dot{\xi} = \xi + b\tau, \quad \dot{\tau} = \tau .$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\dot{\xi}\tau + \xi\dot{\tau}}{\tau^2} - b\frac{\dot{\tau}}{\tau} = 0 .$$

Интеграл системы задается выражением

$$\frac{\xi}{\tau} - b \ln \tau + const = I_N .$$

Следовательно, вопреки интуиции, величина  $\frac{\xi}{\tau}$  не образует прямую линию, что соответствует ситуации несобственного неустойчивого узла (рис. 2.11).

2. Группа Лорентца. Тогда

$$N = \gamma_1 \begin{vmatrix} 1 & -v \\ -\frac{v}{c^2}w & 1 \end{vmatrix}, \quad \gamma_1^{-1} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}w\right)^{\frac{1}{2}} .$$

$$Y = (1 - \lambda^2) - \frac{v^2}{c^2}w = 0, \quad \text{если } \lambda_1 = 1 - \left(\frac{v^2}{c^2}w\right)^{\frac{1}{2}} \quad \lambda_2 = 1 + \left(\frac{v^2}{c^2}w\right)^{\frac{1}{2}} .$$

Имеем случай  $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$ , что соответствует неустойчивому узлу (рис. 2.12)

3. Группа Евклида. Здесь

$$N = \gamma_2 \begin{vmatrix} 1 & -v \\ \frac{vw}{c^2} & 1 \end{vmatrix}, \quad \gamma_2^{-1} = \left(1 + \frac{v^2}{c^2}w\right)^{\frac{1}{2}} .$$

Если  $Y = (1 - \lambda)^2 + \frac{v^2}{c^2}w = 0$ , то

$$\lambda_1 = 1 + i\Omega, \quad \lambda_2 = 1 - i\Omega, \quad \Omega = \frac{v^2}{c^2}w .$$

Имеем случай неустойчивого фокуса (рис. 2.13).

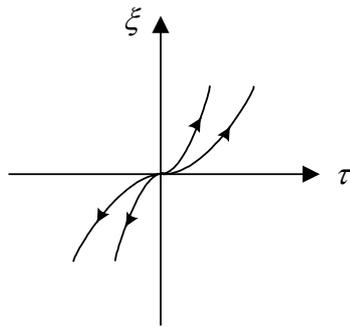


Рис. 2.11. Неустойчивый несобственный узел

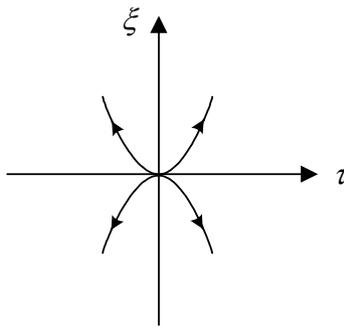


Рис. 2.12. Неустойчивый узел

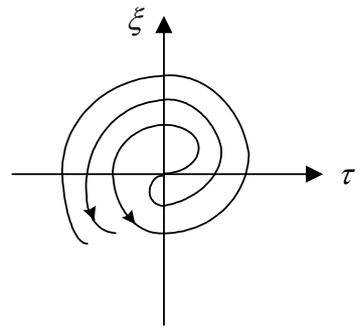


Рис. 2.13. Неустойчивый фокус

4. Устойчивость группы обращений. Здесь

$$N = \begin{vmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{cases} \dot{x} = ay, \\ \dot{y} = bx, \end{cases} \quad bx\dot{x} - ay\dot{y} = 0.$$

Интеграл  $I_0 = bx^2 - ay^2$  задает гиперболическое движение. Характеристический полином  $Y = \lambda^2 - ab = 0$  имеет неодинаковые значения корней, что определяет седловую точку.

Покажем, как группа кинематических симметрий индуцирует числа, которые зависят от операции умножения матриц. Выберем группу, состоящую из двух матриц

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

1. Сопоставим числу  $a + b\chi$  обычное умножение матриц. Получим

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & b_1 \\ 0 & a_1 + b_1 & 0 \\ b_1 & 0 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & 0 & b_2 \\ 0 & a_2 + b_2 & 0 \\ b_2 & 0 & a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 + b_1 b_2 & 0 & a_1 b_2 + b_1 a_2 \\ 0 & (a_1 + b_1)(a_2 + b_2) & 0 \\ b_1 a_2 + b_2 a_1 & 0 & b_1 b_2 + a_1 a_2 \end{pmatrix}.$$

Согласно первой строке получим соответствие

$$(a_1 + \chi b_1)(a_2 + \chi b_2) \doteq (a_1 a_2 + b_1 b_2) + \chi (a_1 b_2 + b_1 a_2).$$

Из него следует, что

$$1 \cdot 1 = 1, \quad \chi \cdot \chi = 1, \quad \chi \cdot 1 = 1 \cdot \chi = \chi.$$

Согласно второй строке  $(a_1 + \chi b_1)(a_2 + \chi b_2) \doteq (a_1 + b_1)(a_2 + b_2)$ , что позволяет отнести результат либо к первой либо ко второй единице. Соответственно получим

- а)  $1 \cdot 1 = 1, 1 \cdot \chi = \chi \cdot 1 = 1, \chi \cdot \chi = 1$ ;
- б)  $1 \cdot 1 = \chi, 1 \cdot \chi = \chi \cdot 1 = \chi, \chi \cdot \chi = \chi$ .

Согласно третьей строке

$$(a_1 + \chi b_1)(a_2 + \chi b_2) \doteq (b_1 a_2 + b_2 a_1) + \chi(b_1 b_2 + a_1 a_2).$$

Отсюда

$$1 \cdot 1 = \chi, \chi \cdot \chi = \chi, 1 \cdot \chi = \chi \cdot 1 = 1.$$

Мы понимаем, что есть несколько умножений и спектр единиц им соответствующий. В зависимости от того, какая из указанных проекций доступна на эксперименте, возможна ориентация на нее. Реальная ситуация способна быть существенно более сложной, что потребует использования всех единиц.

2. Сопоставим числу  $a + \sigma b$  умножение матриц по Адамару. Получим

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & b_1 \\ 0 & a_1 + b_1 & 0 \\ b_1 & 0 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & 0 & b_2 \\ 0 & a_2 + b_2 & 0 \\ b_2 & 0 & a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 & 0 & b_1 b_2 \\ 0 & (a_1 + b_1)(a_2 + b_2) & 0 \\ b_1 b_2 & 0 & a_1 a_2 \end{pmatrix}$$

Согласно первой строке получим соответствие

$$(a_1 + \sigma b_1)(a_2 + \sigma b_2) = a_1 a_2 + \sigma b_1 b_2.$$

Из него следует, что

$$1 \cdot 1 = 1, \quad 1 \cdot \sigma = \sigma \cdot 1 = 0, \quad \sigma \cdot \sigma = \sigma.$$

Согласно второй строке ситуация, аналогична той, которая имеет место при обычном умножении матриц. Поэтому есть два варианта

а)  $1 \cdot 1 = 1, 1 \cdot \sigma = \sigma \cdot 1 = 1, \sigma \cdot \sigma = 1;$

б)  $1 \cdot 1 = \sigma, 1 \cdot \sigma = \sigma \cdot 1 = \sigma, \sigma \cdot \sigma = \sigma.$

Согласно третьей строке

$$(a_1 + \sigma b_1)(a_2 + \sigma b_2) \doteq b_1 b_2 + \sigma a_1 a_2.$$

Отсюда

$$1 \cdot 1 = \sigma, \quad \sigma \cdot \sigma = 1, \quad 1 \cdot \sigma = \sigma \cdot 1 = 0.$$

Запишем элементы кинематической группы в форме инфинитезимальной симметрии с матричнозначимыми параметрами. Так, если

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} = (I + A w_1) - (I - I \sigma_1) = \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & b_1 \end{pmatrix} \right] - \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & d_1 \end{pmatrix} \right],$$

$$\begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = (I + A w_2) - (I - I \sigma_2) = \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} \right] - \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} \right],$$

то аналогично запишется и произведение матриц. Действительно

$$\begin{pmatrix} a_1 a_2 + b_1 c_2 & a_1 b_2 + b_1 d_2 \\ c_1 a_2 + d_1 c_2 & c_1 b_2 + d_1 d_2 \end{pmatrix} = (I + A w_{1,2}) - (I - I \sigma_{1,2}).$$

Отсюда получим

$$w_{1,2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & 0 \\ c_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & b_2 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} \right],$$

$$\sigma_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & 0 \\ c_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & b_2 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} \right].$$

Такая запись может оказаться удобной при решении конкретных задач.

**Концепция трансфинитности материи в форме ее фундаментальной и уровневой расщепленности приводит к потребности рассматривать каждый уровень материи как «изготовленный из предыдущих» и «вложенный в последующие». Если отнести частицы света к  $(L)$ –материи, то электроны и нуклоны будут принадлежать  $(L+1)$ –материи, а макротела есть  $(L+2)$ –материя. Тогда частицы (празаряды и рецепторы), из которых состоят частицы света, принадлежат  $(L-1)$ –материи, а их элементарные составляющие, названные АТОНАМИ, образуют материю  $(L-2)$ –уровня. При изучении устройства и динамики частиц света указанные обстоятельства должны быть приняты во внимание. Уровневый анализ взаимодействия НОТОНОВ с макроскопическими измерительными устройствами позволил нам получить некоторую новую информацию о пространстве и времени, а также о группах симметрии, ассоциированных с ними, а также выделить важные аспекты взаимодействия при детерминированном измерении квантовых систем посредством макроскопических измерительных устройств. Приобретенный опыт может быть полезным, в силу предполагаемой СОФИСТАТНОСТИ уровневых конструкций и их качеств, для частиц, относящихся к различным уровням материи. В частности, важно найти закономерности, существующие при анализе прикосновений и реакций для конструкций с качествами, относящихся к близким уровням материи, когда расщепленность материи не превышает ЕДИНИЦУ или ДВОЙКУ. Однако этого мало для полноты и точности исследования. Перед наукой встала во весь рост проблема анализа МНОГОКРАТНО-УРОВНЕВОЙ материи, тех конструкций и качеств, которые «близки» к объективно реальным. Было бы желательно группировать новые модели к форме, НЕЗАВИСИМОЙ ОТ ГЕНОТИПА, преддверия интеграцию понятий, измерений, расчетов с целью ожидаемой реализации ТРАНСФИНИТНОЙ ГАЛАКТИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ.**

## 2.10. НОВОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИММЕТРИЙ

*Указаны алгебраическая, дифференциально-геометрическая, топологическая и физическая грани симметрий. Они образуют согласованный комплекс по структуре, связям и динамике в их внешнем, внутреннем и связевом проявлении. По этой причине возможно многоуровневое и многофункциональное использование симметрий при моделировании физических объектов и явлений.*

Физический анализ несобственной инерции в электродинамике Максвелла, выполненный в главе 1, позволил построить модель электромагнитных явлений без ограничения скорости. В теории появилась новая скалярная величина  $w$ , которая названа показателем отношения. Она меняется динамически и управляет изменением инерции электромагнитного поля.

Согласно главе 2, использование  $w$  в физической модели Максвелла означает углубление пространственно-временных симметрий. Они зависят теперь от генераторов симметрии  $\gamma^k$ , параметров  $v^k/c$ , отношения  $w$ , а также от других физических величин, например, от плотности среды  $\rho$ . Зависимость

$$dx^{k'} = A_k^{k'} \left( \gamma^k; \frac{v^k}{c}; w; \rho \right) dx^k$$

показывает нам все обозначенные элементы, задавая конгруэнцию симметрий. Им очевидно соответствуют четыре грани симметрий, которые она имеет как сама по себе, так и в приложениях к физике. Выделим алгебраическую, дифференциально-геометрическую, топологическую и физическую грани симметрий.

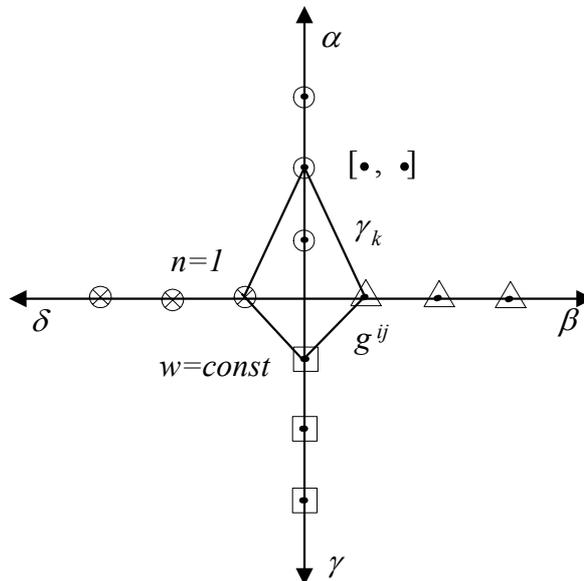


Рис. 2.11. Грани симметрии специальной теории относительности  
 О - алгебраическая; Δ - дифференциально-геометрическая;  
 □ - топологическая; ⊗ - физическая

Примем вариант описания каждой из этих граней набором однотипных элементов, к ней относящихся, или операций, используемых для элементов. Обозначим такие наборы и операции точками, расположенными на осях функциональной системы координат. Тогда алгебраическая ось имеет в качестве точек генераторы алгебры  $\gamma^k$ , опера-

ции коммутирования  $[\bullet, \bullet]$  и антикоммутирования  $\{\bullet, \bullet\}$ , деформированные генераторы  $\tilde{\gamma}^k$ . Дифференциально-геометрическая ось, индуцированная параметрами  $v^k/c$ , имеет в качестве точек метрики  $(g^{ij}, r^i)$ , связности  $\Gamma_{jk}^i$ , физические поля  $B_{jk}^i$ , дополнительные связности, а также точки, соответствующие их деформированным состояниям, обозначаемым нами  $\tilde{g}^{ij}, \tilde{r}^{ij}, \tilde{\Gamma}_{jk}^i, \tilde{B}_{jk}^i$ . Топологическая ось, задающая отношение, имеет своими функциональными точками кохомологии  $H^i(g, A)$ . В частности, она содержит  $w \in H^0(g, A)$  и динамические уравнения для них  $\hat{L}(w) = 0$ . Физическая ось, очевидно, имеет функциональные точки, относящиеся к физическим величинам  $\varphi$ , которые учитываются в модели, к их динамике  $\hat{L}(\varphi) = 0$ , а также связям.

Следуя подходу, изложенному в главе 3, все указанные элементы имеют внешние, внутренние и связевые проявления. Они согласованы друг с другом и потому изменение одного звена влияет на другие.

На рис. 2.11 рассмотрим симметрию и ее грани. Соединяя функциональные точки, учитываемые в анализе симметрий, получаем ее функциональный портрет.

Расположим наборы элементов в таблице 2.2, задающей уровень анализа.

| Наборы элементов по уровням анализа |               |                      | Таблица 2.2.               |                    |                         |
|-------------------------------------|---------------|----------------------|----------------------------|--------------------|-------------------------|
| уровень<br>элемент                  | 1             | 2                    | 3                          | 4                  | 5                       |
| О                                   | $\gamma^k$    | $[\bullet, \bullet]$ | $\{\bullet, \bullet\}$     | $\tilde{\gamma}^k$ |                         |
| $\Delta$                            | $g^{ij}$      | $r^{ij}$             | $\Gamma_{jk}^i$            | $B_{jk}^i$         | $\tilde{\Gamma}_{jk}^i$ |
| $\square$                           | $w = const$   | $w \neq const$       | $\hat{L}(w) = 0$           |                    |                         |
| $\otimes$                           | $\rho/\rho_0$ | $n$                  | $\hat{L}(\rho/\rho_0) = 0$ |                    |                         |

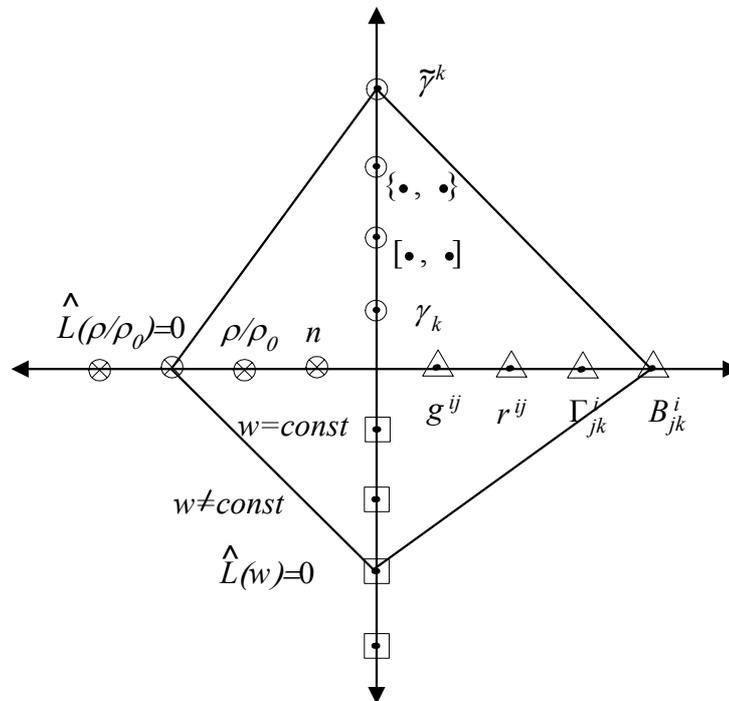


Рис. 2.12. Функциональный портрет симметрий в электродинамике со сверхсветовыми скоростями

На рис. 2.11. дан функциональный портрет симметрии согласно специальной теории относительности. Он соответствует набору величин, ограниченному первым и частично вторым уровнем анализа. Элементы  $\gamma^k$ ,  $[\bullet, \bullet]$ ,  $g^{ij}$ ,  $w=1$ ,  $n=1$  показывают его. Элементы  $\gamma^k$ ,  $[\bullet, \bullet]$ ,  $\{\bullet, \bullet\}$ ,  $\tilde{\gamma}^k$ ;  $g^{ij}$ ,  $r^{ij}$ ,  $\Gamma_{jk}^i$ ,  $B_{jk}^i$ ;  $w = const$ ,  $w \neq const$ ,  $\hat{L}(w)=0$ ;  $n$ ,  $\rho/\rho_0$ ,  $\hat{L}(\rho/\rho_0)=0$  задают функциональный портрет симметрии, используемой в электродинамике со сверхсветовыми скоростями. Он задан рис. 2.12.

## 2.11. СРАВНЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ СПОНТАННОГО И КОГОМОЛОГИЧЕСКОГО НАРУШЕНИЯ СИММЕТРИЙ

*Показано, что механизм кохомологического нарушения симметрий имеет дифференциально-геометрическую природу и он дополнителен механизму спонтанного нарушения симметрий, природа которого алгебраическая.*

Механизм спонтанного нарушения симметрии изобретен для исследования превращения безмассового поля в поле, обладающее ненулевой массой. В рамках лагранжева формализма, следуя Голдстоуну и Хиггсу, нарушается глобальная и калибровочная симметрия. Идея состоит в том, чтобы исследовать различия симметрий лагранжиана и состояний поля, им описываемого. При этом меняется потенциал

$$V(\varphi) = \frac{m^2}{2} \varphi^4 + \frac{\lambda}{4} \varphi^2 + P,$$

для которого допустима мнимая масса, когда  $m^2 < 0$ . Симметрия может меняться *частично*, что в модели явления задается посредством *нарушенных генераторов симметрии*  $\Gamma_s$ , позволяя рассматривать отклонения состояний физической системы от классического вакуума. В механизме Хиггса внимание уделяется ситуациям с топологически нетривиальным основным состоянием. Спектр линейных волн над ним задает новые поля, интерпретируемые как частицы с ненулевыми массами. В стандартной теории единого электромагнитного и слабого взаимодействия, созданной Глэшоу, Вайнбергом, Саламом, калибровочной группой является  $U(1) \times SU(2)$ . Для нее вводятся поля  $A_a^\mu$  ( $a = 1, 2, 3$ ),  $B_\mu$ , имеющие свои константы связи  $g$  и  $\tilde{g}$ .  $W$ -бозон,  $Z$ -бозон,  $\chi$ -бозон

Хиггса имеют массы  $m_W = \frac{g\sigma}{2}$ ,  $m_Z = \frac{\sqrt{g^2 + \tilde{g}^2} \sigma}{2}$ ,  $m_\chi = \sqrt{2\lambda} \sigma$ , где  $V = \lambda \sigma^2 \chi^2$  есть постоянная часть потенциала  $V(\varphi)$ . Имеем  $m_W = 80 \text{ Гэв}$ ,  $m_Z = 91 \text{ Гэв}$ . Они связаны соотношением

$$m_W = m_Z \cdot \cos \Theta_W.$$

Угол  $\Theta_W$  измерен путем изучения взаимодействия фотонов:

$$\sin^2 \Theta_W = 0.23.$$

В предлагаемом мною формализме, учитывающем кохомологическую активность, симметрию задает группа заполнения физической модели  $V(4)$ . Она представляет собой тензорное произведение группы  $U(1) \times SU(2)$  на себя и потому естественно согласована с симметрией электрослабого взаимодействия, не разрушая и не исключая механизм спонтанного нарушения этой симметрии, а, наоборот, предполагая его применение к  $V(\varphi)$ . Потенциал  $V(\varphi)$ , как легко видеть, кохомологически согласован с  $V(4)$ . За его основу можно принять характеристический полином

$$Y(\lambda) = \det(\lambda I + A), \quad A \in V(4).$$

Тогда, например, имеем

$$Y(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1.$$

Его можно считать канонической формой  $V(\varphi)$ , если положить  $\lambda = \varphi$ . Коэффициенты

$$\left( \frac{m^2}{2}, \frac{b}{4}, P \right)$$

соответствуют параметрически зависимой системе кривых  $Y(\lambda)$ , задавая их конгруэнцию. Так учитывается допустимая деформация генераторов алгебры для группы  $V(4)$ . Она может быть частичной. Ситуация выглядит так, что для спонтанно нарушенной группы  $G$  потенциал  $V(\varphi)$  берется из группы  $G \otimes G$ , соответствующая кохомологической деформации ее характеристического полинома.

В электродинамике Максвелла со сверхсветовыми скоростями анализ базируется на группе  $V(4)$ . Она индуцирует спинорную форму уравнений с метриками  $(n^{ij}, g^{ij}, r^{ij})$  канонического вида (глава 3). Посредством их задается структура пространства событий  $SE$ . Мы соединяем  $R^3$  и  $T^1$  посредством значений  $\lambda_{\min}$ , соответствующих экстремумам функции  $Y(\lambda)$ . Величины  $\lambda_{\min}$  задают параметры основного кохомологического состояния. Отклонения от него, проявляющиеся в зависимости вида

$$\tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w \cdot 1),$$

сходны с полями, которые в лагранжевом формализме вводятся дополнительно, следуя механизму спонтанного нарушения симметрии. Величина  $\tilde{g}^{ij}$ , как и  $w$ , используется для нахождения обобщенных связей между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $H^{ik}$  вида

$$H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn},$$

потому что принимается зависимость

$$\Omega^{im} = \Omega^{im}(\tilde{g}^{im}, w, u^i(w)).$$

Соответственно меняется лагранжиан

$$L = a H^{ik} F_{ik},$$

который становится зависимым от  $w$ .

Как и в формализме спонтанного нарушения симметрии, дополнительное поле  $w$  подчинено динамическому уравнению. Новое звено состоит в том, что  $w$  соответствует нульмерной группе кохомологий Хохшильда  $H^0(g, A)$ . Структура величины  $\Omega^{im}$ , несущей большую физическую информацию, не проста и не очевидна. В расчет приняты дифференциально-геометрические и топологические аспекты нарушения симметрии. Механизм спонтанного нарушения симметрии имеет алгебраическую природу. В нем меняются генераторы алгебры, потенциал  $V(\varphi)$  задается алгебраическим полиномом. Поэтому оба механизма следует считать дополнительными друг другу.

В главе 1 показано, что механизм нарушения симметрии посредством активных нульмерных кохомологий  $H^0(g, A)$  позволяет описать все известные факты без использования ограничения на скорость, динамически преобразуя параметры несобственной инерции поля  $(\vec{u}_{fs}, \vec{u}_m)$  в частоту  $\omega$ . Скалярная величина  $w$ , управляющая этим процессом, не является самостоятельным физическим полем. Она зависит от плотности среды. В механизме спонтанного нарушения симметрии таких граней нет.

## ЗАКЛУЧЕНИЕ

1. На основе предположения, что единица группы  $V(4)$ , посредством которой электродинамика Максвелла задана в форме  $GAG$ -модуля, кохомологически "активен" и является оператором сплетения для  $S$ -симметрии Лорентца, получен класс  $SH$ -симметрий Лорентца, в которых квазигруппа управления динамикой несобственной инерции  $w$  электромагнитного поля "встроена" в  $S$ -группу. В рамках  $SH$ -симметрий рассмотрены разные стадии динамики инерции поля. Показано, что из локальной инвариантности уравнений Максвелла относительно  $SH$ -симметрий следуют обобщенные уравнения связей для полей и индукций, частично задающие динамический механизм изменения инерции электромагнитного поля.

2. Указан общий метод получения кохомологически активных  $SH$ -симметрий из обычных пространственно-временных  $S$ -симметрий на основе их функциональной деформации посредством *параметрически зависимых операторов сплетения*. Из  $S$ -преобразований Лорентца получена  $SH$ -симметрия Лорентца, содержащая квазигруппу управления  $w$  несобственной инерцией электромагнитного поля. Найдена функция Грина для обобщенной системы уравнений электродинамики Максвелла. Рассмотрены случаи досветовых, световых и сверхсветовых движений. Указаны некоторые черты распространения излучения в среде при медленном изменении  $w$ .

3. Проанализированы дополнительные возможности анализа физических явлений, которые появляются при использовании  $SH$ -симметрий. Установлена естественная неассоциативность этих симметрий, получен неассоциативный закон сложения скоростей, найдена новая квазигруппа. Показано, что возможна интерпретация обобщенных выражений для четырехскоростей как потенциальных функций в теории деформаций, соответствующих многообразиям катастроф. На основе использования двухпараметрических  $SH$ -симметрий проведено сравнение "смещений точечного события", измеренных различными инерциальными наблюдателями, при условии, что измерение влияет на параметры явления. Показано, что стандартная симметрия Лорентца соответствует идеализации реального процесса измерения и позволяет сравнивать между собой только те параметры явления, которые относятся к конечным стадиям взаимодействия явления с измерительным устройством.  $SH$ -симметрии позволяют связать между собой разные стадии двух динамических процессов измерения. В частности, начальные стадии таких процессов могут быть связаны между собой преобразованиями группы Галилея.

4. На примере предложенного ранее обобщения электродинамики Максвелла проанализирован с топологической точки зрения вопрос об описании динамики несобственной инерции электромагнитного поля. В полной модели центр алгебры заполнения явления индуцирует динамически зависимый инвариантный полином. Из рассмотрения эквивалентных представлений сделан вывод о наличии в теории инерции электромагнитного поля системы из трех матричных 1-коциклов. Они задают систему кохомологических фаз, согласованную с введенной ранее фазой инерции поля. Показано, что кохомологическая активность в обобщенной модели Максвелла проявляется нелинейно и нетривиально. Предложены варианты возможного развития теории кохомологической активности для физических моделей.

5. Показано, что электродинамике Максвелла свойственна кохомологическая активность. В частности, двойному сплетению ее алгебры заполнения соответствует матричное произведение метрик событий, что позволяет обобщить алгоритм анализа

явлений. Установлено, что из уравнений для потенциалов классического электромагнитного поля уравнения квантовой электродинамики получаются только в случае группы Галилея. Учтены нульмерные когомологии в системе уравнений квантовой электродинамики.

6. Обсуждены структурные, связевые и динамические свойства деформации физических моделей и их симметрий. Принята точка зрения, что динамическая деформация способна углубить теорию вплоть до ее нового качества.

7. Указаны алгебраическая, дифференциально-геометрическая, топологическая и физическая грани симметрий. Они образуют согласованный комплекс по структуре, связям и динамике в их внешнем, внутреннем и связевом проявлении. По этой причине возможно многоуровневое и многофункциональное использование симметрий при моделировании физических объектов и явлений.

8. Показано, что механизм когомологически активного нарушения симметрий имеет дифференциально-геометрическую природу и он дополнителен механизму спонтанного нарушения симметрий, природа которого алгебраическая.

9. Отмечено, что одна и та же среда способна по-разному влиять на измерительное устройство и на поле, что следует учитывать, используя для них разные значения показателей отношения.



## **ГЛАВА 3**

### **ФОРМА И СУЩНОСТЬ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

*"Смысл философии заключается в том, чтобы остановиться, как только нам начинает недоставать свечоча физики".*

*Локк*

|   |     |
|---|-----|
| Введение .....  | 197 |
| 3.1. Уравнения Ньютона-Эйлера в форме $GAG$ -модуля.....                              | 199 |
| 3.2. $GAG$ -форма уравнений Дирака .....  | 214 |
| 3.3. Уравнение Шредингера в форме $GAG$ -модуля.....                                  | 216 |
| 3.4. $GAG$ -моделирование .....   | 220 |
| 3.5. Концептуальное единство и различие физических моделей.....                       | 224 |
| 3.5.1. Элементы и соединения моделей.....   | 224 |
| 3.5.2. Софистатность реальности и ее моделей .....                                    | 231 |
| 3.6. Композитность - общее свойство физического мира.....                             | 238 |
| 3.6.1. Композитные связи.....   | 239 |
| 3.6.2. Композитные условия в теории Максвелла .....                                   | 240 |
| 3.6.3. Композитное вложение группы $SU(2)$ в $R^3 \times T^1$ .....                   | 240 |
| 3.6.4. Композитная физическая модель одного уровня .....                              | 241 |
| 3.6.5. Концепция многоуровневых композитных физических моделей .....                  | 242 |
| 3.6.6. Композитная дифференциально-геометрическая сущность физических<br>моделей..... | 242 |
| 3.7 К теории гравитации со сверхсветовыми скоростями. ....                            | 244 |
| 3.8. Вариационная сущность $GAG$ - модулей.   | 247 |
| 3.9. Скрытые возможности физических моделей.  | 249 |
| 3.10.К динамической теории зарядов.   | 251 |
| 3.11.Конструкции показывают путь развития теории.                                     | 254 |
| 3.12. Обобщение динамики материальной точки.  | 255 |
| Заключение  | 258 |

## ВВЕДЕНИЕ

Мир существует независимо от того, практикует ли в нем тот или другой Генотип, однако он зависит от практики Генотипа. Зависимость эта взаимная. Поэтому наша практика способна существенно поменяться, если мы выработаем правильное отношение к объективному миру и научимся успешно моделировать его конструкции и качества, создавая и испытывая свои. Именно физике принадлежит в творческой практике существенная роль.

Физика имеет дело с величинами. Обычно их можно измерить и рассчитать. Они обладают рядом сторон и качеств:

- показывают свойства и функции объектов и явлений для частично доступного познаваемого мира;
- удовлетворяют уровневым законам динамики и связей;
- соответствуют принятым алгоритмам расчетов и логическим схемам;
- концентрируют в себе предыдущий опыт и являются движущей силой последующего.
- формируют систему понятий и представлений.

Физические модели представляют собой системы величин, соединенных и согласованных между собой. Их накопилось достаточно много за несколько столетий. Они имеют широкую эмпирическую основу и глубокую предсказательную силу. Такова динамика Ньютона, теория электромагнитных явлений Максвелла, модель атомных процессов, базирующаяся на уравнении Шредингера, теория электрона Дирака. Классические и квантовые, корпускулярные и волновые представления по-разному представлены и используются в них.

Чтобы двигаться дальше как в расчетах, так и в практической деятельности, было бы желательно разобраться, что в физических моделях любого вида присутствует обязательно, а чего может не быть, что в них допустимо менять, как и в какую сторону, а что не подлежит изменениям, как согласовывать величины между собой, какие общие стороны и функции они имеют. Указанный перечень проблем отнесем к исследованию сущности физических моделей, что является предметом и целью данной главы.

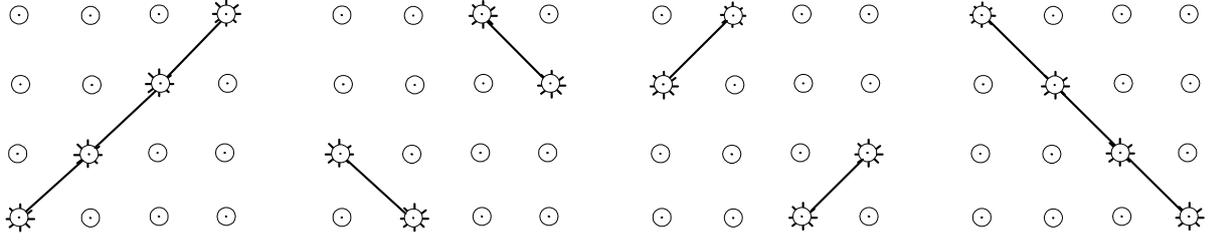
Анализ показал, что сущностный подход к физическим моделям допустим и конструктивен, если взять за его основу матричную группу  $V(4)$ , которая есть тензорное произведение группы  $G_f = U(1) \times SU(2)$  на себя. Используя  $V(4) = G_f \otimes G_f$ , получена единая алгебраическая форма всех указанных физических моделей, хотя они так различны по своим следствиям, приложениям и самим основам соответствующего опыта. Установлено, что допустимо выделить следующие самостоятельные элементы: структуру ( $S$ -), динамику ( $D$ -), связи ( $L$ -). Они имеют внешние ( $out$ -), внутренние ( $in$ -) и связевые ( $l$ -) проявления. Показана их реализация в конкретных моделях.

Обнаружены ЧЕТЫРЕ типа метрик в физических теориях: Минковского -  $g^{ij}$ , Евклида -  $r^{ij}$ , Ньютона -  $n^{ij}(1)$  и аналогичная ей метрика  $n^{ij}(2)$ . Найдены новые метрики, в которых локальные трехмерные пространства неевклидовы.

Указаны ростковые точки, пути и некоторые средства развития физических моделей. Важную прикладную роль могут сыграть введенные новые операции  $\curvearrowright$  и  $\curvearrowleft$ . Показано, что группа  $Z_4 = \{i, -1, -i, 1\}$ , рассматриваемая как целочисленная группа когомологий  $H^0(G, A)$ , образует совместно с операцией  $\curvearrowleft$  основу для физических моделей. Когомологически зависимые метрики  $\tilde{g}^{ij}$ ,  $\tilde{r}^{ij}$ ,  $\tilde{n}^{ij}(1)$ ,  $\tilde{n}^{ij}(2)$ , используемые в электродинамике Максвелла, позволяют описать динамику несобственной инерции поля. По этим и другим причинам становится ясно, что *когомологии управляют физическими явлениями*. Следовательно, физические модели имеют когомологическую сущность.

**Ее истоки находятся в структуре матричных групп. Анализ показал, что матричным симметриям присуща система универсальных базисов, что их конструкции и качества достаточно глубоки. Если их дополнить согласованными величинами и операторами, мы получаем во владение совокупность средств, достаточных для модельного охвата и проявления любых конструкций с любыми качествами. В частности, модели явлений могут рассматриваться как матричные симметрии с матрично-значными параметрами. В таком подходе физические модели основаны на матрично-значных дифференциальных операторах.**

### 3.1. УРАВНЕНИЯ НЬЮТОНА-ЭЙЛЕРА В ФОРМЕ GAG-МОДУЛЯ



$$0.5 \{ \varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} v^r e_i \partial_j (e_p v^p g^{st} \Pi_t) P + \varepsilon_{klrs}^{ij} r^{kl} v^r f_i \partial_j (f_p v^p g^{st} \Pi_t) P \} = F .$$

Уравнения Ньютона-Эйлера динамики идеальной жидкости представлены в форме GAG-модуля для группы  $V(4)$ . Они содержат досветовую и сверхсветовую метрики.

Запишем уравнения динамики Ньютона для идеальной жидкости, используя группу  $V(4)$  и дифференциальные операторы  $\partial/\partial x^i$ . В форме Эйлера имеем

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = \frac{1}{\rho} \vec{F} .$$

Уравнения допускают компактную запись в четырехмерном виде  $\rho v^\alpha \partial_\alpha v^\lambda = f^\lambda$ , где  $(v^\alpha, f^\lambda)$  - четырехкомпоненты скорости и силы соответственно,  $\rho$  - плотность массы,  $\partial_\alpha$  - частные производные. Запишем их иначе

$$\begin{pmatrix} v^1 \partial_1 v^1 & v^2 \partial_2 v^1 & v^3 \partial_3 v^1 & v^0 \partial_0 v^1 \\ v^1 \partial_1 v^2 & v^2 \partial_2 v^2 & v^3 \partial_3 v^2 & v^0 \partial_0 v^2 \\ v^1 \partial_1 v^3 & v^2 \partial_2 v^3 & v^3 \partial_3 v^3 & v^0 \partial_0 v^3 \\ v^1 \partial_1 v^0 & v^2 \partial_2 v^0 & v^3 \partial_3 v^0 & v^0 \partial_0 v^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} .$$

Выразим уравнения в матричной форме, используя подгруппу  $(e^i) \in V(4)$ :

$$\begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v^1 \partial_1 \\ 0 & 0 & v^1 \partial_1 & 0 \\ 0 & v^1 \partial_1 & 0 & 0 \\ v^1 \partial_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^0 & 0 & 0 & 0 \\ v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & v^2 \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^2 \partial_2 \\ v^2 \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 & 0 & 0 \\ 0 & v^1 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \right. \\ \left. + \begin{pmatrix} 0 & v^3 \partial_3 & 0 & 0 \\ v^3 \partial_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^3 \partial_3 \\ 0 & 0 & v^3 \partial_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 & 0 \\ 0 & 0 & v^3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v^0 \partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 \partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 \partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \partial_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v^1 \\ 0 & 0 & 0 & v^2 \\ 0 & 0 & 0 & v^3 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Значит, согласно выражению

$$(e_i \omega^i + e_0 \omega^0) P = F ,$$

модель явления есть симметрия в форме спинорно спроектированного представления группы  $V(4)$ .

Уравнениям соответствует "волновая функция"

$$\Psi = e_p v^p = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & v^2 & v^1 \\ v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & v^1 & v^0 & v^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 & v^0 \end{pmatrix}$$

и аналитический вид

$$\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} v^r e_i \partial_j (g^{st} e_p v^p \Pi_t) P = F.$$

Здесь используются символ Кронекера  $\varepsilon_{klrs}^{ij}$  и четырехметрика  $g^{kl} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ , а также матрицы

$$\Pi_t = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

и величина  $P = \text{столбец}(1, 1, 1, 1)$ .

Аналогично получим

$$\begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \partial_1 \\ 0 & 0 & v^1 \partial_1 & 0 \\ 0 & v^1 \partial_1 & 0 & 0 \\ -v^1 \partial_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^0 & 0 & 0 & 0 \\ v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ -v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & v^2 \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \partial_2 \\ v^2 \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^2 \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 & 0 & 0 \\ 0 & v^1 & 0 & 0 \\ 0 & -v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & v^3 \partial_3 & 0 & 0 \\ v^3 \partial_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \partial_3 \\ 0 & 0 & -v^3 \partial_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 & 0 \\ 0 & 0 & -v^3 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} -v^0 \partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^0 \partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -v^0 \partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^0 \partial_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

на основе подгруппы  $(f^i) \in V(4)$ . Модели соответствует "волновая функция"

$$\Psi = f_p v^p = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & v^2 & -v^1 \\ v^3 & v^0 & v^1 & -v^2 \\ v^2 & v^1 & v^0 & -v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix}.$$

В аналитическом виде

$$\{\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} v^r e_i \partial_j (g^{st} e_p v^p \Pi_t) P\} = F$$

они зависят от метрики  $r^{kl} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$ . Рассматривая  $(v^1, v^2, v^3, v^0)$  как компоненты волновой функции, получим уравнения

$$0.5 \{ \varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} v^r e_i \partial_j (e_p v^p g^{st} \Pi_t) P + \varepsilon_{klrs}^{ij} r^{kl} v^r f_i \partial_j (f_p v^p g^{st} \Pi_t) P \} = F,$$

схожие по структуре с уравнениями Максвелла (раздел 3.2). В таком виде метрики  $(g^{kl}, r^{kl})$  используются равноправно. Заметим, что сила Лорентца в электродинамике тоже может быть представлена в аналогичном матричном виде

$$F = \sigma_{ps} (a^p U^s \Psi + b^p U^s \bar{\Psi}) \equiv ie (g_{ps} a^p u^s \Psi - r_{ps} b^p u^s \bar{\Psi})$$

через подгруппы  $(a^i, b^i) \in V(4)$ . Следовательно, как ускорение, так и сила имеют форму, единую в группе  $V(4)$ .

Структура модели есть многократный  $G$ -модуль или  $GAG$ -модуль. Действительно, волновая функция есть  $G$ -модуль. Он подчинен действию алгебры дифференциальных операторов  $\partial/\partial x^i$ . Затем из полученной структуры повторно образован  $G$ -модуль. *Фактически мы имеем конечно порожденный  $G$ -модуль над кольцом левых идеалов фундаментального представления группы  $G_z$ .*

В общем случае следует считать, что поле скоростей комплексное, что позволяет использовать обобщенные уравнения Ньютона-Эйлера, когда

$$v^k = v^k + i\omega^k, \quad \bar{v}^k = v^k - i\omega^k,$$

что еще больше приближает механику к электродинамике. Рассмотрим новые формы  $GAG$ -модуля. Пусть

$$\Psi = g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & -v^2 & v^1 \\ -v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & -v^1 & v^0 & v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix},$$

а динамические уравнения заданы в подгруппе  $(a^i)$ , так что

$$\begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \partial_1 \\ 0 & 0 & v^1 \partial_1 & 0 \\ 0 & -v^1 \partial_1 & 0 & 0 \\ v^1 \partial_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^0 & 0 & 0 & 0 \\ -v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ -v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \partial_2 \\ v^2 \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \times \\ \times \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^1 & 0 & 0 \\ 0 & -v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & v^3 \partial_3 & 0 & 0 \\ -v^3 \partial_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \partial_3 \\ 0 & 0 & v^3 \partial_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 & 0 \\ 0 & 0 & -v^3 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} v^0 \partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 \partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 \partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \partial_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v^1 \\ 0 & 0 & 0 & v^2 \\ 0 & 0 & 0 & v^3 \\ 0 & 0 & 0 & v^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнения Ньютона-Эйлера запишутся в виде

$$\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} a_i v^r \partial_j (g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta \Pi^s) P = F.$$

В них метрика  $g_{\alpha\beta}$  используется дважды, а "поля"  $\Psi$  и уравнения построены на разных подгруппах группы  $V(4)$ . Волновая функция  $\Psi$  выражена в виде суммы антисимметричной и диагональной функций. Пусть теперь

$$\Psi = r_{\alpha\beta} a^\alpha v^\beta = \begin{pmatrix} -v^0 & v^3 & -v^2 & -v^1 \\ -v^3 & -v^0 & v^1 & -v^2 \\ v^2 & -v^1 & -v^0 & -v^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 & -v^0 \end{pmatrix},$$

а динамические уравнения заданы в подгруппе  $b^i$ . Имеем

$$\begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & v^1 \partial_1 \\ 0 & 0 & v^1 \partial_1 & 0 \\ 0 & -v^1 \partial_1 & 0 & 0 \\ -v^1 \partial_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -v^0 & 0 & 0 & 0 \\ -v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^2 \partial_2 \\ v^2 \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^2 \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & -v^0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^1 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & v^3 \partial_3 & 0 & 0 \\ -v^3 \partial_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v^3 \partial_3 \\ 0 & 0 & -v^3 \partial_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & -v^0 & 0 \\ 0 & 0 & v^3 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} -v^0 \partial_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^0 \partial_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -v^0 \partial_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v^0 \partial_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \\ 0 & 0 & 0 & -v^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнения Ньютона-Эйлера запишутся в форме

$$\varepsilon_{klrs}^{ij} r^{kl} b_i v^r \partial_j (r_{\sigma\chi} a^\sigma v^\chi \Pi^s) P = F.$$

В них метрика  $r_{\sigma\chi}$  используется дважды, а "поля" и уравнения построены по двум дополнительным подгруппам. Волновая функция выражена в виде диагональной и антисимметричной функций.

**Естественно записать уравнения движения идеальной жидкости на основе нелинейных волновых функций. Простая проверка показыва-**

ет, что в этом случае реализуется обобщение, которое имеет векторный вид:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\rho \vec{v} \nabla) \vec{v} = \vec{F} + \vec{v} (\partial_k (\rho v^k)).$$

Имеем такие формы уравнений Ньютона-Эйлера в группе  $V(4)$ :

1.  $\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} v^r e_i \partial_j (e_p v^p \Pi^s) P = F$  ;
2.  $\varepsilon_{klrs}^{ij} r^{kl} v^r f_i \partial_j (f_p v^p \Pi^s) P = F$  ;
3.  $\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} v^r a_i \partial_j (g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta \Pi^s) P = F$  ;
4.  $\varepsilon_{klrs}^{ij} r^{kl} v^r b_i \partial_j (r_{\alpha\beta} a^\alpha v^\beta \Pi^s) P = F$  .

Им соответствуют "волновые функции". Получим

$$1. e_p v^p = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & v^2 & v^1 \\ v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & v^1 & v^0 & v^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 & v^0 \end{pmatrix}; \quad 2. f_p v^p = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & v^2 & -v^1 \\ v^3 & v^0 & v^1 & -v^2 \\ v^2 & v^1 & v^0 & -v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix};$$

$$3. g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & -v^2 & v^1 \\ -v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & -v^1 & v^0 & v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix}; \quad 4.$$

$$r_{\alpha\beta} a^\alpha v^\beta = \begin{pmatrix} -v^0 & v^3 & -v^2 & -v^1 \\ -v^3 & -v^0 & v^1 & -v^2 \\ v^2 & -v^1 & -v^0 & -v^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 & -v^0 \end{pmatrix}.$$

Подгруппы  $(a_i, b_i)$  форм 3 или 4 достаточны для того, чтобы "восстановить" всю группу  $V(4)$ . Формы 1 и 2 способны на это лишь при совместном их использовании. В антикоммутирующем секторе "поля" и динамические уравнения выражаются через одну подгруппу, а сами поля "симметричны". В коммутирующем секторе "поля" и динамические уравнения выражаются через подгруппы  $a_i, b_i$ , а сами поля образуют "смесь" антисимметричных и симметричных величин. Возможно смешанное их соединение. Таковы, например, уравнения

$$0.5 \varepsilon_{klrs}^{ij} \{ r^{kl} v^r b_i \partial_j (r_{\alpha\beta} a^\alpha v^\beta \Pi^s) P + g^{kl} v^r a_i \partial_j (g_{\alpha\beta} b^\alpha v^\beta \Pi^s) P \} = F.$$

Используя комплексные скорости, мы по форме приближаем механику Ньютона к электродинамике Максвелла. В общем случае  $GAG$ -модуль имеет многообразие форм, которые одинаково хорошо описывают одни и те же эксперименты. По этой причине эксперимент сам по себе недостаточен для "проявления" формы явления, а симметрия также имеет черты, скрытые от опыта. В рассмотренном случае, как легко видеть, автоморфизмы группы заполнения физической модели  $G_z$  указывают различные формы уравнений на подгруппах.

Аналогично могут быть заданы уравнения типа Ньютона-Эйлера для любых групп. Они обобщаются, если выйти за рамки канонических функций:

$\varepsilon_{klrs}^{ij} \rightarrow R_{klrs}^{ij}$ ,  $r^{kl} \rightarrow R^{kl}$ ,  $g_{\alpha\beta} \rightarrow G_{\alpha\beta}$  ... Так из "семечка" можно вырастить "дерево". Графическая диаграмма уравнения Ньютона-Эйлера (рис. 3.1) пригодна и для других групп. За ней скрыта новая информация о динамике материальных объектов. В частности, связующие функции  $\varepsilon_{klrs}^{ij}(x, t)$ ,  $r^{kl}(x, t)$ ,  $g_{\alpha\beta}(x, t)$  способна задать эволюцию явления, описываемого физической моделью.

Нами получена матричная форма уравнений Ньютона-Эйлера, удобная для анализа. Покажем, как усложняются уравнения, если записать их в форме инфинитезимальной симметрии. Действительно,

$$\begin{aligned}
 & E(v^1 \partial_1 v^1 + v^2 \partial_2 v^2 + v^3 \partial_3 v^3 + v^0 \partial_0 v^0) + c_1(v^1 \partial_1 v^1 - v^2 \partial_2 v^2 + v^3 \partial_3 v^3 - v^0 \partial_0 v^0) + \\
 & + c_2(v^1 \partial_1 v^1 + v^2 \partial_2 v^2 - v^3 \partial_3 v^3 - v^0 \partial_0 v^0) + c_3(v^1 \partial_1 v^1 - v^2 \partial_2 v^2 - v^3 \partial_3 v^3 + v^0 \partial_0 v^0) + \\
 & + a_1(v^0 \partial_0 v^1 - v^3 \partial_3 v^2 + v^2 \partial_2 v^3 - v^1 \partial_1 v^0) + a_2(v^3 \partial_3 v^1 + v^0 \partial_0 v^2 - v^1 \partial_1 v^3 - v^2 \partial_2 v^0) + \\
 & + a_3(v^2 \partial_2 v^1 - v^1 \partial_1 v^2 - v^0 \partial_0 v^3 + v^3 \partial_3 v^0) + b_1(v^0 \partial_0 v^1 + v^3 \partial_3 v^2 - v^2 \partial_2 v^3 - v^1 \partial_1 v^0) + \\
 & + b_2(v^3 \partial_3 v^1 - v^0 \partial_0 v^2 + v^1 \partial_1 v^3 - v^2 \partial_2 v^0) + b_3(v^2 \partial_2 v^1 - v^1 \partial_1 v^2 + v^0 \partial_0 v^3 - v^3 \partial_3 v^0) + \\
 & + e_1(v^0 \partial_0 v^1 + v^3 \partial_3 v^2 + v^2 \partial_2 v^3 + v^1 \partial_1 v^0) + e_2(v^3 \partial_3 v^1 + v^0 \partial_0 v^2 + v^1 \partial_1 v^3 + v^2 \partial_2 v^0) + \\
 & + e_3(v^2 \partial_2 v^1 + v^1 \partial_1 v^2 + v^0 \partial_0 v^3 + v^3 \partial_3 v^0) + f_1(-v^0 \partial_0 v^1 + v^3 \partial_3 v^2 + v^2 \partial_2 v^3 - v^1 \partial_1 v^0) + \\
 & + f_2(v^3 \partial_3 v^1 - v^0 \partial_0 v^2 + v^1 \partial_1 v^3 - v^2 \partial_2 v^0) + f_3(v^2 \partial_2 v^1 + v^1 \partial_1 v^2 - v^0 \partial_0 v^3 - v^3 \partial_3 v^0) = \Phi
 \end{aligned}$$

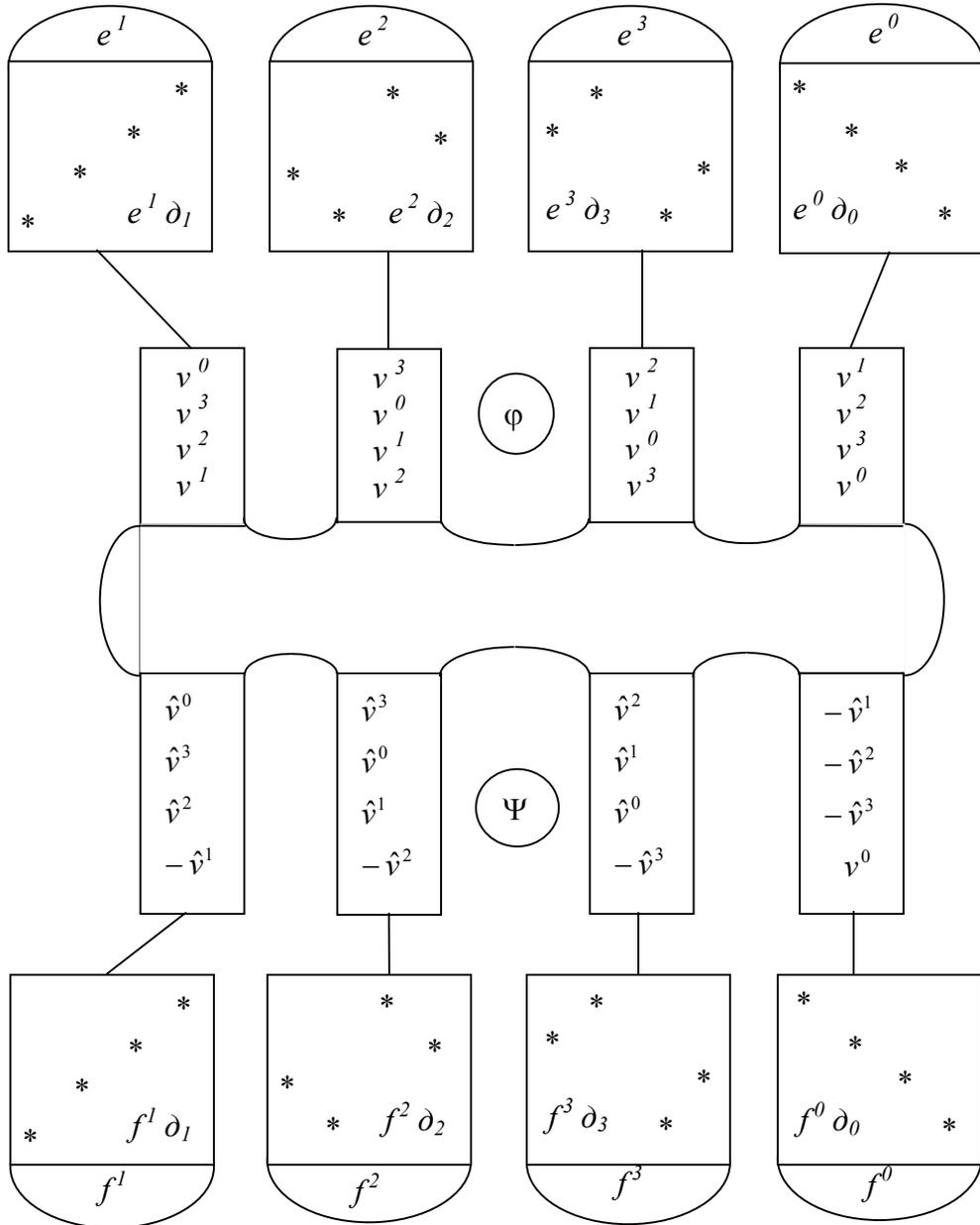


Рис. 3.1. Графическая диаграмма уравнений Ньютона-Эйлера

Это выражение получается выборкой элементов волновой функции

$$\Psi = \begin{pmatrix} v^1 \partial_1 v^1 & v^2 \partial_2 v^1 & v^3 \partial_3 v^1 & v^0 \partial_0 v^1 \\ v^1 \partial_1 v^2 & v^2 \partial_2 v^2 & v^3 \partial_3 v^2 & v^0 \partial_0 v^2 \\ v^1 \partial_1 v^3 & v^2 \partial_2 v^3 & v^3 \partial_3 v^3 & v^0 \partial_0 v^3 \\ v^1 \partial_1 v^0 & v^2 \partial_2 v^0 & v^3 \partial_3 v^0 & v^0 \partial_0 v^0 \end{pmatrix},$$

если к матрицам  $E, C, \dots, F$  присоединены элементы  $\Psi$ , соответствующие местам и знакам их канонических элементов (-1, 1).

Соединим в одну конструкцию элементы, содержащие одинаковые частные производные. Получим связность  $A_\mu = A_\mu^a \Theta_a$ , где  $\Theta_a$  - генераторы группы:

$$A_1^1 = v^1 \partial_1 v^1, A_1^2 = v^1 \partial_1 v^1, \dots, A_1^{16} = v^1 \partial_1 v^2$$

$$A_0^1 = v^0 \partial_0 v^0, A_0^2 = -v^0 \partial_0 v^0, \dots, A_0^{16} = -v^0 \partial_0 v^3.$$

Тогда можно ввести систему *тензоров напряженности событий*

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + f_{bc}^a A_\mu^b A_\nu^c$$

и уравнения, которым они подчинены.

**Анализ поведения света приводит к необходимости обобщения уравнений динамики, потому что кажется очевидным учитывать не только параметры, которые выражают динамические качества исследуемых объектов, но и их качества как конструкций. Например, количество составных элементов  $N$ , размеры конструкций  $L$ . Выполним требуемое обобщение, полагая, что**

$$\frac{d}{dt}(NLm\vec{v}) = \vec{F}nl.$$

**Разделив обе части этого уравнения на  $nl$ , получим выражение**

$$\frac{d}{dt}(\tilde{N}\tilde{L}m\vec{v}) = \vec{F}.$$

**Сила, действующая на конструкцию, меняет все указанные величины, которые согласованы друг с другом. В приложении к анализу поведения света при сопоставлении массе  $m$  частоты  $\omega$ , мы понимаем, что при неизменности частоты частицы света могут изменять свою скорость только в том случае, если согласованно меняется размер этих частиц, если выполняется дополнительное условие, что**

$$\tilde{N}m = const.$$

**Проблема согласованного изменения самой конструкции и ее движений получает здесь наглядное выражение. Чем сложнее будет тот алгебраический инвариант, изменение которого во времени мы изучаем, тем точнее может быть учтена конструкция с качествами, которая «стоит» за исследуемым объектом.**

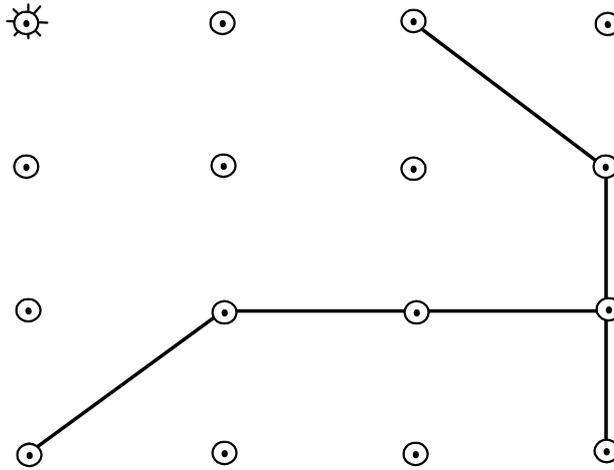
**Обратим внимание на структуру нелинейной волновой функции, которая использована нами при обобщении уравнений Ньютона-Эйлера:**

$$\rho \times \begin{pmatrix} v^1 v^0 & v^2 v^3 & -v^2 v^3 & v^1 v^0 \\ -v^1 v^3 & v^0 v^2 & v^1 v^3 & v^2 v^0 \\ v^1 v^2 & -v^1 v^2 & v^0 v^3 & v^3 v^0 \\ -v^1 v^1 & -v^2 v^2 & -v^3 v^3 & v^0 v^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^0 & v^3 & -v^2 & v^1 \\ -v^3 & v^0 & v^1 & v^2 \\ v^2 & -v^1 & v^0 & v^3 \\ -v^1 & -v^2 & -v^3 & v^0 \end{pmatrix} \times$$

$$\left[ \begin{pmatrix} \rho v^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho v^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho v^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho v^0 \end{pmatrix} \right].$$

**Кватернион умножен на сумму идемпотентов. В динамической модели базис кватерниона умножается на сходный с ним дифференциальный оператор, а затем на часть «приготовленной» волновой функции, полученную посредством сходного с предыдущей конструкцией канонического идемпотента. «Строительство» модели становится похожим на сборку математической конструкции аналогично тому, как собирается техническое устройство из некоторой системы блоков в некоторой их последовательности, что обеспечивает выполнение ряда практических функций. Теперь нечто аналогичное можно делать при моделировании явлений, достигая математических изделий с требуемыми или желаемыми свойствами.**

### 3.2. GAG-ФОРМА УРАВНЕНИЙ ДИРАКА



$$\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{rs} \varphi^k \gamma_i \partial_j (\Omega_p \Psi^p \Pi^l P) = 0.$$

Уравнения Дирака представлены в форме GAG-модуля группы  $V(4)$ . Показано, что эта группа допускает множество теорий в рамках единой формальной конструкции. Указан новый алгоритм нахождения базисов для теорий типа Дирака. Найдены "поперечные" и "продольные" динамики таких моделей.

Квантово-механическое описание электрона базируется на волновой функции

$$\Psi = \text{столбец} (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4)$$

и уравнениях динамики Дирака:

$$(\gamma^k \partial_k + B)\Psi = 0, \quad \left( \gamma^k \partial_k - B \right) \bar{\Psi} = 0.$$

Они имеют форму GAG-модуля

$$\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} \varphi^r \gamma_i \partial_j (\Pi_p \Psi^p E^l P) + B\Psi = 0.$$

Здесь  $\varphi^r, E^l$  - единичные матрицы;  $\varepsilon_{klrs}^{ij}$  - 6-индексный символ Кронекера;  $\Pi_p$  - проекционные матрицы с одним элементом. Матрицы Дирака

$$\gamma^1 = (-i)b^1 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = f^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma^3 = ib^2 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^4 = -c^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

образуют алгебру. В  $V(4)$  можно выбрать другие четыре матрицы, из которых взаимными произведениями получатся все остальные, задавая минимальный базис  $(\gamma^\alpha, \gamma^\beta, \gamma^\gamma, \gamma^\rho)$ . В частности, им является  $(c^2, b^2, f^2, b^3)$ .

Представим базисы группы  $V(4)$ , задающие уравнения типа Дирака, графически, соединяя между собой точки, соответствующие их местам на портрете группы для  $\alpha : b^1 f^1 b^2 c^3$  и для  $\beta : c^3 b^2 f^2 b^3$  (рис. 3.2).

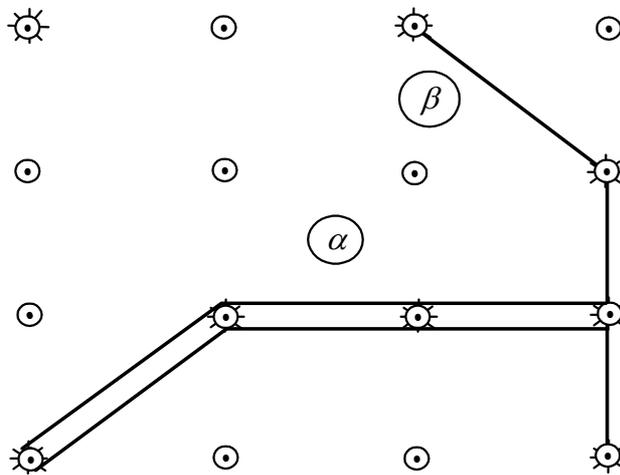


Рис. 3.2. Пара базисов типа Дирака

Рассмотрим варианты выбора других минимальных базисов:

- а) пусть задана пара  $\gamma^\alpha, \gamma^\beta \neq E$ ;
- б) выбирается  $\gamma^\delta \neq \gamma^\alpha \gamma^\beta$ ;
- в) образуем их произведения и используем  $\gamma^\varepsilon \neq (\gamma^\alpha \gamma^\beta, \gamma^\alpha \gamma^\delta, \gamma^\beta \gamma^\delta)$ .

Тогда четыре элемента задают базис. Дополнительно определим  $\gamma^* = \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\delta \gamma^\varepsilon$  и тогда по двойным произведениям находится вся группа  $V(4)$ . Обозначая базис кружком  $\bigcirc$ , а их двойные произведения линиями, графически найдем минимальный базис (рис. 3.3). Варианты диагональных динамик исчерпываются диаграммами (рис. 3.4).

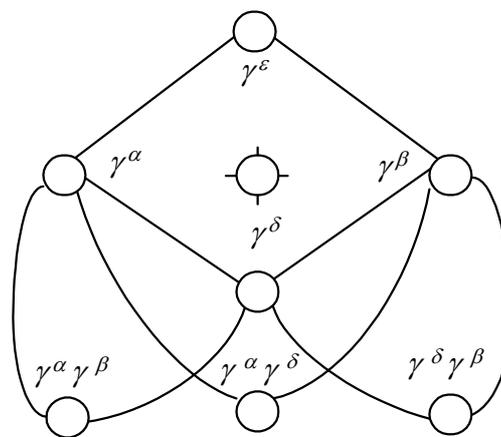


Рис. 3.3. Схема нахождения минимального базиса

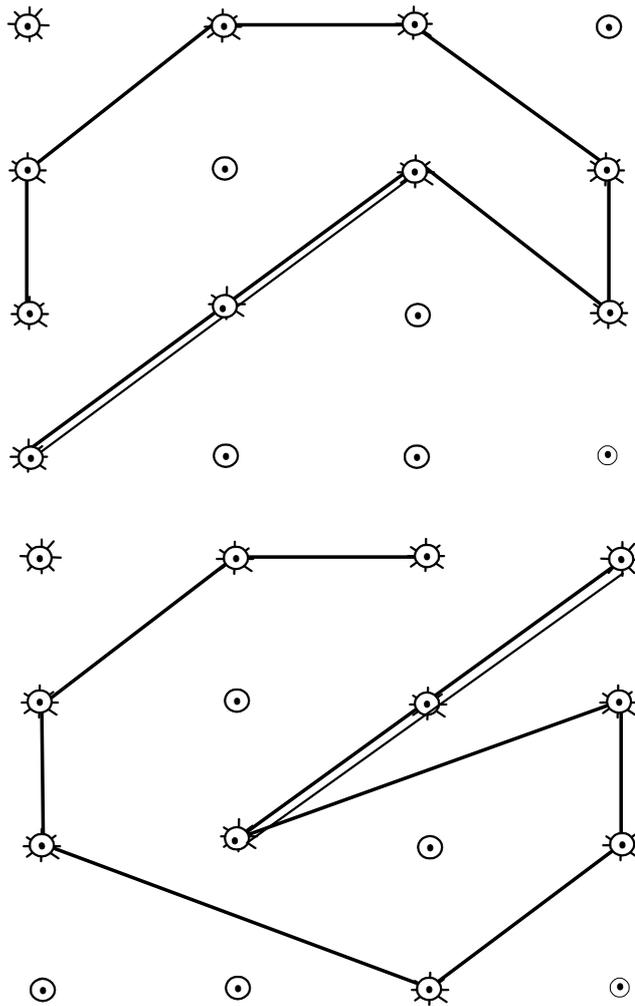


Рис. 3.4. Варианты диагональных динамик

Минимальный базис задается матрицами, которые соединены двойными линиями, четвертый элемент, дополняющий их, берется из тех, которые соединены единичной линией (рис. 3.5).

Мы обнаруживаем *алгебраическую относительность физических явлений*. У нее есть две стороны. Во-первых, одно и то же явление может быть описано в разных минимальных базисах алгебры заполнения. Во-вторых, базисы могут быть использованы для описания разных явлений, задавая разные модульные формы, а также разные представления симметрий.

Запишем уравнения Дирака на подгруппе  $(b_i, I) \in V(4)$ . Имеем цепочку соотношений:

$$\left\{ (-i) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_t & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \right.$$

$$+(-i) \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_t & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$

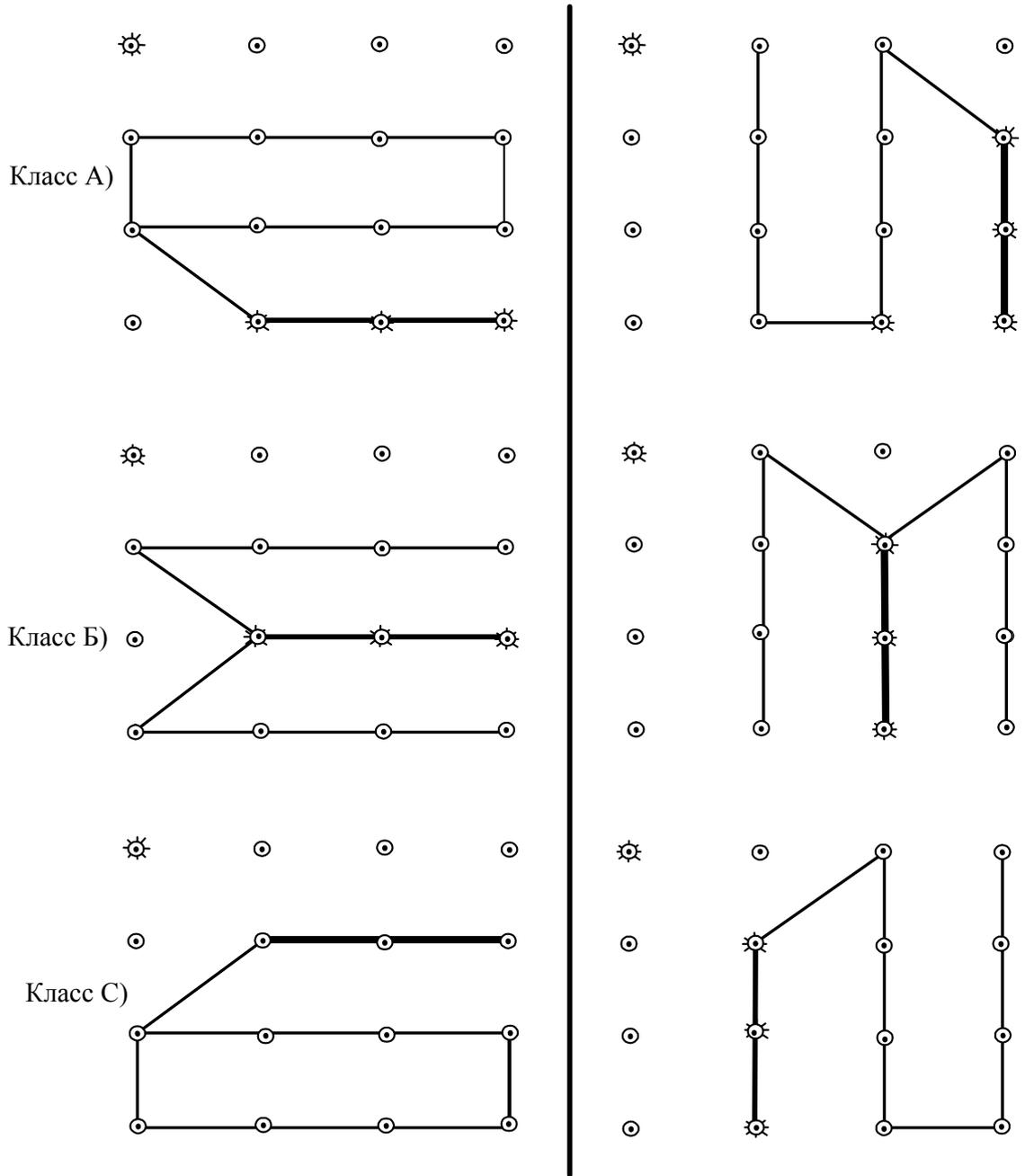


Рис. 3.5. Типы минимальных базисов

I. Здесь использованы сначала правые идеалы  $G$ -модулей (шаг I). Затем сконст-

руирована волновая функция (шаг II).  $\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_x & \Psi_x & \Psi_x & \Psi_x \\ \Psi_y & \Psi_y & \Psi_y & \Psi_y \\ \Psi_z & \Psi_z & \Psi_z & \Psi_z \\ \Psi_t & \Psi_t & \Psi_t & \Psi_t \end{pmatrix} \dots$

Они преобразованы в левые идеалы проекторами  $\Pi^i$  (шаг III). Затем эти идеалы преобразованы (шаг IV).

$$\begin{aligned} \text{II.} \quad & \begin{pmatrix} \Psi_x & \Psi_x & \Psi_x & \Psi_x \\ \Psi_y & \Psi_y & \Psi_y & \Psi_y \\ \Psi_z & \Psi_z & \Psi_z & \Psi_z \\ \Psi_t & \Psi_t & \Psi_t & \Psi_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_t & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \Delta^1 \dots \\ \\ \Psi = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_y & 0 & 0 \end{pmatrix} = \tilde{\Delta}^1. \\ \\ \text{IV*} \cdot & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_y \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_z \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Запишем исходные уравнения аналитически:

$$\{(-i)b^1\partial_1\Delta^1 + (-1)f^1\partial_2\tilde{\Delta}^2 + (-i)b^2\partial_3\Delta^3 + c^3E\partial_t\tilde{\Delta}^1\}P = 0.$$

Мы получили уравнения Дирака в форме конечно порожденного  $G_z$ -модуля над кольцом идеалов алгебры  $g_z$ .

$$\text{III.} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_x & \Psi_x & \Psi_x & \Psi_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

Покажем, что уравнения Дирака можно записать в форме, аналогичной уравнениям Максвелла, используя одинаковые подгруппы матричной группы  $V(4)$ . Используем вначале уравнения, найденные Дираком для электрона, которые имеют форму

$$(\gamma^k \partial_k + m)\Psi = 0,$$

где,  $\Psi$  – спинор,  $m$  – масса электрона. Используем матрицы в обозначениях, принятых нами:  $\gamma^k = \{b^1, b^2, f^1, c^3\}$ .

Иначе запишем динамические уравнения в электродинамике Максвелла. Если взять волновую функцию  $\varphi$  и комплексно сопряженную с ней  $\bar{\varphi}$  и пару кватернионов

$$a^k = \{I, a^1, a^2, a^3\}, \quad b^k = \{I, b^1, b^2, b^3\},$$

они запишутся в виде

$$(a^k \partial_k \varphi + I b^k \partial_k \bar{\varphi})P = 0 \dots$$

Здесь  $I$  – единичная матрица.. Применим новую форму их записи согласно таблице 3.1.

|       |                   |                   |                   |                   |             |
|-------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------|
|       | $I$               | $b_1$             | $b_2$             | $b_3$             |             |
| $I$   | $\partial_t$      | 0                 | 0                 | 0                 | $\varphi_0$ |
| $a_1$ | 0                 | $\partial_x$      | 0                 | 0                 | $\varphi_x$ |
| $a_2$ | 0                 | 0                 | $\partial_y$      | 0                 | $\varphi_y$ |
| $a_3$ | 0                 | 0                 | 0                 | $\partial_z$      | $\varphi_z$ |
|       | $\bar{\varphi}_0$ | $\bar{\varphi}_x$ | $\bar{\varphi}_y$ | $\bar{\varphi}_z$ |             |

Таблица 3.1.  
Схематическая запись  
уравнений Максвелла

Следуя таблице, мы умножаем элементы, стоящие по строкам и складываем их с аналогичной конструкцией, полученной при сложении по столбцам, используя, если требуется, дополнительные элементы. Введем волновые функции в виде левых идеалов для алгебры заполнения  $G_z$ :

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi_x = \begin{pmatrix} \varphi_1 & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_2 & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_3 & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_y = \begin{pmatrix} 0 & \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_3 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_4 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\varphi_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_4 & 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{0x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_2 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_3 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_4 \end{pmatrix},$$

Выражения

$$[(a^1 \partial_1 \varphi_x + a^2 \partial_2 \varphi_y + a^3 \partial_3 \varphi_z + a^0 \partial_0 \varphi_0) + I(b^1 \partial_1 \bar{\varphi}_x + b^2 \partial_2 \bar{\varphi}_y + b^3 \partial_3 \bar{\varphi}_z + b^0 \partial_0 \bar{\varphi}_0)]P = 0$$

соответствуют первой паре динамических уравнений Максвелла.

Запишем в аналогичной форме уравнения Дирака, используя пару кватернионов, а также волновые функции, сопряженные дуальными числами  $\bar{\Psi} = j\Psi$ ,  $j \cdot j = 1$ . Поскольку матрицы  $a^k$ ,  $b^k$  коммутативны, а  $\gamma^k$  антикоммутируют, кажется, что уравнения Дирака и Максвелла качественно различны. Действительно,

$$[a^k, a^m] = c_n^{km} a^n, \quad [b^k, b^m] = c_n^{km} b^n, \quad c_n^{km} \neq 0, \quad [\gamma^k, \gamma^m] \equiv 0.$$

Однако это внешнее впечатление, хотя оно основано на глубинных свойствах алгебры заполнения, обманчиво. Заметим, что произведение элемента  $b_3$  с элементами  $I$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  дает  $b_3$ ,  $e_2$ ,  $f_1$ ,  $c_3$ . Дополним указанное умножение  $I$ -поворотом полученных элементов, как это указано в таблице 3.2.

|       |       |          |              |              |              |              |              |
|-------|-------|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|       |       |          | <b>I</b>     | $b_1$        | $b_2$        | $b_3$        |              |
| $c_3$ | $b_3$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0            | 0            | 0            | $\varphi_0$  |
| $b_3$ | $e_2$ | $a_1$    | 0            | $\partial_x$ | 0            | 0            | $j\varphi_x$ |
| $e_2$ | $f_1$ | $a_2$    | 0            | 0            | $\partial_y$ | 0            | $j\varphi_y$ |
| $f_1$ | $c_3$ | $a_3$    | 0            | 0            | 0            | $\partial_z$ | $\varphi_z$  |
|       |       |          | $j\varphi_0$ | $\varphi_x$  | $\varphi_y$  | $j\varphi_z$ |              |

Таблица 3.2. Схематическая запись уравнений Дирака.

Одно матричное уравнение Дирака сейчас дополнено вторым:

$$[(c_3 \partial_t \varphi_0 + b_1 \partial_x \varphi_x + b_2 \partial_y \varphi_y + f_1 \partial_z \varphi_z) + j(I \partial_t \varphi_0 + b_3 \partial_x \varphi_x + e_2 \partial_y \varphi_y + b_3 \partial_z \varphi_z)] P + m(\Psi + \bar{\Psi}) = 0.$$

Мы использовали вариант записи, в котором матрица  $b_3$  выполняет роль, аналогичную единичной матрице в уравнениях Максвелла. Так может быть потому, что эти матрицы задают представление группы  $SU(2)$ . Однако, поскольку представления содержат другие матрицы, возникает предположение, что должны существовать другие системы уравнений, которые аналогичны уравнениям Дирака и тому их расширению, которое мы рассматриваем. Покажем, что это действительно так. Запишем полученное выражение несколько иначе:

$$[\xi(b_1 \partial_1 \bar{\Phi}_1 + b_2 \partial_2 \bar{\Phi}_y + b_3 \partial_3 \bar{\Phi}_z + b_0 \partial_0 \bar{\Phi}_0) + \eta b_3(a_1 \partial_1 \Phi_x + a_2 \partial_2 \Phi_y + a_3 \partial_3 \Phi_z + a_0 \partial_0 \Phi)] P + m(\Phi + \bar{\Phi}) = 0.$$

Таблицу 3.2. будем рассматривать как одну из "ловушек" для моделей электрона. Рассмотрим другие варианты. Они получатся, если последовательно менять элементы  $a^1$ ,  $a^2$ ,  $a^3$  и  $b^1$ ,  $b^2$ ,  $b^3$  как множители для остальных элементов. Тогда образуются следующие "ловушки":

|       |       |          |              |              |              |              |  |
|-------|-------|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--|
|       |       |          | <b>I</b>     | $b_1$        | $b_2$        | $b_3$        |  |
| $c_3$ | $b_3$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0            | 0            | 0            |  |
| $b_3$ | $e_2$ | $a_1$    | 0            | $\partial_x$ | 0            | 0            |  |
| $e_2$ | $f_1$ | $a_2$    | 0            | 0            | $\partial_y$ | 0            |  |
| $f_1$ | $c_3$ | $a_3$    | 0            | 0            | 0            | $\partial_z$ |  |

|       |       |          |              |              |              |              |
|-------|-------|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|       |       |          | <b>I</b>     | $b_1$        | $b_2$        | $b_3$        |
| $e_1$ | $b_3$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0            | 0            | 0            |
| $b_2$ | $f_3$ | $a_1$    | 0            | $\partial_x$ | 0            | 0            |
| $f_3$ | $c_1$ | $a_2$    | 0            | 0            | $\partial_y$ | 0            |
| $c_1$ | $e_1$ | $a_3$    | 0            | 0            | 0            | $\partial_z$ |

|   |       |          |              |              |              |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
|---|-------|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--|--|--|--|----------|-------|-------|-------|--|--|-------|-------|----------|--------------|---|---|---|--|-------|-------|-------|---|--------------|---|---|--|-------|-------|-------|---|---|--------------|---|--|-------|-------|-------|---|---|---|--------------|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|-------|-------|-------|--|--|-------|-------|----------|--------------|---|---|---|--|-------|-------|-------|---|--------------|---|---|--|-------|-------|-------|---|---|--------------|---|--|-------|-------|-------|---|---|---|--------------|--|
| <table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><b>I</b></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>b_1</math></td> <td><math>b_2</math></td> <td><math>b_3</math></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f_2</math></td> <td><math>b_1</math></td> <td style="text-align: center;"><b>I</b></td> <td><math>\partial_t</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>b_1</math></td> <td><math>c_2</math></td> <td><math>a_1</math></td> <td>0</td> <td><math>\partial_x</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>c_2</math></td> <td><math>e_3</math></td> <td><math>a_2</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td><math>\partial_y</math></td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>e_3</math></td> <td><math>f_2</math></td> <td><math>a_3</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td><math>\partial_z</math></td> <td></td> </tr> </table> |       |          |              |              |              |              |  |  |  |  | <b>I</b> | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |  |  | $f_2$ | $b_1$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0 | 0 | 0 |  | $b_1$ | $c_2$ | $a_1$ | 0 | $\partial_x$ | 0 | 0 |  | $c_2$ | $e_3$ | $a_2$ | 0 | 0 | $\partial_y$ | 0 |  | $e_3$ | $f_2$ | $a_3$ | 0 | 0 | 0 | $\partial_z$ |  | <table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><b>I</b></td> <td><math>a_1</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_2</math></td> <td><math>a_3</math></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f_1</math></td> <td><math>a_2</math></td> <td style="text-align: center;"><b>I</b></td> <td><math>\partial_t</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_2</math></td> <td><math>e_3</math></td> <td><math>b_1</math></td> <td>0</td> <td><math>\partial_x</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>e_3</math></td> <td><math>c_1</math></td> <td><math>b_2</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td><math>\partial_y</math></td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>c_1</math></td> <td><math>f_1</math></td> <td><math>b_3</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td><math>\partial_z</math></td> <td></td> </tr> </table> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | <b>I</b> | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |  |  | $f_1$ | $a_2$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0 | 0 | 0 |  | $a_2$ | $e_3$ | $b_1$ | 0 | $\partial_x$ | 0 | 0 |  | $e_3$ | $c_1$ | $b_2$ | 0 | 0 | $\partial_y$ | 0 |  | $c_1$ | $f_1$ | $b_3$ | 0 | 0 | 0 | $\partial_z$ |  |
|   |       |          |              |              |              |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
|   |       | <b>I</b> | $b_1$        | $b_2$        | $b_3$        |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $f_2$   | $b_1$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0            | 0            | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $b_1$   | $c_2$ | $a_1$    | 0            | $\partial_x$ | 0            | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $c_2$   | $e_3$ | $a_2$    | 0            | 0            | $\partial_y$ | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $e_3$   | $f_2$ | $a_3$    | 0            | 0            | 0            | $\partial_z$ |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
|   |       |          |              |              |              |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
|   |       | <b>I</b> | $a_1$        | $a_2$        | $a_3$        |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $f_1$   | $a_2$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0            | 0            | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $a_2$   | $e_3$ | $b_1$    | 0            | $\partial_x$ | 0            | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $e_3$   | $c_1$ | $b_2$    | 0            | 0            | $\partial_y$ | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $c_1$   | $f_1$ | $b_3$    | 0            | 0            | 0            | $\partial_z$ |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| <table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><b>I</b></td> <td><math>a_1</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_2</math></td> <td><math>a_3</math></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f_2</math></td> <td><math>a_3</math></td> <td style="text-align: center;"><b>I</b></td> <td><math>\partial_t</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_3</math></td> <td><math>f_2</math></td> <td><math>b_1</math></td> <td>0</td> <td><math>\partial_x</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f_2</math></td> <td><math>e_1</math></td> <td><math>b_2</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td><math>\partial_y</math></td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>e_1</math></td> <td><math>c_3</math></td> <td><math>b_3</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td><math>\partial_z</math></td> <td></td> </tr> </table> |       |          |              |              |              |              |  |  |  |  | <b>I</b> | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |  |  | $f_2$ | $a_3$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0 | 0 | 0 |  | $a_3$ | $f_2$ | $b_1$ | 0 | $\partial_x$ | 0 | 0 |  | $f_2$ | $e_1$ | $b_2$ | 0 | 0 | $\partial_y$ | 0 |  | $e_1$ | $c_3$ | $b_3$ | 0 | 0 | 0 | $\partial_z$ |  | <table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><b>I</b></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_1</math></td> <td><math>a_2</math></td> <td><math>a_3</math></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>e_2</math></td> <td><math>a_1</math></td> <td style="text-align: center;"><b>I</b></td> <td><math>\partial_t</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_1</math></td> <td><math>c_2</math></td> <td><math>b_1</math></td> <td>0</td> <td><math>\partial_x</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>c_2</math></td> <td><math>f_3</math></td> <td><math>b_2</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td><math>\partial_y</math></td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f_3</math></td> <td><math>e_2</math></td> <td><math>b_3</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td><math>\partial_z</math></td> <td></td> </tr> </table> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | <b>I</b> | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ |  |  | $e_2$ | $a_1$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0 | 0 | 0 |  | $a_1$ | $c_2$ | $b_1$ | 0 | $\partial_x$ | 0 | 0 |  | $c_2$ | $f_3$ | $b_2$ | 0 | 0 | $\partial_y$ | 0 |  | $f_3$ | $e_2$ | $b_3$ | 0 | 0 | 0 | $\partial_z$ |  |
|   |       |          |              |              |              |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
|   |       | <b>I</b> | $a_1$        | $a_2$        | $a_3$        |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $f_2$   | $a_3$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0            | 0            | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $a_3$   | $f_2$ | $b_1$    | 0            | $\partial_x$ | 0            | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $f_2$   | $e_1$ | $b_2$    | 0            | 0            | $\partial_y$ | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $e_1$   | $c_3$ | $b_3$    | 0            | 0            | 0            | $\partial_z$ |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
|   |       |          |              |              |              |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
|   |       | <b>I</b> | $a_1$        | $a_2$        | $a_3$        |              |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $e_2$   | $a_1$ | <b>I</b> | $\partial_t$ | 0            | 0            | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $a_1$   | $c_2$ | $b_1$    | 0            | $\partial_x$ | 0            | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $c_2$   | $f_3$ | $b_2$    | 0            | 0            | $\partial_y$ | 0            |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |
| $f_3$   | $e_2$ | $b_3$    | 0            | 0            | 0            | $\partial_z$ |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |          |       |       |       |  |  |       |       |          |              |   |   |   |  |       |       |       |   |              |   |   |  |       |       |       |   |   |              |   |  |       |       |       |   |   |   |              |  |

Проверка показывает, что так образуются *пятерки* антикоммутирующих элементов: любой элемент является произведением всех остальных элементов, наборы согласованы между собой. Их можно распределить, следуя рис. 3.6. Они задают сложную топологическую поверхность, если между собой соединить совпадающие элементы на "границах", обозначенных двойными линиями.

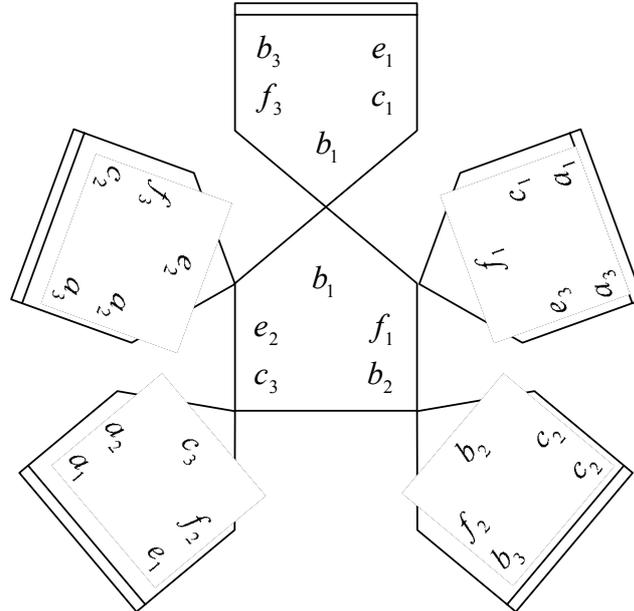
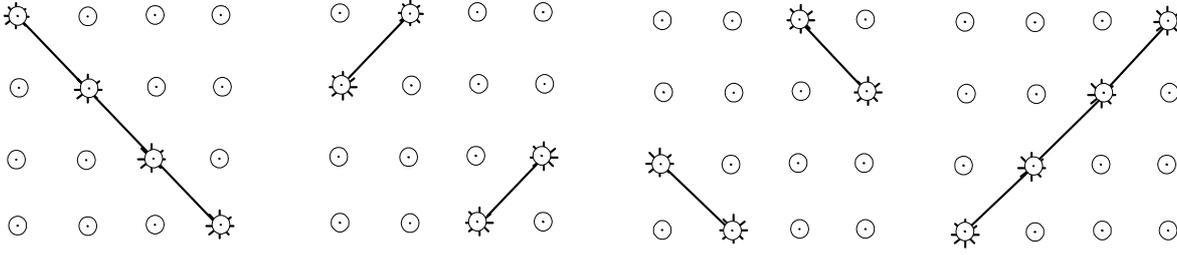


Рис.3.6. Расположение антикоммутирующих элементов алгебры заполнения  $G_z = (U(1) \times SU(2))^{\otimes 2}$

### 3.3. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА В ФОРМЕ GAG-МОДУЛЯ



$$\Psi_x = \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \Psi_y = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \Psi_z = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad \Psi_t = \frac{1}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad B_{\xi\eta} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta \partial \xi} \equiv 0.$$

Показано, что уравнение Шредингера может быть записано в форме GAG-модуля. Его волновая функция с тензором напряженности  $\Phi_{ik} \equiv 0$ , задает вырожденное поле, а уравнение аналогично структуре механики Ньютона-Эйлера. Указаны новые возможности обобщения квантовой теории.

Уравнение Шредингера для скалярной волновой функции  $\Psi$  в координатах

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ict$$

вида

$$\frac{\partial^2 \Psi}{(\partial x^1)^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{(\partial x^2)^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{(\partial x^3)^2} = V(\vec{r}, t) - c\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial x^0}$$

позволяет ввести величины

$$\Psi_1 = \frac{\partial \Psi}{\partial x^1}, \quad \Psi_2 = \frac{\partial \Psi}{\partial x^2}, \quad \Psi_3 = \frac{\partial \Psi}{\partial x^3}, \quad \Psi_t = \frac{\partial \Psi}{\partial t^0}.$$

При выборе  $n^{ik} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ ,  $\alpha^k = \{0, 0, 0, -c\hbar\}$  получим

$$n^{ik} \partial_i \Psi_k = \alpha^k \Psi_k + V.$$

Определим величину

$$S = e^k \Psi_k = \begin{pmatrix} \Psi_t & \Psi_z & \Psi_y & \Psi_x \\ \Psi_z & \Psi_t & \Psi_x & \Psi_y \\ \Psi_y & \Psi_x & \Psi_t & \Psi_z \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z & \Psi_t \end{pmatrix}.$$

Пусть  $B^l = n^{lp} \Pi_p$ ,  $\varepsilon_{lp}^{ij}$  - четырехиндексный символ Кронекера. Введем  $E^{ps} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ ,  $\bar{\Psi}_s = \text{вектор}(1, 1, 1, 1)$ . Обозначим  $\Psi^k = E^{kp} \Psi_p$ . Тогда

$$\varepsilon_{lp}^{ij} \bar{\varphi}^p e_i \partial_j (B^l e_k \Psi^k) = F,$$

$$F = \alpha^k \Psi_k + V_0.$$

Заметим, что

$$\Psi_{ik} = \partial_i \Psi_k - \partial_k \Psi_i \equiv 0.$$

Именно так ведет себя дополнение тензора электромагнитного поля при калибровочном преобразовании

$$\tilde{A}_k = A_k \pm \partial_k \Psi = A_k \pm \Psi_k.$$

Поэтому уравнение Шредингера можно рассматривать как аналог линеаризованных уравнений Ньютона для градиента скалярной функции, тривиально дополняющей тензор электромагнитного поля. Такой подход позволяет найти новые ростковые точки в других калибровочных теориях. Представляет несомненный интерес построение "флуктуирующей" квантовой механики. Суть ее состоит в том, что, как в теории движения жидкости дополнительно к средним значениям вводятся флуктуирующие величины, в квантовой физике могут быть введены дополнения к волновым функциям вида

$$\tilde{\Psi}^p = \bar{\Psi}^p + \tilde{\Psi}^p, \quad \Psi^k = \Psi^k + \tilde{\Psi}^k.$$

Тогда осреднение будет задавать нелинейные уравнения вида

$$\varepsilon_{lp}^{ij} \tilde{\Psi}^p e_i \partial_j (B^l e_k \tilde{\Psi}^k)^\Gamma P = \tilde{F}, \quad \tilde{F} = \tilde{a}^k \tilde{\Psi}_k + \tilde{V}_0.$$

Они могут оказаться полезными в задачах моделирования динамики физических зарядов, так как  $\tilde{V}_0$  согласовывается с  $\tilde{\Psi}$ . Аналогично динамике Ньютона возникает возможность введения нетривиальных дополнений в квантовую теорию. Пусть

$$\Psi^* = \Psi + \sqrt{i} \hat{\Psi}.$$

Примем

$$i \varepsilon_{lp}^{ij} \tilde{\Psi}^p f_i \partial_j (B^l f_k \hat{\Psi}^k)^\Gamma P = \hat{F}, \quad \hat{F} = \hat{a}^k \hat{\Psi}_k + \hat{V}_0.$$

Новые поля  $\hat{\Psi}$  будут проявляться в теории и в эксперименте. Используя  $\delta_j = (1, 1, 1, 1)$ , а также  $g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ ,  $r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ , получим уравнение Шредингера в форме

$$\begin{aligned} \Delta\Psi + a \frac{\partial\Psi}{\partial t} &= \varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} \hat{\Psi}^r \gamma_i (\partial_j + (-1)^{\det g} \delta_j) (\delta_p^{ls} \gamma_s \Psi^p) + \\ &+ \varepsilon_{klrs}^{ij} r^{kl} \hat{\Psi}^r \Omega_i (\partial_j + (-1)^{\det r} \delta_j) (\delta_p^{ls} \gamma_s \Psi^p). \end{aligned}$$

Уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = 0$$

также имеет аналитическую форму GAG-модуля

$$\varepsilon_{klrs}^{ij} \left\{ g^{kl} \hat{\Psi}^r \gamma_i \partial_j (\delta_p^{ls} \gamma_s \Psi^p) + r^{kl} \hat{\Psi}^r \Omega_i \partial_j (\delta_p^{ls} \Omega_s \Psi^p) \right\} = \Delta\Psi.$$

Это очевидно, так как

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_t \begin{pmatrix} \Psi_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_x \\ 0 & 0 & \Psi_x & 0 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_y \\ \Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_z \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ \Psi_z & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_t \begin{pmatrix} \Psi_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \\ 0 & 0 & -\Psi_x & 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_y \\ \Psi_{ty} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & \Psi_z & 0 & 0 \\ -\Psi_z & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \equiv 8\Delta\Psi
 \end{aligned}$$

Уравнение записано через симметричные волновые функции. Аналогично его можно записать на основе антисимметричных волновых функций.

Уравнение Шредингера выражается также в форме G-модуля над кольцом левых идеалов:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} + \\
 & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_t \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ v \\ v \\ v \end{pmatrix} \Psi.
 \end{aligned}$$

Здесь  $\Psi_x = \partial\Psi/\partial x$ ,  $\Psi_y = \partial\Psi/\partial y$ ,  $\Psi_z = \partial\Psi/\partial t$ ,  $\Psi_t = \partial\Psi/\partial t^0$ . Матричные волновые функции образуют кольцо правых идеалов:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 & \begin{pmatrix} \Psi_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_t \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Лапласиан допускает интерпретацию как система скомпенсированных матричнозначных симметрий. Так, получим

$$\begin{aligned} \Delta\Psi = & \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Psi_x \\ 0 & 0 & -\Psi_x & 0 \\ 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ -\Psi_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \right. \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_y \\ -\Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Psi_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & -\Psi_z & 0 & 0 \\ \Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_z \\ 0 & 0 & -\Psi_z & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \partial_t \begin{pmatrix} \Psi_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\Psi_x \\ 0 & 0 & -\Psi_x & 0 \\ 0 & \Psi_x & 0 & 0 \\ \Psi_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Psi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_y \\ -\Psi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ & + \left. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z \begin{pmatrix} 0 & -\Psi_z & 0 & 0 \\ \Psi_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Psi_z \\ 0 & 0 & \Psi_z & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_t \end{pmatrix} \right\}. \end{aligned}$$

В аналитическом виде

$$[I + I \partial_t (I \Psi_t)] - [I + a^\alpha \partial_\alpha (a^\beta \Psi_\beta)] - [I + I \partial_t (I \Psi_t)] + [I + b^\alpha \partial_\alpha (b^\beta \Psi_\beta)] = 2\Delta\Psi.$$

Следовательно, одни и те же уравнения имеют много форм, каждая из которых показывает разные грани симметричных свойств явления.

Уравнения Шредингера выражены в форме суперпозиции системы инфинитезимальных симметрий. Аналогично мы можем записать другие системы, в частности, уравнения Ньютона, Максвелла, Дирака. Поэтому можно считать, что *любая физическая модель есть система симметрий*. К ней естественно приложимы методы и приемы анализа симметрий, а также средства и алгоритмы их расширения и углубления. Понятно, что необходимо их согласование с конкретными условиями и обстоятельствами. К физическим моделям пригоден и общий анализ, развитый для исследования симметрий.

### 3.4. GAG-МОДЕЛИРОВАНИЕ

*Показано, как можно использовать концепцию GAG-модуля для моделирования разнообразных объектов и явлений. Указаны новые черты и специфика такого подхода.*

#### А) GAG-моделирование просто

1. Нужно взять пары пространственно-временных многообразий и группоидов:  $M_{SS}$ ,  $M_{SE}$ ,  $G_p$ ,  $G_z$ , волновых функций  $\varphi$ ,  $\Psi$ , операторов  $\partial_i, dx^i$ , дополнительных величин  $\varepsilon_{klrs}^{ij}, \delta_{ij} \dots$

2. "Смешать" их между собой, используя единую основную конструкцию

$$\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} \varphi^r \gamma_i \partial_j (\Omega_p \Psi^p \Pi^s) = Q_* \dots$$

3. "Поварить": получить решения, проанализировать их, сравнить с экспериментом...

4. "Добавить специи": изменить элементы, чтобы они лучше соответствовали практике, например, используя "композиты".

Таковы физические модели.

#### Б) GAG-моделирование удобно

1. Можно из разных соображений выбрать группу заполнения физических моделей. Алгоритм, который привел к группе  $G = V(4)$ , выглядит как система шагов (глава 6). На первом шаге использована циклическая группа

$$Z_4 = \{i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1\}.$$

На втором шаге использована операция размещения  $\bowtie$ , задающая новую группу

$$Q = Z_4 \bowtie Z_4.$$

Она содержит подгруппу  $R \in Q$  в форме

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

На третьем шаге к  $R$  применена операция тензорного умножения. Получена группа

$$V(4) = R \otimes R.$$

Ее достаточно, согласно главе 3, чтобы в единой форме записать основные физические законы. Возможно, аналогичный алгоритм допустимо использовать для анализа других явлений, в частности, проблем экономики, психологии.

2. Группа  $G = V(4)$  использована с полугруппами, а также с дополнительными элементами, например, тензорами  $g^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ , волновой функцией  $\Psi_p$ , символами Кронекера  $\delta_{kn}, \varepsilon_{klrs}^{ij} \dots$

3. Используя указанные элементы, образована модель, состоящая из конструкций

$$Q_* = \varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} \varphi^r \gamma_i \partial_j (\Omega_p \Psi^p \Pi^s),$$

$$Q^* = \varepsilon_{klrs}^{ij} \eta^{kl} \varphi^r \gamma_i \sigma_{jp} dx^p (\Omega_p \Psi^p \Pi^s).$$

Таковы GAG-модули первого уровня. В них используются частные производные первого порядка и дифференциальные формы первого порядка. Варианты изменений и дополнений здесь многообразны и очевидны, однако для их применения нужна практика.

Специфика подхода состоит в следующем:

- а) модель выходит за рамки стандартной теории представлений групп и алгебр, потому что в ней используются и группы и полугруппы;
- б) модель выходит за рамки вариационного анализа, потому что полученные уравнения не следуют из лагранжева формализма;
- в) модель выходит за рамки принципа относительности, так как она учитывает топологические аспекты симметрий.

4. GAG-модуль легко обобщается на случай, когда в электродинамике отсутствуют ограничения на скорость. Для этого достаточно обобщить связи между полями и индукциями, как это указано в главе 1.

5. Предлагаемая модель использует композиты - нетензорные объекты, что расширяет возможности анализа явлений. Нетрудно видеть, что композиты в группах естественны при использовании операции  $\bowtie$ . Так, в частности, группа  $Q = Z_4 \bowtie Z_4$  имеет элементы

$$\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

композитного вида. Они задают "корень квадратный" из матриц Паули.

6. GAG-модули позволили обнаружить, что физические явления имеют SLD (OLI)-тип, когда структура (S-), связи (L-), динамика (D-) имеют внешние (out-), внутренние (in-) и связевые (l-) слагаемые. Так как все слагаемые и элементы унифицированы, упрощено как понимание, так и анализ явлений. По-видимому, аналогично могут описываться и сами физические объекты. Соответственно появляется новый "концентратор" - алгоритм, позволяющий оценивать и развивать модели, соответствуя разделам 3.7, 3.8.

7. Теория выходит за рамки классической теории измерений, так как позволяет учитывать влияние измерительных устройств на явление, что изложено в главе 2.

8. Теория GAG-модулей использует физический подход к динамике инерции, разделяя ее на собственную и несобственную части и вводя новую физическую характеристику - отношение, от которой зависят связи между полями и индукциями. Подробности подхода могут быть важны в других ситуациях, в частности, для неабелевых калибровочных полей.

9. Для GAG-модулей естественна дополнительность абсолютных и относительных свойств пространства-времени, а также их разделение на пространство состояний  $SS$  и пространство событий  $SE$ . К связности состояний  $\Gamma_{jk}^i(SS)$  добавляется тогда связность событий  $\Gamma_{jk}^i(SE)$ . Также могут быть введены и учтены их тензорные дополнения  $B_{jk}^i(SS)$ ,  $B_{jk}^i(SE)$ , что изложено в главе 4. Следовательно, модель выходит за пределы подхода, принятого в теории относительности.

10. При GAG-моделировании естественно используются когомологии групп. При алгебраическом подходе отношение  $w$  рассматривается как элемент нульмерной группы когомологий Хохшильда  $H^0(g, A)$ . Указаны и другие возможности когомологического обобщения физических моделей. Следовательно, модель выходит за рамки стандартной теории относительности, не использующей когомологических уровней симметрий. Поэтому GAG-моделирование стимулирует учет топологии элементов, составляющих модель, а также ее динамики.

11. GAG-моделирование позволяет достаточно просто пройти путь от истоков теории к ее современному уровню, достигая моделей суперструн.

12. *GAG*-модули подтверждают известный факт, что к одному и тому результату можно придти, двигаясь в разных направлениях и достигая схожего результата, но разного "видения" задач, перспектив, проблем. *Композиты и кохомологии дополняют то, что дает теория относительности.*

13. *GAG*-модули указывают архитектуру модели явлений и объектов, которую можно по-разному "развивать" как в "продольном", так и в "поперечном" направлениях. Формальная конструкция (рис. 3.6), в том числе с учетом пространственно-временного моделирования, имеет вид:

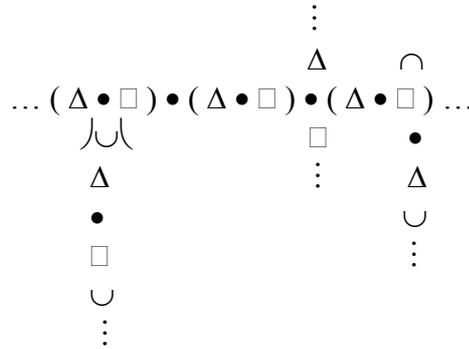


Рис. 3.6. Формальная схема развития физической модели

Каждый ее элемент и соединительные звенья могут быть изменены, если этого потребует опыт. Такой вариант является новым. Из него следует предположение, что "физические объекты и явления модельно едины". Более того, не исключено, что и по форме и по существу микро- и макропроцессы и объекты способны иметь высокий уровень организации и сложности.

В) *GAG*-моделирование конструктивно

Действительно, благодаря такому подходу мы имеем новые результаты. Укажем их.

1. Явное и неявное использование нульмерных кохомологий Хохшильда  $H^0(g, A)$  в качестве динамического управляющего фактора для несобственной инерции электромагнитного поля.
2. Разделение инерции электромагнитного поля на собственную и несобственную части, введение в физическую модель скорости движения первичного источника излучения  $\vec{u}_{fs}$  и отождествление скорости детектора излучения  $\vec{u}_\alpha$  со скоростью среды  $\vec{u}_m$  в форме  $\vec{u}_\alpha = \vec{u}_m$ .
3. Введение новой физической величины – *показателя отношения*  $w$  как характеристики, управляющей динамикой инерции на основе нульмерной группы кохомологий  $w \in H^0(g, A)$  и ее связи с показателем среды  $n$  физической среды  $w = 1 - \exp[-P_0(n - 1)]$ .
4. Рассмотрение фундаментальной пары калибровочных полей  $F_{mn}$ ,  $H^{ik}$  как дополнительных друг другу по структуре и динамике электромагнитных явлений, а связей между ними как самостоятельной сложной сущности вида  $H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$ , задаваемой симметричным полем  $\Omega^{im}$ .
5. Дополнение локального метрического тензора событий  $SE$  конформным множителем  $\varphi$  с последующим преобразованием его на основе эквивалентных преобразований к композитному виду  $\tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1 \cdot w)$ .

6. Введение "весовой" зависимости скоростей, входящих во взаимосвязь полей и индукций  $\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m$ , где  $\vec{u}_{fs}$  - скорость первичного источника излучения,  $\vec{u}_m$  - скорость среды,  $w$  - показатель отношения.

7. Введение "весовой" зависимости  $\Omega^{im}$  от  $\tilde{g}^{ij}$  и  $\tilde{u}^i = dx^i/dg$  в форме

$$\Omega^{im} = a\tilde{g}^{im} + b\tilde{u}^i\tilde{u}^m,$$

$$\text{где } a = \frac{1}{\sqrt{\mu}}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\left(\frac{\varepsilon\mu}{w} - 1\right), \quad \tilde{u}^i \sim \sqrt{w}.$$

8. Новое выражение для групповой скорости электромагнитного поля как функции от  $\vec{u}_{fs}$ ,  $w$ ,  $\vec{u}_m$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $c$ :

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) \left[ (1 - w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m \right].$$

9. Новое условие для фазы для электромагнитной волны:

$$\frac{\omega - \vec{k}\vec{u}_\xi}{\left(1 - w_\xi \frac{u_\xi^2}{c^2}\right)^{1/2}} = const$$

при значении  $\vec{u}_\xi = \vec{u}_{fs} + w_\xi\vec{u}_m$ .

10. Новая зависимость частоты поля  $\omega$  от скорости при больших скоростях движения:

$$\omega = \omega_0 \sigma \left[ \left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} - \frac{u_{fs}^2}{c^2} \Psi^{1/2} (1 + \Psi)^{1/2} \right], \quad \sigma = \left[1 - u_{fs}^2 (1 + \Psi)/c^2\right]^{-1}, \quad \Psi \approx 6 \cdot 10^{-3}.$$

### 3.5. КОНЦЕПТУАЛЬНОЕ ЕДИНСТВО И РАЗЛИЧИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

*Показано, что соединение элементов структуры  $S$ , связей  $L$  и динамики  $D$  физического явления в модель, базирующееся на структуре GAG-модуля с расслоением, задающим внешние  $Out$ -, связевые  $l$ - и внутренние  $In$ -элементы модели, приводит к полной уровневой теории, состоящей из девяти звеньев. Они могут и должны меняться согласованно. На этой основе сформулирована проблема восстановления полной модели по ее части. Указана потребность многоуровневого анализа модели.*

#### 3.5.1. Элементы и соединения моделей

Согласно анализу, проведенному в разделах 3.3÷3.6, теория Ньютона для классических макроскопических тел, Максвелла для классического поля, Дирака для квантово-механической частицы - электрона, Шредингера для квантовой волновой теории в своей основе имеют единую конструкцию на группе  $V(4)=V(2)\otimes V(2)$  вида

$$\sigma \varepsilon_{rskl}^{ij} P^{rs} \bar{\Psi}^k \gamma_i \partial_j (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) P,$$

которая задает динамику. Назовем ее ( $D$ -) конструкцией в модели физических явлений. Электродинамика Максвелла имеет аналогичную конструкцию для связей между полями и индукциями, если выполнить замену  $\partial_j$  на  $\sigma_{jn} U^n$ , где  $\sigma_{jn}$  - 2-индексный символ Кронекера,  $U^n$  - четырехскорости (раздел 3.4):

$$\sigma \varepsilon_{rskl}^{ij} P^{rs} \bar{\Psi}^k \gamma_i \sigma_{jn} U^n (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) P.$$

Назовем ее ( $L$ -) конструкцией в модели физических явлений. Аналогично в электродинамике Максвелла можно описать сами поля и индукции, выполнив замену  $\partial_j$  на  $\sigma_{jn} \Pi^n$ , где  $\Pi^n$  - проекционные матрицы:

$$\sigma \varepsilon_{rskl}^{ij} P^{rs} \bar{\Psi}^k \gamma_i \sigma_{jn} \Pi^n (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) P.$$

Назовем ее ( $S$ -) конструкцией в модели физических явлений. Поскольку ( $S$ -,  $L$ -,  $D$ -) конструкции описывают единое явление, то сведения о нем можно получить, если опыт "раскрыл" хотя бы одну из них. Например,  $S$ -конструкция несет в себе информацию о связях и о динамике,  $L$ -конструкция - информацию о структуре и о динамике,  $D$ -конструкция - о структуре и о связях. В общем случае каждый из элементов ( $S$ -,  $L$ -,  $D$ -) конструкций меняется согласованно с другими элементами. Таково *общее правило* модификации физической модели.

Заметим, что при моделировании физических явлений используются два расслоения группы  $V(4)$ . *Во-первых*, в теории Дирака используется базис

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

*Во-вторых*, в теории Максвелла использована волновая функция

$$\Psi = \text{столбец}(E_x + i B_x, E_y + i B_y, E_z + i B_z, 0).$$

Она представлена "видимой" - внешней (*out*-) частью посредством  $E_k$  и "невидимой" - внутренней (*in*-) частью посредством  $iB_k$ . Они имеют связь (*l*-) часть модели, представленную суммированием элементов с одинаковыми весовыми множителями, равными единице, допуская

$$a E_k \oplus b (i B_k) = E_k + i B_k .$$

Будем считать, что *SLD*-тип задает физическую модель явления. Укажем ее степени свободы для электродинамики Максвелла. Имеем

$$\sigma|_S = (+i, -i), \quad \sigma|_L = (\pm i\varepsilon, \pm i\mu), \quad \sigma|_D = +1.$$

Матрицы  $\gamma_i$  есть  $(a^i, b^i)$ . Их достаточно, чтобы на основе взаимных двойных произведений "восстановить" всю группу  $V(4)$ . По-видимому, этот признак может быть свидетельством алгебраической полноты модели. Если подходить так, то динамические уравнения Ньютона алгоритмически неполны, так как они охватывают только один сектор группы  $V(4)$ . Второй сектор охватывается через алгебраическую структуру *силы*, входящей в уравнения динамики. Метрика  $p^{rs}$  имеет свои степени свободы:

$$p^{rs}|_S = g^{rs}, \quad p^{rs}|_L = (g^{rs}, r^{rs}), \quad p^{rs}|_D = (g^{rs}, r^{rs}).$$

Здесь  $g^{rs} = \text{diag}(1,1,1,1)$ ,  $r^{rs} = \text{diag}(1,1,1,-1)$ , охватывая досветовые и сверхсветовые метрики. Возможно, алгебраичность левой части уравнений Максвелла является указанием, что плотность электрического заряда  $\rho$  и четырехтока  $\rho U^k$  имеет алгебраическую природу. Назовем указанное различие расслоением (*O*-, *l*-, *I*-) типа, обозначая таким образом внешние - *O* (*out*-), связевые *l* (*l*-) и внутренние *I* (*in*-) элементы модели.

Рассмотрим вариант *неравноправного соединения факторов*, полагая, что

$$A_{mn}^* = A_{mn} + \sqrt{i} a_{mn}, \quad B^{ik} = B^{ik} + i b^{ik}, \quad \Omega^{im} = \Omega^{im} + i^{1/4} \omega^{im},$$

$$\left( \Omega^{im} + i^{1/4} \omega^{im} \right) \left( \Omega^{kn} + i^{1/4} \omega^{kn} \right) = \Omega^{im} \Omega^{kn} + \sqrt{i} \omega^{im} \omega^{kn} + i^{1/4} \left( \Omega^{im} \omega^{kn} + \omega^{im} \Omega^{kn} \right).$$

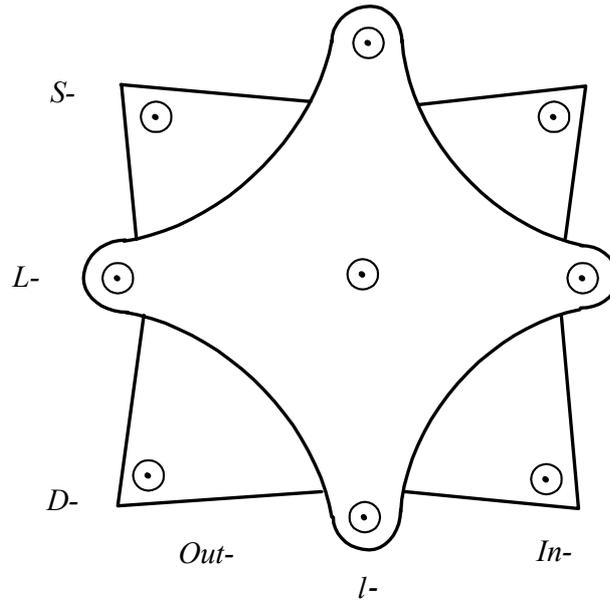


Рис. 3.7. Элементы физической модели

Из условия  $B^{ik} + i b^{ik} = \left( \Omega^{im} + i^{1/4} \omega^{im} \right) \left( \Omega^{kn} + i^{1/4} \omega^{kn} \right) \left( A_{mn} + \sqrt{i} a_{mn} \right)$  имеем соотношения

$B^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} A_{mn}$ ,  $b^{ik} = \omega^{im} \omega^{kn} a_{mn}$ , позволяющие рассматривать внешние и внутренние связи независимо. Разделению динамических уравнений на внешнюю и внутреннюю части такой вариант не препятствует, так как

$$\partial_k B^{ik} = \partial_k B^{ik} + i \partial_k b^{ik}, \quad \partial_{[k} A_{mn]} = \partial_{[k} A_{mn]} + \sqrt{i} \partial_{[k} a_{mn]}.$$

Однако он упрощает связи  $B^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} A_{mn}$ , которые в общем случае, могут быть существенно запутаны.

Введем схему для физической модели из девяти элементов, образующихся при пересечении (SLD) и (OLI) слагаемых (рис. 3.7).

В реальной практике редко бывают изучены все ее звенья. Возникает проблема: как восстановить полную модель физического явления по известной части ее схемы. Например, используя только связи явления на внешнем уровне или динамику в ее внутреннем проявлении. С указанной потребностью мы сталкиваемся, очевидно, в задачах социологии и в психологии. В общем случае обычно задана совокупность схем, как показано на рис. 3.8.

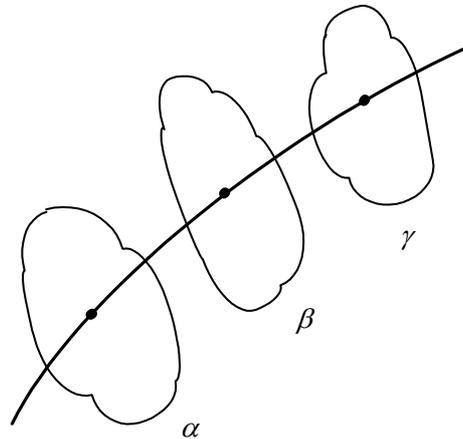


Рис. 3.8. Система уровней физической модели

Электродинамика Максвелла, структура которой выражена в группе  $V(4)$  может быть представлена схемой (рис. 3.9).

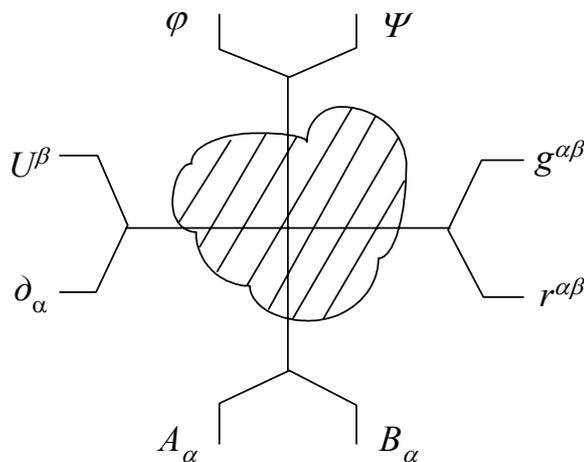


Рис. 3.9. Схема элементов в электродинамике Максвелла

В ней пары величин дополняют друг друга:

- а) волновые функции  $\varphi, \Psi$ ;
- б) метрические тензоры  $g^{\alpha\beta}, r^{\alpha\beta}$  досветовых и сверхсветовых движений;
- в) подгруппы  $A_\alpha, B_\alpha$  группы заполнения  $V(4)$ ;
- г) вектор  $U^\alpha$  и ковектор  $\partial_\beta$ .

Эта система элементов может быть применена для анализа физического явления на любом ее уровне, что позволяет легче сориентироваться в сложной ситуации. Каждый элемент указанной конструкции может быть изменен или деформирован таким образом, чтобы были выполнены определенные законы согласования. Обычно физикам удобно пользоваться законами сохранения, следовательно, опору можно делать на симметричные аспекты задачи. При этом не исключен вариант алгебраического расширения или деформации физической модели, используя возможности гомологической алгебры. Достаточным глубоким дополнением может стать дифференциально-геометрический анализ модели. Поскольку у электромагнитного поля обнаружены корпускулярные свойства, а у электрона - волновые, возникает предположение, что полная модель соединяет в себе и то и другое. Используя подгруппы  $(a^i, b^i)$  для "верха" группы  $V(4)$ , а подгруппы  $(e^i, f^i)$  для "низа" группы, будем считать, что полная модель подчинена постулату: "То, что "вверху", опирается на то, что "внизу", то, что "внизу", тянется к тому, что "вверху". Согласно разделам 3.3÷3.6 поля и частицы образуют единое целое. Возможен и такой вариант, задающий алгебраическую схему состояний (рис. 3.10).

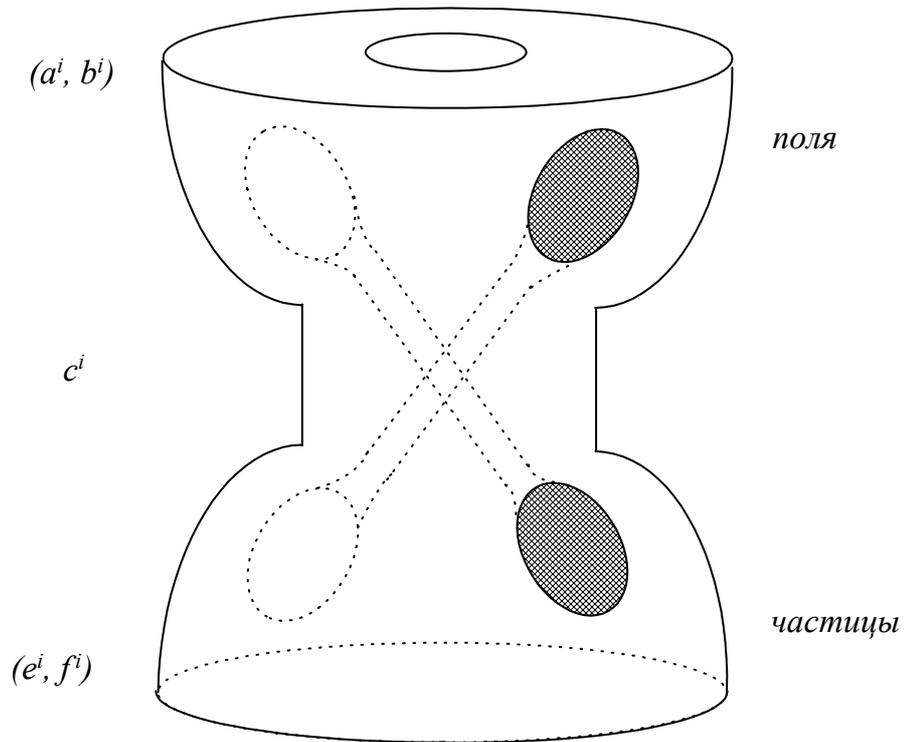


Рис. 3.10. Иллюстрация единства и различия частиц и полей в группе  $V(4)$

Понятно, что схема состояний может быть многоуровневой. При нашем подходе физическая теория электромагнитных процессов представлена системой элементов:

- а) структуры -  $S \rightarrow F_{mn} = \gamma^k \Pi_k \Psi$ ;
- б) связей -  $L \rightarrow \gamma^k U_k \Psi = g_{\alpha\beta} \gamma^\alpha U^\beta \Psi$ ;
- в) динамики -  $D \rightarrow \gamma^k \partial_k \Psi$ .

Фактически волновая функция  $\Psi$  испытывает влияние трех различных операторов. Вместе они задают полную модель на основе соединения между собой однотипных

элементов. Поскольку дополнительно заданы калибровочная и инерционная группы, имеем соединение элементов, представляющих полную модель (рис. 3.11).

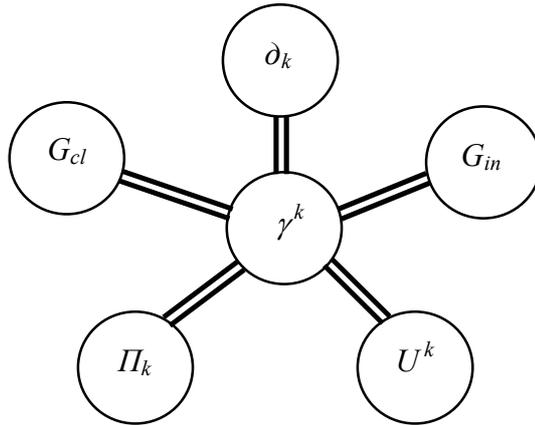


Рис. 3.11. Элементы физической модели

Вопрос состоит в том, что означает такая конструкция на языке математики? Насколько она существенна? Какие дальнейшие обобщения возможны?

Из сравнения результатов, полученных в электродинамике Максвелла и в теории Ньютона, следует, что электрон с зарядом  $e$  и массой  $m_0$  в электромагнитном поле описывается алгебраическим уравнением вида

$$\varepsilon_{rskl}^{ij} g^{rs} \hat{\Psi}^k \gamma_i \partial_j (\Omega_p \Psi^p \Pi^l P) = \sigma_{ps} (a^p U^s \Psi + b^p U^s \Psi^*).$$

Согласно ему сущность взаимодействия состоит в том, что алгебра связывает между собой вращательный и поступательный аспекты инерции явления. Это выражается через частные производные  $\partial_k$  - ковекторы и дифференциалы координат  $dx^k$  - векторы. Записывая уравнения динамики в формальном виде, имеем

$$e \Phi(U^k) = m \Phi(\partial_k),$$

где символ  $\Phi(\xi)$  означает, что построена конструкция на алгебре, а символ в скобках указывает поступательную и вращательную стороны инерции. Поскольку допустимо рассматривать внешний, внутренний и связевый аспекты инерции, введем, следуя электродинамике, обозначения и зависимости

$$U^k (U_{fs}^k, U_{ms}^k, W^k \dots), \quad \partial_k (\partial_k^{fs}, \partial_k^{ms}, \alpha^k \dots), \quad U^b (U_{fs}^b, U_{ms}^b, W^b \dots), \\ \partial_b (\partial_b^{fs}, \partial_b^{ms}, \alpha^b \dots), \quad U^\alpha (U_{fs}^\alpha, U_{ms}^\alpha, W^\alpha \dots), \quad \partial_\alpha (\partial_\alpha^{fs}, \partial_\alpha^{ms}, \alpha^\alpha \dots).$$

Тогда общая теория, способная описывать все многообразие факторов инерции, наглядно представится соединением в единый комплекс (рис. 3.12). Проведенное рассмотрение позволяет упростить общий подход: в расчетных моделях и на практике исследователь имеет дело с процессами, при которых происходит общее изменение инерционного состояния. Обычно оно сводится к тому, что исследуется некоторое равновесие между вращательными и поступательными сторонами инерции, задаваемыми соответственно величинами

$$(\omega_x, \omega_y, \omega_z, \omega_0) \equiv \omega, \quad (U_x, U_y, U_z, U_0) \equiv U.$$

Модель физического явления состоит в том, что исследуется взаимосвязь

$$U \leftrightarrow \omega.$$

Она показывает, как происходит взаимное превращение поступательной  $U$  и вращательной  $\omega$  инерции, которое составляет сущность физического явления.

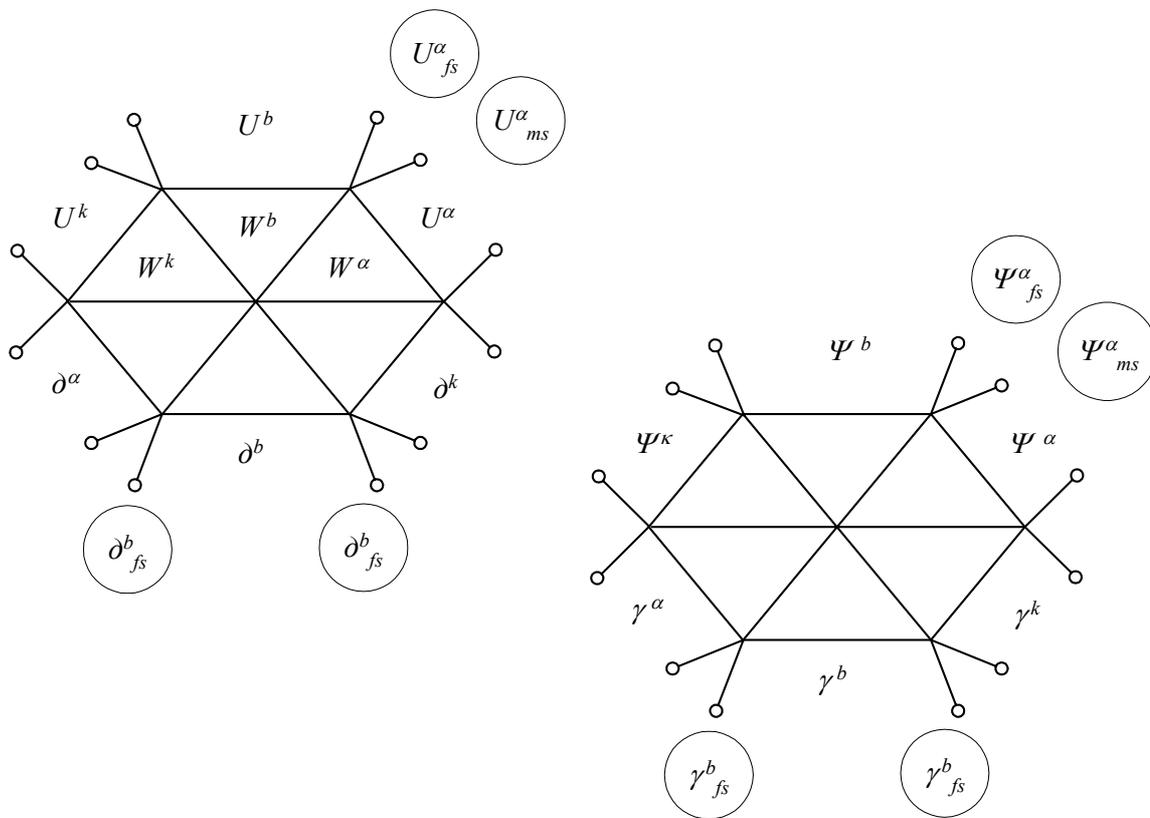
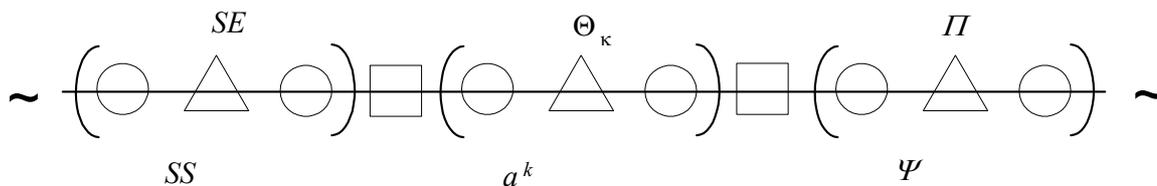


Рис. 3.12. Полная система граней инерции

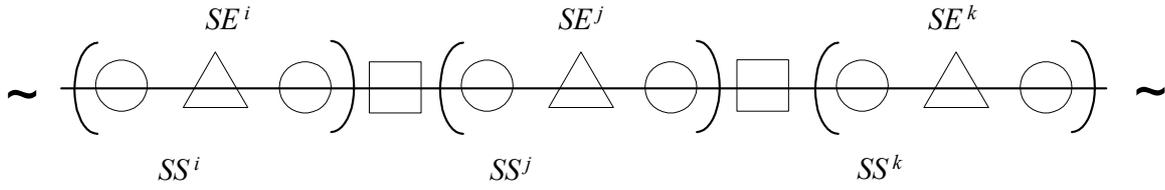
Под углублением  $GAG$ -модуля будем понимать перевод на новый уровень  $(\xi^k, \xi_k)$  одного или нескольких элементов модели. Это могут быть пары  $(\Psi, \varphi)$ ,  $(g^{\alpha\beta}, r_{\alpha\beta})$ ,  $(\xi^k, \xi_k)$ ,  $(\partial_k, U^k)$ , а также любые их звенья и соединения  $SLD$  ( $OLI$ )-типа. Это может быть общая конструкция, например, в случае, когда деформируется центр алгебры, но может быть и частная. Естественно выделяются три вида факторов. Имеем пространства:  $SS$  (состояний) и  $SE$  (событий); симметрии: алгебраическая  $a_k$  (генераторы алгебры) и групповая  $\Theta_k$  (параметры групп); проявления:  $\Psi$  (величины) и операторы, например  $(\partial^k, U^k \dots)$ .

Условно расположим факторы на одной линии, например, так:



Назовем такую диаграмму кодом физической модели. Их отличия между собой будут заданы элементами кода. Деформация фактически означает исследование всех кодов модели. Модели назовем свободными, если их коды не имеют совпадающих элементов. В общем случае они могут переплетаться в разных вариантах. Заметим, что каждый элемент кода может быть выражен в некотором едином виде, например, в своем про-

странстве. Тогда возможно сведение анализа модели к ансамблю системы пространств. В частности, код может быть выражен заданием системы пространств  $SS$  и  $SE$ :



К  $GAG$ -модулям естественно применима кохомологическая теория. Алгебра  $F(4)$  указывает естественный путь для этого. Известно, что деформация алгебры основана на построении функционалов от элементов алгебры в форме ряда Тейлора. Например, имеем

$$F^i(f, e) = [f, e]^i + \sigma F_1^i(f, e) + \sigma^2 F_2^i(f, e) + \dots$$

В физической теории эти обобщенные выражения могут занять место элементов группы  $V(4)$ , если их представляет  $[f, e]^i$  в отсутствие деформаций. Однако не все элементы группы  $V(4)$  могут быть так охвачены. Дополнительно нужны расширения антикоммутиративного типа:

$$H^i(f, e) = \{f, e\}^i + r H_1^i(f, e) + r^2 H_2^i(f, e) + \dots$$

Так получается ансамбль моделей, которые нужно согласовать с опытом. Методологически схема анализа кажется простой. Конструкция

$$\varepsilon_{kls}^{ij} g^{kl} \bar{\Psi}^r \gamma_i \partial_j (\Omega_p v^p \Pi^l) P$$

является типовой для физических теорий. Она задана

$$G \approx \Omega_p \in \Omega, \quad \gamma_i \in \gamma \approx G,$$

а также дифференциальными операторами  $\partial_j$  со своей алгеброй  $A$ . По этой причине мы имеем дело с  $GAG$ -модулем. Обозначение  $G$  справа фиксирует тот факт, что волновая функция есть  $G$ -модуль  $\Omega_p v^p \Pi^l \equiv \Psi$ . Обозначение  $A$  в центре указывает, что это  $A$ -модуль:  $\partial_j \Psi = \Phi$ . Обозначение  $G$  слева показывает, что на  $\partial_j \Psi$  слева действует вторая группа  $G$  и это задает  $G$ -модуль  $\gamma_i \Phi$ . Суммирование посредством  $\bar{\Psi}^r, g^{kl}, \varepsilon_{klrs}^{ij}$  уточняют ситуацию. Базовые фундаментальные физические модели  $SLD$  ( $OII$ ) типа задаются уравнениями:

- Ньютона-Эйлера  $\varepsilon_{kls}^{ij} \{g^{kl} v^r e_i \partial_j (e_p v^p \Pi^s) + r^{kl} v^r f_i \partial_j (f_p v^p \Pi^s)\} P = F$ ;
- Максвелла  $\varepsilon_{kls}^{ij} \{g^{kl} \bar{\varphi}^r A_i \partial_j (\Omega_p \bar{\Psi}^p E^s) + r^{kl} r \varphi B_i \partial_j (\Omega_p \Psi^p E^s)\} P = 0$ ;
- Шредингера (теплопроводности, диффузии)

$$\varepsilon_{kls}^{ij} \left\{ g^{kl} \bar{\Psi}^r \gamma_i \overset{g}{\partial}_j (\delta_p^{ls} \gamma_s \Psi^p) + r^{kl} \bar{\Psi}^r \Omega_i \overset{r}{\partial}_j (\delta_p^{ls} \Omega_s \Psi^p) \right\} P = V;$$

где  $\overset{g}{\partial}_j = \partial_j + a(-1)^{\det(g)} \delta_j \dots$

- Дирака  $\varepsilon_{kls}^{ij} \left\{ g^{kl} \bar{\varphi}^r \gamma_i \overset{g}{\partial}_j (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) + r^{kl} \varphi^r \gamma_i \overset{r}{\partial}_j (\Omega_p \Psi^p \Pi^l) \right\} P = 0$ ;
- Лапласа  $\varepsilon_{kls}^{ij} \left\{ g^{kl} \bar{\Psi}^r \gamma_i \partial_j (\delta_p^{ls} \gamma_s \Psi^p) + r^{kl} \varphi^r \Omega_i \partial_j (\delta_p^{ls} \Omega_s \Psi^p) \right\} P = 0$ .

Все эти  $GAG$ -модули естественны в группе  $V(4)$ . Аналогичные конструкции могут быть использованы и для других групп заполнения физической модели.

Физическая модель, как показал анализ, содержит в себе систему пар: величины  $F_{mn}$ ,  $H^{ik}$ , симметрии заполнения  $G_a$  и проявления  $G_b$  (алгебраический план), пространства состояний  $SS$  и событий  $SE$  согласно главе 4 (геометрический план), когомологии, например,  $Sp A$  и  $Det A$  (топологический план). Все они многоуровневые, многофункциональны и согласованы друг с другом (рис. 3.13).

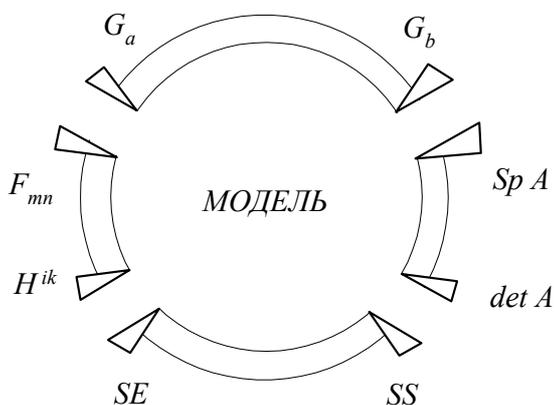


Рис. 3.13. Единство планов физической модели

Имеем графическое проявление единства физических моделей в группе  $V(4)$ : рис.3.14. В векторной форме модели "далеки" друг от друга, в тензорной - "ближе", в  $GAG$ -форме они едины, так что форма аналогична состоянию модели.

### 3.5.2. Софистатность реальности и ее моделей

Визуальный опыт подсказывает нам, что реальности соответствует система конструкций. Каждая из них имеет свое место, составные части, согласованные друг с другом. Эти конструкции движутся механически, меняя видимое свое положение. Они проявляют также обобщенные движения: прикасаются, мыслят, чувствуют, общаются, принимают решения... У каждой конструкции есть своя жизнь, система отношений между своими составными частями, а также с другими конструкциями. Не только зрение, но и слух, обоняние и ряд других ощущений охватывают и проявляют опыт.

Создадим общую математическую конструкцию, способную точно и в полном объеме охватить и проявить черты и свойства реального мира, пригодную для любых прикосновений, ощущений, изменений, реакций и поведения.

Начнем с обобщения концепции точки. Учтем, что реальный мир многогранен, многоуровнев, многофункционален. Чтобы охватить и проявить эту систему условий и обстоятельств, введем понятие многоуровневой точки. Будем считать, что любая конструкция может быть смоделирована, если ввести координаты, характерные для Генотипа  $x_{(0)}$ , а также систему координат для подуровней  $k = -N, -N + 1 \dots -1$ , и для надуровней  $l = 1, 2, \dots, N - 1, N$ . Соединим их в единую конструкцию многоуровневой точки вида

$$\dots \left( \left( \begin{matrix} x & \beta + \alpha \\ (-2) & (-2) \end{matrix} \right) x \beta + \alpha \right) x \begin{matrix} \beta + \alpha \\ (-1) & (-1) \end{matrix} \left( \begin{matrix} \alpha + \beta x \\ (1) & (1) \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} \alpha + \beta x \\ (2) & (2) \end{matrix} \right) \dots$$

Будем считать, что предложенный вариант пригоден как для механических, так и для любых других движений. Пусть механическим движениям соответствуют координаты

$x$ , а немеханическим соответствуют координаты  $y$ . Будем считать, что они согласованы между собой, в частности, посредством многоуровневых координат  $z$ .

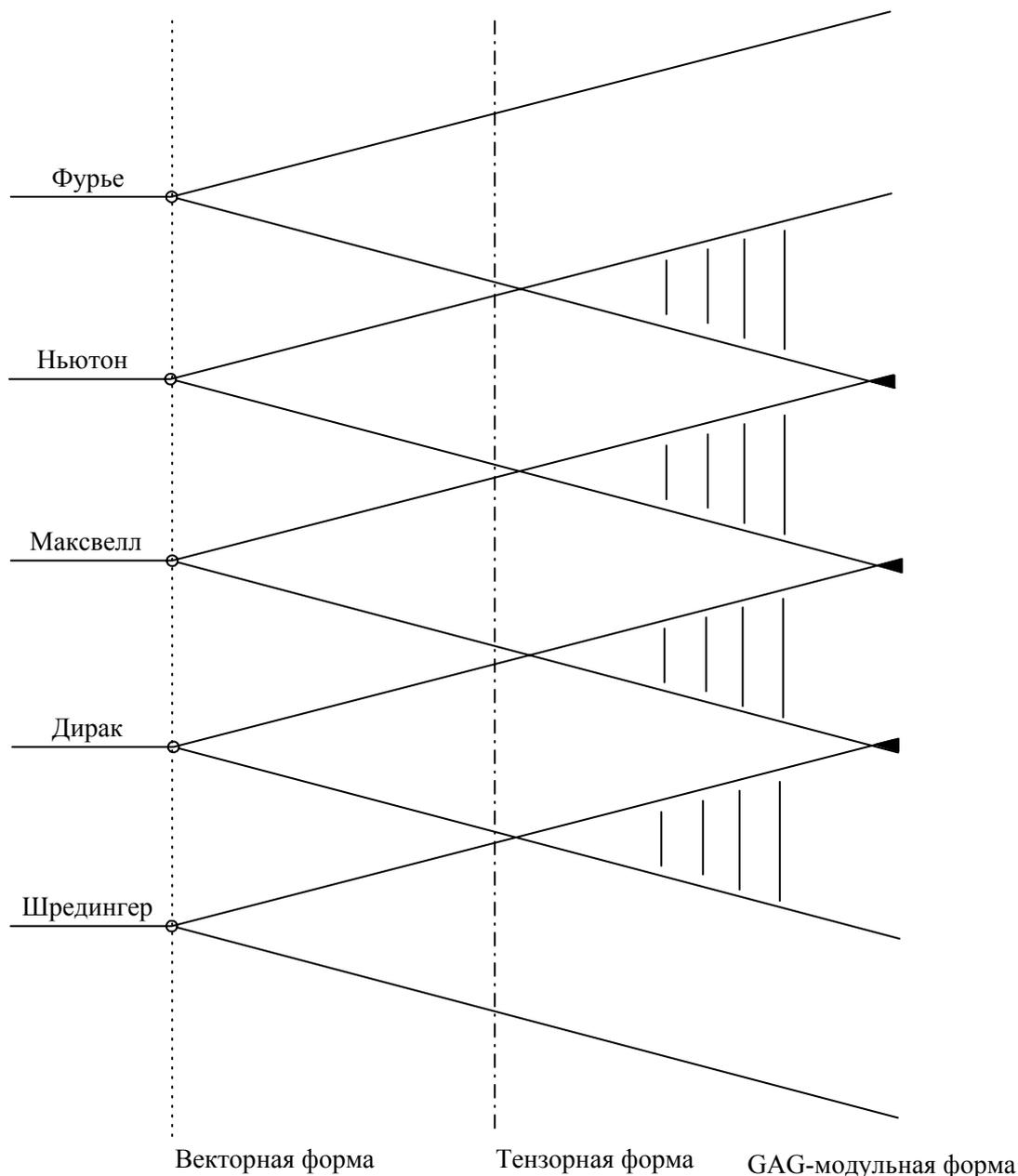


Рис. 3.14. Иллюстрация различия форм физических модели

Будем считать, что возможно несколько материальных и нематериальных начал, а также их соединений друг с другом, заданных прямыми или косвенными средствами. Тогда можно рассматривать координаты

$$\dots \left( \left( \begin{matrix} [k] & [k] \\ (-2) & (-2) \end{matrix} \right) \begin{matrix} [k] & [k] \\ (-1) & (-1) \end{matrix} \right) \begin{matrix} [k] & [k] \\ (0) & (0) \end{matrix} \left( \begin{matrix} [k] & [k] \\ (1) & (1) \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} [k] & [k] \\ (2) & (2) \end{matrix} \right) \dots$$

$$\dots \left( \left( \begin{matrix} [m] & [m] \\ (-2) & (-2) \end{matrix} \right) \begin{matrix} [m] & [m] \\ (-1) & (-1) \end{matrix} \right) \begin{matrix} [m] & [m] \\ (0) & (0) \end{matrix} \left( \begin{matrix} [m] & [m] \\ (1) & (1) \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} [m] & [m] \\ (2) & (2) \end{matrix} \right) \dots$$

$$\dots \left( \left( \begin{matrix} [l] & [l] & [l] \\ \mathcal{Z} & \mathcal{X} & + \mathcal{E} \\ (-2) & (-2) & (-2) \end{matrix} \right) \begin{matrix} [l] & [l] & [l] \\ \mathcal{Z} & \mathcal{X} & + \mathcal{E} \\ (-1) & (-1) & (-1) \end{matrix} \right) \begin{matrix} [l] & [l] & [l] \\ \mathcal{Z} & \mathcal{X} & + \mathcal{E} \\ (0) & (1) & (1) \end{matrix} \left( \begin{matrix} [l] & [l] & [l] \\ \mathcal{E} & + \mathcal{X} & \mathcal{Z} \\ (2) & (2) & (2) \end{matrix} \right) \dots$$

Определим место объекта любой природы системой многоуровневых точек

$$\begin{pmatrix} [k] & [m] & [l] \\ \mathcal{X} & \mathcal{Y} & \mathcal{Z} \\ (i) & (i) & (i) \end{pmatrix}.$$

Согласуем многоуровневые точки между собой. Назовем любое согласование ОТНОШЕНИЕМ. Допустим возможность выражения отношений геометрически. Например, будем считать, что точки  $A$  и  $B$  могут быть расположены в многообразии как элементы более сложной конструкции, например, линии, поверхности. Это может быть, в частности, некоторая новая конструкция, соответствующая рис. 3.15.

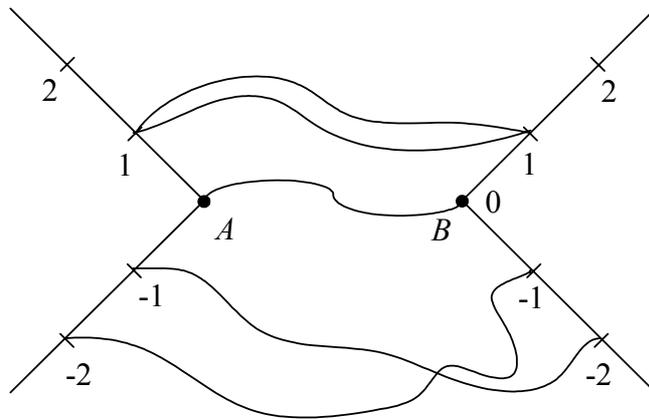


Рис. 3.15. Согласование многоуровневых точек системой линий

Понятно, что линии, поверхности и т.п. должны быть определены математически и допускать экспериментальную, а не только расчетную проверку. Назовем конструкцию, посредством которой реализуется охват и проявление системы согласованных между собой многоуровневых точек, РИТОМ (полагая, что речь идет о сокращенном названии конструкции, состоящей из РЕЦЕПТОРОВ и ТОЧЕК). Приблизим словесный анализ к реальной ситуации, учитывая, что каждая точка имеет координаты трех типов:  $(x, y, z)$ . Тогда необходимо ввести понятие многоуровневой одушевленной точки (рис. 3.16).

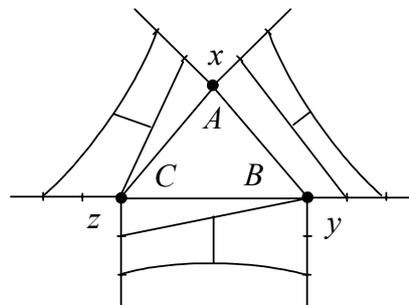


Рис. 3.16. Многоуровневая одушевленная точка

Мы изобразили наглядно систему из трех точек разных типов, представленных линиями, напоминающими систему координат, изогнув эти линии в форме крыла (рис. 3.17), а затем показали несколько их соединений в единую конструкцию РИТА.

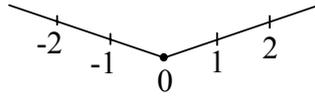


Рис. 3.17. Новое наглядное изображение многоуровневой точки

Многоуровневая одушевленная точка является исходным основным новым понятием. Назовем такую конструкцию ИСХОДНЫМ РИТОМ.

Теперь мы получаем возможность конструировать любой из субъектов реального мира в рамках концепции множества согласованных между собой исходных РИТОВ. Исходный РИТ естественен, поэтому его можно назвать ЕСТЕСТВЕННЫМ РИТОМ. Поэтому произвольная конструкция, рассматриваемая как СИСТЕМА ЕСТЕСТВЕННЫХ РИТОВ, получает удобное сокращенное название СЕР. Понятно, что СЕР есть сложная конструкция. Чтобы охватить и проявить ее стороны и черты, требуется выполнить существенную исследовательскую работу.

Проясним концепцию СЕР на примере, когда точки одноуровневые. Пусть также они неодушевлены. Значит, мы имеем дело с концепцией объектов - "мертвых" субъектов (более корректно считать, что мы ограничили рассмотрение *системой духовно-пассивных субъектов*, полагая, что для задачи важнее их механическая часть).

Пусть одноуровневые точки вложены в пространство  $R^3 \times T^1$ . Оно выбрано нами потому, что согласуется с локальным физическим экспериментом и соответствует основным чертам визуальной практики поведения объектов макромира. По концепции, разрабатываемой нами, этот вариант соответствует координатам  $x_{(0)}$  - нулевому уровню нашего Генотипа. Точка с размерами, равными размерам Земли, может рассматриваться как координата типа  $x_{(1)}$ , Солнечная система позволяет естественно ввести координаты типа  $x_{(2)}$ . Атом водорода может быть принят за точку типа  $x_{(-1)}$ , а размер электрона - за точку типа  $x_{(-2)}$ . Но пока что мы не учитываем данной многоуровневой специфики механического состояния и поведения.

Многообразие вида  $R^3 \times T^1$  есть расслоенное многообразие. Его базой является одномерное, косвенно измеримое эталоном часов, время  $T^1$ , посредством которого учитываются возможности описания механических движений одного уровня. Если точки многоуровневые, то времен может быть несколько и они согласованы друг с другом. Его слоем является трехмерное евклидово пространство  $R^3$ , расстояние между точками которого может быть найдено посредством прямых измерений на основе выбранного эталона длины. В случае, когда точка многоуровнева, возможно рассмотрение и использование системы пространств, имеющих разные метрические стороны и свойства, в частности, это могут быть неевклидовы пространства. Заметим также, что многоуровневые точки позволяют ввести в рассмотрение систему арифметических операций, посредством которых охватываются и проявляются стороны и свойства реальной многоуровневой системы.

Понятно, что пассивные РИТЫ есть модели РЕАЛЬНЫХ РИТОВ, которые могут быть одушевлены. По этой причине следует как-то учесть АСПЕКТЫ ОДУШЕВЛЕННОСТИ РИТОВ при условии их механического описания. Этот вариант хорошо известен, потому что вся практика физиков базируется на нем: точке ставятся в соответствие величины и ассоциированное с ними пространство величин  $\Phi$ . Тогда получаем исходное  $\alpha$ -многообразие выражения опыта

$$m_{\alpha} : (\Phi \times R^3 \times T^1)_{\alpha}$$

Пространство  $\Phi$  поставлено впереди конструкции потому, что любой опыт, вообще говоря, начинается с величин. В частности, сначала нужно создать эталоны, посредством которых выполняются измерения. Пространство  $\Phi$  может быть достаточно сложно устроено и по-разному согласовано с другими пространствами, в том числе и с пространством  $R^3 \times T^1$ . На этом пути мы фактически приходим к пространству для отдельного объекта. Система объектов требует системы пространств  $m_{\alpha i}$ , которые являются подпространствами некоторого универсального пространства  $m_{\alpha}$ . И хотя мы полагаем, что

$$m_{\alpha i} \in m_{\alpha},$$

проблемы согласования объектов между собой это соотношение не снимает. Происходит так потому, что существование и сосуществование могут быть различны как по форме, так и по сути. Чтобы прочувствовать этот факт, введем новые величины  $\varphi$  и новые пространства  $M$  для охвата и проявления сосуществования. Введем исходное  $\beta$ -многообразие выражения опыта

$$m_{\beta} : (\varphi \times M).$$

Предлагаемая фундаментальная пара

$$(m_{\alpha}, m_{\beta})$$

для охвата и проявления опыта обязана соответствовать реальности, моделируя ее. По этой причине она достаточно сложна и неизбежно будет подвержена эволюции как в общем смысле, так и в рамках уточненного соответствия конкретному опыту.

Детализируем приведенные рассуждения, используя опыт, накопленный при анализе структуры фундаментальных уравнений физики. Мы замечаем тогда, что уравнения для физических процессов используют величины, зависящие от группы заполнения  $G_z$ , роль которой выполняет мономиальная группа:

$$G_z = MN(4) \in \Phi.$$

Она согласована с  $R^3 \times T^1$  в том смысле, что ее подгруппы  $H \in G_z$  состоят из трех матриц  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  и матрицы  $I$ , отличаясь величиной шпуров, так как

$$S_p \xi_i = 0, \quad S_p I \neq 0.$$

К величинам  $\Phi$  отнесены также матрицы

$$\eta^{ij} : (r^{ij}, n^{ij}(+), n^{ij}(-), g^{ij}).$$

Они согласованы с  $R^3 \times T^1$  и с  $G_z$ , потому что соединяют в единую конструкцию  $R^3$  и  $T^1$  через экстремумы функционала

$$Y = \det \|\lambda I - A\|,$$

где  $A \in G_z$ . К величинам отнесены также частные производные  $\partial_k$  и дифференциалы  $dx^k$ , охватывая и проявляя модели касательного  $T_*$  и кокасательного  $T^*$  пространств, ассоциированных с  $R^3 \times T^1$ . Поэтому мы можем записать  $m_{\alpha}$  так:

$$m_{\alpha} : \{(G_z, \eta^{ij}, \partial_k, dx^k \dots) \times R^3 \times T^1\}.$$

Заметим, что при таком подходе в  $g_{\alpha} \in G_z$  неявно заложена структура геометрических РИТОВ, потому что матрицам можно сопоставить систему таких РИТОВ.

Мы можем также детализировать структуру многообразия  $m_\beta$ . Мы знаем, что электромагнитное поле является калибровочным полем, соответствующим группе проявления  $G_p$ , роль которой выполняет мономиальная группа  $MN(1)$  с генераторами симметрии, соответствующими единичной матрице  $I \in G_z$ . Фазовый множитель  $\varphi = \exp i\alpha$  естественен в этой модели как одна из величин, присущая электромагнитному полю. Ее можно выразить через сложное отношение, ведущее к определению расстояния в проективной геометрии. Пусть нам задан РИТ в форме механической конструкции из одноуровневых точек, соответствуя рис. 3.18.



Рис. 3.18. Рит в форме, пригодной для проективной геометрии

Введем сложное отношение

$$w = \frac{AX \cdot YB}{AY \cdot XB}$$

полагая, что указанные величины соответствуют различным физически измеримым расстояниям между прозаядами  $X$  и  $Y$  и их свободными рецепторами  $A$  и  $B$ . Тогда получим, что величина  $w$  может быть выражена в форме фазовой функции электромагнитного поля. Это обстоятельство можно считать подсказкой, что фаза электромагнитного поля согласована с физической структурой исходных одноуровневых РИТОВ, имеет физическую природу, а не только математический смысл. Но тогда, в силу аналогии этой простой модели с более сложными физическими структурами, мы вправе ожидать, что любые взаимодействия способны иметь черты, присущие электромагнитным явлениям. К величинам  $\varphi$  относятся также скорость первичного источника излучения  $\vec{u}_{fs}$ , скорость среды  $\vec{u}_m$ , скорости других полей и других конструкций. Изменение состояний физической системы, как согласованное с измерением, так и обходящееся без него, согласуется с классом 4-метрик

$$\tilde{\xi}^{ij}(w) = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

Этот факт позволяет ввести в рассмотрение многообразии  $\tilde{M}_4$  с указанной метрикой. Здесь знак  $\sim$  показывает, что  $M_4$  может меняться. Поэтому получим

$$m_\beta : \{(G_p, w, \vec{u}_m, \vec{u}_{fs} \dots) \times \tilde{M}_4\}.$$

Заметим, что

$$\xi^{ij}|_{w=-1} = r^{ij}, \quad \xi^{ij}|_{w=\pm 0} = n^{ij}(\pm), \quad \xi^{ij}|_{w=1} = g^{ij}.$$

Значит, величины в многообразиях  $m_\alpha$  и  $m_\beta$  согласованы между собой. Заметим, что  $\tilde{M}_4$  получено из  $R^3 \times T^1$  "склеиванием"  $R^3$  и  $T^1$  посредством отношения  $w$ . С другой стороны,  $R^3 \times T^1$  ассоциировано с  $\tilde{M}_4$  при  $w = 0$ .

Фундаментальная пара исходных многообразий опыта в рамках электродинамики движущихся сред получает вид:

$$m_\alpha : \{(G_z, \eta^{ij}, \partial_k, dx^k \dots) \times R^3 \times T^1\}, \quad m_\beta : \{(G_p, w, \vec{u}_m, \vec{u}_{fs} \dots) \times \tilde{M}_4\}.$$

Система физических уравнений строится таким образом, что в ней используются элементы этих многообразий в форме конкретной конструкции. Таков только одноуровневый анализ. Учет *одушевленности* реального мира способен существенно усложнить ситуацию, хотя он не выходит за рамки достижимого опыта.

Заметим, что законы материального и духовного мира, как и используемые величины, и операции могут быть существенно различны. Ведь кусок хлеба может съесть один человек, что уничтожит хлеб, а идею могут усвоить многие люди, что не уничтожает идею. В духовном мире поделиться выгоднее, чем оставить все себе, от этого всем хорошо, а в материальном мире ситуация совсем иная.

### 3.6. КОМПОЗИТНОСТЬ - ОБЩЕЕ СВОЙСТВО ФИЗИЧЕСКОГО МИРА

*Принята точка зрения, что физическая модель имеет систему независимых основных свойств: заполнения, проявления, расположения, состояния, измерения, анализа. Их соединение реализуется в композитах: величинах, которые выходят за рамки тензоров и спиноров, что задает нелинейную реализацию физических объектов и явлений. Общей величине тогда соответствует пересечение основных свойств модели, а сама модель становится многовариантной и многофункциональной. Приведены примеры композитов и указаны различные их черты и грани.*

Мы записали физические модели в единой форме  $GAG$ -модуля, используя группу заполнения  $G_a = V(4)$  и группу проявления  $G_b$ . Они существуют сами по себе, а физическое явление "опирается" на них. Четырехметрики  $g^{ij}, r^{ij}, n^{ij}$  присоединены к модели и не связаны с какой-либо симметрией, но они согласованы с выбором той или иной подгруппы  $V(4)$ , используемой для записи физической модели. Назовем четырехметрики величинами расположения (в пространстве событий  $SE$ ). Будем считать, что физическая модель всегда имеет указанные основные свойства: заполнение, проявление, расположение, которые независимы друг от друга и согласованы между собой. Поскольку с четырехметриками можно связать пространственно-временные симметрии, будем считать, что физическое явление реализовано, когда оно имеет опоры на три многообразия: заполнения, проявления, расположения, не исчерпываясь ими. В частности, в физической модели могут быть элементы, обусловленные пространством состояний  $SS$ , той спецификой, которую задает алгоритм измерения физических параметров  $Alg(1)$ , а также спецификой алгоритма анализа явлений  $Alg(2)$ . Будем считать, что физическое явление реализовано, когда имеет опоры еще на три многообразия: состояния, измерения, анализа. Представим физическую модель (рис. 3.19).

Рис. 3.19. Схема опор физической модели



Точками • обозначены элементы:  $\alpha$  - заполнение;  $\beta$  - проявление;  $\gamma$  - расположение;  $\chi$  - состояние;  $\delta$  - измерение;  $\epsilon$  - анализ, двойными линиями (=) связи между ними.

*Введем определение: композит есть структура, образованная из разных элементов, соединенных произвольным образом.* Будем считать, что физическая модель есть композит.

3.6.1. Композитные связи

Физический мир имеет многообразие связей, которые часто являются самым сложным элементом. Чтобы точнее описывать их, примем новое правило для физических величин, полагая, что они способны образовывать *компози́ты*, соединяясь произвольным образом. Такой вариант соответствует идее нетривиальных связей. Примеры этих величин дает электродинамика Максвелла без ограничения скорости. Композитна четырехметрика  $\xi^{ij}$ , связывающая между собой поля и индукции электромагнитного поля в форме

$$\xi^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w),$$

если скаляр  $w$  присоединить к одной компоненте тензора Минковского. Композитна связь скоростей

$$\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m,$$

так как в ней присутствуют разные весовые множители  $(1-w)$  и  $w$ , кроме этого используются величины, относящиеся к разным физическим факторам, задавая скорость источника  $\vec{u}_{fs}$  и скорость среды  $\vec{u}_m$ . Принимая композитность как общее свойство физического мира, мы обнаруживаем еще одну его грань, важную при исследовании нелинейных свойств объектов и явлений. Композиты выходят за рамки тензоров и спиноров, задающих "черно-белую" модель мира. Композит  $\xi^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$  может быть образован, в частности, из моноида проявлений. Пусть

$$\xi^{ij} = \alpha_k \Pi^k,$$

где  $\Pi^k$  - проекционные матрицы,  $\alpha_k$  - система скаляров. При  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$ ,  $\alpha_4 = w$ , тогда имеем указанную величину  $\xi^{ij}$ . Композит  $\xi^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$  может быть образован из метрики Минковского

$$\xi^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1),$$

рассматриваемой как элемент группы заполнения  $V(4)$  при отождествлении  $E_{V(4)} \equiv g^{ij}$ , а также из группы когомологий  $w \in H^0(SU(4), R)$ .

Как указано в главе 2, композит  $\xi^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$  задает инвариантную метрику для пространственно-временных преобразований, полученных при деформации генераторов группы Лорентца

$$\tilde{\Gamma}_s = Q^{-1} \Gamma_s Q,$$

где  $Q^{-1} = \text{diag}(1, 1, 1, w)$ . В частности, композитность подхода к описанию явлений состоит в том, что результаты и выводы, следующие из анализа пространственно-временных симметрий модели, могут быть получены и другими средствами.

Поэтому результаты и выводы, которые дает анализ пространственно-временных симметрий модели, могут быть найдены и без обращения к пространственно-временным симметриям. Так, в главе 1 построена электродинамика Максвелла без использования специальной теории относительности, без ограничений на величину скорости.

### 3.6.2. Композитные условия в теории Максвелла

Известно, что электродинамика Максвелла в дифференциальных формах выражается через замкнутые формы  $F, H$ , для которых  $dF \equiv dH = 0$ . Форма  $F$  точна, что записано знаком тождества для дифференциала, потому, что имеет место связь  $F = d\sigma$ , где  $\sigma = A_i dx^i$ . Тогда

$$F = d\sigma = \frac{1}{2} (\partial_i A_j - \partial_j A_i) dx^i \wedge dx^j = \frac{1}{2} F_{ij} dx^i \wedge dx^j,$$

$$dF = d^2F = \frac{1}{3} (\partial_k F_{ij} + \partial_j F_{ki} + \partial_i F_{jk}) dx^i \wedge dx^j \wedge dx^k = 0.$$

Отсюда

$$\partial_{[k} F_{ij]} = 0.$$

Форма  $H$  неточна. Имеем

$$H = (h_{ij} + \kappa_{ij}) dx^i \wedge dx^j.$$

Отсюда

$$\partial_{[k} h_{ij]} = S_{kij}.$$

Анализ уравнений Максвелла в форме  $GAG$ -модуля показал, что связи между полями  $F_{ij}$  и индукциями  $H^{kl}$  задаются посредством дифференциальной 1-формы со значениями в алгебре Ли группы  $V(4)$ . Следовательно, в одной модели соединены точная и неточная, матричная и нематричные дифференциальные формы. Вся система композитна, разные условия объединены вместе. По-видимому, такой прием типичен для большинства физических моделей. Он ярко проявляется в  $GAG$ -модулях через допустимую в них пару различных пространственно-временных многообразий: состояний  $SS$  и событий  $SE$ , допуская как их дополнительность, так и существенное различие. Поиск композитных условий и алгоритмов их использования представляет собой самостоятельную задачу.

### 3.6.3. Композитное вложение группы $SU(2)$ в $R^3 \times T^1$

Рассмотрим элемент группы  $SU(2)$  в форме

$$\alpha = \begin{pmatrix} \xi & \eta \\ -\bar{\eta} & \bar{\xi} \end{pmatrix},$$

где  $\xi, \eta$  - комплексные числа,  $\bar{\xi}, \bar{\eta}$  - им сопряженные. Зададим композитное (разное по элементам) отображение  $\xi, \eta$  на  $R^3 \times T^1$  в матричном виде, учитывая физическое различие пространства  $R^3$  и времени  $T^1$ . Пусть

$$\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} iy, \quad \bar{\xi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (-i)y,$$

$$\eta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} iqt, \quad \bar{\eta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} (-i)qt,$$

где  $x, y, z$  - координаты  $R^3$ ,  $t$  - время  $T^1$ ,  $q$  - фиксированная скорость. Найдем

$$\det \alpha = \xi \bar{\xi} + \eta \bar{\eta} = 1.$$

Тогда

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (x^2 + y^2 + z^2 - q^2 t^2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} 1.$$

Следовательно, группа  $SU(2)$  ассоциирована со сферой переменного радиуса или с гиперболоидом. Аналогичные соотношения справедливы и для дифференциалов координат, если

$$d\alpha = \begin{pmatrix} d\xi & d\eta \\ -d\bar{\eta} & d\bar{\xi} \end{pmatrix}.$$

Следовательно, композитное отображение  $SU(2)$  на  $R^3 \times T^1$  индуцирует метрику Минковского, которая рассматривается нами как величина, характеризующая пространство событий  $SE$ , отличное от пространства состояний  $SS$ . Поскольку величина  $q$  произвольна, допустимо считать, что группа  $SU(2)$  совместима с возможностью сверхсветовых скоростей. Рассматривая  $R^3 \times T^1$  и  $U(1) \times SU(2)$  как самостоятельные и дополнительные элементы, мы имеем в них начала *одноуровневой композитной физической модели*.

#### 3.6.4. Композитная физическая модель одного уровня

Согласно методике, предложенной в данной главе, мы имеем  $GAG$ -форму физической модели, соединяя в единую конструкцию следующие элементы:

- многообразие, задающее пространство-время состояний  $SS$ , например,  $M = R^3 \times T^1$ ;
- группу  $G_a$  заполнения физической модели в ее фундаментальном представлении, пусть  $G_a \equiv V(4) = V(2) \otimes V(2)$ ;
- группу  $L$ , индуцирующую метрику событий  $SE$  вида

$$r_{SE}^{ij} = \varphi \text{diag}(1, 1, 1, -1)$$

или эквивалентную ей по "объему событий" величину

$$\tilde{r}_{SE}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1 \cdot \varphi^4);$$

- моноид  $\Pi$ , образованный проекционными матрицами  $\Pi^i$ ;
- волновые функции  $\Psi, \bar{\Psi}$ , образующие пространство  $\Phi$ ;
- система  $D$  касательных  $\partial_i$  и кокасательных  $dx^i$  операторов, рассматриваемых как коммутирующие и антикоммутирующие величины;
- дополнительные величины, например, тензор Кронекера  $\varepsilon_{klmn}^{ij}$ , проектор  $P$ , диэлектрическую  $\varepsilon$  и магнитную  $\mu$  проницаемости.

$(M, G, L, \Pi, D, \Psi, \kappa)$  есть слагаемые физической модели, которую назовем *композитной физической моделью одного уровня* – КФМ(1). Сопоставим каждому элементу свою категорию, объектом которой он является. Тогда физическая модель может быть представлена симплексом с элементами  $(M, G, L, \Pi, D, \Psi, \kappa)$ , а связи между ними соответствуют морфизмам категорий.

### 3.6.5. Концепция многоуровневых композитных физических моделей

Пусть физическое явление описывается парой композитных физических моделей, связанных между собой. Мы имеем для них объекты

$$(M_k, G_k, L_k, P_k, D_k, \Psi_k, \kappa_k).$$

В частности, таковы физические теории геометрического типа. Для них характерны следующие черты:

- задано пространство-время  $M$ , физические поля  $\Psi_i$ , операторы  $D_i$ , дополнительные величины  $\kappa_i$ , симметрии  $G_i$ , образуя для физического явления базу  $B$  *расслоенного композитного многообразия*;
- аналогично посредством  $B_{i+1}, \Psi_{i+1}, D_{i+1}, \kappa_{i+1}, G_{i+1}$  образован *слой  $F$  расслоенного композитного многообразия*;
- принимаются отображения между  $B$  и  $F$ , например,  $G_i \approx G_{i+1}$ ;
- выполнено удлинение производных

$$\partial_k \Rightarrow \partial_k + A_k,$$

где  $A_k$  - компоненты связности расслоенного многообразия.

Формализм  $GAG$ - модулей соответствует *расширению* физических моделей. Формализм калибровочных теорий дополнителен ему и может рассматриваться как *углубление* физических моделей. Расширение и углубление – многомерные образующие, задают фундаментальную гиперповерхность развития модели. Обычно они известны только частично. Например, анализ проводится без использования когомологической алгебры или для случаев, когда ее элементы статичны. Развитие модели состоит в том, что любой параметр явления может быть изменен в рамках композитных многоуровневых физических схем и алгоритмов.

### 3.6.6. Композитная дифференциально-геометрическая сущность физических моделей

Введем в рассмотрение главное расслоенное многообразие  $\Phi$ , база  $M$  которого параметризована координатами  $x^i$ , а слой  $F$  есть группа  $G$  с образующими  $X^\alpha$ , задающими ее фундаментальное представление. Обозначим реперы касательного  $TM$  и кокасательного  $T^*M$  пространств через  $\partial_i = \partial/\partial x^i$  и  $dx^i$  соответственно. Зададим на  $M$  связующие функции

$$a_\alpha^i(x), b_{i\beta}(x).$$

Тогда возможны векторное и ковекторное поля вида

$$X(x) = a_\alpha^i X^\alpha \partial_i,$$

$$\omega(x) = b_a X^\alpha dx^i.$$

Аналогично введем второй слой  $R$  над  $M$ , задавая волновую функцию матричного типа из компонент  $\Psi^p$ , образующих  $Y^j$  группы  $G_p$  или моноида  $K_p$ , а также из функций

$$\Psi = \delta_{jk}^i Y^j \Psi^k \Pi_i,$$

которые их связывают, где  $Y^j \in G_p$ ,  $\Psi^k \in \Psi$ ,  $(\Pi_i, P)$  - проекционные операторы. Имеем дважды расслоенное многообразие. Соединим указанные элементы в единую конструкцию, определив

$$Q_* = \varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} \varphi^r X_i \partial_j (\delta_{mn} Y^m \Psi^n \Pi^s), \quad Q^* = \varepsilon_{klrs}^{ij} p^{kl} \Phi^r \sigma_{im} \sigma_{jn} X^m dx^n (\delta_{\sigma\eta} Y^\sigma \Psi^\eta \Pi^s).$$

Из аналогичных элементов нами заданы все  $GAG$ -модули. Таковы теории Ньютона-Эйлера, Максвелла, Дирака, Шредингера. Следовательно, физические модели в форме  $GAG$ -модуля есть дифференциально-геометрические структуры, заданные в двойном расслоенном многообразии.

$GAG$ -модуль для уравнений Ньютона-Эйлера показывает явно, что и ускорение, и сила имеют алгебраическую природу. Формальное уравнение (раздел 3.8)

$$m (\Delta \bullet \square) = e (\tilde{\Delta} \bullet \square)$$

сопоставляет диаграммы суммам, составленным из  $Q_*$  и  $Q^*$ . Возникает предположение, что заряды, такие как масса  $m$ , электрический заряд  $e$  могут быть  $GAG$ -модулями, "спроектированными" на рассматриваемую модель. Для них целесообразно вводить свои  $GAG$ -модули, которые могут быть как согласованы с исходными, так и независимы от них. Схема формального углубления физической модели представлена на рис. 3.20.

$$\begin{array}{c} \int \int \quad * \\ \int \int \quad \circ \\ m (\Delta \bullet \square) = e (\tilde{\Delta} \bullet \square) \\ \int \int \quad * \\ \int \int \quad \circ \end{array}$$

Рис. 3.20. Схема формального углубления физической модели

*Поскольку аналогичная схема может иметь место как для явлений, так и для объектов, мы вправе разделить заряд на "объектную" и "явленческую" сущности, рассматривая в общем случае две взаимосвязанные диаграммы. Композитность структур и элементов при таком подходе естественна и очевидна.*

### 3.7.К ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ СО СВЕРХСВЕТОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

*На основе аналоговой связи между уравнениями Максвелла и уравнениями релятивистской теории гравитации Логунова получено обобщение, в котором отсутствует ограничение на скорость. Предложено сопоставить каждому калибровочному полю, в том числе и неабелевому, свое гравитационное поле. Аналоговая связь калибровочного и гравитационного полей рассматривается как функциональное условие их единства в теории и в эксперименте. В этом случае механизм динамики зарядов получает кохомологическое обоснование.*

Установим аналоговое соответствие между электромагнитным и гравитационным полем. Оно позволит рассматривать гравитацию как проявление четырехпотенциала  $A_k$  в форме симметричного тензора  $\varphi_{mk}$  на основе их связи между собой  $A_k = \sigma^m \varphi_{mk}$ , что предполагает естественную согласованность электрического заряда  $e$  и массы  $m$ . Ранее нами показано, что в электродинамике без ограничения скорости выполнены уравнения

$$\Omega^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m + R_m^p A_p = -S_m,$$

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n = 0,$$

где  $\Omega^{kn}$  - композит, связывающий поля и индукции:

$$\Omega^{kn} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} [g^{kn} + (1-w)u^k u^n],$$

$$g^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, w).$$

В электродинамике вакуума имеем те же уравнения с заменой  $\Omega^{kn}$  на тензор Минковского

$$\gamma^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

Тогда

$$\gamma^{kn} \nabla_k \nabla_n A_m = -S_m,$$

$$\gamma^{kn} \nabla_k A_n = 0.$$

Здесь  $\nabla_k$  - знак ковариантной производной. Пусть теперь

$$A_m = a K^p \Phi_{pm}, \quad S_m = b K^p T_{mp},$$

где  $a, b$  - скалярные функции,  $K^p$  - линейно независимые векторы. Тогда из вакуумных уравнений Максвелла формально следуют уравнения релятивистской теории гравитации Логунова [118]:

$$\gamma^{kn} \partial_k \partial_n \Phi_{pm} = -\frac{b}{a} T_{pm}, \quad \gamma^{kn} \partial_k \Phi_{pn} = 0.$$

Известно, что они справляются с решением проблем классической гравитации, устраняя несовершенства геометрической теории гравитации Эйнштейна. Заметим, что, аналогично электродинамике Максвелла, ограничена по скорости современная теория гравитации. Чтобы избавиться от этого, переходя от гравитационной теории вакуумного

типа к реальной модели, используем электродинамику со сверхсветовыми скоростями. По аналогии с ней имеем уравнения гравитации без ограничения скорости вида

$$\Theta^{kn} \partial_k \partial_n \varphi_{pm} + B_m^r \varphi_{rp} = -\frac{b}{a} \Pi_{mp},$$

$$\Theta^{im} \partial_i \varphi_{pm} = 0.$$

В общем случае, по принципу пары, следует иметь уравнения для другого поля и связать их друг с другом. Дополняя модель связностью, получим обобщенные уравнения физической гравитации с пространством событий  $SE$ , зависимым от активных отношений, которое задается  $\Theta^{kn}$ ,  $\nabla_k$ :

$$\Theta^{kn} \nabla_k \nabla_n \varphi_{pm} + B_m^r \varphi_{rp} = -\frac{b}{a} \Pi_{mp},$$

$$\Theta^{im} \nabla_i \varphi_{pm} = 0.$$

На базу  $M_{SS}$ , например,  $R^3 \times T^1$ , проектируется явление, которое имеет свое пространство событий, например,  $\tilde{M}_n$  и ассоциированную с ним метрику связей  $\Omega^{kn}$  и связность  $\Gamma_{jk}^i$ . Конечно, до тех пор, пока не найден конкретный вид выражений  $\Pi_{mp}$ ,  $\Theta^{kn}$ ,  $B_m^r$ , мы имеем дело с формальной схемой. Ее вакуумный предел, когда  $\Theta^{kn} = \gamma^{kn}$ , обоснован теоретически и экспериментально. Поэтому представляет интерес анализ других возможностей, например,

$$\Theta^{kn} = \gamma^{kn} + \sigma^{kn}, \quad \tilde{\gamma}^{kn} = \text{diag}(1, 1, 1, w_g).$$

Из подхода ясно, что распространение гравитационного поля в вакууме и в среде описывается разными уравнениями. Возможно, аналогично электромагнитному полю, гравитационное поле частично увлекается физической средой. Поскольку теперь электродинамика не имеет ограничений на скорость и фотон можно рассматривать как частицу в абсолютном пространстве - нотон, возникает предположение, что гравитон также есть частица, имеющая свои пространственные размеры в абсолютном пространстве и динамику в нем. Мы использовали уравнение для нотона

$$\Omega^{kn} \nabla_k A_n - b_k^p \sigma^k A_p - V = \text{const}.$$

По аналогии для гравитона можно использовать сложные поля

$$\Omega^{kn} \nabla_k \varphi_{np} - b_k^r \sigma^k A_{rp} - V = \text{const},$$

для которых остро стоит проблема согласования расчета и эксперимента. По-видимому, каждое калибровочное поле имеет свои гравитационные поля, через которые его потенциалы задаются в форме свертки с симметричным тензором. Так как для неабелева калибровочного поля выполняются уравнения

$$\partial_{[k} F_{mn]}^\mu = 0, \quad \partial_k H_\sigma^{ik} = \xi_\sigma^i,$$

$$H_\sigma^{ik} = \Lambda \Omega_\sigma^{im} \Omega_\rho^{kn} F_{mn}^\rho,$$

где  $F_{mn}^\mu = \partial_m A_n^\mu - \partial_n A_m^\mu - c_{\nu\rho}^\mu A_m^\nu A_n^\rho$ , то в этом варианте связь

$$A_m^\nu = \alpha K^n \Phi_{nm}^\nu$$

недостаточна, чтобы получить *уравнения неабелевой гравитации*. Однако, если возможна реализация неабелева калибровочного поля вида

$$\Omega_{\mu}^{lm} \partial_k \partial_n A_b^{\mu} + R_{m\mu}^{\kappa} A_{\kappa}^{\mu} = -S_m,$$

ей соответствует неабелево гравитационное поле

$$\Omega_{\mu}^{im} \partial_k \partial_n \Phi_{p^b}^{\mu} + R_{m\mu}^{\kappa} \Phi_{\kappa p}^{\mu} = -\sigma_{\mu} \Phi_{m p}^{\mu}.$$

Поскольку в электродинамике скорости  $(v_g, v_f)$  и частоты  $(\omega_E, \omega_B)$  меняются динамически из-за группы когомологий, а им соответствует, по аналогии с механикой, изменение массы, возникает предположение, что динамика электрического заряда основана на когомологических величинах, которые входят в уравнения для неабелева гравитационного поля. Поскольку скорость электромагнитного поля входит в уравнение для четырехпотенциалов через тензор калибровочного поля

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m,$$

соединяя между собой пространственные и временные производные, скорость гравитации будет зависеть от значений, принимаемых множителями в связях

$$A_m = a K^p \Phi_{pm}.$$

Определив скорость гравитонов практически, можно будет научиться пользоваться ими. *Так как нотоны и гравитоны аналогичны по уравнениям, возможно, что они аналогичны по своей структуре и по поведению*. Скорость гравитонов  $c_g$ , следуя [117], будем считать существенно большей скорости света в вакууме:

$$c_g = 10^7 \div 10^{30} c_0.$$

Это может быть, например, скорость в рецепторах РИТОВ, из которых составлены нотоны и гравитоны.

Заметим, что четырехпотенциал  $A_{\mu}$  имеет теперь в физической теории два приложения: во-первых, через него задается антисимметричный тензор напряженности электромагнитного поля  $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu} A_{\nu} - \partial_{\nu} A_{\mu}$ , во-вторых, он косвенно состоит из симметричного "гравитационного" тензора, если  $A_{\mu} = k^{\nu} \Phi_{\nu\mu}$ . Возможно, именно  $A_{\mu}$  хранит в себе тайну взаимного превращения электрического заряда и массы. Калибровочная свобода в определении  $A_{\mu}$  посредством слагаемых  $\partial_{\mu} \varphi$  задает нулевой тензор, дополняющий  $F_{mn}$ . Как показано в разделе 3.6, в уравнении Шредингера используются вырожденные поля. По этой причине мы вправе считать, что *калибровочная свобода является средством, показывающим внутренние свойства и новые степени свободы поля, существенные и для анализа и для эксперимента*.

Заметим, что и по форме и по сути инерционные поля и поля гравитации могут быть аналогичны, но они не могут быть тождественны. Пожалуй, правильно будет говорить о дополнительности инерции и гравитации.

### 3.8. ВАРИАЦИОННАЯ СУЩНОСТЬ GAG-МОДУЛЕЙ

*Показано, что модель динамики несобственной инерции электромагнитного поля предполагает использование пятого уровня вариационного анализа проблемы построения теории с использованием лагранжева формализма и в общем случае выходит за его пределы.*

Физические явления принято рассматривать на основе требования, чтобы действие  $S$  было экстремальным, что достижимо, если обращается в ноль I вариационная производная

$$\delta S = 0.$$

При этом обнаруживается либо минимум, либо максимум действия, два типа поведения: по минимуму (наименьшее действия) и по максимуму (наибольшее действие). Более детальную информацию о системе следует получать, используя условие для II вариационной производной

$$\delta^2 S = 0.$$

Понятно, что тонкости поведения систем потребуют учета когомологий, управляющих ими. Будут ли они выражаться через известные когомологии или нужны совсем новые величины? Связаны ли вариационные производные высших порядков с динамикой зарядов? Какова она и как пользоваться ею практически?

В вариационном подходе на его начальном уровне задается лагранжиан  $L(Q^A, Q^A_{,\mu})$ , зависящий от полей  $Q^A$  и их производных  $\partial Q^A / \partial x^\mu$ , на основе которого образован интеграл

$$I = \int_{\Omega} L d^4x,$$

используемый для нахождения вариаций.

Функции варьируются согласно правилам

$$Q^A \rightarrow Q^A + \delta Q^A, \quad \delta Q^A = T_{(a)B}^A \varepsilon^a Q^B,$$

где  $\varepsilon^a$  - инфинитезимальные параметры,  $T_{(a)B}^A$  - постоянные коэффициенты. Условия

$$[T_{(a)} T_{(b)}]_B^A = f_{ab}^c T_{(c)B}^A,$$

$$f_{ab}^m f_{mc}^l + f_{bc}^m f_{ma}^l + f_{ca}^m f_{mb}^l = 0,$$

$$f_{ab}^c = -f_{ba}^c$$

выполняются для алгебры Ли.

Второму уровню вариационного анализа соответствует вывод уравнений динамики и законов сохранения. Из вариаций лагранжана

$$\delta L = \frac{\partial L}{\partial Q^A} \delta Q^A + \frac{\partial L}{\partial Q^A_{,\mu}} \delta Q^A_{,\mu} = 0$$

тогда имеем

$$\left\{ \frac{\partial L}{\partial Q^A} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \frac{\partial L}{\partial Q^A_{,\mu}} \right) \right\} \delta Q^A + \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \frac{\partial L}{\partial Q^A_{,\mu}} \delta Q^A \right) = 0.$$

Полагая, что  $\varepsilon^a$  постоянны, имеем сохраняющиеся "токи"

$$\frac{\partial J_a^\mu}{\partial x^\mu} = 0, \quad J_a^\mu = \frac{\partial L}{\partial Q_{,\mu}^A} T_{(a)B}^A Q^B.$$

На третьем уровне вариационного анализа принимается точка зрения, что величины  $\varepsilon^a$  переменны. Тогда

$$\delta L = \{ \Phi \}_a \varepsilon^a(x) + \frac{\partial L}{\partial Q_{,\mu}^A} T_{(a)B}^A Q^B \frac{\partial \varepsilon^a}{\partial x^\mu}.$$

Чтобы компенсировать производные от произвольных инфинитезимальных функций, вводятся дополнительные поля  $A'^y(x)$ ,  $y = 1, 2 \dots M$  с вариациями

$$\delta A'^y = U_{(a)K}^J A'^K \varepsilon^a(x) + C_a^{y\mu} \frac{\partial \varepsilon^a}{\partial x^\mu}.$$

На основе удлинения производных

$$\nabla_\mu Q^A \equiv \frac{\partial Q^A}{\partial x^\mu} - T_{(a)B}^A Q^B C^{-1a}_{\mu y} A'^y$$

строится лагранжиан

$$L''(Q^A, \nabla_\mu Q^A) \equiv L'(Q^A, Q_{,\mu}^A, A_\mu^a).$$

Из лагранжиана для свободных полей  $L_0(A_\mu^a, A_{\mu\nu}^a)$  следуют поля Янга-Миллса

$$F_{\mu\nu}^a = \frac{\partial A_\nu^a}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu^a}{\partial x^\nu} - \frac{1}{2} f_{bc}^a (A_\mu^b A_\nu^c - A_\nu^b A_\mu^c).$$

На четвертом уровне находятся теории, в которых принимается допущение, что могут меняться структурные постоянные

$$f_{cb}^a = f_{cb}^a + \sigma_{cb}^a(x),$$

из-за чего следует считать, что

$$T_{(a)B}^A = T_{(a)B}^A(x).$$

Величины  $\varepsilon^a$  тоже считаются переменными, но их поведение с изменением

$$f_{cb}^a, T_{(a)B}^A$$

пока не согласовано.

Пятый уровень вариационного анализа, фактически использованный при построении модели электромагнитных явлений со сверхсветовыми скоростями, базируется на двух принципиально новых положениях. Во-первых, считается, что в физической модели величины  $T_{(a)B}^A, \varepsilon^a$  подчинены динамическим уравнениям и *меняются согласованно*. Во-вторых, изменения вводятся не во всю модель, а только в ее часть, которая уточняет связи между полями и индукциями выбором  $\Omega^{ij}(\vec{x}, t, w(\vec{x}, t))$  (глава 1).

## 3.9. СКРЫТЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

*Найдены варианты и алгоритмы нахождения скрытой информации по той их части, которая уже открыта в экспериментах или в моделях.*

Реальность такова, что достигнутое практикой содержит в себе нечто скрытое от анализа. Проблема состоит в том, как реализовать скрытность, превратить ее в ростковую точку модели. Покажем некоторые варианты.

## А) Вариационная скрытость моделей

Примем точку зрения, что между уравнениями, следующими из вариационного формализма и уравнениями, используемыми на практике, может быть расположен цех подготовки (по величинам, операторам, модулям ...), что следует учитывать в теории и на практике. Так, рассмотрим лагранжиан

$$L = \varphi_1 \left( \gamma^\mu \partial_\mu \bar{\Psi} + \frac{c_g^{(1)}}{c_0} \sigma \Phi_1 \right) + \varphi_2 \left( \Omega^\mu \partial_\mu \Psi - \frac{c_g^{(1)}}{c_0} \sigma \Phi_1 \right) + \varphi_3 \left( \gamma^\mu \partial_\mu \varphi + \frac{c_g^{(2)}}{c_0} \sigma \Phi_2 \right) + \\ + \varphi_4 \left( \Omega^\mu \partial_\mu \bar{\varphi} - \frac{c_g^{(2)}}{c_0} \sigma \Phi_2 \right) + \varphi_5 \left( \alpha_1 \gamma_\mu u^\mu \varphi + \beta_1 \Omega_\mu u^\mu \bar{\varphi} + \gamma_1 \gamma_\mu u^\mu \bar{\Psi} + \delta_1 \Omega_\mu u^\mu \Psi \right) + \\ + \varphi_6 \left( \alpha_2 \gamma_\mu u^\mu \bar{\varphi} + \beta_2 \Omega_\mu u^\mu \varphi + \gamma_2 \gamma_\mu u^\mu \Psi + \delta_2 \Omega_\mu u^\mu \bar{\Psi} \right)$$

Варьируя его по функциям  $\varphi_i$ , получим систему уравнений. Например,

$$\gamma^\mu \partial_\mu \bar{\Psi} + \frac{c_g^{(1)}}{c_0} \sigma \Phi_1 = 0, \quad \Omega^\mu \partial_\mu \Psi - \frac{c_g^{(1)}}{c_0} \sigma \Phi_1 = 0$$

Их правильно рассматривать как ПРЕДУРАВНЕНИЯ электродинамики, полагая, что она изучает конструкции с качествами, составленные из других конструкций, способных к КОМПЕНСАЦИИ СВОЙСТВ при их соединении в единую систему.

Так, их сумма дает стандартные уравнения Максвелла

$$\gamma^\mu \partial_\mu \bar{\Psi} + \Omega^\mu \partial_\mu \Psi = 0,$$

а также уравнения для поля  $\Phi_1$ :

$$\frac{c_g^{(1)}}{c_0} \sigma \Phi_1 = \frac{1}{2} \left( \gamma^\mu \partial_\mu \bar{\Psi} - \Omega^\mu \partial_\mu \Psi \right).$$

Отсюда

$$\Phi = \frac{1}{\sigma} \frac{c_0}{c_g^{(1)}} \frac{1}{2} \left( \gamma^\mu \partial_\mu \bar{\Psi} - \Omega^\mu \partial_\mu \Psi \right).$$

Если, например,  $\sigma$  конечна, а  $c_g^{(1)}$  есть первая скорость гравитации, то не исключено, что мы таким образом получим значение  $\Phi_1 \ll \varepsilon$ . Но ситуация может меняться, если

меняются величины  $\left( \sigma, c_g^{(1)} \right)$ .

Аналогичные замечания пригодны и для электромагнитных индукций  $(\vec{H}, \vec{D})$ . Следовательно, вариационный формализм допускает возможность вывода скрытых полей, *сопутствующим* известным. В частности, это могут быть поля, соответствующие разным уровням РИТОВ.

Б) *Операционная скрытость моделей*

Известно, что стандартные уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot}\vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \text{rot}\vec{H} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\pi \frac{\vec{j}}{c}, \\ \text{div}\vec{B} &= 0, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \text{div}\vec{D} = 4\pi \rho \end{aligned}$$

при условиях

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

дают систему уравнений *гиперболического* типа для 4-потенциалов  $A^k(\vec{A}, i\varphi)$ . Обозначим стандартный оператор  $\text{rot} \equiv \text{rot}$ , знаком коммутатора, указав факт его стандартного определения.

Используем новую операцию:

$$\underline{\text{rot}}\vec{E} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{pmatrix} = \vec{i}(\partial_y E_z + \partial_z E_y) + \vec{j}(\partial_x E_z + \partial_z E_x) + \vec{k}(\partial_x E_y + \partial_y E_x).$$

Тогда уравнения

$$\underline{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{1}{c_g} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{div}\vec{B} = 0$$

при условиях  $\vec{B} = \underline{\text{rot}}\vec{A}$ ,  $\vec{E} = -\frac{1}{c_g} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  выполняются тождественно. Рассмотрим вторую

пару уравнений без токов при  $\left( \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}, \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \right)$ :

$$\underline{\text{rot}}\vec{H} = \frac{1}{c_g} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \text{div}\vec{D} = 0.$$

Например,

$$\partial_y H_z + \partial_z H_y = \frac{1}{\mu} \partial_y (\partial_x A_y + \partial_y A_x) + \frac{1}{\mu} \partial_z (\partial_x A_z + \partial_z A_x) + \frac{1}{\mu} \partial_x \partial_x A_x - \frac{1}{\mu} \partial_x \partial_x A_x = \frac{\varepsilon}{c_g^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A_x.$$

Отсюда

$$\frac{1}{\mu} \partial_x (\partial_x A_x + \partial_y A_y + \partial_z A_z) + \frac{1}{\mu} \left( -\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2 - \frac{\varepsilon}{c_g^2} \partial_t^2 \right) A_x = 0.$$

Пусть  $\text{div}\vec{A} = \text{const}$ , тогда  $\text{div}\vec{D} = 0$ . Получим систему уравнений

$$\left( -\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2 - \frac{\varepsilon}{c_g^2} \partial_t^2 \right) A^{(ij)}_x = 0, \quad \left( \partial_x^2 - \partial_y^2 + \partial_z^2 - \frac{\varepsilon}{c_g^2} \partial_t^2 \right) A^{(ij)}_z = 0,$$

$$\left( \partial_x^2 + \partial_y^2 - \partial_z^2 - \frac{\varepsilon}{c_g^2} \partial_t^2 \right) A^{(ij)}_z = 0.$$

Изучаемые уравнения соответствуют использованию в модели метрик вида  $c^{ij}$ :

$$c^{ij}(1) = \text{diag}(1, -1, 1, -1), \quad c^{ij}(2) = \text{diag}(-1, 1, 1, -1), \quad c^{ij}(3) = \text{diag}(1, 1, -1, -1).$$

Если принять вариант, когда

$$A^{(ij)}_\varepsilon = k_\varepsilon \Phi^{ij}, \quad k_\varepsilon = k,$$

то сумма полученных уравнений будет задавать уравнения для тензора второго ранга, схожие по форме с уравнениями гравитации в форме Логунова. Отсюда возникает предположение, что возможны ПРЕДУРАВНЕНИЯ гравитации, один из вариантов которых указан нами.

### 3.10. К ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЗАРЯДОВ

*Найден алгоритм сплетения физических ситуаций, следуя которому становится возможным исследовать изменение физических зарядов по алгоритмам, согласованным с моделями, используемыми для проявлений этих зарядов.*

Из физических соображений следует, что нейтральная система, в которой есть  $\ominus$  и  $\oplus$  заряды, должна описываться парой различных уравнений, из объединения которых следуют уравнения, доступные экспериментальной проверке. Рассмотрим эту идею в рамках алгоритма сплетения. Составим его из нескольких элементов:

- 1) сопоставим разным зарядам метрики событий разной сигнатуры, полагая, что  $\ominus$  заряду соответствует  $r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$ , а  $\oplus$  заряду соответствует  $g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ ;
- 2) введем множители  $(-1)^p$  для  $\ominus$  заряда и  $(1)^p$  для  $\oplus$  заряда, которые назовем слаженностями, где  $p$  – порядок конструируемых исходных уравнений;
- 3) примем предположение, что волновые функции  $\ominus$  и  $\oplus$  зарядов пропорциональны друг другу, так что  $\Psi_2 = a\Psi_1$ ;
- 4) построим исходные уравнения из производных одного порядка, согласуя их соединение между собой согласно метрикам событий;
- 5) используя весовые функции, аддитивно или мультипликативно соединим исходные уравнения между собой;
- 6) рассмотрим некоторые следствия из полученных уравнений.

Для построения исходных уравнений используем таблицу 3.3.

| Параметры исходных уравнений |          |              | Таблица 3.3..           |                                    |     |
|------------------------------|----------|--------------|-------------------------|------------------------------------|-----|
| Уровни                       | 0        | 1            | 2                       | 3                                  | ... |
| Производные                  | 1        | $\partial_k$ | $\partial_k \partial_l$ | $\partial_k \partial_l \partial_m$ | ... |
| (-1) Слаженности             | $(-1)^0$ | $(-1)^1$     | $(-1)^2$                | $(-1)^3$                           | ... |
| 1 - Слаженности              | $1^0$    | $1^1$        | $1^2$                   | $1^3$                              | ... |

А) Аддитивное сплетение пассивно различных полей

Рассмотрим вариант, соответствующий  $a = \text{const}$ .

$$0) \quad \Psi_1 = \Psi, \quad \Psi_2 = a\Psi, \quad \Phi_0 = \Psi_1 + \frac{1}{a}\Psi_2 = 2\Psi.$$

$$1) \quad (-1) \left( \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} - \frac{\beta_1}{\alpha_1} \frac{1}{c_1} \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} \right) = A_1,$$

$$(+1) \left( \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} + \frac{\beta_2}{\alpha_2} \frac{1}{c_2} \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} \right) = B_1.$$

Так учтены весовые множители  $(\alpha_i, \beta_i)$ , слаженности  $(-1)^p$ ,  $1^p$ , метрик  $r^{ij}$ ,  $g^{ij}$ . Отсюда

$$\Phi_1 = A_1 + \frac{1}{a} B_1 = \left( \frac{\beta_1}{\alpha_1} \frac{1}{c_1} + \frac{\beta_2}{\alpha_2} \frac{1}{c_2} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

$$2) \quad \nabla^2 \Psi_1 - \frac{\beta_3}{\alpha_3} \frac{1}{c_3} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} = A_2,$$

$$\nabla^2 \Psi_2 + \frac{\beta_4}{\alpha_4} \frac{1}{c_4} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial t^2} = B_2,$$

$$\Psi_2 = A_2 + \frac{1}{a} B_2 = 2 \nabla^2 \Psi.$$

Аналогично получим

$$3) \quad \Psi_3 = \left( \frac{\beta_5}{\alpha_5} \frac{1}{c_5} + \frac{\beta_6}{\alpha_6} \frac{1}{c_6} \right) \frac{\partial^3 \Psi}{\partial t^3},$$

$$4) \quad \Phi_4 = 2 \nabla^4 \Psi = 2 \left( \frac{\partial^4 \Psi}{dx^4} + \frac{\partial^4 \Psi}{dy^4} + \frac{\partial^4 \Psi}{dz^4} \right) \dots$$

Рассмотрим варианты их аддитивного сплетения.

1. Сплетение 0, 1, 2 уровней приводит к уравнению

$$a \nabla^2 \Psi + b \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + r \Psi = \Phi, \text{ если } \frac{\beta_i}{\alpha_i} \frac{1}{c_i} = const.$$

Оно содержит класс ситуаций: уравнение диффузии, теплопроводности. Для комплексных величин оно соответствует уравнению Шредингера

$$\nabla^2 \Psi + i \frac{2\mu}{\hbar} \frac{\partial \Psi}{\partial t} - 2\mu \frac{u}{\hbar^2} \Psi = 0.$$

В нем постоянная Планка образована величинами  $\frac{b}{a} \frac{\beta}{\alpha}$ .

2. Сплетение 0, 1, 2, 3, 4 уровней приводит к уравнению

$$a \nabla^4 \Psi + b \frac{\partial^3 \Psi}{\partial t^3} + c \nabla^2 \Psi + d \frac{\partial \Psi}{\partial t} + e \Psi = \Phi.$$

Мультипликативное сплетение даст нелинейные уравнения, которые можно рассматривать как развитие линейных уравнений.

Б) Аддитивное сплетение активно различных полей

Рассмотрим вариант, соответствующий  $a \neq const$ .

$$0) \quad \Psi_1 = \Psi, \quad \Psi_2 = a\Psi, \quad \Phi_0^* = \Psi_1 + \frac{1}{a}\Psi_2 = 2\Psi.$$

$$1) \quad (-1) \left( \nabla \Psi_1 - \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} \right) = A_1^*,$$

$$(+1) \left( a \nabla \Psi_1 + \Psi_1 \cdot \nabla a + \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} a \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} + \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \Psi_1 \frac{\partial a}{\partial t} \right) = B_1^*.$$

$$\Phi_1^* = A_1^* + \frac{1}{a} B_1^* = 2 \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} + \frac{1}{a} \Psi_1 \cdot \nabla a + \frac{1}{a} \frac{\beta}{\alpha} \Psi_1 \frac{\partial a}{\partial t}.$$

$$2) \quad \nabla^2 \Psi_1 - \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} = A_2^*,$$

$$\nabla^2 \Psi_2 = a \nabla^2 \Psi_1 + 2 \nabla a \cdot \nabla \Psi_1 + \Psi_1 \cdot \nabla^2 a,$$

$$\partial_i^2 \Psi_2 = a \partial_i^2 \Psi_1 + \Psi_1 \partial_i^2 a,$$

$$\nabla^2 \Psi_2 + \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial t^2} = B_2^*,$$

$$\Phi_2^* = A_2^* + \frac{1}{a} B_2^* = 2 \nabla^2 \Psi_1 + \frac{1}{a} (2 \nabla a \cdot \nabla \Psi_1 + \Psi_1 \cdot \nabla^2 a) + \frac{1}{a} \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \Psi_1 \frac{\partial^2 a}{\partial t^2}.$$

Их аддитивное сплетение с весовыми функциями дает уравнение

$$2\sigma \nabla^2 \Psi_1 + \sigma \frac{2}{a} \nabla a \cdot \nabla \Psi_1 + \sigma \frac{1}{a} \Psi_1 \nabla^2 a + \frac{\sigma}{a} \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \Psi_1 \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} + 2\chi \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{c} \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} + \frac{1}{a} \chi \Psi_1 \nabla a + \frac{\chi}{a} \frac{\beta}{\alpha} \Psi_1 \frac{\partial a}{\partial t} + 2\rho \Psi_1 = \Phi.$$

Кроме "перекрестного" члена  $\nabla a \cdot \nabla \Psi_1$  уравнение состояний дополнилось выражением, которое задает динамическую массу  $m^*$ :

$$\left( \sigma \nabla^2 a + \frac{\sigma}{\alpha} \frac{\beta}{\alpha} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} + \chi \nabla a + \frac{\chi}{\alpha} \frac{\beta}{\alpha} \frac{\partial a}{\partial t} \right) \Psi = m^* \Psi.$$

Следовательно, алгоритм аддитивного сплетения активно различных полей позволяет ввести массу как активную переменную. Как только масса подчинена динамическому уравнению, к ее анализу можно применить методы и алгоритмы, разработанные для других физических величин.

Ранее мы установили, что величины  $(m, \Psi, v)$  единым образом описывают поведение механической конструкции. Логика и философия подсказывают, что могут и должны быть уравнения, описывающие каждую из величин. Однако обычно анализируется лишь вариант изменения скорости. Динамическое уравнение для показателя отношения в электродинамике Максвелла, использованное в книге, позволило прояснить ситуацию с динамическим изменением частоты электромагнитного поля. Этот шаг имел принципиальное значение, так как сблизил алгоритмы описания скорости и пока-

зателя отношения. Алгоритм сплетения позволил вывести динамические уравнения для массы. Этот шаг соответствует идее: *величины единой конструкции с качествами могут и должны описываться единым образом.*

К разряду "полных" теорий относятся лишь те, у которых динамические, связывающие, кинематические величины подчинены единой системе уравнений. Они характеризуют состояния, участия, события данной КСК. Чем она сложнее, тем сложнее и модель, ей соответствующая. При этом информация, полученная из исследования одних величин и условий, может найти применение для других величин и условий.

### 3.11. КОНСТРУКЦИИ ПОКАЗЫВАЮТ ПУТЬ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ

*Установлено, что матричная алгебра посредством когомологий, ассоциированных с величинами, используемыми в модели, порождает систему лагранжианов для физической теории, а также влечет за собой систему сингулярностей, присущих данным конструкциям и их качествам.*

Нами принята точка зрения, что физический мир образован системой РИТОВ, которые основаны на канонических конструкциях в форме четырех празарядов, согласованных посредством их отношений, выраженных, в частности, рецепторами. Поэтому кватернионы и антикватернионы алгебры заполнения  $G_z$  могут и должны проявлять себя в основах физической теории. Покажем, что это действительно так. Рассмотрим вопрос о собственных значениях кватернионов и антикватернионов.

Для кватернионов мы использовали выражения

$$\begin{pmatrix} w & z & -y & -x \\ -z & w & x & -y \\ y & -x & w & -z \\ x & y & z & w \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} w & z & -y & x \\ -z & w & x & y \\ y & -x & w & z \\ -x & -y & -z & w \end{pmatrix}.$$

Их детерминанты задаются выражениями вида

$$w^4 + 2w^2R^2 + R^4 = Y, R^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Заменяя  $w$  на величину  $(w - \sqrt{L})$ , найдем собственные значения кватернионов

$$\sqrt{L} = w \pm i\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, i = \sqrt{-1}.$$

В электродинамике Максвелла мы использовали для тензора  $F_{mn}$  компоненту  $w=0$ , а также комплексные выражения для компонент кватерниона вида

$$E_x - iB_x, E_y - iB_y, E_z - iB_z.$$

Отсюда следует, что

$$\sqrt{L} = \pm i(\vec{E}^2 - \vec{B}^2 \mp 2i\vec{E}\vec{B})^{1/2}$$

задает стандартную систему инвариантов, используемую в лагранжевой теории электромагнитного поля  $I_1 = \vec{E}^2 - \vec{B}^2, I_2 = \vec{E}\vec{B}$ .

В используемой нами кватернионной формулировке уравнений механики в форме Ньютона-Эйлера получим собственные значения кватернионов вида

$$\sqrt{L} = v^0 \pm i\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Отсюда следует форма лагранжиана классической механики

$$m \frac{v^2}{2} - U(v^0) = L.$$

Аналогично можно проанализировать теорию Дирака и Шредингера. Заметим, что при  $w=0$  собственные значения кватернионов задаются интервалом в евклидовом пространстве, что подтверждает физическую "привязанность" величин к многообразию  $R^3$ .

Антикватернионы в форме

$$\begin{pmatrix} w & z & y & x \\ z & w & x & y \\ y & x & w & z \\ x & y & z & w \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} w & z & y & -x \\ z & w & x & -y \\ y & x & w & -z \\ -x & -y & -z & w \end{pmatrix}$$

дают детерминант вида

$$Y = w^4 - 2w^2(x^2 + y^2 + z^2) + x^4 + y^4 + z^4 - 2(x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2) + 6wxyz.$$

Мы получили потенциальную функцию катастрофы сборки. Понятно, что теории, использующие это выражение в качестве основы для лагранжиана, будут иметь прямую связь с механизмами теории катастроф. Следовательно, конструкции, индуцирующие алгебру заполнения, способны дать импульс к общему развитию физической теории.

### 3.12. ОБОБЩЕНИЕ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

*Рассмотрен вариант изменения динамических уравнений, ассоциированный с возможностью повышения размерности пространства-времени или соединения воедино зависимых и независимых переменных. Предложено вводить в рассмотрение всю совокупность физических факторов, в частности, через систему отношений, присущих исследуемым конструкциям и их движениям.*

Принимая модель света и элементарных частиц как изделий, изготовленных из элонов и пролонов, мы обязаны учесть все факторы и обстоятельства такого подхода. В частности, необходимо ввести "эфир", представляющий собой некий аналог газа из молекул вещества. Если скорость "звука" в нем близка к скорости света, то ситуация может стать аналогичной ситуациям, с которыми мы столкнулись на практике сверхзвуковых движений в газе. Важно будет учитывать "сжимаемость" эфира из пролонов и элонов, а также его "тепловые характеристики".

А) Возможность повышения размерности пространства-времени

Мы знаем, что уравнения Максвелла допускают преобразования систем координат вида

$$dx' = A(dx - vdt), dy' = dy, dz' = dz, dt' = A(dt - dx \frac{vw^2}{c^2})$$

при различных значениях множителя  $A$ . Это обусловлено тензорной природой этих уравнений, а также тем фактом, что электромагнитное поле имеет систему скрытых сторон и качеств.

Рассмотрим обобщенные преобразования координат, полагая, что пространство шестимерно, допуская инвариантность показателя преломления  $n(x, y, z, t)$  и показателя отношения  $w(x, y, z, t)$ . В частности, инвариантным может быть интервал

$$d\tilde{s}^2 = dr^2 - c_0^2 \frac{1}{w^2 n^2} \pm adn^2 \pm bdw^2,$$

где  $a, b$  - произвольные скалярные функции. Тогда определены четырехскорости

$$u^i = \frac{dx^i}{d\tilde{s}} = \frac{i}{c} nw \frac{dx^i}{dt} \tilde{A}, \tilde{A}^{-1} = \left\{ 1 - \frac{v^2}{c_0^2} w^2 n^2 \mp \frac{w^2 n^2}{c_0^2} \left[ a \left( \frac{dn}{dt} \right)^2 \mp b \left( \frac{dw}{dt} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

В частности, при  $w=1$  получим аддитивную добавку к стандартным выражениям, что способно изменить динамику при скорости  $v$ , стремящейся к скорости света в вакууме (эфиру из праматерии). Принимая факт принадлежности  $v, n, w$  к полю комплексных чисел, мы существенно расширяем возможности теории в задачах динамики материальной точки и элементарных частиц.

#### В) Дополнительные физические факторы

Мы установили, что физические явления в электродинамике свободного поля зависят от показателя преломления  $n$  и от показателя отношения  $w$ . Поэтому обоснован обобщенный релятивистский множитель Лорентца-Эйнштейна

$$\tilde{\gamma} = \left( 1 - \frac{w^2 n^2}{c_0^2} v^2 \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Желая учесть влияние праматерии дополнительно к параметрам, указанным для материи, мы вправе ввести обобщенные значения:  $w \Rightarrow \tilde{w}, n \Rightarrow \tilde{n}, v \Rightarrow \tilde{v}, c \Rightarrow \tilde{c}$ . Тогда, например, четырехскорость получит вид

$$u^i = \tilde{w} \tilde{n} \frac{v^i}{\tilde{c}} \left( 1 - \frac{\tilde{w}^2 \tilde{n}^2}{\tilde{c}^2} v^2 \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Понятно, что в этом выражении могут участвовать как показатель преломления эфира  $\tilde{n}$ , так и показатель отношения эфира  $\tilde{w}$ , которые следует найти из эксперимента и некоторой новой теории. С другой стороны, учет двухтензорности электромагнитного поля предполагает совместное влияние на электрический заряд как полей  $(\vec{E}, \vec{B})$ , так и индукций  $(\vec{H}, \vec{D})$ . Поэтому стандартное выражение для силы Лорентца должно быть обобщено. В выражение  $\vec{F} = e \left\{ \vec{E} + \left[ \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} \right] \right\}$  следует подставить

$$\vec{E} \Rightarrow a\vec{E} + (1-a) \frac{1}{\varepsilon} \vec{D}, \vec{B} \Rightarrow b\vec{B} + (1-b) \mu \vec{H}.$$

Тогда появляется возможность учета реальной зависимости  $(\bar{D}, \bar{H})$  от физических факторов. В силу указанных обстоятельств получим новое выражение для уравнений динамики материальной точки в форме

$$\frac{d}{dt}(\tilde{m}\tilde{w}\tilde{n}\tilde{v}) = \tilde{F}.$$

Здесь

$$\frac{\tilde{m}}{m} = \left\{ 1 - \frac{v^2}{\tilde{c}^2} \tilde{w}^2 \tilde{n}^2 \mp \frac{\tilde{w}^2 \tilde{n}^2}{\tilde{c}^2} \left[ a \left( \frac{d\tilde{n}}{dt} \right)^2 \pm b \left( \frac{d\tilde{w}}{dt} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Поскольку указанные величины, могут зависеть от ряда вспомогательных условий, мы имеем дело с 8-параметрической зависимостью. Следуя теории катастроф, мы на этом примере чувствуем сложность динамики и наличие в ней системы сингулярностей. Опыт свидетельствует, что каждой сингулярности присущ механизм ее преодоления, который важно найти, совершенствуя свою практику поведения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Уравнения Ньютона-Эйлера динамики идеальной жидкости представлены в форме *GAG*-модуля для группы  $V(4)$ . Они содержат досветовую и сверхсветовую метрики.
2. Уравнения Максвелла в движущихся средах записаны в форме *GAG*-модуля для группы  $V(4)$ , коммутативной алгебры частных производных  $\partial_i$ , алгебры антикоммутирующих дифференциалов  $dx^i$ . Показано, что уравнения содержат три типа метрик: Минковского  $g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ , сверхсветовую  $r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$  и Ньютона  $n^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ . Указаны разные матричные формы уравнений электродинамики. Проанализированы связи между полями и индукции в теории Максвелла, свободной от ограничений на скорость. Дана "фермионная" форма уравнений электродинамики. Показано, как уравнения для четырехпотенциалов индуцируют неевклидовость трехмерного пространства и подтверждают дополнительность групп Галилея и Лорентца в электродинамике.
3. Уравнения Дирака представлены в форме *GAG*-модуля группы  $V(4)$ . Показано, что эта группа допускает множество теории в рамках единой формальной конструкции. Указан новый алгоритм нахождения базисов для теорий типа Дирака. Найдены "поперечные" и "продольные" динамики таких моделей.
4. Показано, что уравнение Шредингера может быть записано в форме *GAG*-модуля. Его волновая функция соответствует тензору напряженности  $\Phi_{ik} \equiv 0$ , задает вырожденное поле, а уравнение аналогично уравнениям Ньютона-Эйлера. Указаны новые возможности обобщения теории Шредингера.
5. Показано, как можно использовать концепцию *GAG*-модуля для моделирования разнообразных объектов и явлений. Указаны новые черты и специфика такого подхода.
6. Показано, что соединение элементов структуры  $S$ , связей  $L$  и динамики  $D$  физического явления в модель, базирующееся на структуре *GAG*-модуля с расслоением, задающим внешние *Out*-, связевые *l*- и внутренние *In*-элементы модели, приводит к полной уровневой теории, состоящей из девяти звеньев. Они могут и должны меняться согласованно. На этой основе сформулирована проблема восстановления полной модели по ее части. Указана потребность многоуровневого анализа модели.
7. Принята точка зрения, что физическая модель имеет систему независимых основных свойств: заполнения, проявления, расположения, состояния, измерения, анализа. Их соединение реализуется в композитах: величинах, которые выходят за рамки тензоров и спиноров, что задает новую нелинейную реализацию физических объектов и явлений. Общей величине тогда соответствует пересечение основных свойств модели, а сама модель становится многовариантной и многофункциональной. Приведены примеры композитов и указаны различные их черты и грани.
8. Показано, что модель динамики несобственной инерции электромагнитного поля предполагает использование пятого уровня вариационного анализа проблемы построения теории с использованием лагранжева формализма и в общем случае выходит за его пределы.
9. Возможно вариационное исследование электродинамики при существенном обобщении связей между полями и индукциями таким образом, чтобы в них содержалась

---

часть, ответственная за динамику инерции, важная сама по себе и дополнительная другим составляющим этих связей.

10. Связность пространства событий, индуцируемая  $SH$ -симметриями, для которых характерно произведение независимых параметров в одной и той же алгебре, может быть учтена введением новых, дополнительных полей.
11. Показано, что модель динамики несобственной инерции электромагнитного поля предполагает использование пятого уровня вариационного анализа проблемы построения теории с использованием лагранжева формализма и в общем случае выходит за его пределы.
12. Найдены варианты и алгоритмы нахождения скрытой информации по той их части, которая уже открыта в экспериментах или в моделях.
13. Найден алгоритм сплетения физических ситуаций, следуя которому становится возможным исследовать изменение физических зарядов по алгоритмам, согласованным с моделями, используемыми для проявлений этих зарядов
14. Установлено, что матричная алгебра посредством кохомологий, ассоциированных с величинами, используемыми в модели, порождает систему лагранжианов для физической теории, а также влечет за собой систему сингулярностей, присущих данным конструкциям и их качествам.
15. Рассмотрен вариант изменения динамических уравнений, ассоциированный с возможностью повышения размерности пространства-времени или соединения воедино зависимых и независимых переменных. Предложено вводить в рассмотрение всю совокупность физических факторов, в частности, через систему отношений, присущих исследуемым конструкциям и их движениям.

## **ГЛАВА 4**

### **НОВАЯ ФИЗИКА**

### **ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ**

*"Что такое время, пространство, место и движение, я не объясняю, ибо это известно всем".*

*И. Ньютон*

*"Время и пространство – это категории нашего мышления, а не условия нашего существования".*

*А. Эйнштейн*

|   |     |
|---|-----|
| Введение  | 263 |
| 4.1. Общие и индивидуальные свойства КСК  | 264 |
| 4.2. Проективность физических конструкций   | 266 |
| 4.3. Объективация   | 269 |
| 4.4. Концепция фундаментальной расщепленности   | 271 |
| 4.4.1. Уровневая концентрация частиц и полей  | 271 |
| 4.4.2. Классификация видов КСК  | 272 |
| 4.4.3. Связь уровней физического мира   | 272 |
| 4.4.4. Идея конечномерной расщепленности  | 272 |
| 4.5. Трансфинитность скорости   | 273 |
| 4.6. Размерность и структура физического пространства   | 274 |
| 4.7. Система расслоенных многообразий   | 275 |
| 4.8. Система локальных метрик событий   | 282 |
| 4.9. Физические объекты с внутренним движением  | 286 |
| 4.9.1. Обобщенная электродинамика Максвелла   | 287 |
| 4.9.2. Сущность и формы опыта   | 289 |
| 4.10. Динамические локальные метрики событий $SE$ в электродинамике Максвелла                     | 291 |
| 4.11. Расщепленность пространства-времени   | 302 |
| 4.12. Когомологические свойства локальной метрики   | 310 |
| 4.13. Когомологическое различие $R^3$ и $T^1$ в уравнениях Максвелла                              | 316 |
| 4.13.1. Нетензорность метрики Минковского   | 317 |
| 4.14. Электродинамика за пределами принципа относительности                                       | 319 |
| 4.15. Новые грани пространства-времени  | 323 |
| 4.15.1. Единство и различие поступательной и вращательной инерции                                 | 325 |
| 4.15.2. Источником абсолютной длины могут быть сверхсветовые скорости                             | 326 |
| 4.15.3. Идея инерционной группы   | 327 |
| 4.15.4. Новая схема мышления о пространстве-времени   | 328 |
| 4.15.5. Немеханическое пространство и время   | 330 |
| 4.16. Новое соотношение абсолютных и относительных свойств пространства-времени в электродинамике | 333 |
| Заключение  | 337 |

## ВВЕДЕНИЕ

Все физические явления принято описывать, используя модель механического пространства-времени. В начальной практике она была отражением визуальных ощущений макроскопического мира. Расстояние и время, привычные из повседневного личностного поведения, вошли в практику из анализа механических движений. По этой причине мы имеем дело с "механическим" пространством и временем. В его общности мало кто сомневается. Считается, что опыт, достаточный для повседневной практики, образует основу модели пространства-времени для микро- и макрообъектов.

Электродинамика со сверхсветовыми скоростями дает новый импульс к развитию моделей пространства и времени. Это обусловлено во многом алгебраической общностью, которую получила электродинамика, как и все базовые физические законы, выраженные в форме  $GAG$ -модуля группы  $V(4)$ . При такой общности подхода к физическим явлениям естественно возникает идея исследовать алгебраические "корни" и свойства пространства-времени. Прежде всего, анализу подлежит система локальных метрик, которые выявлены при записи уравнений Максвелла в форме  $GAG$ -модуля: Ньютона, Минковского и Евклида. Все они кохомологически индуцируются характеристическими полиномами для мономиального базиса алгебры группы  $V(4)$ .

С другой стороны, из опытных данных следует, что пространство и время локально расщеплены, образуя фундаментальную пару, состоящую из пространства состояний  $SS$  и пространства событий  $SE$ . Их метрики самостоятельны и динамичны, что обусловлено, в частности, возможностью введения в теорию активных кохомологий. Так, нульмерные кохомологии, соответствующие для матриц  $(\xi)$  их детерминантам  $Det(\xi)$  и следам  $Sp(\xi)$ , как показал анализ, имеют геометрический смысл и способны управлять динамикой внешней инерции электромагнитного поля.

По этим причинам естественно исследовать спектр вопросов, связанных с кохомологическим моделированием пространства и времени. Такая потребность вытекает из очевидной связи размерности пространства и порядка нормальных подгрупп группы заполнения физической модели  $V(4)$ . Используя циклическую группу  $Z_4 = [i, -1, -i, 1]$ , в главе 6 нами получена группа  $V(4)$ . Ее инвариантные подгруппы вида  $\gamma^i \equiv (a^i, b^i, c^i, e^i, f^i)$ ,  $i=1, 2, 3$  содержат по три элемента. Поэтому они естественно соединяются в физической модели с частными производными  $\partial_i$ ,  $i=1, 2, 3$ . Поэтому

$$\dim M = \text{rank } \gamma^i = 3.$$

Можно считать, что это совпадение случайно и что группа  $G = V(4)$  "приспособилась" к  $R^3$ . Но возможна и другая точка зрения, что  $R^3$  "проявляет порядок" инвариантных подгрупп  $V(4)$ . Второй подход, по-видимому, более физичен. Но тогда кохомологии Хохшильда  $H^n(g, A)$  обязаны проявить себя в свойствах пространства-времени. Кроме этого, принятие многообразия Минковского, как пространстве событий  $SE$ , не противоречит использованию многообразия Ньютона, как пространстве состояний  $SS$ .

В данной главе содержатся ответы на ряд вопросов, инициируемых моделированием пространства-времени на основе использования групп кохомологий для симметрий физической модели.

В качестве базы расслоенного многообразия используется пространство  $R^3 \times T^1$ , потому что оно согласуется с макроскопическим визуальным опытом человека и потому что ему соответствует практика применения макроскопических измерительных устройств, показания которых рассматриваются как экспериментальные данные.

#### 4. 1. ОБЩИЕ И ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА КСК

*Морфологически проанализировано соотношение общих свойств и сторон реальных физических конструкций и их качеств.*

Практика требует моделирования реальных конструкций с качествами, которые будем обозначать КСК. Укажем их тип, что позволит разобраться в соотношении и свойствах КСК, общих и индивидуальных. Факты позволяют нам охватить и проявить систему сторон и свойств КСК. У них есть структура (*S-*), связи (*L-*), динамика (*D-*). Они выражаются некоторыми внешним (*out-*), связевым (*l-*) и внутренним (*in-*) способом, имеют алгебраические *A*, геометрические *G*, топологические *T* аспекты. Формула *SLD(oli)AGT* выражает в символах все, что только что сказано.

Теперь рассмотрим "вход" и "выход" КСК. К категории входа отнесем следующие грани опыта:  $\alpha$  - эксперимент,  $\beta$  - логику,  $\gamma$  - расчет,  $\delta$  - философию,  $\varepsilon$  - психологию. К категории выхода отнесем следующие грани опыта:  $\alpha$  - управление,  $\beta$  - эволюцию,  $\gamma$  - комбинаторику,  $\delta$  - творчество,  $\varepsilon$  - участие.

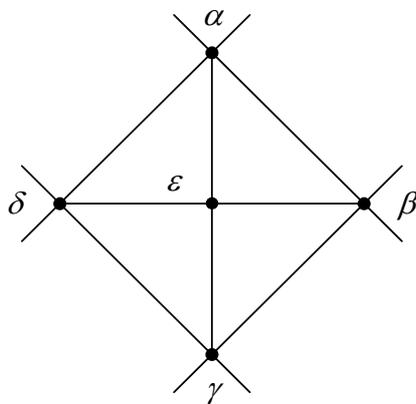


Рис. 4.1. Симплекс граней опыта

Соединим отмеченные общие грани и стороны КСК в форме рис. 4.2, полагая, что так задан тип КСК.

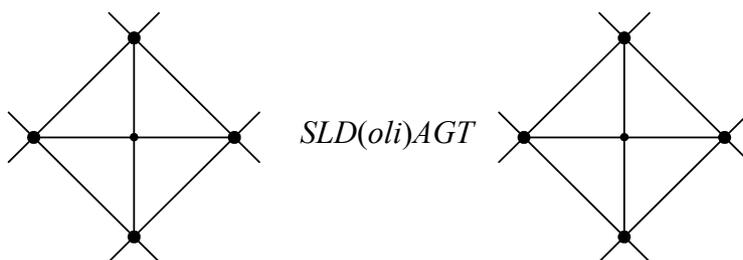


Рис. 4.2. Тип КСК

Понятно, что все индивидуальные и общие свойства КСК зависят от того, каковы элементы типа КСК. Заметим, что каждый из указанных элементов типа содержит в себе все остальные. Поэтому реальная КСК есть бесконечномерное тензорное произведение типа КСК, заданного рис. 4.2. На практике мы имеем дело с некоторой конечномерной системой, что является реализацией упрощенного подхода к КСК.

Выполним расширение и углубление элементов типа, используя данные опыта. Естественно ввести динамические *dyn*-, а также кинематические *kin*- стороны и грани КСК, полагая, что между ними есть отношения *rel*-. В механике им соответствует, например, масса *m*, скорость *v*, отношение  $\Phi$  и их обобщения. Введем символ  $\leftarrow$ , направленный к величине, посредством которого обозначим предположение, что величина имеет обобщения. Сказанное выше выразим рис. 4.3.

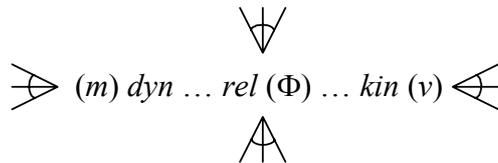


Рис. 4.3. A-расширение и углубление элементов типа КСК

С другой стороны, опыт позволяет нам выделить три общих аспекта для любой живой КСК (субъекта): тело *T*, душа *D*, дух *E*. Сопоставим им свои пространства *X*, *Y*, *Z*, а также рис. 4.4.

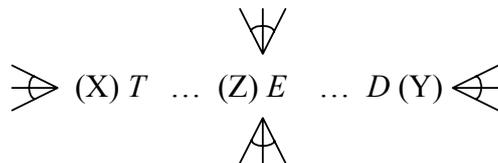


Рис. 4.4. B-расширение и углубление элементов типа КСК

Оба указанных рисунка естественно объединить в единую схему расширения и углубления элементов типа КСК. Назовем ее "воротами" КСК.

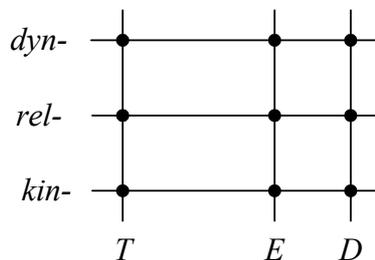


Рис. 4.5. "Ворота" КСК

Понятно, что и теория, и практика, и реакции, и ощущения, и понятия ..., а также все элементы КСК, как и в целом КСК, соответствуют "воротам" и типу. Владение КСК соответствует мере ее познания и применения. Это замечание относится и к законам сохранения и эволюции. Не только сохранение энергии, импульса, момента количества

движения ... могут и должны интересовать исследователя, но и сохранение места, положения, способности к творчеству, к фантазиям ...

Предложенная систематизация КСК подводит итоги предыдущей практике и указывает достаточно трудный путь дальнейшего развития теории и эксперимента.

## 4. 2. ПРОЕКТИВНОСТЬ ФИЗИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

*Проведен анализ простых симплексов с целью показа возможностей обобщенной их проективности, которая выходит за рамки физической геометрии.*

Известно, что проективная геометрия владеет широкой совокупностью геометрических свойств и сторон реального мира. Она широко применяется в математике и физике. Покажем, что возможна обобщенная проективность. Она близка к интуитивному пониманию поведения физических конструкций.

Рассмотрим четыре выделенных точки. Обозначим их разными буквами, полагая, что точкам соответствуют либо "одинаковые", либо "разные" физические объекты. Соединим точки *условными* линиями, полагая, что это могут быть геометрические их соединения любой формы, но так могут задаваться и некоторые их отношения, в том числе функциональные связи. Обозначим такую условную связь геометрически посредством "слова", состоящего из двух букв. Предположим его независимость от порядка этих букв (слова абелевы:  $AX = XA$ , с равенством в некотором обобщенном смысле).

Рассмотрим "пирамиду" и развернем ее грани, **в модели (0,1) Ритов**, следуя рис.

4.6.

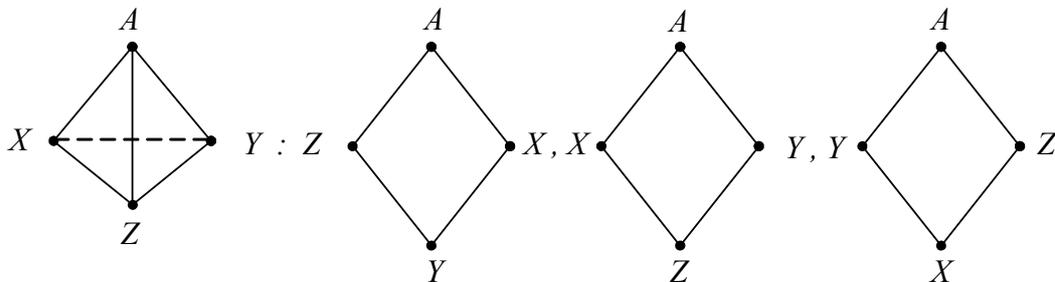


Рис.4.6. Конструкция и ее развертки

Введем величины:

$$1. Q_1 = \frac{AZ}{AX} \cdot \frac{ZY}{YZ}, Q_2 = \frac{AX}{AY} \cdot \frac{XZ}{ZY}, Q_3 = \frac{AY}{AZ} \cdot \frac{YX}{ZX}.$$

$$2. P_1 = Q_1, P_2 = Q_2, P_3 = \frac{AZ}{AY} \cdot \frac{ZX}{YX}.$$

$$3. Q_1^* = \frac{AZ}{AX} \cdot \frac{YX}{ZY}, Q_2^* = \frac{AX}{AY} \cdot \frac{ZY}{XZ}, Q_3^* = \frac{AZ}{AY} \cdot \frac{YX}{XZ}.$$

$$4. P_1^* = Q_1^*, P_2^* = Q_2^*, P_3^* = \frac{AY}{AZ} \cdot \frac{XZ}{XY}.$$

Тогда получим законы:

$$1^*. Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 = 1. \quad 2^*. P_1 \cdot P_2 = P_3.$$

$$3^*. Q_1^* \cdot Q_2^* = Q_3^*. \quad 4^*. P_1^* \cdot P_2^* \cdot P_3^* = 1.$$

Введем для геометрических значений "длину" отрезка по формуле

$$d = \ln \xi,$$

где  $\xi$  задает один из указанных элементов. Получим выражения:

$$1. d_1 + d_2 + d_3 = 0. \quad 2. d_1 + d_2 = d_3.$$

$$3. d_1^* + d_2^* = d_3^*. \quad 4. d_1^* + d_2^* + d_3^* = 0.$$

Они образуют основу для обобщенной проективной геометрии. Заметим, что в данном подходе имеется несколько новых, интересных возможностей:

- а) величины могут быть разные, не только длина, но и система функций;
- б) операции сложения и умножения можно менять;
- в) точки и линии могут быть любыми, выходя за рамки визуального опыта;
- г) соединение элементов, как и проектирование на опыт, могут меняться.

Модель допускает активность точек, их соединений, их компоновки. По этой причине такая геометрия "ближе" к состояниям, участиям, событиям, чем другие геометрии.

*Обобщенная проективность* выражает факты, полученные из опыта. Однако она допускает возможность анализа и тех ситуаций, которые недоступны эксперименту. Например, точки могут быть очень малы (или очень велики), а для экспериментального изучения отношений между ними может быть недостаточно средств анализа или может отсутствовать методика исследования.

Заметим, что допустимо аддитивное соединение "длин". Например, получим

$$\frac{AZ \pm XY}{AX \pm ZY} \cdot \frac{AX \pm ZY}{AY \pm XZ} = \frac{AZ \pm XY}{AY \pm XZ}.$$

Легко видеть, что мультипликативные и аддитивные геометрии способны нести разные числовые свойства. Действительно, допустим, что

$$AZ = ZY.$$

Тогда условие  $AZ \cdot ZY = 1$  влечет за собой  $AZ = ZY = 1$ , а условие  $AZ + ZY = 1$  обеспечит  $AZ = ZY = 0.5$ . Этот факт может найти применение при изучении сущности спина частиц как проявления их геометрических характеристик.

По-видимому, *обобщенная проективность* присуща всяким конечным симплексам. Рассмотрим, в частности, вариант, соответствующий рис. 4.7.

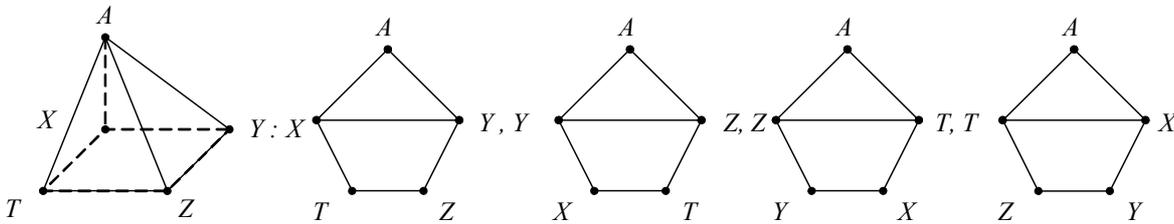


Рис.4.7. Новая конструкция с разверткой

Для величин

$$Q_1 = \frac{AZ}{AY} \cdot \frac{XY \cdot TZ}{XT \cdot YZ}, Q_2 = \frac{AY}{AZ} \cdot \frac{YZ \cdot XT}{YX \cdot ZT}, Q_3 = \frac{AZ}{AT} \cdot \frac{ZT \cdot YX}{ZY \cdot TX}, Q_4 = \frac{AT}{AX} \cdot \frac{TX \cdot ZY}{TZ \cdot YX}$$

получим правило  $Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 \cdot Q_4 = 1$  с нулевой логарифмической длиной

$d(Q) = \ln Q : \ln Q_1 + \ln Q_2 + \ln Q_3 + \ln Q_4 = 0$ . Нулевое проявление ненулевой конструкции естественно в рассматриваемом варианте. "Переворот" каждой из указанных конструкций способен изменить геометрию. Действительно, как только мы выберем

$$Q_4^* = \frac{AX}{AT} \cdot \frac{TZ \cdot YX}{TX \cdot ZY},$$

получим условие  $Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 = Q_4^*$ . Отсюда следует, что

$$d_1 + d_2 + d_3 = d_4^*.$$

Мы приходим к выводу, что изменение способа "замыкания" разверток симплекса дает изменение геометрии. Следовательно, геометрия существенно зависит от комбинаторики. Поскольку обобщенная проективность присуща физическим конструкциям, мы вправе принять *комбинаторность* как управляющий фактор для состояний, участков, событий любой конструкции с качествами. Этот простой факт хорошо известен из опыта: есть существенная разница в том результате, который мы получим, если вначале будем думать, а потом говорить, и если вначале будем говорить, а потом думать.

Для нового симплекса возможна аддитивная выборка:

$$P_1 = \frac{AX + XY + TZ}{AY + XT + YZ}, P_2 = \frac{AY + YZ + XT}{AZ + YX + ZT}, P_3 = \frac{AZ + ZT + YX}{AT + ZY + TX}, P_4 = \frac{AT + TX + ZY}{AX + TZ + YX},$$

для которой  $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 = 1$ . "Переворот" элемента дает новую ситуацию:

$$P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 = P_4^*.$$

**Такова ситуация в модели (0,1) Ритов. Аналогичный анализ возможен для  $(i, j)$  Ритов, существенно продолжая методы и модели геометрии.**

### 4. 3. ОБЪЕКТИВАЦИЯ

*Введена концепция объективации, основанная на конструкции системы выделенных согласованных подмножеств, что позволяет обобщить концепцию материальной точки и конкретизировать концепцию поля, приблизив анализ к реальным физическим конструкциям с качествами.*

Стремление унифицировать владение любыми конструкциями с качествами приводит к потребности полно и единым образом охватить и проявить известный опыт, открывая также пути и средства для дальнейшего развития. Конструкция РИТА, введенная нами, способна к такой деятельности. Однако она достаточно сложна и потому требует пояснений.

Определим РИТ как некоторую согласованную систему выделенных подмножеств.

Эта словесная формулировка является выражением и обобщением опыта. Понятно, что РИТ может быть задан только тогда, когда определена вся система пространств (многообразий), которые трансфинитно ему соответствуют, софистатных ему. Из опыта известно, что как устройство, так и движения любых конструкций, а потому и РИТОВ, управляются симметриями. Поэтому конструкция главного расслоенного оснащенного многообразия (ГРОМ) является базовой для любого РИТА и тех величин и операторов, которые с ним связаны. В принятом подходе нет разделения механических и немеханических состояний, участков, событий. Они могут и должны описываться единой согласованной моделью. Этот великий синтез соответствует опыту жизни. Однако мы пока очень слабо его моделируем. Чтобы продвинуться в моделировании немеханических РИТОВ, следует принять опыт, накопленный для механических РИТОВ, а также те методики и приемы, которые для этого опыта развиты. **При этом нужно**

учитывать как внешние  $x^k$ , так и внутренние переменные  $y^\alpha$ , а также общие связи между ними, которые учитывают как свойства конструкций, так и их качества. Исходной для анализа, с геометрической точки зрения, становится связь координат вида

$$x^{k'} = x^{k'}(x^k, y^\alpha), y^{\alpha'} = y^{\alpha'}(x^k, y^\alpha)$$

На ее основе можно выполнить анализ системы величин, используемой в физической теории, а также найти общую систему дифференциальных и кодифференциальных операторов, если к анализу привлечь дополнительное условие, что преобразования координат образуют дифференциальную группу некоторого порядка.

$$\tilde{\partial}_i = \partial_i + N_i^j \partial_j + N_\alpha^i \partial_\alpha, \tilde{\partial}_\alpha = \partial_\alpha + N_\alpha^i \partial_i + N_\alpha^\beta \partial_\beta,$$

$$\tilde{d}x^i = dx^i + M_j^i dx^j + M_\alpha^i dy^\alpha, \tilde{d}y^\alpha = dy^\alpha + M_i^\alpha dx^i + M_\beta^\alpha dy^\beta.$$

Определим *объективацию* как научный метод и средство владения всей системой РИТОВ, их состояний, частей, событий применительно к любой конструкции с качествами (как к объектам, так и к субъектам).

Заметим, что наглядное изображение элонов и пролонов в атоме света есть одна из реализаций объективации. Ее в данном случае естественно назвать *физическим квантованием*. Такой термин можно применить потому, что квантование, по его сути, есть способ и алгоритм проникновения за пределы видимого опыта, внутрь некоторой конструкции. **Вихревые трубки Фарадея, вихревые кольца Томсона, солитоны, кинки...являются примерами «дискретных» физических конструкций, возникающих и существующих в непрерывной среде. Если данную среду рассматривать как материю  $(L - 1)$ -уровня, то физические «макроскопические» конструкции есть изделия следующего уровня материи.** Каноническое квантование, например, позволило работать с электромагнитным полем как системой квазичастиц. Тогда расчет энергии, импульса, процессов рождения и уничтожения *фотонов* (квазичастиц электромагнитного поля) стало возможным выполнить без моделирования их внутренней структуры и без анализа взаимодействия между составными элементами. Аналогично ведут себя модели стохастического и геометрического квантования. При физическом квантовании используется *принципиально новый метод*: сначала находится алгебра заполнения физической модели  $G_z$ , затем ей ставится в соответствие система канонических графов в предположении, что они софистатны движениям реальной конструкции, затем исследуются возможности, обусловленные достигнутой визуализацией с осознанием того факта, что экспериментально её достаточно сложно обнаружить и подтвердить экспериментально. Ведь измерительный прибор обладает всегда ограниченными возможностями, более того, он способен исказить ситуацию до абсурда.

## 4. 4. КОНЦЕПЦИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ РАСЩЕПЛЕННОСТИ

*На основе известного свойства уровневой концентрации материи предложен новый подход к единому описанию сложных ситуаций, когда эти уровни согласованы друг с другом, реализуя разные формы их софистатности.*

Опыт убеждает нас в том, что материи свойственна уровневая концентрация. Мы можем моделировать Галактики, каждую из них задавая материальной точкой. Солнечная система есть точка в Галактике. Солнце состоит из молекул и атомов, которые можно считать точками. Нуклоны и электроны в атомах материи тоже могут моделироваться точками. Сейчас модель точечных кварков используется для построения моделей нуклона. Теория и практика подошли вплотную к познанию структуры электронов и частиц света как составных конструкций.

Накапливается всё больше фактов по структуре переносчиков взаимодействия: фотонов и глюонов, которые имеют те же материальные составляющие, как и частицы, взаимодействующие между собой. Модели частиц и полей достаточно сблизилась друг с другом, концентрируясь в концепции конструкций с качествами (КСК). Они составлены из одних и тех же элементов. Потребность единого описания всей совокупности фактов пробивает себе дорогу, впитывая разнообразный опыт индивидуальных конструкций с качествами. Выразим некоторые его черты, присущие любым КСК.

### 4.4.1. УРОВНЕВАЯ КОНЦЕНТРАЦИЯ ЧАСТИЦ И ПОЛЕЙ

Введем модель одномерной фундаментальной расщепленности. Зададим одномерное пространство с системой выделенных точек на нем. Примем предположение, что каждой точке, которую мы выделили, соответствует свой уровень частиц и полей согласно рис.4.8:

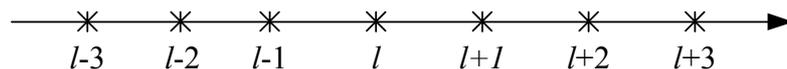


Рис.4.8. Одномерная фундаментальная расщепленность

Понятно, что математическое и физическое единство мира может иметь много различных форм и видов. Например, мы вправе использовать многоуровневые координаты

$$\dots \left( \begin{matrix} x & \beta + \alpha \\ (l-1) & (l-1) \end{matrix} \right) \alpha x \beta \left( \begin{matrix} \alpha + \beta \cdot x \\ (l+1) & (l+1) \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} \alpha + \beta \cdot x \\ (l+2) & (l+2) \end{matrix} \right) \dots$$

На их основе будут моделироваться величины, операторы, модули, симметрии и все то, что охватывает и проявляет опыт. Каждый РИТ следует представлять себе в виде конструкции, которая занимает свое место в модели фундаментальной расщепленности. Понятно, что уровни могут влиять друг на друга способами и средствами, которые пока неизвестны нам. Возможно, мы вообще не сможем их представить и воспользоваться ими.

## 4.4.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ВИДОВ КСК

Используем свойство фундаментальной расщепленности для классификации видов конструкций с качествами. Примем во внимание соотношение между ближайшими уровнями. Тогда для  $l$ -уровня получим четыре возможности, которые задают четыре вида КСК:

$A: l-1 \ll l \gg l+1$ , частицы (корпускулы);

$B: l-1 \ll l \ll l+1$ ,  $A$ -смесь;

$C: l-1 \gg l \gg l+1$ ,  $B$ -смесь;

$D: l-1 \gg l \ll l+1$ , поле (волна).

Если в расчет принимается также система других уровней, то классификация усложняется. Она способна содержать и другие данные, относящиеся к согласованию и сплетению уровней фундаментальной расщепленности, присущих конкретной КСК.

## 4.4.3. СВЯЗЬ УРОВНЕЙ ФИЗИЧЕСКОГО МИРА

Выполним расширение пространства фундаментальной расщепленности на плоскость, учитывая тот факт, что на каждом уровне есть система конструкций, большее количество которых может стать точкой другого, высшего уровня, а расщепление конструкции  $l$ -уровня способно породить точки низшего уровня. В силу этого факта мы обязаны принять связь между уровнями, реализующуюся сложно, хотя логически этот вариант прост. Рис. П4.2 иллюстрирует связи уровней.

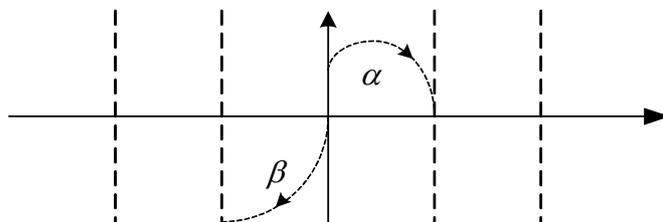


Рис. П4.2. Иллюстрация связи уровней:  $\alpha$  – концентрация,  $\beta$  – расщепление

## 4.4.4. ИДЕЯ КОНЕЧНОМЕРНОСТИ РАСЩЕПЛЕНИЯ

Выполним расширение пространства фундаментальной расщепленности на объем, учитывая тот факт, что конструкции владеют не только материальными свойствами и гранями, но и духовным опытом, выражаемым через их интеллект и их чувства. Следовательно, мы обязаны выполнить расщепление, выражающее этот опыт. Полагая, что он свойственен каждому уровню расщепленности, мы можем ввести для него *репер полных свойств*. Тогда становится возможной ситуация, когда малое нематериальное неотлично от большого материального, а малое материальное способно на большое нематериальное состояние и поведение. Мы получаем аналог многомерного *тора* для описания всей совокупности событий, участков, состояний. Они будут владеть не только числовой, но и другими формами для своего выражения.

## 4.5. . ТРАНСФИТНОСТЬ СКОРОСТИ

*На основе концепции трансфинитности пространства-времени проанализирована трансфинитность движений, в частности, скорости.*

Из опыта следует, что каждая величина реализуется при совокупности дополнительных условий. Так, доказано, что скорость электромагнитного поля, моделируемого движением точки  $l$ -уровня, зависит от показателя преломления  $n$  и от показателя отношения  $w$ , определенных для этого же уровня. Однако, согласно концепции фундаментальной расщепленности, на состояние и движение нотонов оказывают влияния  $(l-1)$  и  $(l+1)$  уровни мира. Ситуация не исчерпывается только ими. Более того, если мы желаем принять во внимание *тонкую структуру нотонов*, то мы обязаны ввести в модель и учитывать в эксперименте то, что им соответствует. Поскольку скорость электромагнитного поля зависит от пары  $n, w$ , то в более сложных ситуациях эта зависимость развивается до учета других уровней материи, а также других уровней самого нотона. Поэтому его скорость (а потому и другие величины) будут трансфинитны, что корректно отображает объективную реальность. Выразим сказанное рис.4.9.

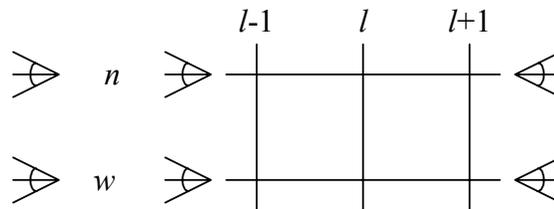


Рис.4.9. Участия трансфинитного мира в жизни нотона

Каждому уровню материи может соответствовать свое главное расслоенное оснащенное многообразие (ГРОМ) и они могут быть по-разному согласованы между собой. Мы фактически имеем систему ГРОМов и систему их СОФИСТАТНОСТЕЙ.

Согласно развиваемому подходу, показатель преломления и показатель отношения могут учитывать всю совокупность условий и обстоятельств, с которыми имеет дело нотон при своем движении. Они могут войти в модель как аддитивно, так и мультипликативно. Полагая, что "малые" и "большие" размеры, соответствующие реализации в нотоне  $(l-1)$  и  $(l+1)$  уровней, входят в теорию мультипликативно, мы приходим к функции  $\Phi$ , которая способна это учесть, если  $\Phi = \sigma n w \chi$ . Тогда симметрии

$$dx' = \frac{dx - \tilde{v} dt}{\left(1 - \Phi^2 \frac{\tilde{v}^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - dx \Phi^2 \frac{\tilde{v}}{c^2}}{\left(1 - \Phi^2 \frac{\tilde{v}^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

содержат величину  $\Phi$  и допускают скорость  $\tilde{v}$  вида

$$\tilde{v} = \tilde{v}(n, w, \sigma, \chi)$$

Ситуация упростилась логически и философски, но она сложна для эксперимента. В частности многообразно будет реализовываться  $\Phi=0$ .

## 4.6. . РАЗМЕРНОСТЬ И СТРУКТУРА ФИЗИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

*Проанализирована связь размерности пространства-времени с алгебраической структурой реальных конструкций и их движений. Выдвинуто предположение, что метрики и связности могут быть разными в зависимости от условий проведения экспериментов.*

В предлагаемой модели объектов и явлений изделия взаимодействуют между собой по-разному потому, что содержат разное количество различных баронов, канонические состояния которых разделены на три класса. Это обстоятельство позволяет ввести трехмерное аффинное комбинаторное многообразие, посредством которого учитывается факт независимости канонических состояний барона, ассоциированное с их классами.

Примем дополнительное предположение, что в *простых* условиях качества, выражаемые посредством системы канонических конструкций, *одинаково* проявляют себя в конструкциях и качествах. Евклидово пространство способно показать эти свойства, выражая их посредством метрики и связности. Если условия не просты, а канонические состояния в изделии участвуют неодинаково, то пространство может быть устроено сложнее. В обычной жизни мы сталкиваемся с простыми ситуациями и состояниями, что может привести к неверному заключению об их общности. Наши прикосновения и ощущения, равно как и показания приборов, способны быть ограниченными и даже ошибочными.

Дублю канонических состояний можно поставить в соответствие дубль пространств, названных нами ранее пространством состояний  $M_{ss}$  и пространством событий  $M_{se}$ . Дубль канонических состояний находит свое выражение в том, что пары празарядов могут быть подчинены различным коммутационным соотношениям. Сопоставляя одной паре празарядов антисимметричные тензоры, а второй паре празарядов симметричные тензоры, мы фактически относим их к коммутаторам и антикоммутаторам алгебры заполнения физической модели. Это сопоставление является основным условием порождения величин в теории электромагнитного поля. Оно находит выражение через элементы, из которых конструируются нотоны. Заметим, что празаряды могут быть свободны по отдельности, что индуцирует для данной системы частиц систему идемпотентов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Они могут быть объединены в невзаимодействующую систему, что индуцирует единичную матрицу  $E$ . Сопоставим каждому празаряду скалярную функцию  $\varphi_i$  и единичную матрицу. Тогда можно задать систему групп  $g_i = E + E\varphi_i$ . Если каждой из групп поставить в соответствие тензоры, учитывая их склонность к различным празарядам, то пары тензоров  $(F_{mn}, H_{mn}), (G_{mn}, \Lambda_{mn})$  будут ассоциированы со скалярными функциями, присоединенными к празарядам. "Демократия" участия канонических конструкций в структуре и состояниях нотона приводит к новому пониманию тех качеств физического мира, которые мы наблюдаем визуально. Свет ведет себя однородно и изотропно в атмосфере Земли потому, что демократичные *нотоны* находятся в простых условиях. Внешнее поведение, проявляющееся при их движении, свидетельствует о

том, что эти условия не разрушают указанную демократию. Но тогда размерность и структура физического пространства становятся экспериментальными фактами, посредством которых проявляется внутренняя сущность изделий. На них может быть основана наша практика, в частности, визуальный опыт. Общее свойство, которое присуще всякому изделию, состоит в том, что оно через внешнее поведение показывает внутреннее свое состояние в тех условиях, в которые оно поставлено.

## 4.7. СИСТЕМА РАССЛОЕННЫХ МНОГООБРАЗИЙ

*Определена и частично проанализирована модель главного расслоенного структурно оснащенного многообразия как нового физического пространства-времени. Она соединяет в себе стороны и черты подходов Ньютона и Эйнштейна.*

Назовем физическим пространством и временем такую модель реального пространства и времени, каждый элемент которой допускает прямую или косвенную экспериментальную проверку. Многообразие  $P$ , составленное из базового пространства  $B_{(1)}$  и группы  $G_Z$  - группы заполнения, а также из пространства  $B_{(2)}$  и группы  $G_P$  - группы проявления, назовем физически расслоенным, если указанные элементы совместно образуют некоторую конструкцию, согласованную системой дополнительных элементов  $T$ . Форму и сущность всех элементов будем устанавливать в соответствии с потребностями и практикой моделирования физических объектов и явлений. Изобразим пространство  $P$  рис. 4.10.

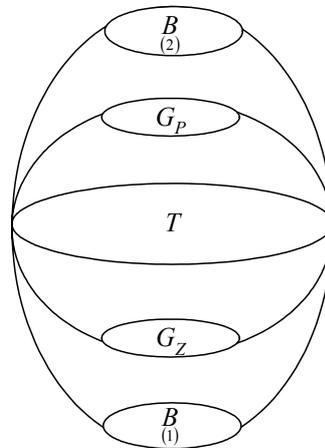


Рис. 4.10. Конструкция, соответствующая физическому пространству и времени

Здесь буквой  $(\pi)$  обозначены всевозможные согласования элементов  $P = \left( B_{(1)}, G_Z, \pi, G_P, B_{(2)} \right)$ : связи между  $B_{(1)}$  и  $G_Z$ , между  $B_{(2)}$  и  $G_P$ , между парами  $\left( B_{(1)}, G_Z \right)$  и  $\left( B_{(2)}, G_P \right)$ , а также их связи с  $T$ .

. Пусть на  $B_{(1)}$  заданы окрестности точки  $x$  вида  $\{v_i\}, i \in M$  и локальные системы координат. Преобразование координат на пересечении окрестностей определим через представления группы  $G_Z$ :

$$g_{ij}^{(1)}(x): v_i^{(1)} \cap v_j^{(1)} \rightarrow G_z^{(1)}. \quad (\alpha)$$

Введем пространство  $F_{(1)} = B_{(2)}$ , которое назовем слоем. Покроем его системой открытых окрестностей с координатами  $(\xi)$ . Введем гомеоморфизм

$$\Phi_i^{(1)}: v_i^{(1)} \times F_{(1)} \rightarrow \pi^{-1}(v_i^{(1)}),$$

с проекцией  $\left(\pi^{(1)}\right)$  вида

$$\pi^{(1)} \Phi_i^{(1)}(x, \xi) = x, \quad \forall x \in v_i^{(1)}, \quad \xi \in F_{(1)}.$$

Определим карту

$$\Phi_{i,x}^{(1)}: F_{(1)} \rightarrow \pi^{-1}(x), \quad x \in v_i^{(1)}$$

по правилу

$$\Phi_{i,x}^{(1)}(\xi) = \Phi_i^{(1)}(x, \xi), \quad x \in v_i^{(1)}, \quad \xi \in F_{(1)}.$$

Для пары окрестностей  $B_{(1)}$  с индексами  $i, j \in N$  и каждой точки  $x \in v_i^{(1)} \cap v_j^{(1)}$  получим гомеоморфизм

$$\Phi_{i,j;x}^{(1)} = \Phi_{j,x}^{(1)-1} \Phi_{i,x}^{(1)}: F_{(1)} \rightarrow F_{(1)}.$$

Условие

$$\Phi_{i,j;x}^{(1)} = g_{jx}^{(1)-1}(x), \quad (\beta)$$

согласовывает координатные преобразования в базе  $B_{(1)}$  с преобразованиями слоя  $F_{(1)}$  в соответствии с группой  $G_{(1)}$ . Тогда

$$F_{(1)} = \left\{ B_{(1)}, G_{(1)}, \pi_{(1)}, F_{(1)} \right\}$$

есть расслоение Стиррода [123-124]. Оно однозначно определено преобразованиями  $(\alpha)$  и  $(\beta)$ , а также слоем  $F_{(1)}$ , на котором группа  $G_{(1)}$  действует непрерывно и эффективно.

Если слой  $F_{(i)}$  образован группой  $G_{(i)}$ , рассматриваемой как топологическое пространство, расслоение  $E_{(i)}$  называется главным расслоением. Известно, что оно является фундаментальным объектом в классе всех расслоений с данной базой  $B$  и данной  $G$ -структурой.

Аналогичные рассуждения можно провести для расслоения

$$F_{(2)} = \left\{ B_{(2)}, G_{(2)} = G_p, \pi_{(2)}, F_{(2)} \right\}.$$

В общем случае возможно рассмотрение системы расслоений

$$\bigcup_{(i)} E_{(i)}, \quad i=1, 2, \dots, k.$$

Знак  $(\bowtie)$  соответствует выбору любых возможностей объединения и пересечения расслоений. Рис. 4.1 соответствует случаю, когда используется пара главных расслоенных многообразий:  $E_{(1)}, E_{(2)}$ , согласованных системой элементов  $T$ .

Тривиальное расслоение соответствует случаю, когда

$$E = B \times F .$$

Тогда проекция  $\pi : E \rightarrow B$  является проекцией на первый сомножитель. В этом случае атлас (система карт) состоит из одной карты  $u_\alpha = B$ . Имеется только одна функция склейки  $\Phi_{ii} = id$ .

Локально тривиальные расслоения изоморфны тогда, когда функции склейки  $\Phi_{ij}$  и  $\Phi'_{ij}$  согласованы с гомеоморфизмами слоев

$$h_i : V_i \times F \rightarrow V_i \times F$$

так, что

$$\Phi_{ij} = h_i^{-1} \Phi'_{ij} h_j .$$

Векторные расслоения, по определению, это локально тривиальные расслоения со структурной группой  $G$ , у которых роль слоя выполняет конечномерное векторное пространство, размерность которого, например,  $\dim R^n = n$  задает размерность векторного расслоения  $E_\zeta$ . Для сечений

$$s_1, s_2 : B \rightarrow E_\zeta$$

выполнены условия

$$(s_1 + s_2)(x) = s_1(x) + s_2(x), \quad x \in B,$$

$$(\lambda s_1)(x) = \lambda(s_1(x)), \quad \lambda \in R, \quad x \in B.$$

Они задают на пространстве  $\Gamma(\zeta)$  всех сечений структуру векторного пространства.

Множество всех векторов, касательных к многообразию  $B$ , обозначим  $T^*x$ . Оно снабжается естественной топологией. В ней для касательного вектора  $\xi_0$  в точке  $x_0$  окрестностью  $V$  является множество таких касательных векторов  $\eta$  в точках  $x$ , для которых

$$\rho(x, x_0) = \sum_{k=1}^n (\eta_\alpha^k - \xi_{0\alpha}^k)^2 < \varepsilon$$

для некоторого числа  $\varepsilon > 0$  и карты  $V_\alpha \in x_0$ .

Пусть  $\pi^* : T^*B \rightarrow B$  есть отображение, сопоставляющее касательному вектору  $\xi^*$  точку  $x$ , в которой вектор  $\xi$  касается многообразия  $B$ . Оно непрерывно и задает векторное расслоение с базой  $B$ , общим пространством  $T^*x$  и слоем, изоморфным линейному пространству  $R^n$ .

Заметим, что для физической модели требуется задать несколько векторных расслоений. Во-первых, нужно охватить и проявить смещения точечного события, которое задается дифференциалами координат многообразия, ассоциированного с  $B$ . Получим

$$\{d^k x\}_{k=1,2,\dots,n} \in T^* \boxed{B}, \quad \boxed{B} \dot{\nabla} B.$$

Знак  $\boxed{B}$  соответствует словам "множества, ассоциированные с  $B$ ", знак  $\dot{\nabla}$  соответствует словам, поясняющим софистатность. При рассмотрении задач, относящихся к

движению электромагнитного поля в среде, движущейся со скоростью  $\vec{u}_{(m)}$ , от источника излучения, движущегося со скоростью  $\vec{u}_{(fs)}$ , мы обязаны ввести пространство  $B_{(m)}$  и  $B_{(fs)}$ . Тогда

$$\boxed{B} \equiv \begin{cases} B_{(m)}, d x_{(m)}^k / d s = u_{(m)}^k, \\ B_{(fs)}, d x_{(fs)}^k / d s = u_{(fs)}^k, \end{cases}$$

где  $ds$  – некоторый инвариантный интервал, охватывающий и проявляющий конкретную ситуацию. Величины  $u_{(m)}^k$  и  $u_{(fs)}^k$  физически независимы, однако они согласованно влияют на поведение электромагнитного поля. Мы частично задаем эту согласованность, полагая, что  $\vec{u}_{fs}$  и  $\vec{u}_m$  гомотопически эквивалентны, выражением

$$\vec{u} = (1 - w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m.$$

Здесь  $w$  – показатель отношения электромагнитного поля к физической среде. Само поле имеет "смещения"

$$\frac{d x_f^k}{d s} = v_f^k, \quad \frac{d x_g^k}{d s} = v_g^k,$$

которые задают его фазовую и групповую скорость.

Поскольку каждый из указанных элементов нужен в модели, для их совокупности можно ввести систему пространств

$$T^* \boxed{B} \equiv \bigvee T^*_{(i)} B, \quad i = 1, 2 \dots k.$$

Можно поступить иначе. В физике обычно используется этот вариант. Считается, что величины

$$\{v_f^k, v_g^k, u_{(m)}^k, u_{(fs)}^k \dots\}$$

заданы в одном многообразии  $B$  и в одном векторном пространстве  $T^*B$ . Указанный подход упрощает анализ, но нужно действовать осторожно, так как система векторных расслоений существенно сложнее одного векторного расслоения. Во-вторых, нужны ковекторные расслоения. Они охватывают и проявляют дифференциальные изменения, которым подчинены физические законы. Их базис образуют частные производные

$$\{\partial/\partial x^k\}, k = 1, 2 \dots n \in T_* \boxed{B}, \quad \boxed{B} \dot{\nabla} B.$$

Отображение  $\pi_* : T_* B \rightarrow B$  сопоставляет кокасательному вектору  $\xi_*$  точку  $x$ , в которой он присоединен к многообразию  $B$ . Слой ковекторного расслоения  $T_* B$  изоморфен линейному пространству. Мы вправе использовать в физической модели систему пространств  $T_* B_{(i)}$ , согласовав их друг с другом. В-третьих, нужны физические величины

$\Phi$ , которые допускают возможность измерения, охватывают и проявляют данные опыта, входят в уравнения физической модели. Обычно таких величин несколько. Базис пространства для величин  $\Phi$  задан тензорным произведением базисов векторного и ковекторного пространств. Мы получаем для модели систему величин: скаляров  $\varphi$ , векторов  $v^k$ , ковекторов  $v_k$ , тензоров второго ранга  $\varphi^{ij}$ ,  $\varphi^i_j$ ,  $\varphi_{ij}$ . Они отличаются друг от друга законами преобразования при изменении системы координат. В-четвертых,

нужно выполнить согласование элементов, используемых в физической модели. Например, возможно расширение частных производных до ковариантных [125], получая

$$\partial_i \Rightarrow \nabla_i = \partial_i + A_i,$$

где  $A_i$  - связность, совокупность величин, посредством которых согласуется изменение физических величин в окрестностях разных точек базы  $B$ . Назовем пространство, величины которого реализуют согласование, согласующим пространством. Обозначим его буквой  $S$ . Соединим отмеченные выше элементы в рис. 4.11, формируя уточненную конструкцию физически расслоенного многообразия  $\left( B, G_z, \pi, G_p, B \right)_{(1)} \oplus \left( T_*(\xi), T^*(\xi), \Phi, S \right)$ .

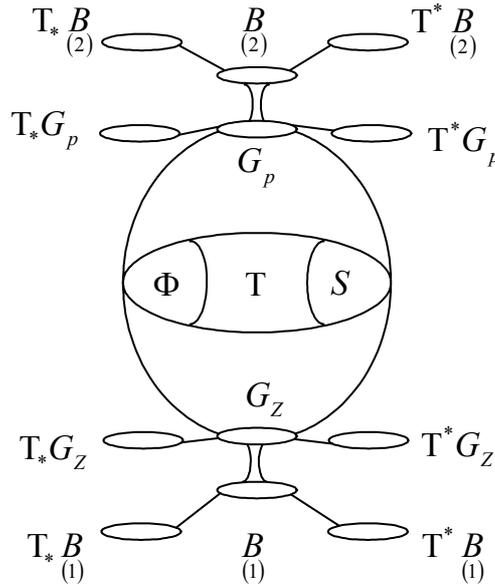


Рис. 4.11. Уточненная конструкция физически расслоенного многообразия

Физическая модель использует, так или иначе, все указанные элементы. Конкретизируем рис. 4.11 в соответствии с найденной ранее единой спинорной формой фундаментальных уравнений физики, представленной в главе 3. Используем для этого уравнения электродинамики без ограничения скорости. Нам понадобились такие элементы:

а) *пространство состояний*  $M_{ss} = B = R^3 \times T^1$ , соответствующее *практике физических измерений* и опыту макроскопических наблюдений, оно является пространством размеров для физических конструкций, ассоциированных с наблюдателем, непосредственно или мысленно покоящегося относительно этой конструкции.

б) *группа заполнения* физических явлений  $G_z = SL(4, R)$ , ее алгебра  $T^*SL(4, R)$ , функции от элементов  $A$  алгебры, например,  $Y = \det \|\lambda I - A\|$ , где  $A \in T^*SL(4, R)$ ,  $Y \in T_*SL(4, R)$ ;

в) *касательные и кокасательные* пространства, ассоциированные с  $M_{ss}$ , посредством которых заданы дифференциалы  $dx^k \in T^*B_{(1)}$  и частные производные  $\partial/\partial x^k \in T_*B_{(1)}$ ;

а\*) *пространство событий*  $M_{ss} = B = M_4$ , где  $M_4$  - пространство Минковского, которое соответствует *практике изменения скоростей конструкции или ее частей*, присутствующих явлениям и опыту для прямых или косвенных микроскопических наблюдений, оно

является пространством измеренных скоростей, ассоциированных с системой движущихся наблюдателей.

б\*) группа проявления физических явлений  $G_p = U(1)$ , ее алгебра  $P \in T^*U(1)$ , функции от элементов алгебры, например,  $X = \det \|\lambda I\| - P$ ,  $X \in T_*U(1)$ , где  $U(1)$  - унитарная группа;

в\*) касательные и кокасательные пространства, ассоциированные с  $M_{SE}$ , посредством которых заданы дифференциалы  $dx^k \in T^*B_{(2)}$  и частные производные  $\partial/\partial x^k \in T_*B_{(2)}$ ;

Заданы также величины, характеризующие электромагнитные поля посредством тензора  $F_{mn} = F_{mn}(\vec{E}, \vec{B})$  и индукции, выраженные тензорной плотностью  $\tilde{H}^{ik} = \tilde{H}^{ik}(\vec{H}, \vec{D})$  веса (+1), а также тензорная плотность веса (+1) для четырехтоков  $\tilde{S}^k = \tilde{\rho} U^k$ . Тогда

$$\Phi : (\vec{E}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{D}, F_{mn}, \tilde{H}^{ik}, \tilde{\rho}, U^k, \tilde{S}^k \dots).$$

Использованы величины, соединяющие элементы в единую конструкцию:  $\varepsilon, \mu$  - диэлектрическая и магнитная проницаемости,  $n = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$  - показатель преломления,

$w = 1 - \exp\left(-P_0 \frac{\rho}{\rho_0}\right)$  - показатель отношения, тензор  $\Omega^{kn} = \alpha \Theta^{kn} + \beta U^k u^n$ , четырехметрики  $r^{ij}, n^{ij}(+), n^{ij}(-), g^{ij}$ , тензор Кронекера  $\varepsilon_{klrs}^{ij} \dots$ . Тогда

$$S : (\varepsilon, \mu, w, \Omega^{kn}, r^{ij}, n^{ij}, g^{ij}, \varepsilon_{klrs}^{ij} \dots).$$

Сделаем несколько замечаний.

- Величины заданы над полем комплексных чисел  $C$  типа  $(a + ib)$ , они соединены посредством теневых комплексных чисел  $\square$ :

$$A + iB \dot{\nabla}(a_1 + ib_1) + \square(a_2 + ib_2),$$

что позволило (глава 3) провести согласованный анализ кинематического и динамического изменения полей.

- Пространство  $B_{(1)}$  и группа  $G_{(1)}$  согласованы между собой.
- Пространство  $B_{(1)}$ , как и другие элементы в конструкции расслоенного многообразия, допускает не только внешнюю (out-) координатизацию, например, посредством координат  $x^k$ , но и внутреннюю (in-) координатизацию, например, посредством координат  $y^\alpha$ , что учитывает внутренние степени свободы. Поэтому элементы пространства состояний  $M_{SS}$ , формирующие остов физической модели, индуцируют метрики  $g_{ij}(x^k, y^\alpha)$ , связности  $\Gamma_{jk}^i(x^k, y^\alpha)$ , величины  $F_{mn}(x^k, y^\alpha)$ , производные  $\nabla_k = \partial/\partial x^k + \Gamma_k^\alpha \partial/\partial y^\alpha \dots$

- Пространство  $B_{(1)}$ , как и другие элементы в конструкции расслоенного многообразия, допускает многоуровневость точек. Так, если точка задана координатами

$$\left( \left( \begin{matrix} x \\ (-2) \end{matrix} \beta + \alpha \right)_{(-2)} \begin{matrix} x \\ (-1) \end{matrix} \beta + \alpha \right)_{(-1)} \begin{matrix} x \\ (0) \end{matrix} \left( \alpha + \begin{matrix} \beta \\ (1) \end{matrix} \begin{matrix} x \\ (1) \end{matrix} \left( \alpha + \begin{matrix} \beta \\ (2) \end{matrix} \begin{matrix} x \\ (2) \end{matrix} \right) \right)_{(2)}$$

мы работаем в модели с пятиуровневым расщеплением. Соответственно требуются изменения частных производных, дифференциалов координат, величин, а также системы их соединений. Соединяя указанные элементы воедино (рис. 4.12). Они образуют строительный материал для физической модели.

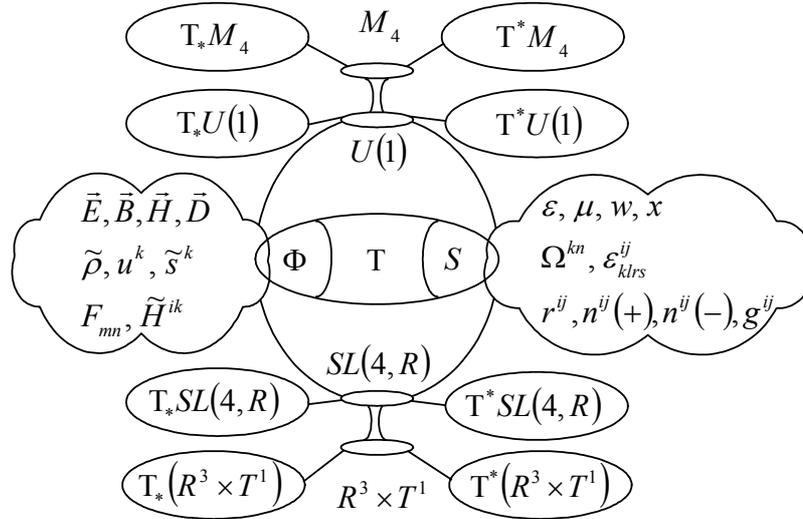


Рис. 4.12. Расслоенное многообразие, следующее из опыта конструирования электромагнитных явлений

## 4.2. СИСТЕМА ЛОКАЛЬНЫХ МЕТРИК СОБЫТИЙ

*Проанализирована природа локальных метрик событий Евклида, Ньютона, Минковского. Рассмотрена модель их кохомологических деформаций.*

В главе 3 показано, что основные уравнения физики могут быть записаны в единой форме. Она содержит три метрики событий:

$$r_{SE}^{ij} = (r^{ij}, n^{ij}, g^{ij}).$$

Возникает вопрос: что является средством для их порождения? Покажем, что все указанные метрики можно рассматривать как конструкции, образованные соединением физически различных элементов пространства состояний в форме  $R^3$  (трехмерного пространства) и  $T^1$  (одномерного времени) посредством критических и экстремальных точек  $\lambda_k$  характеристических полиномов

$$Y = \det \|\lambda I - A\|$$

алгебры, соответствующей группе заполнения  $G_z = V(4) = SL(4, R)$ .

Введем величину

$$\eta_{SE}^{ij} = \text{diag} \left( \underbrace{1, 1, 1}_{R^3}, \underbrace{\lambda_k \cdot 1}_{T^1} \right).$$

Она формально соединяет  $R^3$  и  $T^1$  через дополнение  $R^3$  четвертой компонентой  $\lambda_k \cdot 1$ .

Пусть  $\lambda_k$  соответствует экстремумам  $Y$ . Мы получим, в частности,

$$Y_1 = (\lambda^2 - 1)^2, \quad Y_2 = (\lambda^2 + 1)^2.$$

Отсюда

$$\left. \frac{d^2 Y_1}{d \lambda^2} \right|_{\lambda=0} < 0, \quad \left. \frac{d^2 Y_2}{d \lambda^2} \right|_{\lambda=0} > 0.$$

Критические точки имеет полином  $Y_1$ :

$$\lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = 1.$$

Соединение их с точками экстремумов, которые в данном случае совпадают по значениям

$$\lambda_3 = \lambda_4 = 0,$$

но различны по величинам  $\left. \frac{d^2 Y}{d \lambda^2} \right|_{\lambda=0}$ , дает всю систему величин, порождающих канонические локальные метрики событий. Мы получим

$$r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1), \quad n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, \pm 0), \quad g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

Знаки ( $\pm$ ) перед нулем свидетельствуют о том, что в физике используются два типа пространств Ньютона:

$$\Pi(a): n^j(+)=diag(1, 1, 1, +0), \left. \frac{d^2 Y_1}{d \lambda^2} \right|_{\lambda=0} > 0;$$

$$\Pi(b): n^j(-)=diag(1, 1, 1, -0), \left. \frac{d^2 Y_1}{d \lambda^2} \right|_{\lambda=0} < 0.$$

Первое соответствует когомологически устойчивой метрике Ньютона, второе – когомологически неустойчивой.  $\Pi(a)$  удобно использовать для охватов и проявлений *устойчивых состояний объектов и явлений*.  $\Pi(b)$  удобно использовать для охватов и проявлений событий, которые способны измениться из-за поведения  $\lambda_k$  (например, от  $\lambda_1 = -1$  до  $\lambda_2 = 1$  через  $\lambda = 0$  или в обратном по  $\Delta \lambda$  варианте). Чтобы описывать эти изменения, удобно ввести функцию

$$\Pi = \alpha \det \|XI - A\| + \beta S_p \|XI - A\|.$$

В рассматриваемом случае мы получим полином

$$\Pi = a_1 x^4 + b_1 x^2 + c_1 x + d_1.$$

Назовем его потенциальной функцией деформации метрик событий, ассоциированных с явлением. Преобразуя  $\Pi$ , получим потенциальную функцию катастрофы сборки [122]:

$$V(x, a, b) = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{2} ax^2 + bx.$$

Многообразие катастрофы сборки имеет вид:

$$M_3 = \{(x, a, b) | x^3 + ax + b = 0\}.$$

Задано также особое множество

$$\Delta = \{(x, a, b) | \in M_3 | 3x^2 + a = 0\}$$

и бифуркационное множество

$$D = \{(x, a, b) | 4a^3 = 27b^2\}.$$

Точка сборки

$$\{(a, b)_\xi | 6a = 0\}$$

трижды вырождена. Сепаратриса пространства управления состоит из точки сборки  $\{0\}$  и бифуркационного множества в форме линии складок, описываемой уравнением

$$\left(\frac{a}{3}\right)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 0.$$

Эта полукубическая парабола делит пространство управления на три области:

- область, которая находится за линией складок, такова, что ее точки имеют единственный локальный минимум;
- область внутри линии складок имеет точки с двумя локальными минимумами и одним максимумом;

- область, параметризованная точками бифуркационного множества с одним локальным вырожденным минимумом и одним локальным максимумом. Катастрофа сборки соответствует рис. 4.12. Характеристические полиномы, соответствующие разным значениям параметров ( $a, b$ ) даются рис. 4.13.

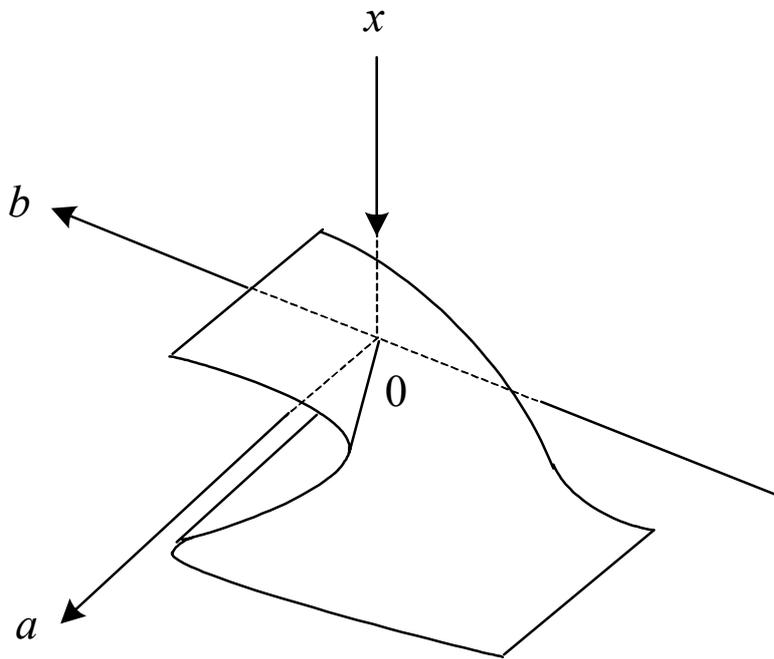


Рис. 4.12. Катастрофа сборки

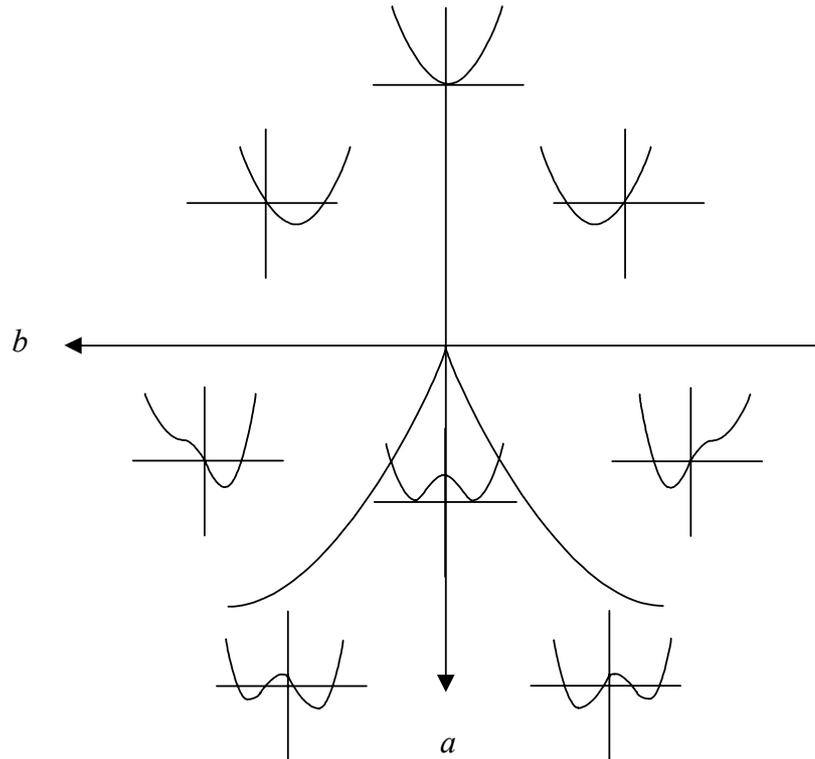


Рис. 4.13. Характеристические полиномы для разных значений  $(a, b)$

Предложенный алгоритм позволяет "увидеть" механизмы изменения метрик событий  $r_{SE}^{ij}$ , допускаемые группой  $G_z = SL(4, R)$ . На оси  $b=0$  мы получаем пару метрик Ньютона, одна из которых устойчива, а вторая – неустойчива к изменению параметра  $b$ . При  $b>0$  метрика Ньютона соответствует  $\lambda \neq 0 > 0$ , при  $b<0$  получим  $\lambda \neq 0 < 0$ .

При  $b>0$  минимум, соответствующий  $g^{ij}$ , больше, чем минимум, соответствующий  $r^{ij}$ , при  $b<0$  ситуация обратная. По этой причине физические явления по-разному зависят от досветового и сверхсветового секторов теории. С физической точки зрения это происходит потому, что мы используем разные состояния РИТОВ, а потому различно поведение поля.

Заметим, что характеристические полиномы не меняются при преобразованиях эквивалентности для генераторов симметрии  $A_s$  по типу

$$\tilde{A}_s = Q A_s Q^{-1}.$$

Но симметрии, которым подчинены решения уравнений, зависят от  $Q$ . Поэтому возможна ситуация, когда "ветер симметрий" срывает плоды, но "не ломает" деревьев: решения получаются разные, зависящие от показателя отношения  $w$ , а метрики  $r^{ij}$ ,  $n^{ij}(\pm 0)$ ,  $g^{ij}$ , которые входят в уравнения, остаются неизменными, хотя бы частично.

### 4.3. ФИЗИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ С ВНУТРЕННИМ ДВИЖЕНИЕМ

*Указан общий алгоритм учета внешних и внутренних движений объектов. Показано, как активный показатель отношения вводит усеченную связность в уравнения Максвелла. Дано новое определение сущности и формы любого опыта.*

Опыт убеждает в том, что любые величины и их изменения имеют внешние и внутренние охваты и проявления. Отнесем их соответственно к координатам  $x^k$  и  $y^\alpha$ . Тогда, например, скаляр  $w$  есть функция  $w = w(x^k, y^\alpha)$ . По этой причине изменение  $w$  должно быть учтено посредством частных производных

$$\partial_k = \partial / \partial x^k, \quad \partial_\alpha = \partial / \partial y^\alpha$$

или некоторых их обобщений.

Чтобы изменения были согласованы друг с другом, проще всего, пожалуй, использовать формализм преобразования систем координат. Пусть

$$x^i = x^i(x^{*j}, y^{*j}), \quad y^\beta = y^\beta(x^{*n}, y^{*\alpha}).$$

Тогда определены величины

$$x_j^i = \partial x^i / \partial x^{*j}, \quad x_\alpha^i = \partial x^i / \partial y^{*\alpha},$$

$$Y_n^\alpha = \partial y^\alpha / \partial x^{*n}, \quad Y_\beta^\alpha = \partial y^\alpha / \partial y^{*\beta}.$$

Получим, соответственно, что

$$w^*(x^*, y^*) = w(x(x^*, y^*), y(x^*, y^*)).$$

Введем дополнительные величины

$$N_j^i(x, y), \quad N_\alpha^i(x, y), \quad N_i^\alpha(x, y), \quad N_\beta^\alpha(x, y).$$

Учтем, что возможны операторы

$$\Delta_i = \partial_i + N_i^j \partial_j + N_i^\alpha \partial_\alpha, \quad \Delta_\alpha = \partial_\alpha + N_\alpha^i \partial_i + N_\alpha^\beta \partial_\beta,$$

$$\Delta_{i^*} = \partial_{i^*} + N_{i^*}^{j^*} \partial_{j^*} + N_{i^*}^{\alpha^*} \partial_{\alpha^*}, \quad \Delta_{\alpha^*} = \partial_{\alpha^*} + N_{\alpha^*}^{i^*} \partial_{i^*} + N_{\alpha^*}^{\beta^*} \partial_{\beta^*}.$$

Учтем, что

$$\begin{pmatrix} \partial_{i^*} \\ \partial_{\alpha^*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i^*}^k & Y_{i^*}^\alpha \\ x_{\alpha^*}^k & Y_{\alpha^*}^\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_k \\ \partial_\alpha \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим

$$\Delta_{i^*} w^* = (\partial_{i^*} + N_{i^*}^{j^*} \partial_{j^*} + N_{i^*}^{\alpha^*} \partial_{\alpha^*}) w = [(\partial_{i^*}^k \partial_k + Y_{i^*}^\alpha \partial_\alpha) + N_{i^*}^{j^*} (x_{j^*}^n \partial_n + Y_{j^*}^\alpha \partial_\alpha) + N_{i^*}^{\alpha^*} (x_{\alpha^*}^n \partial_n + Y_{\alpha^*}^\alpha \partial_\alpha)] w$$

так как, по определению,  $w^* = w$ . Потребуем выполнения условий типа

$$\Delta_{i^*} w^* = x_{i^*}^k (\partial_k + N_k^n \partial_n + N_k^\alpha \partial_\alpha) w.$$

Тогда находим, что

$$N_{i^*}^{j^*} x_{j^*}^n + N_{i^*}^{\alpha^*} x_{\alpha^*}^n = x_{i^*}^k N_k^n, \quad Y_{i^*}^\alpha + N_{i^*}^{j^*} Y_{j^*}^\alpha + N_{i^*}^{\alpha^*} Y_{\alpha^*}^\alpha = x_{i^*}^k N_k^\alpha.$$

Действуя аналогично далее, мы получим всю совокупность величин, присоединенных к явлению, если оно описывается на основе модели внешних и внутренних проявлений и охватов [126]. Указанные величины стандартным способом используются для нахождения всей системы тензоров кривизны и кручения, присоединенных к явлению. Их связи с конкретными физическими величинами следует находить, рассматривая варианты реальных ситуаций.

#### 4.9.1. Обобщенная электродинамика Максвелла

Рассмотрим уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{1}{c} \rho^* \vec{v}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho^*$$

с обобщенными связями между полями и индукциями

$$\vec{D} + w \left[ \frac{\vec{u}}{c}, \vec{H} \right] = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{u}}{c}, \vec{B} \right] \right),$$

$$\vec{B} + w \left[ \vec{E}, \frac{\vec{u}}{c} \right] = \mu \left( \vec{H} + \left[ \vec{D}, \frac{\vec{u}}{c} \right] \right),$$

$$\vec{u} = (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m,$$

$$w = 1 - \exp \left[ -P_0 \frac{\rho^*}{\rho_0} \right].$$

При  $w = \text{const}$  эти уравнения форминвариантны относительно преобразований Игнатовского-Франка-Ротта [21]:

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - dx \frac{v}{c^2} w}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Из уравнений следует выражение для групповой скорости

$$\vec{v}_g = \frac{c \vec{k}}{n k} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) \left[ (1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m \right].$$

В частности, при  $w=0$  получаем зависимость скорости света в вакууме от скорости движения источника излучения

$$\vec{v}_g = \frac{c \vec{k}}{n k} + \vec{u}_{fs}.$$

Запишем эти уравнения иначе, используя условие, что  $w = \text{const}$ . Получим

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \sqrt{w} \operatorname{div} \left( \frac{\vec{B}}{\sqrt{w}} \right) = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\sqrt{w}}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\vec{D}}{\sqrt{w}} \right) + \frac{\sqrt{w}}{c} \frac{\rho}{\sqrt{w}} \vec{v}, \quad \sqrt{w} \operatorname{div} \frac{\vec{D}}{\sqrt{w}} = \frac{\rho}{\sqrt{w}} \sqrt{w}, \\ \frac{\vec{D}}{\sqrt{w}} + \left[ \frac{\vec{u} \sqrt{w}}{c}, \vec{H} \right] &= \frac{\varepsilon}{\sqrt{w}} \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{u} \sqrt{w}}{c}, \frac{\vec{B}}{\sqrt{w}} \right] \right), \\ \frac{\vec{B}}{\sqrt{w}} + \left[ \vec{E}, \frac{\sqrt{w}}{c} \vec{u} \right] &= \frac{\mu}{\sqrt{w}} \left( \vec{H} + \left[ \frac{\vec{D}}{\sqrt{w}}, \frac{\sqrt{w} \vec{u}}{c} \right] \right), \\ \vec{u} &= (1-w) \vec{u}_{fs} + w \vec{u}_m, \quad w = 1 - \exp \left[ -P_0 \frac{\rho}{\rho_0} \right]. \end{aligned}$$

Рассмотрим, какие дополнительные выражения получат уравнения Максвелла, если принять указанные соотношения для случая  $w \neq \text{const}$ . Получим

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\sqrt{w}}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\vec{B}}{\sqrt{w}} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{B} \frac{\partial \ln w}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \frac{\vec{B}}{\sqrt{w}} = \frac{1}{\sqrt{w}} \left( \operatorname{div} \vec{B} - \frac{\vec{B}}{2} \operatorname{grad} \ln w \right), \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \rho \vec{v} + \frac{\sqrt{w}}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\vec{D}}{\sqrt{w}} \right) = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{1}{c} \rho \vec{v} - \frac{1}{2c} \vec{D} \frac{\partial \ln w}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \frac{\vec{D}}{\sqrt{w}} &= \frac{\rho}{\sqrt{w}} = \frac{1}{\sqrt{w}} \left( \operatorname{div} \vec{D} - \frac{1}{2} \vec{D} \operatorname{grad} \ln w \right). \end{aligned}$$

Чтобы оценить, что получено, введем симметричный тензор

$$g_{ij} = \operatorname{diag}(1, 1, 1, w^{-1}).$$

Тогда

$$g = \det \|g_{ij}\| = \frac{1}{w}, \quad g^{ij} = \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial g_{ij}} = \operatorname{diag}(1, 1, 1, w).$$

Согласно Схоутену [19], получим свернутую связность

$$\Gamma_{nk}^k = \frac{1}{2} \partial_n \ln g = -\frac{1}{2} \partial_n \ln w.$$

Введем функцию

$$\sigma(i, j) = \begin{cases} 0, & i, j \neq 0, \\ 1, & \forall i, j = 0. \end{cases}$$

Получим уравнения

$$\begin{aligned} \left( \partial^i + \sigma(i, k) \delta_i^n \left( -\frac{1}{2} \right) \partial_n \ln w \right) \tilde{H}^{ik} &= \tilde{s}^k, \\ \left( \partial^i + \sigma(i, k) \delta_i^n \left( -\frac{1}{2} \right) \partial_n \ln w \right) F^{ik} &= 0. \end{aligned}$$

Фактически нами использовано "усеченное" удлинение производных:

$$(\partial^i + B_i)\tilde{H}^{ik} = \tilde{s}^k, (\partial^i + B_i)F^{ik} = 0,$$

где

$$B_i = \sigma(i, k)\delta_i^n \Gamma_{nl}^l.$$

#### 4.9.2. Сущность и формы опыта

Человеку свойственно поведение, ассоциированное с его воспитанием и обучением, которые формируют понятия для управления своей жизнью. Наиболее общие понятия таковы: место, время, движения, отношения. Понятия части, длительности, поведения, взаимодействия расширяют и углубляют их. Каждый субъект вкладывает в эти слова смысл, соответствующий уровню его развития. Рационально изобразить опыт в форме, аналогичной некоторой площади, а понятия – в форме дорог, соединенных с этой площадью. Дороги могут быть извилистыми и иметь много ответвлений, а на площади может быть выстроено несколько удивительных зданий, образуя "центральный город". Между улицами могут быть расположены другие площади и тропинки, к ним ведущие. Если назвать улицы и переулки рецепторами, а площадки назвать точками, мы получим конструкцию, которую можно назвать РИТОМ (рис. 4.14).

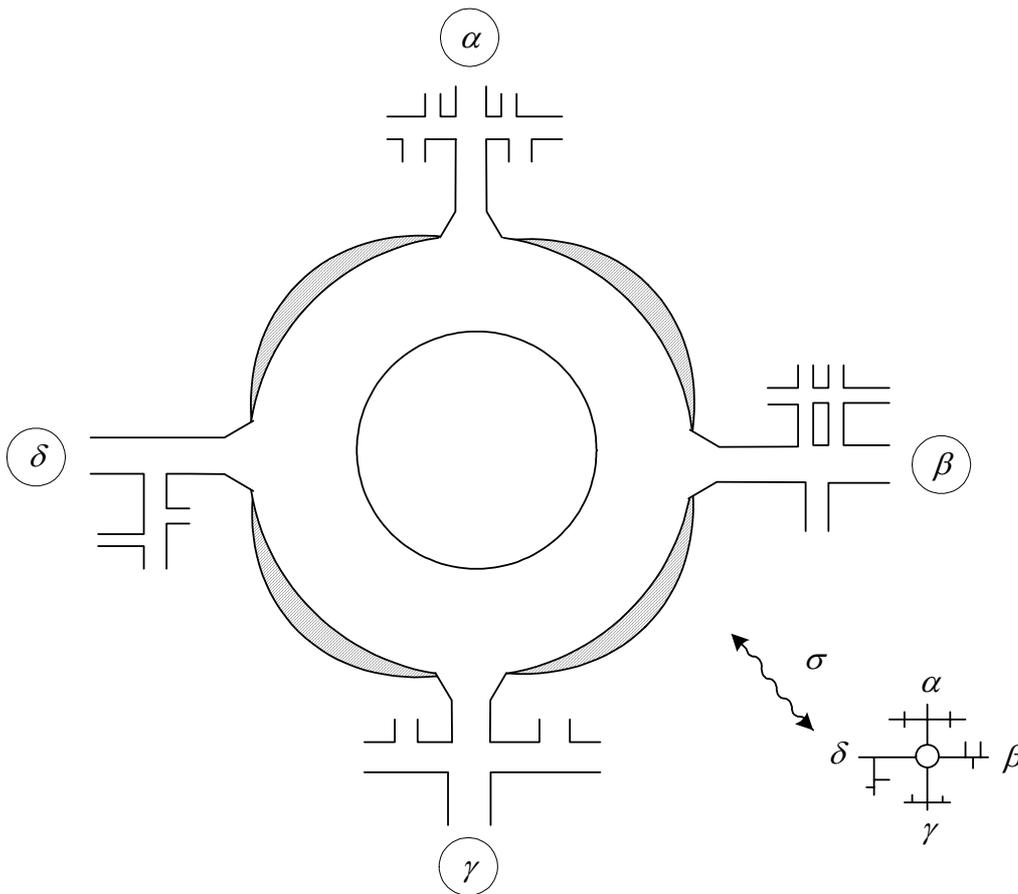


Рис. 4.14. Иллюстрация понятия РИТ  
( $\alpha$  - место,  $\beta$  - время,  $\gamma$  - движения,  $\delta$  - отношения,  $\sigma$  - софистатность)

Легко видеть, что каждый физический объект может быть представлен РИТОМ. Если же ввести в рассмотрение пространства, посредством которых отображается духовный опыт: ментальное, чувственное, психологическое состояние субъекта, то можно по-

строить РИТ духовного опыта. В реальной практике мы имеем дело с конструкцией, соединяющей два типа РИТОВ. Таков *живой объект*. Он выполняет присущие ему функции. Поэтому правильно определить КОФУ: конструкцию с функциями, полагая, что и конструкции и функции имеют тип РиТа. Обычно КОФУ состоит из ПОДКОФУ, тех частей, из которых составлена общая конструкция. Фактически речь идет о системе КОФУ (рис. 4.15). КОФУ имеют свойства, которые роднят ее с другими КОФУ или же отличают их друг от друга. Эти соответствия и отличия могут быть многогранными, многоуровневыми, многофункциональными, всю их совокупность назовем словом СОФИСТАТНОСТЬ. Тогда мы приходим к основному факту: *весь физический мир, а также каждая из его функционирующих частей есть СОФИСТАТНЫХ КОФУ СИСТЕМА (СКФС)*. Понятно, что это есть также наша *основная фантазия*, потому что ни стороны, ни свойства всего мира, равно как многие стороны и свойства конкретных объектов недоступны нашему опыту. Более того, есть основания полагать, что существует информация, которая недоступна человеку в принципе.

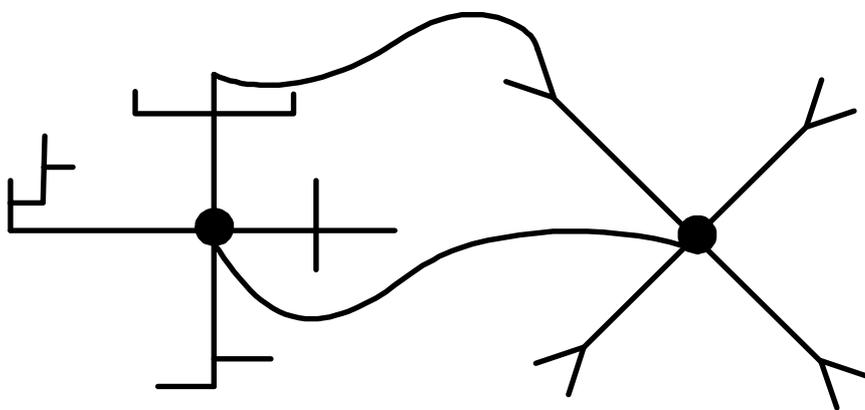


Рис. 4.15. Иллюстрация КОФУ (системы РИТОВ)

## 4.4. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЛОКАЛЬНЫЕ МЕТРИКИ СОБЫТИЙ $SE$ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ МАКСВЕЛЛА

*На примере электродинамики Максвелла показано, что с алгебрами, используемыми для заполнения и проявления физических моделей, ассоциированы локальные метрики. По этой причине пространственно-временные свойства "несут на себе" алгебраическую сущность физических объектов и явлений. Сделано предположение, что именно диагональные метрики ответственны за взаимное превращение бозонов и фермионов.*

Обратимся к группе  $V(4) = (U(1) \times SL(2, R)) \otimes (U(1) \times SL(2, R))$ . Она превращается в алгебру  $F(4)$  при введении операций коммутирования

$$[\xi, \eta] = \xi\eta - \eta\xi$$

и антикоммутирования

$$\{\xi, \eta\} = \xi\eta + \eta\xi.$$

Для каждой пары элементов выполняется условие  $[\xi, \eta] = 0$  или  $\{\xi, \eta\} = 0$ .

Уравнения Максвелла, как показано в главах 1 и 3, могут быть представлены в форме  $GAG$ -модулей, дополненных метриками пространства событий  $SE$

$$g_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad r_{\alpha\beta} = r^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1), \quad n_{\alpha\beta} = n^{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$$

канонического вида. Покажем, что эти метрики естественны для группы  $V(4)$  и полугрупп  $\Omega(4)$ . Они достаточны для записи в единой форме уравнений Ньютона, Максвелла, Дирака, Шредингера. Введем обозначения для элементов матриц:  $\circ : A_\alpha$ ;  $\bullet : B_\alpha$ ;  $\square : E_{ij}$ . Зададим одной чертой производные  $\partial_\beta$ , а двумя чертами компоненты четырехскоростей  $u^\beta$ . Пусть метрика будет обозначена стрелками, положительная ориентация которых задает знак (+). Графические диаграммы для уравнений Максвелла представим на рис. 4.16÷4.18. Связи между полями и индукциями аналогичны структуре дифференциальных уравнений, но сложнее их.

$$\text{Тип А): } g^{\alpha\beta} A_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \bar{\Psi}) + r^{\alpha\beta} B_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \Psi) = 0.$$

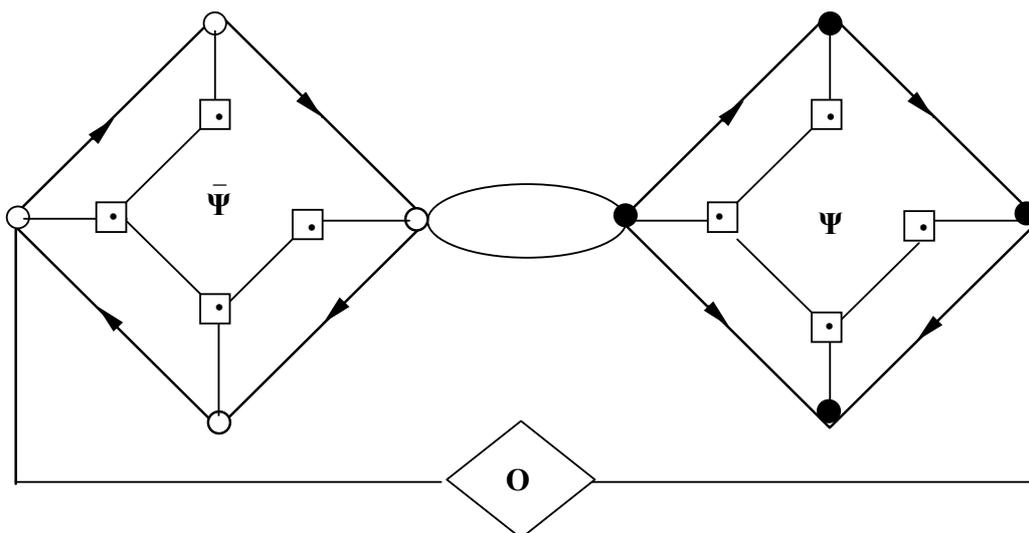


Рис. 4.16. Графическая диаграмма динамики полей  $F_{mn}$

Тип В):  $\rho u^k = r^{\alpha\beta} A_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \bar{\varphi}) + g^{\alpha\beta} B_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \varphi)$

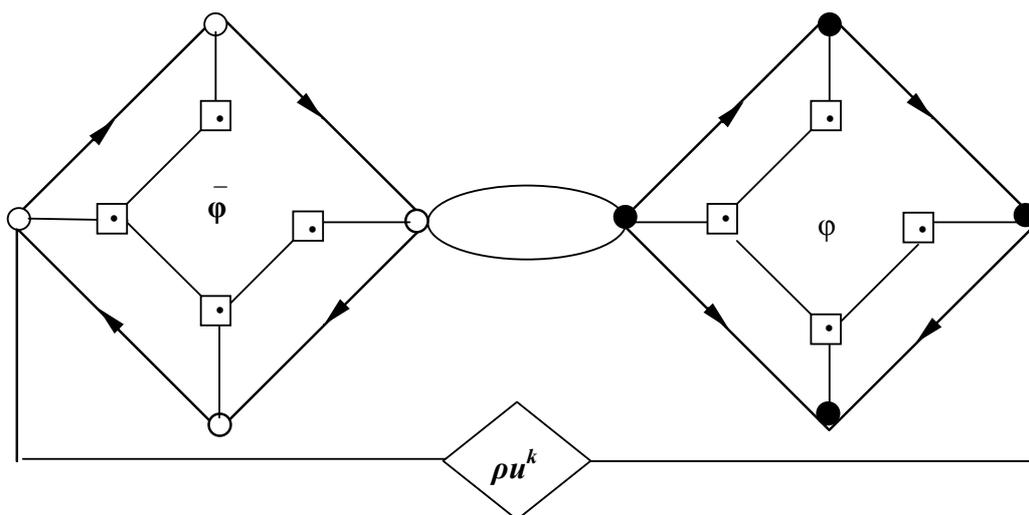
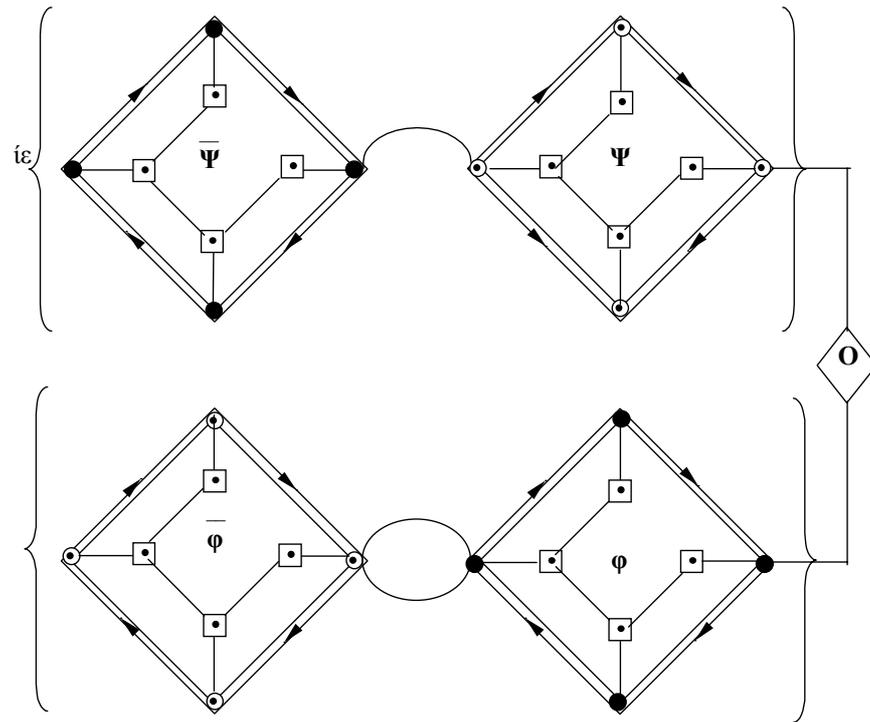


Рис. 4.17. Графическая диаграмма динамики индукций  $H^{ik}$

A\*)  $i\varepsilon(g_{\alpha\beta} B^\alpha u^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\Psi} - r_{\alpha\beta} A^\alpha u^\beta E_{ij} n^{ij} \Psi) = r_{\alpha\beta} A^\alpha u^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\varphi} + g_{\alpha\beta} B^\alpha u^\beta E_{ij} n^{ij} \varphi :$



$$B^*) i\mu(r_{\alpha\beta} B^\alpha u^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\varphi} - g_{\alpha\beta} A^\alpha u^\beta E_{ij} n^{ij} \varphi) = g_{\alpha\beta} A^\alpha u^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\Psi} + r_{\alpha\beta} B^\alpha u^\beta E_{ij} n^{ij} \Psi :$$

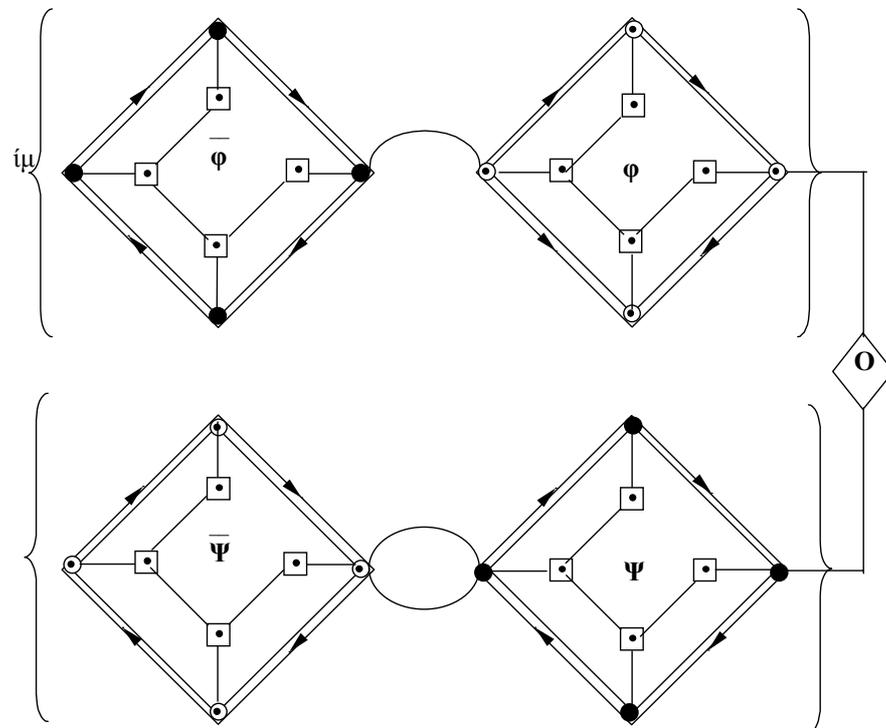


Рис. 4.18. Графические диаграммы для связей в электродинамике Максвелла

Сопоставим числам графическое изображение в виде

$$0 \rightarrow *, \quad 1 \rightarrow \cup, \quad -1 \rightarrow \cap.$$

Тогда имеют место произведения

$$* = * * = * \cup = * \cup,$$

$$\cup \cup = \cup = \cap \cap, \quad \cup \cap = \cap = \cap \cup.$$

Базис алгебры группы  $V(4)$  получает новый вид. Например, имеем

$$c^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \cup & * & * & * \\ * & \cap & * & * \\ * & * & \cup & * \\ * & * & * & \cap \end{pmatrix}.$$

Задавая графический вид уравнений физической теории, мы получаем новую возможность: изучение явления на основе закона взаимодействия объектов ( $\cup, *, \cap$ ), входящих в функциональные уравнения.

Как показал предыдущий анализ, пара  $V(4), \Omega(4)$  достаточна, чтобы записать в форме GAG- модуля основные физические уравнения. В группе  $V(4)$  имеется пять подгрупп, состоящих из трех элементов (не считая единицы). Удобно использовать их представление графической диаграммой (рис. 4.19).

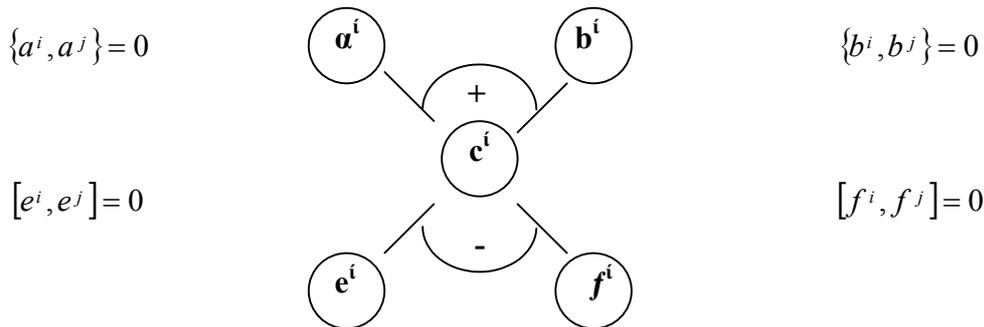


Рис. 4.19 Графическое представление группы  $V(4)$

Автоморфизм  $\xi^{-1} \hat{g} \xi = \hat{g}'$ , где  $\xi \in c^i$ , "переводит" коммутующие подалгебры  $(a^i, b^i)$  в антикоммутирующие  $(e^i, f^i)$  и обратно.

Матрицы  $(c^i)$  не используются непосредственно в уравнениях физической модели. Однако в GAG-модулях есть метрики  $g^{ij}, r^{ij}, n^{ij}$ . Это наводит на мысль, что подгруппа  $(c^i)$  выполняет метрическую роль. Так получится, если использовать соответствия:

1.  $E \rightarrow g_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ ;
2.  $0.5(E + c^1 - c^2 + c^3) \rightarrow r_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$ ;
3.  $0.5(g_{\alpha\beta} + r_{\alpha\beta}) \rightarrow n_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ .

На основе указанных метрик  $\xi_{\alpha\beta}$  введем интервал событий  $SE$ , необходимый в электродинамике Максвелла для связи полей и индукций:

$$dS_{SE}^2 = \xi_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta.$$

При выборе координат

$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ict$$

величина  $g_{\alpha\beta}$  задает метрику Минковского,  $r_{\alpha\beta}$  - сверхсветовую метрику,  $n_{\alpha\beta}$  - метрику Ньютона. Если  $x^0 = ct$ , метрики  $(g_{\alpha\beta}, r_{\alpha\beta})$  меняются своими ролями. Мы, очевидно, имеем дело с каноническими метриками. Они соответствуют выбору элементов, совпадающих со значениями корней характеристического полинома матриц, представляющих группу:  $\xi_{00} = \lambda_i = \pm 1$ . Используя метрики  $(g_{\alpha\beta}, r_{\alpha\beta}, c_{\alpha\beta})$  в форме деформатора матриц  $\hat{g} \in V(4)$  согласно условию

$$\xi^{-1} \hat{g} \xi = \hat{g}',$$

мы обнаруживаем, что  $\xi = g \Rightarrow g_{\alpha\beta}$  оставляет элементы  $\hat{g} \in V(4)$  на месте,  $\xi = r \Rightarrow r_{\alpha\beta}$  меняет подгруппы

$$a^i \leftrightarrow b^i, \quad e^i \leftrightarrow f^i,$$

а  $\xi = c \Rightarrow c_{\alpha\beta}$  задает изменение вида

$$a^i \leftrightarrow f^i, \quad b^i \leftrightarrow e^i.$$

На рис. 4.20 изображено влияние внутренних автоморфизмов, индуцированных  $c^i$ .

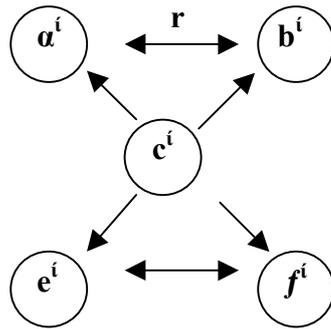


Рис. 4.20. Графическая диаграмма трансформации матриц в группе  $V(4)$

Будем считать, что группа  $(c^i)$  "ответственна" за метрику событий. Известно, что коммутующей алгебре соответствует состояние частиц целого спина, а антикоммутирующей алгебре - нецелого спина. В нашем случае  $(a^i, b^i) \Rightarrow Z$ ,  $(e^i, f^i) \Rightarrow Z/2$ . Следовательно,  $c^i$  перемешивает спиновые состояния. Возникает предположение, что именно диагональные матрицы "ответственны" за взаимное преобразование бозонов и фермионов.

Поскольку с группой  $V(4)$  ассоциируется динамика физических явлений, она "заполняет" явление, будем называть  $V(4)$  группой заполнения физической модели. Однако физическая модель имеет содержание только после того, как определены физические величины. Они задаются, "проявляются" проекционной квазигруппой  $\Omega(4)$ , которую будем называть квазигруппой проявления физической модели. Введем  $\Omega(4)$  явно:

$$\Omega_p = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Имеем

$$\Omega_\rho^2 = \Omega_\rho, \quad \Omega_\rho \Omega_s = 0, \quad \rho \neq s.$$

Выберем новую форму метрик для физической модели, задавая пространство событий  $SE$  по квазигруппе проявлений. Пусть

$$\Psi : \xi_{ij} \Rightarrow \varphi^\rho \Omega_\rho,$$

где  $\Psi^\rho$  - функции. Тогда

$$\xi_{ij} |_{\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3} = g_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad \varphi_4 = 1,$$

$$\xi_{ij} |_{\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=1} = r_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1), \quad \varphi_4 = -1,$$

$$\xi_{ij} |_{\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=1} = n_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0), \quad \varphi_4 = 0.$$

Группа заполнения и квазигруппа проявления задают *фундаментальный дубль локальных метрик событий* для физических моделей. Используя подгруппы  $(e^i, f^i)$ , имеем полусумму  $R^\rho$  и полуразность  $Q^\rho$  их элементов:

$$R^\rho = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$Q^\rho = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Обозначим

$$\Lambda^\rho = \{\Omega^\rho, R^\rho, Q^\rho\}.$$

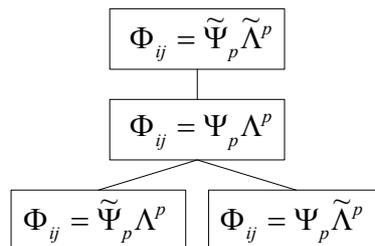
Введем симметричное тензорное поле

$$\Phi_{ij} = \Psi_\rho \Lambda^\rho.$$

Его можно получить иначе:

$$g^{ij} \xi_i \bar{\Psi}_j + r^{ij} \eta_i \Psi_j = \Phi_{ij}.$$

Рассмотрим варианты изменения  $\Phi_{ij}$ . согласно схеме:



Тогда при формальной записи

$$\tilde{\Phi}_{ij} = \overset{\bullet}{\Phi}_{ij} \oplus \overset{1}{\Phi}_{ij} \oplus \overset{2}{\Phi}_{ij} \oplus \overset{3}{\Phi}_{ij}$$

им соответствуют следующие ситуации:

- $\overset{1}{\Phi}_{ij}$  - "поля" меняются,  $\Lambda^p$  - постоянны;
- $\overset{2}{\Phi}_{ij}$  - "поля" постоянны,  $\Lambda^p$  - меняются (деформируется базис алгебры);
- $\overset{3}{\Phi}_{ij}$  - и "поля" и  $\Lambda^p$  - переменны.

Третий вариант самый сложный, особенно когда  $\tilde{\Psi}_\rho$  и  $\tilde{\Lambda}_\rho$  согласованы друг с другом.

Именно так реализуется, согласно главе 1, динамика инерции электромагнитного поля. Каждому изменению указанного типа можно поставить в соответствие весовые функции  $\alpha(x)$ ,  $\beta(x)$ ,  $\gamma(x)$ , которые будут связывать указанные деформации, задавая

$$\left( \tilde{\Phi}_{ij} = \alpha(x) \overset{1}{\Phi}_{ij} + \beta(x) \overset{2}{\Phi}_{ij} + \gamma(x) \overset{3}{\Phi}_{ij} \right).$$

Поэтому из общих соображений следует, что динамика локальной метрики выходит за пределы правила дифференцирования произведения элементов. Значит, тензоры кручения и кривизны, используемые в физической модели и ассоциированные со связностью, могут представлять собой сложные нелинейные объекты, задавая нелинейную связность. Они получаются суперпозицией указанных элементов и их производных разных порядков по типу композитов (глава 3). Поэтому динамика локальной метрики сложна. Изменение полей  $\Psi_\rho \rightarrow \tilde{\Psi}_\rho$  при фиксированном базисе алгебры  $\Lambda_\rho = const$  является способом учета только одного типа динамической деформации локального базиса. Он применяется, в частности, в теории гравитации Эйнштейна А. В этом подходе тензор гравитации  $\eta_{ij}$  дополняет метрику Минковского  $\gamma_{ij}$ :

$$\Psi_\rho \rightarrow g_{ij} = \gamma_{ij} + \eta_{ij} + \dots$$

Анализ динамики несобственной инерции электромагнитного поля, выполненный в главе 1 и согласующийся с экспериментом, показывает, что метрика Минковского является переменной величиной  $\gamma_{ij} \rightarrow \tilde{\gamma}_{ij}$ . Ее изменения выражаются через величину

$$w = \det \tilde{\gamma}^{ij} \in H_0(V(4), R),$$

где  $H_0(V(4), R)$  - нулевая группа когомологий для группы  $V(4)$ . Тогда

$$w = S p(\tilde{\gamma}^{ij} - n^{ij}) \in H_0(V(4), R)$$

показывает "когомологическое" отклонение метрики  $\gamma^{ij}$  от абсолютной метрики Ньютона  $n^{ij}$ . Величина

$$1 - w = S p(\gamma^{ij} - \tilde{\gamma}^{ij})$$

задает когомологическое "отклонение" состояния, в котором находится физическое явление, от канонического. Локальные условия реализуются в физическом эксперименте, что дополнительно увеличивает интерес к изучению динамики локальной метрики. В предлагаемом варианте используется шесть локальных метрик, формируя пространство явлений -  $SE$  и пространство объектов -  $SS$ .

Из анализа локальных экспериментов имеем две основные схемы, принятые в настоящее время. Во-первых, возможна прямая связь решений системы уравнений, моделирующих явление, с данными эксперимента. Таков подход физиков со времен Ньютона (путь  $\alpha\beta$ ). Во-вторых, возможна не прямая (использующая дополнительные элементы) связь решений, полученных из физической модели и симметрии  $G$ , с данными эксперимента. Таков подход физиков со времен Эйнштейна (путь  $\alpha\gamma\beta$ ). Представим их на рис. 4.21.

В обоих подходах достигается совпадение результатов расчета с экспериментом. Совпадение расчета и эксперимента подтверждает корректность элементов, используемых в расчетной модели. Однако при измерениях, как и при сравнении расчета с экспериментом, не могут быть непосредственно проверены ни абсолютности, ни относительности длины и времени. По этой причине допустимы разные варианты расчетных схем и разные интерпретации результатов расчета и эксперимента. Так, ничему не противоречит, из самых общих соображений, использование абсолютного эталона длины и времени для отдельного наблюдателя, если физическая модель, построенная на этой основе, дает расчетные данные, согласующиеся с экспериментом. Такой вариант предложен в главе 1, где электродинамика Максвелла рассматривается без использования симметрий, а потому без специальной теории относительности. Физическая модель с учетом динамики инерции и единичный наблюдатель с абсолютным эталоном длины и времени оказались достаточны, чтобы описать известные факты и предсказать новые. Этот вариант соответствует подходу Ньютона.

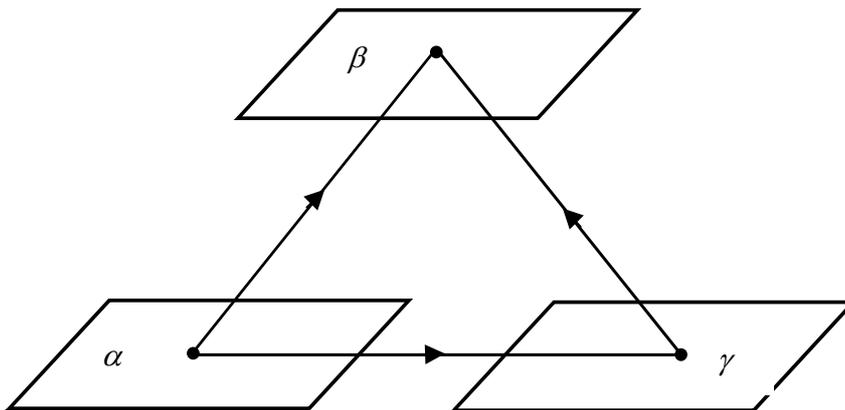


Рис. 4.21. Две схемы анализа экспериментов

Подход Эйнштейна, имеющий черты социологического опыта, основан на использовании экспериментальных результатов группы исследователей с последующим сравнением данных, полученных при разных условиях, например, при разных скоростях движения относительно друг друга. Он предполагает дополнительное звено: использование группы симметрии  $G$ , которая позволяет сопоставить как эталоны для разных наблюдателей, так и результаты их измерений. При этом многие выводы косвенны потому, что группа  $G$  одновременно является группой инвариантности уравнений физической модели.

В этом варианте теория явления существует только с дополнением ее симметрией  $G$  и потому сравнение расчета с экспериментом основано как на решениях уравнений физической модели, так и на симметрии. Появляются две "точки опоры", а вместе с ними и новые возможности интерпретации. Но совпадение расчета с опытом доказывает не относительность длины или времени, а только полезность дополнения модели симметрией и ее следствиями. Оба указанных подхода существенно по-разному описывают и интерпретируют результаты.

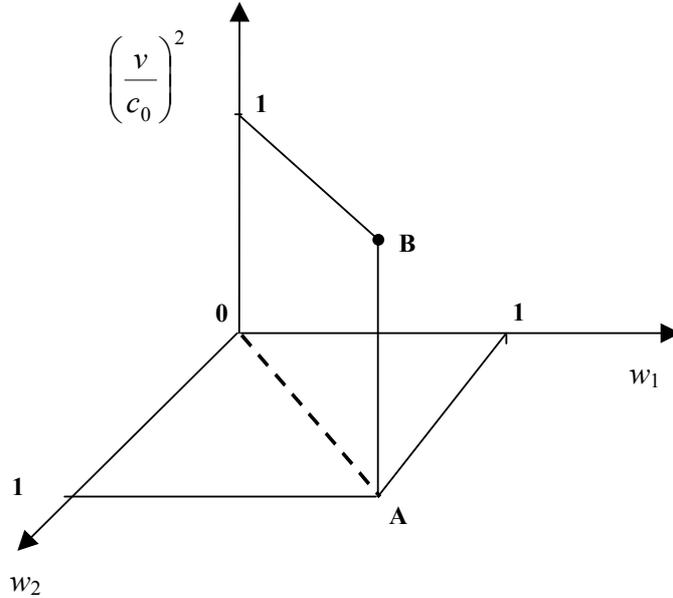


Рис. 4.22. Инерционное состояние электромагнитного поля

Нами установлено, что динамика инерции электромагнитного поля задается группой когомологий  $H_0(V4, R)$ . Величина  $w \in H_0(V4, R)$ , согласно Эйнштейну, для обоих инерциальных наблюдателей одна и та же  $w_1 = w_2 = 1$ , а скорость не может превысить значение скорости света в вакууме  $v \leq c_0$ . В такой модели различие результатов измерений имеет кинематическую природу, что соответствует инвариантности локальной метрики Минковского  $g_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ . Построим допустимую диаграмму состояний в трехмерном пространстве с координатами (рис. 4.22)

$$\left( \frac{v^2}{c_0^2}, w_1, w_2 \right).$$

Согласно Эйнштейну, все допустимые значения скоростей расположены на отрезке  $[AB]$ , причем для материальных тел  $v < c_0$ . Согласно новой модели, ограничений на величину скорости нет, как и на величины  $w_1$  и  $w_2$ . Поэтому расчету и эксперименту доступно все пространство состояний (рис. 4.23).

Новая модель обходится без ограничений специальной теории относительности. Если ее выводы подтвердятся опытом, она в состоянии будет "охватить" модель Эйнштейна как частный случай общей теории.

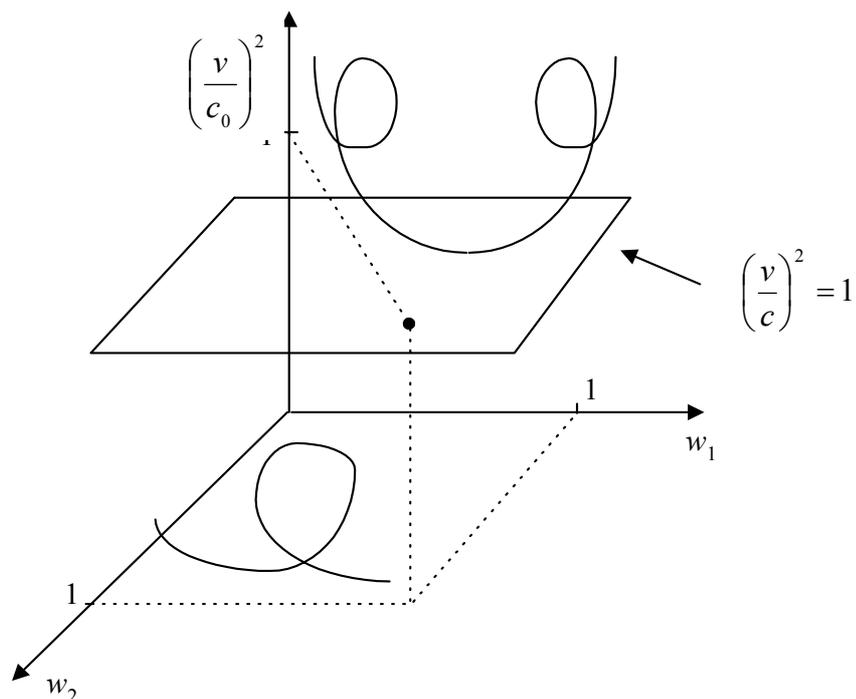


Рис. 4.23. Иллюстрация допустимых вариантов изменения состояний поля

#### 4.4.1. Алгебра локальных метрик

Выберем образующие  $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  со свойствами

$$\dots X^n = \dots = X^2 = X \dots Y^2 = Y = Y^3 \dots Y^n \dots$$

Для них имеем

$$X \otimes X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X \otimes Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$Y \otimes X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y \otimes Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Расположим их (рис. 4.24).

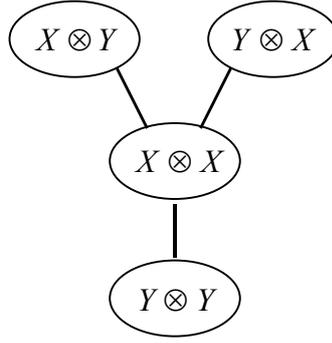


Рис.4.24. Суперпозиции для локальных метрик

Рассмотрим всевозможные суммы и разности. Они способны сформировать базис алгебры, которую назовем *метрической*. В частности, имеем комбинаторику соединений

$$E = g^{ab} = X \otimes X + X \otimes Y + Y \otimes X + Y \otimes Y \quad (\alpha)$$

$$\left. \begin{aligned} c^3 &= X \otimes X + X \otimes Y - Y \otimes X - Y \otimes Y \\ c^1 &= X \otimes X + Y \otimes X - X \otimes Y - Y \otimes Y \\ c^2 &= X \otimes X + Y \otimes Y - X \otimes Y - Y \otimes X \end{aligned} \right\} \quad (\beta)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma^1 &= r^{ab} = X \otimes X + X \otimes Y + Y \otimes X - Y \otimes Y \\ \sigma^2 &= X \otimes X - X \otimes Y + Y \otimes X + Y \otimes Y \\ \sigma^3 &= X \otimes X + X \otimes Y - Y \otimes X + Y \otimes Y \end{aligned} \right\} \quad (\gamma)$$

$$\kappa^1 = X \otimes X - X \otimes Y - Y \otimes X - Y \otimes Y \quad (\delta)$$

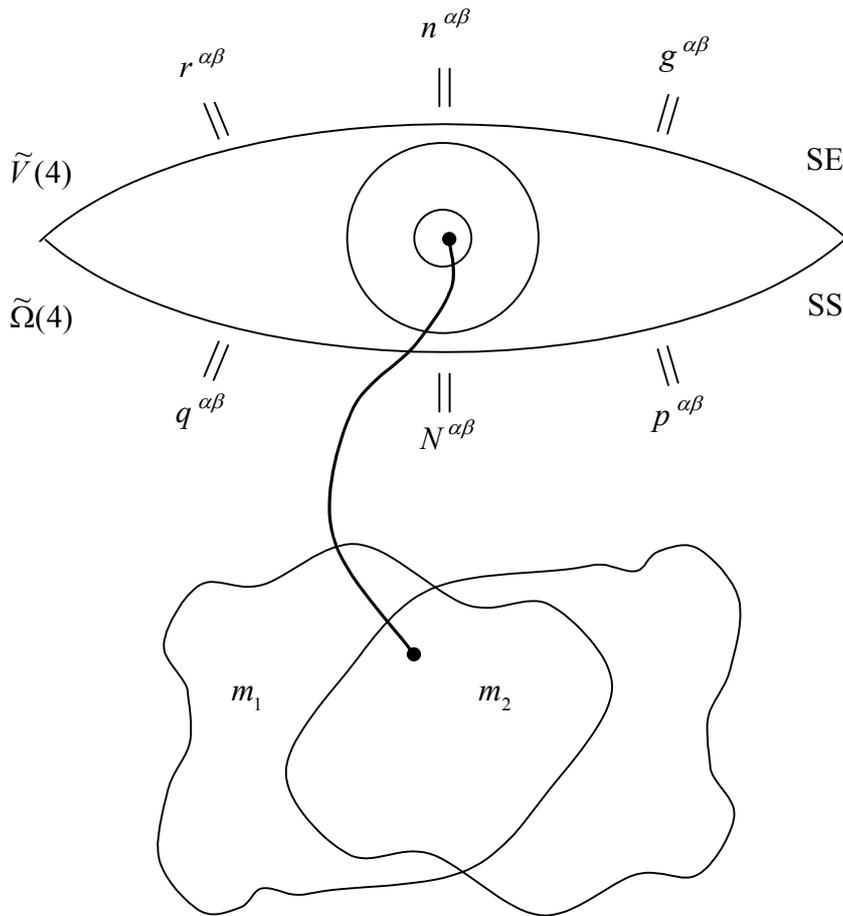
Ранее выяснено, что элементы  $(E, c^1, c^2, c^3)$  образуют алгебру, для которой  $\{c^i, c^j\} = g_k^{ij} c^k$ .

Эта алгебра по своей сути "отвечает" за метрические свойства пространства событий  $SE$  и допускает метрику состояний  $SS$  вида

$$n^{ab} = 0.5(g^{ab} + r^{ab}) = X \otimes X + X \otimes Y + Y \otimes X.$$

Но такими свойствами могут обладать и другие алгебры.

### 4.5. РАСЩЕПЛЕННОСТЬ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ



На основе анализа уравнений Максвелла выдвинута идея, что глобальное пространство-время имеет фундаментальную локальную расщепленность, состоящую в том, что его расслоение есть прямая сумма пространства событий  $SE$  и пространства состояний  $SS$  со своими метриками, связностями, динамиками. Эта расщепленность индуцирует многообразие ситуаций, реализуемых в физических моделях.

Теория Максвелла в форме  $GAG$ -модуля допускает естественный синтез абсолютных и относительных свойств пространства-времени. Действительно, мы имеем уравнения

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{SE} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 g^{\alpha\beta} A_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \bar{\Psi}) + r^{\alpha\beta} B_\alpha \partial_\beta (E_{ij} n^{ij} \Psi) = 0 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \textcircled{SS}
 \end{array}$$

В них метрики  $(g^{\alpha\beta}, r^{\alpha\beta})$  задают относительные свойства пространства-времени, формируя пространство явлений (событий)  $SE$ . Метрика  $n^{ij}$  задает абсолютные свойства пространства-времени, которые сопоставим пространству объектов (состояний)  $SS$ . Следуя главе 3, будем считать, что в физической модели пара группоидов,

например,  $V(4) = G_a$ ,  $\Omega(4) = G_b$ , образуют единое целое, они "заполняют" и "проявляют" физическое явление, используя для этого индуцируемые ими метрики. С целью обобщения, по аналогии с приведенным рассуждением, примем постулат: "все и всегда имеет свою фундаментальную пару, образуя единое целое".

Примером  $f$ -пары в электродинамике являются поля  $F_{mn}$  и индукции  $H^{in}$ . Скорость среды  $\vec{u}_m$  и скорость первичного источника излучения  $\vec{u}_{fs}$  следует, по-видимому, рассматривать как  $f$ -пару. С теоретической и практической точек зрения важно найти и использовать все  $f$ -пары. С принятием постулата пары фундаментальная расщепленность пространства-времени становится естественной. Она и раньше была известна и использовалась в физике. С одной стороны, имеются физические объекты со своими размерами, формой, объемом, со своими пространственно-временными свойствами, формируя пространство объектов (состояний)  $SS$ . С другой стороны, есть явление и его величины, которые имеют свои параметры, которые можно рассматривать в пространстве явлений (событий)  $SE$ . Они связаны друг с другом. В частности, движение частей объектов или движение по отношению к другим объектам задаются в пространстве  $SE$ , объект проявляет себя механическим движением. В физике издавна была принята точка зрения, что  $SS$  и  $SE$  тождественны как по форме, так и по содержанию. Согласно Ньютону, так использовалось многообразие  $R^3 \times T^1$  с метрикой  $SS^1 = SE^1 \Leftrightarrow n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ . Согласно Эйнштейну, так использовалось многообразие с метрикой Минковского  $SS^2 = SE^2 \Leftrightarrow g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ .

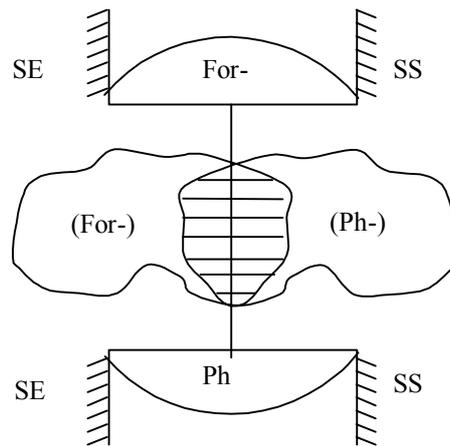


Рис. 4.25. Вариант соединения пространств

Понять, что в реальной практике следует использовать разные пространства  $SS$  и  $SE$ , непросто. Эту идею трудно понять. Хотя математически она очень проста: локальное пространство-время, согласно постулату пары, состоит из двух локальных пространств, одно из которых абсолютно и способно описывать объекты, а другое относительно и описывает их относительные движения. В частности, допустима прямая сумма "абсолютных" и "относительных пространств"  $NE = SS^1 \oplus SE^2$ , когда  $SS^1$  соответствует Ньютону, а  $SE^2$  - модели Минковского. В общем случае глобальное пространство-время, рассматриваемое как дифференцируемое многообразие, согласно постулату  $f$ -пары, обязано иметь в каждой своей точке пару пространств  $SS^j, SE^j$ . Их структура обусловлена математическими и физическими возможностями и потребностями моделирования явлений. Они могут быть похожи или существенно отличаться. Из общих соображений выделяются по меньшей мере три области соответствия, в каждой из которых

будет своя математическая и физическая пара пространств  $SS$  и  $SE$  (рис. 4.25). Всего таких ситуаций будет столько, сколько соединений допускает структура математических ( $For$ -) и физических ( $Ph$ -) многообразий, а также их система, достаточная для конкретного явления. Заметим, что физические симметрии могут не следовать из формального анализа, а дополнять его, задавая, например, гомологическую активность симметрий. Примем естественную для физиков точку зрения, что пространство  $SS$  может иметь те же свойства и параметры, что и пространство  $SE$  и что верно обратное. Поэтому между ними возможна аналогия  $\varphi : SS \leftrightarrow SE$ . Она может иметь место по метрикам, связностям и динамике. Общая картина возможных вариантов, следующая из анализа метрик, используемых в уравнениях Максвелла, задается рис. 4.26.

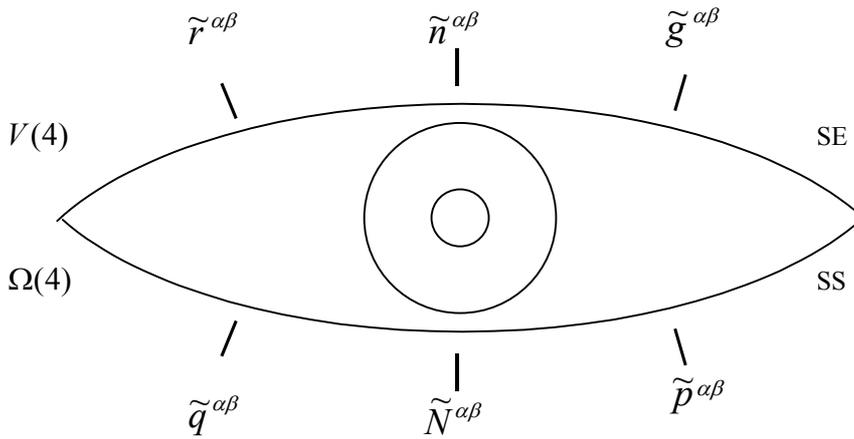


Рис. 4.26. Система локальных метрик

В пространстве  $SE$  есть переменные метрики

$$\tilde{r}^{\alpha\beta}, \tilde{n}^{\alpha\beta}, \tilde{g}^{\alpha\beta},$$

в пространстве  $SS$  есть переменные метрики

$$\tilde{q}^{\alpha\beta}, \tilde{N}^{\alpha\beta}, \tilde{p}^{\alpha\beta}.$$

Соединение в единое целое абсолютных (в форме  $R^3 \times T^1$ ) и относительных (в форме  $M_4$ ) свойств пространства и времени, досветовых ( $g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ ) и сверхсветовых ( $r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$ ,  $n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ ) метрик выглядит естественно. Оно математически очевидно и физически допустимо. Использовать  $R^3 \times T^1$ , в согласии с экспериментом, допустимо в общековариантном подходе. Если в теории Максвелла метрика  $n^{ij}$  "скрыта", то в теории Шредингера, например, она используется явно. Представим активные локальные метрики графической диаграммой (рис. 4.27). Уточним ситуацию. Во-первых, метрики  $(\tilde{r}^{\alpha\beta}, \tilde{n}^{\alpha\beta}, \tilde{g}^{\alpha\beta})$  могут рассматриваться как самостоятельные локальные структуры, индуцированные когомологической активностью симметрий  $V(4)$ ,  $\Omega(4)$ . Мы имеем управляющие группы

$$w_1(x, t), w_2(x, t), \varepsilon(x, t).$$

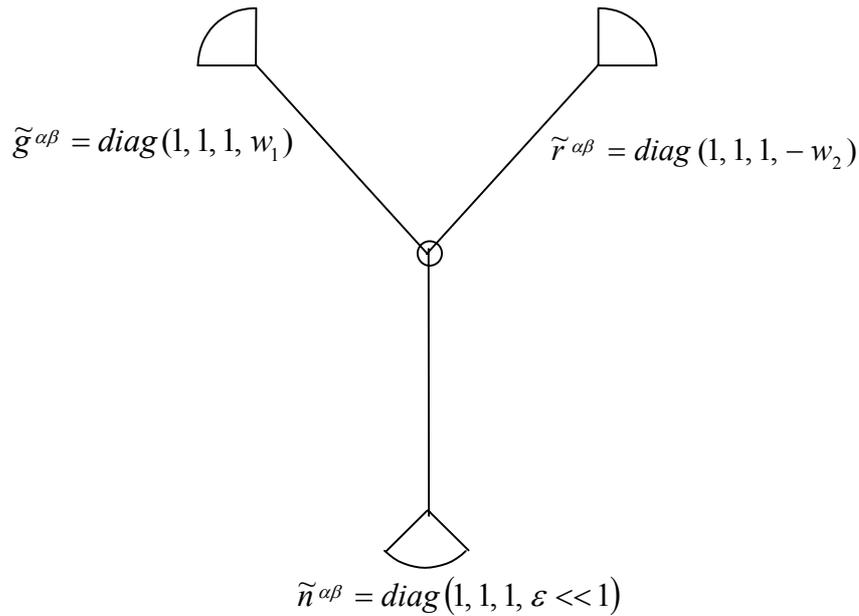


Рис. 4.27. Активные локальные метрики

Если рассматривать их независимо друг от друга, они образуют трехмерное пространство  $(w_1, w_2, \varepsilon)$  со своей структурой и топологией. Допустимы также  $(\tilde{r}^{\alpha\beta}, \tilde{n}^{\alpha\beta}, \tilde{g}^{\alpha\beta})$  как частные значения единой метрики

$$\xi^{ij}(w) \Rightarrow (\tilde{g}^{\alpha\beta}, \tilde{r}^{\alpha\beta}, \tilde{n}^{\alpha\beta}),$$

соответствующие определенным значениям  $w$ . Например, пусть

$$\xi^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, (x + iy)(x + iy)).$$

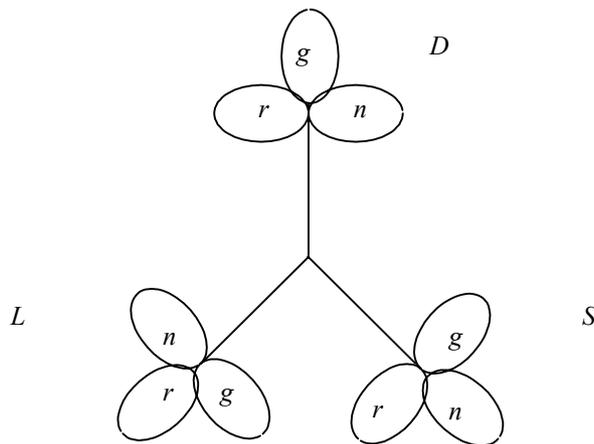


Рис. 4.28. "Цветок" локальных метрик

Тогда при  $y=0$  имеем  $w_1 = x^2$ , что соответствует метрике Минковского, при  $x=0$  имеем  $w_2 = -y^2$ , что соответствует сверхсветовой метрике, при  $x=0, y=0$  имеем  $w_3 = 0$ , что соответствует метрике Ньютона. С формальной точки зрения возможны другие варианты согласования локальных метрик. Поскольку в физической модели присутствуют три блока: описание структуры ( $S$ -), связей ( $L$ -), динамики ( $D$ -), мы вынуждены задать для каждого из них указанные метрики. Мы получаем своеобразную локальную "вертушку" физических явлений, состоящую из девяти элементов (рис.4.28).

В реальной практике они могут быть частично использованы в физической модели и частично согласованы друг с другом, задавая доступное опыту многообразие ситуаций и возможностей. При использовании дополнительных метрик количество лепестков "цветка" может быть другим, могут меняться и сами лепестки. При этом один из типов метрик может быть выражен более ярко и более отчетливо. Обычно локальные метрики, задавая некоторые внутренние (*in-*) условия явления, дополняются внешними (*out-*) условиями, которые в частности, могут совпадать с внешними. Изобразим эту тонкость (рис. 4.29), полагая, что внешние изменения выходят за рамки внутренних.

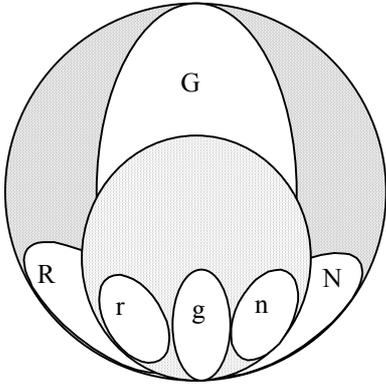


Рис. 4.29. "Лепесток" локальных метрик

Пара окружностей, вмещающих "лепестки локальных метрик", встроена друг в друга, образуя "лепестки глобальных метрик", и не заполнена полностью, оставляя место для других возможностей и вариантов. По сути дела, мы имеем некоторый многоугольник (рис. 4.30.)

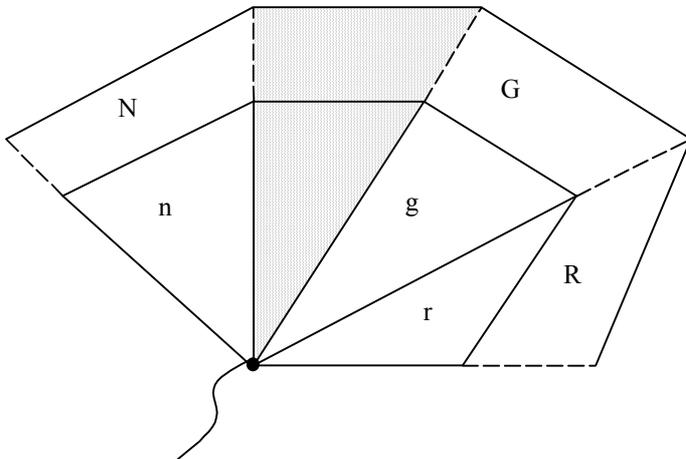


Рис. 4.30. Локально-глобальные возможности пространства-времени

Так как каждая из метрик может быть самостоятельна и иметь свою динамику, физическое явление будет реализовывать возможности, обусловленные системой всех допустимых элементов. В частности, локальные и глобальные метрики могут быть самостоятельными, кроме этого, по-разному представлены и использованы в физической модели. Существенно, как они соединены и как согласованы друг с другом. Каждая из метрик, в общем случае со своим весовым множителем, дает "свой" вклад в связность, задавая тензоры кручения и кривизны, присоединенные к физической модели. Физическая модель электромагнитных явлений (рис. 4.31) имеет набор элементов:

1. Систему пространственно-временных многообразий  $M$  (с абсолютными и относительными, пассивными и активными элементами).
2. Систему симметрий  $G: V(4), \Omega(4)$ . Они формируют метрику и связность явления.
3. Систему динамических величин (частота Эйнштейна  $\omega_E$  и частота Бройля  $\omega_B$ ).

4. Систему кинематических величин (скорость среды  $\vec{u}_m$  и скорость первичного источника излучения  $\vec{u}_{fs}$ ). Они нелинейно зависят от показателя отношения  $w \in H_0(G, R)$ .
5. Величины (поля  $F^{mn}$ , индукции  $H^{ik}$ ), которые связаны с экспериментом.
6. Алгоритм расчета параметров явления и его сравнения (прямого или косвенного) с экспериментом.
7. Приборы, посредством которых получают экспериментально измеренные числа.

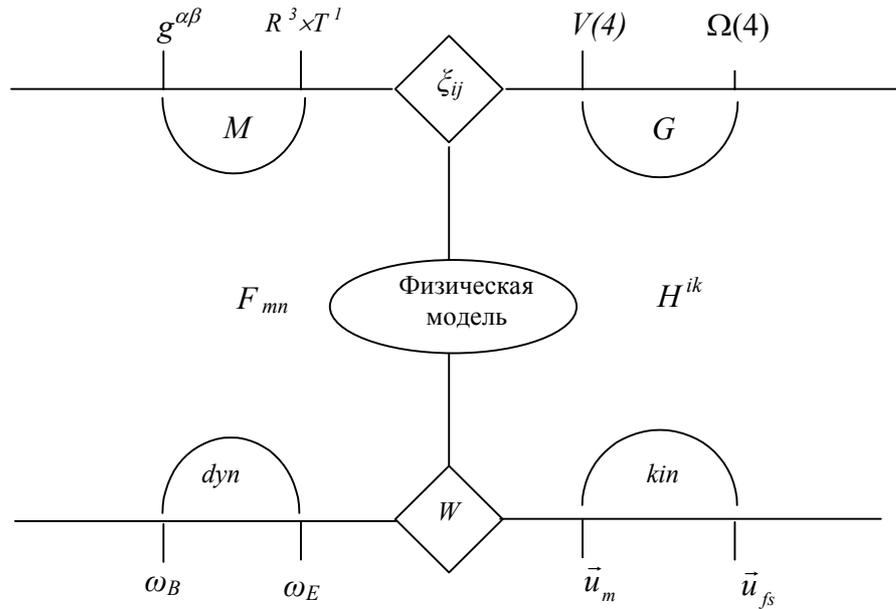


Рис. 4.31. Элементы электродинамики Максвелла

Такова последовательность элементов модели явления с математической точки зрения. С физической точки зрения на первом месте стоит эксперимент, а остальные элементы расположены в обратном порядке. В реальной практике последовательность может быть произвольной в зависимости от возможностей и потребностей.

В общем случае допустимо, что изменение метрик и связностей для  $SS$  и  $SE$  реализуется как независимо друг от друга, так и согласованно между собой. Например, имеем

$$\xi = \det(\xi_{SE}^{\alpha\beta}) = \xi(w_1),$$

$$\eta = \det(\eta_{SS}^{\alpha\beta}) = \eta(w_2),$$

$$\hat{L}(w_1, w_2, \dots) = 0.$$

Понятно, что локальное измерительное устройство, как и физическое явление, могут зависеть от внешних и внутренних факторов и причин. *Корабль способен плыть по бурному морю почти без деформации.* Часто и физическое явление и измерительное устройство могут быть такими "кораблями". Что и как тогда измеряется и как это сравнивать? Ответы следует получать только конкретно, используя достаточные и необходимые для этого алгоритмы и средства. Во многом ситуацию удастся прояснить, когда в расчет принимается различие отношений для приборов и полей. Заметим, что фундаментальная физическая расщепленность пространства-времени имеет черты тензорного

произведения. Действительно группа  $V(4)$  и квазигруппа  $\Omega(4)$  получены из группы  $V(2)$  и квазигруппы  $\Omega(2)$  тензорным произведением. Касательное расслоение, предьявляющее пару пространств  $SS$  и  $SE$ , есть по существу их тензорное произведение

$$M \otimes (T(SS) \oplus T(SE)).$$

Такой вариант естественен для физической модели, если она представляет собой тензорное произведение многообразий и симметрий. И поэтому для физической модели пригодна симметрия, когда группа  $G_1$  тензорным образом "скрывает" группу  $G_2$ . Так устроена, в частности, когомологически активная симметрия Лорентца в форме

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad dt' = \frac{dt - dx \frac{v}{c^2} w}{\left(1 - w \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}},$$

которая содержит "в себе" квазигруппу отношений  $w$ .

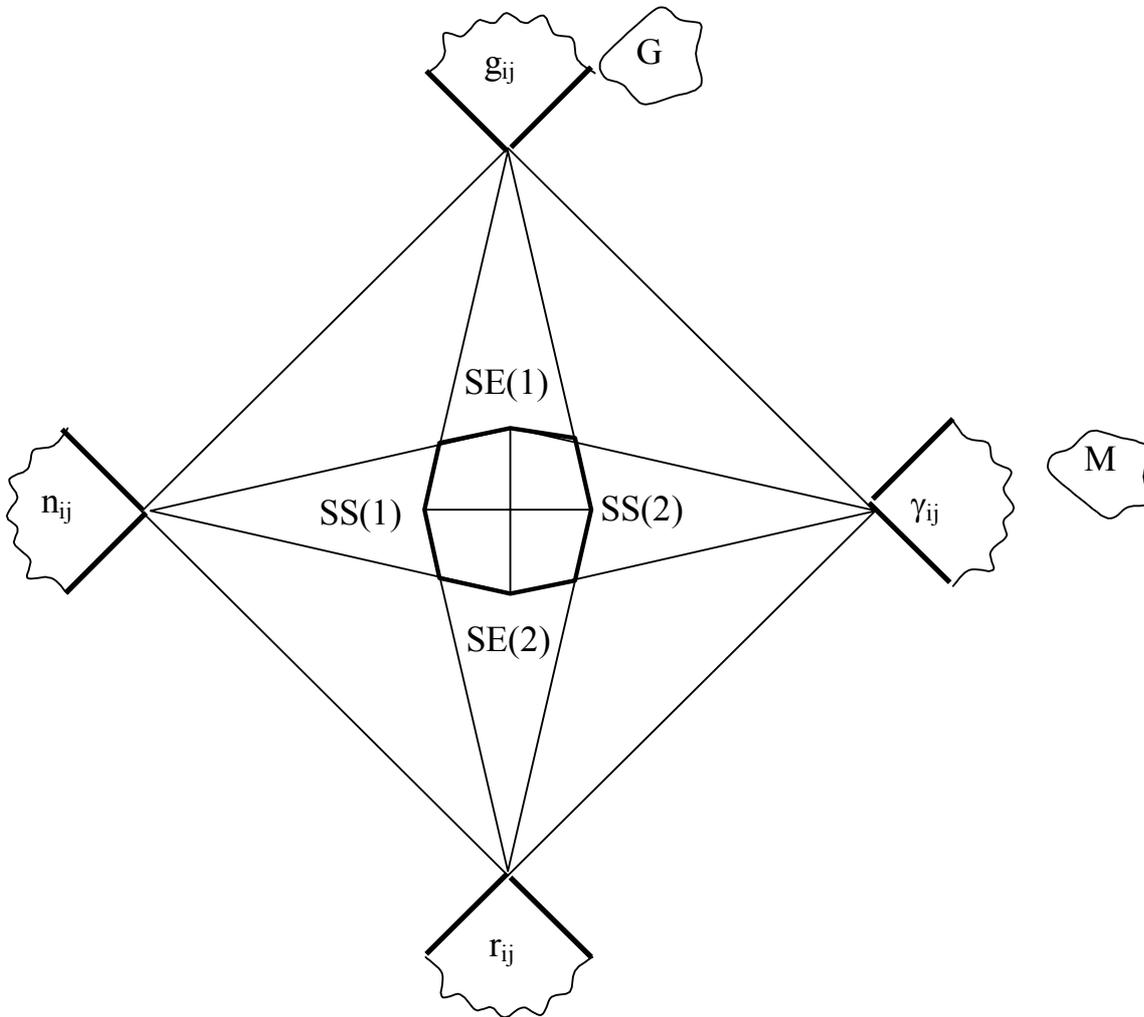


Рис. 4.32. Пространства событий  $SE$  и состояний  $SS$

Отнесем пространству событий  $SE$  метрики  $g^{ij}, r^{ij}$ , а пространству состояний  $SS$ -метрики эксперимента  $n^{ij}$  и внешнего фона  $\gamma^{ij}$ . Поскольку мы предполагаем, что каждый из указанных элементов может образовывать самостоятельную пару, получаем

множество допустимых ситуаций. Рассчитаем их, сопоставляя метрикам числа:

$$n^{ij} \rightarrow 1, \gamma^{ij} \rightarrow 2, g^{ij} \rightarrow 3, r^{ij} \rightarrow 0.$$

Тогда варианты пар (как для SE, так и для SS) будут заданы матрицей

$$\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 & 10 \\ 21 & 22 & 23 & 20 \\ 31 & 32 & 33 & 30 \\ 01 & 02 & 03 & 00 \end{pmatrix}.$$

Аналогично можно посчитать совокупность возможных ситуаций при увеличении количества локальных метрик и при дополнении физических величин математическими. Формы и способы учета и анализа этих пространственно-временных граней физического мира следует выбирать в зависимости от доступных возможностей и ситуации. Аналогичное замечание справедливо при анализе связностей. Кроме этого, существенную роль играет изменение метрик и связностей, когда они дополнительны друг другу и могут быть описаны весовыми множителями. Для анализа удобно использовать графическую диаграмму (рис. 4.32).

Согласно ей, пространственно-временное многообразие  $M$  имеет пару касательных многообразий с метриками  $(n^{ij}, \gamma^{ij})$  соответственно, группа  $G$  имеет свои метрики  $g^{ij}, r^{ij}$  соответственно. Они переменны и могут быть разными в соответствии со "спектром" метрик, используемых физической моделью.

У физического явления есть дифференциально-геометрические свойства, формирующие пространство событий  $SE$ . Они заданы в пространстве состояний  $SS$ , которое можно выбрать независимым от физического явления, в этом смысле абсолютным.

Можно определить аналог прямой суммы векторных расслоений  $\xi$  и  $\eta$  над одной базой  $B$ . Рассмотрим диагональное вложение  $d: B \rightarrow B \times B$ . Индуцированное вложением расслоение  $\tilde{d}(\xi \times \eta)$  над  $B$  называется суммой Уитни расслоений  $\xi$  и  $\eta$  и обозначается  $\xi \oplus \eta$ . Каждый слой  $F_b(\xi \oplus \eta)$  расслоения  $\xi \oplus \eta$  канонически изоморфен прямой сумме пространств  $F_b(\xi) \oplus F_b(\eta)$ .

## 4.6. КОГОМОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЛОКАЛЬНОЙ МЕТРИКИ

*На основе анализа диагональной локальной метрики с конформным множителем показано, что ее кохомологические свойства зависят от пяти параметров. Найдена алгебра эквивалентных и тривиальных преобразований для локальной метрики. Выделены два типа пространственно-временных преобразований, следующие из структуры гомологической активности моделей, использующих локальную метрику. Введена концепция комплексного времени и указаны ее возможные приложения к анализу явлений физического мира. Введено понятие комплексной скорости и указаны факторы, влияющие на нее.*

Анализ динамики инерции электромагнитного поля основан на использовании обобщенного выражения для локальной метрики, задающей четырехскорости. Ее вид в диагональной форме, с учетом конформного множителя, таков

$$g_{ij} = \varphi \operatorname{diag}(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0).$$

Преобразования эквивалентности, сохраняющие значение четырехмерного объема, вида

$$\vec{e}'_1 = \frac{1}{\varphi \lambda_1} \vec{e}_1, \quad \vec{e}'_0 = \varphi \lambda_1 \vec{e}_0$$

приводят метрику к виду

$$g_{ij} = \operatorname{diag}(1, 1, 1, \varphi^4 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0).$$

Определим  $\varphi^4$  и  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0$  как внутреннее и внешнее свойство локальной метрики. Кохомологические параметры зададим стандартным образом через детерминант и шпур матрицы

$$\det g_{ij} = \varphi^4 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0, \quad Sp g_{ij} = 3 + \varphi^4 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0.$$

Отсюда следует, что кохомологические параметры локальной метрики определены с точностью до *пяти* параметров ( $\varphi, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_0$ ). В общем случае, очевидно, возможна динамическая зависимость каждого из них от других физических величин. По этой причине следует считать, что локальная метрика является достаточно сложным образованием.

Найдем структуру алгебры для преобразований эквивалентности. Для этого рассмотрим преобразования

$$(x_\xi, t) \rightarrow (x_\xi / \lambda, t \lambda).$$

Им соответствует инвариантная функция

$$F_\xi = x_\xi^{-1} + t,$$

так как из условия  $F_\xi = 0$ , следует, что  $F_\xi(x') = \lambda F(x) = 0$ . Введем векторные поля

$$D_\xi = t \frac{\partial}{\partial t} - x_\xi \frac{\partial}{\partial x_\xi} \quad (\xi = 1, 2, 3).$$

Они удовлетворяют требованию инвариантности  $F_\xi$ , так как

$$\xi^i \frac{\partial F}{\partial x^i} = (-x_\xi) \frac{(-1)}{x_\xi^2} + t = F_\xi = 0.$$

Следовательно,  $D_\xi$  задают преобразования симметрии эквивалентности. Алгебра эта абелева с показателем нильпотентности, равным единице, потому что

$$Ad D_\xi (D_\eta) = [D_\xi, D_\eta] = 0.$$

Для операторов

$$P_\xi = \frac{\partial}{\partial x^\xi}, \quad L_{\xi\eta} = x^\xi \frac{\partial}{\partial x^\eta} - x^\eta \frac{\partial}{\partial x^\xi}, \quad L_{\xi 0} = x^\xi \frac{\partial}{\partial t} \pm t \frac{\partial}{\partial x^\xi}$$

имеем соотношения

$$[D_\xi, P_\eta] = 0, \quad [D_\xi, P_\xi] = P_\xi, \quad [L_{\xi\eta}, D_\xi] = L_{\xi\eta}, \quad [L_{\xi 0}, (D_\xi - D_\eta - D_\zeta)] = 0.$$

Укажем также алгебру тождественных преобразований  $(x_\xi, x_\eta) \mapsto (x_\xi, x_\eta)$ . Им соответствует инвариант

$$\Phi_\zeta = x_\xi + x_\eta.$$

Действительно, из  $\Phi_\xi = 0$  следует  $\Phi_\xi (x') = 0$ . Введем векторные поля  $I_\xi = x_\eta \frac{\partial}{\partial x^\eta} + x_\zeta \frac{\partial}{\partial x^\zeta}$ . Они удовлетворяют условию инвариантности, так как

$$\xi^i \frac{\partial \Phi_\xi}{\partial x^i} = x_\xi + x_\eta = \Phi_\zeta = 0.$$

Алгебра тривиальной эквивалентности такова:

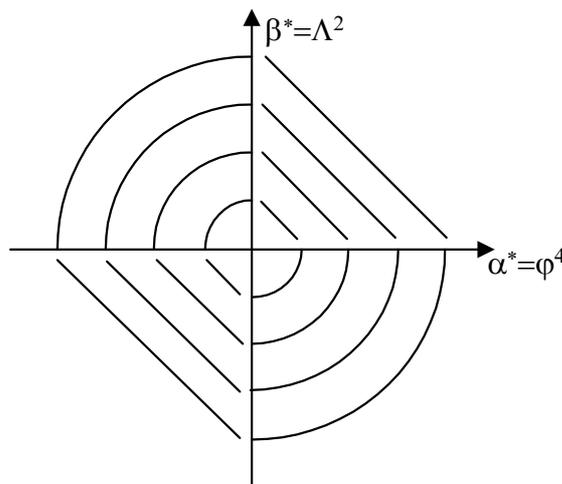
$$[I_\xi, I_\eta] = 0, \quad [I_\xi, P_\xi] = 0, \quad [I_\zeta, P_\xi] = P_\xi, \quad [I_\xi, L_{\xi\eta}] = L_{\xi\eta}, \\ [L_{\xi 0}, I_\xi] = 0, \quad [L_{\xi 0}, (I_\xi - I_\zeta)] = 0.$$

Рассмотрим коммутационные соотношения для  $D_\xi$ , и  $I_\xi$ . Получим

$$[I_\xi, D_\xi] = 0, \quad [I_\xi, D_\eta] = 0.$$

Это означает, что два вида эквивалентности не смешиваются.

В предлагаемом обобщении электродинамики Максвелла указанная локальная метрика может быть использована в качестве деформатора для генераторов алгебры симметрии в форме  $\bar{\Gamma}^s = Q^{-1} \Gamma^s Q$ . Пара деформационных факторов задана рис. 4.33.



Тогда из анализа структуры инфинитезимальных преобразований дифференциалов координат следуют конечные преобразования для координат и времени вида:

$$d x' = \frac{d x - v d t}{\left(1 - \frac{1}{\varphi^8} \frac{1}{\Lambda^2} \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}, \quad d t' = \frac{d t - d x \frac{v}{c^2} \frac{1}{\varphi^8 \Lambda^2}}{\left(1 - \frac{1}{\varphi^8} \frac{1}{\Lambda^2} \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}}.$$

Поскольку поведение локальной метрики зависит от  $\varphi^8, \Lambda^2$ , представим общую ситуацию графически, полагая, что введены два типа переменных величин

$$\alpha^* = \varphi^4, \quad \beta^* = \Lambda^2.$$

Тогда имеем систему координат, в которой выделены четыре сектора (рис. 4.33). По этой причине допустимы разные варианты соединения факторов, влияющих на физическое явление. Они зависят от того, как сочетаются между собой переменные  $\alpha^*$  и  $\beta^*$ .

Когда знаки величин  $\alpha^*$  и  $\beta^*$  совпадают, имеют место *досветовые* преобразования Лорентца, когда знаки величин  $\alpha^*$  и  $\beta^*$  различны, то имеют место *сверхсветовые* преобразования. Название соответствует значениям скоростей, допустимых согласно преобразованиям координат. Обозначим

$$(\varphi^8 \Lambda^2)^{-1} = w^2.$$

Эта величина задает кохомологическую активность физической модели. Полагая, что она может принимать положительные значения, соответствующие явному изменению инерционных свойств электромагнитного поля, а также отрицательные значения, соответствующие скрытому изменению инерционных свойств электромагнитного поля, имеем выражение  $w = w_1 + i w_2$ . Следовательно, кохомологической активности можно поставить в соответствие траекторию на гиперповерхности (рис. 4.33). Возможен вариант, соответствующий рис. 4.34.

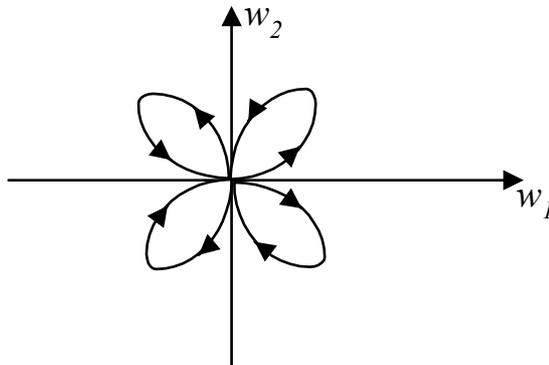


Рис. 4.33. "Роза" отношений

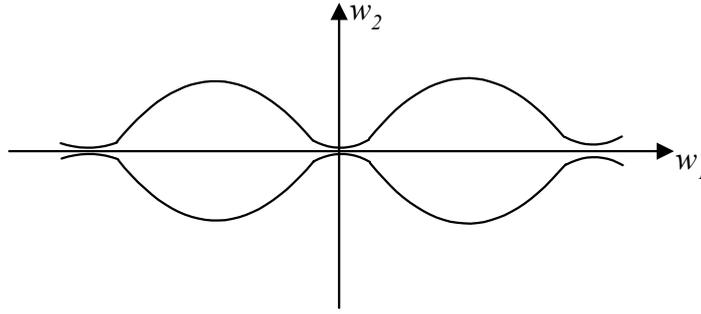


Рис. 4.34. Согласованное изменение когомологий

Комплексное отношение позволяет принять идею о возможности комплексного времени. Зададим его в виде  $t^* = t + \sqrt{i} \tau$ . Рассмотрим компоненты скорости

$$\frac{dx}{dt^*} = \frac{dx}{dt + \sqrt{i} d\tau} = \frac{dx}{dt} \frac{1 - \sqrt{i} \frac{d\tau}{dt} + i \left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2 - \sqrt{i} i \left(\frac{d\tau}{dt}\right)^3}{1 + \left(\frac{d\tau}{dt}\right)^4}.$$

Из полученного выражения следует, что компоненты скорости могут быть дважды "скрыты": во-первых, потому, что истинное время не совпадает с действительным; во-вторых, потому, что может быть малым соотношение "хода" действительного и мнимого времени. Возможно, ситуация всегда была такой. Однако используемые приборы и алгоритмы анализа оставляли эту тонкость без внимания. Такая ситуация может иметь место при анализе физических явлений в расслоенном пространстве-времени. Например, действительное время может соответствовать базовому, а комплексное - слоевому. Ситуация еще более усложняется, когда к мнимому времени присоединяется мнимое отношение. Разнообразие вариантов включает также случаи, когда два фактора являются комплексными (возможно, это происходит внутри элементарной частицы) (рис. 4.35).

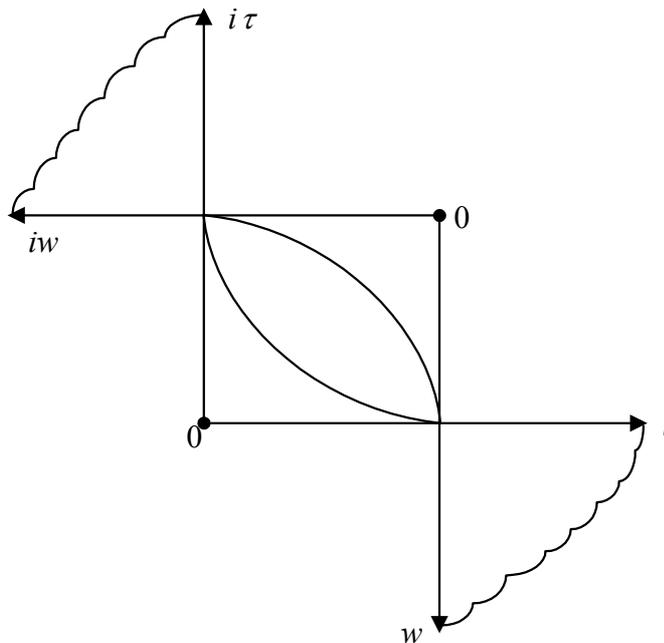


Рис. 4.35. Соединение комплексного отношения и комплексного времени

Возникает идея, что физический заряд может иметь разный знак потому, что его проекции, представленные отрезком прямой на оси времен, могут быть разные, как показано на рис. 4.36. Полагая, что и отношение  $w$  и время  $t$  могут проявляться в физической модели с разными коэффициентами, предложим вариант задания функций, им соответствующих, основываясь на матрицах Паули. Пусть для  $w$  имеет место соединение:

$$\begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{matrix} \begin{matrix} w_1 & w_2 \\ w_1 & w_2 \\ w_1 & w_2 \\ w_1 & w_2 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Пусть оно аналогично для времени:

$$\begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \end{matrix} \begin{matrix} t_1 & t_2 \\ t_1 & t_2 \\ t_1 & t_2 \\ t_1 & t_2 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Сопоставим им функции:

$$\begin{matrix} a_1 w_1 + b_1 w_2, & a_2 w_2 + b_2 w_1, & a_3 w_1 + (-1)b_3 w_2, & a_4(-w_2) + b_4 w_1, \\ \alpha_1 t_1 + \beta_1 t_2, & \alpha_2 t_2 + \beta_2 t_1, & \alpha_3 t_1 + \beta_3 t_2, & \alpha_4(-t_2) + \beta_4 t_1. \end{matrix}$$

Из них могут быть образованы многопараметрические зависимости, задавая новые алгебраические факторы физической модели.

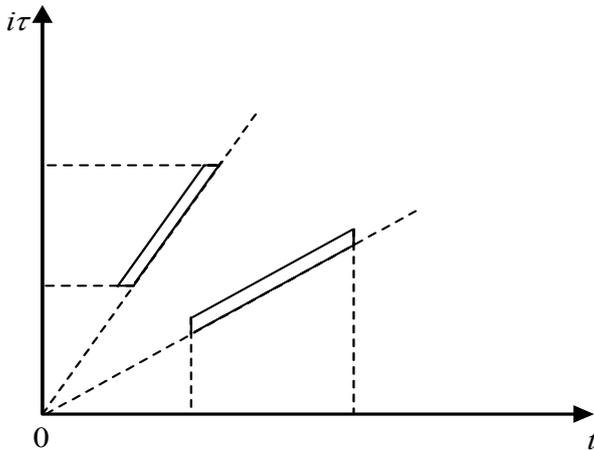


Рис. 4.36. Иллюстрация изменения проекций заряда на плоскости комплексного времени

Возникает новая идея, которая может быть полезной для изучения элементарных объектов, что частица может иметь "снаружи" и "внутри" себя разные значения когомологической и временной активности. Тогда нужно рассматривать уравнения, которые допускают такую возможность. В частности, если "внутри" элементарной частицы реализуется мнимая гомологическая активность, то "внутри" частицы допустимыми становятся сверхсветовые скорости. Проиллюстрируем это рис. 4.37.

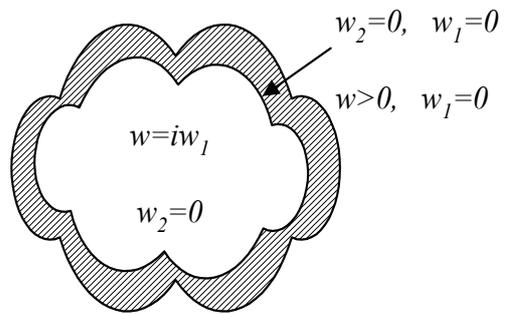


Рис. 4.37. Различие когомологической активности вне и внутри частицы

## 4.7. КОГОМОЛОГИЧЕСКОЕ РАЗЛИЧИЕ $R^3$ И $T^1$ В УРАВНЕНИЯХ МАКСВЕЛЛА

*Показано, что физическое различие  $R^3$  и  $T^1$  имеет кохомологическую природу. Метрика Минковского нетензорна при введении композитов в физическую модель инерции и она недостаточна для описания динамики инерции поля.*

Уравнения Максвелла, записанные в форме  $GAG$ -модуля, содержат подгруппы  $\xi$  группы  $V(4)$ :

$$a^i = (a^\alpha, a^0), \quad b^i = (b^\alpha, b^0), \quad \alpha=1, 2, 3.$$

Они имеют такие кохомологические свойства:

$$\text{а) } \det a^\alpha = \det a^0 = 1, \quad Sp a^\alpha = 0, \quad Sp a^0 = 4;$$

$$\text{б) } \det b^\alpha = \det b^0 = 1, \quad Sp b^\alpha = 0, \quad Sp b^0 = 4.$$

Введем определение кохомологического заряда

$$Q_H = Sp(\xi) \cdot Det(\xi) = Q_H(\xi).$$

Тогда получаем два типа матриц в группе. Назовем пространственными те из них, для которых  $Q_H=0$ , а временными – те, у которых  $Q_H=dim SE$ , где  $SE$  обозначает пространство событий. Если исходить из величин  $Q_H$ , то физическая модель различает пространство  $R^3$  и время  $T^1$  кохомологически, используя для этого разные заряды  $Q_H$ :  $R^3$  соответствует  $Q_H = 0$ , а  $T$  соответствует  $Q_H = 4$ .

В электродинамике в форме  $GAG$ -модуля  $A^i$  и  $B^i$  соединены посредством метрик

$$g^{ij} = diag(1, 1, 1, 1), \quad r^{ij} = diag(1, 1, 1, -1).$$

Они являются частными случаями композитной метрики

$$\xi^{ij} = diag(1, 1, 1, w^2).$$

Ранее мы связывали значения  $w=\pm 1$  с точками характеристического полинома группы  $V(4)$

$$\pm y = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1,$$

соответствующими его экстремумам. Будем считать такие состояния кохомологически устойчивыми. Тогда, во-первых, обычно физики имеют дело с кохомологически устойчивыми состояниями, во-вторых, ситуации с  $w \neq 0, \pm 1$  можно рассматривать как состояния со спонтанно нарушенной кохомологической устойчивостью. В частном случае, когда  $w = \pm 1$ , они задают величины

$$g = g^{ij} = diag(1, 1, 1, 1) = g_{ij} = g^{-1},$$

$$r = r^{ij} = diag(1, 1, 1, -1) = r_{ij} = r^{-1}.$$

Будем считать, что задано кохомологически устойчивое состояние, если:

$$\text{а) } g = g^{-1}, \quad r = r^{-1};$$

$$\text{б) } g \cdot g^{-1} = g = g^{-1} \text{ (скрытое);}$$

$$r \cdot r^{-1} = I \text{ (открытое).}$$

Введем  $\xi^{ij} \Big|_{w=0}$ ,  $\xi_{ij} \Big|_{w=0}$ . Тогда

а)  $n = n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0) = n_{ij} = n^{-1}$ ;

б)  $n \cdot n^{-1} = n = n^{-1}$ .

Следовательно метрике Ньютона соответствует когомологически устойчивое скрытое состояние.

4.13.1. Нетензорность метрики Минковского

Пространство длин  $R^3$  и время  $T^1$  физически различны. Их соединение, по этой причине, должно быть тщательно проанализировано. Метрика Минковского  $g_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$  является частным случаем предложенной композитной метрики

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1 \cdot w)$$

и потому имеет ее свойства. Она неизмерима посредством какого-либо единого устройства, его нет, его не может быть. Она сложнее тех приборов, которые нам доступны. По этой причине во многом ее можно рассматривать как новую физическую сущность, использование и анализ которой обязан проводиться со всей серьезностью, полагаясь на самые современные средства исследования. *Речь может идти о качественно новом соединении и использовании абсолютных и относительных свойств и сторон пространства-времени по Ньютону и по Эйнштейну.*

Заметим, что метрика Минковского сложна и скрытна. Она только частично достаточна для вывода связей между полями  $F_{mn}$  и индукциями  $H^{in}$ , потому что инерция поля сложнее. Главное звено для описания динамики несобственной инерции поля есть связь полей и индукции. Во-первых, в ней  $R^3$  и  $T^1$  соединены композитно посредством  $w$ :

$$\begin{array}{ccc} & T^1 & \\ & | \quad \backslash & \\ H^0 \ni w & \text{---} & g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1 \cdot w). \\ & | \quad / & \\ & U_{fs}^i & \end{array}$$

Во-вторых, для конкретизации связей используется композитное выражение для четырехскоростей, состоящее из скоростей  $(U_{fs}^i, U_m^i)$  и весовых функций, зависящих от  $w$  в форме:

$$\begin{array}{ccc} & T^1 & \\ & | \quad \backslash & \\ H^0 \ni w & \text{---} & U^i = (1 - w)U_{fs}^i + wU_m^i. \\ & | \quad / & \\ & U_{fs}^i & \end{array}$$

В-третьих, величина  $\Omega^{im}$  для связи  $F_{mn}$  и  $H^{ik}$  задана из  $g^{ij}$ ,  $U^i$ , а также из дополнительных функций  $a \neq a(w)$ ,  $b = b(w)$ :

$$\begin{array}{ccc} & g^{ij} & \\ & | \quad \backslash & \\ a, b & \text{---} & \Omega^{ij} = a g^{ij} + b U^i U^j. \\ & | \quad / & \\ & U^i & \end{array}$$

В четвертых, связи  $H^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$  используются непосредственно в уравнениях Максвелла.

В-пятых, только решения уравнений, согласующиеся с опытом, обосновывают и утверждают полезность расчета. Например, им является выражение, задающее групповую скорость

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{K}}{K} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1-w)\vec{U}_{fs} + w\vec{U}_m].$$

Следовательно, необоснованно и непоследовательно делать выводы о пространстве-времени и его свойствах в отрыве от полной схемы анализа физических явлений, основываясь только на метрике пространства-времени событий  $SE$  типа  $\tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, w_1^2 w_2^2)$ .

## 4.8. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ЗА ПРЕДЕЛАМИ ПРИНЦИПА ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

*Проанализирована общая структура модели электромагнитных явлений со сверхсветовыми скоростями. Показано, что она индуцирует модель расслоенного пространства-времени, базой которого, в частности, может быть  $R^3 \times T^1$ , а слоем - псевдоевклидово пространство Минковского. Показано, что принцип относительности в форме требования форминвариантности уравнений относительно пространственно-временных преобразований является недостаточным для моделирования явлений. Сформулировано понятие внешней и внутренней архитектуры физической модели. Указано различие принципов относительности Галилея и Эйнштейна.*

Принцип относительности Эйнштейна обосновывает относительность трехмерной длины и времени в рамках симметрии, задаваемой группой Лорентца. Фактически его применение сводится к проверке условия, что уравнения, посредством которых описывается физическое явление, будут иметь "одну и ту же" форму, если их преобразовать в соответствии с группой симметрии. Принцип относительности выполняет роль "лакмусовой бумажки" для проверки "корректности" использования кинематической симметрии. Он согласован в электродинамике с принципом постоянства скорости света в вакууме, введенным Эйнштейном. Итогом применения обоих принципов в электродинамике явилось дополнение уравнений Максвелла обобщенными связями между полями и индукциями в форме Минковского:

$$\vec{D} + \left[ \frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{H} \right] = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{U}_m}{c} \times \vec{B} \right] \right),$$

$$\vec{B} + \left[ \vec{E} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] = \mu \left( \vec{H} + \left[ \vec{D} \times \frac{\vec{U}_m}{c} \right] \right),$$

где  $\vec{U}_m$  есть скорость движения физической среды. Скорость первичного источника излучения  $\vec{U}_{fs}$  использовалась только в преобразованиях Лорентца, ее не было в уравнениях электродинамики. По этой причине не рассматривалась динамика физических процессов изменения скорости источника излучения от первичной, равной скорости излучающего устройства, до вторичной, равной скорости среды.

Указанный подход удобен для анализа физических явлений. Он позволяет использовать симметрию уравнений для получения эквивалентных решений. Симметрия Лорентца используется для обоснования структуры пространства-времени Минковского. Его метрика

$$g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$$

предполагается неизменной. Однако уже Лагранжу было известно, что локальная метрика четырехмерного псевдоевклидова пространства может быть задана лишь с точностью до значения ее детерминанта и потому имеет вид

$$q^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, \chi(x)).$$

Выбор из всей совокупности значений  $\chi(x)$  одного, равного единице, когда  $\chi = 1$ , является существенным ограничением допустимых возможностей локальной псевдоевк-

лидовой метрики. Как указано в главах 1 и 2, нужна модель, в которой  $\chi \neq const$ . Она задает фазу несобственной инерции электромагнитного поля, подчинена динамическому уравнению и образует инерционную квазигруппу скаляров, полученных делением скалярной плотности  $\det g^{ij}$  на каноническую скалярную плотность  $\det g^{ij}$ . Величина  $\chi=1$  является частным значением, допустимым при анализе взаимодействия излучения со средой. Поскольку размерности калибровочной группы  $\alpha(x)$  и инерционной группы  $\chi(x)$  для электромагнитного поля совпадают

$$\dim \alpha(x) = \dim \chi(x),$$

можно принять гипотезу, что это условие имеет место для любого калибровочного поля. Тогда модель инерции поля будет тем сложнее, чем сложнее калибровочная группа, которой это поле соответствует. Введем матрицу-деформатор для алгебры заполнения

$$Q = \text{diag}(1, 1, 1, \chi).$$

Эквивалентное, с точки зрения теории представлений, изменение генераторов симметрии вида

$$\tilde{\Gamma}^s = Q \Gamma^s Q^{-1}$$

задает инфинитезимальное преобразование координат:

$$d x^{lk} = \left( I + \tilde{\Gamma}^s \tilde{\Theta}_s \right)_m^k d x^m,$$

из которого следует *общее* выражение для псевдоевклидовой метрики. Параметры группы Лорентца подчинены динамическому уравнению

$$\frac{d \tilde{\Theta}_s}{d \xi} = -P_0 \left( \tilde{\Theta}_s - \tilde{\Theta}_s^* \right),$$

$$\tilde{\Theta}_s \Big|_{\xi=0} = \tilde{\Theta}_{sf}.$$

Анализ, выполненный в главе 1, показал, что можно непротиворечиво и единым образом описать опытные данные в электродинамике в модели абсолютного пространства-времени Ньютона  $R^3 \times T^1$ , названного пространством состояний  $SS$ , тогда как метрика Минковского, как и сверхсветовая метрика  $r^{\alpha\beta}$  выполняют роль "носителей" дополнительного ему пространства событий  $SE$ . Ситуация выглядит так: в пространстве  $SS$  рассматривается динамика электромагнитных процессов, которая управляется структурой пространства событий  $SE$ .

Следовательно, группа изометрии явления *не имеет прямого отношения* к структуре и динамике опорного многообразия, в котором рассматривается явление. С ним может быть согласовано поведение эталонов длины и времени для различных наблюдателей. Если это  $R^3 \times T^1$ , то эталоны длины и времени абсолютны. Группа симметрии указывает алгебраическую структуру явления. В общем случае переменными могут быть как пространство состояний  $SS$ , так и пространство событий  $SE$ . Это позволяет использовать в физике модель локально расщепленного пространства-времени, имеющего касательное пространство состояний  $SS$  и касательное пространство событий  $SE$ . Соответственно имеет место *пара* симметрий, следующая из анализа структуры расщепления. Модель электродинамики Максвелла-Минковского соединяет пространства состояний  $SS$  и событий  $SE$ . В ней используются уравнения динамики для полей и индукций, заданные через трехмерные дивергенции и роторы в  $R^3 \times T^1$ . Связи между полями и индукциями задаются на основе метрики пространства событий  $g^{\alpha\beta}$ .

пространству *отведено* свое место, а потому и свое назначение в модели. В электродинамике Максвелла, как указано в главе 3, группа заполнения  $V(4)$  задает структуру  $S$ , связи  $L$ , динамику  $D$  через образующие  $a^i, b^i$  и систему операторов  $\Pi_k, d_k, U^k$ . Метрика  $g^{\alpha\beta} = E$  используется в физической модели дополнительно со сверхсветовой метрикой  $r^{\alpha\beta}$ . Пространство состояний  $SE$  используется в модели электромагнитных явлений для задания волновой функции. *Наличие двух пространств с разной симметрией свидетельствует о недостаточности стандартного принципа относительности для охвата и проявления физических явлений.*

Ситуация выглядит так: в электродинамике Максвелла соединены в единый комплекс физические величины, зависящие от фундаментальной пары пространств, задающих допустимые *состояния и события* для электромагнитных явлений. Они зависят также от системы операторов, соответствующих явлению. Динамические уравнения Максвелла в  $R^3 \times T^1$  дополнены связями между полями и индукциями в псевдоевклидовом пространстве-времени. Имеем

$$SS: d_{[k} F_{mn]} = 0, \quad d_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i, \quad SE: \tilde{H}^{ik} = \tilde{\Lambda} \chi^{ikmn} F_{mn}.$$

Для электромагнитных явлений получим схему (рис. 4.38).

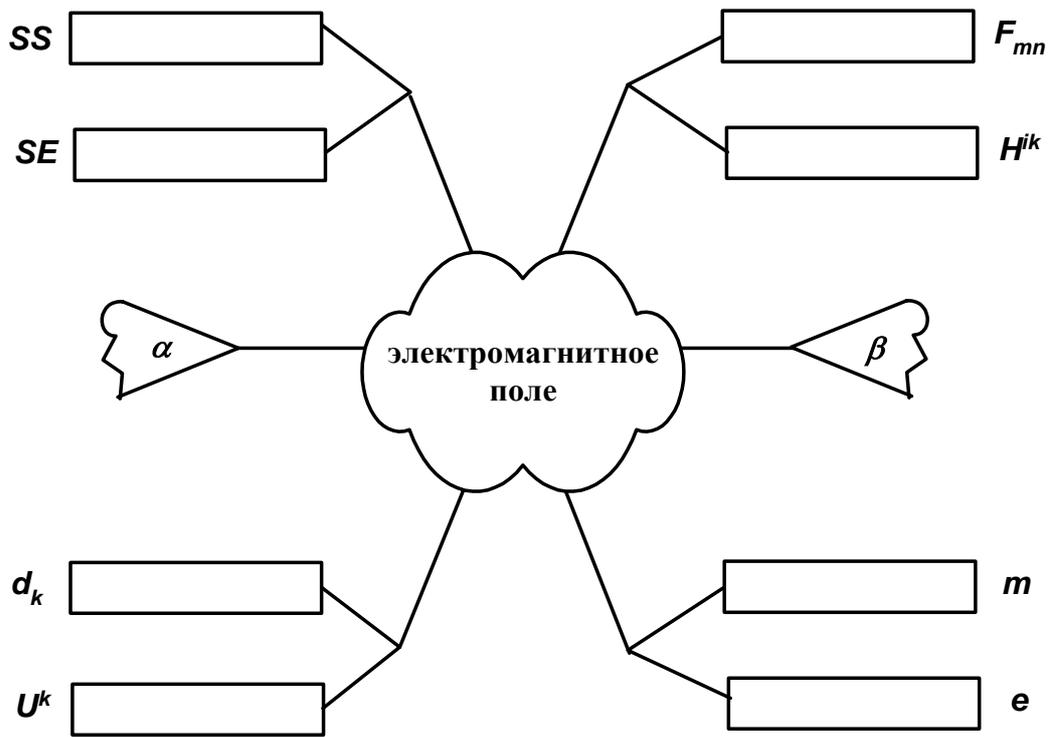


Рис. 4.38. Схема элементов электродинамик Максвелла

Здесь  $SS, SE$  - пространства состояний и событий,  $F_{mn}, H^{ik}$  - тензоры полей и индукций,  $d_k, U^k$  - операторы модели,  $m, e$  физические заряды. Общая теория обязана единым и согласованным с опытом образом задавать все указанные элементы модели. Понятно, что этот подход выходит за рамки принципа относительности. Введем когомологические характеристики четырехметрик

$$Det g^{\alpha\beta} = \chi, \quad \hat{S} p g^{\alpha\beta} = S p g^{\alpha\beta} / \wp,$$

где  $\wp$  - размерность пространства-времени. Тогда возможна классификация физических моделей по допустимым значениям  $Det(\xi)$  и  $\hat{S}p(\xi)$ . В теории гравитации Эйнштейна локальная метрика имеет значения  $S p(\xi) \geq 1$ ,  $Det(\xi) \geq 1$ . В предложенной модели электромагнитных явлений, учитывающей динамику несобственной инерции, величина  $\chi(x)$  может быть различной. Допускаются ее нулевые и отрицательные значения. Диаграмма состояний физических явлений в кохомологических переменных  $a = \det(\xi)$ ,  $b = \hat{S}p(\xi)$  задается рис. 4.39. Поскольку  $a = \chi$ ,  $b = \frac{3+x}{4}$ , для локальных ситуаций имеем уравнение  $A$ :

$$b = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}a.$$

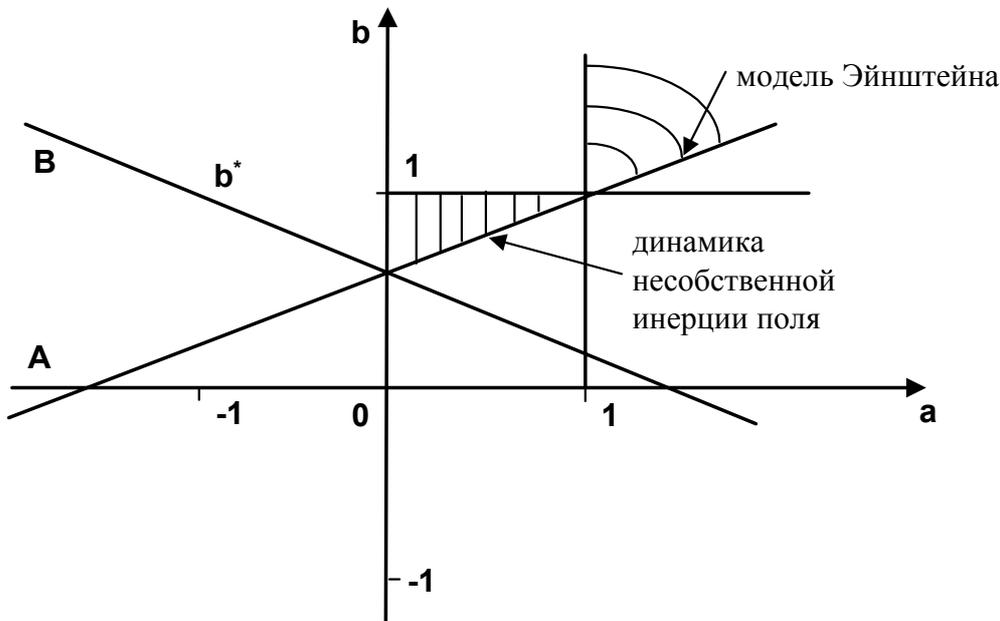


Рис. 4.39. Физические состояния в кохомологических переменных

Рассмотренная ситуация является частной. Формально допустима динамика, задаваемая  $B$ :

$$b^* = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}a,$$

соответствующая выбору отрицательных значений  $\chi$ .

Отметим также принципиальное различие принципа относительности Галилея и принципа относительности Эйнштейна. В подходе Галилея между собой сравниваются две различные ситуации, относящиеся к одному наблюдателю, который либо покоится вместе с экспериментальной установкой, либо инерциально движется вместе с ней. В подходе Эйнштейна между собой сравниваются результаты одного явления, измеренные двумя различными наблюдателями [117].

### 4.9. НОВЫЕ ГРАНИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

*Показано, что в электродинамике Максвелла используются четыре метрики. Две из них соответствуют пространству состояний  $SS$ , задавая размеры и время жизни физических объектов, вторая пара соответствует пространству событий  $SE$ , характеризуя относительное движение объектов и их частей. Установлено, что все метрики могут быть получены из алгебры  $V(4)$ . Их динамика обусловлена гомологической алгеброй. Найден алгебраический механизм преобразования скорости  $\vec{U}$  в частоту  $\omega$  и частоты в скорость. Сделано предположение, что им соответствуют физические механизмы таких преобразований. Приведен аргумент, согласно которому причиной абсолютной длины и времени могут быть сверхсветовые скорости.*

Полученная ранее алгебраическая форма связей между полями и индукциями в электродинамике Максвелла (аналогично можно использовать уравнения динамики или структуры)  $g_{\alpha\beta} \gamma^\alpha U^\beta E_{ij} n^{ij} \bar{\varphi} + r_{\alpha\beta} \Omega^\alpha U^\beta E_{ij} N^{ij} \varphi$  содержит "метрики" пространства событий  $SE_+, SE_-$ :

$$SE_+ \Rightarrow g_{\alpha\beta} = \text{diag}(1,1,1,1), \quad SE_- \Rightarrow r_{\alpha\beta} = \text{diag}(1,1,1,-1).$$

Кроме того, по аналогии с  $g_{\alpha\beta}, r_{\alpha\beta}$ , формально введем "метрики" пространства состояний  $SS_+, SS_-$ :

$$SS_+ \Rightarrow n^{ij} = \text{diag}(1,1,1,+0), \quad SS_- \Rightarrow N^{ij} = \text{diag}(1,1,1,-0),$$

не вступающие в противоречие с уравнениями поля. Действительно, для используемых в электродинамике волновых функций имеем выражения

$$\varphi = n^{ij} \Psi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ 0 \end{pmatrix},$$

которые обосновывают корректность введения  $n^{ij}, N^{ij}$ . Требование, чтобы метрики  $n^{ij}, N^{ij}$  были "в паре", является выражением общего правила, соответствующего опыту. Указанные связи содержат все необходимые звенья, достаточные для описания явлений, во внешнем их проявлении.

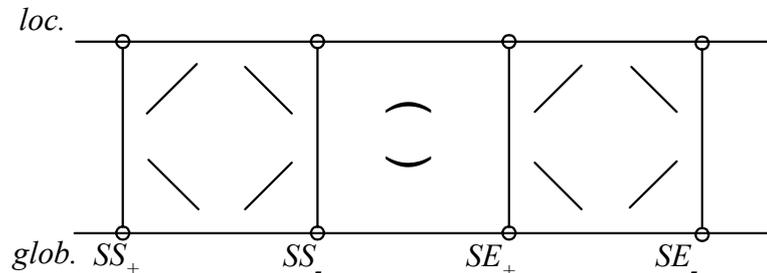


Рис. 4.40. Локально-глобальное пространство-время

Будем говорить, что так задается локальная архитектура связей физической модели. С введением глобальной метрики уравнения  $G_{\alpha\beta} \gamma^\alpha U^\beta E_{ij} \tilde{n}^{ij} \bar{\varphi} + R_{\alpha\beta} \Omega^\alpha U^\beta E_{ij} \tilde{N}^{ij} \varphi$  содержат величины  $G_{\alpha\beta}, \tilde{n}^{ij}, R_{\alpha\beta}, \tilde{N}^{ij}$ , которые переменны и подчинены динамическим уравнениям. Общая картина задается рис. 4.40. Она содержит необходимые и

достаточные элементы, посредством которых описывается электродинамика Максвелла. В силу общности физического мира аналогичные черты способно иметь любое явление: каждый физический объект имеет свои размеры и время жизни как во внешнем, так и во внутреннем проявлении. В пространстве состояний  $SS$  он имеет параметры, которые индуцированы метриками  $n^{ij}$ ,  $N^{ij}$ . Дополнительно, каждый физический объект имеет свое относительное движение, в частности, с досветовой скоростью, соответствующей метрике  $g_{\alpha\beta}$ , и со сверхсветовой скоростью, соответствующей метрике  $r_{\alpha\beta}$ , что задает пространство событий  $SE$ . В общем случае элементы модели и их движения задаются рис. 4.41.

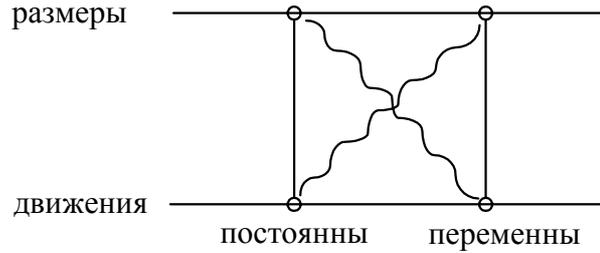


Рис. 4.41. Элементы модели и их движения

Используем алгебру  $V(4)$  для конструирования локальных метрик  $g_{\alpha\beta}$ ,  $r_{\alpha\beta}$ ,  $n^{ij}$ ,  $N^{ij}$ . Запишем матрицы, достаточные для этого:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нами взяты диагональные матрицы "перемешивания спинов"  $\{c^i\}$  группы  $V(4)$ , которые позволяют "перевести" коммутирующий сектор алгебры  $(a^i, b^i)$ , в антикоммутирующий  $(e^i, f^i)$  и выполнить обратное преобразование, а также единичная матрица  $E$  и вторая диагональ  $X$ . Найдем

$$0.5(E + C^1 + C^2 + C^3) = P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При отождествлении элементов группы с метрикой имеем структуры:

- а)  $E = g_{\alpha\beta} = \text{diag}(1,1,1,1)$  - независимый элемент симметрии;
- б)  $X^{-1} P X = r_{\alpha\beta} = \text{diag}(1,1,1,-1)$  - зависимый элемент симметрии;
- в)  $n^{ij} = N^{ij} = 0.5(g_{\alpha\beta} + r_{\alpha\beta})$ .

Тогда алгебраическая сущность пространства характеризуется "следом" матриц:

$$S E_+ \Rightarrow S p g = 4, \quad g^{ij} = \text{diag}(1,1,1,1),$$

$$S E_- \Rightarrow S p r = 2, \quad r^{ij} = \text{diag}(1,1,1,-1),$$

$$SE_+ \Rightarrow Spn = 3, \quad n^{ij} = \text{diag}(1,1,1,+0),$$

$$SE_- \Rightarrow SpN = 3, \quad N^{ij} = \text{diag}(1,1,1,-0).$$

Изменения величин, относящиеся к внешней инерции поля, могут быть учтены посредством определителя матриц:

$$SE_+ \Rightarrow \text{Det } g = w, \quad \tilde{g}^{ij} = \text{diag}(1,1,1,w),$$

$$SE_- \Rightarrow \text{Det } r = -w, \quad \tilde{r}^{ij} = \text{diag}(1,1,1,-w),$$

$$SS_+ \Rightarrow \text{Det } n = 0, \quad \tilde{n}^{ij} = n^{ij},$$

$$SS_- \Rightarrow \text{Det } N = 0, \quad \tilde{N}^{ij} = N^{ij}.$$

#### 4.15.1. Единство и различие поступательной и вращательной инерции

Из анализа движений материальных тел физики пришли к выводу, что при нулевой работе сил, обусловленных внешними воздействиями, имеет место сохранение поступательного движения в форме скорости  $\vec{U}$  и вращательного движения в форме частоты  $\omega$ . Поэтому *поступательная и вращательная инерция образуют фундаментальную пару движений, которые необходимы и достаточны для анализа явлений.* Это положение используем как исходное. Рассмотрим алгебраический механизм превращения скорости  $\vec{U}$  в частоту  $\omega$ , используя обобщенный коммутатор

$$) \bar{Q}[\alpha \beta] \bar{Q} (= (\alpha \bar{Q} \beta) \bar{Q} - \bar{Q}(\beta \bar{Q} \alpha)).$$

Он задает понижение размерности вращения. Проиллюстрируем вариант  $\vec{U} \rightarrow \omega$ :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha \bar{Q} \beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \beta \bar{Q} \alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В этом случае имеем

$$) \bar{Q}[\alpha \beta] \bar{Q} (= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{при} \quad \bar{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

Рассмотрим алгебраический механизм превращения частоты в скорость  $\omega \rightarrow \vec{U}$ . Используем для этого обобщенный коммутатор с оператором  $\bar{Q}^+$ .

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Имеем

$$)Q[a b]Q( = (a Q b) Q - Q(b Q a) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{при } Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так можно описывать на алгебраическом языке физически наблюдающийся механизм превращения  $\vec{U} \rightarrow \omega$  (понижения размерности вращения) и механизм превращения  $\omega \rightarrow \vec{U}$  (повышения размерности вращения). Возможно также обобщение операции в виде

$$)Q_1[a b]Q_2( = (a Q_1 b) Q_2 - Q_2(b Q_1 a)$$

с использованием "посредников"  $Q_1, Q_2$ .

#### 4.15.2. Источником абсолютной длины могут быть сверхсветовые скорости

Нами используется метрика

$$n_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0).$$

Ей соответствует интервал

$$d s^2 = d x^2 + d y^2 + d z^2.$$

Контравариантная метрика может быть связана с ковариантной посредством вспомогательных тензоров, например,  $n^{ij} = p^{ik} p^{jm} n_{km}$ , если принимается версия, что метрики  $n_{ij}$ ,  $n^{ij}$ , образуют самостоятельные взаимосвязанные величины, подчиняющиеся динамическим уравнениям. Укажем новую динамическую причину для метрики  $n_{ij}$ , рассматривая интервал со скоростью  $c_g \gg c_0$ , полагая, что

$$d x^2 + d y^2 + d z^2 - c_g^2 d t^2 = d x^2 + d y^2 + d z^2 - \frac{1}{\left(\frac{c_0}{c_g}\right)^2} c_0^2 d t^2,$$

где  $c_0$  - скорость света в вакууме. Мы получим четырехмерный интервал с метрикой

$$g_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1/\hat{w}),$$

для которой

$$\hat{w} = \frac{c_0}{c_g}.$$

Известно, что из требования его инвариантности "следует" группа Галилея и модель абсолютной длины. Полагая, что скорость гравитации существенно больше скорости света, можно предположить, что абсолютная длина обусловлена ПРИРОДОЙ гравитации. Отметим специфику значения  $w = 0$ . Из физических соображений следует возможность изменения как метрики пространства событий  $SE$ , так и метрики пространства состояний  $SS$ . Это значит, что и *объекты и их движения могут соответствовать разным значениям  $w$ , в том числе равным нулю.*

Кроме этого, теоретически возможен вариант, когда ситуации с досветовыми скоростями могут меняться на ситуации со сверхсветовыми скоростями (от  $w = 1$  до  $w = -1$  и обратно) через значение  $w=0$  (рис. 4.42).

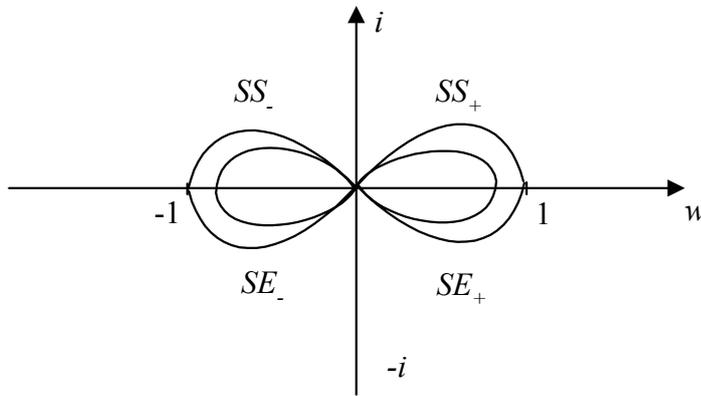


Рис. 4.42. Согласованное изменение скоростей и ко-гомологий

#### 4.15.3. Идея инерционной группы

Известно, что калибровочное поле  $A_k$  и соответствующий ему тензор  $F_{mn}$  появляются из вариационного формализма Лагранжа-Эйлера вследствие того, что зарядовое поле имеет фазовую свободу:

$$\delta Q^A = i \alpha Q^A.$$

Тогда вариации  $A_k$  есть

$$\delta A_k = \partial \alpha / \partial x^k.$$

Поскольку калибровочное поле  $F_{mn}$  имеет свою тень: калибровочное поле  $H_{mn}$ , то зарядовому полю нужна дополнительная фазовая свобода в форме

$$\delta Q^B = i \beta Q^B.$$

Ей соответствует вариация второго калибровочного поля  $B_k$

$$\delta B_k = \partial \beta / \partial x^k.$$

Поскольку поля  $A_k$  и  $B_k$  различны, поля  $\alpha$ ,  $\beta$  и соответствующие им калибровочные группы  $U_\alpha^{(1)}$ ,  $U_\beta^{(1)}$  скалярных функций образуют гиперповерхность (рис. 4.43).

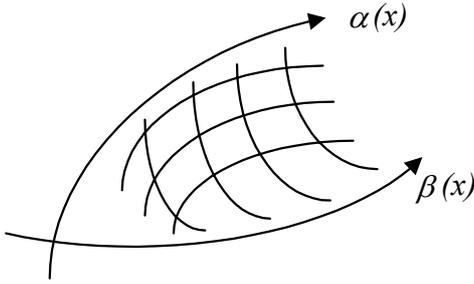


Рис. 4.43. Гиперповерхность системы калибровочных групп

Метрические тензоры  $g_{ij} = diag(1,1,1,1)$ ,  $r_{ij} = diag(1,1,1,-1)$  канонического вида, как установлено выше, являются элементами алгебры  $V(4)$ . Им соответствуют фиксированные значения инвариантных полиномов:  $Sp(\xi) = const$ ,  $Det(\xi) = const$ . В общем случае используем

$$Sp r = 3 - w, \quad det r = -w,$$

$$Sp g = 3 + w, \quad det g = w.$$

Отождествляя элементы алгебры с четырехметрикой, приведем ее локальными преобразованиями координат к виду

$$g^{ij} = diag(1,1,1, w_1), \quad r^{ij} = diag(1,1,1, -w_2).$$

Введем скаляры

$$w_1 = w_1 / w_1^*, \quad w_2 = w_2 / w_2^*,$$

где  $w_1^*$ ,  $w_2^*$  - некоторые асимптотические значения  $w_1$ ,  $w_2$ . Если они известны, мы имеем симметрию инерции, им соответствующую.

#### 4.15.4. Новая схема мышления о пространстве-времени

Известно, что противоположное истинному в одних условиях может быть истинным в других условиях. Такова обычная практика, согласно которой в общей схеме анализа объектов и явлений конструктивно использовать истинное и его отрицание. Так, согласно Ньютону, пространство и время абсолютны и относительно, что в другой форме и при других условиях было использовано Эйнштейном. В данной главе мы выделили пространство состояний  $SS$  и пространство событий  $SE$ , которые можно рассматривать как противоположности, дополнительные друг другу. Но тогда отрицание, состоящее в том, что ни пространства, ни времени нет, истинно как отрицание известного подхода, что пространство и время есть. Действительно, мы принимаем за время показания некоторых механических или оптических устройств, но они характеризуют движения и не приближают нас к объективному времени, которое можно отрицать. Аналогично обстоит ситуация с длиной, площадью, объемом. Есть объекты и их движения, но можно считать, что нет пространства и нет времени. Рассматривая утверждения и отрицания как точки на обобщенной координатной линии, получаем многообразие вложения опыта в виде системы координат трехмерного пространства (рис. 4.44). Здесь введены обозначения, указывающие свойства:  $\alpha$  - абсолютные;  $\alpha^*$  - относительные;  $\beta$  - пространство  $SS$ ;  $\beta^*$  - пространство  $SE$ ;  $\gamma$  - наличие;  $\gamma^*$  - отсутствие.

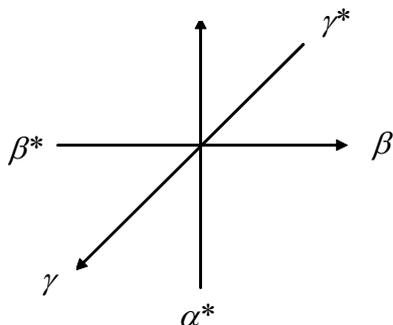


Рис. 4.44. Многообразие вложения общего опыта

Физическая модель, как и ее приложения, будут разными в зависимости от того, к какой точке данного многообразия они будут присоединены. Поскольку пространственно-временные характеристики принято вводить в модель через матрицу  $g_{ij}$  и связность  $\Gamma_{jk}^i$ , то для нее имеем гиперповерхность проявлений (рис. 4.45). Здесь  $(g_{ij}, \Gamma_{jk}^i)$  - канонические величины без дополнений и без деформаций. Расположим на "отрицательных" полуосях величин  $(\tilde{g}_{ij}, \tilde{\Gamma}_{jk}^i)$ , отличающиеся от канонических. Например:

а)  $\tilde{g}_{ij} = \varphi g_{ij}$ , где  $\varphi$  - новое поле;

$\tilde{g}_{ij} = \varphi g_{ij} + \chi \varphi_{ij}$  - метрика с аддитивной добавкой;

$\tilde{g}_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, \varphi^4 \cdot 1)$  - деформированная метрика.

б) Аналогично имеем  $\tilde{\Gamma}_{jk}^i = \Psi \Gamma_{jk}^i$ ;  $\tilde{\Gamma}_{jk}^i = \Psi \Gamma_{jk}^i + \alpha B_{jk}^i \dots$ , где  $\Psi$ ,  $\alpha$ ,  $B_{jk}^i$  - новые поля тензорного типа.

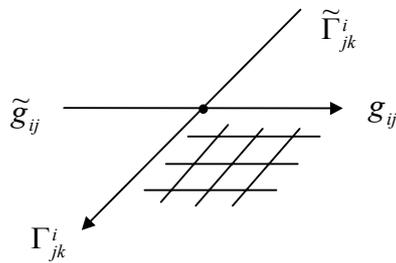


Рис. 4.45. Гиперповерхность проявлений пространственно-временных характеристик

Соответственно получаем четыре сектора на гиперповерхности проявления пространственно-временных свойств в физической модели:

$$(g_{ij}, \Gamma_{jk}^i), \quad (g_{ij}, \tilde{\Gamma}_{jk}^i), \quad (\tilde{g}_{ij}, \Gamma_{jk}^i), \quad (\tilde{g}_{ij}, \tilde{\Gamma}_{jk}^i).$$

Используя деформированную метрику конформного типа, в главе 1 удалось построить динамический механизм изменения инерционных параметров электромагнитного поля. Понятно, что используя проективную связность с дополнением ее физическими полями  $B_{jk}^i$ , как при учете ее деформации, так и без нее, мы имеем новые классы решений, соответствующие новым условиям, которые учитываются в модели физического явления. Так, например, можно найти связность  ${}^* \Gamma_{jk}^i$ , используя которую получим выражение для групповой скорости электромагнитного поля

$$\vec{v}_g = \frac{c \bar{k}}{n \bar{k}} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [(1-w)\vec{u}_{fs} + w\vec{u}_m],$$

в котором переменны величины  $n$ ,  $w$ ,  $\vec{u}_{fs}$ ,  $\vec{u}_m$ . Иными словами, *связность способна расширить локальное решение с фиксированными параметрами на случай, когда они переменны*. Заметим, и метрика и связность в физической модели имеют много "источников". В главе 3 показано, что общая конструкция содержит  $SS$  и  $SE$ , поля  $F_{mn}$  и индукции  $H^{ik}$ , группу заполнения  $G_a$  и группу проявления  $G_b$ , дифференциалы  $dx^i$  и частные производные  $\partial_i$ . При этом каждый из указанных элементов может рассматриваться как принадлежащий некоторому одному уровню многоуровневой системы. Представим ее схемой (рис. 4.46). Каждая из указанных пар, при использовании допол-

нительных условий, способна стать источником и средством анализа метрик  $g_{ij}$  и связностей  $\Gamma^i_{jk}$ . Так, например, связь

$$\tilde{H}^{ik} = a \sqrt{g} \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}$$

содержит скаляр  $a$ ,  $\sqrt{g} = \det^{1/2} |g_{ij}|$ , тензор  $\Omega^{im}$ , которые "подсказаны" парой  $(F_{mn}, \tilde{H}^{ik})$ , но не могут быть получены только из нее. Пары  $(SS, SE)$ ,  $(G_a, G_b)$ , в частности, свидетельствуют, что их отождествление соответствует частному условию для физической модели. Но тогда не исключено, что общая метрика  $g_{ij}$  и связность  $\Gamma^i_{jk}$  могут быть составлены из отдельных слагаемых, соответствующих каждой из указанных пар, причем со своим весовым множителем. Пусть

$$g_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \alpha^{(k)} g_{ij}^{(k)}, \quad \Gamma^i_{jk} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \beta^{(p)} \Gamma^i_{jk}^{(p)}.$$

Использование нелинейных представлений групп и нелинейных связностей способно существенно приблизить анализ к реальным задачам.

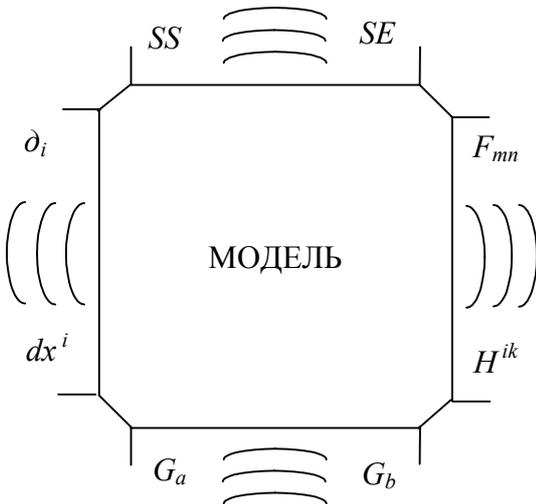


Рис. 4.46. Иллюстрация многоуровневости физической модели

#### 4.15.5. Немеханическое пространство и время

Практика показывает, что механическое движение является частным случаем общего движения. В частности, человек имеет разное ментальное и психологическое состояние и движения в нем. Проблема состоит в том, как их описать математически. Подход, принятый в физике, основан на концепции зарядов, которые имеют свои поля, заданные в пространстве механического перемещения зарядов, реализующиеся в реальной практике. Динамика механического перемещения зарядов и полей, с ними связанных, обычно составляет суть решаемых проблем. Покажем, что электродинамика Максвелла позволяет существенно конкретизировать общий подход, создавая предпосылки для моделирования немеханического пространства и времени. Так, в электродинамике используется трехмерное пространство  $R^3$  и время  $T^1$ , что позволяет ввести соответственно трехмерные и четырехмерные вращения. Они задаются, согласно главе 3, матрицами

$$\sigma^i = 0.5(a^i + b^i), \quad r^i = 0.5(a^i - b^i),$$

где  $(a^i, b^i) \in V(4)$ , формируя группу заполнения физической модели. Волновая функция  $\Psi_\xi = \text{столбец}(E_\xi + iB_\xi; 0)$ , где  $\xi$  указывает компоненту,  $i$  – мнимая единица объединяет в единое целое поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  разных типов.

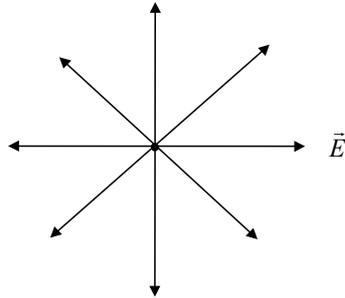


Рис. 4.47. Физическое поле  $\vec{E}$  иллюстрирует первый тип инерциального движения

Действительно, для покоящегося заряда имеем картину расположения векторов  $\vec{E}$  по прямым линиям согласно рис. 4.47, задающего один тип "совершенного" инерциального движения, соответствующего прямым линиям. Для движущегося заряда (пусть это будет направление к нам) имеем второй тип "совершенного" инерциального движения, когда вектор  $\vec{B}$  распределен по окружностям согласно рис. 4.48. Согласно электродинамике Максвелла, оба эти движения соединены в волновой функции посредством мнимой единицы  $i$ , а уравнения для них основаны на матрицах

$$\gamma^i, \Omega^i \in a^i, b^i.$$

Соответствуют опыту уравнения

$$\gamma^i \partial_i \bar{\Psi} + \Omega^i \partial_i \Psi = 0,$$

где  $\bar{\Psi} = \text{столбец}(E_\xi - iB_\xi; 0)$ ,  $\partial_i$  - частная производная по координатам. Аналогично описывается второе поле

$$\varphi = \text{столбец}(H_\xi + iD_\xi; 0),$$

а затем  $\varphi$  и  $\Psi$ ,  $\bar{\varphi}$  и  $\bar{\Psi}$  связываются между собой. Таков подход в электродинамике.

Примем предположение, что и другие движения, в том числе ментальные, психологические, чувственные могут быть аналогичны движениям, изученным физиками.

Укажем, что нужно, чтобы развить эту аналогию:

- (i) Пространство, которое можно рассматривать как аналог механического, в котором будет задан соответствующий заряд и его РИТЫ;
- (ii) Новые координаты и новое время, которые можно найти посредством опыта, вероятно, существенно отличного от физической практики;
- (iii) Поля, характеризующие "совершенные" движения (прямолинейное и круговое) в пространствах состояний  $SS$  и событий  $SE$ ;
- (iv) Группу заполнения  $G_a$  и группу проявления  $G_b$  данного движения;
- (v) Дифференциальные операторы, соответствующие модели (они могут существенно отличаться от используемых в физике);
- (vi) Алгоритм получения решений;
- (vii) Уточнения модели в соответствии с решениями и реальной практикой.

И координаты, и время ментальных, чувственных, психологических состояний и движений, по самой своей сути, могут быть существенно отличны от привычных в физике и в обыденной практике. Ментальные, чувственные, психологические времена описывают движения в соответствующих им пространствах и не сводятся к "механическому" времени. Оцениваться и измеряться они должны иначе. Более того, возможно, что

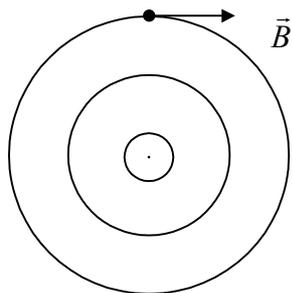


Рис. 4.48. Физическое поле  $\vec{B}$  иллюстрирует второй тип инерциального движения

обычные числа будут неудобны в математическом описании духовной практики. Однако уравнения и величины, используемые в электродинамике Максвелла для света, могут быть пригодны для описания динамики чувств, ума, психики человека. Становится необходимым объединенное пространство-время. Его следует строить по образцу расслоенного многообразия, в котором роль базы выполняет механическое пространство-время, а роль слоя - пространство ментальных, психологических или чувственных движений. По-видимому, этот путь уже открыт. Чтобы идти по нему, нужно преодолеть инерцию старого мышления и опираться на полезный опыт, приобретенный в физике и математике.

## 4.10. НОВОЕ СООТНОШЕНИЕ АБСОЛЮТНЫХ И ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СВОЙСТВ ПРОСТРАНСТВА–ВРЕМЕНИ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

*Показано, что группа Лорентца кохомологически индуцирует абсолютное пространство–время Ньютона, а также сверхсветовые скорости. Выдвинуто предположение, что метрика Минковского кохомологически устойчива при отношении  $w=1$  из-за внутреннего поведения электромагнитного поля и обусловлена динамикой его частоты.*

В главе 3 показано, что спинорному варианту описания электромагнитного поля соответствует использование подгрупп  $(a^i, b^i) \in V(4)$ , характеристический полином для которых есть

$$y(a, b) = \det(\lambda I - A) = \lambda^4 + 2\lambda^2 + 1 = (\lambda^2 + 1)^2.$$

Его можно рассматривать как  $G$  инвариантную функцию, потому что

$$G_\lambda = \det(\lambda I - A) = \det(\lambda QIQ^{-1} - QAQ^{-1}).$$

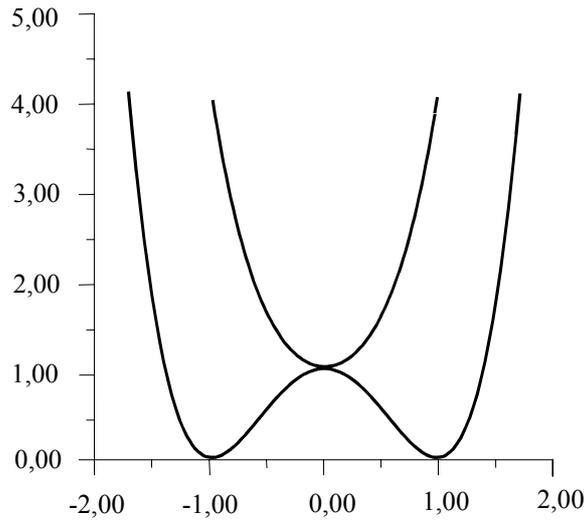
Тогда точки экстремумов  $G_\lambda$  являются  $0$ -мерными орбитами группы  $G_\lambda$ , содержащей  $Q$ ,  $Q^{-1} \in G_\lambda$ . Его график задает, согласно идее, изложенной в главе 3, кохомологическую устойчивость объектов и явлений при  $\lambda=0$ . Используем значение  $\lambda$  как скалярное отношение  $w$ , полагая, что  $w=\lambda$ . Соединим с его помощью  $R^3$  и  $T^1$  в единый комплекс, образуя метрику пространства событий  $SE$  для электромагнитного поля. При значении  $w=0=\lambda$  мы приходим тогда к модели пространства Ньютона, соответствующей метрике

$$n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0).$$

С другой стороны, как легко видеть, каноническая метрика  $g^{ij}$ , соответствующая выбору  $\lambda=1$ , есть метрика Минковского, которая индуцирует группу Лорентца. Эта группа имеет генераторы, следуя главе 3, полученные сложением и вычитанием элементов  $(a^i, b^i) \in V(4)$ . Поэтому деформированная группа Лорентца, следуя главе 2, индуцирует при  $w=0$  кохомологически устойчивое пространство–время Ньютона и его группу Галилея.

В главе 1 показано, что единое описание всей совокупности экспериментальных фактов в электродинамике Максвелла при учете динамики несобственной инерции электромагнитного поля основано на дополнении дисперсионного уравнения (характеризующего внешнее поведение явлений) фазовым уравнением (характеризующим внутреннее поведение явлений). Соответственно была введена система "внутренних" уравнений электродинамики. Следуя исследованию главы 3, отнесем их к секторам  $(e^i, f^i, c^i) \in V(4)$ . Тогда для них получим характеристический полином

$$y(e, f, c) = \lambda_\xi^4 - 2\lambda_\xi^2 + 1 = (\lambda_\xi^2 - 1)^2.$$

Рис. 4.49. Графики характеристических полиномов группы  $V(4)$ 

Он индуцирует *когомологическую устойчивость* объектов и явлений при  $\lambda_\xi = \pm 1$ . Отнесем значению  $\lambda_\xi$  внутреннее отношение, полагая, что  $w_\xi = \lambda_\xi$ . Соединяя  $R^3$  и  $T^1$  отношением  $w_\xi$ , мы получаем метрику событий  $SE$  вида  $\tilde{g}^{ij}(w_\xi)$ . Она имеет два комологически устойчивых состояния, соответствующие  $w_\xi = \pm 1$ . Рассмотрим сейчас, следуя главе 1, вариант изменения параметров электромагнитного поля, согласно которому  $w = w_\xi$ . Состояние с  $w_\xi = 1$ , учитываемое группой Лорентца канонического вида, допустимо характеристическим полиномом подгрупп  $(a^i, b^i) \in V(4)$ . Однако оно комологически неустойчиво. Только подгруппы  $(e^i, f^i, c^i)$  обеспечивают комологическую устойчивость  $w_\xi = 1$ . Следовательно, согласно принятому подходу, оно индуцируется внутренним поведением поля. Поэтому "*стабильность*"  $w_\xi = 1$  обусловлена не свойствами пространства-времени Минковского, а законами динамики частоты  $\omega$  электромагнитного поля. Общая картина комологически устойчивых состояний следует из графиков для многочленов  $y(a, b) = y_1$ ,  $y(e, f, c) = y_2$  (рис. 4.49). Внутреннее состояние комологически устойчиво при  $w_\xi = \pm 1$ , внешнее - при  $w = 0$ . Они индуцируют абсолютное (по Ньютону), относительное (по Минковскому) и сверхсветовое (по Евклиду) пространство-время. Рассмотрим также графики характеристических полиномов для метрики Ньютона  $n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ , сверхсветовой метрики  $r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$  (рис. 4.50, 4.51).

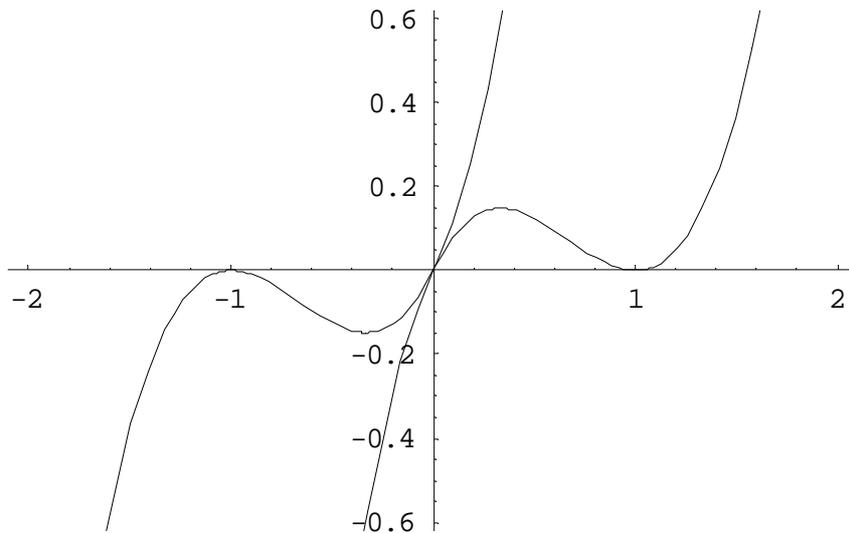


Рис. 4.50 График полинома  $Y(n_{1,2}^{ij}), Y(n_{1,2}^{ij}) = (\lambda \pm 1)^2 \cdot \lambda$

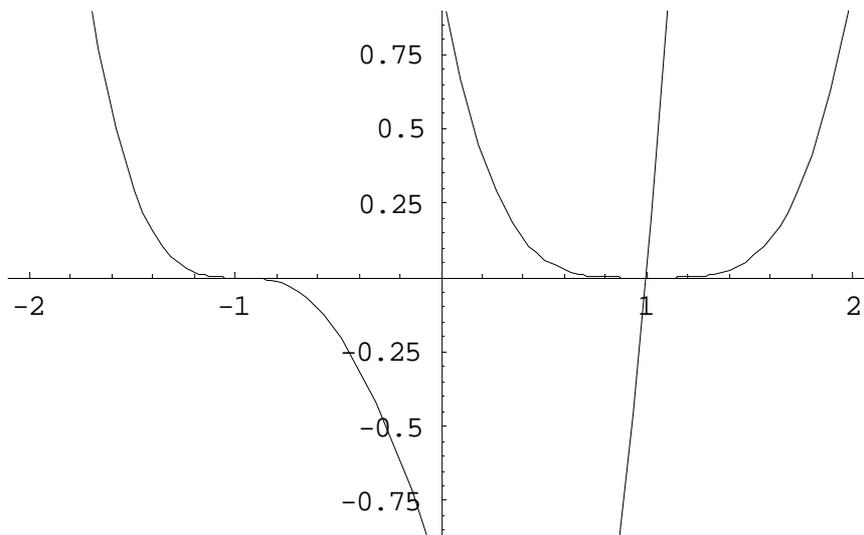


Рис. 4.51 График полинома  $Y(r_{1,2}^{ij}), Y(r_{1,2}^{ij}) = (\lambda \pm 1)^3 \cdot (\lambda - 1)$

Выделим спектр значений  $\lambda$ , который соответствует характеристическим полиномам  $V$  (4) и их метрикам канонического вида  $(n^{ij}, r^{ij})$ . Действительно, имеем значения  $\lambda_{min}$  согласно таблице 4.1.

Значения  $\lambda_{min}$  и их кохомологические источники Таблица 4.1.

| $Y(\xi)$        | $Y(g^{ij}); Y(e^i, f^i)$ | $Y(n^{ij})$ | $Y(r^{ij})$ | $Y(a^i, b^i)$ |
|-----------------|--------------------------|-------------|-------------|---------------|
| $\lambda_{min}$ | 0                        | $\pm 0.25$  | $\pm 0.50$  | $\pm 1.0$     |

Формально рассмотрим  $\alpha^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -p)$ . Тогда

$$\lambda_{min} = \frac{\pi}{4}(3p - 1).$$

Пусть  $3p \in Z$ . Получим таблицу 4.2.

Значения  $\lambda_{min}$  для  $\alpha^{ij}(p)$ 

Таблица 4.2.

|                  |    |    |    |    |    |    |   |   |   |   |   |   |
|------------------|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|
| Зр               | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $4\lambda_{min}$ | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

Допуская самостоятельное существование  $\alpha^{ij}$ , мы имеем соответствие двух рядов целых чисел, отличающихся на единицу. Значения  $\lambda_{min}$ , которым сопоставлено скалярное отношение  $w$ , позволяют найти  $p$ .

Мы понимаем сейчас, что пространство-время, необходимое и достаточное для описания физических объектов и явлений, есть главное расслоенное структурно оснащенное многообразие. Его база может и должна выбираться из условий конкретного эксперимента, который обычно локален. Аналогично задается группа заполнения физических явлений. В роли оснащенного многообразия достаточно использовать риманово многообразие или некоторое его обобщение. В частности, модель должна допускать возможность сосуществования качественно различных метрик событий: Евклида, Ньютона, Минковского, а потому быть согласована с концепцией неограниченных скоростей.

Общая теория относительности не выходит за рамки риманова многообразия с единой локальной метрикой Минковского. Его структура подчинена уравнениям Эйнштейна

$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R = \chi T_{ij}.$$

Здесь  $g_{ij}$  - метрика,  $R_{ij}$  - тензор Риччи,  $T_{ij}$  - тензор энергии-импульса,  $R$  – скалярная кривизна. Выбор  $T_{ij}$  обусловлен системой дополнительных условий физического характера, что свидетельствует о неполноте подхода Эйнштейна. Более того, уравнения для моделирования объектов и явлений должны устанавливаться отдельно, так или иначе согласовываясь с выбором структуры пространства-времени. В силу указанных обстоятельств и причин общую теорию относительности следует рассматривать лишь как часть общей модели пространства-времени и как часть общей модели физических объектов и явлений. Она не может охватить и проявить их полностью и потому является недостаточной.

Значит, в физических моделях мы можем учесть два новых обстоятельства: *специальная теория относительности является в них частично достаточной, но не является необходимой; общая теория относительности частично необходима в них, но не является достаточной.*

## ЗАКЛУЧЕНИЕ

1. На примере электродинамики Максвелла показано, что с алгебрами, используемыми для заполнения и проявления физических моделей, ассоциированы локальные метрики. По этой причине пространственно-временные свойства "несут на себе" алгебраическую сущность физических объектов и явлений. Сделано предположение, что именно диагональные метрики ответственны за взаимное превращение бозонов и фермионов.
2. На основе анализа уравнений Максвелла выдвинута идея, что глобальное пространство-время имеет фундаментальную локальную расщепленность, состоящую в том, что оно есть прямая сумма пространства событий  $SE$  и пространства состояний  $SS$  со своими метриками, связностями, динамиками. Эта расщепленность индуцирует многообразие ситуаций, реализуемых в физических моделях.
3. На основе анализа диагональной локальной метрики с конформным множителем показано, что ее кохомологические свойства зависят от пяти параметров. Найдена алгебра эквивалентных и тривиальных преобразований для локальной метрики. Выделены два типа пространственно-временных преобразований, следующие из структуры гомологической активности моделей, использующих локальную метрику. Введена концепция комплексного времени и указаны ее возможные приложения к анализу явлений физического мира. Введено понятие комплексной скорости и указаны факторы, влияющие на нее.
4. Показано, что физическое различие  $R^3$  и  $T^1$  имеет кохомологическую природу. Метрика Минковского нетензорна при введении композитов в физическую модель инерции и она недостаточна для описания динамики инерции поля, более того, без нее можно обойтись. Указана специфика подхода Эйнштейна к описанию динамики инерции поля.
5. Проанализирована общая структура модели электромагнитных явлений со сверхсветовыми скоростями. Показано, что она индуцирует модель расслоенного пространства-времени, базой которого, в частности, может быть  $R^3 \times T^1$ , а слоем - псевдоевклидово пространство Минковского. Показано, что принцип относительности в форме требования симметрии уравнений относительно пространственно-временных преобразований является недостаточным для моделирования явлений. Сформулировано понятие внешней и внутренней архитектуры физической модели. Указано различие принципов относительности Галилея и Эйнштейна.
6. Показано, что в электродинамике Максвелла используются четыре метрики. Две из них соответствуют пространству состояний  $SS$ , задавая размеры и время жизни физических объектов, вторая пара соответствует пространству событий  $SE$ , характеризуя относительное движение объектов и их частей. Установлено, что все метрики могут быть получены из алгебры  $V(4)$ . Их динамика обусловлена гомологической алгеброй. Найден алгебраический механизм преобразования скорости  $\vec{U}$  в частоту  $\omega$  и частоты в скорость. Сделано предположение, что им соответствуют физические механизмы таких преобразований. Приведен аргумент, согласно которому причиной абсолютной длины и времени могут быть сверхсветовые скорости.
7. Показано, что группа Лорентца кохомологически индуцирует абсолютное пространство-время Ньютона, а также сверхсветовые скорости. Выдвинуто предположение, что метрика Минковского кохомологически устойчива при отношении  $w=1$  из-за внутреннего поведения электромагнитного поля и обусловлена динамикой его частоты.

8. Морфологически проанализировано соотношение общих свойств и сторон реальных физических конструкций и их качеств.
9. Проведен анализ простых симплексов с целью показа возможностей обобщенной их проективности, которая выходит за рамки физической геометрии
10. Введена концепция объективации, основанная на конструкции системы выделенных согласованных подмножеств, что позволяет обобщить концепцию материальной точки и конкретизировать концепцию поля, приблизив анализ к реальным физическим конструкциям с качествами
11. На основе известного свойства уровневой концентрации материи предложен новый подход к единому описанию сложных ситуаций, когда эти уровни согласованы друг с другом, реализуя разные формы их софистатности.
12. На основе концепции трансфинитности пространства-времени проанализирована трансфинитность движений, в частности, скорости.
13. Проанализирована связь размерности пространства-времени с алгебраической структурой реальных конструкций и их движений. Выдвинуто предположение, что метрики и связности могут быть разными в зависимости от условий проведения экспериментов.
14. Определена и частично проанализирована модель главного расслоенного структурно оснащенного многообразия как нового физического пространства-времени. Она соединяет в себе стороны и черты подходов Ньютона и Эйнштейна.

## ГЛАВА 5

# ЧАСТИЦЫ СВЕТА ПОД МИКРОСКОПОМ ИДЕЙ

*"Доказуемость значительно уже содержательной истинности".*

*К. Гедель*

|   |     |
|---|-----|
| Введение .....  | 341 |
| 5.1. Механическая модель атомов света - нотонов .....                 | 346 |
| 5.2. Физические аспекты нотона .....                                  | 355 |
| 5.2.1. О возможности нулевой скорости нотона .....                    | 355 |
| 5.2.2. Продольные и поперечные размеры атома света .....              | 356 |
| 5.2.3. Физическая причина поляризации .....                           | 357 |
| 5.2.4. Механизм образования электронов и позитронов из нотонов .....  | 358 |
| 5.2.5. Концепция самодостаточности нотона .....                       | 361 |
| 5.3. Числовые параметры элементарной системы - барона .....           | 362 |
| 5.4. Рецепторы и $n$ -схемы нотона .....                              | 364 |
| 5.5. Периодическая система для атомов света .....                     | 368 |
| 5.6. К возможности генетических кодов из праматерии .....             | 373 |
| 5.7. Сопоставление макро- и микроуровней электромагнитного поля ..... | 375 |
| 5.8. Новая механистическая модель атома водорода .....                | 378 |
| 5.9. Новая модель зарядов .....                                       | 382 |
| 5.9.1. Система базовых частиц материи .....                           | 382 |
| 5.9.2. Новое единство фундаментальных взаимодействий .....            | 383 |
| 5.9.3. Новый механизм взаимодействия зарядов .....                    | 384 |
| 5.10. Система канонических состояний .....                            | 386 |
| 5.11. Размеры и устройство нотонов .....                              | 389 |
| Заключение .....  | 392 |

## ВВЕДЕНИЕ

Чтобы начать исследование атомов света как механических частиц, следует справиться с препятствиями, стоящими на этом пути. Во-первых, необходимо без использования концепции эфира единым образом описать всю совокупность фактов классической физики, которые известны из исследования электромагнитных явлений. Тогда появятся основания для некоторого отказа от волновой модели света, которой чужда концепция света как системы частиц. Во-вторых, необходимо "вернуть" в электродинамику модель абсолютного пространства-времени или некий ее аналог, если частицы мы понимаем как объекты, имеющие объем в трехмерном пространстве, известном из макроскопического опыта механических движений. В-третьих, необходимо установить, из чего состоят атомы света, каковы параметры их составных частей, как они взаимодействуют и движутся относительно друг друга. В-четвертых, необходимо найти аргументы, свидетельствующие о пользе концепции атомов света и допускающие экспериментальную проверку.

Указанная система препятствий образует нечто единое целое и потому решение хотя бы одной из отмеченных проблем приближает или стимулирует решение других. Очевидна пугающая сложность задачи исследования света как системы механических частиц. *Нужны новые модели, новые пути и средства анализа.*

При достижении нового опыта важен и новый путь и новые средства, но не менее важна опора на предшественников. Обычно многое берется из предыдущего опыта, к которому добавляется что-либо «свое». В качестве примера, следуя Уиттекеру Э., рассмотрим подход Бора к теории спектральных линий атомов и молекул. Выделим несколько моментов:

- Бор принял принципы Конвея: во-первых, что атомы создают спектральные линии по одной за раз, во-вторых, что в этом процессе участвует один электрон.
- Бор принял принципы Никольсона: во-первых, что атом Резерфорда является удовлетворительной основой для проведения точных расчетов длин волн спектральной линии, во-вторых, что образование спектров атомов есть квантовое явление, в-третьих. Что атом данного химического элемента может существовать в разных состояниях, характеризующихся дискретными значениями его кинетического момента, а также дискретными значениями его энергии.
- Бор независимо открыл принцип Эренфеста, что в квантовой теории кинетические моменты должны быть целыми кратными постоянной Планка.
- Бор принял принцип, который предполагал закон Герца о спектральных линиях и который предвосхитил точку зрения Никольсона, что спектральную линию создают два различных состояния атома.
- Бор предположил, что уравнение Планка - Эйнштейна, связывающее энергию с частотой, справедливо как для поглощения, так и для излучения.

- Бор ввел новый принцип: следует отказаться от попыток представить визуально или объяснить с помощью классической теории поведение активного электрона при переходе атома из одного состояния в другое.

При построении модели частиц света, аналогично, многое должно быть взято из предыдущего опыта, который следует дополнить новыми фактами, которые стали известны недавно или которые ожидаются из тех или иных соображений. В этом направлении выполнена большая работа. Приведем короткую справку.

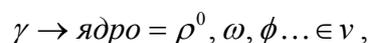
Первоначально фотон (квант света) рассматривался как некий бесструктурный объект, соответствуя полевой модели описания света, принятой в теоретической физике, и реализуя обнаруженные экспериментально дискретные, квантовые свойства поля. Такой подход оказался достаточным, чтобы согласовать важные для практики предсказания спектральных линий и их интенсивностей, а также чтобы описывать атомный фотоэффект. Позднее было обнаружено, что при значительных энергиях фотона  $E > mc^2$  он может материализоваться в кулоновском поле как пара электронов. Реакция



объясняется в квантовой теории как взаимодействие между "голыми" состояниями, описываемыми свободным гамильтонианом.

К адронной структуре  $\gamma$ -квантов физики пришли, изучая эксперименты по фоторождению пионов и электронов при распространении вблизи ядер. С 1960 по 1976 годы было выяснено, что фотон в своих реакциях проявляет внутреннюю структуру, подобную внутренней структуре адронов, за исключением того, что вероятность таких процессов пропорциональна постоянной тонкой структуры  $\alpha \cong 1/137$ . Начальное изложение информации о таком соответствии опубликовано в Scientific America. – 225, 94 (Murphy F.V., Yonnt D.E.) -1971.

При взаимодействии с ядром фотон может трансформироваться в векторные мезоны, например,



которые появляются до взаимодействия с препятствием с последующим превращением в несколько частиц, получающихся в конечной стадии.

Первое наблюдение рождения  $\rho$ -мезонов фотонами было получено в 1961 году (McLeod, Richert, Silverman), используя синхротрон Корнелл на 1.3 Гэв, чтобы наблюдать 2-пионный резонанс. Первое систематическое исследование фоторождения  $\rho$ -мезонов было выполнено на Кэмбриджском электронном ускорителе (Crouch H.R... - 1964 a, Phys. Rev. Lett. –13, 636.) и расчётной Гарвардской группой (Lanzerotti L.Y... Phys. Rev. -1968. -166, 1365).

Первые теоретические попытки включить эффекты, связанные с аддитивными составляющими фотона были выполнены Грибовым (1969 г.), а также (Brodsky S.J., J. Pumplin. – Phys. Rev. -1969. -182, 1794). Модель (VMD) векторно-мезонной доминантности преобладала в расчётах (Fujikawa K. – Phys. Rev. -1971. –D4, 2794, Sakurai J.J., Schildknecht D. – Phys. Lett. -1972a. –B40, 121, Braton A., Etim E., Grego M. – Phys. Lett. -1972. –B41, 609).

Анализ экспериментов показывает, что есть аналогия между процессами, вызываемыми фотонами и адронами: полное сечение рассеяния очень медленно меняется с ростом энергии, амплитуда рассеяния *вперед* преимущественно мнимая, отличаясь лишь тем, что фотонное взаимодействие очень слабое. Полное сечение рассеяния для фотона меньше, чем адронное, примерно на множитель, равный  $\alpha \cong 1/137$ .

(Baner T.H., Spital R.D., Yennie D.R., Pipkin F.M. – Reviews of Modern Physics. - 1978. –v.50. –N.2, 262-435) хороший обзор доказательства подобия фотонного и адронного взаимодействия содержится в обзоре 1977 г. (Yennie) по материалам летней шко-

лы в Каргезе (Boyariki A.M., ... - Phys. Rev. Lett. –1968. –20, 300) и реакции с пионами на протонах: (Diddens A.N. Proceedings of the Fourth International Conference on High Energy Collisions, Oxford, England. –1972. –p.127).

Близкими по поведению являются кривые, характеризующие распределения по перечных и продольных моментов в сечении рассеяния для пионов (Shephard W.D. Phys. Rev. Lett. –1971. –27, 164, -1972. –28, 260) и для  $\gamma$ -квантов (Moffeit K.C. ... - Phys. Rev. –1972. – D5, 1603).

Известно много составных моделей для фотонов. Укажем некоторые из них. Так, фотон представляется как совокупность двух сферических зарядов противоположного знака, перемещающихся поступательно и вращающихся (Haotot Antoine. About the physical nature, structure and velocity of the photon. //Atti Found. G.Ronch: -1993. –48, N6. –P. 787-801).

Фотоны рассматриваются по аналогии с дилектонами (Mc.Lerran Larry D. Small X physics: an intuitive approach. //Progr. Theor. Phys. Suppl. –1997. –N129, 11-20).

Есть работы, в которых фотон рассматривается как аналог двойной спирали ДНК, состоящей из нейтрино и антинейтрино (Levitt L.S. Is the photon a double helix. – Lett. Nuovo Cim. –1978. –21, N6. –P.222-223).

Многочисленные эксперименты свидетельствуют, что на малых расстояниях фотон состоит из кварков, глюонов и элементарных частиц (Physicists study photon structure. // CERN Cour. –1999. –39, N7, -11).

Структура вакуумных флуктуаций, связанных с фотонами, рассматриваются в (Photons under the microscope // CERN Cour –1997. –37, N8. 22).

Партонная структура фотона представлена в работе Erdmann M. The partonic structure of the photon. // DESY [Rept.] –19996. –N090. –1-108.

Модель реальных и виртуальных фотонов при описании взаимодействия с ядрами предложена в работе (Thomas A.W. // Nucl. Phys. A. –2000. p.663-664, p.249-256).

Универсальность преасимптотики в адронной и фотонной дифракции показана в работе (Trochin S.M., Tyurin N.E. // Phys. Rev. D. –1997. –55, N1. p.7305-7306).

Экспериментальное и теоретическое исследование структуры фотона приведено в обзоре (Butterworth J.M. ... Photon structure as seen at HERA. // ZEUS DESY (Repl.) – 1995. –N43. p.1-20).

Партонное распределение реальных и виртуальных фотонов изучалось в работе (Sjöstrand T., Storrow J.K., Vogt A. // J. Phys. G. –1996. –22, N6. p.893-901).

По модели Теразавы Х. калибровочные бозоны и фотоны представляют собой связанные состояния фермионных субкварков (Terasawa Hidezumi, Akama Keiichi, Chikaside Yuichi. What are the gange bosons made of? –Progr. Theor. Phys. –1976. –56, N6. p.1935-38).

Фотон, как связанное состояние двух нейтрино с обменным потенциалом, описываемый уравнением Бете-Салпетера, рассмотрен в работе Sarkar Harish, Bhattacharye Brahmanande, Bandyopadhyay Pratul. – Phys. Rev. D.: Part. And Fields. –1975. –11, N4. p.935-938.

Адронная структура фотона в модели двухпионных составляющих представлена в работе Yennie Donald R. – Revs. Mod. Phys. –1975. –47, N2. –311-330.

Ядерные свойства фотонов показаны в (Каримходжаев А. // Узб. Физич. Журнал. –1991. –N3. –с.12-16).

Имеются попытки трактовать фотон как сгусток вращающегося электромагнитного поля и объяснить его квантовые свойства с классических позиций. (Gerharz Reinhold. –Int. J. Electron. –1972. –32, N3. –p.333-345).

Возможность описания фотона как системы, состоящей из нейтрино и антинейтрино, обсуждалась в работе Ruderfer Martin. On the neutrino theory of light. –Amer. J. Phys. –1971. –39, N1. –p.16.

Теорема (Pryce M.H.L. // Proc. Roy. Soc. –1938. –A165, 247) не создает реальных трудностей для нейтринной теории света. Предельный случай связанных состояний в системе двух частиц с  $m \neq 0$  рассмотрен в работе Ferretti V. A comment on the neutrino theory of light. //Nuovo Cimento. –1964. –33, N1. –264-266. Она основана на возможности описания нейтрино парой векторов  $(\vec{E}, \vec{H})$ , вращающихся в плоскости, перпендикулярной вектору Пойнтинга. Аналогичное рассмотрение с учётом существования электронного и мюонного нейтрино дано Перкинс В. РЖ Физ. 1965, 8Б200.

Предлагались модели, в которых имело место сочетание классических и квантово-механических представлений о сущности и природе света. Magyar George. On the nature of light. //Brit. J. Philos. Sci. –1965. –16, N61. –44-49. В этой работе свет распространяется в виде волн, а фотоны возникают только при взаимодействии с веществом.

Изучалось связанное состояние  $(e^+ \div e^-)$  системы, образованной в результате универсального Ферми-взаимодействия. На основе решения уравнения Бете-Салпетера вычислена величина электромагнитной константы связи, близкая к экспериментальному значению. Freund. P.G.O. A composite model for the photon. //Acta phys. Austriaca. –1961. –14, N33-4. p.445-447.

Издавна проводятся вычисления собственной массы фотона. Так, в работе (Pressman Asher. La masse proper du photon. //C.r. Acad. Sci. –1954. –239, N1, 1023-25.) решаются уравнения Максвелла в пространстве с изотропной кривизной, при условии, что  $R_{ik} = \frac{3}{a^2} g_{ik}$ . Тогда  $\mu_0 = \sqrt{3}h(2\pi ac)^{-1} \cong 10^{-65} \text{ г}$ .

В работах (Guralnik G.S. Photon as a symmetry-breaking to field theory. //Phys. Rev. –1964. –136, N5B, 1404-1416; 1417-1422) утверждается, что для того, чтобы фотон был безмассовым, необходимо нарушение лорентцовской симметрии, при котором вакуум становится вырожденным.

Один из первых обзоров данных о массе фотона есть в работе Кобзарев И.Ю., Окунь Л.Б. // УФН. –1968. –95, N1, 131-137.

Современные экспериментальные данные дают для нижней границы комптоновской длины фотона значение  $\lambda \sim 3 \cdot 10^4 \text{ км}$ .

По анализу красного смещения оценка массы фотона дает значение  $m_0 \cong 10^{-66} \text{ г}$  (Fuli Li. An estimate of the photon rest mass. //Lett. Nuovo Cim. –1981. –31, N8, 289-290) методом Шредингера (Proc. Roy. Irish Acad. –1943. –A49, 135) по точному измерению магнитного поля Земли по методу (Plimpton S.J., Lawton W.E. //Phys. Rev. –1936. –60, 1066) получено значение массы покоя фотона  $m_0 = 4.0 \cdot 10^{-48} \text{ г}$  ( $2.3 \cdot 10^{-15} \text{ эВ}$ ) (Goldhaber Alfred S., Nieto Michael Martin. New geomagnetic limit of the mass of the photon. //Phys. Rev. Lett. –1968. –21, N8, 567-69).

В работе (Keswani G.H. //Amer. J. Phys. –1971. –39, N2, 231-232) обсуждался вариант для массы фотона в среде

$$m_* = \frac{h\nu}{c^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{1/2}},$$

при котором  $m_*$  зависит от среды, что противоположно представлению о том, что масса – фундаментальное свойство.

Реакции вида  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ ,  $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$  изучаются по схеме расчета (Weinberg S. //Physica A. –1979. –96, 327) в работе Bel'kov A.A., Lanyov A.V., Scherer S. //J. Phys. G. –1996. –22, N10, 1383-94.

Анализ  $\gamma\gamma$  столкновений можно рассмотреть по (Lect. Notes Phys. –1980. –134, I-XIII, 1-400).

В работе (Nich H.T. Size of photons. //Phys. Lett. –1972. –В38, N2, 100-104) предполагается, что эффективные размеры фотона в процессе фоторождения увеличиваются с ростом энергии. Обнаруживаются многочисленные новые экспериментальные данные о свойствах света. Так, в эксперименте Пфлигора, Мандела (РЖ Физ, 1968, 4В 647) обнаружена интерференция лучей, испускаемых двумя независимыми лазерами, причем два фотона никогда не могли находиться в установке одновременно.

Выполнены эксперименты, напрямую подтверждающие дискретную структуру квантов электромагнитного поля (Knight Peter //Nature. –1996. –380, N6573. –392).

I) Сверхпроводящая полость содержала электромагнитное излучение и через нее пропускались возбужденные атомы с гигантскими дипольными моментами, посредством которых атом взаимодействовал с квантами излучения. Поле в полости менялось дискретно.

II) Роль квантовой полости выполняла вибрирующая стенка свободных ионов  $Be$  в электромагнитной ловушке. Выбирая частоту лазера, которой облучали ионы, можно было наблюдать единичные переходы в вибрационном секторе.

Выполнено много экспериментов по остановке фотонов (Photons are persuaded to stop and take a light siesta //CERN Cour. –2001. –41, N3. 11).

Рождение материи светом рассмотрено в работе Ehrenstein D. Conjuring matter from light. //Science. –1997. –277, N2330. 1202.

В настоящее время проводится много экспериментальных и теоретических работ, направленных на изучение структуры частиц света, рассматриваемых как структурные объекты. Следует отметить, что такая возможность имеет, скорее, экспериментальную, чем теоретическую направленность. Действительно. Чтобы рассматривать свет как систему составных частиц, нужно прежде всего найти теоретическое обоснование релятивистских эффектов без использования специальной теории относительности, согласно которой свет не может рассматриваться как физический объект конечных размеров, что препятствует применению аналогий с реальными физическими объектами, применяемыми в реальной практике физиков. В рамках СТО свет представляет собой бесструктурную сущность, является и по форме и по сути некоторой недостижимой «вещью в себе». Такой подход возможен и он даже полезен, так как привлекает к себе именно своей «недостижимостью». Но реальная практика постоянно выходит за рамки наших теоретических фантазий, требуя перемены или корректировки начальных моделей.

Электродинамика Максвелла со сверхсветовыми скоростями в абсолютном пространстве Ньютона, рассмотренная в главе 1, дает новые ответы на проблемы, поставленные практикой. Более того, согласно проведенному анализу, не только электродинамика, но вся фундаментальная физика базируется на матричной группе  $V(4)$ . Это математическое единство впечатляет в силу достигнутой общности. Найдены исходные "алгебраические кирпичики" физических моделей: матричная группа  $U(1) \times SU(2)$ . Ее естественно использовать для моделирования как атомов и молекул материи, так и атомов и молекул света. В данной главе это сделано на феноменологическом и морфологическом уровне. Новый подход позволяет рассматривать атомы и молекулы света как системы, которые состоят из нейтральных конструкций, образованных парой центральных и парой периферических частиц. Они соединены между собой макроскопическими рецепторами. Моделирование конструкции и движения частиц света позволяет по-новому учесть известную информацию об их поведении и предсказать ряд новых физических эффектов.

### 5.1. МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМОВ СВЕТА-НОТОНОВ

*На основе следствий из электродинамики Максвелла со сверхсветовыми скоростями, допускающей абсолютное пространство и время, поддержана гипотеза Ньютона и Эйнштейна, что свет есть ансамбль частиц. Предложено рассматривать каждую частицу света как квантово-механическую систему, состоящую из элементарных атомов, расположенных друг за другом. Приведены аргументы, согласно которым каждый атом света аналогичен некоторому атому материи и имеет центральную и периферическую часть. Из атомов света образуются лептоны и нуклоны. Даны некоторые числовые параметры атомов света и начальная картина механического движения их составных частей.*

В современной физике свет есть система квантово-механических объектов - фотонов - с противоречивыми свойствами. Они имеют корпускулярные параметры, но не имеют собственных размеров, они имеют волновые параметры, но это не может быть волна в эфире. Возможность использования абсолютного пространства-времени для описания *релятивистских эффектов* классической электродинамики является новым обстоятельством. Примем его во внимание. Будем считать, следуя гипотезе Ньютона-Эйнштейна, что свет является потоком частиц. Пусть они имеют составные части, внутреннее движение, связи, структуру, динамику. Естественно считать, что такие частицы имеют квантово-механическую природу, являются атомами света. Назовем их нотонами.

Примем точку зрения, что частицы материи и частицы света состоят из одних и тех же элементов. Для нее есть основания. Известно, что при столкновении двух  $\gamma$ -квантов, не имеющих массы покоя и электрически нейтральных, рождаются электрон  $e^-$  и позитрон  $e^+$ , имеющие ненулевую массу покоя и равные по величине, но противоположные по знаку электрические заряды. Имеет место обратное превращение: из электрона и позитрона получаются два  $\gamma$ -кванта. Материя и поле едины, как предполагал еще Ньютон, они могут превращаться друг в друга. По этой причине нотоны "хранят тайну" электрического заряда и массы. Поскольку установлено, что волновые уравнения электродинамики Максвелла и волновые уравнения электрона Дирака имеют единую алгебраическую природу, будем считать этот факт математическим аргументом в пользу физического единства нотона и электрона. Примем идею, что нотоны, а также лептоны и нуклоны, имеют центральную часть - ядро и периферическую оболочку.

Выполним моделирование нотона как новой механической системы. Для конструирования симметрий мы использовали ранее группу  $Z_4$ . Следуя ей, введем четыре типовых пражаряда, обозначим их графически и морфологически:

$$\left( \bullet, \circ, \oplus, \ominus \right) \Leftrightarrow \alpha, \beta, \alpha^*, \beta^* .$$

Будем считать, что пражаряды способны иметь  $n \geq 1$  рецепторов - активных струн. С парой свободных рецепторов они изображены на рис. 5.1.

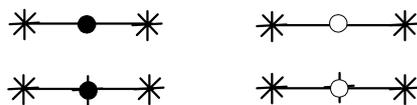


Рис. 5.1. Элементы для физических частиц

Примем точку зрения, что элементарные частицы комбинаторно создаются из указанных элементов, например, соответствуя рис. 5.1а.

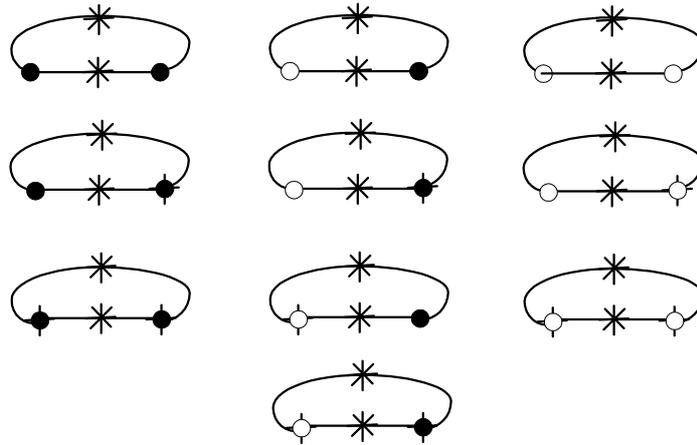
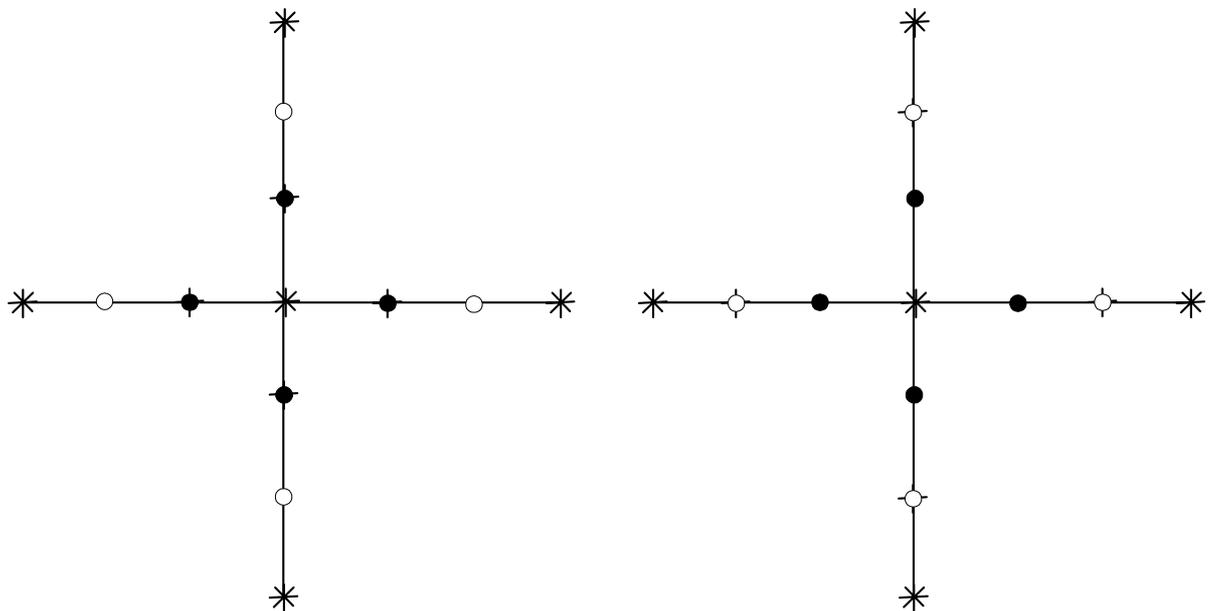


Рис. 5.1а. Закрытые системы элементов

Ситуация существенно усложняется, когда рецепторы сложны, у каждого празаряда их больше двух и они способны меняться. Самостоятельный интерес представляет задача эволюции рецепторов, согласованной с динамикой празарядов. Будем считать, что, кроме связей указанного вида, возможны и другие относительные движения. Допустим возможность соединения типовых элементов в частицы, когда заряды  $\alpha$ ,  $\alpha^*$  образуют ядро, а заряды  $\beta$ ,  $\beta^*$  - периферию. Тогда возможны прототипы электрона и позитро-



на. Они содержат празаряды (● или ●) в центральной части и празаряды (○ или ○) на периферии, а рецепторы их свободны (рис. 5.2).

Рис. 5.2. Прототипы электрона и позитрона

Допустим возможность образования замкнутых систем для центральных празарядов  $\alpha$ ,  $\alpha^*$  - пролонов и для периферических празарядов  $\beta$ ,  $\beta^*$  - элонов (рис. 5.3).

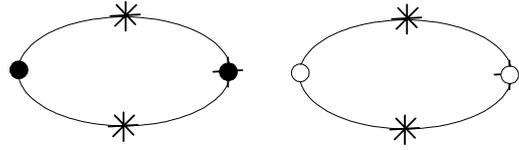


Рис. 5.3. Основные системы: протоны и электроны

Будем считать, что возможно относительное движение  $(\alpha, \alpha^*)$  и  $(\beta, \beta^*)$  вокруг их общего центра масс. Примем за аналог движение тел в Солнечной системе. Согласуем принятые допущения с данными опыта.

Следуя квантовой теории, для электрического  $\vec{E}_{p\mu}$  и магнитного  $\vec{H}_{p\mu}$  полей используем выражения:

$$\vec{E}_{p\mu} = i \sqrt{\frac{\omega}{2V}} \vec{e}^{(\mu)} \exp\{i(\vec{p}\vec{r} - \omega t)\},$$

$$\vec{H}_{p\mu} = i \sqrt{\frac{\omega}{2V}} \left[ \frac{\vec{p}}{p} \vec{e}^\mu \right] \exp\{i(\vec{p}\vec{r} - \omega t)\}.$$

Учтем, что в классической теории электромагнетизма поля  $E$  и  $H$  связаны линейной зависимостью

$$\sqrt{\mu}H = \sqrt{\varepsilon}E.$$

Они одновременно имеют максимумы и минимумы. Векторы  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$  перпендикулярны друг другу и они перпендикулярны скорости  $\vec{v}$  движения фотона, образуя с ней правовинтовую систему. Представим цикл периодического изменения  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  (рис. 5.4).

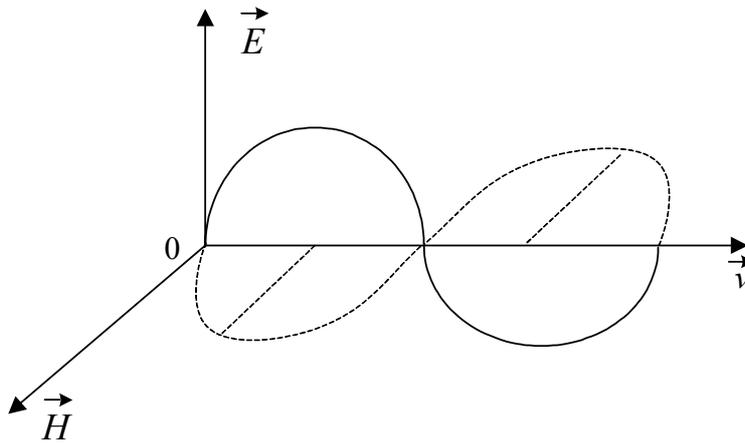


Рис. 5.4. Согласованное изменение векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$

Покажем, что возможна механическая интерпретация такого поведения поля, если введем механический атом света. Пусть атом света образован из двух основных систем (рис. 5.3), способных менять свое положение и картину рецепторов (рис. 5.5). Введем вектор  $\vec{R}$ , указывающий положение частицы ( $\odot$ ) в нотоне, вектор  $\vec{Q}$ , задающий направление от ( $\odot$ ) к ( $\bullet$ ) и вектор  $\vec{P}$ , перпендикулярный  $\vec{Q}$  и образующий с ним пра-

вовинтовую систему, согласованную с движением ( $\odot$ ) вокруг центра (рис. 5.5). Назовем такую частицу бароном. Введем поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  по формулам

$$\vec{E} = a\vec{P}(\vec{R}\vec{Q}), \quad \vec{H} = b\vec{Q}(\vec{R}\vec{Q}).$$

где  $(\vec{R}\vec{Q})$  - скалярное произведение векторов. Поля  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  меняются циклично и согласованно при движении празарядов ( $\circ$  и  $\odot$ ) вокруг празарядов ( $\bullet$  и  $\oplus$ ). Рассмотрим картину движений согласно рис. 5.5. Мы видим, что когда состояние простейшей частицы – барона меняется механически, оно сопровождается динамикой рецепторов, согласованной с их положением относительно центра.

Найдем закон, управляющий движением периферических элементов барона вокруг центральных. Примем для оценок формулу

$$ma = m\omega^2 R = \frac{mM}{R}\sigma = F,$$

где  $a$  - ускорение,  $F$  - сила,  $m$  - масса периферического празаряда,  $M$  - масса центрального празаряда,  $R$  – расстояние между периферическим и центральным празарядом. Получим

$$\omega = \frac{(\sigma M)^{1/2}}{R}.$$

Если радиус вращения  $R$  пропорционален длине волны  $\lambda = 2\pi \frac{c_0}{\omega}$ , то при

$$R = \chi^{1/2} \lambda$$

скорость света в вакууме  $c_0$  выражается через параметры, характеризующие барон:

$$c_0 = \frac{\lambda \omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\sigma M}{\chi} \right)^{1/2}.$$

В этом варианте скорость периферического празаряда вокруг центрального согласована с общей скоростью барона  $c_0$ , она выражается через его характеристики  $\sigma$ ,  $M$ ,  $\chi$ .

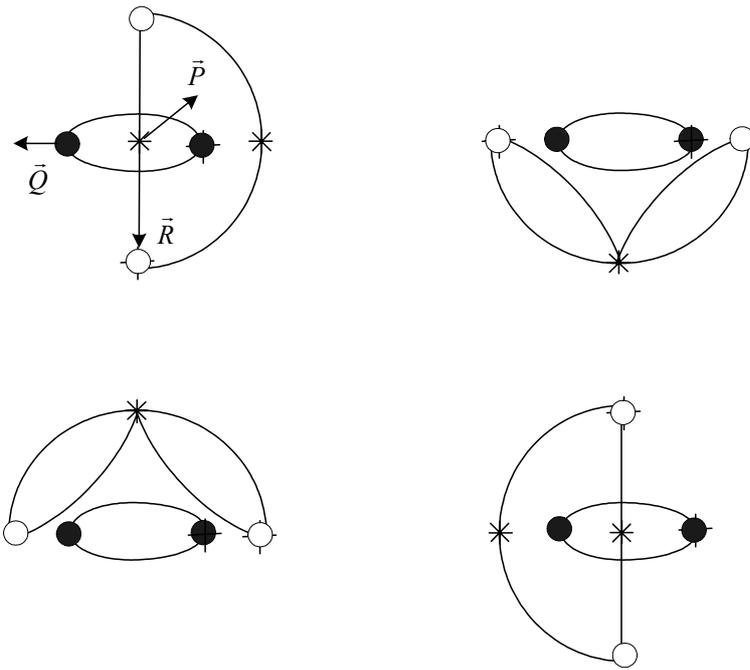


Рис. 5.5. Вариант механического движения элементов барона

Потенциал  $V$ , соответствующий силе  $F \sim \frac{1}{r}$ , есть  $V \sim \ln r$ , что означает наличие внутри барона сил экспоненциального типа. Рассмотрим вариант, когда момент количества движения постоянен. Пусть для  $m = m(m, M)$

$$m v R = const .$$

Ему соответствует выражение для импульса

$$m v = \frac{const}{R} .$$

Если  $v = c$ ,  $R = \chi^{1/2} \lambda$ ,  $const = \chi^{1/2} \hbar$ , где  $\hbar$  - постоянная Планка, получим выражения

$$p = m c = \frac{\hbar}{\lambda} = \frac{\hbar \omega}{c} = \frac{E}{c} ,$$

полезность и значимость которых подтверждена экспериментально.

В предполагаемой модели барон имеет поперечные размеры и структуру, которые периодически меняются. Однако барон является квантовым объектом и потому для него возможна теория типа Шредингера. В главе 1 указано уравнение

$$\Omega^{ik} \partial_i A_k - b_k^p \sigma^k A_p - V = const ,$$

претендующее на эту роль. В главе 3 показано, что уравнение Шредингера можно рассматривать для вырожденного поля, тензор напряженности которого, построенный по аналогии с электромагнитным полем, тождественно равен нулю. Выберем  $A_k = \partial_k \varphi$ .

Тогда

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m \equiv 0 .$$

Пусть, кроме этого, имеем

$$\alpha^{ik} = \Omega^{ik} = \text{diag}(1, 1, 1, 0), \quad b^k = 0, \quad V = a\varphi, \quad \text{const} = 0.$$

Получим стандартное уравнение

$$\alpha^{ik} \partial_i \partial_k \varphi = a\varphi,$$

используемое в скалярной теории дифракции. Следовательно, возможно уравнение для барона, которое в состоянии описывать дифракцию, присущую электромагнитному полю. Оно имеет свои "степени свободы", обусловленные выбором  $(\Omega^{ik}, b_k^p, \sigma^k, V)$ .

Примем точку зрения, что любой атом света составлен из баронов. Возможен, например, некий аналог полимерной цепи. Естественно, что, кроме поперечной структуры и динамики, нотоны имеют продольную структуру и динамику. По сути дела, об этом свидетельствуют интерференционные свойства света. Использование системы баронов, как модели атомов света, задает дополнительные аргументы в пользу принятого в электродинамике Максвелла подхода, согласно которому необходимо *всегда* рассматривать двухтензорное поле. Сопоставим началу и концу всей конструкции тензоры  $F_{mn}$  и  $H_{mn}$ : пары калибровочных полей со своими самостоятельными потенциалами. Они могут быть одинаковы, например, когда электромагнитное поле свободно. Тогда

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_{[k} H_{mn]} = 0.$$

Здесь

$$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m, \quad H_{mn} = \partial_m B_n - \partial_n B_m.$$

Согласно экспериментальным данным, поля  $F_{mn}$  и индукции  $H_{mn}$  связаны между собой, что соответствует физическому предположению о связи продольных движений в атоме света. *Минимальный атом света* состоит из двух баронов. Эта реальная физическая частица имеет поперечную структуру и динамику, а также продольную структуру и динамику, обусловленную взаимосвязью баронов. Предложенная картина соответствует физическим потребностям интуитивного анализа оптических явлений (рис. 5.6).

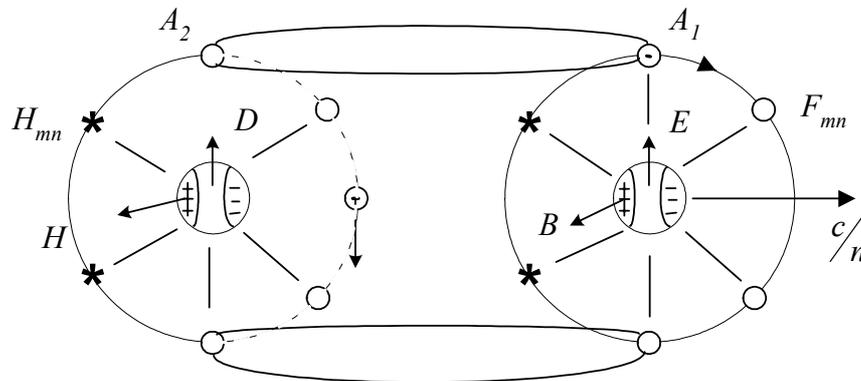


Рис. 5.6. Иллюстрация двухтензорной сущности атомов света

Модель нотона позволяет рассматривать его как систему "живых" частиц праматерии, у которых меняются и ядра, и рецепторы. У них согласовано изменение центральной части и периферии. При расположении радиус-вектора  $\vec{R}$  по  $\vec{Q}$  нотон имеет максимальную "активность", при  $\vec{R}$  перпендикулярно  $\vec{Q}$  нотон "отдыхает". У него внутреннее движение согласовано с внешним, а изменение частоты сопровождается изменением размеров частицы. Понятно, что при взаимодействии со средой может происходить как набор, так и потеря энергии нотоном. Более того, согласно принятой картине движения празарядов и рецепторов, периферическая струна может "разрываться" и "склеиваться" в течение одного цикла, что, из физических соображений, будет со-

провождаться потерей энергии, давать неизбежное "старение" нотона, уменьшение частоты  $\omega$ . Кроме этого, согласно основной модели, рецепторы, соединяющие периферические заряды, могут иметь макроскопическую длину и потому существует неизвестный механизм их разрушения и сохранения, что, вероятно, так или иначе происходит при любом акте взаимодействия. Возможно, что в формализме диаграмм Фейнмана это косвенно учитывается, поэтому нужно было бы соединить его с предлагаемой физической моделью, по-новому решая в этой связи проблему перенормировок. Большое значение может иметь тонкая структура нотонов. В частности, предполагая, что рецепторы состоят из отдельных звеньев, мы можем связать квантовые эффекты с дискретностью их структуры, а допуская самовосстановление рецептора при его разрушении обеспечить его макроскопическую длину.

Предложенная модель согласуется с гомологической природой поля. Действительно, соединим в целое две группы, необходимые и достаточные в электродинамике: во-первых, калибровочную группу  $\alpha(x)$  скалярных функций, во-вторых, инерционную квазигруппу  $w(x)$ , заданную в интервале  $[0, 1]$ . Их прямое произведение образует *цилиндр*, моделируя механическую модель нотонов как полимерных цепей, составленных из баронов. Возможно, такая аналогия применима и для калибровочных полей более сложной структуры, когда их калибровочные группы топологически соединены в систему.

Теория инерции "подсказывает" устройство простейшей системы - барона. Действительно, ранее нами получена целочисленная группа когомологий инерции электромагнитного поля в виде  $\sigma = H_G^0(Z, A) = [i, -1, -i, 1]$ . Она охватывает метрики событий  $SE$  выражением  $\sigma^{ij} = diag(1, 1, 1, \sigma^2)$ . Располагая ее элементы по осям координат комплексной плоскости, получим "парус инерции" (рис. 5.7). Его можно рассматривать как "подсказку" для конструирования барона, если празарядам сопоставить  $(i, -i)$ ,  $(1, -1)$ , а потом их замкнуть в "цепи" и "сплести" между собой (рис. 5.7).

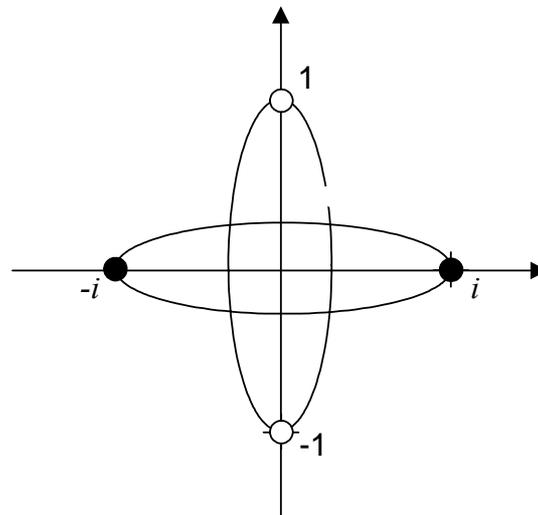


Рис. 5.7. "Парус инерции" и структура барона

Идея наличия у празарядов сложной системы активных рецепторов позволяет ввести наглядные механические представления, пригодные для моделирования элементарных частиц. Комбинаторика соединения элементов задает систему атомов света. Они "похожи" на объекты макромира и к ним приложимы, в частности, приемы и методы классической физики. Так формируется *новый путь изучения микрообъектов: аналогия с макромиром становится средством проникновения в суть микроявлений*.

Заметим, что в принятом подходе, в отличие от модели атомов материи, используются не две основные частицы (электрон и нуклон), чему можно поставить в соответ-

ствие группу  $Z_2 = [-1, 1]$ , а четыре основные частицы ( $\bullet, \circ, \blacklozenge, \blacklozenge$ ), что соответствует группе  $Z_4 = [+i, -1, -i, 1]$ . По-видимому атомы света устроены сложнее, чем атомы и молекулы материи. Следуя принципу соответствия, для микрочастиц можно попытаться использовать уравнение типа Шредингера. Пусть

$$\sqrt{i\alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \nabla^2 \Phi + iV = \hat{H}\Phi.$$

Мы учли квадратный корень от начального элемента группы  $Z_4$ . Выбор гамильтониана  $\hat{H}$  должен быть обоснован из сравнения расчета с экспериментальными данными.

Сопоставим  $N_1$ -парам темных празарядов кварки - частицы, из которых состоят нуклоны. Получим топологически различные элементы трех типов:



Будем считать их составляющими ( $u-, d-, s-$ ) кварков. Их спины  $[S]$ , нуклонные  $[p]$  и электрические  $[e]$  заряды, согласно модели Гелл-Манна, задаются таблицей 5.1. Их массы равны  $\frac{1}{3}$  массы нуклона.

Параметры кварков Таблица 5.1.

| Параметры<br>Тип | $[S]$         | $[p]$         | $[e]$          |
|------------------|---------------|---------------|----------------|
| $u-$             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$  |
| $d-$             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ |
| $s-$             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ |

Отсюда следует, что элементы  $(\ast \bullet \ast), (\ast \blacklozenge \ast)$  имеют параметры, близкие к параметрам кварков, деленным на число  $N_1$ . Рецепторы дают дополнительные степени свободы, которым можно поставить в соответствие "странность" и "очарование" кварков.

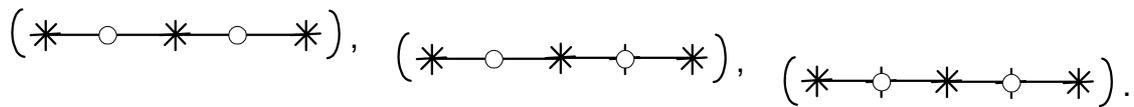
Сопоставим  $N_2$ -парам светлых празарядов нейтрино - частицы, получающиеся при взаимном превращении лептонов (электронов, мезонов, каонов). Из комбинаторики соединения  $(\ast \circ \ast)$  и  $(\ast \blacklozenge \ast)$  имеем топологически различные элементы трех типов:

Будем считать их составляющими электронного  $\nu_e$ , мюонного  $\nu_\mu$  и каонного  $\nu_\tau$  нейтрино. Они обнаружены экспериментально. Их параметры изучены. Для масс границы таковы:

$$14 \text{ Эв} \leq m(\nu_e) \leq 46 \text{ Эв}, \quad m(\nu_\mu) < 0.52 \text{ Мэв}, \quad m(\nu_\tau) < 250 \text{ Мэв}.$$

Следовательно, элементы  $(\ast \circ \ast), (\ast \blacklozenge \ast)$  имеют параметры нейтрино, деленные на число  $N_2$ . Рецепторы дают дополнительные степени свободы, что позволяет ввести "странность" и "очарование" для нейтрино.

Поскольку ядра  $(\bullet, \circ, \oplus, \ominus)$  рассматриваются как единая система, возможно их превращение друг в друга. *Получение кварка из нейтрино и нейтрино из кварка* представляется допустимым в предлагаемой модели.



Модель частицы света – нотона – как конструкции из праматерии предполагает, что:

- Нотон создан из частиц праматерии и тех элементарных составляющих, которые ей присущи.
- Нотон имеет прикосновения и энергетический обмен с праматерией, за счет которых он поддерживает свою жизнедеятельность.
- Нотон может распадаться на частицы праматерии и восстанавливать себя из аналогичных частиц.
- Нотон в состоянии резонансно взаимодействовать с праматерией в том случае, когда его скорость равна скорости распространения возмущений в праматерии.
- Нотон может менять свою структуру и поведение в зависимости от условий, в которых он находится и от своего внутреннего состояния, меняя свои размеры, скорость, частоту, поляризацию...
- Нотон имеет прикосновение и обмен с частицами разных уровней праматерии, в частности с атомами и молекулами атмосферы.

## 5.2. ФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ АТОМОВ СВЕТА

*На основе предложенной модели атомов света как систем, состоящих из центральных и периферических празарядов с рецепторами, проанализированы новые физические эффекты и указаны новые механизмы явлений. Показано, что протяженный нотон может иметь при отражении от границы близкую к нулю скорость и некоторое время "скользить" по границе. Принято предположение, что поперечные и продольные размеры нотона способны меняться динамически, что проявляется в форме дополнительности его кинетической и потенциальной энергии. Дана интерпретация поляризации как следствия факта, что центральные празаряды нотона имеют то или другое макроскопическое состояние движения. Указан механизм подготовки нотона к образованию из него электрона и позитрона через сближение центральных празарядов и удаление от центра периферических празарядов. Предсказана возможность спонтанного рождения электрона и позитрона из высокоэнергетического нотона. Выдвинута концепция тонкой структуры нотона и его самодостаточности.*

Интуитивное представление нотона - атома света в виде объекта, имеющего размеры в абсолютном пространстве и времени Ньютона, как системы, состоящей из баронов, имеющих структуру, связи, динамику, должно быть согласовано с экспериментальными данными. Важно найти макроскопические проявления нотона в классической физике, а также исследовать аналогию между атомами света и атомами материи в ее квантово-механическом описании.

### 5.2.1. О возможности нулевой скорости нотона

Рассмотрим любой атом света как систему баронов, полагая, что их поведение во внешнем проявлении можно рассматривать в соответствии с уравнениями Максвелла. Тогда, по аналогии с геометрической оптикой, нотон "выглядит" как единый объект, состоящий из конечного числа "точек", соединенных между собой "слабой связью". Рассмотрим, как будет происходить отражение света от зеркала в такой модели. С формальной точки зрения можно рассматривать "лучи света" и применять к анализу проблемы отражения и преломления стандартные методики, предложенные Френелем, достигая эффективного расчета, согласованного с уравнениями Максвелла. В рамках нового подхода ситуация существенно сложнее. Требуется учитывать протяженность атомов света в поперечном направлении, состояние каждого из баронов в момент взаимодействия с препятствиями, связи баронов между собой. Это возможно лишь в реальной модели, учитывающей указанные тонкости. Однако некоторые новые аспекты явлений отражения и преломления света на макроскопической границе можно выяснить, пользуясь упрощенной моделью.

Примем во внимание, что каждый барон может иметь свою частоту и скорость движения:  $\omega^i, \vec{v}^i$ , где  $i$  – индекс, соответствующий барону. Осредненная частота  $\bar{\omega}$  может быть задана выражением

$$\omega = \bar{\omega} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega^i,$$

где  $N$  - количество баронов. Аналогично зададим осредненную скорость  $\bar{v}$

$$\vec{v} = \bar{\vec{v}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}^i .$$

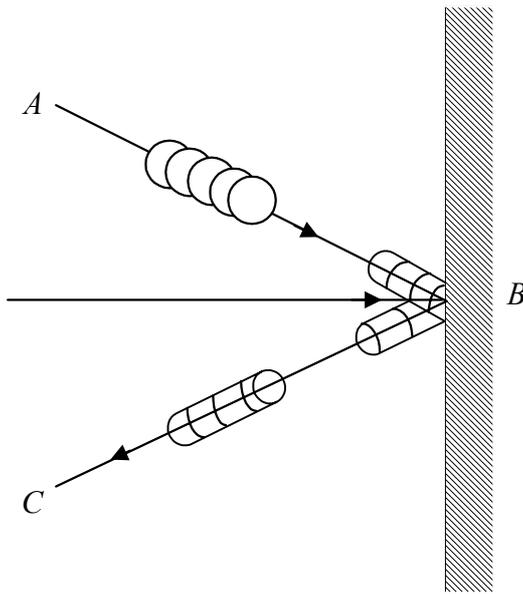


Рис. 5.8. Отражение нотона от границы

Полагая, что каждый барон взаимодействует независимо, мы получаем *новую* картину взаимодействия света с границей. Она выглядит так (рис. 5.8):

- имеется состояние до взаимодействия;
  - происходит взаимодействие, при котором нотон своими частями "скользит" по поверхности и имеет нулевую скорость по нормали к поверхности, останавливается, когда одна его половина приближается к границе, а вторая половина удаляется от границы;
  - реализуется единое движение отраженного или "преломленного" нотона.
- Фактически так учитывается эффект *нелокальности* нотона. Возможность его остановки вряд ли может быть учтена посредством нелокальных граничных условий. Нужны новые модели.

### 5.2.2. Продольные и поперечные размеры атомов света

Из проведенного ранее анализа следует, что опыт дает два типа частот, используемых в электродинамике Максвелла: частоту Эйнштейна  $\omega_E$ , задающую энергию нотона, обусловленную его собственным движением; частоту Бройля  $\omega_B$ , обусловленную несобственным, инерциальным движением нотона. Согласно главе 1, мы полагаем, что

$$\omega_B = \omega_E \frac{U}{c} .$$

Из общих соображений введем продольный и поперечный размеры нотона. Будем считать, что они пропорциональны длине волны Эйнштейна. Из физических соображений, согласно разделу 5.1, он обусловлен радиусом орбиты, по которой периферический празаряд движется вокруг центрального празаряда. Пусть

$$L_* = a \lambda, \quad L_{||} = b \lambda ,$$

где \*, || - знаки поперечного и продольного размеров соответственно. Возможна зависимость коэффициентов от длины волны. Она будет учитывать тонкую структуру, связи и динамику нотона. В частности, коэффициенты могут зависеть от количества баронов, соединенных между собой, так что

$$a = a(\lambda, N), \quad b = b(\lambda, N).$$

Модель не исключает реализаций, при которых продольный размер может быть существенно больше поперечного  $L_{\parallel} \gg L_*$  или, наоборот, поперечный размер становится больше продольного  $L_* \gg L_{\parallel}$ . Наглядно это показано на рис. 5.9.

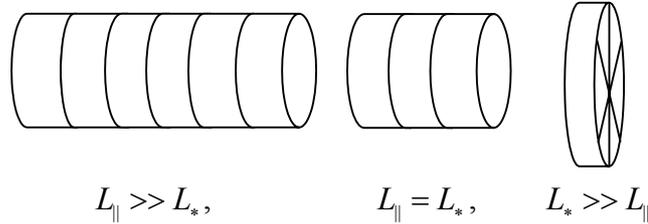


Рис. 5.9. Соотношение размеров нотона

В современной физике на определение размера атома света был наложен запрет. Квантовая электродинамика построена без модели атома света как реальной физической частицы. Свет оставался "вещью в себе" и его анализ проводился с "закрытыми глазами".

Доказать, что атом света есть реальная физическая частица со своими составляющими, структурой, связями, динамикой, сложно. Однако, можно принять *аналогию с макроскопическим опытом*. Нам следует рассчитать размеры и другие параметры системы, состоящей из подсистем. Все это трудно измерить, потому что велики скорости света и непонятно какими средствами изучать его структурные составляющие. *Дополнительные* возможности изучения динамики размеров нотона следуют из соображений размерности. Действительно, определим для атома света длину Эйнштейна  $L_E$ , и аналог длины Бройля  $L_B$ , полагая

$$L_E \sim \lambda_E = \frac{c}{\omega_E}, \quad L_B \sim \lambda_E^2 / \lambda_B = \lambda_E \frac{u}{c}.$$

С увеличением  $\omega_E$  продольный размер  $L_E$  нотона уменьшается. Атом света сжимается, когда увеличивается количество баронов, из которых он состоит. С увеличением же  $\omega_B$  поперечный размер  $L_B$  увеличивается из-за скорости  $U_s$ . Например, можно представить, что нотон "одевает шубу". Меняется реакция его рецепторов, а потому и характер взаимодействия нотона. Необходимы алгоритмы пространственного анализа элементарных частиц. Они включают в себя много тонкостей.

### 5.2.3. Физическая причина поляризации

Наличие пространственно-временной модели атома света позволяет сделать новые физические предположения о природе и сущности поляризации. Действительно, согласно модели раздела 5.1, периферические празаряды образуют пару и взаимодействуют между собой через отверстие, образованное центральными празарядами. Таким способом, очевидно, выделено направление поляризации, соответствующее атому света. Центральная часть атома света является "носителем" его поляризации (рис. 5.10). В частности, она может быть задана вектором  $\vec{Q}$  (рис. 5.10).

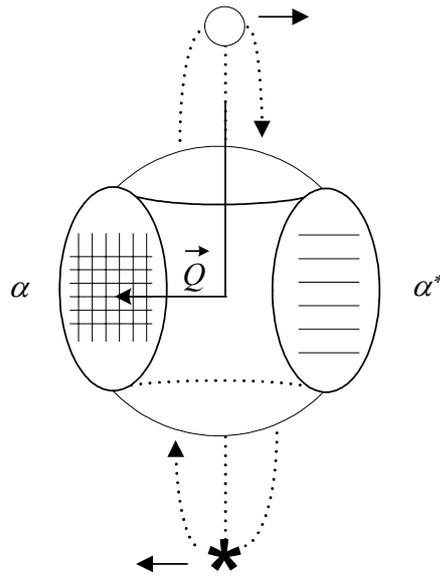


Рис. 5.10. Физическая сущность поляризации света

Если при механическом движении положение "отверстия" не меняется, то поляризация сохраняется. Если "отверстия" беспорядочно движутся (что возможно для ансамбля нотонов или в случае, когда центры нотонов находятся в состоянии интенсивного взаимодействия), тогда осредненная поляризация равна нулю. Введем вектор поляризации для ансамбля нотонов, полагая

$$\vec{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{P}_i.$$

Здесь  $\vec{P}_i$  - вектор поляризации отдельного нотона,  $N$  - их количество в выделенном для осреднения объеме. Понятно, что исследование поляризации может дать информацию к описанию структуры, связей и динамики атомов света.

#### 5.2.4. Механизм образования электронов и позитронов из нотонов

В предлагаемом подходе поляризация света, дифракция и интерференция обусловлены поведением центральных и периферических частей атома света. Согласно основному предположению, атом света состоит из баронов, соединенных между собой, образуя систему из множества центральных и периферических празарядов. Примем точку зрения, что возможно изменение их взаимодействия, когда меняется их количество. Так, если нотон имеет много баронов, он уменьшает свои размеры: бароны приближаются друг к другу  $l_1 \sim L_E$ . Пусть при этом элементарные празаряды отодвигаются друг от друга и расстояния между ними увеличиваются  $l_2 \sim L_B$ . В итоге образуется конфигурация, в которой празаряды одного типа близки друг к другу, а празаряды разных типов удалены один от другого (рис. 5.11).

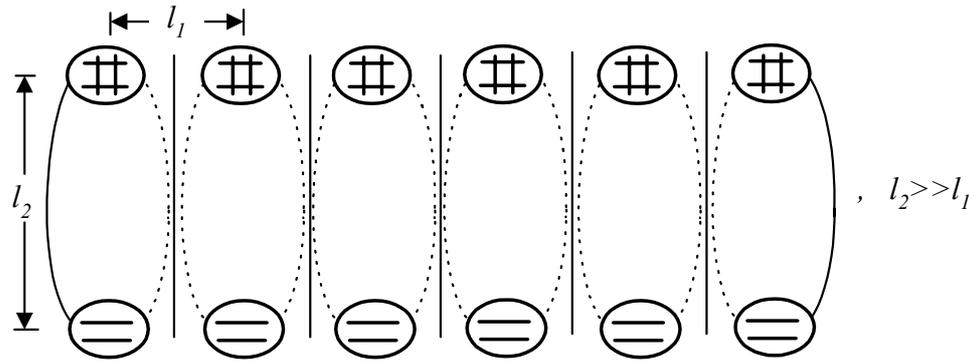


Рис. 5.11. Картина изменения нотона

Согласно базовой модели раздела 5.1, центральная часть нотона окружена периферическими празарядами. Когда происходит "деление" нотона, формируются новые самостоятельные структуры. Такие рассуждения подготавливают физическое и математическое конструирование реальных моделей как классического, так и квантово-механического типа. Подготовка к "делению" нотона, с формальной точки зрения, означает, что создаются условия для образования *новых устойчивых систем*. По-видимому, при большом количестве баронов возможно *самопроизвольное деление атома света на самостоятельные частицы*. Предсказываемый новый эффект пока не наблюдался экспериментально.

Устойчивость электронов и постоянство электрического заряда свидетельствуют о новом качестве, которое имеют электроны в отличие от нотонов. Возможно, центральные празаряды имеют способность чувствовать свой характерный размер, задаваемый длиной *некоторых управляющих рецепторов*. Тогда они располагаются "в его пределах", формируя не только связи между собой, но и с окружающим миром. Различными являются системы, состоящие из одного, двух, трех ... центральных празарядов. Модель допускает также макроскопические "рецепторы" зарядов, которые выходят за пределы "своего" пространства (рис. 5.12), "ощущая" внешний мир.

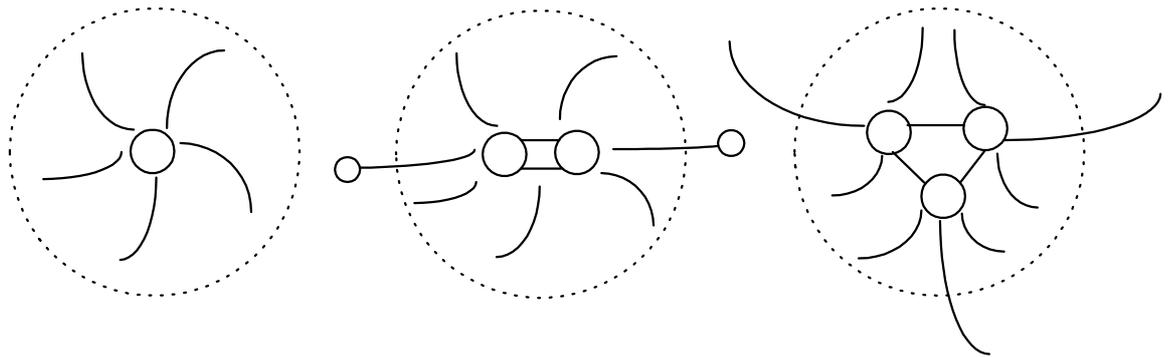


Рис. 5.12. Иллюстрация механизма устойчивости электрона

При количестве центральных празарядов, достаточном для заполнения "*своего объема*", система становится устойчивой, что обеспечивает стабильность электрона. Поскольку к центральным празарядам присоединены периферические празаряды, получаем системы (рис. 5.13), задающие новые прототипы электрона и позитрона. Они способны образовать  $\gamma$ -кванты, если произойдет их столкновение. Тонкости и детали механизмов, которые здесь работают, предстоит найти. По-видимому, существует ряд интересных аспектов взаимодействия центральных празарядов, когда они проникают в сферу действия друг на друга. Их может дополнять *скрытая* сущность, находящаяся за

пределами макроскопического пространства и времени. Кроме этого, следует принять во внимание, что каждому празаряду соответствует свое пространство инерции.

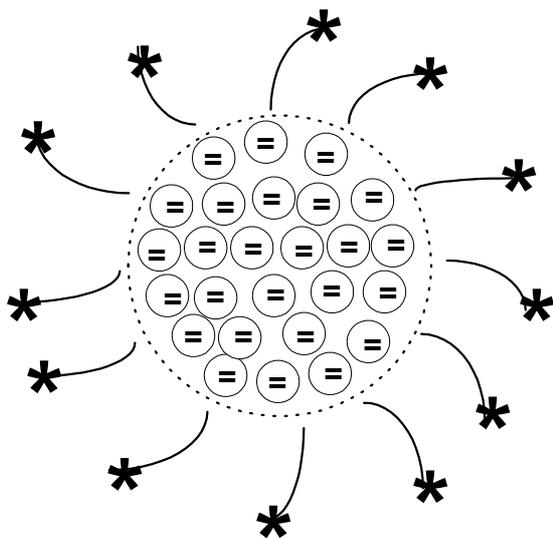


Рис. 5.13а. Прототип электрона

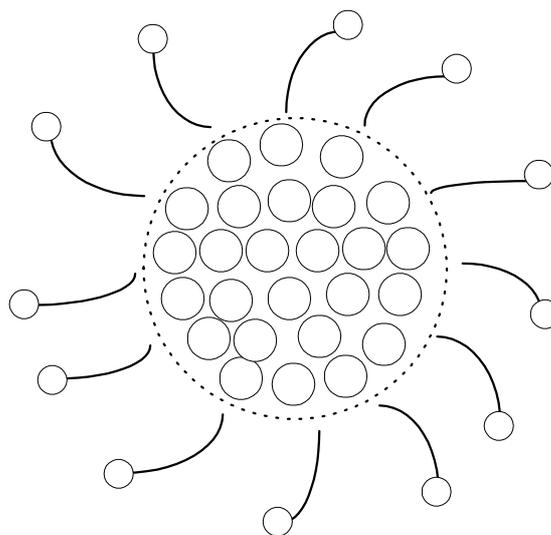


Рис. 5.13б. Прототип позитрона

При излучении нотонов могут иметь место новые физические эффекты. Так, ускорение электрона, реализуемое в электрическом или магнитном поле, приводит к излучению нотонов. Этот процесс считается "вытекающим" из свойств электрона. В развиваемом подходе возможна иная точка зрения. Состоит она в том, что можно представлять себе электростатическое поле как систему связанных между собой *пассивных* нотонов. Пассивный нотон отличается от активного тем, что его периферическая часть покоится относительно центра. Получаем два типа медитационных состояний света (рис. 5.14).

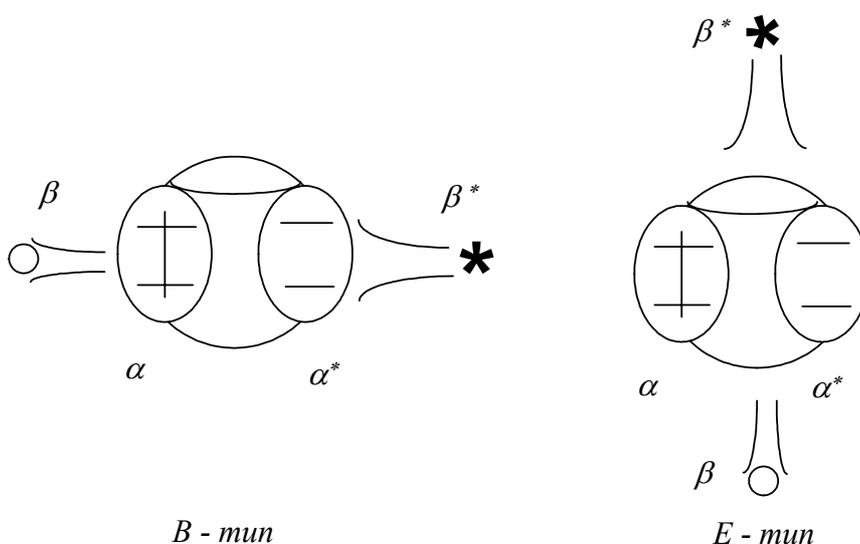


Рис. 5.14. Типы пассивных нотонов

Когда электрон попадает в ускоряющее поле, приходят в движение пассивные нотоны. Они переходят в активное состояние, периферические празаряды вращаются вокруг центра. Становится возможным переход  $E$ -типа в  $B$ -тип, а  $B$ -типа в  $E$ -тип.

### 5.2.5. Концепция самодостаточности нотона

Движение атомов света, рассматриваемых как частицы из праматерии, в межзвездном и межгалактическом пространстве возможно лишь в том случае, если каждый нотон образует самодостаточную систему. Рассмотрим его с этой точки зрения. Это возможно, если будут учтены все аспекты взаимодействия нотона с окружающей его средой или полем, изучены его связи, а также внутренняя динамика. Из физических соображений, приведенных в главе 1, следует, что при взаимодействии с окружающей средой поле меняет свою скорость, частоту. Дополнительно, согласно разделу 5.1, нотон является сложной системой, способен изменить свои размеры и конфигурацию, а также состав элементов. Его потенциальная и кинетическая энергии, согласно главе 3, имеют внешние, связевые и внутренние проявления. Сложным является взаимодействие нотона с макроскопическим экраном. По-видимому, *на основе подробного анализа явлений дифракции можно составить достаточно детальное представление о внутренней структуре, связях и динамике нотона.* Для этого понадобятся новые уравнения, которые согласуются с уравнениями Максвелла и имеют дополнительные элементы.

*Важно детально проанализировать взаимодействие атомов света друг с другом.* В зависимости от того, какова исходная модель и каков механизм внешнего взаимодействия, будет различной, в частности, интерференция света. Поэтому *детальный анализ интерференции является эмпирической основой для развития модели атомов света.* Следует найти *скрытые* возможности для анализа нотонов. Заметим, что модель электромагнитных явлений допускает новое соединение эффектов, относящихся к изменению собственной и внешней инерции электромагнитного поля. Так, если выполнить обобщение связей между полями и индукциями для *внутреннего* электромагнитного поля, задающего *фазовое* условие, то мультипликативно могут быть учтены и потенциал гравитационного поля  $\varphi$  и скорость несобственной инерции  $U_{0\xi}$  со своей фазой  $w_\xi$ . Если, например,

$$\omega = \sigma \left( 1 + \frac{\varphi}{c^2} \right) \frac{\omega_0 - \vec{K} \vec{U}_{0\xi}}{\left( 1 - w_\xi U_{0\xi}^2 / c^2 \right)^{1/2}},$$

то нотон способен одновременно "чувствовать" и гравитационное поле и физическую среду. Соответственно меняется его частота. Коэффициент  $\sigma$ , допустимый из общих соображений, способен учесть эффект *старения* нотона, что может проявиться физически в изменении его празарядов, связей между ними или тех "*рецепторов*", посредством которых он учитывает на свое окружение. По мере развития экспериментальных средств и уточнения алгоритмов расчета появится возможность построения детальной, подробной модели атомов света. Она нужна, по-видимому, как для выяснения механизма появления и изменения массы  $m$ , так и электрического заряда  $e$ . *Атомы света имеют "ключи" к управлению динамикой зарядов*, что может иметь существенные практические приложения.

### 5.3. ЧИСЛОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ СИСТЕМЫ – БАРОНА

*Принята идея, что существуют четыре элементарных Рита, из которых образуются элоны и пролоны. Элементарная система – барон – состоит из соединенных между собой пролона и элона. Чтобы превратить эту идею в рабочий инструмент, определены числовые величины, соответствующие данной системе.*

Примем точку зрения, что выражение для комптоновской длины

$$l = \frac{\hbar}{mc}$$

пригодно для оценки характерных размеров любых элементарных частиц, в том числе и барона. Здесь  $\hbar$  - постоянная Планка (при таком предположении мы передвигаем границу области, которая ее порождает, в мир праматерии),  $m$  – масса инерции,  $c$  - скорость света в вакууме. Пусть  $m_n$  обозначена масса элементарного нотона,  $m_e$  - масса электрона.

Отождествим  $l_n$  для нотона с длиной волны  $\lambda_R$  электромагнитного поля. Учтем, что для фотона согласованы две формулы:

$$\hbar \omega = mc^2 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\hbar}{mc}.$$

Будем считать, что элементарному нотону, состоящему из пары баронов, соответствует радиоволна с  $\lambda_R \sim 10^{13}$  см. Тогда получим

$$m_n = m_e \frac{l_e}{l_n} \cong 10^{-22} m_e = \frac{1}{N} m_e, \quad N = 10^{22}.$$

Принимая модель аддитивного сложения баронов в электрон, мы можем считать, что электрон составлен из  $N$  баронов. Отсюда следует оценка для поперечного размера праряда барона

$$l_n = \frac{l_e}{N} \cong 10^{-31} \text{ см.}$$

Она близка к значению длины Планка

$$l_{II} = \sqrt{G \hbar / c^2} \cong 10^{-33} \text{ см,}$$

где  $G$  – гравитационная постоянная. Естественно ожидать, что для построения реалистичных моделей элонов и пролонов пригодна теория суперструн. Высокая размерность пространства-времени, используемая в теории суперструн, с моей точки зрения, свидетельствует о том, что взаимодействия, которым подчинены суперструны (а потому элоны и пролоны) достаточно сложны. Поэтому в таких моделях могут пригодиться новые числа и новые топологии.

Из классической теории осциллятора следует, что

$$A^2 \omega = const ,$$

где  $A$  – амплитуда,  $\omega$  - частота колебаний. Применим это соотношение к нотонам, так как поведение периферической их части схоже с поведением осциллятора. Будем считать, что величина  $v = A \cdot \omega$

характеризует периферическую скорость элонов в атомах света. Рассмотрим равенство

$$\frac{v^2}{\omega} = \frac{\hbar}{m^*} \cdot \frac{1}{N},$$

где  $\hbar$  - постоянная Планка,  $m^*$  - масса отдельного элона,  $N$  – количество элонов в атоме света. Формально рассмотрим некоторые варианты зависимости  $v, \omega$  от  $N$ .

1. Если  $A \cong a_1/N$ ,  $\omega = b_1 N$ , тогда  $v = a_1 b_1 = const$ .

2. Если  $A \cong a_2/N^2$ ,  $\omega = b_2 N^3$ , тогда  $v = a_2 b_2 N$ .

Примем для первого случая  $v = c_0$ . Тогда получим выражение для комптоновской длины волны

$$\lambda = \frac{\hbar}{m^* c_0} \cdot \frac{1}{N}.$$

При увеличении массы  $m = m^* N$  величина  $\lambda$  уменьшается, что можно интерпретировать как *эффект сжатия нотона* при увеличении количества баронов, входящих в него. Полученная формула согласуется с поведением величины  $A$ . Во втором варианте амплитуда  $A$  уменьшается медленнее, чем частота  $\omega$ . Поэтому растет периферическая скорость  $v$ , значение которой способно превысить скорость света в вакууме. Сжатие нотона и большая скорость периферических частиц соответствует большому запасу потенциальной и кинетической энергии нотонов, которые мы можем сопоставить  $\gamma$ -квантам. Ситуация существенно меняется, если принять связь

$$(v^2 + \alpha \omega^2) \left( \frac{1}{\omega} + \delta \right) = \frac{\hbar}{m^*} \cdot \frac{1}{N}, \quad \alpha, \delta \ll 1.$$

Тогда состояние нотона будет допускать возможность фазовых превращений

### 5.4. РЕЦЕПТОРЫ И n-СХЕМЫ НОТОНА

*На основе предположения, что каждый празаряд нотона имеет нити - рецепторы, которые располагаются по орбите группы заполнения  $V(2)$ , дана картина механического движения составных частей в атоме света, которая образует его  $\theta$ -схему. Показано, что углубление модели нотона до уровня 1,2, ... схем может быть выполнено по-разному, достигая единого описания его алгебраических, дифференциально-геометрических и топологических аспектов.*

Нами принята физическая модель атома света в виде системы баронов, связанных между собой и расположенных друг за другом. Дадим ее геометрическое обоснование. Для этого, исходя из физических соображений, каждый празаряд, представленный точками

$$\left( \bullet, \circ, \blacklozenge, \circlearrowright \right),$$

дополним парой "нитей", которые назовем рецепторами. Пусть они оканчиваются "звездочками", посредством которых могут быть соединены друг с другом. Имеем тогда четыре системы:

$$\left( \ast \text{---} \bullet \text{---} \ast, \ast \text{---} \blacklozenge \text{---} \ast, \ast \text{---} \circ \text{---} \ast, \ast \text{---} \circlearrowright \text{---} \ast \right)$$

Их соединение в конструкцию назовем  $\theta$ -схемой нотона. Полагая что точки и линии могут быть заменены неточечными объектами, "увеличены", каждое увеличение назовем 1-, 2-, ... схемами нотона.

Покажем, что расположение рецепторов, согласно предлагаемой модели, имеет аналогию с геометрией орбит группы  $V(2)$ . Действительно, используем предложенный ранее способ конструирования векторного поля по матрице  $\gamma^i$ . Введем оператор

$$\hat{B}(\gamma^i, \partial_i, x^i) = \begin{array}{c|cc} & \frac{\partial}{\partial x^1} & \frac{\partial}{\partial x^2} \\ \hline x^1 & \alpha & \beta \\ x^2 & \delta & \gamma \end{array} = \alpha x^1 \frac{\partial}{\partial x^1} + \beta x^1 \frac{\partial}{\partial x^2} + \gamma x^2 \frac{\partial}{\partial x^2} + \delta x^2 \frac{\partial}{\partial x^1}.$$

Функции  $\xi(x^i)$ , удовлетворяющие условию  $\hat{B}\xi(x) = 0$ , описывают орбиты группы. Группа  $V(2)$  дает такие варианты:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{B}_1 = x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \Rightarrow \xi_1 = \frac{x}{y} + c_1,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{B}_2 = x \frac{\partial}{\partial y} + y \frac{\partial}{\partial x} \Rightarrow \xi_2 = x^2 - y^2 + c_2,$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{B}_3 = x \frac{\partial}{\partial x} - y \frac{\partial}{\partial y} \Rightarrow \xi_3 = xy + c_3,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{B}_4 = -y \frac{\partial}{\partial x} + x \frac{\partial}{\partial y} \Rightarrow \xi_4 = x^2 + y^2 + c_4.$$

Им соответствуют кривые (рис. 5.15),

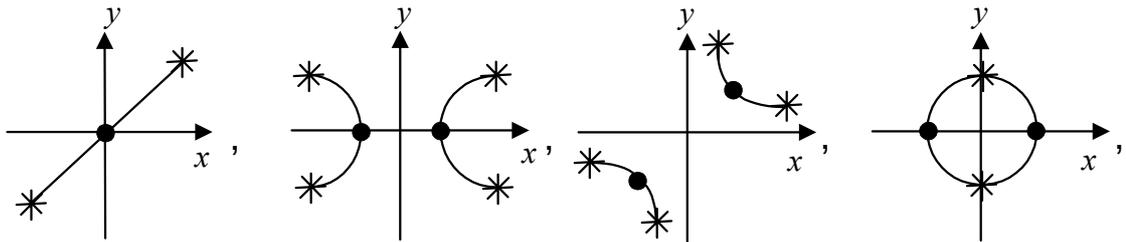


Рис. 5.15. Сопоставление орбит группы  $V(2)$  и 0-схем нотона

которые мы ограничили и присоединили к празарядам. Тогда 0-схемы нотона "индуцируются" группой  $V(2)$ . Соответствующие им конструкции имеют симметрию тензорного произведения  $V(4) = V(2) \otimes V(2)$ , если рассмотреть сплетение 0-схемы (рис. 5.16).

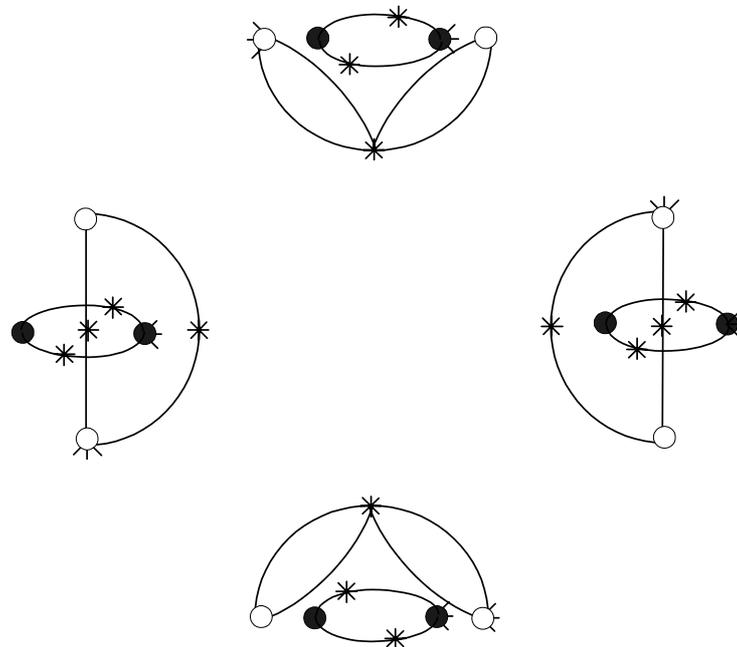


Рис. 5.16. Варианты расположения 0-схем нотона по орбитам группы  $V(2) \otimes V(2)$

Покажем, что 0-схемы нотона позволяют дать механическую модель  $E^*$ -типа и  $B^*$ -типа, в которых могут находиться нотоны (рис. 5.17).

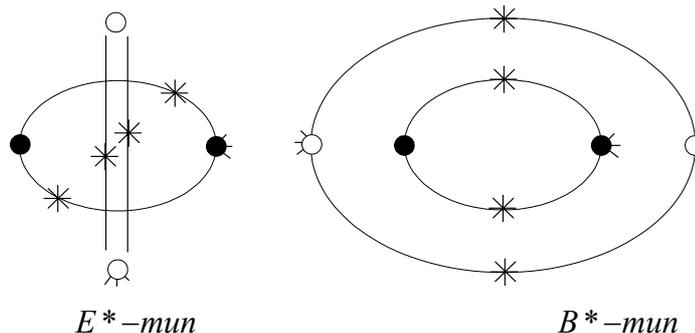


Рис. 5.17. Медитационные состояния нотона

Если принять эту аналогию, то появляется возможность в рамках 0-схем нотона "показать" преобразование  $E^*$ -типа в  $B^*$ -тип и обратно (рис. 5.18). Поскольку это только аналогия, использовать ее на практике необходимо со всеми предосторожностями.

Заметим, что изменению орбит соответствует динамика рецепторов. Проиллюстрируем этот факт, используя обобщенное уравнение орбит вида

$$\frac{x^2}{a^2} + w \frac{y^2}{b^2} = p^2.$$

Его можно рассматривать как  $GAG$ -модуль  $\varepsilon_{klrs}^{ij} g^{kl} x^r x^s a_i a_j = const$ . Мы использовали композитную метрику  $g^{kl} = diag(1, w)$ , а также компоненты ковектора  $a_i$ . Они могут быть связаны с когомологиями де Рама, если ввести дифференциальные формы

$$H^0(g, A) \rightsquigarrow w, \quad H^1(g, A) \rightsquigarrow a_p dx^p \dots$$

Изменение  $(w, a_p)$  задает динамику орбит, а потому описывает динамическое поведение нотона.

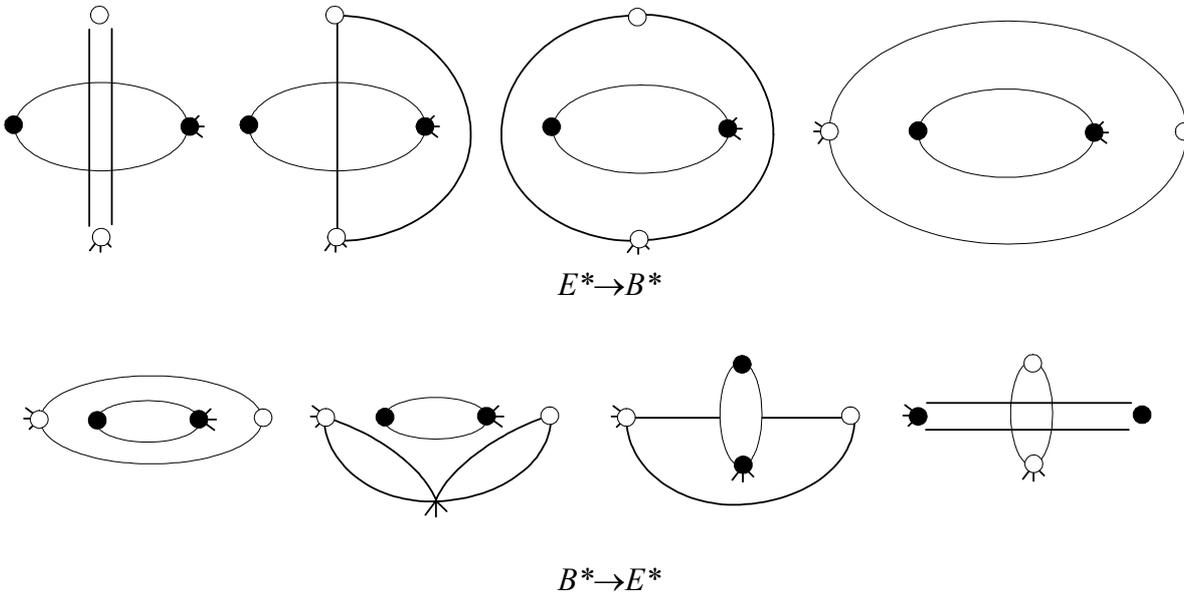


Рис. 5.18. Превращения пассивных нотонов

Перейти к 1-схеме нотона можно разными способами, рассматривая празаряды и рецепторы как сложные объекты. Например, 0-схема  $B^*$ -типа может иметь "тонкую" структуру, задаваемую нормальными к рецепторам и *эволютой* - огибающей касательных к нормальям. Тогда теория нотона получает дифференциально-геометрическую и топологическую связь с теорией особенностей для кривых и поверхностей.

Выбор указанного количества празарядов и "звездочек" для рецепторов в предлагаемом подходе обусловлен тем, что группа  $V(2)$  является подгруппой, полученной посредством аддитивного умножения

$$V(2) \in Q = Z_4 \bowtie Z_4.$$

Здесь  $Z_4$  - циклическая группа четвертого порядка с начальным элементом  $i$ . Выбирая в качестве исходной группу  $Z_8$  с элементом  $\sqrt{i}$ , получаем 8 опорных зарядов со своими рецепторами, "звездочки" которых можно рассматривать как скрытые заряды. Данное

замечание сделано для того, чтобы указать, что 0-схемы нотона аналогичны, но не более того, привычным механическим макроскопическим моделям. Нотон "большой своей частью" расположен в комплексном пространстве и аналогия его с привычным опытом условна. По этой причине достаточно трудно подтвердить модель экспериментально.

## 5.5. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ДЛЯ АТОМОВ СВЕТА

*Выдвинуто предположение, что атомы света подчинены периодической системе, которая аналогична теоретико-групповой классификации атомов материи. Исходной частицей считается барон, аналогичный атому водорода. Указаны некоторые черты нового подхода.*

Атомы материи как химические элементы подчинены периодической системе Менделеева. Согласно структурной модели Резерфорда они состоят из ядра и электронных оболочек. Описание их состояний достигнуто в рамках квантовой механики Шредингера-Гейзенберга, которая обосновывает также периодическую систему элементов. Однако для этого нужны точные и глубокие сведения о взаимодействии в системе частиц, имеющих разные массы и электрические заряды.

Известен другой подход, согласно которому атом материи рассматривается без учета его структуры и специфики взаимодействия составных элементов. Эти физические обстоятельства косвенно учитываются теоретико-групповыми средствами. Сначала выбирается симметрия, в рамках которой будет выполняться анализ. Для атомов материи достаточно использовать группу  $Spin(4)$  [127], которая является двулистной накрывающей группы  $SO(4)$ , найденной из анализа симметрии атома водорода Фоком [128]. Затем состояния атомов материи задаются векторами пространства представления группы  $Spin(4)$ . Если мы желаем учитывать не только "энергетические уровни" (в теоретико-групповом смысле), но и химическую природу элементов, то достаточно использовать пару подгрупп, расположенных в группе  $Spin(4)$  и изоморфных  $SU(2)$  [129]. "Редукция кулоновского представления по первой из этих подгрупп приводит к энергетическому спектру кулоновской системы, описываемому четырьмя обычными квантовыми числами  $(n, l, m, \pm)$  водородоподобного атома. Редукция же по второй подгруппе (не перестановочной с первой) приводит к классификации атомов на мультиплеты, соответствующие их естественной группировке по атомному весу и валентности" [129]. Аналогичный метод пригоден для классификации адронов [130], основанной на редукции группы  $SU(6)$  по подгруппам  $SU(3)$  и  $SU(4)$ .

Фок рассматривал четырехмерное, действительное евклидово пространство  $R_4$  с координатами  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  и метрической формой  $\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2$ . Его ортогональные преобразования с определителем 1 образуют группу  $SO(4)$ , алгебра которой состоит из действительных антисимметричных матриц и разлагается в прямую сумму двух алгебр, изоморфных алгебре моментов. Для образующих

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим

$$[\alpha_i, \alpha_j] = \varepsilon_{ij}^k \alpha_k, \quad [\beta_i, \beta_j] = \varepsilon_{ij}^k \beta_k, \quad [\alpha_i, \beta_j] = 0.$$

Легко показать, что подгруппа  $SO(3)$  группы  $SO(4)$ , которая не меняет координаты  $\xi_4$ , задается системой образующих

$$E_{12} = -E_{21} = \alpha_1 + \beta_1, \quad E_{31} = -E_{13} = \alpha_2 + \beta_2, \quad E_{23} = -E_{32} = \alpha_3 + \beta_3,$$

$$E_{34} = -E_{43} = \alpha_1 - \beta_1, \quad E_{24} = -E_{42} = \alpha_2 - \beta_2, \quad E_{14} = -E_{41} = \alpha_3 - \beta_3$$

с перестановочными соотношениями

$$[E_{12}, E_{31}] = E_{23}, \quad [E_{23}, E_{21}] = E_{31}, \quad [E_{31}, E_{23}] = E_{12}.$$

Подалгебра Ли, образованная  $E_{12}, E_{31}, E_{23}$ , соответствует подгруппе  $SU(2)$ , которую обозначим  $SU(2)_M$ . Для подалгебр с образующими  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  введем изоморфные им алгебры  $SU(2)_C, SU(2)_R$ .

Волновые функции состояний

$$\Psi_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4), \quad i = 1, 2$$

зададим, следуя [129], в гильбертовом пространстве  $C(\infty)$  комплексных функций, определенных на сфере

$$\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 = 1.$$

Тогда связь между волновыми функциями  $\Psi(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$  и обычными волновыми функциями в импульсном представлении  $\Psi(P_1, P_2, P_3)$  задается на основе редукции кулоновского представления по подгруппе  $SU(2)_M$ . Бесконечномерное представление  $Q_\infty^{(4)}$  группы  $SO(4)$  строится по формуле

$$Q_0 \Psi(\xi) = \Psi(O^{-1}\xi),$$

где  $O \in SO(4)$ ,  $Q_0$  - представляющий оператор в  $C(\infty)$ . Редукция кулоновского представления по подгруппе  $SU(2)_C$  должна описываться иначе. Согласно Румеру [130], канонический базис неприводимого представления этой редукции нумеруется числами

$$n, \lambda, \chi, \mu.$$

Величина  $n$  играет роль главного квантового числа. Формула  $n^2 = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1)$  задает соответствия:

$$n = 0 \Rightarrow \lambda = 0; \quad n = 1 \Rightarrow \lambda = 0, 1; \quad n = 2 \Rightarrow \lambda = 0, 1, 2, \dots$$

Величина  $\chi$  принимает два значения ( $<$ ,  $>$ ). Эти символы служат для нумерации векторов канонического представления группы  $SU(2)_C$  посредством функции

$$\mu = \begin{cases} 2\lambda, & \chi \Rightarrow <, \\ 2\lambda + 2, & \chi \Rightarrow >. \end{cases}$$

Числа  $n$  нумеруют супермультиплеты элементов. В каждой строке, соответствующей фиксированным значениям параметров  $(\lambda, \chi, \mu)$ , находятся химические аналоги. Выполненная Румером редукция дает таблицу 5.2. При моделировании атомов света мы приняли точку зрения, что они состоят из составных частиц двух типов (рис. 5.3а).

Периодическая система Менделеева по Румеру

Таблица 5.2.

|           | 1 | 2              | 3               | 4               | 5               | 6               | 7             |
|-----------|---|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|
| <i>H</i>  | 1 | <i>Li</i> 6,9  | <i>Na</i> 23    | <i>K</i> 39,1   | <i>Rb</i> 85,5  | <i>Cs</i> 132,9 | <i>Fr</i> 223 |
| <i>He</i> | 4 | <i>Be</i> 9    | <i>Mg</i> 24,3  | <i>Ca</i> 40,1  | <i>Sr</i> 87,6  | <i>Ba</i> 137,4 | <i>Ra</i> 226 |
|           |   | <i>B</i> 10,8  | <i>Al</i> 27    | <i>Ga</i> 69,7  | <i>In</i> 114,8 | <i>Tl</i> 202,4 |               |
|           |   | <i>C</i> 12    | <i>Si</i> 28,1  | <i>Ge</i> 72,6  | <i>Sa</i> 118,7 | <i>Pb</i> 207,2 |               |
|           |   | <i>N</i> 14    | <i>P</i> 31     | <i>As</i> 74,9  | <i>Sb</i> 121,8 | <i>Bi</i> 209,0 |               |
|           |   | <i>O</i> 16    | <i>S</i> 32     | <i>Sl</i> 79    | <i>Tl</i> 127,6 | <i>Po</i> 210   |               |
|           |   | <i>F</i> 19    | <i>Cl</i> 35,5  | <i>Br</i> 79,9  | <i>J</i> 126,9  | <i>At</i> 210   |               |
|           |   | <i>Ne</i> 20,2 | <i>Ar</i> 39,9  | <i>Kr</i> 83,8  | <i>Xe</i> 131,3 | <i>Rn</i> 222   |               |
|           |   |                | <i>Sc</i> 45    | <i>Y</i> 88,9   | <i>Lu</i> 175   | <i>Ac</i> 227   |               |
|           |   |                | <i>Ti</i> 47,9  | <i>Zr</i> 91,2  | <i>Hf</i> 178,6 |                 |               |
|           |   |                | <i>V</i> 51     | <i>Nb</i> 92,9  | <i>Ta</i> 180,9 |                 |               |
|           |   |                | <i>Cr</i> 52    | <i>Mo</i> 96    | <i>W</i> 183,9  |                 |               |
|           |   |                | <i>Mn</i> 54,9  | <i>Tc</i> 99    | <i>Re</i> 186,3 |                 |               |
|           |   |                | <i>Fe</i> 55,9  | <i>Ru</i> 101,1 | <i>Os</i> 190,2 |                 |               |
|           |   |                | <i>Co</i> 58,9  | <i>Rh</i> 102,9 | <i>Ir</i> 192,2 |                 |               |
|           |   |                | <i>Ni</i> 58,7  | <i>Pd</i> 106,4 | <i>Pt</i> 195,2 |                 |               |
|           |   |                | <i>Cu</i> 63,5  | <i>Ag</i> 107,9 | <i>Au</i> 197   |                 |               |
|           |   |                | <i>Zn</i> 65,4  | <i>Cd</i> 112,4 | <i>Hg</i> 200,6 |                 |               |
|           |   |                | <i>La</i> 138,9 | <i>Th</i> 232   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Ce</i> 140,1 | <i>Pa</i> 231   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Pr</i> 140,9 | <i>U</i> 238,1  |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Nd</i> 144,2 | <i>Np</i> 237   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Pm</i> 145   | <i>Pu</i> 242   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Sm</i> 150,3 | <i>Am</i> 243   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Eu</i> 152   | <i>Cm</i> 247   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Gd</i> 157,3 | <i>Bk</i> 247   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Tb</i> 158,9 | <i>Cf</i> 249   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Dy</i> 162,5 | <i>Es</i> 254   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Ho</i> 164,9 | <i>Fm</i> 253   |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Er</i> 167,3 |                 |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Tu</i> 168,9 |                 |                 |                 |               |
|           |   |                | <i>Yb</i> 173   |                 |                 |                 |               |

Частицы

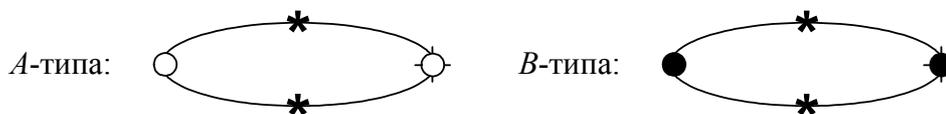


Рис. 5.3а. Элоны и пролоны

образованы из РИТОВ. Они софистатны электронам и нуклонам атомов материи. Любые атомы света образуются соединением частиц А-типа и В-типа. Самая простая система, состоящая из них, названа бароном и имеет вид пары (рис. 5.7а).

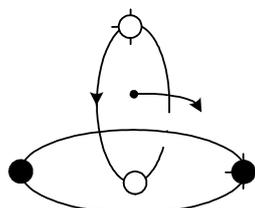


Рис. 5.7а. Барон

Барон следует рассматривать как механический аналог атома водорода. Введем движение в этой системе, полагая, что элоны способны двигаться, учитывая расположение рецепторов пролона и вращаться. Их последовательное расположение, согласно принятому нами подходу, порождает мономиальную группу позитивных отношений. Реальные отношения, как свидетельствует опыт, подчинены комбинаторно-знаковой группе (глава 6). Указанные обстоятельства достаточны для конструирования базиса мономиальной группы  $MN(4)$ . В него входят, согласно главе 6, подгруппы  $SO(4)$ , найденные Фоком для атома водорода. Поэтому мы вправе использовать алгоритм Румера [130], в частности его вариант периодической системы Менделеева (таблица 5.2), для систематизации атомов света. Понятно, что он укажет лишь направление для последующих исследований. В частности, будем предполагать, что возможны *атомы света, софистатные атомам материи*. Это предположение требуется всесторонне обосновать. Отметим, что у нас нет оснований ограничивать число элонов и пролонов в атомах света, хотя такая возможность не исключена.

Если оно велико, то физические и химические свойства атомов света способны существенно превзойти свойства атомов материи. Укажем число частиц  $N$ , соответствующее квантовому числу  $n$  таблицей 5.3.

| Число частиц в мультиплете |   |   |    |    |    | Таблица 5.3. |    |     |     |     |
|----------------------------|---|---|----|----|----|--------------|----|-----|-----|-----|
| $n$                        | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6            | 7  | 8   | 9   | 10  |
| $N$                        | 2 | 8 | 18 | 32 | 50 | 72           | 98 | 128 | 164 | 202 |

На 10 "ветках" расположатся 774 атома света. Найдем возможные значения их масс, полагая, что соотношения, справедливые для атомов материи, софистатны соотношениям для атомов света. Из периодической системы Менделеева в форме, предложенной Румером, следуют оценки масс атомов, если за единицу выбрать атом водорода. При  $\lambda=0$  разным квантовым числам  $n$  соответствуют свои значения масс. Формула

$${}_{\alpha} m_i = {}_{\alpha} m_{i-1} + 5(n_i + n_{i+1} - 2)$$

дает значения, сравнимые с экспериментом (таблица 5.4).

| Оценки масс атомов материи |     |    |      |      |       | Таблица 5.4. |     |     |     |
|----------------------------|-----|----|------|------|-------|--------------|-----|-----|-----|
| $n$                        | 2   | 3  | 4    | 5    | 6     | 7            | 8   | 9   | 10  |
| ${}_{\alpha} m$            | 6   | 21 | 46   | 81   | 126   | 191          | 266 | 351 | 446 |
| <i>Exp</i>                 | 6,9 | 23 | 39,1 | 85,5 | 132,9 | 223          | -   | -   | -   |

Другие значения масс, соответствующие  $\lambda=0$ , определены формулой

$${}_{\beta} m_i = {}_{\alpha} m_i + 3.$$

Она дает значения, сравнимые с экспериментом (таблица 5.5).

| Массы атомов материи |   |   |      |      |      | Таблица 5.5. |     |     |     |     |
|----------------------|---|---|------|------|------|--------------|-----|-----|-----|-----|
| $n$                  | 1 | 2 | 3    | 4    | 5    | 6            | 7   | 8   | 9   | 10  |
| ${}_{\beta} m$       | 4 | 9 | 24   | 49   | 84   | 129          | 194 | 269 | 354 | 449 |
| <i>Exp</i>           | 4 | 9 | 24,3 | 40,1 | 87,6 | 137,4        | 226 | -   | -   | -   |

Для классификации распределения частиц по столбцам удобно использовать цепочку натуральных чисел. Получим следующее изображение мест частиц в этом ряду:

$n=2$ :  $\underline{10}$   $\underline{12}$   $\underline{14}$   $\underline{12}$  18 20  
 11 13 15 17  $\underline{19}$  ...

|         |           |           |           |           |           |           |           |     |           |           |    |           |           |            |     |     |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----|-----------|-----------|----|-----------|-----------|------------|-----|-----|
| $n=3$ : | 26        | <u>28</u> | 30        | <u>32</u> | 34        | 36        | 38        | 40  |           |           |    |           |           |            |     |     |
|         | <u>27</u> | 29        | <u>31</u> | 33        | <u>35</u> | 37        | <u>39</u> | 41  | ...       |           |    |           |           |            |     |     |
| $n=4$ : | 70        | 72        | 74        | 76        | 78        | <u>80</u> | 82        | ... | 90        | 92        | 94 | 96        | <u>98</u> | 100        | 102 |     |
|         | 71        | <u>73</u> | <u>75</u> | 77        | <u>79</u> | 81        | <u>83</u> | ... | <u>91</u> | <u>93</u> | 95 | <u>97</u> | 99        | <u>101</u> | 103 | ... |

При  $n=2$  частицы группируются по парам, при  $n=3$  - по тройкам, если  $n=4$ , то распределение имеет черты предыдущих.

Исходной частицей нашего построения явился барон. Если его параметры известны, то можно предсказать параметры других атомов света, используя методику Румера Ю.Б. Поэтому исследование барона становится важной задачей для теории и для практики.

## 5.6. К ВОЗМОЖНОСТИ ГЕНЕТИЧЕСКИХ КОДОВ ИЗ ПРАМАТЕРИИ

*Выдвинуто предположение, что молекулы света могут быть образованы из кодонов праматерии, которые состоят из элементарных оснований, аналогичных четверке оснований ДНК молекул материи. Дана графическая классификация кодонов, составленных из четверки прарядов.*

Теоретико-групповая классификация барионов основана на изучении различных систем, образованных из трех кварков [131]. В модели, предложенной Гелл-Маном и Цвейгом, в которой имеет место восьмеричная симметрия, в одно семейство объединены барионы

$$(p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-).$$

Система  $q$  частиц соответствует представлению группы  $SU(3)$ , которое получается симметризацией произведения трех фундаментальных представлений. Им соответствуют три кварка

$$t_p, t_n, t_\Lambda.$$

Их барионное число равно  $\frac{1}{3}$ , массы кварков не меньше  $\frac{1}{3}$  массы нуклона. Их заряды ( $\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{1}{3}$ ) и гиперзаряды ( $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{2}{3}$ ) выбираются из условия согласования расчета с экспериментом. Их спины равны  $\frac{1}{2}$ .

В моделях генетических кодов макроскопических объектов материи "...каждый нуклеотид содержит одно из четырех элементарных оснований: аденин  $A$  или гуанин  $G$ , получаемые из пурина, цитозин  $C$  или тиамин  $T$ , получаемые из пиримидина" [132]. "Макромолекула ДНК, управляющая синтезом белка, состоит из двух линейных цепочек нуклеотидов, закрученных в двойную спираль". "Молекула ДНК содержится в ядре клетки, рибонуклеиновая кислота (мРНК) переносит генетическую информацию в цитоплазму". Основания ДНК ( $A, G, C, T$ ) порождают основания мРНК ( $U, C, G, A$ ). Генетический код материи состоит из *кодонов* - упорядоченной последовательности трех оснований. Так получается 64 кодона. Они связаны либо через рибосому со своей аминокислотой, либо используются как прерывающий сигнал. "В стандартном евкариотическом подходе кодоны собраны в мультиплеты, каждый из которых соответствует своей аминокислоте" [132].

Классификация состояний основана на выборе представлений  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  группы  $SU(2) \times SU(2)$  с маркировкой  $(\pm)$  базисных векторов, отвечающих собственным значениям  $\pm \frac{1}{2}$  генераторов  $J_3$  двух алгебр  $Sl(2)$ :

$$C \equiv (+, +), \quad U \equiv (-, +), \quad G \equiv (+, -), \quad A \equiv (-, -).$$

Детали такого сопоставления и возможной классификации кодонов хорошо разработаны [133]. Кодон задается тензорным произведением трех представлений типа  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  квантовой алгебры  $U_{q \rightarrow 0}(Sl(2) \oplus Sl(2))$ . Тогда

$$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \otimes (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = (1, 1) \oplus (1, 0) \oplus (0, 1) \oplus (0, 0).$$

Индексы внутри скобок  $j=0, \frac{1}{2}, 1$  означают  $(2j+1)$ -мерные  $SU(2)$ :

$$(0, 0) \quad (CA) \qquad (1, 0) \quad (CG \ UG \ UA)$$

$$(0, 1) \begin{pmatrix} CU \\ GU \\ GA \end{pmatrix} \quad (1, 1) \begin{pmatrix} CC UC UU \\ GC AC AU \\ GG AG AA \end{pmatrix}.$$

Примем предположение, что возможны молекулы света: конструкции, составленные из кодонов праматерии. Сопоставим системам, составленным из празрядов, буквы и символы:

$$a \Leftrightarrow \bigcirc, b \Leftrightarrow \bullet, c \Leftrightarrow \bigcirc \oplus, d \Leftrightarrow \bullet \oplus.$$

Рассмотрим кодоны праматерии – упорядоченные тройки из систем празрядов. Получим таблицу 5.6.

| Кодоны праматерии |   |       | Таблица 5.6. |   |       |            |   |         |            |   |       |
|-------------------|---|-------|--------------|---|-------|------------|---|---------|------------|---|-------|
| <i>aaa</i>        | - | ○ ○ ○ | <i>aab</i>   | - | ○ ○ ● | <i>aad</i> | - | ○ ○ ● ⊕ | <i>aac</i> | - | ○ ○ ⊕ |
| <i>baa</i>        | - | ● ○ ○ | <i>bab</i>   | - | ● ○ ● | <i>bad</i> | - | ● ○ ● ⊕ | <i>bac</i> | - | ● ○ ⊕ |
| <i>aba</i>        | - | ○ ● ○ | <i>abb</i>   | - | ○ ● ● | <i>abd</i> | - | ○ ● ● ⊕ | <i>abc</i> | - | ○ ● ⊕ |
| <i>bba</i>        | - | ● ● ○ | <i>bbb</i>   | - | ● ● ● | <i>bbd</i> | - | ● ● ● ⊕ | <i>bbc</i> | - | ● ● ⊕ |
| <i>ada</i>        | - | ○ ● ○ | <i>adb</i>   | - | ○ ● ● | <i>add</i> | - | ○ ● ● ⊕ | <i>adc</i> | - | ○ ● ⊕ |
| <i>bda</i>        | - | ● ● ○ | <i>bdb</i>   | - | ● ● ● | <i>bdd</i> | - | ● ● ● ⊕ | <i>bdc</i> | - | ● ● ⊕ |
| <i>aca</i>        | - | ○ ⊕ ○ | <i>acb</i>   | - | ○ ⊕ ● | <i>acd</i> | - | ○ ⊕ ● ⊕ | <i>acc</i> | - | ○ ⊕ ⊕ |
| <i>bca</i>        | - | ● ⊕ ○ | <i>bcb</i>   | - | ● ⊕ ● | <i>bcd</i> | - | ● ⊕ ● ⊕ | <i>bcc</i> | - | ● ⊕ ⊕ |
| <i>daa</i>        | - | ● ○ ○ | <i>dab</i>   | - | ● ○ ● | <i>dad</i> | - | ● ○ ● ⊕ | <i>dac</i> | - | ● ○ ⊕ |
| <i>caa</i>        | - | ⊕ ○ ○ | <i>cab</i>   | - | ⊕ ○ ● | <i>cad</i> | - | ⊕ ○ ● ⊕ | <i>cac</i> | - | ⊕ ○ ⊕ |
| <i>dba</i>        | - | ● ● ○ | <i>dbb</i>   | - | ● ● ● | <i>dbd</i> | - | ● ● ● ⊕ | <i>dbc</i> | - | ● ● ⊕ |
| <i>cba</i>        | - | ⊕ ● ○ | <i>cbb</i>   | - | ⊕ ● ● | <i>cbd</i> | - | ⊕ ● ● ⊕ | <i>cbc</i> | - | ⊕ ● ⊕ |
| <i>dda</i>        | - | ● ● ○ | <i>ddb</i>   | - | ● ● ● | <i>ddd</i> | - | ● ● ● ⊕ | <i>ddc</i> | - | ● ● ⊕ |
| <i>cda</i>        | - | ⊕ ● ○ | <i>cdb</i>   | - | ⊕ ● ● | <i>cdd</i> | - | ⊕ ● ● ⊕ | <i>cdc</i> | - | ⊕ ● ⊕ |
| <i>dcd</i>        | - | ● ⊕ ○ | <i>dcb</i>   | - | ● ⊕ ● | <i>dcd</i> | - | ● ⊕ ● ⊕ | <i>dcc</i> | - | ● ⊕ ⊕ |
| <i>cca</i>        | - | ⊕ ⊕ ○ | <i>ccb</i>   | - | ⊕ ⊕ ● | <i>ccd</i> | - | ⊕ ⊕ ● ⊕ | <i>ccc</i> | - | ⊕ ⊕ ⊕ |

Такова графическая система кодонов. Предположим, что они способны образовывать полимерные "молекулы" праматерии, софистатные молекулам ДНК материи. Тогда появляются основания ожидать, что в мире праматерии могут существовать самодостаточные живые объекты, к числу которых принадлежат нуклоны и лептоны.

## 5.7. СОПОСТАВЛЕНИЕ МАКРО- И МИКРОУРОВНЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

*Принята точка зрения, что полное исследование физического явления или объекта включает их геометрические, алгебраические и топологические аспекты, дополняющие друг друга.*

Согласно двойственности Александера [134], что каждой  $k$ -цепи соответствует  $k$ -форма, верно и обратное. Символически представим двойственность взаимно обратной связью вида

$$k\text{-форма} \Leftrightarrow k\text{-цепь}.$$

Пусть нас интересуют точечные события. Это означает, что мы ограничиваемся рассмотрением 0-цепей или точек. Им ставятся в соответствие 0-формы или скаляры. Рассчитаем минимально необходимое число 0-цепей (0-форм) в полной модели электромагнитных явлений, используя развитую концепцию инерции поля. Согласно ей, мы имеем, во-первых, собственную  $-ia(1)$  и несобственную  $ia(2)$  инерцию, во-вторых, каждой из них соответствуют внешние (*out-*) и внутренние (*in-*) точечные параметры. Их пересечение задает систему из четырех точек. Согласно модели электромагнитных явлений с неограниченными скоростями, для описания несобственной инерции введены внешняя 0-форма  $w$  и внутренняя 0-форма  $w_\xi$ , названные показателями отношения. Для собственной инерции аналогично введем внешний  $n$  и внутренний  $n_\xi$  показатели преломления. Будем считать, что они связаны между собой. Получим величины

$$(w, w_\xi, n, n_\xi)$$

в качестве системы 0-форм для электромагнитного поля, исследуемого на макроуровне. Связи вида

$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)], \quad w_\xi = w$$

соответствуют частной ситуации. В общем случае соотношения могут быть сложнее, в частности, возможно, что  $n = n(w)$ ,  $n_\xi \neq n$ .

Траектория точечного события есть линия или 1-цепь. Поставим ей в соответствие 1-формы, полагая, что

$$\omega^{(1)}(x) = g_{\mu\nu} u^\nu dx^\mu, \quad \omega_\xi^{(1)}(x) = p_{\mu\nu} k^\nu dx^\mu.$$

Здесь  $(g_{\mu\nu}, p_{\mu\nu})$  - четырехметрики,  $(u^\nu, k^\nu)$  - компоненты четырехскорости и четырехвектора. Введем

$$u^\nu = \alpha dx^\nu, \quad k^\nu = q^{\nu\sigma} k_\sigma.$$

Мы получим

$$\omega^{(1)}(x) = \alpha g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = ds^2|_{SE},$$

$$\omega_\xi^{(1)}(x) = \alpha^{-1} p_{\mu\nu} q^{\nu\sigma} k_\sigma u^\mu.$$

Такие величины, задающие интервал событий  $SE$  и фазовое условие, используются в электродинамике с неограниченными скоростями, когда изучается несобственная инерция. Собственной инерции, согласно принципу аналогии, соответствуют 1-формы

$$\Omega^{(1)}(x), \Omega_\xi^{(1)}(x),$$

задавая второй интервал событий  $SE$  и второе фазовое условие. В настоящее время принято отождествлять их с величинами  $\omega^{(1)}(x), \omega_\xi^{(1)}(x)$ , хотя в принципе они могут быть различны. Заметим, что система 1-форм, следуя схеме, найденной для 0-форм, может иметь сложную зависимость друг от друга. Ее суть и физические приложения следует изучить отдельно. В частности, так может проявляться пространство состояний  $SS$  и дополнительные условия для таких объектов как атомы света.

2-циклам (замкнутым кривым на плоскости) поставим в соответствие 2-формы, соответствующие полям и индукциям в их внешнем и внутреннем проявлении. Они охватывают, как принято в электродинамике со сверхсветовыми скоростями, пары  $(F_{\mu\nu}, H_{\mu\nu}), (f_{\mu\nu}, h_{\mu\nu})$ . Имеем, соответственно

$$\omega^{(2)}(x) = F_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu, \quad \omega_\xi^{(2)} = f_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu,$$

$$\Omega^{(2)}(x) = H_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu, \quad \Omega_\xi^{(2)} = h_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu.$$

К идее столь сложного дополнения можно было бы придти раньше, если бы опыт подсказал указанное согласование 0-форм и если бы была принята концепция единства различных  $k$ -форм. Совершенно новыми являются связи между  $F_{\mu\nu}$  и  $f_{\mu\nu}, H_{\mu\nu}$  и  $h_{\mu\nu}$ .

На данном этапе мы обнаруживаем аналогию макроописания электромагнитного поля с предполагаемой моделью атома света – нотона. У него имеется четыре базовых прозаряда (точки), он имеет систему рецепторов (1-цепей), точки и рецепторы при своих движениях способны располагаться на плоскости (2-цепи).

Принятый подход подсказывает, в какую сторону и каким образом следует развивать модель электромагнитных явлений. Действительно, 3-формы

$$\omega^{(3)}(x) = q_{ij} B_{kl}^i dx^j \wedge dx^k \wedge dx^l,$$

$$\omega_\xi^{(3)}(x) = q_{ij} B_{kl}^i dx^j \wedge dx^k \wedge dx^l,$$

$$\Omega^{(3)}(x) = \mu_{ij} C_{kl}^i dx^j \wedge dx^k \wedge dx^l,$$

$$\Omega_\xi^{(3)}(x) = \mu_{ij} C_{kl}^i dx^j \wedge dx^k \wedge dx^l$$

соответствуют рассмотрению атома света как объекта, занимающего объем в трехмерном пространстве. Так мы приходим к учету нелокальных свойств электромагнитного поля. Тензоры  $B_{jk}^i, B_{jk}^i, C_{kl}^i, C_{kl}^i$  позволяют учесть нелокальность, если заменить частные производные, входящие в уравнения Максвелла, на ковариантные:

$$\partial_i \Rightarrow \nabla_i = \partial_i + B_i,$$

где  $B_i = B_i \left( B_{jk}^i, B_{jk}^i, \dots \right)$ . Нечувствительность связности без кручения к локальным

преобразованиям координат свидетельствует, очевидно, что связность выходит за рамки этих преобразований, не охватывается ею.

Физика подсказывает своими опытами, что для атома света важна нелокальность. Известно, что при переходе света из вакуума в плотную среду частота не меняется лишь тогда, когда относительная скорость  $\Delta \vec{v}$  источника излучения и среды  $\Delta \vec{u}$  равны нулю. Если  $\Delta \vec{u} \neq 0$ , то частота меняется. В рамках локального подхода физически понять эту ситуацию невозможно. При рассмотрении нелокального объекта, каким мы представляем себе атом света, динамика его параметров может зависеть от того, в каком соотношении находится внешняя скорость нотона как единого объекта с внутренней скоростью его составных частей. Если внутренняя скорость  $\vec{v}_{in}$  скореллирована с внешней  $v_{out}$ , то взаимодействие способно это учесть, в частности, на основе механизма изменения частоты.

Для величин, входящих в 3-формы, нужны самостоятельные уравнения. Чтобы почувствовать, откуда их можно взять, представим тензор  $\Phi_{\nu\mu}$ , посредством которого выражается потенциал электромагнитного поля, через  $B_{\nu\kappa}^\sigma$ . Пусть

$$A_\mu = k^\nu \Phi_{\nu\mu} = k^\nu B_{\nu\kappa}^\sigma B_{\sigma\mu}^\kappa.$$

Составим из величин, посредством которых мы желаем описать нелокальность электромагнитного поля, лагранжиан

$$L_\mu = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-\mu} \mu^{\alpha\beta} (B_{\delta\alpha}^\gamma B_{\beta\gamma}^\delta - B_{\alpha\beta}^\delta B_{\sigma\gamma}^\delta)$$

при условии

$$B_{\gamma\delta}^\alpha = \frac{1}{2} \mu^{\alpha\delta} (D_\gamma \mu_{\delta\beta} + D_\beta \mu_{\delta\gamma} - D_\delta \mu_{\beta\gamma}).$$

Тогда получим уравнения, которые используются в теории гравитации. В уравнения

$$\hat{\nabla}_{[k} F_{mn]} \equiv \partial_{[k} F_{mn]} = 0$$

они не войдут, но обеспечат необходимые добавки в  $\hat{\nabla}_k \tilde{H}^{in} = S^i$ , потому что  $\hat{\nabla}_k \Omega^{im} \neq 0$ . Реальная ситуация для электромагнитного поля будет существенно иной, чем это следует из стандартных уравнений.

В четырехмерном многообразии задается 4-цепь. По-видимому, она ответственна за эволюцию объектов. Тогда величины

$$({}^{(4)}\omega(x), {}^{(4)}\omega_\xi(x), {}^{(4)}\Omega(x), {}^{(4)}\Omega_\xi(x))$$

задают новые грани не только классической, но и квантовой теории электромагнетизма. Возможна, например, дифференциальная форма

$${}^{(4)}\omega(x) = \xi_{ijkl} dx^i \wedge dx^j \wedge dx^k \wedge dx^l,$$

где  $\xi_{ijkl} = \sigma_{ij} \sigma_{kl} = R_{ijkl} = a_{ijmn} A_{kl}^{mn} = \dots$ .

Соответствие с опытом поможет уточнить эти структуры и суть выражений. Возможно, они проявляются эволюционно, "медленно" меняя атом света изнутри. Но тогда будет обнаружена динамика фундаментальных констант. Эволюционный аспект может проявиться и в деформационных степенях свободы поля, частично меняя то или другое звено модели или их согласованную систему.

## 5.8. НОВАЯ МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА ВОДОРОДА

*Рассмотрена модель атома водорода, согласно которой протон и электрон соединены друг с другом покоящимся нотоном. Показано соответствие расчета согласно этой модели с экспериментом. Найдено выражение для постоянной Планка в виде функции от параметров барона.*

Начальная механическая модель атома водорода была предложена в 1913 году Н. Бором. Согласно его точке зрения электрон вращается вокруг протона в поле центральных сил. Простой расчет этой конструкции позволил получить формулу для энергетического спектра атома водорода, хорошо согласующуюся с экспериментом. Такое направление исследований было продолжено многими авторами, в том числе Зоммерфельдом А. [135]. Дальнейшее развитие теории атомов пошло по иному пути: была создана квантовая теория [136]. Успехи и конструктивность ее бесспорны. Однако для квантовой теории чуждо описание атомов материи как механических систем. Она создает реальный барьер (в том числе и психологический), препятствующий построению наглядных моделей атомов материи. Только отдельные исследователи продолжают двигаться в этом направлении [137], желая новым способом проникнуть в суть происходящих явлений.

Попробуем принципиально иначе описать атом водорода и процессы, которые в нем происходят. Примем идею, что протон и электрон могут быть связаны между собой в систему посредством нотонов. Тогда, с одной стороны, отпадает необходимость описания движения электрона вокруг протона. Во-вторых, излучение атома будет обусловлено изменением связи между протоном и электроном. В-третьих, мы получаем аналог реального осциллятора. Используем модель нотона как конструкции, составленной из баронов (аналога пары вихревых нитей с празарядами, соединенных между собой), полагая, что они расположены друг за другом, образуя некоторую физическую цепочку. Пусть возможно синхронное движение системы периферических нитей с характерной скоростью  $v$  и характерной частотой  $\omega$  вокруг центральных нитей, имеющих большую массу. Обозначим через  $m^*$  массу периферической вихревой нити и через  $\hat{m}$  - центральной вихревой нити. Пусть число  $N$  задает количество баронов в нотоне.

Будем оценивать параметры нотонов по формуле (раздел 5.3)

$$\frac{v^2}{\omega} = \frac{\hbar}{m^* N},$$

где  $\hbar$  - постоянная Планка. Изучим вариант зависимости

$$v = \sigma N, \quad \omega = \chi N^3.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\sigma^2}{\chi} = \frac{\hbar}{m^*}.$$

Характерный размер нотона в поперечном направлении есть

$$R_N = \frac{v}{\omega} = \frac{\sigma}{\chi} \frac{1}{N^2}.$$

Так как  $\sigma_1 = v_1 = v|_{N=1}$ ,  $R_1 = \sigma_1/\chi_1$ , получим выражение для постоянной Планка как функцию от параметров барона в форме

$$\hbar = m^* v_1 R_1.$$

Оценим ускорения, реализующиеся в нотоне, по формуле

$$a = \frac{v^2}{R} = \sigma \chi N^4.$$

Если центральные части нотона удерживают периферические, то естественно предположить, что они способны удерживать и частицы, составленные из родственным им элементов. Ранее мы приняли, что нуклоны и электроны составлены из баронов. По этой причине мы можем попытаться рассмотреть атом водорода как систему, состоящую из нуклона и электрона, соединенных между собой посредством "физической цепи" из баронов. Реальный движущийся нотон, с этой точки зрения, есть часть этой соединительной цепи, освободившаяся из атома материи, который выступает в роли *аккумулятора* энергии. Мы понимаем, что имеем дело с качественно новой системой, которая *содержит внутри себя покоящиеся атомы света*.

Зависимость  $R_N$  от  $1/N^2$  интересна с разных точек зрения. Во-первых, она согласуется с наблюдаемой на опыте дискретностью энергии, которая в данной модели обусловлена дискретным количеством баронов в нотоне. Во-вторых, непрерывности энергии соответствует непрерывность изменения элементов нотона. В-третьих, с увеличением числа баронов уменьшается величина  $R_N$ , что свидетельствует об уплотнении связи, соединяющей протон и электрон. В-четвертых, согласовав предлагаемую модель с опытом, можно уточнить детали механического поведения атома водорода.

Рассмотрим систему, состоящую из протона ( $p$ ) и электрона ( $e$ ), полагая, что они соединены "физической цепью" из баронов ( $b$ ), образуя реальный осциллятор (рис.5.19). Она обладает новыми, неожиданными свойствами.

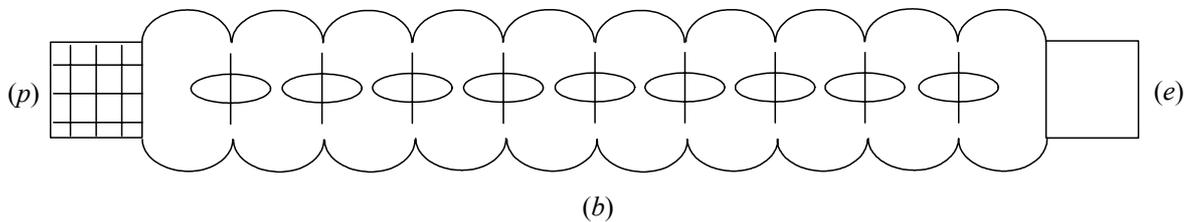


Рис. 5.19. Новая модель атома водорода

Заметим, что величина

$$R_n = R_1 \cdot n^2,$$

где  $n = N_0/N$ , выполняет роль полутолщины нити, соединяющей протон и электрон. Сравним ее с формулой для радиусов  $r_n$  круговых орбит для электрона при движении его в атоме водорода согласно модели Н. Бора. Известно, что  $r_n = r_1 \cdot n^2$ . Полагая, что  $R_n = ar_n$ , получим соотношение

$$N_0^2 = \frac{\sigma}{a\chi r_1},$$

из которого можно оценить максимальное число баронов  $N_0$  в атоме водорода.

Проведем анализ спектра излучения атома водорода, полагая, что энергия, которую мы обнаруживаем на эксперименте, соответствует энергии нотона, рассматриваемого как реальный осциллятор. Известно, что энергия осциллятора задается формулой [138]:

$$E = \frac{1}{2} m^* \omega^2 R^2.$$

Преобразуем ее с учетом принятых допущений. Тогда получим, что

$$E = \frac{1}{2} \hbar \chi N_0^2 \frac{1}{n^2} = E_1 \frac{1}{n^2}.$$

Здесь  $n = \frac{N_0}{N}$ ,  $N < N_0$ . Эта формула схожа с выражением, которое было получено Бормом Н. Чтобы добиться совпадения, примем соотношение

$$\frac{1}{2} \hbar \chi N_0^2 = \frac{me^4}{\hbar^2}.$$

Здесь  $e$  - электрический заряд,  $m$  - масса электрона. Частота излучения выразится как разность двух энергий, которые может иметь атом водорода, когда меняется связь между протоном и электроном. Действительно, формула

$$\nu_{nk} = \frac{me^4}{4\pi \hbar^3} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

хорошо согласуется с экспериментом [139].

Оценим, как меняется расстояние между протоном и электроном в атоме водорода, используя экспериментальные данные. Вообразим наглядную картину происходящих процессов. Пусть состояние  $a$ ) переходит в состояние  $b$ ) (рис. 5.20).

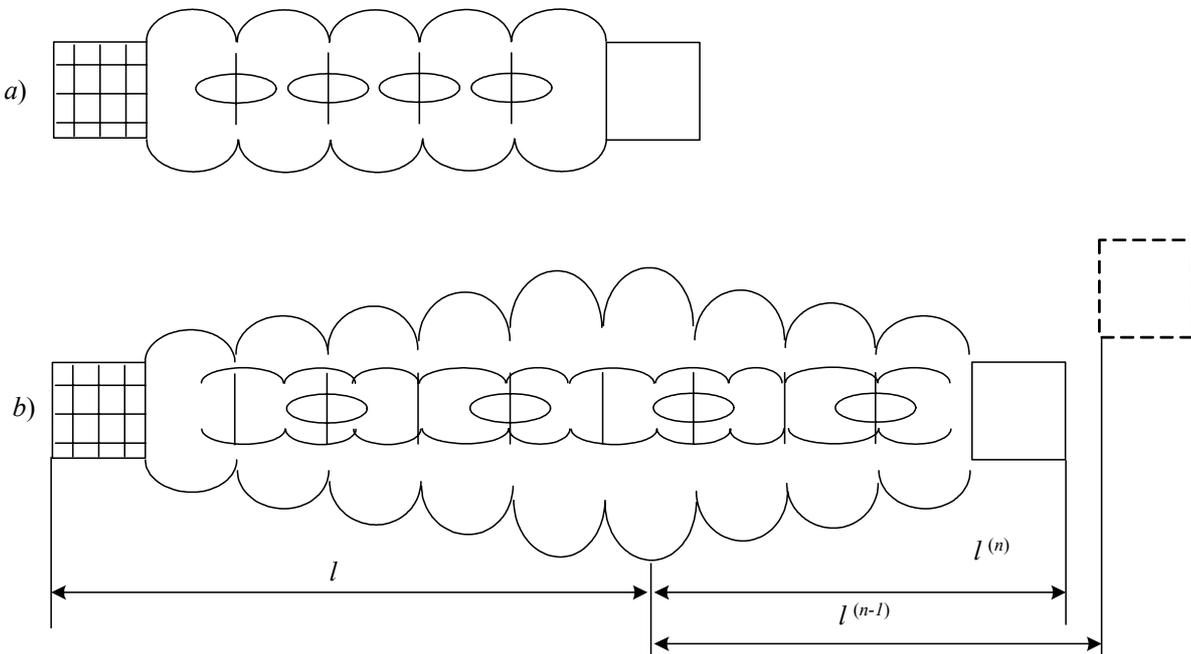


Рис. 5.20. Изменения связей в атоме водорода

Мы знаем, что согласие расчета с экспериментом возможно, если принять правило изменения главного квантового числа  $n$  согласно ряду натуральных чисел. Однако такое изменение можно интерпретировать по-разному. Действительно, получим

$$1 = \frac{N_0}{N_0}, \quad 2 = \frac{N_0}{\frac{1}{2}N_0} = \frac{l+l}{l}, \quad 3 = \frac{N_0}{\frac{1}{3}N_0} = \frac{l+\frac{l}{2}}{\frac{l}{2}} \dots$$

Мы можем рассматривать главные квантовые числа как пропорции, в которых последовательно делится максимально возможное число баронов в атоме водорода. Но, с другой стороны, возможно введение величины  $l$  - некоторой длины как управляющего физического фактора. Используемые соотношения свидетельствуют о том, что длина цепи  $l^{(n)}$ , дополнительная к  $l$ , на  $n$ -шаге излучения зависит от первоначальной длины  $l$  и предыдущей добавки к ней  $l^{(n-1)}$ , так что

$$l^{(n)} = \frac{l + l^{(n-1)}}{l} l.$$

Такой вариант хорош тем, что изначально вводится некоторая оценка пространственного состояния связи. Значит, открывается путь для анализа квантования как *условия, учитывающего изменение механического состояния системы*. Если эти рассуждения верны, то электрон не уходит далеко от нуклона, но его связь с ним может существенно измениться.

Используя полученные формулы, мы можем оценить скорости, характеризующие периферическое поведения нотона в атоме водорода. Действительно, получим формулу

$$v_1 = \sigma = 2ar_1 \frac{me^4}{\hbar^3}.$$

Скорость выражена через параметры, известные для электрона и через величину  $a$ , которая неизвестна. Ее числовое значение

$$\sigma = a \cdot 5.4195697 \cdot 10^{-14} \frac{M}{c}$$

может быть использовано для характеристики поведения нотонов, покоящихся в атомах материи.

## 5.9. НОВАЯ МОДЕЛЬ ЗАРЯДОВ

*Предложена система базовых частиц, комбинаторно следующая из частиц праматерии с положительными и отрицательными массами и электрическими зарядами. Обнаружено механическое единство всех фундаментальных взаимодействий и возможность единого (m/e) заряда*

Принимая РИТЫ, состоящие из празарядов с рецепторами, как исходные элементы для конструирования частиц материи, мы обязаны рассмотреть механизм образования электронов и протонов из праматерии. В первую очередь следует показать, при каких условиях возможно получить известные из опыта массы  $m_e$ ,  $m_p$  и заряды  $q_e$ ,  $q_p$  электронов и протонов. Во-вторых, следует разобраться, как модель РИТОВ, соединенных в конструкцию, объясняет различие взаимодействий, присущих элементарным частицам. В-третьих, нужно обнаружить новые пути и средства для описания взаимодействий, следующие из софистатности объектов и взаимодействий числам и операциям.

### 5.9.1. Система базовых частиц материи

Введем положительные и отрицательные массы и электрические заряды для РИТОВ, соответствующим четырем фундаментальным празарядам. Пусть они соответствуют рис. 5.21.

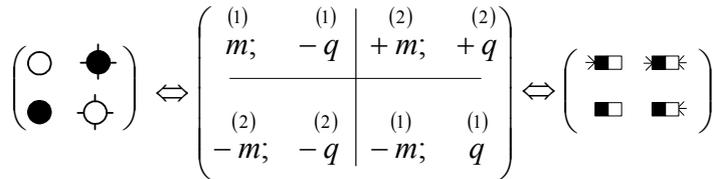


Рис. 5.21. Массы и заряды фундаментальных РИТОВ

Пусть  $\left| \begin{matrix} (1) \\ m \end{matrix} \right| > \left| \begin{matrix} (2) \\ m \end{matrix} \right|$ ,  $\left| \begin{matrix} (2) \\ q \end{matrix} \right| > \left| \begin{matrix} (1) \\ q \end{matrix} \right|$ . Тогда определены частицы, которые получают комбинаторно из указанных слагаемых.

- а) Элон:  $m_E = \begin{pmatrix} (1) & (1) \\ m - m \end{pmatrix} N_E = 0$ ,  $q_E = \begin{pmatrix} (1) & (1) \\ q - q \end{pmatrix} N_E = 0$ ;
- б) Пролон:  $m_{\Pi} = \begin{pmatrix} (2) & (2) \\ m - m \end{pmatrix} N_{\Pi} = 0$ ,  $q_{\Pi} = \begin{pmatrix} (2) & (2) \\ q - q \end{pmatrix} N_{\Pi} = 0$ ;
- в) Электрон:  $m_e = \begin{pmatrix} (1) & (2) \\ m - m \end{pmatrix} N_e \neq 0$ ,  $q_e = \begin{pmatrix} (1) & (2) \\ -q - q \end{pmatrix} N_e \neq 0$ ;
- г) Позитрон:  $m_{\ominus} = \begin{pmatrix} (2) & (1) \\ m - m \end{pmatrix} N_{\ominus} \neq 0$ ,  $q_{\ominus} = \begin{pmatrix} (2) & (1) \\ q + q \end{pmatrix} N_{\ominus} \neq 0$ ;
- д) Протон:  $m_p = \begin{pmatrix} (2) & (1) \\ -m + m \end{pmatrix} N_p^2 \neq 0$ ,  $q_p = \begin{pmatrix} (1) & (2) \\ -q + q \end{pmatrix} N_p^2 \neq 0$ ;
- е) Антипротон:  $m_{\oplus} = \begin{pmatrix} (2) & (1) \\ -m - m \end{pmatrix} N_{\oplus}^2 \neq 0$ ,  $q_{\oplus} = \begin{pmatrix} (2) & (1) \\ -q + q \end{pmatrix} N_{\oplus}^2 \neq 0$ .

Тогда

$$\frac{m_p}{m_e} = \frac{\binom{(1)}{m} \binom{(2)}{m} N_p^2}{\binom{(1)}{m} \binom{(2)}{m} N_e^2} \cong 1836, \quad \frac{q_p}{q_e} = \frac{\binom{(1)}{-q} \binom{(2)}{q} N_p^2}{\binom{(1)}{-q} \binom{(2)}{q} N_e^2} = 1.$$

Мы приняли для массы и заряда электрона *аддитивное правило* конструирования, полагая, что  $m_e$ ,  $q_e$  пропорционально количеству  $N_e$  слагаемых. Для массы и заряда протона принято *мультипликативное правило* конструирования, так что  $m_p$ ,  $q_p$  пропорциональны  $N_p \cdot N_p = N_p^2$ . Функциональное уравнение, связывающее массы и заряды прачастиц, рассматриваемых как РИТЫ, имеет вид:

$$\frac{\binom{(1)}{m} \binom{(2)}{m} \binom{(2)}{q} \binom{(1)}{q}}{\binom{(1)}{m} \binom{(2)}{m} \binom{(2)}{q} \binom{(1)}{q}} \cong 1836.$$

В общем случае протон и электрон задаются функциями

$$m_p = F_p \left( \binom{(1)}{m}, \binom{(2)}{m} \right), \quad q_p = \Phi_p \left( \binom{(1)}{e}, \binom{(2)}{e} \right),$$

$$m_e = F_e \left( \binom{(1)}{m}, \binom{(2)}{m} \right), \quad q_e = \Phi_e \left( \binom{(1)}{e}, \binom{(2)}{e} \right),$$

вид которых следует находить из физических моделей для массы и электрического заряда как характеристики, свойственной конструкции, состоящей из праматерии. Очевидно, что особого внимания заслуживает изучение нейтральных частиц: элонов и пролонов. И в теории, и в эксперименте нужны новые приемы и средства, чтобы охватить и проявить их разнообразные стороны и свойства.

### 5.9.2. Новое единство фундаментальных взаимодействий

Как только мы понимаем, что структура рецепторов, как и празарядов в виде "точек", из системы которых состоят РИТЫ, может быть сложной, мы приходим к задаче их нового моделирования. Конструкции, составленные из РИТОВ, выступают в роли атомов и молекул праматерии. Они софистатны атомам и молекулам материи. Анализ, проведенный ранее, убеждает в том, что скорости движения составных частей конструкций из праматерии могут быть очень велики. По этой причине, например, протон имеет большую массу, обусловленную большим количеством частиц праматерии, содержащихся в нем, а также многократным столкновением их друг с другом. Однако он имеет также большой запас кинетической энергии, потому что элоны способны в нем двигаться "вокруг пролонов" с большими скоростями, которые превосходят скорость света в вакууме. Следовательно, возможно высокоэнергетическое взаимодействие, которое мы называем *сильным*. Если же частиц праматерии существенно меньше, а скорости их малы, мы получаем лептоны. Таков и электрон. Взаимодействия, происходящие при преобразовании лептонов, относятся к категории *слабых*. Атомы света, как и электроны между собой, взаимодействуют по законам *электромагнитного* типа. Гравитация же учитывается как фактор, охватывающий и проявляющий тонкую структуру РИТОВ, а также элементов, из которых они состоят. Мы получаем новую единую картину всех известных взаимодействий (рис. 5.22)

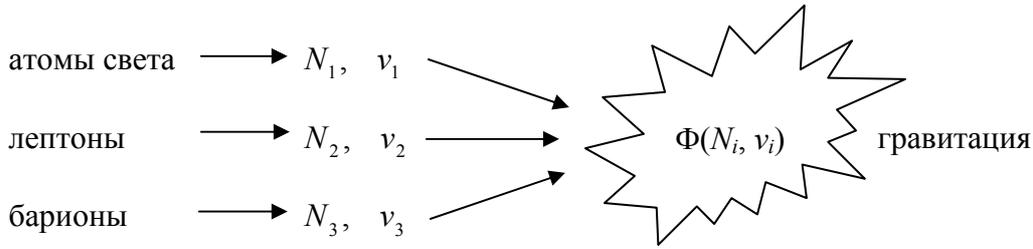


Рис. 5.22. Типы взаимодействий

Здесь  $N_3 > N_2 > N_1$ ,  $v_3 > v_2 > v_1$ . Гравитация присутствует во всех случаях как проявление тонкой структуры, связей и динамики частиц. Следовательно, ее можно рассматривать как добавку к трем известным взаимодействиям: слабому, электромагнитному, сильному. Понятно, что опыт позволит расширить и углубить их теорию и практику их использования.

Не исключено, что сверхтонкая структура РИТОВ будет задавать некоторую сверхгравитацию, которая может быть средством и источником интеллектуальной жизни РИТОВ, их ощущений, прикосновений, реакций. Понятно, что возможно согласованное взаимное управление грубых и тонких структур РИТОВ. Поэтому допустима гипотеза: мир жизни РИТОВ способен быть достаточно тонким и совершенным.

5.9.3. Новый механизм взаимодействия зарядов

Расположим массы  $m$  и электрические заряды  $q$  прачастиц на комплексной плоскости (рис. 5.23).

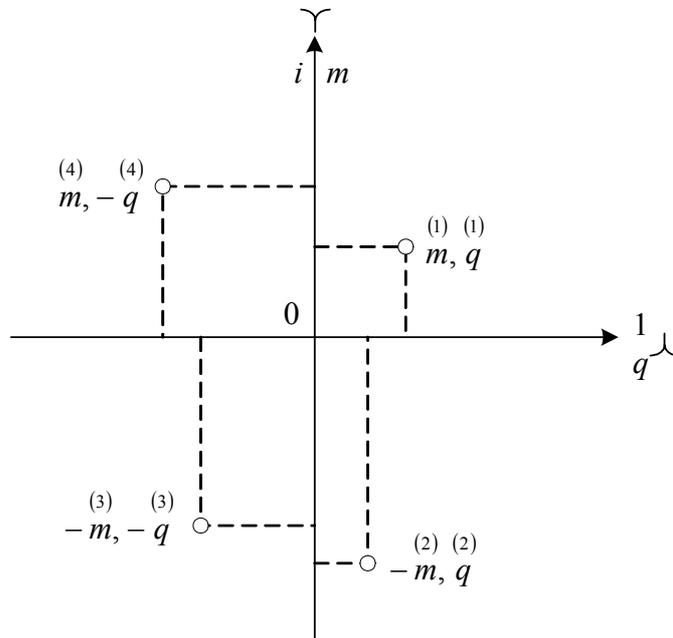


Рис. 5.23. Иллюстрация единства  $m$  и  $q$

Введем их взаимодействие, полагая, что изменение взаимного расположения частиц в пространстве подчинено мультипликативному правилу  $\Delta r_{ij} \sim \xi^{(i)} \cdot \xi^{(j)}$ . Получим таблицу 5.7.

Законы взаимодействия зарядов Таблица 5.7.

|              |                                |
|--------------|--------------------------------|
| Притяжение   | $im \cdot im \Rightarrow -1$   |
| Притяжение   | $-im \cdot -im \Rightarrow -1$ |
| Отталкивание | $im \cdot -im \Rightarrow 1$   |
| Отталкивание | $q \cdot q \Rightarrow 1$      |
| Отталкивание | $-q \cdot -q \Rightarrow 1$    |
| Притяжение   | $-q \cdot q \Rightarrow -1$    |

Одинаковые массы притягиваются, одинаковые электрические заряды отталкиваются. Разные по знаку массы отталкиваются, разные по знаку электрические заряды притягиваются.

Ранее мы установили, что канонические единицы, например, числа  $[\pm i, \pm 1]$  софистатны свойствам РИТОВ, выраженным в матричной форме. Покажем, что возможно предположение о многообразии форм массы и электрического заряда как РИТОВ, если ввести единый заряд

$$\chi = i \Upsilon m + 1 \cdot \lambda q.$$

Пусть определено функциональное произведение, так что

$$\Upsilon \diamond \Upsilon = \det(\Upsilon \underset{A}{*} \Upsilon), \quad \lambda \diamond \lambda = \det(\lambda \underset{A}{*} \lambda),$$

$$\Upsilon \diamond \Upsilon = \lambda \diamond \lambda = 1, \quad \Upsilon \diamond \lambda = \lambda \diamond \Upsilon = 0.$$

Это возможно, если единицы  $\Upsilon$ ,  $\lambda$  умножаются по Адамару, а затем находится детерминант этого произведения. Например, возможны единицы

## 5.10. СИСТЕМА КАНОНИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ

*Показано, что одна матрица скрывает в себе систему канонических состояний реальной конструкции, что требует дополнительных элементов в ее модели, если есть потребность в детальном описании ее конструкции и движений, им соответствующих.*

Мы полагаем, что нотоны и все элементарные частицы сконструированы из элонов и пролонов. Поскольку простейшей конструкцией является барон – аналог атома водорода для праматерии, требуется изучить систему его канонических состояний. Определим их, полагая, что им соответствуют системы взаимно покоящихся празарядов, ассоциированные с одной и той же матрицей алгебры заполнения канонического вида (мономиальной матрицей, значимые элементы которой равны единице). Для этого рассмотрим движения четырех выделенных точек  $\circ$ ,  $\ominus$ ,  $\bullet$ ,  $\oplus$ , по-разному соединяя их друг с другом в предположении, что центральные празаряды остаются подвижными. Получим систему соответствий:

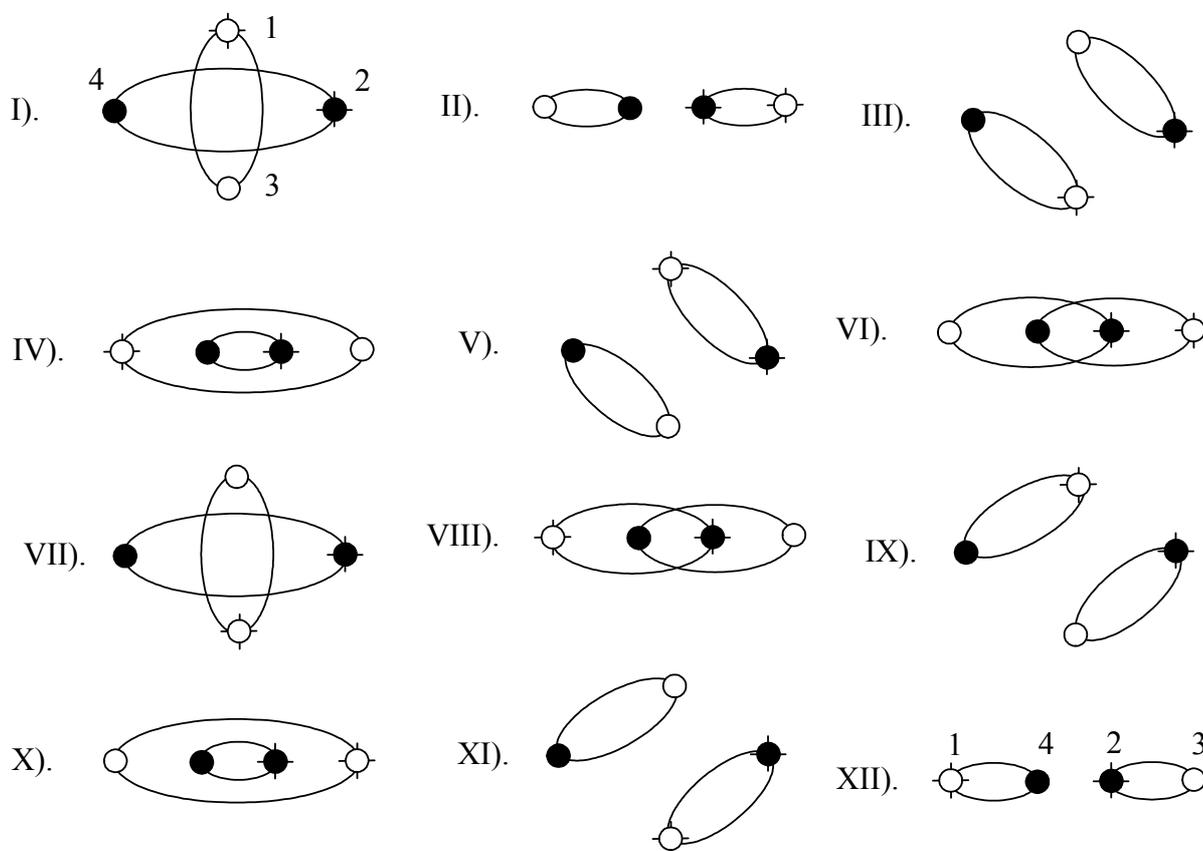


Рис. 5.24. Иллюстрация математической вырожденности физических моделей

На 13 шаге "цикл" повторяется. Согласно принятой ранее модели сопоставления матриц получим три матрицы, ассоциированные с указанными столбцами визуальных рисунков:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Поставим им в соответствие три вида "зарядов":

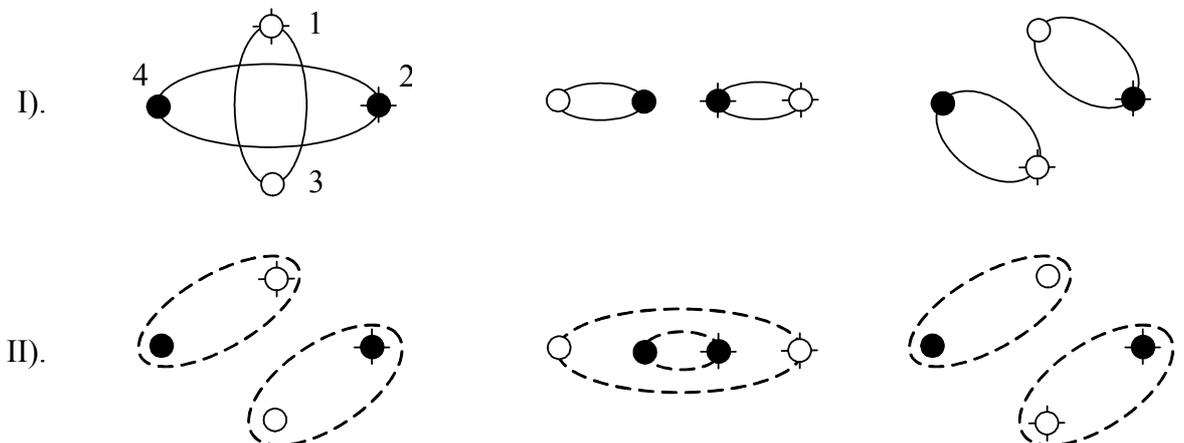
$$\pm m_i, i=1,2, \quad \pm p_i, i=1,2, \quad \pm e_i, i=1,2.$$

Они софистатны внутренним степеням свободы конструкций.

Примем точку зрения, что канонические состояния баронов соответствуют "кирпичикам", из которых создаются экспериментальные величины, названные нами массами ( $\pm m_i$ ), электрическими зарядами ( $\pm e_i$ ), вводя дополнительно отрицательные массы. Кроме этого, нам требуется рассмотреть некоторую систему переходных зарядов ( $\pm p_i$ ), которые могут взаимно преобразовывать массы в электрические заряды.

Поскольку алгебра заполнения содержит также неканонические матрицы, в которых положительные и отрицательные единицы перемешаны, мы получаем сложную систему визуальных конструкций из праматерии. Она позволяет предположить, что каждому заряду, обнаруживаемому экспериментально, софистатна система РИТОВ, содержащих взаимно покоящиеся празаряды определенной визуальной конфигурации. Если эта конфигурация вступает в объединение с другими, получим некоторое *изделие*. Оно может содержать разные заряды в разных пропорциях. Если же конфигурация меняется, то либо один заряд проявляет новые свои качества, которыми обладает данный тип заряда, либо она начинает принадлежать другому типу конфигураций, проявляя другие свойства при прикосновениях и взаимодействиях.

Взаимодействие может быть существенно более сложным, если канонические конструкции многоуровневые. Это можно изобразить, вводя систему цветных РИТОВ, задавая свой цвет на каждом из уровней. Тогда мы получим аналог некоторого "вероятностного" распределения рецепторов для данной системы празарядов. Так, мы можем дополнить одноуровневую систему рецепторов еще двумя уровнями согласно схеме, указанной ниже (рис.5.25). Поля  $(\vec{E}, \vec{B})$ ,  $(\vec{H}, \vec{D})$  при рассматриваемом подходе получают новую физическую интерпретацию: они играют роль факторов влияния одного изделия на второе, что зависит во многом от их конструкции и состава.



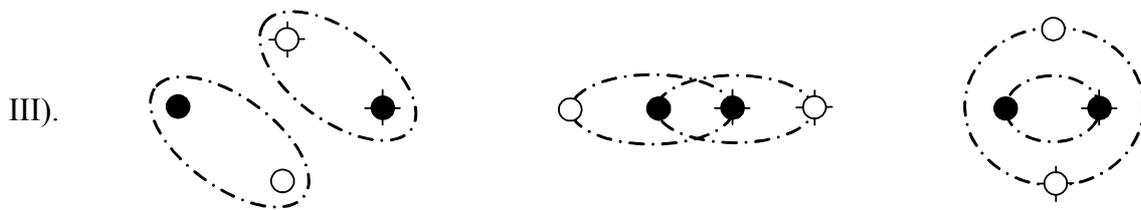


Рис. 5.25 Иллюстрация трехуровневой модели рецепторов (три цвета)

Вывод. Одной и той же подалгебре соответствует система физических конструкций, которые могут быть различны в расчетной модели только при ее расширении, сопровождающемся уточненным экспериментом.

## 5.11. РАЗМЕРЫ И УСТРОЙСТВО НОТОНОВ

*Даны оценки размеров и устройства нотонов, из которых следует, что внутри электронов и нуклонов может содержаться огромное число празарядов.*

Мы полагаем, что нотоны образованы из элонов и пролонов: пар празарядов, соединенных между собой рецепторами. И празаряды и рецепторы считаются многоуровневыми, они расщеплены как фундаментально, так и трансфинитно.

А) Полагая, что барон является единым структурным элементом для любых нотонов и любых элементарных частиц, оценим его характерные параметры: массу  $m_0$ , длину  $L_0$ , скорость движения сигнала по его рецепторам  $V_0$ . Оценим число баронов в нотоне формулой  $N = \omega / \omega_0$ , полагая, что нотоны эмпирически проявляют частоту  $\omega$ , которая задана системой  $N$  баронов, находящихся в основном состоянии с частотой  $\omega_0$ . Частоту  $\omega_0 = 10^3$  выберем за основную. Получим следующие оценки для числа баронов в нотонах:

- Радиоволны –  $1 - 10^9$ ,
- Инфракрасное излучение –  $1 - 3 \cdot 10^{11}$ ,
- Видимое излучение –  $3 - 7 \cdot 10^{11}$ ,
- Рентгеновское излучение –  $10^{14}$ ,
- Гамма-излучение –  $10^{17} - 10^{26}$ .

Полагая, что электрон образован из гамма-квантов, получим массу барона

$$m = \frac{m_e}{N_e} = 3 \cdot 10^{-35} \text{ г.}$$

Используем формулу  $h = m_0 V_0 L_0$  для оценки размеров барона, полагая, что именно барон является источником и первопричиной неизменности постоянной Планка. Полагая, что  $V_0 = L_0 \omega_0$ , получим для характерной скорости в рецепторах барона величину  $V_0 = 10^5 c_0$ , где  $c_0$  - скорость света в вакууме. Если  $m_0$  постоянна, получим закон состояний для барона в виде

$$V_0 L_0 = \frac{h}{m_0} = \text{const.}$$

Его естественно модифицировать, предполагая, что

$$\left(V_0 + \frac{a}{L_0^2}\right)(L_0 - b) = \frac{h}{m_0}$$

Это уравнение аналогично уравнению состояния реального газа с заменой давления  $P$  и объема  $V$  на длину  $L_0$  и скорость  $V_0$ . Так мы достигаем возможности анализа различных состояний барона, в частности, изменения его фазовых состояний.

В) Для моделирования структуры нотона применим метод алгебраической геометрии. Рассмотрим пересечение нескольких линий, обеспечивая их физическое пересечение в четырех точках. Условно соединим "параллельные" линии. Полагая, что рецепторы заменены "листами" комплексной плоскости и что празаряды согласованы с таким вариантом, получим топологическую модель барона в виде тора с четырьмя дыр-

ками и двумя ручками. Будем рассматривать Нотон как систему, образованную из нескольких баронов, соединенных "через" ручки.

С) Установим соответствие между размерами нотона и числом баронов, содержащихся в нем. Исходя из физических соображений, введем продольный  $L_a$  и поперечный  $L_b$  размер нотона. Мы понимаем, что обе эти величины будут согласованы друг с другом. Длину волны  $\lambda$  и число баронов  $N$  используем в расчете. Примем модель, основанную на уравнениях

$$\frac{d^2 L_a}{dN^2} = \beta_2 \left( \frac{dL_a}{dN} + \frac{L_a}{N} \right), \frac{d^2 L_b}{dN^2} = \alpha_2 \left( \frac{dL_b}{dN} + \frac{L_b}{N} \right), \beta_2 = \beta_1 \lambda, \alpha_2 = \alpha_1 \lambda$$

Получим 4-параметрическую зависимость. Заметим, что нами принята модель дифференциально-геометрического описания размеров нотона согласно уравнениям вида

$$\frac{d^2 L^i}{dN^2} + B_{jk}^i \frac{dL^j}{dN} \frac{dL^k}{dN} + C \alpha_j^i \omega^\alpha \frac{dL^j}{dN} + D_{ja}^i \omega^\alpha L^j = 0, i = 1, 2, 3.$$

В них  $\omega^\alpha$  задает внутреннее состояние нотонов, а величины  $B_{jk}^i, C \alpha_j^i, D_{ja}^i$  - условия, в которых находятся нотоны. Уточним геометрию барона, используя модель электродинамики без ограничения скорости. В ней естественна пара тензоров  $F_{mn}, H_{mn}$ , что можно интерпретировать физически как реализацию двойной связи между празарядами. Поскольку указанные тензоры принадлежат полю комплексных чисел, двойные связи следует изображать в форме трубок, имеющих сложную структуру, что индуцирует использованные нами числа вида  $i, i^{1/2}, i^{1/4}$ . Естественно ввести пару частот. Одна из них характеризует вращения, присущие самим празарядам. Другая характеризует вращения празарядов вокруг их общего центра "масс". По этой причине два вращения могут иметь разные механизмы динамического изменения, что учтено нами в электродинамике без ограничения скорости в форме дисперсионного и фазового условий с

разными асимптотиками для релаксационных уравнений.  $\Upsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,

$$\lambda = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

При любом сочетании знаков перед значащими числами они также будут выполнять свою роль, что свидетельствует о внутренней свободе состояний РИТОВ, представляющих массу и электрический заряд прачастиц. Понятно, что возможен выбор других единиц, имеющих те же функциональные свойства.

Примем также правило произведения используемых нами многоуровневых чисел, полагая, что элементы каждого уровня (в данном случае таких уровней три) умножаются на подобный себе. Тогда получим

$$\chi_{1,2} = \chi_1 * \chi_2 = (i \Upsilon m_1 + 1 \lambda q_1)(i \Upsilon m_2 + 1 \lambda q_2) = -m_1 m_2 + q_1 q_2.$$

Это умножение задает правило взаимодействия единого  $(m/q)$  заряда с аналогичным ему. Оно прежде всего обеспечивает возможность рассмотрения некоторого объекта, в

котором допустимо разное сочетание гравитационных и электрических свойств. Соответствующий ему РИТ допускает многообразие форм, имеет многие стороны и грани. Единому заряду  $\chi = (m/q)$  может и должно быть присуще изменение соотношения между  $m$  и  $q$ , которое обусловлено движением на гиперповерхности РИТ-состояний (рис. 5.23). Поскольку в данном случае все канонические единицы образуют циклическую группу  $z_4 = [i, -1, -i, 1]$ , а мономиальные матрицы  $\Upsilon, \mathcal{L}$  получаются из них посредством операции распределения, ситуация может быть обобщена. Можно брать другие числа и другие операции, аналогичные операции распределения, если необходимо конструировать новые состояния и взаимодействия. Ситуация укладывается в рамки софистатности общего типа: объекту соответствует система чисел, а взаимодействию соответствует система операций.

К полям  $(\vec{E}, \vec{B})$  и индукциям  $(\vec{D}, \vec{H})$  "внешнего" типа добавятся поля  $(\vec{e}, \vec{b})$  и индукции  $(\vec{d}, \vec{h})$  "внутреннего" вида в форме величин

$$F_{mn}^{\circ} = F_{mn} + i^{1/2} f_{mn}, H_{mn}^{\circ} = H_{mn} + i^{1/4}.$$

Они сочетаются со связями

$$\dot{\Omega}^{im} = \Omega^{im} + i^{1/4} \omega^{im}$$

Эти выражения были использованы нами в первой главе книги.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе следствий из электродинамики Максвелла со сверхсветовыми скоростями, допускающей абсолютное пространство и время, поддержана гипотеза Ньютона-Эйнштейна, что свет есть поток частиц. Предложено рассматривать каждую частицу света как квантово-механическую систему, состоящую из баронов, соединенных друг с другом. Приведены аргументы, согласно которым каждый атом света аналогичен некоторому атому материи и имеет центральную и периферическую части. Из баронов образуются лептоны и нуклоны. Даны числовые параметры атомов света и картина механического движения его составных частей.
2. На основе предложенной модели атомов света как системы, состоящей из баронов, проанализированы известные физические явления и указаны новые эффекты. Показано, что протяженный нотон может иметь при отражении от границы близкую к нулю скорость и некоторое время "скользить" по границе. Принято предположение, что поперечные и продольные размеры нотона способны меняться динамически, что проявляется в форме дополнительности его кинетической и потенциальной энергии. Дана интерпретация поляризации как следствия факта, что центральные празаряды нотона имеют то или другое макроскопическое состояние движения. Указан механизм подготовки нотона к образованию из него электрона и позитрона через сближение одинаковых центральных зарядов и удаление от центра периферических зарядов. Предсказана возможность спонтанного рождения электрона и позитрона из высокоэнергетического нотона. Выдвинута концепция тонкой структуры нотона и его самодостаточности.
3. Показано, что размеры и массы частиц, из которых состоит нотон, существенно меньше размера электрона. Сделано предположение, что электрический заряд, масса, постоянная Планка имеют топологическую природу.
4. На основе предположения, что каждый празаряд нотона имеет нити-рецепторы, которые располагаются по орбите группы заполнения  $V(2)$ , дана картина механического движения составных частей в атоме света, которая образует его 0-схему. Показано, что углубление модели нотона до уровня 1,2, ... схем может быть выполнено по-разному, достигая единого описания его алгебраических, дифференциально-геометрических и топологических аспектов.
5. Принята точка зрения, что полное исследование физического явления или объекта включает их геометрические, алгебраические и топологические аспекты, дополняющие друг друга. Показано, как это выглядит на макроуровне и установлена аналогия для атома света.
6. Обоснована идея, что возможна классификация атомов света по аналогии с периодической системой для атомов материи.
7. Рассмотрена возможность образования кодонов из четверки празарядов, используемых в модели атомов света, дана их графическая система. Принято предположение, что кодоны способны образовать полимерные молекулы, родственные молекулам ДНК материи. Тогда появляются основания ожидать, что в мире праматерии могут существовать самодостаточные живые объекты.
8. Проанализирована принципиально новая механистическая модель атома водорода, согласно которой нуклон и электрон соединены покоящимися нотонами. Тогда каждый атом материи можно рассматривать как аккумулятор электромагнитной энергии, а электромагнитное излучение как систему освободившихся нотонов. Показано, в каком случае возможно совпадение расчетов по данной модели с экспериментом.

- 
9. Проанализированы новые общие возможности сопоставления макро- и микроуровней электромагнитного поля. Показано, что полю соответствует система объектов и система дифференциальных форм, которые взаимосвязаны друг с другом.
  10. Предложена система базовых частиц, комбинаторно следующая из частиц праматерии с положительными и отрицательными массами и электрическими зарядами. Обнаружено механическое единство всех фундаментальных взаимодействий и возможность единого ( $m/e$ ) заряда.
  11. Предложена система базовых частиц, комбинаторно следующая из частиц праматерии с положительными и отрицательными массами и электрическими зарядами. Обнаружено механическое единство всех фундаментальных взаимодействий и возможность единого ( $m/e$ ) заряда.
  12. Показано, что одна матрица скрывает в себе систему канонических состояний реальной конструкции, что требует дополнительных элементов в ее модели, если есть потребность в детальном описании ее конструкции и движений, им соответствующих.
  13. Даны оценки размеров и устройства нотонов, из которых следует, что внутри электронов и нуклонов может содержаться огромное число празарядов.

## ГЛАВА 6

# МАТРИЧНЫЕ ГРУППЫ ДЛЯ НОВОЙ ФИЗИКИ

"Абстрактные понятия возникают при попытке обобщить "наивные" понятия, сохраняя их основные свойства. Теперь ... мы знаем, что эти попытки не приводят к реальному расширению круга объектов. Для многообразий это установил Уитни, для групп – Кэли, для алгоритмов – Черч. Не лучше ли вернуться к наивным определениям?"

*Арнольд В.И.*

|       |   |     |
|-------|---|-----|
|       | Введение .....  | 397 |
| 6.1.  | Числа и операции как модели объектов и взаимодействий.....                          | 398 |
| 6.2.  | Идеалы .....  | 414 |
| 6.3.  | Величины.....   | 416 |
|       | 6.3.1. Морфологический подход .....   | 416 |
|       | 6.3.2. Физический подход .....  | 416 |
| 6.4.  | Элементы гомологической алгебры.....  | 421 |
|       | 6.4.1. Когомологии групп в физических моделях .....                                 | 422 |
|       | 6.4.2. Графические гомологии группы $G$ .....                                       | 426 |
|       | 6.4.3. Геометрические гомологии и когомологии групп .....                           | 427 |
| 6.5.  | Группа заполнения физических моделей .....  | 429 |
|       | 6.5.1. Пересечение подгрупп $V(4)$ .....  | 440 |
|       | 6.5.2. Смежные классы, орбиты .....   | 442 |
|       | 6.5.3. Исходные элементы группы $V(4)$ .....  | 445 |
| 6.6.  | Комбинаторная генерация новых групп. Новые операции .....                           | 446 |
| 6.7.  | Алгебра с отношениями или система супералгебр $\mathcal{W}(\dots)$ .....            | 453 |
|       | 6.7.1. Группа $G_B$ и ее супералгебра $\mathcal{W}(\dots)$ .....                    | 453 |
|       | 6.7.2. Супералгебра $\mathcal{W}(\dots)$ группы Паули.....                          | 456 |
|       | 6.7.3. Мономиальная группа $MN(3)$ и система супералгебр $\mathcal{W}(\dots)$ ..... | 457 |
| 6.8.  | Динамика симметрий .....  | 461 |
|       | 6.8.1. Упрощенная модель динамики симметрий.....                                    | 461 |
| 6.9.  | РИТ для мест, отношений и поведений.....  | 466 |
| 6.10. | Каноническая комбинаторная группа.....  | 474 |
| 6.11. | Скрытость в реальном мире.....  | 481 |
|       | Заключение .....  | 483 |

## ВВЕДЕНИЕ

Развитие моделей физических объектов и явлений во многом зависит от математики, в них используемой. В широком смысле слова *новой физике нужна новая математика*. Конечно, прежде всего необходимы новые числа и операции.

В данной главе обосновывается предположение, что физическим объектам и их взаимодействиям соответствуют числа и операции, что задает новый импульс как для развития математики, так и физики. Показано, в частности, что возможна качественно новая операция на множестве матриц, которая и коммутативна и некоммутативна, и ассоциативна и неассоциативна. Она зависит от нового свойства: распределения отношений в исходном множестве.

Рассмотрен вопрос о соответствии мономиальных матриц фундаментальным свойствам физических объектов: занимать свое место, иметь отношение к себе и к окружающему миру, подчиняться связям и динамике. Такой подход позволяет наделить физическую систему взаимодействующих объектов некоторой системой матриц и операций с ними. Введены качественно новые группы: знаковая и комбинаторная.

Предложен новый базовый физический объект: рецепторы и точки, названный РИТОМ, который имеет черты и свойства как материальной точки, так и плоской волны, что позволяет по-новому охватить и проявить физический опыт. Так, мономиальные матрицы могут рассматриваться как математические выражения физических состояний и движений РИТОВ.

Разработан графический метод анализа матричных групп. Показано, что можно умножать матрицы графически, без использования концепции чисел и операций с ними, что приближает физические модели к новой реальности взаимодействия: на основе графов и системы отношений. Указан метод конструирования групп симметрии на основе комбинаторной операции размещения, которая обобщает концепцию тензорного произведения. Показана кокоммутивность и коассоциативность операции размещения.

Проиллюстрирована возможность записи фундаментальных уравнений физики в форме для 1-коциклов, модифицированных идемпотентами, что приближает физические модели к гомологической алгебре.

## 6.1. ЧИСЛА И ОПЕРАЦИИ КАК МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

*Числа и операции есть символы, сопоставленные объектам и их свойствам в некотором состоянии. Поэтому системы чисел и операций содержат информацию о существовании объектов и явлений и об их взаимодействиях. Поскольку реальный мир изучен недостаточно, необходимы новые числовые множества, расширяющие и углубляющие практику поведения человека в мире, множества, которые позволяют полно и точно охватить и проявить все грани и стороны жизни.*

Заметим, что духовную жизнь принято описывать словами, которые можно рассматривать как формальные множества. В физике и математике аналогичные слова, построенные из символов, называются формулами. Они влияют на подготовленного человека столь же глубоко и разнообразно, как содержательная речь на разумного человека. Схожим образом влияют ноты на музыканта, химические формулы на химика, движения танца на танцора, серия ударов на боксера... Все это формы языка жизни.

*Число неотделимо от измерения.* Числа и формулы – это средства, позволяющие согласовывать факты с измерениями. Мы можем непосредственно измерить линейкой ширину стола, за которым сидим и читаем текст. Мы можем посчитать число людей, которых видим из окна своей квартиры. Таковы простые примеры прямого и косвенного измерения. Все другие случаи только чуть сложнее. Возможно также согласование и соединение указанных двух типов измерений. Понятно, что точность измерений тем выше, чем совершеннее приборы, с помощью которых проводятся измерения.

Натуральные числа: 1, 2, 3...N... образовали первое числовое множество, достаточное для начальной практики людей. Оно стало основой для формирования понятия операций на множестве, а также элементов числового поля, нейтральных к операциям. Множество, в котором введены операции, принято называть алгебраической системой.

В системе натуральных чисел нет нуля. В ней определены операция сложения (+) и умножения ( $\cdot$ ), она имеет нейтральный по умножению элемент (1). Система подчинена законам:

1. наполнения  $\forall a \in N, a + 1 \neq a$ ;

2. ассоциативности:

$$\forall a, b, c \in N \Rightarrow (a + b) + c = a + (b + c).$$

3. коммутативности:

$$\forall a, b \in N \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\forall a, b \in N \Rightarrow a \cdot b = b \cdot a;$$

4. сопряженности:

$$\forall a, b, c \in N \Rightarrow a + c = b + c \Rightarrow a = b,$$

$$\forall a, b, c \in N \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c \Rightarrow a = b;$$

5. дистрибутивности:

$$\forall a, b, c \in N \Rightarrow (a + b)c = ac + bc;$$

6. нейтральности 1:

$$\forall a \in N \Rightarrow a \cdot 1 = 1 \cdot a = a;$$

7. аксиоме индукции: если подмножество  $M$  натуральных чисел содержит 1 и вместе с элементом  $a$  элемент  $a + 1$ ,  $M = N$ .

(Здесь  $\forall$  обозначает слова "для любых элементов",  $\Rightarrow$  "следует, что").

Так определяется полукольцо (т.к. нет обратных элементов) с нейтральным элементом умножения и без нейтрального элемента сложения.

Этот пример важен потому, что в нем, как океан в капле воды, отражается дальнейшее расширение и углубление системы числовых множеств и операций в них. Данные выше законы только уточняются или изменяются. Известно, что на указанном пути невозможно достичь нового качества числовых множеств.

Введение числа ноль (0) соответствует концепции расширения алгебраической системы  $A$  до системы  $A'$ . Это происходит, если:

1. основное множество системы  $A$  является подмножеством основного множества системы  $A'$ ;
2. существует взаимно однозначное отображение множества отношений (операций и законов, которым подчинены элементы множества системы) системы  $A'$  на множество отношений системы  $A$ ;
3. если для любого набора элементов  $A$ , для которого выполняются какие-либо отношения этой системы, выполняются соответствующие отношения для системы  $A'$ .

Другими словами, система  $A'$  имеет взаимно однозначное соответствие с системой  $A$  по элементам и законам, которым они подчинены.

Числа  $0, \pm 1, \pm 2 \dots$  называются целыми числами. Их система  $\langle Z, +, \cdot, 0, 1 \rangle$  является минимальным *кольцом*, полученным расширением полукольца  $\langle N, +, \cdot, 1 \rangle$  натуральных чисел. Система с двойной композицией называется *кольцом*, если операции над элементами этой системы подчинены следующим законам:

I. Законы сложения:

а) ассоциативность:  $a + (b + c) = (a + b) + c$ ;

в) коммутативность:  $a + b = b + a$ ;

с) разрешимость уравнения  $a + x = b$  для всех  $a, b$ .

II. Законы умножения:

а) ассоциативность:  $a \cdot bc = ab \cdot c$ ;

в) коммутативность:  $a \cdot b = b \cdot a$ ;

или

некоммутативность:  $a \cdot b \neq b \cdot a$ .

III. Законы дистрибутивности:

а)  $a \cdot (b + c) = ab + ac$ ;

в)  $(b + c) \cdot a = ba + ca$ .

Если из условия

$$a \cdot b = 0$$

следует, что или  $a = 0$  или  $b = 0$ , то говорят, что в кольце *нет делителей нуля*. Если, кроме того, кольцо коммутативно, то оно называется целостным. Тогда, например, равенство

$$ax = ay$$

можно сокращать на  $a$ , если  $a$  не является левым делителем нуля. Пара целых чисел  $(a_1, a_2)$  с операциями

$$(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2),$$

$$(a_1, a_2) \cdot (b_1, b_2) = (a_1 b_1, a_2 b_2)$$

образуют кольцо с делителями нуля. Так,

$$(a_1, 0)(0, b_2) = (0, 0).$$

Мы замечаем, что объединение элементов в пары (позднее отсюда пошло понятие класса эквивалентных элементов) приводит к новому качеству. Действительно, кольцо целых чисел не имеет делителей нуля. Еще один нетривиальный пример мы видим в рациональных числах, которые выражаются дробью

$$\frac{a}{b}$$

с помощью пар целых чисел, если  $b \neq 0$ . Их равенство согласно условию

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

дает возможность ввести *класс* эквивалентных величин. Одна и та же дробь получается многими способами.

Эквивалентность понимают как бинарное отношение  $R \subseteq x \times x$  на подмножестве  $x$ , которое удовлетворяет условиям:

- 1)  $x R x$  - рефлексивность;
- 2)  $x R y \Rightarrow y R x$  - симметричность;
- 3)  $x R y \wedge y R z \Rightarrow x R z$  - транзитивность.

Известно, что любая эквивалентность определяет разбиение множества  $x$  на классы, которые либо не пересекаются, либо совпадают. Соотношение равенства дробей, рассматриваемое как отношение эквивалентности для рациональных чисел, рефлексивно, симметрично, транзитивно. Сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$ , как и произведение  $\frac{ac}{bd}$  задает класс эквивалентных дробей.

Из теории рациональных чисел пришло понятие противоположного числа. Если число  $\frac{a}{b} \in r$ , то  $-r = \frac{-a}{b}$  называется противоположным числом.

Метрика есть расстояние на множестве  $x$ , заданное функцией  $\rho$  с неотрицательными действительными значениями, определенная на декартовом произведении  $x \times x$  (построенная на паре значений), удовлетворяющая при  $\forall x, y \in x$  условиям:

- 1)  $\rho(x, x) = 0$  тогда и только тогда, когда  $x = y$  (аксиома тождества);
- 2)  $\rho(x, y) + \rho(y, z) \geq \rho(x, z)$  (аксиома треугольника);
- 3)  $\rho(x, y) = \rho(y, x)$  (аксиома симметрии).

На любом множестве имеется дискретная метрика:

$$\rho = 1 (x \neq y) \text{ и } \rho = 0 (x = y).$$

В нормированном пространстве над  $R$  метрика определяется через норму

$$\rho(x, y) = |x - y|,$$

а для нормированного кольца получим

$$\rho(x, y) = |x + y| - |xy|.$$

Множество рациональных чисел обозначается  $Q$  и является полем.

Полем называется множество  $K$ , в котором, дополнительно к определению кольца, мы требуем, чтобы существовал элемент, обратный по умножению. Для любого  $a \neq 0$  существует такой элемент, что  $aa^{-1} = 1$ . Здесь 1 означает число, такое, что  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ . Существует в поле элемент, нулевой по сложению, так что  $a + 0 = 0 + a = a$ . Предполагается также, что поле не исчерпывается элементом 0 и что  $0 \neq 1$ . Действительные (вещественные) числа обозначаются  $R$ . Они содержат все положительные, отрицательные числа и нуль и также образуют поле. Оно упорядочено в том смысле, что для любых двух чисел  $a$  и  $b$  возможно только одно из следующих соотношений:

$$a < b, \quad a = b, \quad a > b.$$

Кроме этого, имеет место транзитивность упорядоченности. Если  $a < b$  и  $b < c$ , то  $a < c$ . Если  $a < b$ , то  $a + c < b + c$  для  $\forall c$ . Если  $a < b$  и  $c > 0$ , то  $ac < bc$ . Эти и некоторые другие свойства характеризуют *линейно упорядоченное поле*. Действительным числам присуще архимедово свойство: какое бы ни было число  $a$ , существует такое целое число  $n$ , что  $n > a$ . Оно присуще и рациональным числам, которое есть упорядоченное архимедово поле. Новая черта действительных чисел содержится в свойстве их непрерывности. Для системы вложенных отрезков

$$\{[a_n, b_n]\}, \quad a_n \leq a_{n+1} < \dots \leq b_{n+1} \leq b_n, \quad n = 1, 2 \dots$$

существует хотя бы одно число, которое принадлежит всем отрезкам данной системы.

Действительных чисел существенно больше, чем рациональных чисел, которые составляют их счетное подмножество. Всякое действительное число может быть записано бесконечной десятичной дробью.

Иррациональное (не рациональное) число выражает длину отрезка, несоизмеримого с отрезком единичной длины. Так, несоизмеримы диагонали и стороны квадрата, что выражается в иррациональности числа  $\sqrt{2} = 1,41\dots$ , а записывается в виде непериодической десятичной дроби. Множество иррациональных чисел всюду плотно на числовой прямой: между любыми двумя числами имеется иррациональное число. Рациональные числа плотны в множестве всех действительных чисел: какие бы ни были  $a$ , в при  $a < b$ , найдется рациональное  $r$ , что  $a < r < b$ .

Со свойством непрерывности действительных чисел тесно связано свойство их *полноты*. Оно состоит в том, что всякая фундаментальная последовательность действительных чисел является сходящейся.

Фундаментальная последовательность или последовательность Коши есть последовательность точек  $x_n \in X$ ,  $n = 1, 2 \dots$  метрического пространства  $X$ , такая, что для любого

$\varepsilon > 0$  существует такой номер  $n_0$ , что для всех номеров  $n > n_0$ ,  $m > n_0$  выполняется неравенство для метрики

$$\rho(x_m, x_n) < \varepsilon.$$

Мы обязаны отметить, что, во-первых, понятие несоизмеримости отрезков обычно не связывают с физическими аспектами реального измерения (и это нельзя признать правильным), во-вторых, непрерывность чисел, их плотность и полнота имеют пока только математическое выражение и далеки от физики.

Множество действительных чисел получило геометрическое представление в виде числовой прямой. Это ориентированная прямая, точкам которой поставлены в соответствие числа. Между точками геометрической (евклидовой) прямой, упорядоченными по их положению, а также между элементами числовой прямой существует взаимно однозначное соответствие, сохраняющее порядок. Такой вариант является естественным отображением того порядка среди физических объектов, к которому мы привыкли из практики жизни в макроскопическом мире. Прямая линия (в том или другом смысле, например, как кратчайшее расстояние между точками), реализованная как аналог луча света, стала, благодаря Декарту Р., стандартным средством *координатизации* физического опыта. Заметим, что подобный опыт всегда ограничен в расстояниях, которые он использует. По этой причине мы вправе применять его только для конечных чисел. Заметим, чем *неопределенным* является (как по сути, так и по форме) понятие точки, соответствующей данной линии. Для физиков, например, точкой является Земля при рассмотрении ее траектории в космическом пространстве в модели, соответствующей законам Ньютона. В квантовой теории поля точкой является (в некоторых случаях) электрон, точечные размеры которого ( $d \cong 10^{-22}$  м) определены Х. Демельтом. Понятно, что нужен подход, при котором можно было бы математически различать точки, как-то задав их физическое различие. С учетом указанных замечаний введем понятие формальной линии, которая представляет собой множество формальных точек, для которых не задан их размер, а потому не задано правило их взаимного расположения на этой прямой. Будем полагать, что реальности соответствует физическая линия и физические объекты, как-то на ней расположенные. Представим пару линий: формальную и физическую на рис. 6.1, координаты которых задают соответствия между физическими точками и числовым множеством.

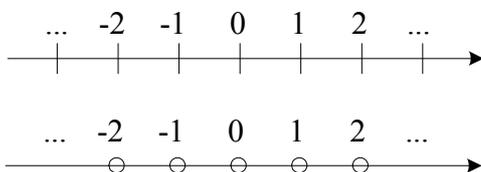


Рис. 6.1. Формальная и физическая линии и их координатизация

Если выполнить алгебраическое расширение поля действительных чисел  $R$  посредством присоединения к нему корня многочлена

$$x^2 + 1 = 0,$$

обозначенного как  $i = \sqrt{-1}$ , мы приходим к *полю* комплексных чисел  $C$ . Наиболее важно, что поле  $C$  алгебраически замкнуто: любой многочлен с коэффициентами из  $C$  степени  $n \geq 1$  имеет (согласно теореме Д'Аламбера-Гаусса) хотя бы один корень. В силу этой теоремы многочлен разлагается всегда на линейные множители. Сумма

$$z + z' = (x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')$$

и произведение

$$z z' = (x, y)(x', y') = (x x' - y y', x y' + x' y)$$

коммутативны и ассоциативны и связаны соотношением дистрибутивности. Для комплексных чисел существуют вычитание и деление (кроме деления на ноль), имеющие следующую форму:

$$z - z' = (x + iy) - (x' + iy') = (x - x') + i(y - y'),$$

$$\frac{z'}{z} = \frac{x' + iy'}{x + iy} = \frac{xx' + yy'}{x^2 + y^2} + i \frac{yx' - xy'}{x^2 + y^2}, \quad z \neq 0.$$

Величина

$$|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

называется модулем или абсолютной величиной комплексного числа. Запись

$$z = (x, y) = x + iy$$

называется алгебраической или декартовой. Графически (геометрически) комплексные числа удобно представить точками, ассоциированными с  $R^2$ . Обсудим этот метод. Заметим, что  $\sqrt{-1}$ , естественно, не соответствует ощущениям реального мира, доступным человеку. Именно в силу этой причины Дж. Кардано, открывший мнимые числа, считал их бесполезными. И. Ньютон также не включал мнимые числа в понятие числа. Термин комплексное число ввел К. Гаусс. Л. Эйлер высказал мысль об алгебраической замкнутости поля  $C$ . Геометрическое истолкование комплексных чисел и действий над ними появилось в работе К. Весселя. Арифметическая теория комплексных чисел как пар действительных чисел была построена У. Гамильтоном. Представим комплексные числа на плоскости (рис. 6.2).

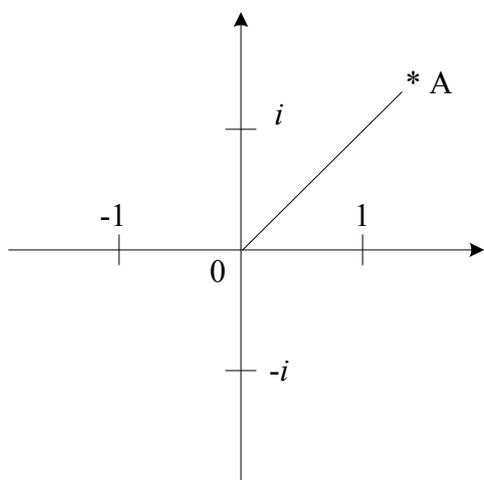


Рис. 6.2. Графическое представление комплексных чисел

Оно нужно нам для того, чтобы почувствовать два важных момента. Во-первых, то, что невозможно представить (а  $\sqrt{-1}$  есть такое число), можно "увидеть". Построим плоскость из реальных координатных линий, например, двигая одну линию по другой, а затем присоединим во всех точках оси  $OY$  число  $i = \sqrt{-1}$ , не пытаясь представить его. Мы можем вообразить, что оси  $OX$  и  $OY$  имеют разный цвет и точке  $A$  соответствует состояние, когда пропорции этого цвета в объекте, расположенного в  $A$ , различные. Мы можем описать таким образом, например, пару величин, одну из которых видима (например, это длина тела), а другая невидима (например, это температура тела). К аналогичной ситуации относятся также измерения веса тела человека и тестирование его психологического состояния. В общем случае это может быть пара, которая задает "видимые" и "невидимые" параметры объекта или явления. Во-вторых, "за осью"  $OY$  можно расположить другие оси координат, присоединив к ним другие единицы  $j, k \dots \mu \dots$ , не тождественные по природе и по функциям комплексной единице  $i$ .

Мы получим тогда гиперкомплексные числа вида  $a + be$ , где  $a, b$  – действительные числа. Для двойных чисел  $\hat{e}^2 = +1$ , а для дуальных чисел  $\check{e}^2 = 0$ . Их сложение выполняют по формуле

$$(a_1 + b_1\hat{e}) + (a_2 + b_2\hat{e}) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)\hat{e}.$$

Умножаются двойные числа по формуле

$$(a_1 + b_1\hat{e})(a_2 + b_2\hat{e}) = (a_1a_2 + b_1b_2) + (a_1b_2 + b_1a_2)\hat{e}.$$

Умножаются дуальные числа по формуле

$$(a_1 + b_1\bar{e})(a_2 + b_2\bar{e}) = a_1a_2 + (a_1b_2 + b_1a_2)\bar{e}.$$

Комплексные, двойные, дуальные числа называют также комплексными числами гиперболического, эллиптического и параболического типов соответственно. При помощи этих чисел удобно изображать движения трехмерных пространств Лобачевского, Римана, Евклида. Естественно представить гиперкомплексные числа их проекциями на ось  $OY$ , полагая, что существует ось  $OZ$  и на плоскости  $YOZ$  задана окружность единичного радиуса (рис. 6.3). Пусть  $e_\xi^2 = \rho \sin \Psi = \sin \Psi$ . Тогда имеем соответствия:  $e_1^2 = 1$ ,  $e_2^2 = 0$ ,  $e_3^2 = -1$

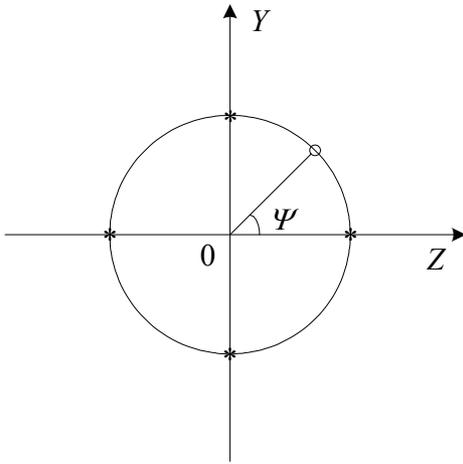


Рис. 6.3. Новое происхождение гиперкомплексных чисел

Мы понимаем, что гиперкомплексные числа способны показать "внутреннее" состояние какого-то объекта или явления, которое недоступно, например, визуальному наблюдению. Поэтому, если некоторый ряд состояний характеризуется системой чисел, он характеризует объекты или их взаимодействия, ассоциированные с используемыми числами.

Примем точку зрения, многократно подтвержденную опытом, что измерение дает некоторую "проекцию" свойств объектов и явлений на измерительное устройство. Сопоставим гиперкомплексным числам матрицы, а с произведением матриц ассоциируем взаимодействие, полагая, что его можно измерить и отобразить системой чисел. Пусть, например, задана проекция  $\uparrow \pi_\xi$  вида

$$\uparrow \pi_\xi (a_1 + i_\xi b_1) \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} a_1 + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} b_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 \end{vmatrix}.$$

Тогда из произведения матриц получим

$$\left\| \begin{array}{cc} a_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} a_2 & b_2 \\ -b_2 & a_2 \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} a_1 a_2 - b_1 b_2 & a_1 b_2 + b_1 a_2 \\ -b_1 a_2 - a_1 b_2 & -b_1 b_2 + a_1 a_2 \end{array} \right\|.$$

Выполнив обратное проектирование  $\pi \downarrow$ , получим стандартное выражение для произведения комплексных чисел.

Для двойных чисел аналогично используем матрицы

$$\left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| \text{ и } \left\| \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array} \right\|.$$

Их произведение дает значения

$$\left\| \begin{array}{cc} a_1 a_2 + b_1 b_2 & a_1 b_2 + b_1 a_2 \\ b_1 a_2 + a_1 b_2 & b_1 b_2 + a_1 a_2 \end{array} \right\|.$$

Для дуальных чисел используем матрицы

$$\left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| \text{ и } \left\| \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{array} \right\|.$$

Их произведение дает значения

$$\left\| \begin{array}{cc} a_1 & b_1 \\ 0 & a_1 \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} a_2 & b_2 \\ 0 & a_2 \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} a_1 a_2 & a_1 b_2 + b_1 a_2 \\ 0 & a_1 a_2 \end{array} \right\|.$$

Такая аналогия в произведениях чисел и произведениях матриц хорошо известна. Поскольку матрицам могут быть сопоставлены физические объекты, мы вправе утверждать, что *гиперкомплексные числа способны охватывать и проявлять состояния и взаимодействие объектов*. Исходя из этого факта, введем *принцип взаимной софистичности: объектам и их взаимодействиям всегда и везде соответствуют числа и операции, верно и обратное*. Уточним специфику данного алгебраического расширения. Мы пользуемся действительными числами  $a$ . По принятой схеме проектирования получаем, например,

$$\uparrow \pi_\xi(a) \Rightarrow \left\| \begin{array}{cc} a & 0 \\ 0 & a \end{array} \right\|.$$

Тогда произведение гиперкомплексных чисел согласовано с произведением матриц. Введем новую проекцию

$$\uparrow \pi_{\xi}^*(a) \Rightarrow \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| a.$$

Мы использовали представление действительного числа в двумерном векторном пространстве в форме инфинитезимальной симметрии. Образует другое число в аналогичной форме

$$\uparrow \pi_{\xi}^*(b) \Rightarrow \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| (b).$$

Их суммы совпадут:

$$\pi_{\xi}^*(a, b) = \pi_{\xi}^*(a) + \pi_{\xi}^*(b) = \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| a + \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| b \equiv \uparrow \pi_{\xi}^*(a) + \uparrow \pi_{\xi}^*(b).$$

Следовательно, числовые множества способны иметь множество различных проектирований. Рассмотрим характеристические полиномы использованных нами матриц.

$$1. \text{Det} \left\| \begin{array}{cc} \lambda & -1 \\ 0 & \lambda \end{array} \right\| = \lambda^2 = \text{Det} \chi_{\tau},$$

$$2. \text{Det} \left\| \lambda I - \sigma \right\| = \text{Det} \left\| \begin{array}{cc} \lambda & -1 \\ -1 & \lambda \end{array} \right\| = \lambda^2 - 1 = \text{Det} \chi_{\sigma}.$$

$$3. \text{Det} \left\| \begin{array}{cc} \lambda & -1 \\ 1 & \lambda \end{array} \right\| = \lambda^2 + 1 = \text{Det} \chi_{\alpha}.$$

Если  $\text{Det} \chi_{\xi} = 0$ , то  $\lambda_{\tau} = 0$ ,  $\lambda_{\sigma} = \pm 1$ ,  $\lambda_{\alpha} = \pm \tau$ . Мы имеем возможность рассматривать единицы гиперкомплексных чисел как критические значения детерминантов характеристических полиномов матриц. При других значениях  $\text{Det} \chi_{\xi}$  получим обобщенные, в частности, дробные гиперкомплексные числа. Гиперкомплексные числа есть величины

$$a + i_{\xi} b,$$

где  $a, b \in R$ , а  $i_{\xi}$  индуцируются из характеристических полиномов. Они построены таким образом, чтобы стало возможным реализовать все движения в гиперплоскости, ассо-

цированной с одномерной числовой прямой  $R$ . Возможно введение новых единиц, например,  $\square$ ,  $\square$  ... Пусть даны числа

$$(a + i_{\xi} b) + \square (c + i_{\xi} d)$$

с условиями "взаимодействия" для единиц:

$$\square \cdot 1 = 1 \cdot \square = \square, \quad \square = \square \cdot i_{\xi} = i_{\xi} \cdot \square, \quad \square \square = \square.$$

Покажем, что такой вариант соответствует модели многоуровневых чисел. Определим их следующим образом:

$$\left( \left( \begin{matrix} \beta + \alpha \\ (-2) \quad (-2) \end{matrix} \right) \Psi \begin{matrix} \beta + \alpha \\ (-1) \quad (-1) \end{matrix} \right) \Psi_0 \left( \begin{matrix} \alpha + \beta \\ (1) \quad (1) \end{matrix} \Psi \left( \begin{matrix} \alpha + \beta \\ (2) \quad (2) \end{matrix} \Psi \right) \right) \dots$$

где  $\alpha, \beta$  - действительные числа,  $\Psi$  - новые единицы. Пусть  $\Psi = 1$ . Тогда

$$\alpha \Psi \alpha \doteq a$$

есть действительное число. Пусть  $\Psi = i_{\xi}$ . В частности, может быть, что

$$i_1 = i_1 = i, \quad i_2 = i_2 = \hat{e}, \quad i_3 = i_3 = \check{e}.$$

Тогда, например, получим

$$\begin{aligned} \left( \begin{matrix} \Psi \beta + \alpha \\ (-1) \quad (-1) \end{matrix} \right) \Psi \left( \begin{matrix} \alpha + \beta \\ (1) \quad (1) \end{matrix} \Psi \right) &= \Psi \beta \Psi_0 \alpha + \alpha \Psi \alpha + \alpha \Psi \beta \Psi + \Psi \beta \Psi \beta \Psi = \\ &= \alpha \Psi \alpha + \Psi \beta \Psi \beta \Psi + \Psi \beta \Psi \alpha + \alpha \Psi \beta \Psi = a + i_{\xi} b \end{aligned}$$

Аналогично

$$\left( \begin{matrix} \Psi \beta + \alpha \\ (-2) \quad (-2) \end{matrix} \right) (a + i_{\xi} b) \left( \begin{matrix} \alpha + \beta \\ (2) \quad (2) \end{matrix} \Psi \right) = (a + i_{\xi} b) + \square (\gamma + i_{\xi} \delta).$$

Мы получили простой и удобный алгоритм формального расширения чисел безотносительный к методам и приемам стандартного алгебраического расширения, основанного на полиномах.

Зададим законы взаимодействия новых единиц. Пусть

$$\square \cdot \square = \square, \quad \square + \square = \square,$$

$$\square \cdot \square^{-1} = -1, \quad \square + (-\square) = 0 \dots$$

... ..

Они аналогичны элементам алгебры Буля. Дадим им новую интерпретацию. Пусть объекты вступают в отношения, "принимают решения", что условно отображено новым числом  $\square$ . Назовем его теневым комплексным числом. Определим  $\square$  правилами трех уровней.

Во-первых, пусть конструкции с  $\square$  над полем действительных чисел неотличимы от конструкций с комплексным числом по операциям, но отличимы по своему качеству, так что  $a + \square b \equiv a + ib$ . Во-вторых, пусть законы изменения  $\square$  при воздействии на себя такие же, как и для  $i$  при воздействии на себя, так что  $\square \dot{\vee} i$  (по операциям). В-третьих, пусть законы сложения и умножения комплексных чисел, присоединенных к  $\square$ , аналогичны законам для действительных чисел, присоединенных к  $i$ , так что

$$(A_1 \pm \square B_1) + (A_2 \pm \square B_2) = (A_1 + A_2) \pm \square (B_1 + B_2), \quad A_i, B_i \in C,$$

$$(A_1 \pm \square B_1) (A_2 \pm \square B_2) = (A_1 A_2 - B_1 B_2) \pm \square (B_1 A_2 + A_1 B_2).$$

*Предложенное расширение может быть полезным в любых моделях, которые получаются комплексификацией из моделей, заданных над полем действительных чисел.*

Мы обнаружили соответствие между типами чисел, используемыми в математике и парами матриц, задающими представление действительных единиц в векторном пространстве  $V$  с  $\dim V=2$ . Такой вариант позволяет *заменить* мнимую единицу  $i$  на теневую  $\square$ , а действительные числа  $(a, b)$  на комплексные  $(A = a + ib, B = c + id)$  в любой физической модели. Мы получим тогда, например, *спинорную теорию над теневым комплексным полем, если известен ее вариант над комплексным полем.*

Действительно:

$$i \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B_i, \quad \hat{e} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B_{\hat{e}},$$

$$\tilde{e} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B_{\tilde{e}}^{(1)}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B_{\tilde{e}}^{(2)},$$

$$P \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow B_P.$$

Их первые матрицы одни и те же, а вторые различны, что задает разные значения единиц теории, соответствующих равенству нулю их характеристического полинома

$$\text{Det} \|\lambda I - B_{\tilde{e}}\| = 0.$$

Тогда

$$B_i \Rightarrow \lambda^2 + 1 = 0, \quad \lambda^2 = -1,$$

$$B_{\tilde{e}} \Rightarrow \lambda^2 - 1 = 0, \quad \lambda^2 = 1,$$

$$B_{\tilde{e}}^{(1)} = B_{\tilde{e}}^{(2)} \Rightarrow \lambda^2 = 0,$$

$$B_{\tilde{p}} \Rightarrow \lambda^2 - 1 = 0, \quad \lambda^2 = 1.$$

Так мы обнаруживаем пару дуальных чисел, которые соответствуют  $B_{\tilde{e}}$  и  $B_{\tilde{p}}$ , а также пару двойных чисел, которые соответствуют  $B_{\tilde{e}}^{(1)}$  и  $B_{\tilde{e}}^{(2)}$ . Мы ввели также пару комплексных чисел  $i$  и  $\square$ .

Рассмотрим мультипликативную единицу действительных чисел ( $a = 1$ ) и величину, ей сопряженную по знаку ( $b = -1$ ) как систему чисел. Мы обнаруживаем их свойство быть группой. По определению, группа есть произвольное множество  $G$  с бинарной операцией (например, умножением, и тогда группа мультипликативна), удовлетворяющей законам:

1.  $\forall a, b, c \in G \Rightarrow (ab)c = a(bc)$ , что означает ассоциативность операции;
2.  $\underline{Q}a \in G$ , что  $aq = qa = a$ , так что операция гарантирует единицу  $q$ ;
3.  $\forall a \in G \underline{Q}x$ , называемый обратным,  $ax = xa = q$ .

В нашем случае роль единицы  $q$  выполняет 1, она обратна себе, а число (-1) тоже обратна себе. Группа из двух элементов  $[-1, 1]$  *циклическая*. Она получается из взаимных произведений одного элемента:

$$-1 = -1, \quad -1 \cdot -1 = 1.$$

Сконструируем теперь систему матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = q, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Они образуют группу  $G$ , единицей для которых является единичная матрица. Группа  $G$  имеет подгруппы из двух матриц:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Группа  $G$  имеет подгруппы из трех матриц:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Мы используем их для конструирования новых чисел, в частности, мы можем ввести "теневые" двойные и дуальные числа. Тогда, если не принимать в расчет "смешение" чисел, получим тройное расширение:

$$1. (a+ib) + \square(c+id); \quad 2. (a+\hat{e}b) + \hat{p}(c+\hat{e}d); \quad 3. \left( a + \underset{(1)}{\check{e}}b \right) + \underset{(2)}{\check{e}} \left( c + \underset{(1)}{\check{e}}d \right),$$

где  $a, b, c, d \in R$ . Можно выполнить также смешанные расширения чисел, если ввести правило, что теневые единицы "не мешают" другим, но меняются по законам, им присущим, при влиянии на себя. Так достигается *спектр числовых состояний*, посредством которого учитываются новые возможности числовых множеств, ассоциируемых с матрицами.

Заметим, что, по основному предположению концепции РИТОВ, за матрицами "стоят" реальные объекты, имеющие систему отношений друг с другом. По этой причине *новые числа*, как и новые смещения чисел соответствуют различным возможностям существования и взаимодействия объектов. Мы получаем *новый алгоритм конструирования числовых множеств*. Числу соответствует фундаментальных единиц. Она согласована с размерностью матриц, им сопоставляемых. Если мы используем матрицы  $N \times N$ , то таких единиц будет  $N$ . Свойства новых чисел зависят от того, какие комбинации матриц и операции над ними рассматриваются для вывода этих свойств. Их можно моделировать, используя, например, мономиальный базис группы, как это выполнено для комплексных и дуальных чисел. Их можно моделировать на основе матричной алгебры,

как это выполнено для двойных чисел. Возможны варианты смешения, подчиненные тем или другим условиям.

Принимая алгоритм конструирования числовых множеств по матрицам и некоторой системе проекторов, мы приближаем числа к физической модели. Кроме этого, учитывая аналогию между матрицами и Ритами, им соответствующими, мы фактически устраняем пропасть между физическими объектами и числами. *Числа становятся аналогичными физическим объектам, а операции с числами соответствуют взаимодействиям этих объектов.* По этой причине мы вправе предположить, что существует бесконечное множество чисел и операций с ними. Возможно, каждому объекту и взаимодействию для их охвата и проявления в модели лучше подходит свое числовое множество со своими операциями. Но тогда должны быть уточнены и законы изменения величин. Может и должна быть система новых операторов, соответствующих новым числовым множествам. объект и его взаимодействие следует согласовывать тогда с его числовым множеством, которое, по-видимому, есть тот "эйдос", о котором спорили древние греки. *Задавая эйдосы, мы задаем систему отношений существования и взаимодействия в реальном мире.*

Пример:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} a^1 + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} b^1 = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 & 0 \\ 0 & a_1 + b_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 - b_1 & 0 \\ 0 & a_1 + b_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 - b_2 & 0 \\ 0 & a_2 + b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 - b_1)(a_2 - b_2) & 0 \\ 0 & (a_1 + b_1)(a_2 + b_2) \end{pmatrix},$$

$$(a_1 + \check{p}b_1)(a_2 + \check{p}b_2) = (a_1a_2 + b_1b_2) + \check{p}(a_1b_2 + b_1a_2) = a_1a_2 + b_1b_2 - (a_1b_2 + b_1a_2).$$

Отметим важнейшие черты "конечных" числовых множеств. Пусть, например, действительные числа заданы в интервале  $[0 \div 1]$ . Определим их функциональную сумму выражением  $w_1 \oplus w_2 = |w_1 - w_2|^2$ . Легко видеть, что она некоммутативна, так как  $w_1 \oplus w_2 \neq w_2 \oplus w_1$ . Она неассоциативна:

$$w_1 \oplus (w_2 \oplus w_3) \neq (w_1 \oplus w_2) \oplus w_3.$$

Квазигруппы и лупы естественны для величин, заданных в конечном интервале. Однако именно они характеризуют ряд физических ситуаций. Конечные объекты, сопоставляемые "конечным" числовым множеством, способны иметь качественно новые черты и качественно новое поведение. Если рассматривать функциональную сумму как одну из форм отношений между объектами, мы приходим к новой постановке задачи управления и самоуправления для конечных объектов: их подмножества допускают систему скрытых и явных отношений, что способно по-разному проявиться в расчете и в эксперименте. Ситуация может существенно усложниться, если между собой "сплетены" группы и квазигруппы. Например, если в модели объектов и явлений используются конструкции

$$\dots \alpha a + \beta, \quad \alpha a + b \dots,$$

в которых  $(\alpha, \beta)$  принадлежат квазигруппе,  $(a, b)$  - группе. Расчет и эксперимент обязаны корректно это учитывать.

## 6.2. ИДЕАЛЫ

*Дано краткое введение в теорию идеалов.*

Из теории чисел Э. Куммером получено понятие идеального числа. Оно есть элемент полугруппы  $D$  (или моноида, следуя другой терминологии, обобщенной группы, удовлетворяющей закону ассоциативности) кольца  $A$  целых чисел  $(0, \pm 1, \pm 2, \dots)$  некоторого поля алгебраических чисел (корней многочлена). Свободные образующие коммутативной полугруппы с единицей  $D$  называются простыми идеальными числами (в современной терминологии они называются целыми дивизорами), допуская отождествление с идеалами кольца  $A$ .

Идеал кольца  $A$  есть подкольцо  $m \in A$ , такое, что выполняется пара свойств:

- 1)  $\forall a \in m, b \in m$  следует, что  $a - b \in m$ ;
- 2)  $\forall a \in m$ , следует, что  $ar \in m$  для  $\forall r \in A$  (таков правый идеал);
- 2\*)  $\forall a \in m$ , следует, что  $ra \in m$  для  $\forall r \in A$  (таков левый идеал).

Пример 1. Число  $(2)$  есть идеал всех четных целых чисел.

Пример 2. Пусть невырожденные матрицы  $\Pi$  порядка вида  $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$  образуют

кольцо  $A$ . Рассмотрим столбцы матриц  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & d \end{pmatrix}$ . Они задают левые идеалы.

Действительно

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a + \beta c & 0 \\ \gamma a + \delta c & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha b + \beta d \\ 0 & \gamma b + \delta d \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим строки матриц  $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & d \end{pmatrix}$ . Они задают правые идеалы. Действи-

тельно

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\alpha + b\gamma & a\beta + b\delta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c\alpha + d\gamma & c\beta + d\delta \end{pmatrix}.$$

Идеал, порожденный одним элементом  $a$ , называется главным. Таковыми является, например, нулевой идеал в коммутативных кольцах, состоящий из одного нуля, а также единичный идеал, содержащий все элементы кольца.

В рассмотренном нами случае мы получили пару левых и пару правых идеалов. Правый идеал имеет разложения в форме скрытых идеалов. Действительно,

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} a & -\alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} \beta & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\beta & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

состоит из полусумм правых идеалов. Аналогично можно рассматривать левые идеалы.

Проекторы для идеалов

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

очевидны, так как

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ \gamma & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} c & 0 \\ \delta & 0 \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & \beta \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Следовательно, канонический элемент матричной алгебры есть скрытый левый и правый идеал: за отдельным элементом может быть спрятана система частично скомпенсированных элементов и различных скрытых влияний и операций. Перенесение теории идеальных чисел на случай произвольного поля алгебраических чисел принадлежит в основном Л. Кронекеру, разработавшему теорию дивизоров и Р. Дедекинду, разработавшему теорию идеалов. По Дедекинду идеал кольца есть подмножество в  $A$ , состоящем из  $O$  и всех таких  $a$ , что  $a$  делится на идеальное число.

Любой левый или правый идеал  $m$  кольца  $A$  определяет некоторое разбиение этого кольца на смежные классы или классы вычетов по идеалу  $m$ . Для символического описания этой ситуации используется обозначение  $a \equiv b \pmod{m}$  или, в краткой форме,  $a \equiv b(m)$ . Слова, что " $a$  сравнимо с  $b$ " по модулю  $m$  означают, что  $a-b$  принадлежит идеалу  $(m)$ , является кратным числа  $m$ . В случае главных идеалов коммутативного кольца с единицей сравнение  $a \equiv 0(b)$  означает не что иное, как равенство,  $a = rb$ . Так понятие делимости в теории идеалов согласовано с обычным понятием делимости элементов. Фактически, класс элементов образует *фактор-кольцо* кольца  $A$  по идеалу  $m$ :  $A/m$ . Если оно является целостным, не содержит делителей нуля, то идеал  $m$  называется простым. При рассмотрении главных идеалов для матриц, например, в форме их ненулевых строк или столбцов, мы имеем дело с простыми идеалами.

## 6.3. ВЕЛИЧИНЫ

*Даны морфологический и физический подходы к концепции величин и ее применениям при моделировании объектов и явлений.*

### 6.3.1. Морфологический подход

Физика имеет дело с величинами. Величина характеризует, если ее анализировать на логическом уровне, ряд понятий: чем и как она измерена, что и в каком количестве, где и когда получено, как ее применять в теории и на практике. С одной стороны, она соответствует измерениям, прямым или косвенным, полным или частичным, имеет физическую грань. По этой причине она согласована с условиями проведения опытов и приборами, используемыми для этого. С другой стороны, она соответствует числам и конструкциям из них, которые используются в математике, имеет математическую грань. Сказанное верно для любых состояний и любых объектов и явлений, а также для любых изменений, которые с ними происходят или могут происходить.

При анализе величин можно выделить несколько основных задач:

- наблюдения, состоящего в том, чтобы получить некоторые числа, выполнив для этого необходимые и достаточные измерения;
- анализа, который систематизирует наблюдения, классифицирует их, доводит до уровня теории, способной не только описать известное, но и предсказать, что ожидается в новых, неисследованных или пока недостижимых состояниях;
- сравнения, когда накопленный опыт сравнивается с новым опытом или как-то индуцирует его;
- углубления и расширения элементов теории и практики.

Понятно, что каждая из указанных задач дополняет друг друга и способствует как развитию теории величин, так и практики их применения. Экспериментальные, логические и расчетные грани величин сложно переплетены и согласованы друг с другом, образуя развивающуюся конструкцию. Понятно, что мы имеем дело с СКС величин. Естественно ожидать, что новое качество теории достижимо лишь тогда, когда нового качества достигли используемые величины.

### 6.3.2. Физический подход

Величина в физике конкретна. Поэтому она содержит как то общее, что она способна охватить и проявить, так и то частное, что соответствует индивидуальной ситуации. В физике величины обычно согласованы с показаниями приборов. Так, подсчет числа объектов дает пример косвенного измерения, позволяющего не вмешиваться в "жизнь объектов" и приводит к инварианту для класса наблюдателей – числу, которое принято называть скаляром. Например, наблюдатель  $A$  и наблюдатель  $B$  способны охарактеризовать объект  $C$  парой скаляров: 5 центров ( $\varphi_1 = 5$ ) и 4 связей ( $\varphi_2 = 4$ ) (рис.6.4).

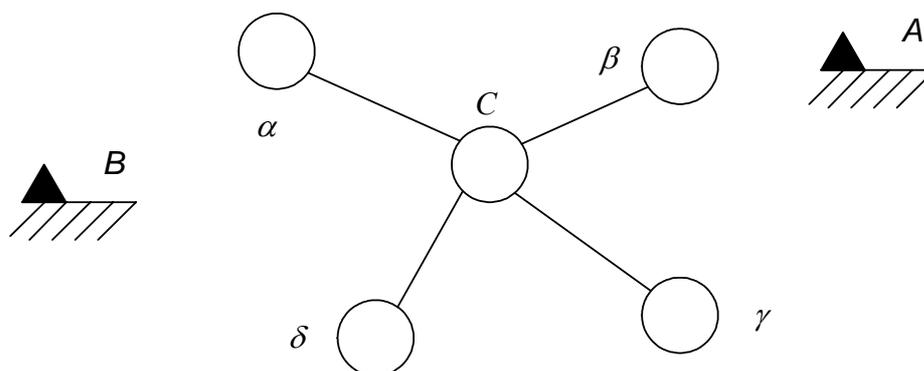


Рис. 6.4. Иллюстрация скаляра и его инвариантности к косвенным наблюдениям

Понятно, что этой инвариантности может не быть, если различны условия наблюдения. Например, если один из центров закрыт от наблюдателя  $B$ . Может так случиться, что наблюдения проводятся в разное время, так что для наблюдателя  $A$  и наблюдателя  $B$  объект выглядит иначе, как будто время нарушает инвариантность наблюдений. Мы задаем скаляром понятие "сколько". Оно является основным для любого объекта и любого явления и потому переносится на другие состояния и ситуации. В теории и на практике скаляров обычно много. Не менее важно указать, где расположен скаляр. Простота вопроса здесь кажущаяся. Реально получается так, что ответить на него можно лишь тогда, когда решена проблема взаимного расположения. Рис. 6.4 иллюстрирует ее. В соответствии с нашим визуальным опытом, полученным из анализа объектов и явлений макромира, мы принимаем и признаем факт существования размеров объектов и их взаимных расположений, прямо измеримых посредством эталонных объектов.

Дальнейшие наблюдения привели к выработке понятия вектора. Вектор задается системой чисел ("скаляров"), которые способны охарактеризовать факт ориентированного движения и его меру ("величину"). В макроскопическом трехмерном евклидовом пространстве  $R^3$  есть длина, ширина, высота объекта, а также есть три возможности независимых движения. Мы отождествляем  $R^3$  с декартовой системой координат: оси  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  расположены ортогонально друг к другу, а количество таких осей, позволяющих охватить опыт, есть размерность пространства, так что  $\dim R^3 = 3$ . Соответственно принят метод описания величин векторного типа: скоростей  $\vec{v}$ , ускорений  $\vec{a}$ , векторов напряженности электрического поля  $\vec{E}$ , магнитного поля  $\vec{B}$  координатами

$$*(\xi^1, \xi^2, \xi^3).$$

Они ассоциированы с осями трехмерной системы координат: векторами канонического типа

$$\vec{e}_1 \dot{\nabla}(1, 0, 0), \quad \vec{e}_2 \dot{\nabla}(0, 1, 0), \quad \vec{e}_3 \dot{\nabla}(0, 0, 1).$$

Они ортонормированы, если принять правило скалярного произведения,

$$(\vec{\xi} \cdot \vec{\eta}) = \xi^1 \cdot \eta^1 + \xi^2 \cdot \eta^2 + \xi^3 \cdot \eta^3.$$

Так, мы получим

$$(\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$$

где  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера. Вектор

$$\vec{\xi} = \xi^1 \vec{e}_1 + \xi^2 \vec{e}_2 + \xi^3 \vec{e}_3$$

сконструирован из проекций вектора  $\vec{\xi}$  на оси координат и дополнительных элементов (ориентированных ортов  $\vec{e}_i$ ), которые не подлежат измерению, а сопоставляются ему. Знак суммы не следует смешивать со знаком суммирования скаляров, так как у вектора мы складываем разные проекции. Произведение  $\xi^i$  и  $\vec{e}_i$  носит формальный характер, отражая, по форме и сути дела факт, что мы в определенной последовательности соединили в математической конструкции пару свойств: обладать ориентацией (через  $\vec{e}_i$ ) и отличаться величинами (через  $\xi^i$ ).

Введем теперь правило изменения компонент вектора, полагая, что оно обусловлено изменением векторов базиса. Пусть

$$\vec{e}_i = a_i^j \vec{e}_j.$$

Тогда

$$\vec{\xi} = \xi^i \vec{e}_i = \xi^i a_i^j \vec{e}_j = \xi^j \vec{e}_j.$$

Изменение компонент не привело к изменению вектора, отличие  $\xi^i$  и  $\xi^{j'}$  можно трактовать как различие измеренных компонент. Мы видим, что нами принята пара условий, во-первых, правило согласования реперов, во-вторых, правило согласования компонент. Они задаются рис. 6.5. В реальной практике следует использовать общее выражение.

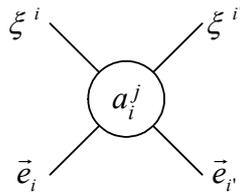


Рис. 6.5. Согласование реперов и компонент

При таком подходе мы всегда рассматриваем класс величин, которые по-разному могут быть охвачены и проявлены экспериментом и моделью. Можно поступить иначе: ввести величины

$$\tilde{\xi}^k = (\delta_i^k + \alpha_i^k) \xi^i,$$

полагая, что в стандартных канонических ситуациях

$$\alpha_i^k \equiv 0.$$

Но это не всегда и не везде так. Варианты многократного мультипликативно-аддитивного углубления соответствует выбору, когда

$$\tilde{\tilde{\xi}}^k = \alpha \sigma_m^k a_i^m \xi^i + \beta \chi_i^k \xi^i.$$

Каждый элемент указанной конструкции может, в принципе, быть сложным и будет иметь сложную систему свойств.

Рассмотрим еще одну тонкость. Она обусловлена возможностью комбинаторного соединения элементов в новую единую конструкцию. Чтобы прочувствовать нетривиальность возможных соединений величин, введем новый алгоритм их компоновки: каждый элемент, представляющий величину  $A$ , может быть произвольным образом соединен с любым элементом, представляющим величину  $B$ . Проиллюстрируем его на примере мультипликативно-аддитивного соединения вектора  $\vec{a}$  с компонентами

$(a_x, a_y, a_z)$  и вектора  $\vec{b}$  с компонентами  $(b_x, b_y, b_z)$ . Мы получим, например, комбинаторные сложения:

$$(a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z),$$

$$(a_x + b_x + b_y, a_y, a_z),$$

...

$$(a_x + b_z, a_y + b_x + b_y, a_z),$$

...

Аналогично мы получим комбинаторные произведения:

$$(a_x \cdot b_x, a_y \cdot b_y, a_z \cdot b_z),$$

...

$$\begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix} = \vec{i}(a_y b_z - b_y a_z) + \vec{j}(b_x a_z - a_x b_z) + \vec{k}(a_x b_y - a_y b_x),$$

...

$$(a_x \cdot b_x \cdot b_y, a_y, a_z b_z) \dots$$

Ситуации будут еще более сложными, если обе указанные операции производятся с величинами, которые дополнительно зависят от выбора систем координат.

Назовем конструкции, полученные посредством комбинаторных умножений и сложений, композитами. Рассмотрим один пример. Пусть  $\Theta^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1)$  есть контрвариантный тензор второго ранга, пусть  $\Phi$  есть скалярная функция. Соединим их мультипликативно в композит  $\tilde{\Theta}^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, \Phi \cdot 1)$ . Новая величина будет иметь законы преобразований, соответствующие нелинейным представлениям симметрий. Понятно, что с композитами нужно аккуратно работать, так как они способны охватывать и проявлять как обычные, так и качественно новые состояния и их изменения. Эти тонкости могут и должны проявить себя на любых величинах. Так, мы вправе рассмотреть спинор, компоненты которого записываются в столбец

$$\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}$$

и снабжены нижними индексами. Для него, как и для вектора, можно ввести канониче-

$$\text{ские спиноры } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

так что

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xi_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xi_2 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xi_3.$$

Все замечания по поводу комбинаторных сложений и умножений остаются здесь в силе. Аналогично можно рассмотреть тензорные произведения векторного и ковекторного базисов:

$$(1 \ 0 \ 0) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(0 \ 1 \ 0) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(0 \ 0 \ 1) \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

Мы получим в итоге базис тензорного пространства, посредством которого легко сконструировать всю величину, например, тензор

$$\alpha_{ij} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}.$$

## 6.4. ЭЛЕМЕНТЫ ГОМОЛОГИЧЕСКОЙ АЛГЕБРЫ

*Показано, что физические модели можно задать в форме уравнений для 1-коциклов, модифицированных идемпотентами. Указаны графические и геометрические гомологии и когомологии групп. Обоснованы некоторые пути и средства учета гомологической активности в физике.*

Комплекс – это одно из основных понятий гомологической алгебры. Они рассматриваются обычно в категориях абелевых групп, модулей, пучков абелевых групп на топологическом пространстве.

Пусть  $A$  – абелева категория. Введем градуированный объект – последовательность

$$k = (k_n)_{n \in \mathbb{Z}}$$

объектов  $k_n$  из  $A$ . Последовательность  $a = (a_n)$  морфизмов  $d_n : k_n' \rightarrow k_n$  определяет морфизм  $a : k' \rightarrow k$  градуированных объектов. Пусть заданы морфизмы степени (-1)  $d_n : k_n \rightarrow k_{n-1}$  такие, что  $d^2 = 0$ , т.е.  $d_{n-1}d_n = 0, \forall n$ .

Цепной комплекс состоит из градуированного объекта  $k$  и морфизма  $d$ . Морфизм цепных комплексов

$$(k', d') \rightarrow (k, d),$$

это морфизм градуированных объектов  $a : k' \rightarrow k$ , такой, что

$$a d' = d a.$$

Градуированный объект с морфизмом  $d$  степени (+):

$$d_n : k_n \rightarrow k_{n+1}$$

определяет коцепный комплекс.

С каждым цепным комплексом  $k$  связаны три градуированных объекта:

а)  $B = B(k) : B_n = \text{Im}(k_{n+1} \xrightarrow{d_{n+1}} k_n)$  - границы;

б)  $Z = Z(k) : Z_n = \text{Ker}(k_n \xrightarrow{d_n} k_{n-1})$  - циклы;

в)  $H = H(k) : H_n = Z_n / B_n$  -  $n$ -мерные гомологии.

Для коцепного комплекса получим три градуированных объекта:

а)  $B = B(k) : B^n = \text{Im}(k_n \xrightarrow{d_n} k_{n+1})$  - границы;

б)  $Z = Z(k) : Z^n = \text{Ker}(k_{n-1} \xrightarrow{d_{n-1}} k_n)$  - циклы;

в)  $H = H(k) : H^n = Z^n / B^n$  -  $n$ -мерные когомологии.

Морфизм  $a : k' \rightarrow k$  индуцирует морфизмы  $Z(k') \rightarrow Z(k)$ ,  $B(k') \rightarrow B(k)$  и морфизмы гомологий или когомологий  $H(a) : H(k') \rightarrow H(k)$ . Два морфизма  $a, b : k' \rightarrow k$  называются гомотопными (что обозначается  $a \cong b$ ), если существует такой морфизм

$$S : k' \rightarrow k(1) \text{ или } S : k' \rightarrow k(-1)$$

(цепных и коцепных градуированных объектов соответственно), что

$$a - b = d s + s d'.$$

Отсюда следует, что

$$H(a) = H(b).$$

Если  $H(k) = 0$ , то говорят, что комплекс  $k$  ациклический. Если комплексы образуют точную последовательность

$$0 \rightarrow k' \rightarrow k \rightarrow k'' \rightarrow 0,$$

то существует связывающий морфизм

$$\partial : H(k'') \rightarrow H(k)$$

степени  $(-1)$ ,  $(+1)$ , естественный относительно морфизмов точных последовательностей. Ассоциированная с ним длинная гомологическая последовательность

$$\dots \rightarrow H_n(k') \rightarrow H_n(k) \rightarrow H_n(k'') \xrightarrow{\partial} H_{n-1}(k') \rightarrow H_{n-1}(k) \rightarrow \dots$$

для цепного комплекса и последовательность

$$\dots \rightarrow H_n(k') \rightarrow H_n(k) \rightarrow H_n(k'') \xrightarrow{\partial} H_{n+1}(k') \rightarrow H_{n+1}(k) \rightarrow \dots$$

для коцепного комплекса является точной.

#### 6.4.1. Когомологии групп в физических моделях

Пусть задана группа  $G$  и  $A$  - левый  $G$ -модуль. Абелевы группы  $H^n(G, A)$  с коэффициентами в  $A$  называются группами когомологий группы  $G$ . Группа  $H^0(G, A)$ , по определению, это подмодуль  $G$ -инвариантных элементов в  $A$ . Она обозначается

$$\text{Hom}_G(Z, A) \cong A^G.$$

Функции от  $g$  или коцепи из  $\text{Hom}_G(P_n, A)$  должны удовлетворять условию

$$g f(g_0 \dots g_n) = f(g g_0, \dots, g g_n).$$

0-коцикл задает функция, подчиненная условию

$$g f(g_0) = f(g g_0).$$

Так ведут себя скаляры  $\varphi$ . Они образуют абелеву группу 0-когомологий:  $\varphi \in H^0(G, A)$ .

Одномерный коцикл – это функция  $f : G \rightarrow A$ , такая, что

$$f(g_1 g_2) = g_1 f(g_2) + f(g_1), \quad \forall g_1, g_2 \in G.$$

Кограница – это функция вида

$$f(g) = g a - a,$$

для некоторого  $a \in A$ . Элементы группы  $H^1(G, A)$  есть классы автоморфизмов группы  $F$ . Они содержатся в точной последовательности

$$1 \rightarrow A \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow 1.$$

Они тождественны на  $A$  и на  $G$  по модулю сопряжений элементами  $a \in A$ .

Если  $G$  действует на  $A$  тривиально, то

$$H^1(G, A) = \text{Hom}(G, A).$$

Построим 1-коцикл. Пусть для группы  $G$  с элементами  $g \in G$  задана система функций:

$$f^i(g) = (g - I)\Pi^i.$$

Здесь  $\Pi^i \cdot \Pi^i = \Pi^i$  - идемпотенты, в качестве которых используем элементы матричной алгебры  $M_n$  с числом 1, стоящим на главной диагонали. Легко проверить, что принятое определение задает 1-коциклы. Пусть

$$g_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}, \quad g_2 = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix}, \quad \Pi^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \left( \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + a_{14}b_{41} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} + a_{24}b_{41} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} + a_{34}b_{41} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41}b_{11} + a_{42}b_{21} + a_{43}b_{31} + a_{44}b_{41} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = f^{(1)}(g_1 g_2) = \\ & = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \cdot \left( \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & 0 & 0 & 0 \\ b_{41} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) + \\ & + \left( \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \equiv g_1 f^{(1)}(g_2) + f^{(1)}(g_1). \end{aligned}$$

Предложенные слагаемые уравниваются. Меняя  $\Pi^i$ , мы получим систему из четырех коциклов для любой группы  $G$ , заданной своим представлением в векторном пространстве  $V$ .

Группы когомологий  $H^2(G, A)$  классифицируют классы расширений группы  $A$  с помощью  $G$ . Коцепи, соответствующие  $H^2(G, A)$ , подчинены условию

$$\delta f(g_1, g_2, g_3) = g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 g_2, g_3) + f(g_1, g_2 g_3) - f(g_1, g_2).$$

Оно обращается в тождественно в ноль, если  $f(g_i, g_j) = f(g_i g_j) - g_i f(g_j) + f(g_i)$  и  $f(g_i g_j)$  есть 1-коцикл. Так, например,

$$\begin{aligned} f(g_1 g_2, g_3) &= f((g_1 g_2) g_3) - g_1 g_2 f(g_3) - f(g_1 g_2) = g_1 g_2 f(g_3) + f(g_1 g_2) - \\ &- g_1 g_2 f(g_3) - f(g_1 g_2) \equiv 0 \end{aligned}$$

По этой причине говорят, что фундаментальную роль в теории когомологий играет 1-коцикл.

Рассмотрим другое правило соответствия. Пусть  $f(g_i, g_j) = f(g_i g_j) - g_i f(g_j)$  и  $f(g_i, g_j)$  есть 1-коцикл. Тогда получим

$$\begin{aligned} g_1 f(g_2, g_3) &= g_1 g_2 f(g_3) + g_1 f(g_2) - g_1 g_2 f(g_3) = -g_1 f(g_2), \\ f(g_1 g_2, g_3) &= g_1 g_2 f(g_3) + g_1 f(g_2) + f(g_1) - g_1 g_2 f(g_3) = g_1 f(g_2) + f(g_1), \\ f(g_1, g_2 g_3) &= g_1 f(g_2 g_3) + f(g_1) - g_1 f(g_2 g_3) = f(g_1), \\ f(g_1, g_2) &= g_1 f(g_2) + f(g_1) - g_1 f(g_2) = f(g_1). \end{aligned}$$

В этом случае

$$\delta f(g_1 g_2, g_3) - f(g_1) = 0.$$

Мы можем представить физические модели в форме спинорных проекций  $G$ -модулей над кольцами  $M$  простых идеалов алгебры. Рассмотрим, например, уравнения динамики Ньютона:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \\ f^0 \end{pmatrix} &= \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot (v^1 \partial_1) \begin{pmatrix} -v^0 & 0 & 0 & 0 \\ -v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \right. \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot (v^2 \partial_2) \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & -v^0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^1 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot (v^3 \partial_3) \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & -v^0 & 0 \\ 0 & 0 & v^3 & 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \left. \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot (v^0 \partial_0) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \\ 0 & 0 & 0 & -v^0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Здесь матрицы  $g \in G$  стоят перед элементами кольца  $M$  идеалов алгебры. Физическая теория становится спинорной проекцией  $G$ -модуля  $M$ . Проекция

$$G \times M \rightarrow M$$

определяется аналогично произведениям

$$g_1(g_2 m) = (g_1 g_2) m, \quad 1 \cdot m = m.$$

Умножим матричное уравнение на первую матрицу. Получим соотношения:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} f^0 \\ f^3 \\ -f^2 \\ -f^1 \end{pmatrix} &= \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot (v^1 \partial_1) \begin{pmatrix} -v^0 & 0 & 0 & 0 \\ -v^3 & 0 & 0 & 0 \\ v^2 & 0 & 0 & 0 \\ v^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right. \\
 &+ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot (v^2 \partial_2) \begin{pmatrix} 0 & v^3 & 0 & 0 \\ 0 & -v^0 & 0 & 0 \\ 0 & -v^1 & 0 & 0 \\ 0 & v^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 &+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot (v^3 \partial_3) \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v^2 & 0 \\ 0 & 0 & v^1 & 0 \\ 0 & 0 & -v^0 & 0 \\ 0 & 0 & v^3 & 0 \end{pmatrix} + \\
 &\left. + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot (v^0 \partial_0) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v^1 \\ 0 & 0 & 0 & -v^2 \\ 0 & 0 & 0 & -v^3 \\ 0 & 0 & 0 & -v^0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Легко проверить, что это умножение не меняет уравнений динамики. Уравнения, заданные в форме спинорной проекции  $G$ -модуля  $M$ , "нечувствительны" к действию элемента  $g \in G$  на данный  $G$ -модуль  $M$ , они инвариантны по отношению к группе  $G$ .

Нами определена система 1-коциклов в форме разности правых идеалов любой группы  $G$  с элементами  $g \in G$  и согласованных с ними идемпотентов:

$$f^{(i)}(\alpha g) = (\alpha g - I)\Pi^i,$$

где  $\alpha$  - скалярная функция. Для них

$$f^{(i)}(\alpha^1 g_1 \cdot \alpha^2 g_2) = \alpha^1 g_1 f^{(i)}(\alpha^2 g_2) + f^{(i)}(\alpha^1 g_1).$$

Система уравнений физической модели есть  $G$ -модуль над кольцом левых идеалов  $\Psi^{(1)}$  матрицы, представляющей "волновую функцию" физической системы. Уравнения имеют вид

$$\left( G_i \Psi^{(i)} \right) P = 0,$$

где  $P$ -спинорный проектор канонического вида. Сравнивая  $\Psi^{(i)}$  и  $f^{(i)}$ , мы видим, что возможно выражение

$$\Psi^{(i)} = f^{(i)} + \Pi, \quad f^{(i)} = \Psi^{(i)} - \Pi.$$

Следовательно, можно считать, что, во-первых, *физические модели выражают явление через систему 1-коциклов  $f^{(i)}$ , модифицированных идемпотентами, во-вторых, 1-коциклы имеют в своей основе кольцо идеалов  $\Psi^{(i)}$  "волновой функции" физической системы.*

Обнаруженная аналогия обосновывает потребность согласования физических моделей с гомологической алгеброй, а также развития приложений гомологической алгебры к физике. Она позволяет сформулировать проблему исследования активности когомологий. В ситуации, соответствующей группе  $H^1(G, A)$ , мы имеем дело с поведением "волновых функций", сопоставленных явлению. В ситуации, соответствующей группе  $H^0(G, A)$ , мы имеем дело с углублением модели инерции для физического явления. Действительно, если показатель отношения  $w(\vec{x}, t) \in H^0(G, A)$  активен, то активны и генераторы  $A_s$  и параметры  $\omega^S$  симметрии. Так, когда мы применяем преобразования вида

$$\begin{aligned}\tilde{A}_s &= Q A_s Q^{-1}, \\ \tilde{\omega}^S &= (1-w)\omega_{fs}^S + w\omega_m^S, \\ Q &= \text{diag}(1, 1, 1, w),\end{aligned}$$

они задают алгоритм учета 0-когомологий  $H^0(G, A)$  в физической модели. В общем случае важно, во-первых, конкретно найти когомологии, во-вторых, разработать способы и средства их использования при изучении явлений. Поскольку мы предполагаем, что явления софистатны объектам, следует дать физическую интерпретацию когомологиям

$$H^n(G, A), \quad n=0, 1, 2 \dots$$

в модели физических объектов.

Заметим, что 1-коциклы могут менять свою активность, если они зависят от частных производных, которые допускают расширение до общековариантных операторов. Пусть физическая модель задана в форме спинорной проекции  $G$ -модуля  $M$ . Тогда конкретные ситуации индивидуально соответствуют парам

$$(m_i, g_i), \quad i=1, 2 \dots N.$$

Пусть нас интересует вопрос об их гомологическом взаимодействии в физической модели для случая, когда

$$\forall m_i \in M, \quad \forall g_i \in G.$$

Пусть  $\tilde{G}$  есть топологическое пространство  $M \times G$ . Зададим нормализованный коцикл (аналог потенциала взаимодействия)  $\varphi : G \times G \rightarrow M$ , такой, что

$$\varphi(1, g) = \varphi(g, 1) = 0, \quad \forall g \in G.$$

Известно, что групповые аксиомы выполнены, если принять правила [140]:

$$\begin{aligned}(m_1, g_1)(m_2, g_2) &= (m_1 + g_1 m_2 + \varphi(g_1, g_2), g_1 g_2), \\ (m, g)^{-1} &= (-g^{-1}(m + \varphi(g, g^{-1}), g_1^{-1})).\end{aligned}$$

Тогда топологическое расширение группы  $G$  при помощи  $G$ -модуля  $M$  есть точная последовательность

$$0 \rightarrow M \xrightarrow{i} \tilde{G} \xrightarrow{\pi} G \rightarrow 1.$$

Так как классы таких расширений взаимно однозначно связаны с элементами группы когомологий  $H_c^2(G, M)$ , когомологическое взаимодействие физических моделей классифицируется по 2-когомологиям.

6.4.2. Графические гомологии группы  $G$ 

Запишем матрицы  $g \in G$ , принадлежащие группе  $G$ , через мономиальные матрицы, используя введенные ранее сокращения, а также возможность выражения элементов матричной алгебры (единицы с остальными нулями для матриц  $n \times n$ ) через мономиальные матрицы. Тогда

$$\begin{aligned}
4 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} &= a_{11}(c_1 + c_2 + c_3 + E) + a_{12}(e_3 + b_3 + f_3 + a_3) + \\
&+ a_{13}(e_2 + b_2 + f_2 + a_2) + a_{14}(e_1 + b_1 + a_1 - f_1) + \\
&+ a_{21}(e_3 - b_3 + f_3 - a_3) + a_{22}(c_3 + E - c_1 - c_2) + \\
&+ a_{23}(e_1 + b_1 - a_1 + f_1) + a_{24}(e_2 + a_2 - f_2 - b_2) + \\
&+ a_{31}(e_2 - a_2 + f_2 - b_2) + a_{32}(a_1 + f_1 + e_1 - b_1) + \\
&+ a_{33}(c_1 + E - c_2 - c_3) + a_{34}(e_3 + b_3 - f_3 - a_4) + \\
&+ a_{41}(e_1 - b_1 - a_1 - f_1) + a_{42}(e_2 - a_2 - f_2 + b_2) + \\
&+ a_{43}(e_3 - b_3 - f_3 + a_3) + a_{44}(-c_1 + c_2 - c_3 + E) = \\
&= (a_{14} - a_{23} + a_{32} - a_{41})a_1 + (a_{13} + a_{24} - a_{31} - a_{42})a_2 + (a_{12} - a_{21} - a_{34} + a_{43})a_3 + \\
&+ (a_{14} + a_{23} - a_{32} - a_{41})b_1 + (a_{13} - a_{24} - a_{31} + a_{42})b_2 + (a_{12} - a_{21} + a_{34} - a_{43})b_3 + \\
&+ (a_{11} - a_{22} + a_{33} - a_{44})c_1 + (a_{11} - a_{22} - a_{33} + a_{44})c_2 + (a_{11} + a_{22} - a_{33} - a_{44})c_3 + \\
&+ (a_{14} + a_{23} + a_{32} + a_{41})e_1 + (a_{13} + a_{24} + a_{31} + a_{42})e_2 + (a_{12} + a_{21} + a_{34} + a_{43})e_3 + \\
&+ (-a_{14} + a_{23} + a_{32} - a_{41})f_1 + (a_{13} - a_{24} + a_{31} - a_{42})f_2 + (a_{12} + a_{21} - a_{34} - a_{43})f_3 + \\
&+ (a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44})E.
\end{aligned}$$

Мы построили цепь из матриц мономиальной группы  $MN(4)$ , в том числе в форме графического выражения. Ее коэффициенты устроены просто: нужно "наложить" матрицу  $a_\xi \in V(4)$  на исходную матрицу  $(a)$  и взять сумму элементов, которая соответствует пересечению  $a \cap a_\xi$  с учетом знаков  $a_\xi$ .

Когомологии, в том числе графического вида, будут конструироваться из указанных коэффициентов.

## 6.4.3. Геометрические гомологии и когомологии групп

Покажем, что матрицы допускают геометрическое представление в виде суперпозиции графов. Определим графы как геометрические гомологии, так как они образуют группу с правилом геометрического произведения.

## 1. Графы и геометрическое произведение

Введем систему мономиальных матриц  $V(4)$ . Сопоставим матричное и геометрическое произведения. Последнее определим так: результат произведения обозначается ориентированной линией, которая последовательно выходит из каждой точки сначала

ла в одном, а затем во втором графе. Заметим, что знаки (-1) учитываются "волнистой" линией и соответствуют правилу умножения линий. Получим соответствия:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \circ & & & \circ 1 \\ & \swarrow & \searrow & \\ & \swarrow & \searrow & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \circ & \longleftrightarrow & \circ 1 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \circ & & & \circ 1 \\ & \updownarrow & & \\ & & & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \circ & \longleftarrow & \circ 1 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \circ & & & \circ 1 \\ & \updownarrow & & \\ & & & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \circ & & & \circ 1 \\ & \swarrow & \searrow & \\ & \swarrow & \searrow & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix} \dots$$

Мы можем рассматривать произведение как превращение пары матриц (которые мы желаем сопоставить паре физических объектов - РИТОВ) в другую пару, потому что можем выполнить умножение на единичную матрицу. Получим, например,

$$\begin{pmatrix} 4 \circ & & & \circ 1 \\ & \swarrow & \searrow & \\ & \swarrow & \searrow & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \circ & \longleftrightarrow & \circ 1 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \circ & & & \circ 1 \\ & \circlearrowright & & \\ & & & \circlearrowright \\ & & & \circlearrowleft \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \circ & & & \circ 1 \\ & \updownarrow & & \\ & & & \\ & & & \circ 2 \end{pmatrix}.$$

Сохранение числа РИТОВ при их взаимодействии в соответствии с геометрическим произведением  $(\cdot)$  может оказаться полезным при анализе физических взаимодействий.

## 6.5. ГРУППА ЗАПОЛНЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

*Найдена группа  $\hat{v}(4)$ , достаточная для записи в единой форме фундаментальных уравнений физической теории: Ньютона, Максвелла, Дирака, Шредингера. Выполнен графический анализ этой группы.*

Рассмотрим проблему конструирования групп, используя графический и комбинаторный подходы.

1. Циклическая группа  $Z_4$ , абелева группа Гаусса, имеет элементы  $(i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1)$ . Их произведения образуют таблицу 6.1.

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
|      | $i$  | $-1$ | $-i$ | $1$  |
| $i$  | $-1$ | $-i$ | $1$  | $i$  |
| $-1$ | $-i$ | $1$  | $i$  | $-1$ |
| $-i$ | $1$  | $i$  | $-1$ | $-i$ |
| $1$  | $i$  | $-1$ | $-i$ | $1$  |

Таблица 6.1.  
Схема Кэли для группы Гаусса

Расположим элементы группы, изобразив их точками  $(\bullet)$ , на местах элементов матрицы размерности  $2 \times 2$ :

$$\begin{matrix} i & \bullet & \bullet & -1 \\ 1 & \bullet & \bullet & -i \end{matrix}$$

Назовем такую схему портретом группы. Представим разложение элементов группы в произведение пары элементов, изображая на ее портрете стрелки от первого сомножителя к другому. Если его квадрат равен самому элементу, изобразим это кружком. На рис. 6.6. изображен графический код элементов группы.

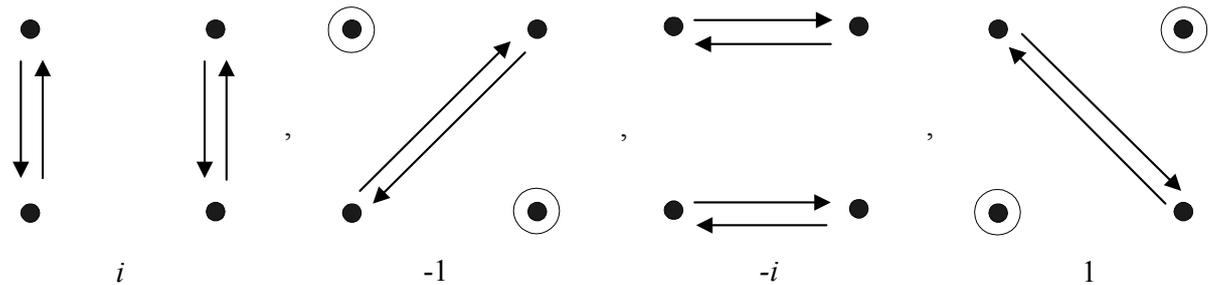


Рис. 6.6. Код группы  $Z_4$

Обычно элементы группы  $Z_4$  изображают на комплексной плоскости (рис. 6.7). Имеем  $Z_4 \in \exp(ik\pi/2), k=0, 1, 2, 3$ .

2. Мультипликативную группу  $C^*$  поля комплексных чисел  $C$  образуем числами  $\alpha = x + iy$  и единичными матрицами размерности  $n \times n$ :

$$e = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \alpha \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

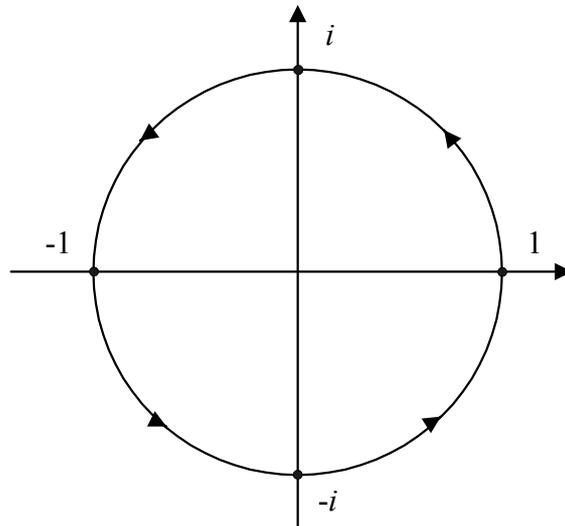


Рис. 6.7. Группа  $Z_4$  на комплексной плоскости

3. Рассмотрим матричную алгебру  $M_2$ . Ее базису

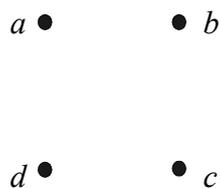
$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

соответствует таблице 6.2.

|                  |     |     |     |     |
|------------------|-----|-----|-----|-----|
| $i \backslash j$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
| $a$              | $a$ | $b$ | $0$ | $0$ |
| $b$              | $0$ | $0$ | $b$ | $a$ |
| $c$              | $0$ | $0$ | $c$ | $d$ |
| $d$              | $d$ | $c$ | $0$ | $0$ |

Таблица 6.2.  
Произведение элементов  $M_2$

Рассмотрим ее графическое представление, расположив элементы



Аналогично группам, введем для обозначения разложения элементов в двойное произведение стрелки и кружки. Имеем диаграммы (рис. 6.8).

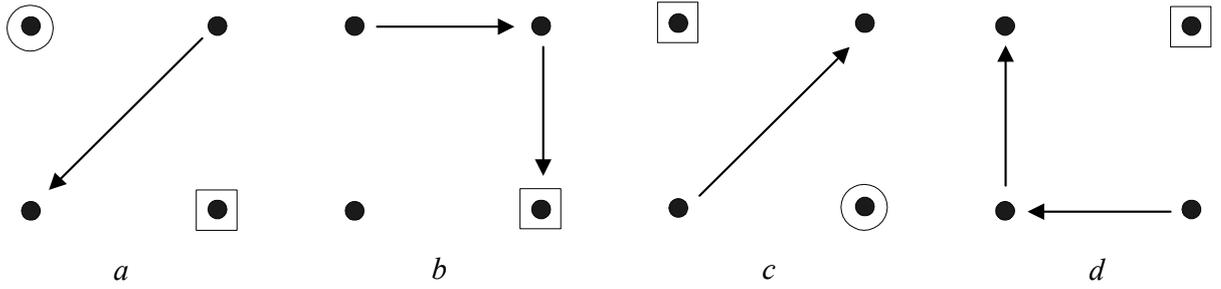


Рис. 6.8. Код алгебры  $M_2$

Символом  $\square$  обозначен элемент, произведения с которым дают ноль или сам элемент. Рассмотрим другой базис из суммы и разности исходных матриц и построим его графическое изображение, меняя стрелки в исходных диаграммах, если берется разность матриц. Имеем, с точностью до символа  $\square$ , (рис. 6.9). Мы получили известные матрицы Паули:

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Они образуют группу. Обозначим ее  $V(2)$ . Применим к ней графический подход. Примем следующее расположение элементов:

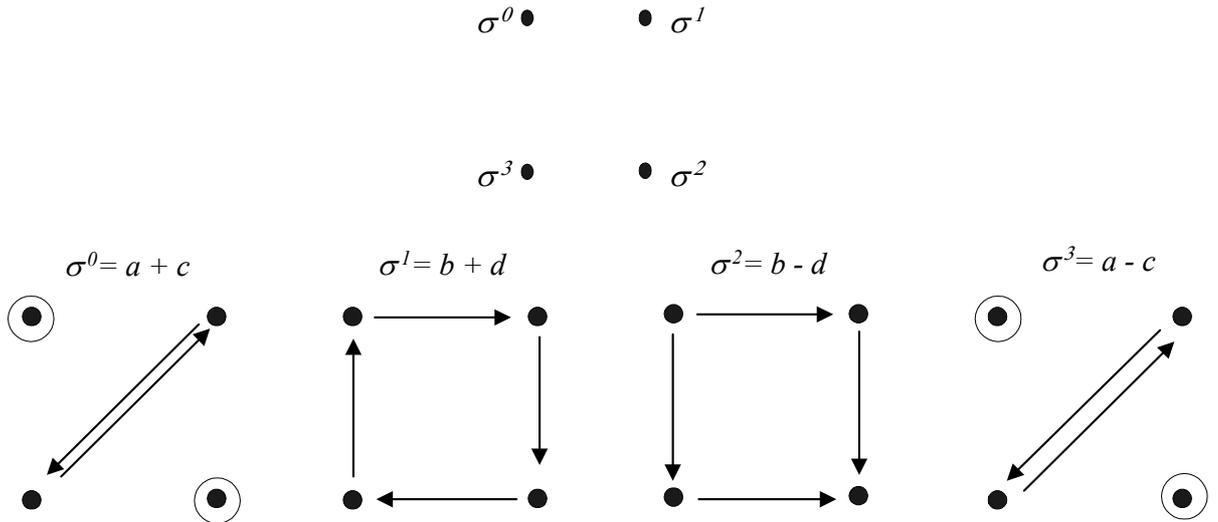


Рис. 6.9. Иной вид кода группы  $M_2$

Получим разложение элементов в двойные произведения (рис. 6.10).

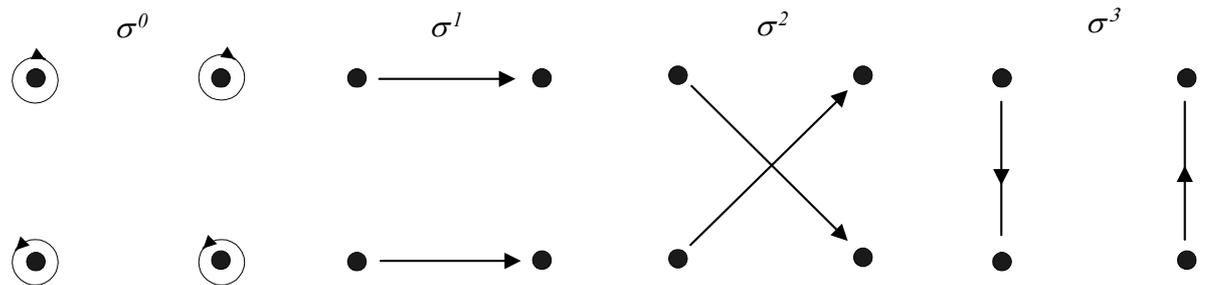


Рис. 6.10. Графический код второго порядка группы  $V(2)$

Группа  $V(2)$  неабелева. Поскольку

$$(\sigma^2)^2 = -\sigma^0, \quad (\sigma^2)^3 = -\sigma^2, \quad (\sigma^2)^4 = \sigma^0,$$

имеем подгруппу (с точностью до умножения на  $\pm 1$ )

$$H = \{\sigma^0, \sigma^2, (\sigma^2)^2, (\sigma^2)^3\} \in Z_4,$$

которая является нормальной подгруппой группы  $V(2)$ , так как

$$\sigma^1 \sigma^2 (\sigma^1)^{-1} = -\sigma^2, \quad \sigma^3 \sigma^2 (\sigma^3)^{-1} = -\sigma^2.$$

Поскольку  $(\sigma^1)^2 = \sigma^0$ ,  $(\sigma^2)^2 = \sigma^0$ , группа  $V(2)$  есть расширение  $Z_2$  посредством  $H$ . Выполним теперь тензорное умножение Кронекера, заменив единицы матриц Паули этими же матрицами, а нули - нулевыми матрицами. Введем обозначение  $\sigma_j^i = \sigma^j \otimes \sigma^i$ . Получим группу  $V(4) = V(2) \otimes V(2)$ . Она задается матрицами (с точностью до умножения на  $\pm 1$ ):

$$\begin{aligned} \sigma_0^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \sigma_0^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_0^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_0^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \sigma_1^0 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_1^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_1^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_1^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_2^0 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_2^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_2^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_2^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_3^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \sigma_3^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_3^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_3^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Пусть

$$\begin{aligned} a^1 &= \sigma_1^2, & a^2 &= \sigma_2^0, & a^3 &= \sigma_3^2, & b^1 &= \sigma_2^1, & b^2 &= \sigma_2^3, & b^3 &= \sigma_0^2, \\ c^1 &= \sigma_0^3, & c^2 &= \sigma_3^3, & c^3 &= \sigma_3^0, & e^1 &= \sigma_1^1, & e^2 &= \sigma_1^0, & e^3 &= \sigma_0^1, \\ f^1 &= \sigma_2^2, & f^2 &= \sigma_1^3, & f^3 &= \sigma_3^1, & X &= \sigma_0^0. \end{aligned}$$

Ее элементы задаются на рис. 6.11. Их произведения представим таблицей 6.3.

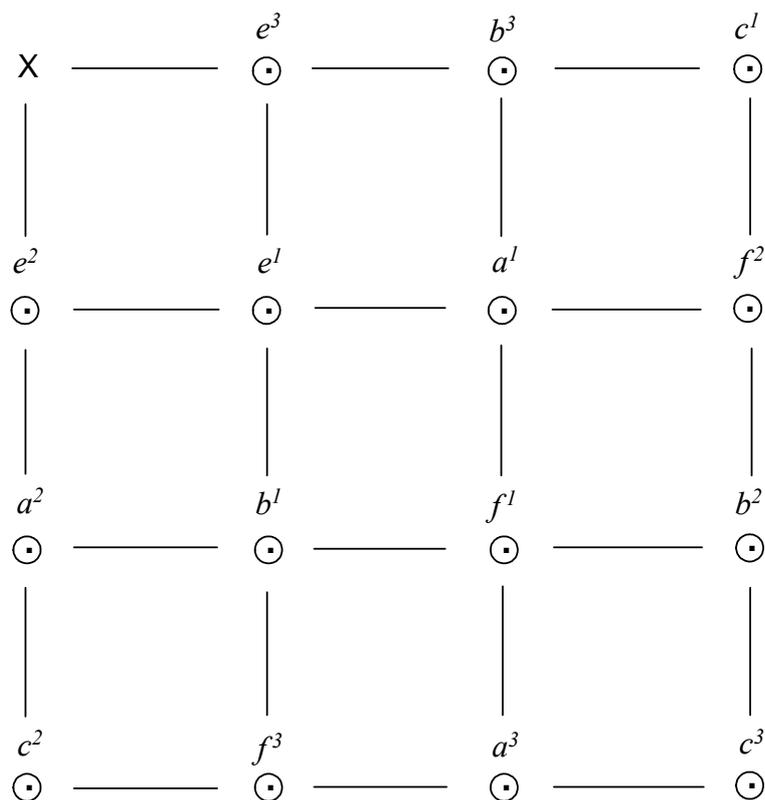


Рис. 6.11. Расположение элементов группы  $V(4)$

Таблица 6.3.

Двойные произведения элементов группы  $V(4)$

|       | $a^1$  | $a^2$  | $a^3$  | $b^1$  | $b^2$  | $b^3$  | $c^1$  | $c^3$  | $c^2$  | $e^1$  | $e^2$  | $e^3$  | $f^1$  | $f^2$  | $f^3$  |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $a^1$ | $-X$   | $-a^3$ | $a^2$  | $-c^3$ | $f^3$  | $-e^2$ | $-e^1$ | $b^1$  | $f^1$  | $c^1$  | $b^3$  | $f^2$  | $-c^2$ | $-e^3$ | $-b^2$ |
| $a^2$ | $a^3$  | $-X$   | $-a^1$ | $-e^3$ | $-c^1$ | $-f^1$ | $b^2$  | $-f^2$ | $-e^2$ | $f^3$  | $c^2$  | $b^1$  | $b^3$  | $c^3$  | $-e^1$ |
| $a^3$ | $-a^2$ | $a^1$  | $-X$   | $f^2$  | $-e^1$ | $-c^2$ | $-f^3$ | $-e^3$ | $b^3$  | $b^2$  | $-f^1$ | $c^3$  | $e^2$  | $-b^1$ | $c^1$  |
| $b^1$ | $-c^3$ | $-e^3$ | $f^2$  | $-X$   | $b^3$  | $-b^2$ | $f^1$  | $a^1$  | $-e^1$ | $c^2$  | $f^3$  | $a^2$  | $-c^1$ | $-a^3$ | $-e^2$ |
| $b^2$ | $f^3$  | $-c^1$ | $-e^1$ | $-b^3$ | $-X$   | $b^1$  | $a^2$  | $-e^2$ | $-f^2$ | $a^3$  | $c^3$  | $-f^1$ | $e^3$  | $c^2$  | $-a^1$ |
| $b^3$ | $-e^2$ | $-f^1$ | $-c^2$ | $b^2$  | $-b^1$ | $-X$   | $-e^3$ | $-f^3$ | $a^3$  | $f^2$  | $a^1$  | $c^1$  | $a^2$  | $-e^1$ | $c^3$  |
| $c^1$ | $e^1$  | $b^2$  | $f^3$  | $-f^1$ | $a^2$  | $e^3$  | $X$    | $c^2$  | $c^3$  | $a^1$  | $f^2$  | $b^3$  | $-b^1$ | $e^2$  | $a^3$  |
| $c^3$ | $b^1$  | $f^2$  | $e^3$  | $a^1$  | $e^2$  | $f^3$  | $c^2$  | $X$    | $c^1$  | $-f^1$ | $b^2$  | $a^3$  | $-e^1$ | $a^2$  | $b^3$  |
| $c^2$ | $-f^1$ | $e^2$  | $b^3$  | $e^1$  | $f^2$  | $a^3$  | $c^3$  | $c^1$  | $X$    | $b^1$  | $a^2$  | $f^3$  | $-a^1$ | $b^2$  | $e^3$  |
| $e^1$ | $-c^1$ | $-f^3$ | $b^2$  | $-c^2$ | $a^3$  | $-f^2$ | $-a^1$ | $-f^1$ | $-b^1$ | $X$    | $e^3$  | $e^2$  | $-c^3$ | $-b^3$ | $-a^2$ |
| $e^2$ | $b^3$  | $-c^2$ | $f^1$  | $-f^3$ | $-c^3$ | $a^1$  | $f^2$  | $-b^2$ | $-a^2$ | $e^3$  | $X$    | $e^1$  | $a^3$  | $c^1$  | $-b^1$ |
| $e^3$ | $-f^2$ | $b^1$  | $-c^3$ | $a^2$  | $f^1$  | $-c^1$ | $-b^3$ | $-a^3$ | $f^3$  | $e^2$  | $e^1$  | $X$    | $b^2$  | $-a^1$ | $c^2$  |
| $f^1$ | $c^2$  | $b^3$  | $-e^2$ | $c^1$  | $-e^3$ | $a^2$  | $b^1$  | $-e^1$ | $a^1$  | $-c^3$ | $-a^3$ | $-b^2$ | $X$    | $f^3$  | $f^2$  |
| $f^2$ | $e^3$  | $-c^3$ | $-b^1$ | $-a^3$ | $-c^2$ | $e^1$  | $e^2$  | $-a^2$ | $-b^2$ | $b^3$  | $c^1$  | $a^1$  | $f^3$  | $X$    | $f^1$  |
| $f^3$ | $-b^2$ | $e^1$  | $-c^1$ | $e^2$  | $-a^1$ | $-c^3$ | $-a^3$ | $-b^3$ | $e^3$  | $a^2$  | $b^1$  | $c^2$  | $f^2$  | $f^1$  | $X$    |

Введем градуировку  $\chi$  в произведение элементов согласно формуле  $a \cdot b = (-1)^\chi ba$ . Анализ показывает, что выполняются свойства: либо  $a \cdot b - b \cdot a = 0$  - матрицы коммутативны, тогда  $\chi=0$ , либо  $a \cdot b + b \cdot a = 0$  - матрицы антикоммутируют, тогда  $\chi=1$ . Мы имеем градуированную абелеву группу. С учетом единичной матрицы  $E$  количество коммутирующих  $\tilde{n}$  и антикоммутирующих  $\hat{n}$  двойных произведений матриц одинаково:  $\tilde{n} = \hat{n}$ . Выполняется также условие  $\sigma^{(j)} \sigma^{(j)} = \pm X$ , где  $(j)$  - фиксированный индекс,  $X$  - единичная матрица. Для любой пары элементов из-за ассоциативности матриц имеем равенство  $(xy)x = x(yx)$ . Введем операции

$$[x, y] = xy - yx, \quad \{x, y\} = xy + yx.$$

Используя их, можно найти алгебру, которой подчинена группа  $V(4)$ .

Элементы группы разбиваются на подгруппы  $a^i, b^i, c^i, e^i, f^i$ . Используем представление элемента группы точкой. Соединяя вместе элементы подгрупп, получим портрет группы  $V(4)$  (рис. 6.12).

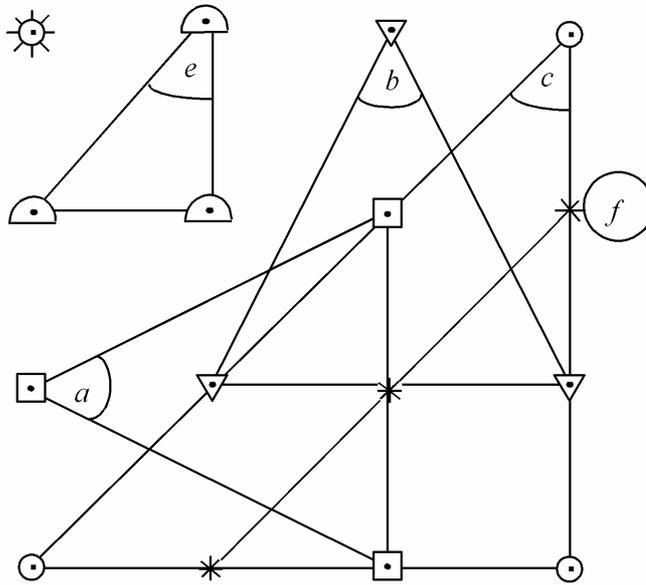


Рис. 6.12. Портрет группы  $V(4)$

Представим его в другом виде, учитывая, что  $a^i$  и  $b^i$  антикоммутируют,  $e^i$  и  $f^i$  коммутируют, а подгруппа  $c^i$  "переводит"  $a^i, b^i, f^i$  в  $e^i, f^i$  и обратно (рис. 6.13).

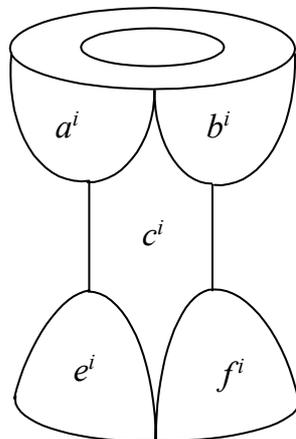


Рис. 6.13. Условный портрет группы  $V(4)$

Двойные произведения матриц удобно задать схемой, указывающей, как данный элемент разлагается в произведение двух элементов. Располагая элементы согласно портрету группы, имеем ее коды второго уровня (рис. 6.14).

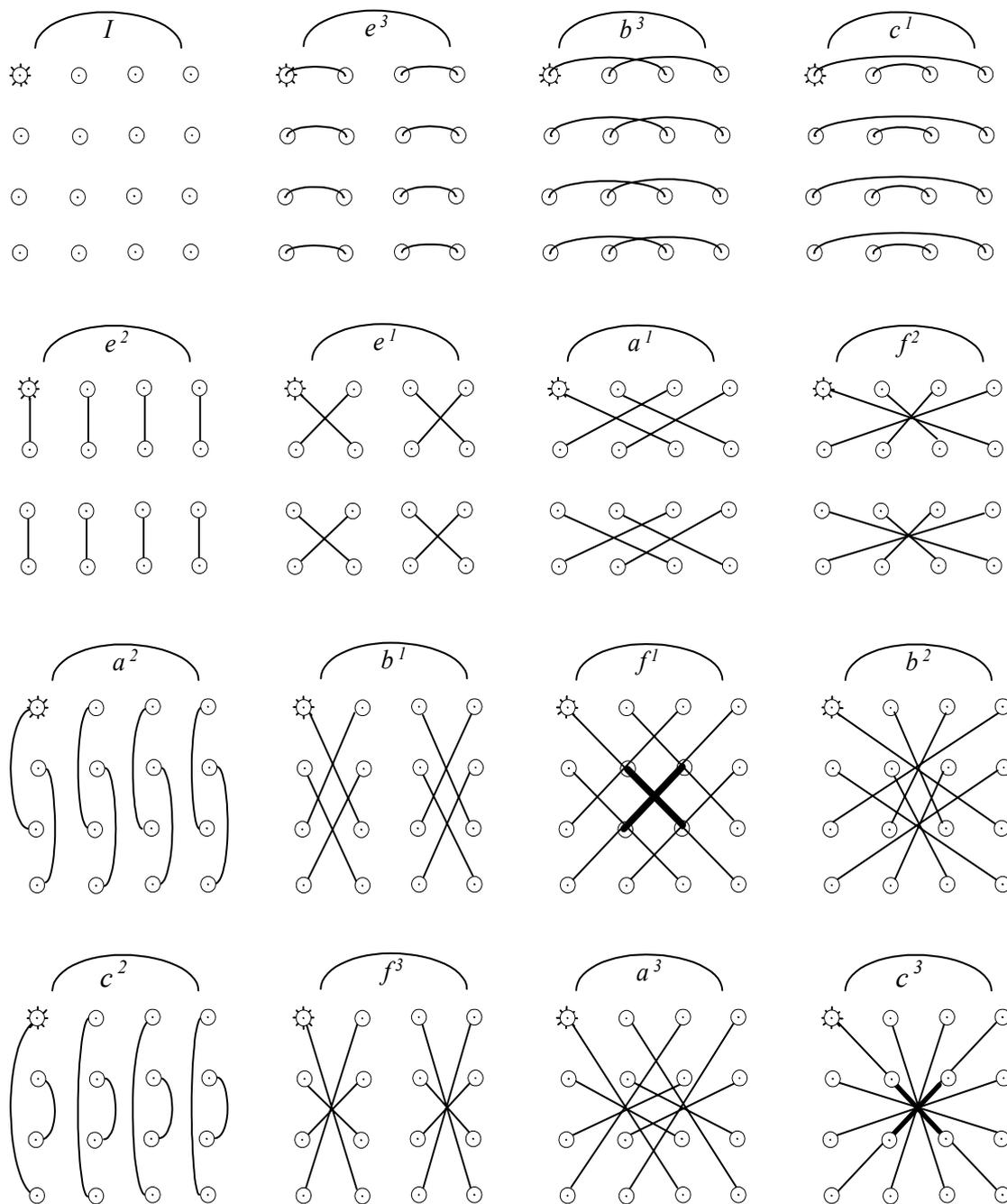


Рис. 6.14. Коды второго уровня группы  $V(4)$

Знаки произведений можно учесть, удвоив число элементов, посредством задания ориентации линий. Символ  $\otimes$  обозначает единичную матрицу. Введем вращения

$$M_{0i} = 0,5(a^i - b^i), \quad M_{jk} = 0,5(a^i + b^i)$$

и псевдовращения

$$P_{0i} = 0,5(e^i - f^i), \quad P_{jk} = 0,5(e^i + f^i).$$

Здесь символ  $jk$  означает согласованную с  $i$  перестановку в цикле  $ijk \Rightarrow (123)$ . Введем  $g_{jk} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ . Для матриц  $M_{ij}, P_{ij}$ :

$$[M_{ij}, M_{kl}] = g_{jk} M_{il} + g_{ie} M_{jk} - g_{ik} M_{jl} - g_{jl} M_{ik},$$

$$\{M_{ij}, M_{kl}\} = g_{jk} P_{il} + g_{ie} P_{jk} - g_{ik} P_{jl} - g_{jl} P_{ik},$$

$$\{P_{ij}, P_{kl}\} = g_{jk} P_{il} + g_{ie} P_{jk} + g_{ik} P_{jl} + g_{jl} P_{ik},$$

$$[P_{ij}, P_{kl}] = g_{jk} M_{il} + g_{ie} M_{jk} + g_{ik} M_{jl} + g_{jl} M_{ik}.$$

Поставим им в соответствие дифференциальные операторы, располагая координаты и частные производные по строкам и столбцам соответствующих матриц согласно таблицы 6.4.

| $\alpha \backslash \beta$ | $x^1$ | $x^2$ | $x^3$ | $x^0$ |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|
| $\partial/\partial x^1$   | 0     | 0     | 0     | -1    |
| $\partial/\partial x^2$   | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $\partial/\partial x^3$   | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $\partial/\partial x^0$   | 1     | 0     | 0     | 0     |

Таблица 6.4.  
Алгоритм получения  
дифференциальных  
операторов

Отсюда имеем

$$\tilde{M}_{10} = x^1 \partial/\partial x^0 - x^0 \partial/\partial x^1.$$

Найдем характеристические полиномы для элементов  $A$  различных подгрупп  $V(4)$  согласно определению:

$$\det \|\lambda I - A\| = 0.$$

Для действительных собственных чисел он имеет вид

$$\lambda^4 - 2\lambda^2 + 1 = 0.$$

Его корни таковы

$$\lambda_1 = \lambda_4 = 1, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = -1.$$

Рассмотрим пару кривых, отличающихся знаком:

$$y_1 = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1, \quad y_2 = -\lambda^4 + 2\lambda^2 - 1,$$

что соответствует выбору функций вида  $y_i = \det A_i \det |\lambda I - A_i|$ . Тогда имеем симметрично расположенные графики (рис. 6.15). Для двух кривых имеем минимальные значения, соответствующие

$$\lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = 1.$$

Ассоциируем с метрикой Минковского  $\eta^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$  новые "метрики", умножая компоненту  $\eta^{00}$  на  $\lambda_i$ :

$$r^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, -1), \quad n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0), \quad g^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

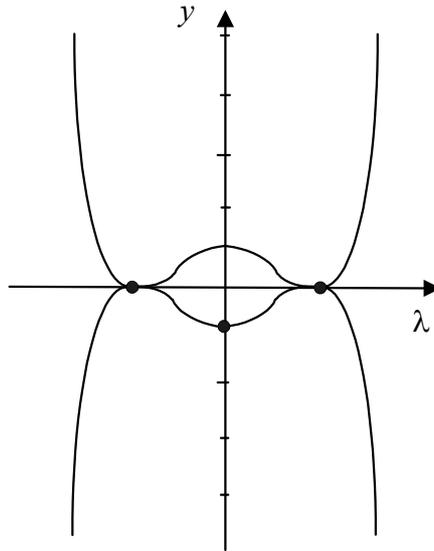


Рис.6.15. Графики характеристических полиномов подгрупп  $(e^i, f^i, c^i) \in V(4)$

Группа "несет" их на себе. Будем рассматривать корни характеристического уравнения как точки пересечения двух кривых

$$y_1 = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1, \quad y_2 = 0$$

при условии, что  $\pm y_1 = y_2$ . Тогда возможно выбрать  $y_2 \neq 0$  и рассматривать элементы матриц, соответствующие "корням"  $\lambda_i$ , как динамические элементы, если динамично поведение  $y_2$ . Пусть, например,  $y_2 = a\lambda + b$ , причем  $(a, b)$  переменны. Имеем связь

$$\lambda^4 - 2\lambda^2 + 1 = a\lambda + b,$$

которая позволяет выполнить анализ динамики "метрики" группы  $V(4)$ , образованной из  $U(1)$  и  $SU(4)$  в виде

$$V(4) = U(1) \times SU(4) / Z_4.$$

Обозначим  $j$ -й элемент  $Z_4$  через  $j = Z_4(j)$ , а генератор алгебры для группы  $SU(4)$  через  $A(SU(4))$ . Пусть величина  $a$  задается как функционал. Используем  $j_1 = 1$ ,  $j_2 = -1$ . Введем функцию

$$Y_j = \det[Z_4(j)U(1) \cdot (\lambda I - A(SU(4)))] + ja.$$

Тогда при  $a = 1$  получим две кривые, представленные на рис. 6.16.

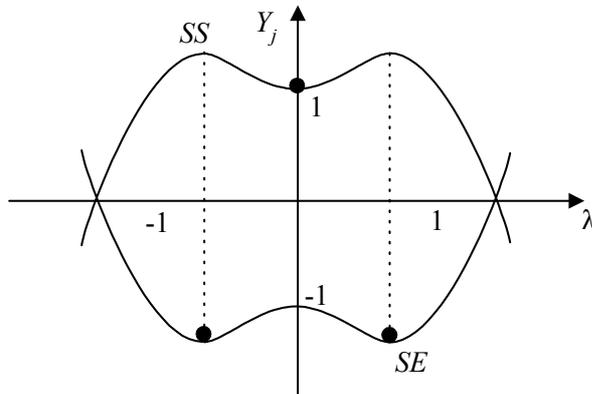


Рис. 6.16. Графики обобщенных характеристических полиномов

Будем рассматривать их как элементы, характеризующие кохомологическую устойчивость событий  $SE$  и состояний  $SS$  для физических явлений и объектов. Отнесем им значения  $\lambda$ , для которых

$$b_i = \frac{dY_i}{d\lambda} = 0.$$

Тогда имеем возможность следующего сопоставления:

- а)  $SS$ -состояния кохомологически устойчивы при  $\lambda = 0$  и они имеют свои границы от  $\lambda = -1$  до  $\lambda = 1$ , в которых объектные состояния кохомологически неустойчивы;
- б)  $SE$ -события кохомологически устойчивы при  $\lambda = -1$  и  $\lambda = 1$ , они могут перейти друг в друга через  $\lambda = 0$ , а все "события" с  $\lambda \neq \pm 1$  кохомологически неустойчивы.

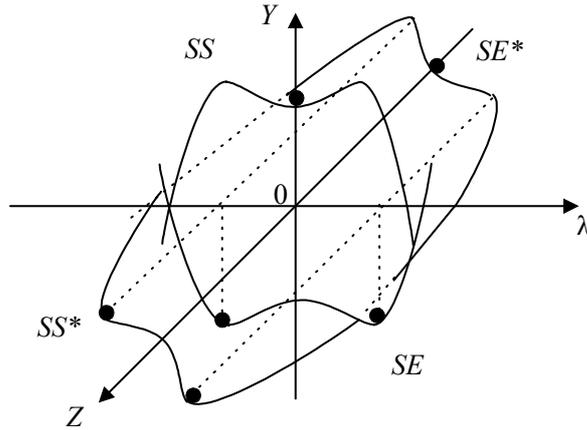


Рис. 6.17. Поверхность кохомологической устойчивости

Заметим, что, поскольку группа  $Z_4(j)$  имеет элементы  $[-i, -1, 1, i]$ , возможно построение поверхности кохомологической устойчивости состояний и событий (рис. 6.17).

Нульмерная группа кохомологий Хохшильда  $H^0(g, A)$  проявляет себя в группе  $G_a = V(4)$  посредством выделенных точек ( $\bullet$ ), дающих значения  $\lambda$ , соответствующие экстремумам характеристических полиномов.

Обозначая единичную матрицу  $\sigma^0$  и используя матрицы Паули  $\sigma^i$ :

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

имеем группу  $\hat{V}(2) = U(1) \times SU(2)$ . Рассмотрим ее тензорное произведение на себя. Группа  $\hat{V}(4) = \hat{V}(2) \otimes \hat{V}(2)$ , заданная с точностью до умножения на  $\pm 1$ , имеет систему образующих (таблица 6.5) (чисел Клиффорда-Липшица). В таком варианте обратные элементы группы совпадают с исходными:  $\xi^{(i)} \cdot (\xi^{(i)})^{-1} = I$ ,  $(\xi^{(i)})^{-1} \equiv \xi^{(i)}$ . Матрицы эрмитово сопряжены, также  $\xi \xi^* \equiv I$ . Для них  $Sp \xi = 0$ ,  $Det \xi = 1$ .

Согласно общепринятой терминологии, указанные матрицы образуют фундаментальное представление группы  $V(4)$ . Они являются генераторами  $X_k$  алгебры Ли этой группы, удовлетворяя соотношениям

$$[X_k, X_m] = C_{km}^l X_l,$$

где  $C_{km}^l$  - структурные постоянные алгебры. В окрестности единицы группы ее элемент может быть задан выражением

$$U(\xi^1 \dots \xi^m) \cong I + i \xi^m Y_m,$$

где  $\xi^m$  - параметры группы,  $Y_m$  - матрицы, задающие представление группы. В рассматриваемом случае

$$\det U(\xi^1 \dots \xi^m) = 1,$$

следовательно, согласно ее инфинитезимальному разложению, имеем

$$Sp Y_m = 0.$$

Образующие группы  $\hat{V}(4)$

Таблица 6.5.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| $\sigma_0^0 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{E}}^E \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$                     | $\sigma_0^1 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{e^3}}^{e^3} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$               | $\sigma_0^2 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{\hat{b}^3}}^{\hat{b}^3} \\ \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$ | $\sigma_0^3 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{c^1}}^{c^1} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}$             |
| $\sigma_1^0 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{e^2}}^{e^2} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$               | $\sigma_1^1 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{e^1}}^{e^1} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$               | $\sigma_1^2 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{\hat{a}^1}}^{\hat{a}^1} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$ | $\sigma_1^3 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{f^2}}^{f^2} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$             |
| $\sigma_2^0 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{\hat{a}^2}}^{\hat{a}^2} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$ | $\sigma_2^1 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{\hat{b}^1}}^{\hat{b}^1} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$ | $\sigma_2^2 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{f^1}}^{f^1} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$             | $\sigma_2^3 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{\hat{b}^2}}^{\hat{b}^2} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$ |
| $\sigma_3^0 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{c^3}}^{c^3} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}$             | $\sigma_3^1 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{f^3}}^{f^3} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$             | $\sigma_3^2 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{\hat{a}^3}}^{\hat{a}^3} \\ \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$ | $\sigma_3^3 = \begin{matrix} \overbrace{\phantom{c^2}}^{c^2} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$             |

Кроме этого, выполняется условие унитарности

$$U(\xi^1 \dots \xi^m)^+ U(\xi^1 \dots \xi^m) = 1,$$

из которого следует, что матрицы  $Y_m$  эрмитовы

$$Y_m^+ = Y_m.$$

Оно эквивалентно  $n^2$  уравнениям. Условие  $Sp Y_m = 0$  есть дополнительное уравнение. Вследствие этого размерность  $t$  группы равна  $t = n^2 - 1$ . Для  $n=4$  имеем  $t=15$ , то чис-

ло матриц, которое содержит группа  $V(4)$ , если единичную матрицу рассматривать как самостоятельную подгруппу. Полагая

$$Y_m = X_m^+,$$

получаем представление, контргradientное к фундаментальному. Оно совпадает в нашем случае с сопряженным и отличается от фундаментального заменой мнимой единицы на сопряженную. Матрицы  $(I, -I) = X$  образуют подгруппу.

### 6.5.1. Пересечение подгрупп $V(4)$

Используя произведения элементов группы  $V(4)$ , рассмотрим отображение, сопоставляющее каждой паре элементов  $(a, b)$  решение  $(\sigma, K)$  системы двух уравнений

$$a \cdot b \pm (-1)^{\sigma+1} b \cdot a = K \sigma c,$$

где  $c \in V(4)$ . Для пары чисел на плоскости  $(\alpha, \beta \in R^2)$  построим прямую

$$K = \alpha \sigma + \beta.$$

Полученные прямые линии могут ограничивать область с определенной площадью  $S$ , которую будем рассматривать как новую характеристику, задающую пересечение подгрупп.

Анализ группы  $V(4)$  показал, что коэффициенты таковы:

а) для антикоммутирующих элементов получим

$$K = -(2\sigma - 4): \sigma = 1, \quad K = 2; \quad \sigma = 2, \quad K = 0;$$

$$K = (2\sigma - 4): \sigma = 1, \quad K = -2; \quad \sigma = 2, \quad K = 0;$$

со знаком перед скобкой, не совпадающим со знаком произведения двух элементов.

б) для коммутирующих элементов получим

$$K = -(\sigma - 4): \sigma = 1, \quad K = 0; \quad \sigma = 2, \quad K = -1;$$

$$K = \sigma - 1: \sigma = 1, \quad K = 0; \quad \sigma = 2, \quad K = 1;$$

со знаком перед скобкой, совпадающим с произведением элементов.

Пример:  $a \cdot b + (-1)^{\sigma+1} b \cdot a = K \sigma c$  для  $f^i, e^i$ .

$$\left. \begin{array}{l} f^1 e^1 + e^1 f^1 = 2c^2 \quad : \quad \sigma = 1, \quad K = 2 \\ f^1 e^1 - e^1 f^1 = 0 \quad : \quad \sigma = 2, \quad K = 0 \end{array} \right\} \quad K = -(2\sigma - 4),$$

$$\left. \begin{array}{l} f^1 e^2 + e^2 f^1 = 0 \quad : \quad \sigma = 1, \quad K = 0 \\ f^1 e^2 - e^2 f^1 = -2a^3 \quad : \quad \sigma = 2, \quad K = -1 \end{array} \right\} \quad K = -(\sigma - 1),$$

$$\left. \begin{array}{l} f^2 e^1 - e^1 f^2 = 2b^3 \quad : \quad \sigma = 2, \quad K = 1 \\ f^2 e^1 + e^1 f^2 = 0 \quad : \quad \sigma = 1, \quad K = 0 \end{array} \right\} \quad K = \sigma - 1,$$

$$\left. \begin{array}{l} f^2 e^2 + e^2 f^2 = -2c^2 \quad : \quad \sigma = 1, \quad K = -2 \\ f^2 e^2 - e^2 f^2 = 0 \quad : \quad \sigma = 2, \quad K = 0 \end{array} \right\} \quad K = 2\sigma - 4.$$

Выводы:

1. Отображение подгрупп в поле чисел

$$a \cdot b + (-1)^{\sigma+1} b \cdot a = K \sigma c,$$

$$a, b, c \in G$$

позволяет определить "пересечение" подгрупп по площади поверхности, которую охватывают прямые линии

$$K = \alpha \sigma + \beta.$$

2. Коммутирующим величинам соответствуют прямые

$$K(1) = K_1 = -\sigma + 1 = -(\sigma - 1), \quad K(2) = K_2 = \sigma - 1.$$

3. Анткоммутирующим величинам соответствуют прямые

$$K(3) = K_3 = -(2\sigma - 4), \quad K(4) = K_4 = 2\sigma - 4.$$

4. Подгруппы  $(e^i, f^i)$  не имеют пересечений, имеется только одна прямая  $K = -2\sigma + 4$ .

5. Подгруппы  $(a^i, b^i)$  пересекаются в одной точке  $K = 0, \quad \sigma = 2$ .

6. Подгруппы  $(a^i, b^i)$  задают треугольник в пересечении.

7. Остальные пересечения задают симметричный четырехугольник.

Диаграммы пересечений изображены на рис. 6.18÷6.21.

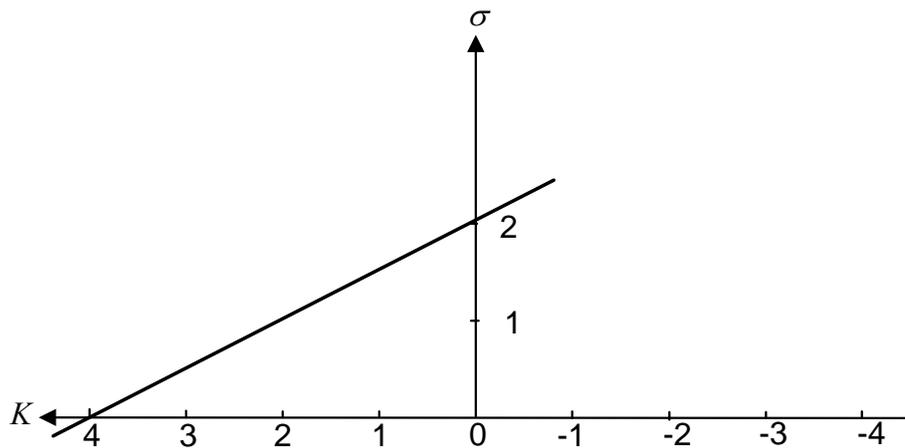


Рис. 6.18. Пересечение подгрупп  $e^i, f^i$ .

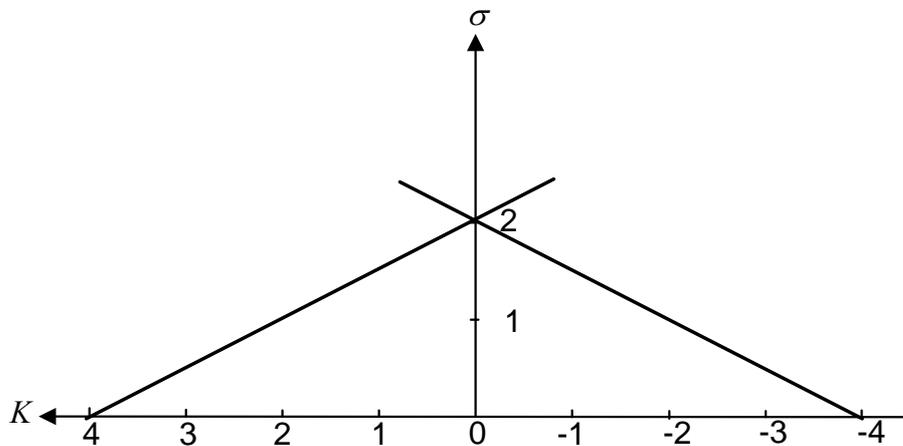


Рис. 6.19. Пересечение подгрупп  $a^i, b^i$ .

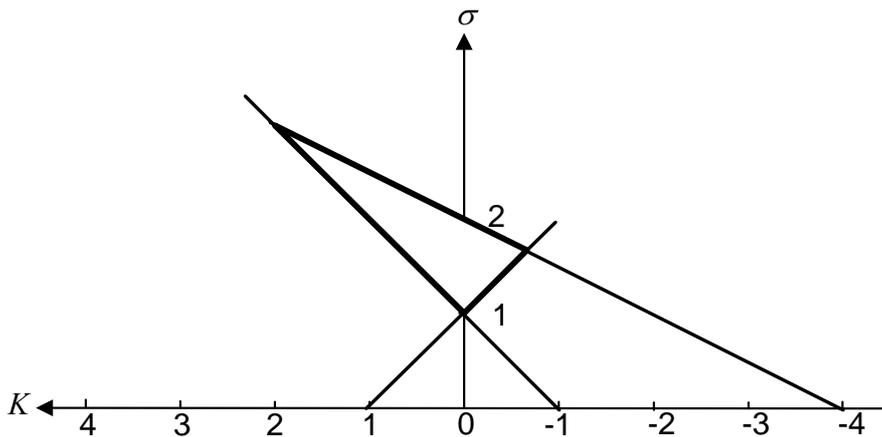


Рис. 6.20. Пересечение подгрупп  $a \Upsilon b$ ,  $b \Upsilon b$ :

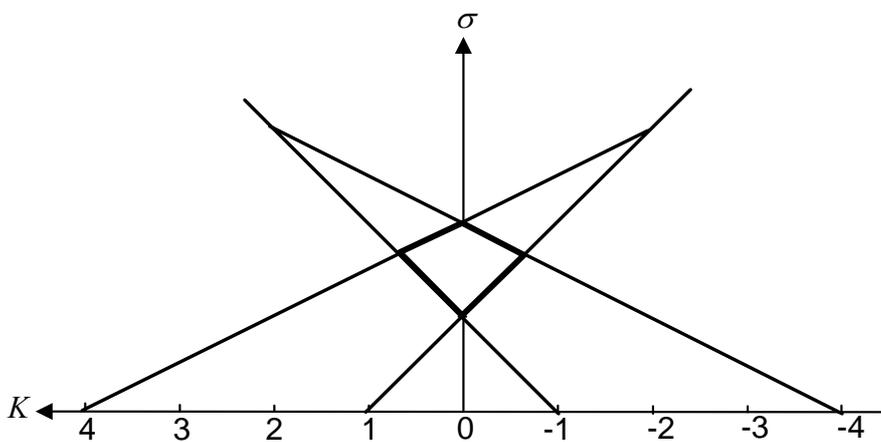


Рис. 6.21. Пересечение подгрупп  $\xi \Upsilon \eta$ :

### 6.5.2. Смежные классы, орбиты

Используя положительный сектор группы  $V(4)$ , оставляя без внимания знаки перед произведениями, проанализируем связи между ее элементами.

#### 1. Инвариантные подгруппы

Из таблицы двойных произведений следует, что каждая подгруппа является инвариантной, так как условие

$$gH = Hg,$$

где  $H = \{A, B, C, E, F, G, *\}$  выполняется для всех элементов группы.

#### 2. Смежные классы

По определению, ими являются непересекающиеся множества, полученные из произведения  $gH$ , где  $g \in G$ ,  $H$  – инвариантная подгруппа. Положительный их сектор, исключая единичную матрицу, легко найти из таблицы двойных произведений, так как смежные классы состоят из четверки элементов, полученных "на пересечении" двух подгрупп. Для подгруппы  $C$  имеем:

$$a^1 b^1 f^1 e^1, \quad a^2 b^2 f^2 e^2, \quad a^3 b^3 f^3 e^3.$$

Все их двойные произведения задают элементы подгруппы  $C$ . Они могут быть представлены графически (рис. 6.22).

Тогда, например:

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
|       | $a^3$ | $f^3$  | $e^3$  |
| $a^3$ | $-X$  | $-c^1$ | $-c^2$ |
| $f^3$ | $c^1$ | $X$    | $-c^3$ |
| $e^3$ | $c^2$ | $-c^3$ | $X$    |

Легко видеть, что смежные классы не исчерпывают всех подпространств инвариантной подгруппы. Так, прямой расчет показывает, что существуют графические диаграммы на портрете группы, аналогичные базовой (полученной при соединении элементов подгруппы). В случае подгруппы  $A$  таким образом получим

$$c^2 f^2 b^1, \quad e^1 f^3 b^2, \quad e^2 c^3 f^1, \quad b^3 f^1 e^2, \quad e^1 c^1 b^2, \quad e^3 b^1 f^2 \dots$$

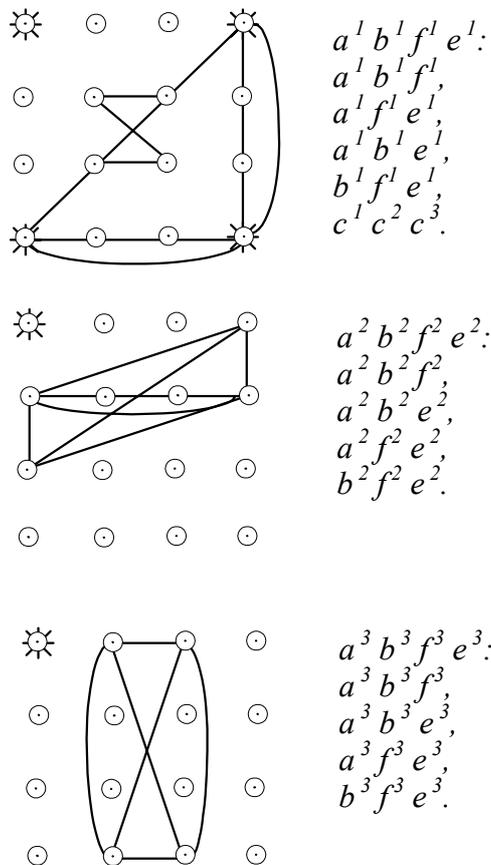


Рис. 6.22. Смежные классы подгруппы  $c^i \in V(4)$

Им соответствуют графические изображения (рис. 6.23).

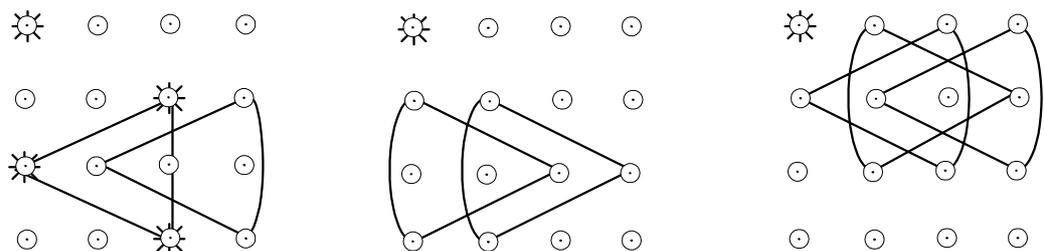


Рис. 6.23. Подпространства инвариантной подгруппы

Смежные классы по подгруппе  $A$  таковы:

$$\alpha A \Rightarrow b^1 c^2 e^3 f^2, \quad \beta A \Rightarrow b^2 c^1 e^1 f^3, \quad \gamma A \Rightarrow b^3 c^3 f^1 e^2.$$

Они дополняют подпространства группы, полученные графически. Обозначим  $\xi H$  смежные классы по инвариантной подгруппе  $H$ . В группе  $V(4)$  имеем систему  $H$ :

$$A = (a^1, a^2, a^3), \quad B = (b^1, b^2, b^3), \quad C = (c^1, c^2, c^3), \\ E = (e^1, e^2, e^3), \quad F = (f^1, f^2, f^3), \quad G = (e^1, f^1, c^2).$$

Смежные классы для них таковы:

$$\begin{array}{ll} b^1 & c^2 & e^3 & f^2, & a^1 & c^2 & e^2 & f^3, \\ \underline{\xi A}: & b^2 & c^1 & e^1 & f^3, & \underline{\xi B}: & a^2 & c^1 & e^3 & f^1, \\ & b^3 & c^3 & e^2 & f^1. & & a^3 & c^3 & e^1 & f^2. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} a^1 & b^1 & e^1 & f^1, & a^1 & b^3 & c^1 & f^2, \\ \underline{\xi C}: & a^2 & b^2 & e^2 & f^2, & \underline{\xi E}: & a^2 & b^1 & c^3 & f^3, \\ & a^3 & b^3 & e^3 & f^3. & & a^3 & b^2 & c^2 & f^1. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} a^1 & b^2 & e^3 & c^3, & a^1 & c^1 & c^3 & b^1, \\ \underline{\xi F}: & a^2 & b^3 & c^2 & e^1, & \underline{\xi G}: & a^2 & b^3 & f^2 & f^3, \\ & a^3 & b^1 & c^1 & e^2. & & a^3 & b^2 & e^2 & e^3. \end{array}$$

Легко видеть, что код двойных произведений указывает тройки элементов, в смежном классе взаимные произведения которых образуют подгруппу. Для этого зададим графически замкнутый путь для элементов группы, согласованный с кодом. Для подгруппы  $E$  коды представлены на рис. 6.24.

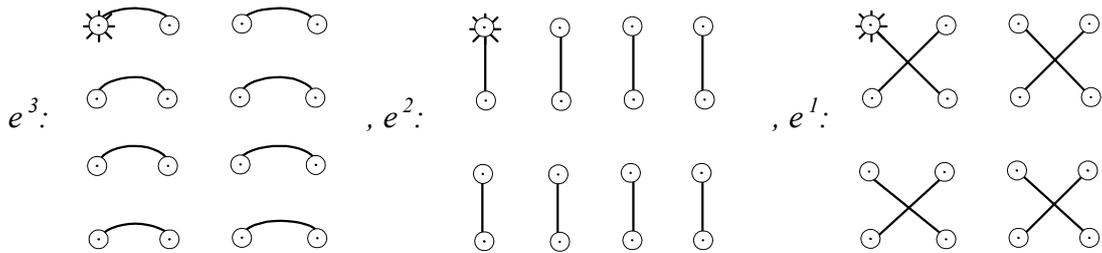
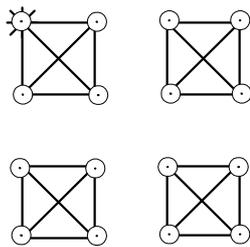


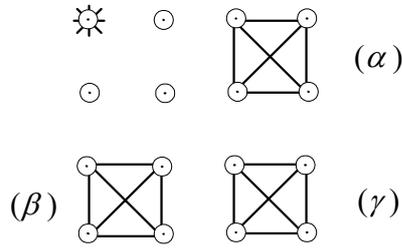
Рис. 6.24. Графические коды элементов  $e^i \in V(4)$

Поэтому все подгруппы  $E$ , получаемые из элементов группы  $V(4)$ , исчерпываются диаграммами:



Им соответствуют смежные классы, не использующие элементов  $e^i$ :  $(\alpha)a^1 b^3 f^2 c^1$ ,  
 $(\beta)a^2 b^1 c^3 f^3$ ,  $(\gamma)a^3 b^2 c^2 f^1$ .

Для них имеем диаграмму:



Так получается гомологическая модель произведения в группе, когда *матрицы умножаются графически*.

### 6.5.3. Исходные элементы группы $V(4)$

Рассмотрим группу  $Z_2 = [-1, 1]$ . Применим к ней операцию  $\bowtie$ , Получим базис

$$t_i = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\} \in Z_2 \bowtie Z_2, i=1, 2.$$

Обозначим  $I = t_1 \cdot t_1$ . Элементы

$$I \otimes t_i = (-c^1, b^3), \quad t_i \otimes I = (-c^3, a^2)$$

принадлежат  $V(4)$ . Используя взаимные произведения, мы получим всю группу  $V(4)$ . Следовательно, пара элементов  $t_i$ , используемых совместно с операциями матричного и тензорного умножения, являются основой моделирования данной симметрии.

## 6.6. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ НОВЫХ ГРУПП. НОВЫЕ ОПЕРАЦИИ

Указан алгоритм, позволяющий по разложению элементов группы  $V(4)$  в произведение своих элементов найти группу меньшей размерности  $V(3)$ . Он основан на анализе расположения антикоммутирующих элементов в таблице Кэли. Дан графический анализ алгоритма. Введены операции  $\curvearrowright$ ,  $\uparrow$ , позволяющие из известных групп создавать новые.

В группе  $V(4)$  мы имеем пять нормальных подгрупп по три элемента:  $a^i, b^i, c^i, e^i, f^i$ . Рассмотрим таблицу Кэли и двойных произведений. Введем в ней операцию замещения  $\curvearrowright$ , заменяя элементы  $\xi^i$ , которые антикоммутируют, единицей, сохраняя знак произведения элементов, а коммутирующие элементы  $\eta^i$  заменим нулями:  $\pm \xi^i \rightarrow \pm 1$ ,  $\pm \eta^i \rightarrow 0$ . Получим схему (таблица 6.6), которая следует из двойных произведений матриц  $\gamma^k \in V(4)$ . Аналогичная ситуация будет иметь место для элементов других антикоммутирующих подгрупп. Подобным образом можно расположить элементы коммутирующих подгрупп.

Операция замещения в группе  $V(4)$  для элементов  $f^i$ 

Таблица 6.6.

|       | $a^1 a^2 a^3$ | $b^1 b^2 b^3$ | $c^1 c^2 c^3$ | $e^1 e^2 e^3$ | $f^1 f^2 f^3$ |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $a^1$ | 0 0 0         | 0 1 0         | 0 0 1         | 0 0 1         | 0 0 0         |
| $a^2$ | 0 0 0         | 0 0 -1        | 0 -1 0        | 1 0 0         | 0 0 0         |
| $a^3$ | 0 0 0         | 1 0 0         | -1 0 0        | 0 -1 0        | 0 0 0         |
| $b^1$ | 0 0 1         | 0 0 0         | 1 0 0         | 0 1 0         | 0 0 0         |
| $b^2$ | 1 0 0         | 0 0 0         | 0 0 -1        | 0 0 -1        | 0 0 0         |
| $b^3$ | 0 -1 0        | 0 0 0         | 0 -1 0        | 1 0 0         | 0 0 0         |
| $c^1$ | 0 0 1         | -1 0 0        | 0 0 0         | 0 1 0         | 0 0 0         |
| $c^2$ | 0 1 0         | 0 0 1         | 0 0 0         | -1 0 0        | 0 0 0         |
| $c^3$ | -1 0 0        | 0 1 0         | 0 0 0         | 0 0 1         | 0 0 0         |
| $e^1$ | 0 -1 0        | 0 0 -1        | 0 -1 0        | 0 0 0         | 0 0 0         |
| $e^2$ | 0 0 1         | -1 0 0        | 1 0 0         | 0 0 0         | 0 0 0         |
| $e^3$ | -1 0 0        | 0 1 0         | 0 0 1         | 0 0 0         | 0 0 0         |
| $f^1$ | 0 0 0         | 0 0 0         | 0 0 0         | 0 0 0         | 0 1 1         |
| $f^2$ | 0 0 0         | 0 0 0         | 0 0 0         | 0 0 0         | 1 0 1         |
| $f^3$ | 0 0 0         | 0 0 0         | 0 0 0         | 0 0 0         | 1 1 0         |

Введем матрицы

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Их произведение задается таблицей 6.7.

|     |   |   |
|-----|---|---|
|     | $h$   | $L$   |
| $h$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ |
| $L$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ |

Таблица 6.7.  
Произведения матриц

Мы получили группу мономиальных матриц. Она некоммутативна, так как  $Lh \neq hL$ . Перемена мест элементов задается рис. 6.25.

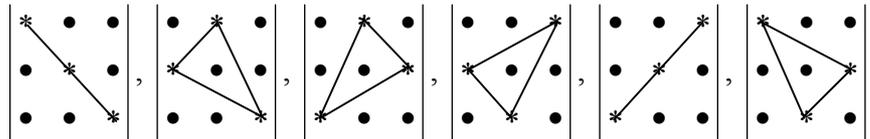


Рис. 6.25. Диаграммы перемены мест

При перемене элементов подгрупп местами диаграммы сохраняются, меняется только их порядок. Эта картина едина по всей группе. Пример произведения матриц  $\{c^i\}$  с другими матрицами представлен в таблице 6.8.

| Изменение знаков при перестановке элементов произведений |               |               |               | Таблица 6.8.  |               |               |
|--|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|  | $c^1 c^2 c^3$ | $c^2 c^3 c^1$ | $c^3 c^1 c^2$ | $c^1 c^3 c^2$ | $c^2 c^1 c^3$ | $c^3 c^2 c^1$ |
| $\xi^3$  | + + -         | + - +         | - + +         | + - +         | + + -         | - + +         |
| $\xi^2$  | - - -         | - - -         | - - -         | - - -         | - - -         | - - -         |
| $\xi^1$  | - + +         | + + -         | + - +         | - + +         | + - +         | + + -         |

Применим определенное расположение элементов, чтобы графически задать знаки (рис. 6.26).

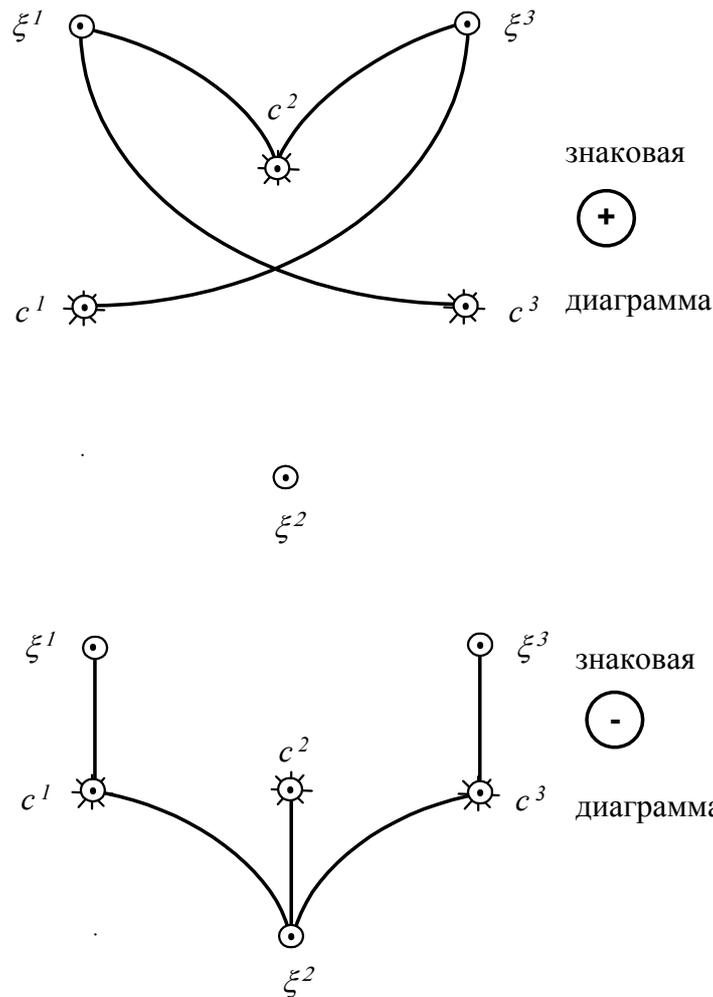


Рис. 6.26. Схема учета знаков произведения элементов

Соединения элементов подгрупп согласно диаграмме задает знак произведения.

Введем группу  $V(4)$  на матричной алгебре  $M_2$ , используя новую операцию, которую назовем размещением и обозначим  $\uplus$ . Пусть операция  $a \uplus b$  состоит из трех последовательных шагов:

а) для элемента  $a^i \in a$  (обозначим его символом  $*$ ) создается система матриц, содержащих нули, один из которых выделен (обозначим его крестом внутри нуля) получая

$$A \cong \begin{pmatrix} * & 0 \\ 0 & \oplus \end{pmatrix}, \quad B \cong \begin{pmatrix} 0 & * \\ \oplus & 0 \end{pmatrix}, \quad C \cong \begin{pmatrix} \oplus & 0 \\ 0 & * \end{pmatrix}, \quad D \cong \begin{pmatrix} 0 & \oplus \\ * & 0 \end{pmatrix};$$

б) заполним выделенный ноль  $\oplus$  матрицами или числами  $b^i \in b$ , образовав новые матрицы;

в) приведем все матрицы или их часть к виду, достаточному для последующих операций.

Псредством такой операции зададим матричную алгебру  $M_2$ . Ее базис получается из размещения числа 1 и числа 0. Действительно, имеем

$$M_2 = 1 \dashv 0 : \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Рассмотрим размещение  $\dashv$  для 1 и матриц Паули  $\sigma^i$ :  $V(3) = 1 \dashv \sigma$ . Получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим их  $A, B, C, D$ . Выполним взаимные умножения. Тогда

$$A_{\sigma_i} A_{\sigma_k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in A_{\xi},$$

$$C_{\sigma_i} C_{\sigma_k} = \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_i \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in C_{\xi},$$

$$A_{\sigma_i} B_{\sigma_k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_k \sigma_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in B_{\xi},$$

$$D_{\sigma_i} A_{\sigma_j} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j \sigma_i \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in D_{\xi},$$

$$B_{\sigma_i} C_{\sigma_j} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_i & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_k \sigma_i & 0 & 0 \end{pmatrix} \in B_{\xi},$$

$$B_{\sigma_i} D_{\sigma_j} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_i & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sigma_j \sigma_i & 0 & 0 \end{pmatrix} \in A_{\xi},$$

$$C_{\sigma_i} D_{\sigma_j} = \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j \sigma_i \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in D_{\xi},$$

$$D_{\sigma_i} B_{\sigma_j} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sigma_j & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_j \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in C_{\xi}.$$

$$B_{\sigma_i} A_{\sigma_j} \in B_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, D_{\sigma_m},$$

$$A_{\sigma_i} D_{\sigma_j} \in D_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, B_{\sigma_k},$$

$$A_{\sigma_i} C_{\sigma_j} \in A_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, D_{\sigma_m},$$

$$C_{\sigma_i} A_{\sigma_j} \in A_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, B_{\sigma_m},$$

$$B_{\sigma_i} B_{\sigma_j} \in A_{\sigma_k}, C_{\sigma_l}, D_{\sigma_m},$$

$$D_{\sigma_i} D_{\sigma_j} \in A_{\sigma_k}, B_{\sigma_l}, C_{\sigma_m}.$$

Мы имеем некоммутативную группу  $V(3)$ . Она представлена на рис. 6.27.

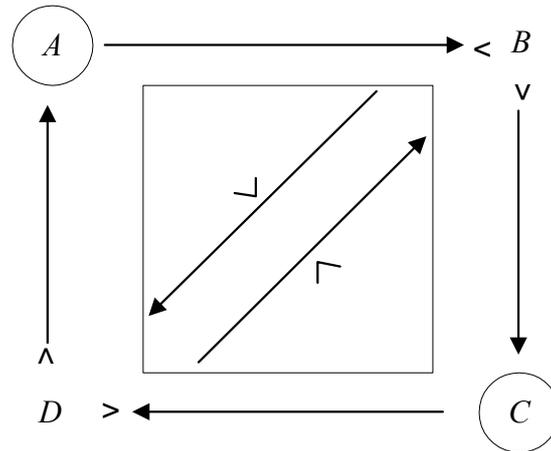


Рис. 6.27. Поведение элементов группы  $V(3)$  при умножении

В группе  $V(3)$  выделены две тенденции разложения элементов в произведении:

а) при "самовоздействии" матрицы  $A, C$  сохраняют себя, что обозначено кружком  $\circ$  на схеме, матрицы  $B, D$  - разрушаются, что обозначается символом  $<>$ ;

б) при "взаимном воздействии" матрицы  $A, C$  "склонны" отдавать себя, матрицы  $B, D$  - "сохранять" себя. Еще сложнее картина умножения элементов для группы  $\hat{V}(5) = 1 \dashv \hat{V}(4)$ . Полученные новые группы  $1 \dashv \hat{V}(2)$ ,  $1 \dashv \hat{V}(4)$  нечетной размерности имеют черты, сходные с психологическим поведением.

Группа  $V(3)$  содержит группу  $SU(3)$  в качестве подгруппы. Ее генераторы

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

с коммутационными соотношениями

$$[\lambda_i, \lambda_j] = 2i f_{ijk} \lambda_k$$

содержатся в  $V(3)$ . Имеем, например,

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \dots$$

Поскольку группа  $SU(3)$  используется как группа голономий в теориях суперструн, возникает предположение, что  $V(3)$  является основой для анализа других групп голономий, что позволяет учесть новые возможности динамики в суперсимметричных теориях.

Укажем некоторые черты операции размещения  $\vdash$ , используя группу  $Z_4 = \{i, -1, -i, 1\}$ , а также полугруппу нулевых элементов  $O = \{0\}$ . Тогда имеем алгебру  $\alpha = Z_4 \vdash O \equiv O \vdash Z_4$  с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

определенными с точностью до умножения на  $(\pm 1)$ . Введем группу  $\beta = Z_4 \vdash Z_4$  с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

определенными с точностью до умножения на элементы группы  $Z_4$ . Объединим группы  $\alpha$  и  $\beta$  в одно множество, рассматривая  $\gamma = \alpha \oplus \beta$ . Применим операцию  $\vdash$  к  $\gamma$ , вводя  $G_f = \gamma \vdash \gamma$ . Получим "джентельментский набор" элементов, которые находят применение в физике. В частности,  $G = Z_2 \vdash Z_2$  при  $Z_2 = \{-1, 1\}$  дает  $SL(2, R)$ .

Легко видеть, что операция  $\vdash$  "сильнее" операции тензорного произведения  $\otimes$ . Действительно

$$\vdash \supset \otimes,$$

так как она применима для чисел и, кроме этого, способна дать то же, что и  $\otimes$ . Так,  $G_f$  содержит в себе  $V(4) \in \beta \otimes \beta$ , которая находит широкое применение в физике. Заметим, что  $G_f$  содержит, в частности, набор диагональных матриц вида

$$\begin{aligned} k^{\dot{y}} &= (+i, -i, -i, \pm 1), & \hat{k}^{\dot{y}} &= (+i, -i, -i, 0), \\ e^{\dot{y}} &= (-i, +i, -i, \pm 1), & \hat{e}^{\dot{y}} &= (-i, +i, -i, 0), \\ m^{\dot{y}} &= (-i, -i, +i, \pm 1), & \hat{m}^{\dot{y}} &= (-i, -i, +i, 0), \\ n^{\dot{y}} &= (+i, +i, +i, \pm 1), & \hat{n}^{\dot{y}} &= (+i, +i, +i, 0), \end{aligned}$$

которые используются при алгебраической записи уравнений Максвелла на основе четырехпотенциалов  $A_\xi$ . Мы имеем здесь пример неевклидова комплексного трехмерия. Элементы  $G_f$  вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

пока не имеют физического применения и интерпретации.

Проиллюстрируем коассоциативность операции  $\vdash$ , считая ее операцией в биалгебре. Обозначим  $Z_4 \vdash Z_4$  буквой  $b$ , а  $Z_4$  - буквой  $a$ . Тогда

$$Z_4 \vdash (Z_4 \vdash Z_4) : \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & b \\ a & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$(Z_4 \vdash Z_4) \vdash Z_4 : \left\{ \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & b \\ a & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

что свидетельствует о коассоциативности  $\vdash$  для  $Z_4$ . Аналогично доказывается коммутативность, так как

$$Z_4^{(i)} \vdash Z_4^{(k)} = Z_4^{(k)} \vdash Z_4^{(i)}.$$

Операция  $\vdash$  сочетается с  $\otimes$ , позволяя получать группы с новыми и неожиданными свойствами. Определим понятие пары групп, двойственных по операциям. Пусть их вид

$$G_a = (G_f \vdash G_f) \otimes (G_f \vdash G_f),$$

$$G^a = (G_f \otimes G_f) \vdash (G_f \otimes G_f)$$

является таким определением. Их очевидная дополнительность может найти применения в физике.

## 6.7. АЛГЕБРА С ОТНОШЕНИЯМИ ИЛИ СИСТЕМА СУПЕРАЛГЕБР $\mathcal{W}$

*Найдена система супералгебр  $\mathcal{W}$  для группы  $G_B$ , состоящей из обратимых симметричных и антисимметричных матриц. Показано, что группы  $G_B$  имеют прямую связь с физическими моделями. Найдена новая пара групп: знаковая и комбинаторная.*

Во многих областях научных исследований мы имеем дело с группами, которые образованы симметричными и антисимметричными матрицами. Однако до сих пор не найдена система алгебр, которой подчинена произвольная такая группа.

В данной работе показано, что существует система супералгебр  $\mathcal{W}$  для группы  $G_B$ , состоящей из обратимых симметричных и антисимметричных матриц. Показано, что группы  $G_B$  имеют прямую связь с физическими моделями. Найдена новая пара групп: комбинаторная  $C$  и знаковая  $\Pi$ , используя которые, можно найти приложения супералгебр  $\mathcal{W}$ .

### 6.7.1. Группа $G_B$ и ее супералгебра $\mathcal{W}$

Введем группу  $G_B$  из симметричных матриц с элементами  $S_{ij} = S_{ji}$  и антисимметричных матриц  $A_{ij} = -A_{ji}$ , так что  $\{A_{ij}, S_{ij}, A_{ij}^{-1}, S_{ij}^{-1}, I\} \in G_B$ . Введем индекс симметричности

$$\chi(A_{ij}) = 0,$$

$$\chi(S_{ij}) = 1$$

и фактор симметричности

$$\sigma = (-1)^\chi.$$

Он задает одномерное проективное представление группы  $G_B$ , так как

$$\sigma(\xi) = \sigma(\xi \cdot \eta) = f(\xi, \eta) \sigma(\xi) \cdot \sigma(\eta),$$

где  $(\xi, \eta, \zeta) \in G_B$ ,  $f(\xi, \eta) \in Z_2 = [-1, 1]$ . Введем треугольники соответствия, расположив  $\sigma(\dots)$  согласовано с  $\xi, \eta, \zeta$  (рис. 6.28). Найдём в общем виде алгебру, которой подчинены отношения между элементами группы  $G_B$ , учитывая факторы симметричности ее элементов. Заметим, что, по определению,

$$\sigma(\xi) \neq 0, \quad \sigma^2(\xi) = 1, \quad \sigma^{-1}(\xi) = \sigma(\xi), \quad \sigma(ab) = \sigma(ba).$$

Значит, факторы симметричности образуют абелеву группу отношений между элементами группы  $G_B$ . Будем для удобства обозначать элементы группы  $G_B$  латинскими буквами. Введем произведение ее элементов, учитывая группу отношений  $\sigma(\xi)$ . Пусть

$$\langle ab \rangle = ab - \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ab)ba,$$

$$\langle bc \rangle = bc - \sigma(b)\sigma(c)\sigma(bc)cb,$$

$$\langle ca \rangle = ca - \sigma(c)\sigma(a)\sigma(ca)ac.$$

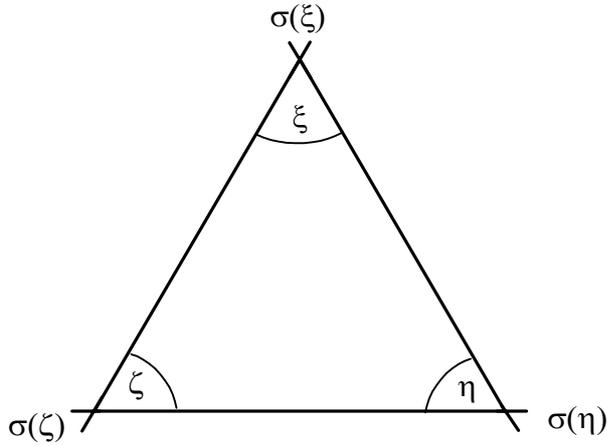


Рис. 6.28. Соответствие элементов  $G_B$  и их факторов симметричности

Определим

$$\langle\langle ab \rangle c \rangle = \langle ab \rangle c - \sigma(a, b)\sigma(c)\sigma(a, b, c)c\langle ab \rangle,$$

$$\langle\langle bc \rangle a \rangle = \langle bc \rangle a - \sigma(b, c)\sigma(a)\sigma(b, c, a)a\langle bc \rangle,$$

$$\langle\langle ca \rangle b \rangle = \langle ca \rangle b - \sigma(c, a)\sigma(b)\sigma(c, a, b)b\langle ca \rangle.$$

Они содержат множители

$$\sigma(a, b), \sigma(b, c), \sigma(c, a), \sigma(a, b, c), \sigma(b, c, a), \sigma(c, a, b),$$

которые следует определить из дополнительных условий. Будем искать их, предполагая возможность циклического условия

$$A\langle\langle ab \rangle c \rangle + B\langle\langle bc \rangle a \rangle + C\langle\langle ca \rangle b \rangle = 0.$$

Найдем выражения для  $B$  и  $C$ , при которых получается тождество. Имеем

$$\begin{aligned} & A\{\langle ab \rangle c - \sigma(a, b)\sigma(c)\sigma(a, b, c)c\langle ab \rangle\} + B\{\langle bc \rangle a - \sigma(b, c)\sigma(a)\sigma(b, c, a)a\langle bc \rangle\} + \\ & + C\{\langle ca \rangle b - \sigma(c, a)\sigma(b)\sigma(c, a, b)b\langle ca \rangle\} = \\ & = A\{abc - \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ab)bac - \sigma(a, b)\sigma(c)\sigma(a, b, c)[cab - \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ab)cba]\} + \\ & + B\{bca - \sigma(b)\sigma(c)\sigma(bc)cba - \sigma(b, c)\sigma(a)\sigma(b, c, a)[abc - \sigma(b)\sigma(c)\sigma(bc)acb]\} + \\ & + C\{cab - \sigma(c)\sigma(a)\sigma(ca)acb - \sigma(c, a)\sigma(b)\sigma(c, a, b)[bca - \sigma(c)\sigma(a)\sigma(ca)bac]\} = 0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} & (A - \sigma(b, c)\sigma(a)\sigma(b, c, a)B)abc + (A\sigma(a, b)\sigma(c)\sigma(a, b, c)\sigma(a)\sigma(b)\sigma(ab) - B\sigma(b)\sigma(c)\sigma(bc))cba + \\ & + (C - \sigma(a, b)\sigma(c)\sigma(a, b, c)A)cab + (C\sigma(c, a)\sigma(b)\sigma(c, a, b)\sigma(c)\sigma(a)\sigma(ca) - A\sigma(a)\sigma(b)\sigma(ab))bac + \\ & + (B - \sigma(c, a)\sigma(b)\sigma(c, a, b)C)bca + (B\sigma(b, c)\sigma(a)\sigma(b, c, a)\sigma(b)\sigma(c)\sigma(bc) - C\sigma(c)\sigma(a)\sigma(ca))acb = 0. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$A - \sigma(a)\sigma(b, c)\sigma(b, c, a)B = 0, \quad (\alpha)$$

$$A\sigma(a)\sigma(ab)\sigma(a, b)\sigma(a, b, c) - \sigma(bc)B = 0, \quad (\alpha^*)$$

$$B - \sigma(b)\sigma(c, a)\sigma(c, a, b)C = 0, \quad (\beta)$$

$$B\sigma(b)\sigma(bc)\sigma(b, c)\sigma(b, c, a) - C\sigma(ca) = 0, \quad (\beta^*)$$

$$C - \sigma(c)\sigma(a, b)\sigma(a, b, c)A = 0, \quad (\gamma)$$

$$C\sigma(c)\sigma(ca)\sigma(c, a)\sigma(c, a, b) - A\sigma(ab) = 0. \quad (\gamma^*)$$

Примем условие, что

$$\sigma(\eta, \xi) = \sigma(\xi, \eta) = \sigma(\xi\eta) = \sigma(\eta\xi).$$

Из  $(\gamma)$  и  $(\gamma^*)$  получим

$$\sigma(a, b, c)\sigma(c, a, b) = 1,$$

$$C = \sigma(c)\sigma(ab)\sigma(a, b, c)A.$$

Тогда

$$B = \sigma(b)\sigma(c)\sigma(ab)\sigma(ac).$$

Из  $(\beta^*)$  следует, что

$$\sigma(b, c, a) = \sigma(a, b, c).$$

Из  $(\alpha)$  получим

$$\sigma(a, b, c) = \sigma(a)\sigma(b)\sigma(c)\sigma(ab)\sigma(ac)\sigma(bc).$$

Примем условие, что

$$\sigma(a, b, c) = \sigma(b, c, a) = \sigma(c, a, b).$$

Тогда, поскольку  $A \neq 0$ , имеем циклическое тождество, определяющее алгебру с отношением

$$\langle\langle ab \rangle c \rangle + \langle\langle bc \rangle a \rangle \sigma(b)\sigma(c)\sigma(ab)\sigma(ac) + \langle\langle ca \rangle b \rangle \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ac)\sigma(bc) = 0.$$

Это выражение умножим на  $\sigma(b)\sigma(ac)$ . Получим в симметричном по  $\sigma(\xi)$  виде:

$$\langle\langle ab \rangle c \rangle \sigma(b)\sigma(ac) + \langle\langle bc \rangle a \rangle \sigma(c)\sigma(ba) + \langle\langle ca \rangle b \rangle \sigma(a)\sigma(cb) = 0.$$

Примеры:

1. Пусть  $\sigma(a) = \sigma(b) = \sigma(c) = 1$ . Тогда  $\langle ab \rangle = ab - ba = [a, b]$ .

Имеем тождество Якоби:  $[[a, b]c] + [[b, c]a] + [[c, a]b] = 0$

2. Пусть  $\sigma(a) = \sigma(b) = \sigma(c) = -1$ . Тогда  $\langle ab \rangle = ab + ba = \{a, b\}$ .

Имеем тождество:  $[\{a, b\}c] + [\{b, c\}a] + [\{c, a\}b] = 0$ .

Действительно,  $\langle ab \rangle = ab - (-1)(-1)(-1)ba = ab + ba$

$$\begin{aligned} \langle\langle ab \rangle c \rangle &= \langle ab \rangle c - \sigma(a, b)\sigma(c)\sigma(a, b, c)c\langle ab \rangle = \langle ab \rangle c - \sigma(ab)\sigma(c)\sigma(a)\sigma(b)\sigma(c)\sigma(ab)\sigma(ac)\sigma(bc)c\langle ab \rangle \\ &= \langle ab \rangle c - \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ac)\sigma(bc)c\langle ab \rangle = \langle ab \rangle c - (-1)(-1)(-1)(-1)c\langle ab \rangle = \langle ab \rangle c - c\langle ab \rangle. \end{aligned}$$

Действуя аналогично, получим

$$(ab + ba)c - c(ab + ba) + (bc + cb)a - a(bc + cb) + (ca + ac)b - b(ca + ac) = abc + bac - cab - cba + bca + cba - abc - acb + cab + acb - bca - bac = 0.$$

Все элементы группы  $G_B$  могут быть на основе ее супералгебры  $W$  (поделены на классы, в которых выполняется то или другое сочетание коммутаторов  $[\cdot, \cdot]$  и антикоммутаторов  $\{\cdot, \cdot\}$ ). Выполним проверку циклического условия, задаваемого супералгеброй  $W$  в общем виде. Так,

$$\begin{aligned} 0 &= \langle\langle ab \rangle c \rangle \sigma(b) \sigma(ac) + \langle\langle bc \rangle a \rangle \sigma(c) \sigma(ba) + \langle\langle ca \rangle b \rangle \sigma(a) \sigma(cb) = \\ &= (\langle ab \rangle c - \sigma(ab) \sigma(c) \sigma(a) \sigma(b) \sigma(c) \sigma(ab) \sigma(ac) \sigma(bc) c \langle ab \rangle) \sigma(b) \sigma(ac) + \\ &+ (\langle bc \rangle a - \sigma(bc) \sigma(a) \sigma(a) \sigma(b) \sigma(c) \sigma(ab) \sigma(ac) \sigma(bc) a \langle bc \rangle) \sigma(c) \sigma(ba) + \\ &+ (\langle ca \rangle b - \sigma(ca) \sigma(b) \sigma(a) \sigma(b) \sigma(c) \sigma(ab) \sigma(ac) \sigma(bc) b \langle ca \rangle) \sigma(a) \sigma(cb) = \\ &= (\langle ab \rangle c \sigma(b) \sigma(ac) - \sigma(a) \sigma(bc) \sigma \langle ab \rangle) + (\langle bc \rangle a \sigma(c) \sigma(ba) - \sigma(b) \sigma(ac) a \langle bc \rangle) + \\ &+ (\langle ca \rangle b \sigma(a) \sigma(cb) - \sigma(c) \sigma(ab) b \langle ca \rangle) = \\ &= abc \sigma(b) \sigma(ac) - \sigma(a) \sigma(ac) \sigma(ab) bac - \sigma(a) \sigma(bc) cab + \sigma(b) \sigma(bc) \sigma(ab) cba + \\ &+ bca \sigma(c) \sigma(ba) - \sigma(b) \sigma(ba) \sigma(bc) cba - \sigma(b) \sigma(ac) abc + \sigma(c) \sigma(ac) \sigma(bc) acb + \\ &+ cab \sigma(a) \sigma(cb) - \sigma(c) \sigma(ca) \sigma(cb) acb - \sigma(c) \sigma(ab) bca + \sigma(a) \sigma(ab) \sigma(ca) bac = 0. \end{aligned}$$

Введем

$$\langle\langle\langle ab \rangle c \rangle d \rangle = \langle\langle ab \rangle c \rangle d - \sigma(a) \sigma(b) \sigma(c) \sigma(d) \langle\langle ab \rangle c \rangle.$$

Легко показать, что имеет место тождество:

$$\begin{aligned} &\{ \langle\langle\langle ab \rangle c \rangle d \rangle \sigma(b) \sigma(ac) + \langle\langle\langle bc \rangle d \rangle a \rangle \sigma(c) \sigma(bd) + \\ &+ \langle\langle\langle cd \rangle a \rangle b \rangle \sigma(d) \sigma(ca) + \langle\langle\langle da \rangle b \rangle c \rangle \sigma(a) \sigma(db) \} + \\ &\{ \langle\langle\langle bc \rangle a \rangle d \rangle \sigma(c) \sigma(ba) + \langle\langle\langle cd \rangle b \rangle a \rangle \sigma(d) \sigma(cb) + \\ &+ \langle\langle\langle da \rangle c \rangle b \rangle \sigma(a) \sigma(da) + \langle\langle\langle ab \rangle d \rangle c \rangle \sigma(b) \sigma(ab) \} + \\ &\{ \langle\langle\langle ca \rangle b \rangle d \rangle \sigma(a) \sigma(cb) + \langle\langle\langle db \rangle c \rangle a \rangle \sigma(b) \sigma(dc) + \\ &+ \langle\langle\langle ac \rangle d \rangle b \rangle \sigma(c) \sigma(ad) + \langle\langle\langle bd \rangle a \rangle c \rangle \sigma(d) \sigma(ba) \} = 0. \end{aligned}$$

Так три четырехарных цикла компенсируют друг друга. Очевидно, что это условие зависит от факторов симметричности.

### 6.7.2. Супералгебра $W$ (группы Паули)

Группа Паули состоит из матриц

$$\sigma^0 = I = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = a, \quad \sigma^1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = b,$$

$$\sigma^2 = \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix} = c, \quad \sigma^3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = d.$$

Ее факторы симметричности таковы:

$$\sigma(a) = -1, \quad \sigma(b) = -1, \quad \sigma(c) = 1, \quad \sigma(d) = -1.$$

Найдем ее супералгебру  $\mathcal{W}$ .

1. Класс элементов, содержащих  $a$  и любую пару остальных элементов, подчинен условию

$$\{\{ab\}d\} + \{[bd]a\} - \{\{da\}b\} = 0.$$

Действительно,

$$\begin{aligned} \langle ab \rangle &= ab - (-1)(-1)(-1)ba = ab + ba, \\ \langle bd \rangle &= bd - (-1)(-1)(1)db = bd - db, \\ \langle da \rangle &= da - (-1)(-1)(-1)ad = da + ad, \\ \langle \langle ab \rangle d \rangle &= \langle ab \rangle d - (-1)(-1)(-1)(1)d \langle ab \rangle = \langle ab \rangle d + d \langle ab \rangle, \\ \langle \langle bd \rangle a \rangle &= \langle bd \rangle a - (-1)(-1)(-1)(-1)a \langle bd \rangle = \langle bd \rangle a - a \langle bd \rangle, \\ \langle \langle da \rangle b \rangle &= \langle da \rangle b - (-1)(-1)(+1)(-1)b \langle da \rangle = \langle da \rangle b + b \langle da \rangle. \\ 0 &\equiv \langle \langle ab \rangle d \rangle (-1)(-1) + \langle \langle bd \rangle a \rangle (-1)(-1) + \langle \langle da \rangle b \rangle (-1)1 = \\ &= (ab + ba)d + d(ab + ba) + (bd - db)a - a(bd - db) - (da + ad)b - b(da + ad) = 0. \end{aligned}$$

2. Класс элементов без единицы подчинен тождеству Якоби:

$$\{[bc]d\} + \{[cd]b\} + \{[db]c\} = 0.$$

3. Единичные элементы удовлетворяют соотношению

$$\{\{aa\}a\} + \{\{aa\}a\} + \{\{aa\}a\} = 0.$$

### 6.7.3. Мономиальная группа $MN(3)$ и система супералгебр $\mathcal{W}$

Рассмотрим все варианты различных расположений единиц. Получим матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Они образуют группу. В ней есть подгруппа  $P$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Введем числа  $a + ib + jc$ . Найдем таблицу их умножения, используя  $P$ . Получим соответствие

$$\uparrow (a_1 + ib_1 + jc_1) \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} a + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} b + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} c.$$

Тогда

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ c_1 & a_1 & b_1 \\ b_1 & c_1 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ c_2 & a_2 & b_2 \\ b_2 & c_2 & a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 + b_1 c_2 + c_1 b_2 & a_1 b_2 + b_1 a_2 + c_1 c_2 & a_1 c_2 + b_1 b_2 + c_1 a_2 \\ a_1 a_2 + a_1 c_2 + b_1 b_2 & c_1 b_2 + a_1 a_2 + b_1 c_2 & c_1 c_2 + a_1 b_2 + b_1 a_2 \\ c_1 a_2 + c_1 a_2 + a_1 b_2 & b_1 b_2 + c_1 a_2 + a_1 c_2 & b_1 c_2 + c_1 b_2 + a_1 a_2 \end{pmatrix}.$$

Отсюда, выполнив обратное проектирование, получим

$$(a_1 + ib_1 + jc_1)(a_2 + ib_2 + jc_2) = a_1a_2 + b_1c_2 + c_1b_2 + i(a_1b_2 + b_1a_2 + c_1c_2) + j(a_1c_2 + b_1b_2 + c_1a_2).$$

Примем законы:

$$1 \cdot 1 = 1, \quad i \cdot j = j \cdot i = 1,$$

$$i \cdot 1 = 1 \cdot i = i, \quad i \cdot i = j,$$

$$j \cdot 1 = 1 \cdot j = j, \quad j \cdot j = i.$$

Получим числа с единицами, которые подчинены условиям

$$1 \cdot 1 \cdot 1 = 1, \quad i \cdot i \cdot i = 1, \quad j \cdot j \cdot j = 1.$$

Понятно, что они дублируют свойства матриц подгруппы  $P$ .

Остальные матрицы таковы:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ими учтены все возможные варианты. Мы получили мономиальную группу  $MN(3)$  над группой  $Z_2 = [-1, 1]$ . В силу ассоциативности матриц они задают алгебру с отношениями, формируя их набор, согласованный с распределением отношений  $w_M = [-1, 1]$  по группе  $MN(3)$ . Сопоставим матрицам трехуровневую систему отношений. Пусть, во-первых, задано соответствие,

$$a \rightarrow \sigma(a), \quad b \rightarrow \sigma(b), \quad c \rightarrow \sigma(b),$$

где  $\sigma(\xi) = 1$  или  $-1$ . Их распределение может быть произвольным, подчиняясь некоторому дополнительному правилу. Пусть, во-вторых, произведению элементов сопоставлены отношения:

$$\begin{aligned} ab &\rightarrow \sigma(ab), \quad ba \rightarrow \sigma(ba), \quad ac \rightarrow \sigma(ac), \\ ca &\rightarrow \sigma(ca), \quad bc \rightarrow \sigma(bc), \quad cb \rightarrow \sigma(bc) \dots \end{aligned}$$

Примем, в-третьих, условие, что

$$\sigma(\xi\eta) = \sigma(\eta\xi),$$

где  $\xi, \eta$  - любые элементы мономиальной группы.

Найдем алгебры с отношениями. Используем выражения, полученные ранее. Так,

$$\begin{aligned} \langle ab \rangle &= ab - \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ab)ba, \\ \langle bc \rangle &= bc - \sigma(b)\sigma(c)\sigma(bc)cb, \\ \langle ca \rangle &= ca - \sigma(c)\sigma(a)\sigma(ca)ac, \\ \langle\langle ab \rangle c \rangle &= \langle ab \rangle c - \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ac)\sigma(bc)c \langle ab \rangle, \\ \langle\langle bc \rangle a \rangle &= \langle bc \rangle a - \sigma(b)\sigma(c)\sigma(ba)\sigma(ca)a \langle bc \rangle, \\ \langle\langle ca \rangle b \rangle &= \langle ca \rangle b - \sigma(c)\sigma(a)\sigma(cb)\sigma(ab)b \langle ca \rangle. \end{aligned}$$

Общее циклическое условие

$$\langle\langle ab \rangle c \rangle \sigma(b)\sigma(ac) + \langle\langle bc \rangle a \rangle \sigma(c)\sigma(ba) + \langle\langle ca \rangle b \rangle \sigma(a)\sigma(cb) = 0$$

задает взаимосвязи элементов с отношениями. Их легко получить. Если, например,

$$\sigma(a) = \sigma(b) = \sigma(c) = \sigma(ab) = \sigma(ac) = \sigma(bc) = 1, \text{ то } [[ab]c] + [[bc]a] + [[ca]b] = 0.$$

Если

$$\sigma(a) = \sigma(b) = \sigma(c) = -\sigma(ab) = -\sigma(ac) = -\sigma(bc) = 1, \text{ то } [\{ab\}c] + [\{cb\}a] + [\{ca\}b] = 0.$$

Аналогично выводятся все варианты взаимосвязей для элементов. Некоторые из них отличаются только порядком следования элементов  $a, b, c$ . Укажем несколько возможностей:

$$\begin{aligned} \{[ab]c\} - \{[bc]a\} - \{[ca]b\} &= 0, \\ [\{ab\}c] - [\{bc\}a] + [\{ca\}b] &= 0, \\ [\{ab\}c] - [\{bc\}a] + [\{ca\}b] &= 0, \\ \{[ab]c\} + \{[bc]a\} - \{[ca]b\} &= 0, \\ [\{ab\}c] - [\{bc\}a] + [\{ca\}b] &= 0, \\ [\{ab\}c] + [\{bc\}a] + [\{ca\}b] &= 0 \dots \end{aligned}$$

По-видимому, ими можно пользоваться как средством, позволяющим расширить картину взаимосвязей объектов, реализующуюся через алгебру с отношениями.

Покажем, что данные взаимосвязи находят аналогию в произведениях векторов  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ , заданных в трехмерном пространстве. Пусть

$$[\vec{a}\vec{b}] = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix} = \vec{i}(a_y b_z - a_z b_y) + \vec{j}(b_x a_z - a_x b_z) + \vec{k}(a_x b_y - a_y b_x), \text{ где } [\vec{a}\vec{b}] = -[\vec{b}\vec{a}],$$

$$\{\vec{a}\vec{b}\} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix} = \vec{i}(a_y b_z + a_z b_y) + \vec{j}(b_x a_z + a_x b_z) + \vec{k}(a_x b_y + a_y b_x), \text{ где } \{\vec{a}\vec{b}\} = \{\vec{b}\vec{a}\}.$$

Рассмотрим выражения:

$$[\{\vec{a}\vec{b}\}\vec{c}] = \vec{i}((a_x b_z + a_z b_x)c_z - c_y(a_x b_y + a_y b_x)) + \vec{j}(-1)((a_y b_z + a_z b_y)c_z - c_x(a_x b_y + a_y b_x)) + \vec{k}((a_y b_z + a_z b_y)c_y - c_x(a_x b_z + a_z b_x)),$$

а также

$$[\{\vec{b}\vec{c}\}\vec{a}] = \dots, \quad [\{\vec{c}\vec{a}\}\vec{b}] = \dots.$$

Получим тождество

$$[\{\vec{a}\vec{b}\}\vec{c}] - [\{\vec{b}\vec{c}\}\vec{a}] - [\{\vec{c}\vec{a}\}\vec{b}] = 0.$$

Аналогично выводятся равенства

$$[[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}] + [[\vec{b}\vec{c}]\vec{a}] + [[\vec{c}\vec{a}]\vec{b}] = 0,$$

$$\{[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}\} + \{[\vec{b}\vec{c}]\vec{a}\} + \{[\vec{c}\vec{a}]\vec{b}\} = 0 \dots$$

Заметим, что введенная операция не коммутативна и некоммутативна, что управляется распределением факторов симметричности на числовом множестве. Легко обнаружить, что новая операция ассоциативна и неассоциативна. Действительно, получим

$$\langle\langle ab \rangle c \rangle - \langle a \langle bc \rangle \rangle = \sigma(b)\sigma(c)\sigma(bc)(ac)b - \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ab)b(ac) + \sigma(b)\sigma(c)\sigma(ab)\sigma(ac)b(ca) - \sigma(a)\sigma(b)\sigma(ac)\sigma(bc)(ca)b.$$

Эта разность зависит от распределения факторов симметричности или от отношений и может быть равной или не равной нулю. Следовательно, *концепция отношений способна качественно изменить сущность числового множества.*

## 6.8. ДИНАМИКА СИММЕТРИЙ

Принят упрощенный подход к анализу динамики симметрий, согласно которому может быть учтено изменение состояния объектов и явлений для разных ситуаций, как в физике, так и в психологии.

Основу любой современной физической модели составляет симметрия. Следуя С.Ли [141], в разных задачах используется групповой анализ, например, чтобы найти решения дифференциальных уравнений. Это направление исследования хорошо развито [108].

Симметрии играют важнейшую роль в теории относительности А. Эйнштейна, в электродинамике Д. Максвелла, в моделях спонтанного нарушения симметрии, в теории суперструн [142], используя, в частности, когомологии групп [140]. Исследуются также топологические аспекты явлений [143]. Однако вопросам динамики симметрий уделяется значительно меньше внимания [144]. Связано это, с одной стороны, со сложностью анализа, с другой стороны, с тем, что динамика симметрий недостаточно анализируется экспериментально.

В данной работе предложен упрощенный подход к анализу динамики локальной симметрии, который позволяет получить решения конкретных задач. Чтобы достичь этого, нужно по аналогии с физическим пространством и временем  $B = R^3 \times T^1$ , ввести дополнительное пространство-время  $F$ , рассматриваемое как слой  $F$  расслоенного многообразия  $X(B, F, \pi)$  с проекцией  $\pi: X \rightarrow B$  [145]. Возможен подход, который позволяет анализировать физические взаимодействия субъектов в модели три-тканей [146].

### 6.8.1. Упрощенная модель динамики симметрий

Известно, что симметрия локально может быть задана выражением

$$g = I + H^a(x)\bar{j}_a. \quad (1)$$

Здесь  $I$  – единичная матрица,  $\bar{j}_a$  – базис группы  $G$ , ее генераторы,  $H^a$  – параметры симметрии.

Будем считать, что базис  $\bar{j}_a$  фиксирован, а матрицы  $H^a = H^a(x)$  зависят от координат того пространства, в котором рассматривается симметрия. Имеем

$$dg = \partial_\mu (H^a \bar{j}_a) dx^\mu = (H^a_\mu \bar{j}_a) dx^\mu = \sigma_\mu dx^\mu. \quad (2)$$

Тогда

$$\begin{aligned} d\sigma_\mu &= \partial_\nu (H^a_\mu \bar{j}_a) dx^\nu = (\partial_\nu H^a_\mu) \bar{j}_a dx^\nu = (\partial_\nu H^a_\mu) \delta^b_a \bar{j}_b dx^\nu = \\ &= (\partial_\nu H^a_\mu) \tilde{H}^\rho_a (H^b_\rho \bar{j}_b) dx^\nu = \partial_\nu H^a_\mu \cdot \tilde{H}^\rho_a \sigma_\rho dx^\nu = \Gamma_{\mu\nu}^\rho \sigma_\rho dx^\nu. \end{aligned} \quad (3)$$

Следовательно

$$\frac{\partial \sigma_\mu}{\partial x^\nu} = \Gamma_{\mu\nu}^\rho \sigma_\rho, \quad \frac{\partial \sigma_\nu}{\partial x^\mu} = \Gamma_{\nu\mu}^\rho \sigma_\rho. \quad (4)$$

Дифференцируя (4) по  $\partial_\chi$  и вычитая выражения, получим

$$R_{\mu\chi\nu}^\rho = \partial_\chi \Gamma_{\mu\nu}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\chi}^\rho + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \Gamma_{\alpha\chi}^\rho - \Gamma_{\mu\chi}^\alpha \Gamma_{\alpha\nu}^\rho \equiv 0. \quad (5)$$

Будем считать условие (5) *управляющим* для объектов и явлений. Оно обусловлено динамикой используемой симметрии. Величины

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\nu} H_{\mu}^a \cdot \tilde{H}_a^{\rho} \quad (6)$$

зависят от обратной матрицы  $\tilde{H}_a^{\rho}$  так, что

$$\tilde{H}_a^{\rho} H_{\lambda}^a = \delta_{\lambda}^{\rho}. \quad (7)$$

Рассмотрим

$$d^2 g = d\sigma_{\mu} dx^{\mu} + \sigma_{\mu} d^2 x^{\mu} = \Gamma_{\mu\nu}^{\rho} \sigma_{\rho} dx^{\mu} dx^{\nu} + \sigma_{\rho} d^2 x^{\rho} = \sigma_{\rho} (d^2 x^{\rho} + \Gamma_{\mu\nu}^{\rho} dx^{\mu} dx^{\nu}).$$

Отсюда, вводя параметр  $p$  и дифференцируя по нему, имеем

$$\frac{\partial}{\partial \sigma^{\rho}} \left( \frac{d^2 g}{d p^2} \right) = \frac{d^2 x^{\rho}}{d p^2} + \Gamma_{\mu\nu}^{\rho} \frac{d x^{\mu}}{d p} \cdot \frac{d x^{\nu}}{d p}. \quad (8)$$

Мы получили уравнение для геодезической, левая часть, которого, аналогичная "силе", зависит от симметричного "ускорения"

$$\alpha = \frac{\partial}{\partial \sigma^{\rho}} \left( \frac{d^2 g}{d p^2} \right).$$

Введем условие, определяющее поведение  $H^a$ . Пусть, например,

$$H_{\mu}^a = \partial_{\mu} H^a = B_b^a H^b \partial_{\mu} \xi + R_{\mu}^a, \quad (9)$$

где  $(B_b^a, R_{\mu}^a, \xi)$  - величины, которые следует находить из опыта.

Пример 1. Динамическое управление инерцией в электродинамике без ограничения скорости.

Рассмотрим калибровочную группу  $U(1)$ . Она имеет один генератор, а соответствующий ей параметр есть скаляр  $H^a = w$

$$(10)$$

Конкретизируем (9) до конструкции

$$\frac{\partial w}{\partial x^{\mu}} = -P_0 w \frac{\partial \xi}{\partial x^{\mu}} + P_0 \frac{\partial \xi}{\partial x^{\mu}}. \quad (11)$$

Умножим (11) на  $dx^{\mu}$  и просуммируем. Получим уравнение

$$\frac{dw}{d\xi} = -P_0(w-1), \quad (12)$$

имеющее решение

$$w = 1 - \exp(-P_0 \xi), \quad (13)$$

которое управляет поведением инерции электромагнитного поля в движущейся среде [111]. Понятно, что уравнение (9) пригодно для описания других ситуаций, в том числе для учета динамики произвольных калибровочных групп.

Учтем, что в общей теории групп есть два типа операций над генераторами. Во-первых, генераторы  $\bar{j}_a$  порождают структурные постоянные  $f_{ab}^c$  группы Ли [141]

соотношениями

$$[\bar{j}_a, \bar{j}_b] = \bar{j}_c \bar{j}_a = f_{ab}^c \bar{j}_c. \quad (14)$$

Отсюда следует симметричная метрика Киллинга

$$f_{ab} = f_{an}^m f_{mb}^n. \quad (15)$$

Во-вторых,  $\bar{j}_a$  порождают структурные постоянные  $q_{ac}^c$  супералгебры  $\mathcal{W}$  (соотношениями [111])

$$\{\bar{j}_a \bar{j}_b\} = \bar{j}_a \bar{j}_b + \bar{j}_b \bar{j}_a = q_{ab}^c \bar{j}_c. \quad (16)$$

Отсюда следует симметричная метрика  $q_{ab} = q_{an}^m q_{mb}^n$ .

$$(17)$$

Примем точку зрения, что (15) и (17) входят в конструкцию, которая задает метрику событий  $\eta^{(\mu\nu)}$ . Определим ее выражением, содержащим  $H^a$ , а также используем "веса"  $(f^r, q^r)$  метрик  $(f_{ab}, q_{ab})$  соответственно. Учтем, что  $\eta^{(\mu\nu)}$  задана в пространстве  $R^3 \times T^1$  с сингулярной метрикой  $n^{ij} = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$  и что симметрия сама по себе содержит  $I = \delta^{ij}$ . Введем  $\sigma^{ij} = \delta^{ij} - n^{ij}$ ,

а также тензор Кронекера  $\varepsilon_{ij}^{(\mu\nu)}$  и дополнительный к  $H^a$  набор параметров группы  $I^a$ . В частности,  $I^a$  могут быть константами. Рассмотрим выражение

$$\eta^{(\mu\nu)} = \varepsilon_{ij}^{(\mu\nu)} \left\{ (q^r q_{ab} + f^r f_{ab}) (n^{ij} I^a I^b + \sigma^{ij} H^a H^b) \right\} \quad (18)$$

в качестве метрики событий.

Пример 2. Метрика событий в электродинамике без ограничения скорости.

Пусть калибровочной группой является  $U(1)$ . Для нее  $f_{ab} \equiv 0$ ,  $q_{ab} = \delta_{ab}$ . Параметр в группе один и потому при выборе

$$I^a = 1, \quad H^a = w$$

имеем выражение  $\eta^{(\mu\nu)} = \text{diag}(1, 1, 1, w^2)$ .

$$(19)$$

Именно оно используется в [111] для описания динамики инерции. Если величины  $(I^a, H^a)$  переменны, то метрика  $\eta^{(\mu\nu)}$  может быть дополнена выражением

$$\zeta^{(\mu\nu)} = \varepsilon_{ij}^{(\mu\nu)} \left\{ (q^r q_{ab} + f^r f_{ab}) (n^{ijkl} I_k^a I_l^b + \sigma^{ijkl} H_k^a H_l^b) \right\}, \quad (20)$$

где  $I_k^a = \partial_k I^a$ ,  $H_k^a = \partial_k H^a$ .

Введем закон

$$dH_\mu^a = (B_{b\mu\nu}^{a\sigma} H_\sigma^b + Q_{\nu\mu}^a) dx^\nu. \quad (21)$$

Отсюда получим, что выражение

$$H_{\nu\mu}^a = \partial_\nu H_\mu^a - \partial_\mu H_\nu^a - B_{pq}^a H_\nu^p H_\mu^q - B_{qp}^a H_\mu^p H_\nu^q = Q_{\nu\mu}^a - Q_{\mu\nu}^a \quad (22)$$

задает обобщенные калибровочные поля, которые переходят в обычные калибровочные поля, когда  $B_{pq}^a$  есть структурные постоянные калибровочной группы  $f_{pq}^a$ . Если же  $Q_{[\nu\mu]}^a = 0$  в (22), то соотношения

$$\partial_\nu H_\mu^a - \partial_\mu H_\nu^a = \tilde{B}_{pq}^a H_\nu^p H_\mu^q \quad (23)$$

задают аналог уравнений Маурэра-Картана.

Пусть  $G = U(1)$ . Тогда  $H_{\mu\nu}^a \rightarrow F_{\mu\nu} = \partial_\mu H_\nu - \partial_\nu H_\mu$ . Имеем уравнения поля  $\partial_{[\rho} H_{\mu\nu]} = 0$ . Следовательно, симметрия  $g = I + H^a \bar{j}_a$  позволяет, используя уравнения и условия (6), (7), (8), (9), (18), (20), (22), (23) получить "строительный материал" для моделей явления, в которых используются величины  $H^a(x)$  и производные от них  $H_k^a(x)$ . Метрики событий  $\left( \eta^{(r)\mu\nu}, \zeta^{(r)\mu\nu} \right)$ , как и связности  $\Gamma_{\mu\nu}^\rho$ , заданы в виде, удобном для применений. Их приложения к физическим моделям очевидны.

Пример 3. Электродинамика Максвелла без ограничения скорости.

Мы имеем базовые уравнения вида

$$\partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \partial_k \tilde{H}^{ik} = \tilde{s}^i, \quad \tilde{H}^{ik} = \Omega^{im} \Omega^{kn} F_{mn}. \quad (24)$$

Желая учесть в этих уравнениях динамику симметрий, мы применяем, согласно [12],

$$\Omega^{im} = \alpha \eta^{im} + \beta \tilde{u}^i \tilde{u}^m, \quad (25)$$

где  $\eta^{im}$  дается выражением (19), а четырехскорости определены через нее

$$\frac{d\tilde{x}^i}{d\eta} = \tilde{u}^i. \quad (26)$$

Выражение (26) может быть сложным, если сложна конкретная ситуация, что обозначено значком  $\sim$ .

Связность  $\Gamma_{\mu\nu}^\rho$  может быть задана выражением (6), если определены  $H_\mu^a, \partial_\nu H_\mu^a$ , для того, чтобы заменить частные производные  $\partial_k$  на ковариантные  $\hat{\partial}_k \Rightarrow \nabla_k = \partial_k + \Gamma_k$  (27) в дифференциальных уравнениях Максвелла [111]. Тогда, в частности, легко показать [117], используя дифференциально-геометрические методы, что электродинамике движущихся сред соответствует движение по поверхности с размерностью  $\dim K_{n,m}^{(1)} = 85$ . Динамике электромагнитного поля с переменной калибровочной группой соответствует движение по геодезическим на данной поверхности.

Пример 4. Связи полей  $(\Psi, \Psi^*)$  и индукций  $(\varphi, \varphi^*)$  в электродинамике.

Пусть уравнение (2) конкретизировано до выражения

$$\frac{dg}{d\xi} = \bar{j}_k^{(p)} U^k \Psi^{(p)},$$

где индекс  $(p)$  указывает генераторы подгруппы. Тогда, согласно [111], получим уравнения

$$\frac{dg}{d\xi} = a_k U^k (\Psi^* + i\mu\varphi) + b_k U^{k*} (\Psi - i\mu\varphi^*) = 0.$$

Здесь

$$(a_k, b_k) \in V(4) = (U(1) \times SU(2))^{\otimes 2}, \quad U^k = \left\{ \frac{U_x}{c}, \frac{U_y}{c}, \frac{U_z}{c}, i \right\}, \quad U^{k*} = \left\{ \frac{U_x}{c}, \frac{U_y}{c}, \frac{U_z}{c}, -i \right\},$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi = \begin{pmatrix} H_x + iD_x \\ H_y + iD_y \\ H_z + iD_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi^* = \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi^* = \begin{pmatrix} H_x - iD_x \\ H_y - iD_y \\ H_z - iD_z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

### 6.9. РИТ ДЛЯ МЕСТ, ОТНОШЕНИЙ И ПОВЕДЕНИЙ

*Обоснована концепция РИТА – нового основного физического объекта, необходимого и достаточного для моделирования физических явлений. Проиллюстрирована связь его динамики с мономиальной группой.*

Будем считать, что мир реальных объектов, как свидетельствует опыт, обеспечивает им существование через *их место, отношение и изменение в многообразии* (в доступном ощущениям и прикосновениям смысле этого слова) [111]. Наглядным образом многообразия, основанным на наших ощущениях, является механическое пространство, в котором мы, как и другие объекты, *занимаем свое место, имеем отношения, меняемся в нем*. Это "видимое" физическое пространство, доступное в прямых измерениях, дополнено временем – "невидимым" физическим пространством. Они позволяют описывать движения механического типа, соответствующие перемещения в физическом пространстве. Поскольку объект и его изменения не сводятся только к своей механической части, для учета других мест, отношений, изменений нужно пользоваться общей концепцией расслоенного многообразия [145], которая в настоящее время наилучшим образом отвечает опыту.

Введем РИТ (рецепторы и точки) как базовый, основной объект любой модели, полагая, что возможно наличие нескольких рецепторов и нескольких точек у одного объекта. Представим РИТ наглядно рис. 6.29.

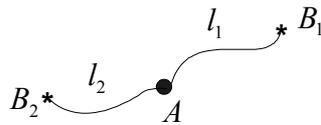


Рис. 6.29. РИТ как объект, имеющий точку  $A$  и два рецептора с окончаниями  $B_1$  и  $B_2$ , с длинами  $l_1$  и  $l_2$ .

Будем считать, что конкретной системе РИТОВ всегда можно сопоставить матрицу, которая задает их комбинаторное распределение и их схему отношений. Покажем, как это сделать. Чтобы достичь соответствия с опытом, согласно которому у каждого объекта есть свое место, используем мономиальные матрицы, введенные Адамаром, у которых в каждой строке и в каждом столбце имеется только один значимый элемент. Назовем каноническими те матрицы, у которых все эти элементы одинаковы и равны единице. Единичная матрица  $X$  есть мономиальная матрица (рис. 6.30).

$$n \times n = 4 \times 4 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = X, \quad \dim X = 4$$

Рис. 6.30. Пример канонической мономиальной матрицы

Чтобы придти к концепции РИТА, введем  $n$ -РИТОВ сообразно с размерностью используемых матриц  $n \times n$ . Для  $X$  их будет четыре. Расположим РИТЫ согласно некоторому рисунку на плоскости. Например, в данном случае пусть это будет фигура, составленная из четырех упорядоченных точек (рис. 6.31).

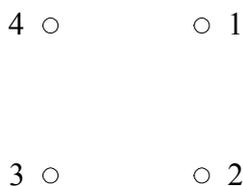


Рис. 6.31. Упорядоченная основа для РИТА

Построим соответствие между рис 6.30 и рис. 6.31, следуя методам, принятым в теории графов [147]. Для этого, во-первых, будем считать, что отношения первого объекта задаются первой строкой матрицы, второго – второй строкой и т.д. Во-вторых, сопоставим каноническому числу (элементу матрицы), следуя рис. 6.30, "строку" (линию). Пусть элемент матрицы указывает, к кому "имеет предпочтение" данный РИТ, соответствующий строке: туда будет от него (на рис. 6.31) направлена стрелка. Если же элемент матрицы расположен на диагонали, то он показывает отношение к себе, которое мы будем изображать стрелками, начинающимися и оканчивающимися на объекте. Покажем, как это соответствие выглядит (рис. 6.32).

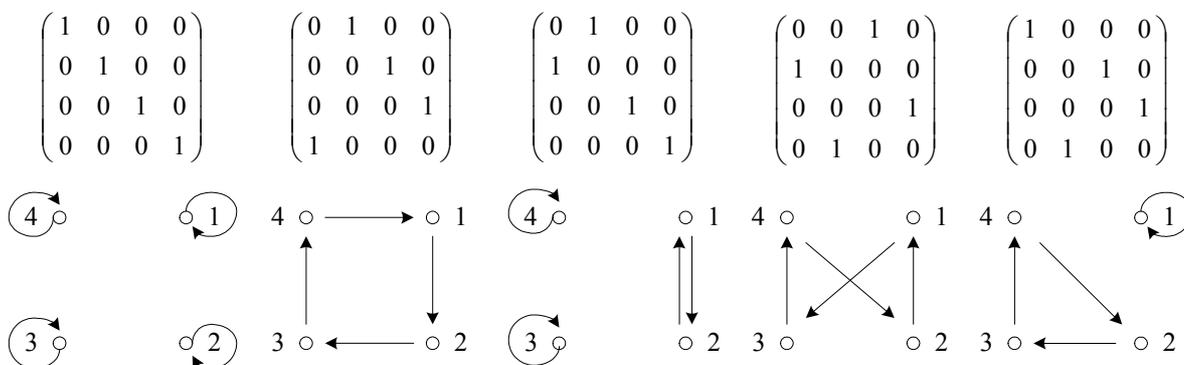


Рис. 6.32. Примеры соответствий между матрицами и схемой отношений (системой РИТОВ с одним рецептором)

Очевидно, что по схеме отношений можно "построить" матрицы, действуя обратным образом. Очевидно, что знаки  $(\pm 1)$  можно учесть по-разному, вводя, например, перечеркнутые или штрихованные линии. Так учтены, в упрощенном варианте, *места и отношения* в системе четырех простых объектов (с одним рецептором). Понятно, что изменению отношений у РИТОВ соответствует изменение матриц. Оно может быть непрерывным, соответствуя взаимосвязи  $\alpha_{ij*} = \alpha_{ij_2} = \varphi_{j_2}^{j_1} \alpha_{ij_1}$ , где  $\varphi_{j_2}^{j_1}$  - непрерывная функция. Оно может быть *дискретным*, для чего пригодны разные средства. Мы используем найденную ранее комбинаторную группу стрелок ( $\mapsto$ ), указывающих направление и количество шагов ( $\xi$ ), по которому переставляется *значимый* элемент. Если таких элементов несколько, мы имеем дело с комбинаторной матрицей (рис. 6.33).

$$\begin{pmatrix} \leftarrow & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \mapsto \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 6.33. Пример действия комбинаторной матрицы общего вида

Примем правило, что если комбинаторная матрица выдвигает значимый элемент "за границы" матрицы, то он возникает в начале строки. Если значимый элемент в каждой строке один, то комбинаторная матрица есть "формальный спинор" и мы обнаруживаем, ряд возможностей комбинирования (рис. 6.34).

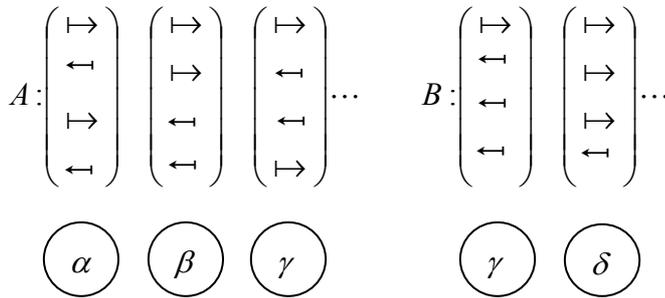


Рис. 6.34. Скомпенсированные комбинаторики типа A, некомпенсированные комбинаторики типа B

"Компенсацию" мы понимаем в том смысле, что сумма всех движений, если их "приложить" к одному значимому элементу, может быть нулевой. Покажем, что комбинаторные группы позволяют из одной матрицы породить группу матриц, которую можно рассматривать как *циклическую группу с комбинаторным умножением* (рис. 6.35).

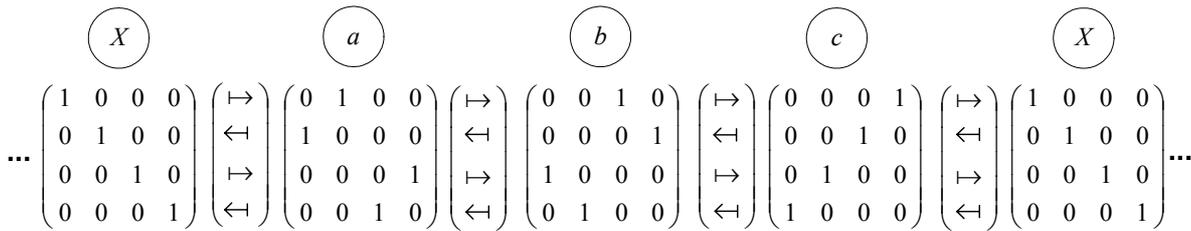


Рис. 6.35. Пример образования циклической группы с комбинаторным умножением

Произведение матриц самих на себя дают единичную матрицу

$$\alpha \cdot \alpha = \alpha \cdot \alpha^{-1} = \alpha^{-1} \cdot \alpha = X,$$

что означает, что обратные элементы совпадают с исходными и транспонированные тоже им равны, так что  $\alpha^{-1} = \alpha = \alpha^T$ , соответствуя ортогональной группе. Матрицы  $a, b, c$  образуют (по произведению) треугольник без ориентации (рис. 6.36).

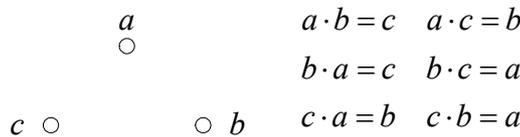


Рис. 6.36. Таблица произведения неединичных элементов

Заметим, что рис. 6.35 соответствует изменению схем отношений (рис. 6.37).

*Циклический характер изменения схем отношений под влиянием комбинаторной группы*, в силу ее аналогии с отношениями в системе объектов, наводит на мысль, что им соответствует *циклическое изменение местоположений объектов и их отношений друг к другу*. Покажем, что такую возможность действительно можно реализовать.

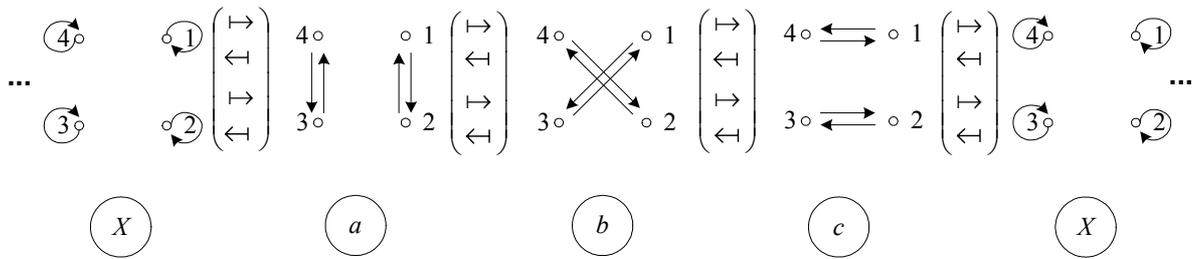


Рис. 6.37. Изменение схем отношений под влиянием комбинаторной группы

Введем движения в упорядоченной системе РИТОВ, полагая, например, что два объекта (2-ой и 4-ый) покоятся в системе, а два объекта (1-ый и 3-ий) движутся вокруг них. Примем следующую картину отношений для системы из четырех РИТОВ, имеющих по одному рецептору (рис. 6.38).

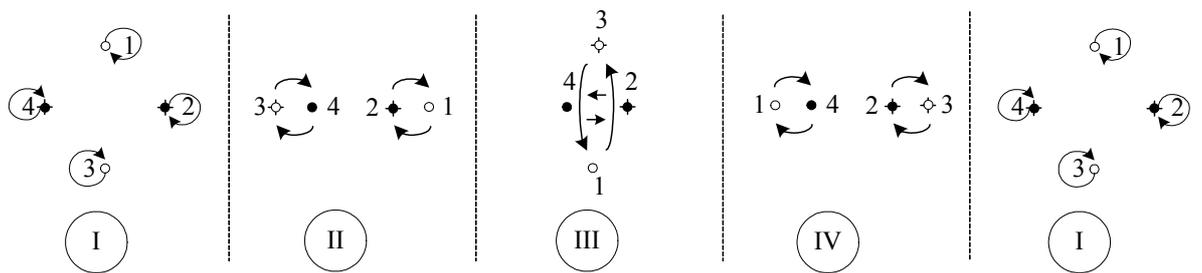


Рис. 6.38. Стадии движения в системе простых РИТОВ с отношениями

Сопоставим им рис 6.34 и рис. 6.37. Мы обнаруживаем соответствие рис. 6.38 со следующим расположением элементов единичной матрицы, подверженной влиянию спинорной комбинаторной группы (рис. 6.39).

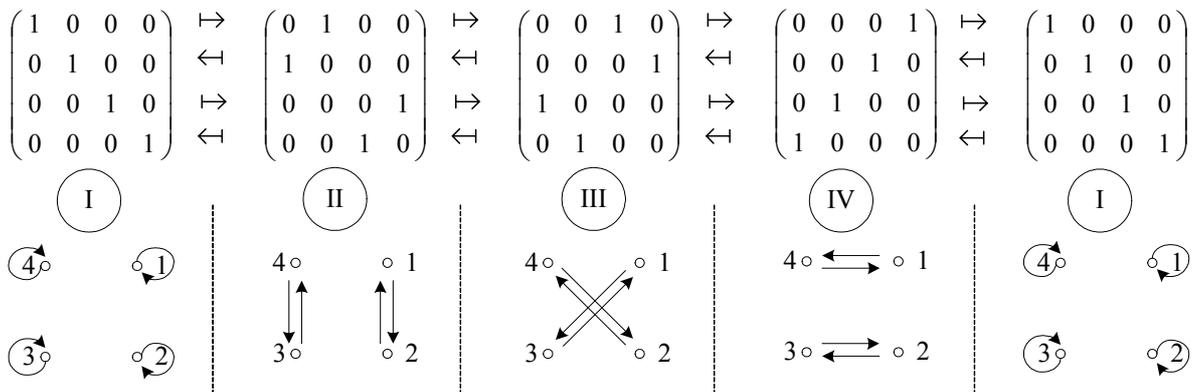


Рис. 6.39. Стадии согласованного изменения матриц и системы покоящихся простых РИТОВ

Теперь мы имеем начала модели нового взаимодействия в системе РИТОВ. Естественно, что возникает потребность описания всех комбинаторных состояний. Эта задача может оказаться полезной для анализа динамики отношений между любыми объектами.

Примем варианты соединения празарядов разными рецепторами (их можно отличить друг от друга цветом: красный, желтый, зеленый, синий ...). Имеем следующие соединения (рис. 6.40).

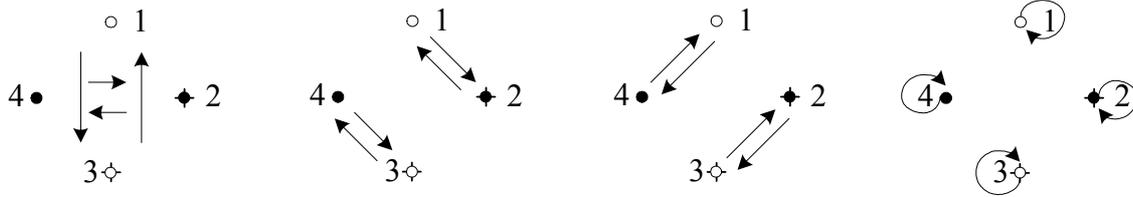


Рис. 6.40. Варианты соединения рецепторов

Им соответствуют матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 6.41. Матрицы, ассоциированные с рецепторами

Заметим, что указанные матрицы инвариантны относительно перестановки нумерации как в одном, так и в другом направлении (рис. 6.42).

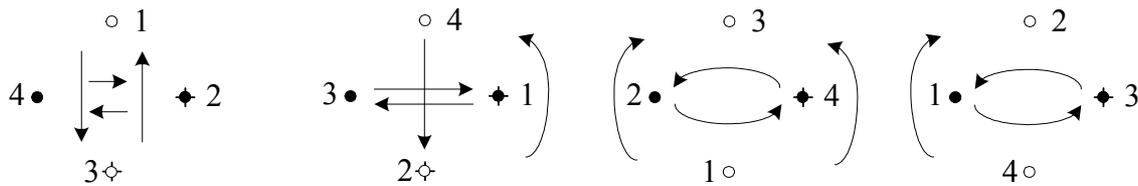


Рис. 6.42. Возможные варианты одной ситуации

Указанные связи рецепторов задаются одной и той же матрицей, гарантируя матричную независимость состояний (рис. 6.43).

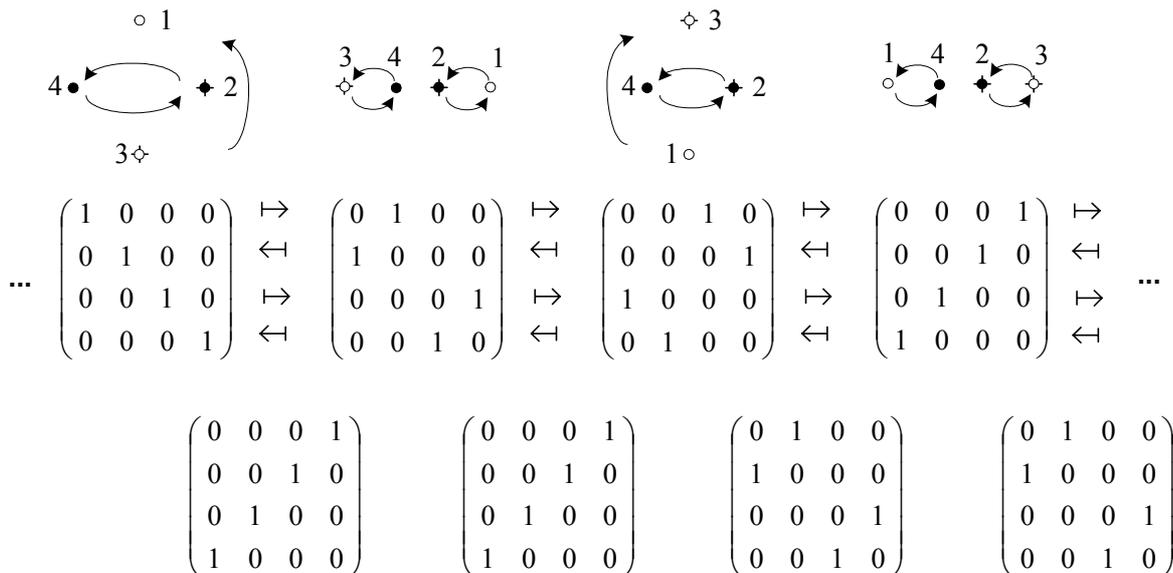


Рис. 6.43. Динамика изменения рецепторов одного типа

Найдем комбинаторный механизм изменения состояния рецепторов. Рассмотрим изменение связей в системе, полагая, что переход от одной матрицы к другой реализуется комбинаторным движением элементов в строке. Тогда, например, получим (рис.6.43). Комбинаторные движения эквивалентны умножению на матрицы

$$\alpha = \begin{pmatrix} \mapsto \\ \mapleftarrow \\ \mapsto \\ \mapleftarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \mapsto \\ \mapleftarrow \\ \mapsto \\ \mapleftarrow \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Мы обнаружили факт комбинаторных колебаний, так как два раза используется  $\alpha$  и два раза используется  $\beta$ , чтобы пройти весь комбинаторный цикл. Колебания комбинаторных операций (каждая по паре) задают новую черту поведения изучаемой системы. Рассмотрим башню циклов (рис. 6.44).

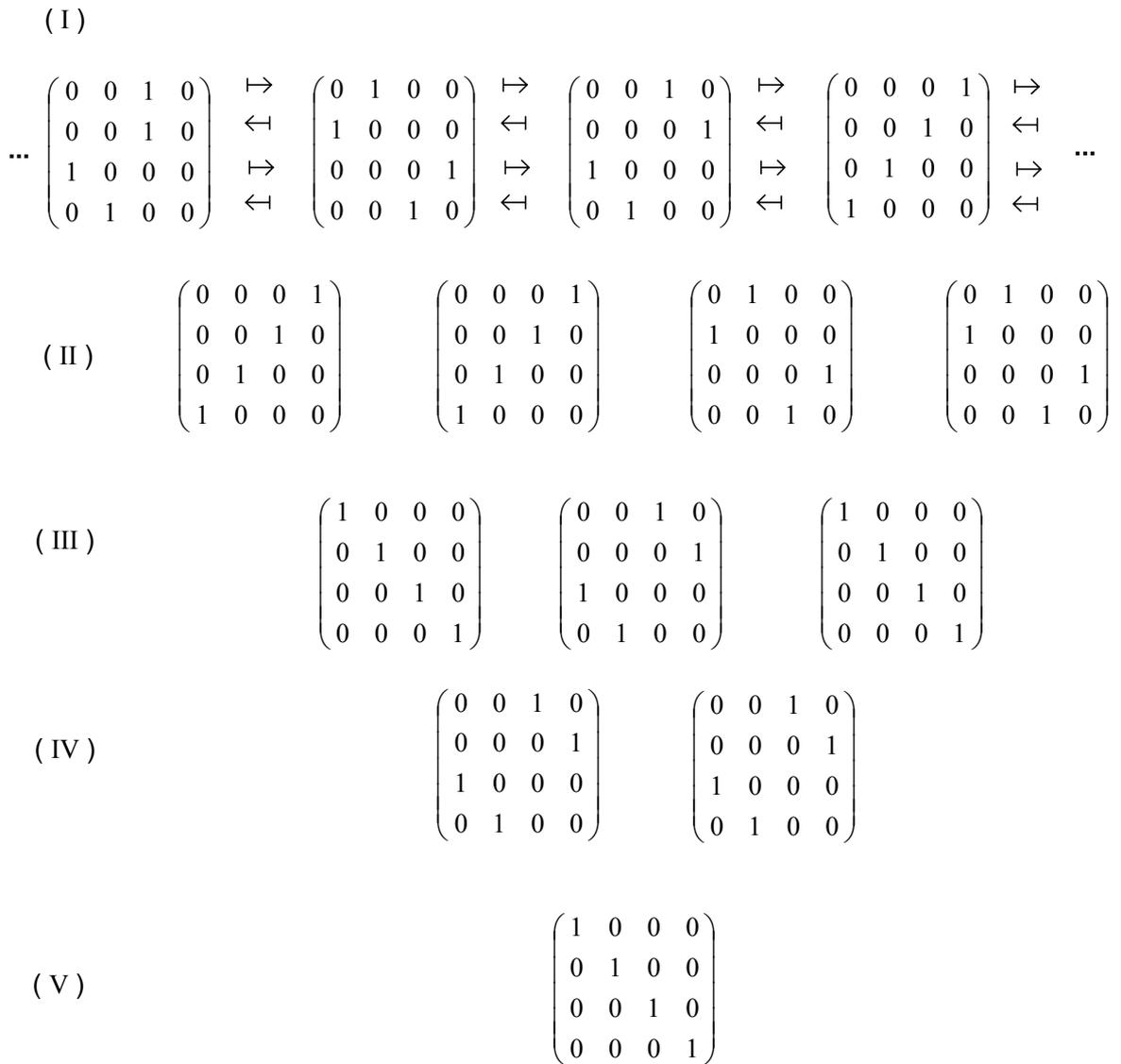
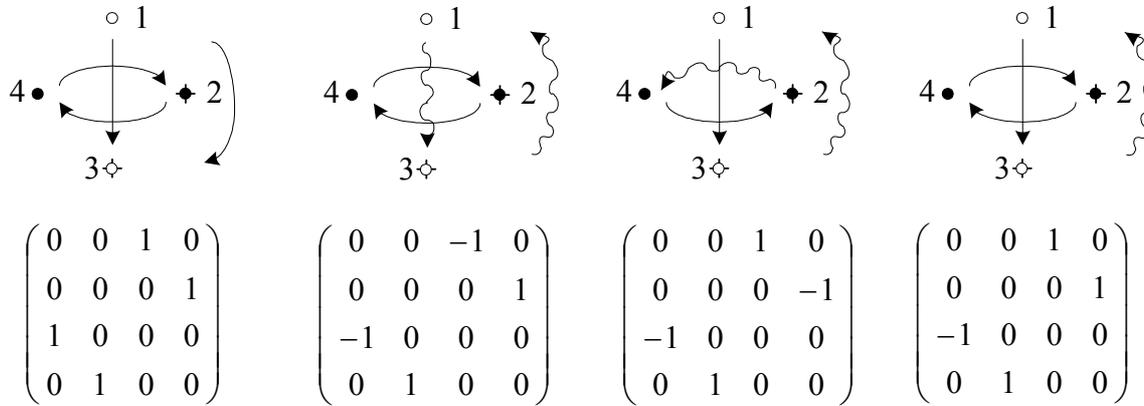


Рис. 6.44. Взаимосвязи матриц по уровням взаимодействия рецепторов: I, II, III, IV, V

Физическая ситуация переходит из одного состояния в подгруппе к другому через третье состояние, используя для этого все свои комбинаторные возможности. Заметим,

что произведение пары на верхнем уровне дает элемент на нижнем уровне. Эти "цепочки" могут быть продолжены по диагонали, допуская повторения, что фактически задает некоторое пространство комбинаторных состояний. Понятно, что для РИТОВ с многими цветами рецепторов ситуации могут быть похожими на указанную. В общем случае, конечно, опыт обнаруживает некий вариант "смешения" состояний:



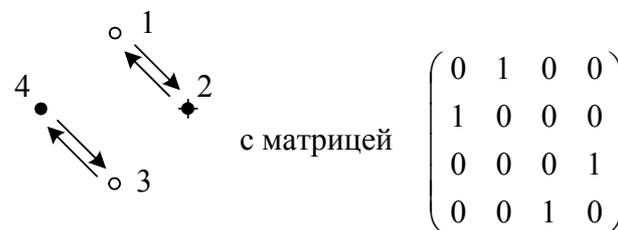
Влияние может быть позитивным ( $\rightarrow$ ) или негативным ( $\sim \rightarrow$ ), что комбинаторно задает все типы отношений между объектами на уровне (0, 1) РИТОВ. В общем случае ситуация существенно сложнее при (0, 2) (1, 2) РИТАХ.

А. Сопоставим ситуации схождения и расхождения одноименных празрядов комбинаторику вида



по типу рецепторов, такому варианту соответствующих.

В. Сопоставим ситуации схождения и расхождения разноименных празрядов комбинаторику вида



по типу рецепторов, такому варианту соответствующих. Тогда происходящее с рецепторами можно морфологически выразить так: движения происходят по циклу, состоящему из двух этапов. На первом этапе к контрольной плоскости сходятся и расходятся разноименные празряды. На втором этапе "к контрольной плоскости" сходятся и расходятся одноименные празряды. "Контрольной плоскостью" при этом служит гиперповерхность, образованная центральной парой празрядов. Тогда новое состояние можно найти по начальному, выполнив слева или справа умножение на матрицу пере-

хода. Поскольку  $A\alpha = \alpha A = B$ ,  $B\beta = \beta B = C$ , то такой переход состояний является коммутативным.

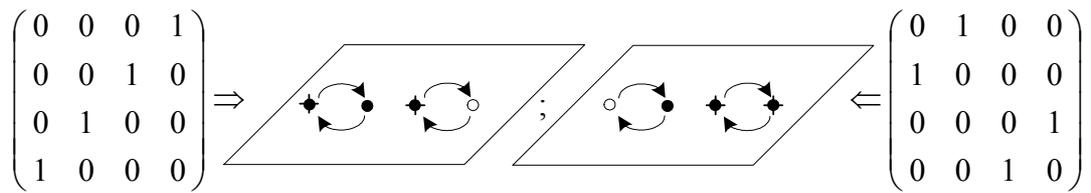


Рис. 6.45. Этапы схождения и расхождения празарядов

## 6.10. КАНОНИЧЕСКАЯ КОМБИНАТОРНАЯ ГРУППА

*Изучена мономиальная группа  $MN(4)$ .*

Изучим мономиальное распределение единиц. Рассмотрим все варианты мономиального расположения канонических элементов в матрицах размерности  $4 \times 4$ . Введем конструирующие матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bullet & 0 & \bullet & \bullet \\ \bullet & 0 & \bullet & \bullet \\ \bullet & 0 & \bullet & \bullet \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \bullet & \bullet & 0 & \bullet \\ \bullet & \bullet & 0 & \bullet \\ \bullet & \bullet & 0 & \bullet \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \bullet & 0 & \bullet \\ \bullet & 0 & \bullet \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Расположим  $2 \times 2$  матрицы в свободных местах матриц  $3 \times 3$ , заполним матрицы  $4 \times 4$  полученными матрицами  $3 \times 3$ . Получим набор (таблица 6.9).

Таблица 6.9.

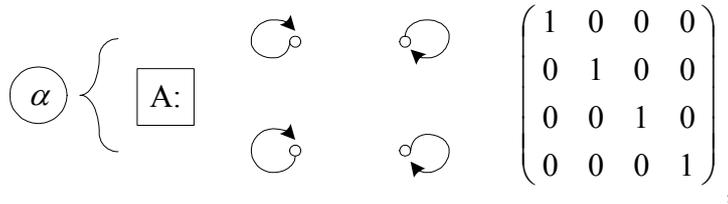
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

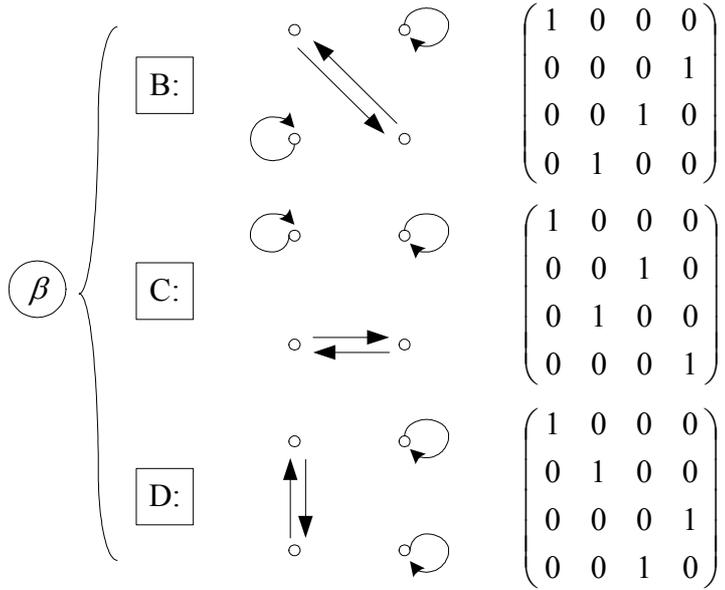
Найдем распределение элементов по подгруппам, используя различие в схемах отношений и спинорные комбинаторные операции.



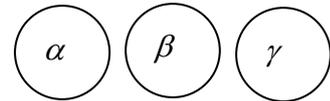
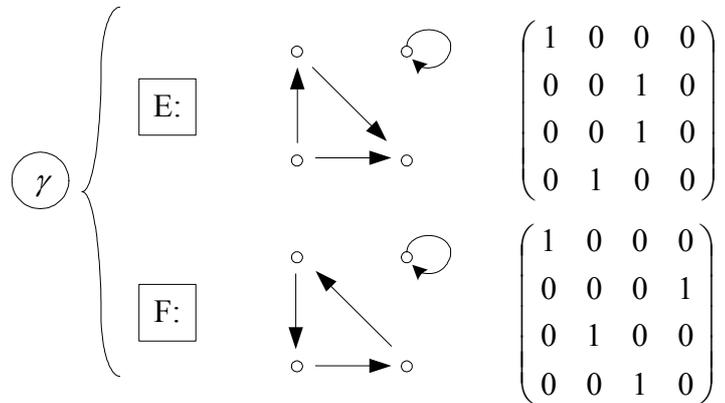
Здесь выбрана упорядоченная основа для конечной схемы отношений на четырёх элементах

$$4 \circ \quad \circ 1$$

$$3 \circ \quad \circ 2$$



Различие исходных элементов наглядное, оно соответствует привычному в макромире отличию видимых признаков поведения РИТОВ.



дискретно различаются по  $Sp(\xi)$ .

Заметим, что есть аналогия между спинорной комбинаторной группой и диагональными матрицами Картана, им соответствующими. Действительно

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \mapsto \\ \mapsto \end{pmatrix}}_X, \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{pmatrix}}_{C_1}, \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{pmatrix}}_{C_2}, \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{pmatrix}}_{C_3}.$$

Здесь  $\left. \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \right\}$  означает диагональную матрицу.

$$\text{A: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots$$

$$\text{B: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \mapsto \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

$$\text{C: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots$$

$$\text{D: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

$$\text{E: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

$$\text{F: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mapsto \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \mapsto \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

Остальные комбинаторные операции дают в применении к данной системе матриц не-мономиальные варианты, нарушают мономиальность.

Проверка показывает, что мы действительно имеем дело с подгруппами матриц, если провести объединения:

$$A; A \oplus B, A \oplus C, A \oplus D; A \oplus E \oplus F.$$

Разобьем систему канонических мономиальных матриц на подгруппы.

$$\dim(A \oplus E \oplus F) = \dim A + \dim(A \oplus \xi), \quad \xi \in B, C, D.$$

Выполним обозначения матриц для удобства дальнейшего использования.

$$\text{A: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{a_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{a_2} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{a_3} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{a_4} \quad a_i^{-1} = a_i.$$

$$\text{B: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{b_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{b_2} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{b_3} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{b_4} \quad \begin{aligned} b_1^{-1} &= b_1, \\ b_2^{-1} &= b_4, \\ b_3^{-1} &= b_3, \\ b_4^{-1} &= b_2. \end{aligned}$$

$$\text{C: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{c_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{c_2} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{c_3} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{c_4} \quad \begin{aligned} c_1^{-1} &= c_1, \\ c_2^{-1} &= c_3, \\ c_3^{-1} &= c_2, \\ c_4^{-1} &= c_4. \end{aligned}$$

$$\text{D: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{d_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{d_2} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{d_3} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{d_4} \quad \begin{aligned} d_1^{-1} &= d_1, \\ d_2^{-1} &= d_2, \\ d_3^{-1} &= d_4, \\ d_4^{-1} &= d_3. \end{aligned}$$

$$\text{E: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{e_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{e_2} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{e_3} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{e_4} \quad \begin{aligned} e_1^{-1} &= f_1, \\ e_2^{-1} &= f_4, \\ e_3^{-1} &= f_2, \\ e_4^{-1} &= f_3. \end{aligned}$$

$$\text{F: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{f_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{f_2} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{f_3} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{f_4} \quad \begin{aligned} f_1^{-1} &= e_1, \\ f_2^{-1} &= e_3, \\ f_3^{-1} &= e_4, \\ f_4^{-1} &= e_2. \end{aligned}$$

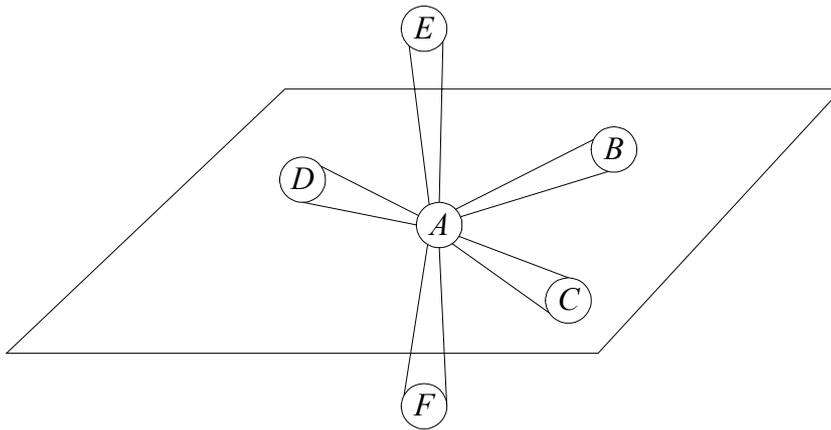


Рис. 6.46. Расположение матриц в фактор-группе  $SO(4)/A: A; A \oplus B; A \oplus C; A \oplus D; A \oplus E \oplus F$

Запишем элементы матричной алгебры через группу  $V(4)$ .

Таблица 6.10.

|   |   |
|---|---|
| $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(c_1 + c_2 + c_3 + E)$   | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_3 + b_3 + f_3 + a_3)$ |
| $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_3 - b_3 + f_3 - a_3)$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(c_2 + E - c_1 - c_3)$   |
| $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_2 - a_2 + f_2 - b_2)$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(a_1 + f_1 + e_1 - b_1)$ |
| $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_1 - b_1 - a_1 - f_1)$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_2 - a_2 - f_2 - b_2)$ |
| $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_2 + a_2 + f_2 + b_2)$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_1 + b_1 + a_1 - f_1)$ |

|   |   |
|---|---|
| $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_1 + b_1 - a_1 - f_1)$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_2 + a_2 - f_2 - b_2)$ |
| $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(c_1 + E - c_2 - c_3)$   | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_3 + b_3 - f_3 - a_3)$ |
| $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(e_3 - b_3 - f_3 + a_3)$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}(E + c_3 - c_1 - c_2)$   |

Элементы, расположенные в одной строке (столбце), образуют соответственно левый и правый идеалы алгебры  $V(4)$ . Они очевидно содержат в себе все элементы группы  $V(4)$ . Так

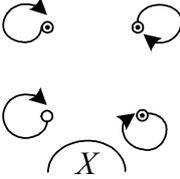
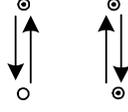
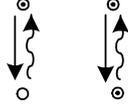
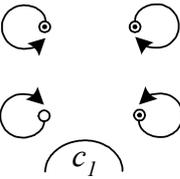
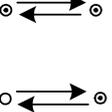
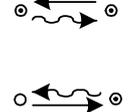
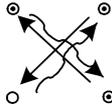
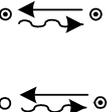
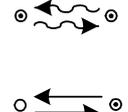
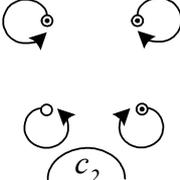
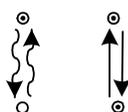
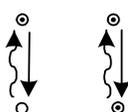
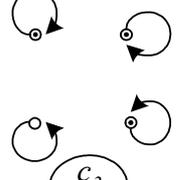
$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ D & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 \\ D & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A(c_1 + c_2 + c_3 + E) + B(e_3 - b_3 + f_3 - a_3) + C(e_2 - a_2 + f_2 - b_2) + D(e_1 - b_1 - a_1 - f_1).$$

Значит, идеалы алгебры  $V(4)$  структурно эквивалентны. Зададим матрицы  $g$  группы  $V(4)$  графически. Здесь стрелка  $(\rightarrow)$  указывает положительное отношение одного элемента к другому, стрелка  $(\rightsquigarrow)$  указывает негативное отношение. Знак  $(\odot)$  означает положительное отношение к себе, знак  $(\ominus)$  означает негативное отношение к себе. Теперь можно легко выполнить графическое произведение матриц. Для этого нужно последовательно пройти два пути от одного элемента и построить отношение начального и конечного элементов с учетом знаков отношений. Так,

$$\begin{pmatrix} \odot & \longleftrightarrow & \odot \\ \ominus & \longleftrightarrow & \ominus \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \odot & \updownarrow & \odot \\ \ominus & \updownarrow & \ominus \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \odot & \rightsquigarrow & \odot \\ \ominus & \rightsquigarrow & \ominus \end{pmatrix} \dots$$

$e_1 \cdot f_3 = -b_2$

Мы можем графически умножать матрицы без использования чисел (выходит за пределы теории чисел), что интуитивно соответствует реальному взаимодействию объектов. Графическое представление группы  $V(4)$  Таблица 6.11.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  <p style="text-align: center;"><math>X</math></p>    |  <p style="text-align: center;"><math>e_3</math></p>  |  <p style="text-align: center;"><math>b_3</math></p>  |  <p style="text-align: center;"><math>c_1</math></p>  |
|  <p style="text-align: center;"><math>e_2</math></p>  |  <p style="text-align: center;"><math>e_1</math></p>  |  <p style="text-align: center;"><math>a_1</math></p>  |  <p style="text-align: center;"><math>f_2</math></p>  |
|  <p style="text-align: center;"><math>a_2</math></p>  |  <p style="text-align: center;"><math>b_1</math></p>  |  <p style="text-align: center;"><math>f_1</math></p>  |  <p style="text-align: center;"><math>b_2</math></p>  |
|  <p style="text-align: center;"><math>c_2</math></p> |  <p style="text-align: center;"><math>f_3</math></p> |  <p style="text-align: center;"><math>a_3</math></p> |  <p style="text-align: center;"><math>c_3</math></p> |

## 6.11. СКРЫТНОСТЬ В РЕАЛЬНОМ МИРЕ

*Частично проанализирована концепция скрытности.*

Наш опыт всегда, везде и во всем частичен. Таковы наши прикосновения к миру жизни, таковы наши ощущения, реакции и следующие из них понятия, алгоритмы, практика поведения. Частичность указанных элементов характерна как для частных, так и для общих элементов опыта, рассматриваемых в качестве философских категорий. Мы не знаем общих свойств и законов реального мира, а пока только прикоснулись к некоторым из них. Мы склонны ограничивать свое индивидуальную практику, недооценивая ее фундаментальную значимость, равно как и диалектику ее согласования с общим опытом. Мы создаем модели, в которых указанные черты сложно и своеобразно переплетены и согласованы. Мы придумываем и реализуем поведение, которое может быть существенно отдалено от оптимального, а иногда ложное поведение склонны считать полезным. Все это, как и многое другое, не проходит бесследно, создавая и развивая бурю ошибок и проблем, которая способна разрушить не только жизнь отдельного человека, но и государств, и самой цивилизации.

Почему так происходит? С моей точки зрения, многое могло быть иначе, если бы корректно учитывалась и использовалась скрытность. Определим скрытность как фундаментальный элемент теории и практики, фиксирующий частично неизвестное или частично недоступное и указывающий пути и средства расширения и углубления необходимой практики, достаточной для движения к совершенству.

Понятно, что данное определение скрытности предполагает, во-первых, развитие и совершенство мира жизни (что может показаться кому-то спорным), во-вторых, назначение человека, как элемента мира жизни, который на своем уровне и на своем месте способствует развитию, подчиняясь только ему. Понятно, что и развитие, и совершенство могут быть далеки от оптимальности, потому что она нам неизвестна, ее оценка и значение могут и должны меняться. В силу указанных обстоятельств следует принять и использовать как неоптимальные средства и пути (не увлекаясь этим в угоду авторитарности и гордыне или подчиняясь порокам и слабостям), а также частично оптимальные средства и пути, потому что они чаще всего реализуются в конкретной практике (не ограничивая себя такой оптимальностью). Рассмотрим некоторые формы скрытности в физических моделях.

*Скрытного больше, чем открытого, так было, есть и будет неограниченно*

Этот тезис может показаться избыточно философским и далеким от реальной практики, но без его принятия она вряд ли может развиваться и не может стать совершенной. Не нужно паниковать по этому поводу, а понять, что человек обязан научиться вмещать в себя много опыта и соответствовать ему, потому что и в самом человеке скрытого (в том числе и возможностей) больше, чем открытого. Учтем далее, что для жизни часто бывает достаточно очень малого. Это действительно удивительно. Потому искусство владения малым столь же важно и многогранно как и искусство владения всем. При этом малое часто скрыто лучше и оно более совершенно, чем большое. *Охватить и проявить все, пользуясь малым*, вот, пожалуй, тот основной путь, который следует признать, если мы желаем гармонии с миром жизни и с его практикой. Значит, нужно научиться *так* прикасаться к людям и событиям, *так* их ощущать и реагировать на них, помогая друг другу. Понятия, модели, алгоритмы могут и должны быть *практично сконцентрированными*. Знать общее и частное нужно через них, что упростит обучение и воспитание, улучшит стиль и практику жизни.

*Скрытое – путь к красоте*

Человек так устроен, что ему хочется красоты. В погоне за ней он способен пойти вопреки своему разуму. Реальный мир плотно упакован красотой. Нужно только открыть для нее свою душу и свой дух. Чудесен и интересен тот факт, что чаще всего красота тщательно скрыта, чтобы владеть ею, нужно стать достойным ее.

Приведу несколько примеров. Рассмотрим лагранжев подход в физике. Пожалуй, трудно представить нечто более красивое, созданное практикой людей и сконцентрированное в алгоритм гением Лагранжа и Эйлера. Лагранжиан и его варьирование позволили охватить и проявить как суть, так и форму изучаемых явлений в широком диапазоне их сторон и свойств. Однако конкретное выражение для лагранжиана скрыто и нужна серьезная дополнительная практика, чтобы его найти. Скрыты алгебраические связи между величинами, которые можно учесть на основе множителей Лагранжа, скрыт их физический смысл. Не в меньшей мере скрыты алгебраические конструкции (за которыми стоит физика), присоединенные к множителям Лагранжа. Скрыт динамический механизм релятивистских эффектов в электродинамике. Скрыта сущность физических зарядов, в частности, электрического и гравитационного. Скрыт механизм измерения. В классической физике он находит отражение через влияние прибора (как микроскопического устройства) на те объекты и явления, которые попали под измерение. В квантовой физике измерение способно быть еще более сложным, потому что оно учитывает специфику микроскопических состояний и ситуаций. Скрыты алгебры симметрии, их гомотопии и когомотопии. Скрыта их активность. Непонятно, как измерять когомотопии. Однако радостны открытия, индуцированные решением проблем скрытности. Действительно, расширив алгебраическую часть формализма Лагранжа, мы получили возможность преодолеть модельное ограничение на величину скорости, построили динамический механизм релятивистских эффектов. Красивы и многогранны алгебры с отношением, следующие из анализа группы  $V(4)$ . Красива единая форма фундаментальных уравнений физики: Ньютона, Максвелла, Дирака, Шредингера, Эйнштейна. Красиво происхождение и применение метрик событий в физической модели. Красива модель главного расслоенного оснащенного многообразия.

*Скрытное полезно и практично*

Человеку свойственно фундаментальное стремление к тайнам. Однако, как показывает опыт, достигнутая тайна может стать неинтересной. Тайна, как форма скрытности, есть мотив взаимодействия реального мира с человеком. Нужно, чтобы была тайна, более того, ее следует создать, если ее нет. Так мы привыкли действовать и, по-видимому, в этом есть большой смысл.

*Тайное становится явным обычно только тогда, когда открыты горизонты новых тайн.*

Это положение следует иметь ввиду потому, что оно дает стимул для постижения тайн. *От простых тайн к сложным, от одного уровня скрытности к другому*, таков путь объективного развития, по такому способу развивается каждая личность. Можно считать, что уровень развития ассоциирован с уровнем владения скрытного. Скрытное покорно скрытному. Если считать так, то многое следует поменять в своем отношении к жизни и к ее реальностям. Можно ли быть достаточно совершенным, будучи скрытным? Ответить сложно, но реальный мир ведь таков, а отрицать его совершенство бессмысленно. Опыт жизни показывает, что большинство людей скрыто от всего мира. Значит, есть в этом смысл. И поэтому избыточная открытость может быть во вред, как и обнаженность тела, как и простота речи. Формы и сущность скрытности чрезвычайно сложны и многообразны, что ставит задачу овладения ими.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложено рассматривать числа и операции как символы и их свойства, сопоставляемые объектам и их взаимодействиям. Показано, как можно расширить и углубить практику охвата и проявления свойств и сторон реального мира.
2. Дано краткое введение в теорию идеалов, на основе которого показано, что фундаментальные физические модели могут рассматриваться как модули над кольцами простых идеалов.
3. Даны морфологический и физический подходы к концепции величины и ее применениям при моделировании объектов и явлений.
4. Показано, что физические модели можно задать в форме уравнений для 1-коциклов, модифицированных идемпотентами. Указаны графические и геометрические гомологии и когомологии групп. Обоснованы некоторые пути и средства учета гомологической активности в физике.
5. Найдена группа  $V(4)$ , достаточная для записи в единой форме фундаментальных уравнений физической теории: Ньютона, Максвелла, Дирака, Шредингера. Выполнен графический анализ этой группы.
6. Рассмотрен прием комбинаторной генерации новых групп при использовании новых операций.
7. Найдена система супералгебр с отношениями для произвольной группы симметрии. Показано, как их можно связать с физикой. Указаны новые группы: знаковая и комбинаторная.
8. Показан упрощенный подход к анализу динамики симметрий, согласно которому может быть учтено изменение состояний объектов и явлений для разных ситуаций.
9. Обоснована концепция РИТА – нового основного физического объекта, необходимого и достаточного для моделирования физических явлений. Проиллюстрирована связь его динамики с мономиальной группой.
10. Введена концепция и проанализирована структура канонической комбинаторной группы.
11. Частично проанализирована концепция скрытости.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В книге рассмотрены алгебраические аспекты фундаментальных физических теорий с целью обнаружения и развития новых приемов и подходов для анализа структуры света. Установлено, что матричные группы образуют необходимую и достаточную основу для конструирования физических моделей, выражая как свойства изучаемых конструкций, так и их механических и немеханических движений. Предложено рассматривать частицы света как составные конструкции, состоящие из электрически и гравитационно-нейтральных систем, названных элоном и пролоном. Проведенный интуитивный анализ подтверждает полезность такого подхода. Введенная в практику концепция трансфинитного РИТА позволяет обобщить концепцию материальной точки и конкретизировать структуру полевого описания физической реальности. Свет фактически предложено рассматривать как физические конструкции, изготовленные из праматерии. Но тогда и все другие элементарные частицы могут и должны быть образованы из нее.

Анализ праматерии выдвинулся в качестве первоочередной задачи для физической и математической практики. Он может быть полезен не только для понимания устройства реального мира и практического участия в его делах, но и для совершенствования духовной сущности человека.